

МФТИ

СЕРИЯ «ФИЗИКА»



Ф. Ф. Игошин, Ю. А. Самарский, Ю. М. Ципенюк

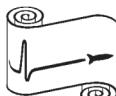
Лабораторный практикум по общей физике

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

**Под редакцией
проф. Ю. М. ЦИПЕНЮКА**

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением высших
учебных заведений Российской Федерации по образованию в области
прикладных математики и физики в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по направлению подготовки «Прикладные математика и физика»*

Издание третье, исправленное и дополненное



Москва
ФИЗМАТКНИГА
2012

ББК 22.3

Л12

УДК 53

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ. Квантовая физика:
Учеб. пособие для вузов / Игошин Ф. Ф., Самарский Ю. А., Ципенюк Ю. М.; Под
ред. Ципенюка Ю. М. — М.: Физматкнига, 2012. — 464 с. ISBN 978-5-89155-206-7.

В книге описаны лабораторные работы по ядерной и квантовой физике, которые входят в программу обучения студентов III курса МФТИ в рамках курса общей физики. Работы разбиты по изучаемым темам; к каждой теме дано теоретическое введение. В каждой работе содержится дополнительное изложение теории исследуемого эффекта, описание экспериментальной установки и задание. Некоторые работы имеют рекомендации по методам обработки и представления результатов. Большое количество работ, включенных в книгу, дает возможность преподавателям варьировать их подбор в соответствии с успеваемостью и личными наклонностями студентов.

Книга снабжена подробным справочным материалом и может использоваться дополнительно к учебникам для более глубокого изучения физики.

Для физических, инженерно-физических и физико-технических специальностей вузов.

Табл. 15. Ил. 223.

Интернет-магазин технической литературы
www.fizmatkniga.ru



9 785891 552067

©Игошин Ф. Ф., Самарский Ю. А., Ципенюк Ю. М., 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Раздел I. Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц.....	8
Работа 1.1. Экспериментальная проверка уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и определение постоянной Планка	10
Работа 1.2. Исследование эффекта Комптона	21
Работа 1.3. Изучение рассеяния медленных электронов на атомах (эффект Рамзауэра)	29
Раздел II. Дискретность энергетических уровней	36
Работа 2.1. Опыт Франка–Герца	39
Работа 2.2. Изучение спектров атомов водорода идейтерия	43
Работа 2.3. Изучение молекулярного спектра йода	55
Раздел III. Атом в магнитном поле.....	67
Работа 3.1. Эффект Зеемана	72
Раздел IV. Ядерное излучение и основы радиационной безопасности ...	85
Работа 4.1. Определение энергии α -частиц по величине их пробега в воздухе	100
Работа 4.2. Исследование энергетического спектра β -частиц и определение их максимальной энергии при помощи магнитного спектрометра	111
Работа 4.3. Измерение абсолютной активности препарата ^{60}Co методом γ – γ совпадений	118
Раздел V. Спектрометрия ядерного излучения	123
Работа 5.1. Измерение коэффициента ослабления потока γ -лучей в веществе и определение их энергии	132
Работа 5.2. Спектрометрия α -излучения с помощью полупроводникового детектора	139
Работа 5.3. Определение энергии γ -квантов с помощью сцинтилляционного спектрометра	145
Работа 5.4. Исследование процессов взаимодействия γ -излучения со сцинтилляционными детекторами	151
Раздел VI. Резонансное поглощение гамма-квантов ядрами.....	159
Работа 6.1. Исследование резонансного поглощения γ -квантов (эффект Мессбауэра)	167

Раздел VII. Космические лучи	179
Работа 7.1. Измерение углового распределения жесткой компоненты космического излучения	186
Работа 7.2. Исследование каскадных ливней космических частиц	194
Работа 7.3. Измерение сечения образования $(e^+ e^-)$ -пар γ -квантами космического излучения на ядре свинца	200
Работа 7.4. Исследование поглощения вторичного космического излучения в веществе	208
Раздел VIII. Тепловое излучение.....	215
Работа 8.1. Определение постоянных Стефана–Больцмана и Планка из анализа теплового излучения накаленного тела	222
Раздел IX. Обменное взаимодействие	231
Работа 9.1. Закон Кюри–Вейсса и обменное взаимодействие в ферромагнетиках	242
Работа 9.2. Наблюдение и изучение доменной структуры в ферромагнитной пленке железо–иттриевого граната	251
Раздел X. Магнитный резонанс	263
Работа 10.1. Электронный парамагнитный резонанс	270
Работа 10.2. Сверхтонкая структура электронного парамагнитного резонанса	278
Работа 10.3. Изучение ядерного магнитного резонанса	285
Работа 10.4. Магнитные моменты легких ядер	295
Раздел XI. Физика полупроводников	311
Работа 11.1. Определение ширины запрещенной зоны полупроводника	335
Работа 11.2. Исследование фотопроводимости полупроводников	345
Работа 11.3. Измерение контактной разности потенциалов в полупроводниках	351
Работа 11.4. Определение основных электрических параметров полупроводников	359
Работа 11.5. Туннелирование в полупроводниках	369
Работа 11.6. Изучение внутреннего фотоэффекта в $(p-n)$ -переходе	379
Раздел XII. Сверхпроводимость	385
Работа 12.1. Определение критической температуры высокотемпературного сверхпроводника	396
Работа 12.2. Проникновение магнитного поля в гранулярный ВТСП	403
Приложение I. Основы обработки результатов эксперимента	409
Приложение II. Методы регистрации частиц	433
Приложение III. Фотоумножители	447
Приложение IV. Методы отбора событий по времени и амплитуде.....	451
Приложение V. Таблицы	455

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

По сравнению со вторым изданием в публикуемый сборник лабораторных работ по курсу общей физики для студентов МФТИ внесены все замеченные неточности и описки. В третье издание включены также описания новых лабораторных работ и учтено, что за прошедшее время значительно изменилась приборная база студенческой лаборатории.

Авторы выражают особую признательность заведующему кафедрой общей физики МФТИ профессору А. В. Максимычеву за постоянное внимание и обсуждение этого издания.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Во втором издании лабораторного практикума по общей физике для студентов III курса МФТИ нами исправлены все замечания, опечатки и неточности, замеченные в первом издании. Кроме того, добавлены описания некоторых новых работ, которые были разработаны за последние 7 лет сотрудниками кафедры общей физики МФТИ. Авторы весьма признательны заведующему кафедрой общей физики МФТИ профессору А. Д. Гладуну за постоянное внимание и поддержку работы по модернизации лабораторного практикума для студентов 3-го курса.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этой книге описаны лабораторные работы по курсу общей физики для студентов III курса МФТИ. В соответствии с программой курса эти работы посвящены квантовой физике в различных ее проявлениях — в атомах, ядрах, элементарных частицах и конденсированных средах.

Каждое звено в единой цепи лекций, семинаров, лабораторий решает определенные задачи. Цель практикума — самостоятельное воспроизведение физических явлений. Однако, если на I и II курсах основной упор делается на знакомство с физическими явлениями и методами измерений, измерительными приборами, правильную запись результатов и их обработку, то на III курсе акценты все более смешаются в область самостоятельной работы, подготовки студента к исследовательской работе. Поэтому данное руководство построено несколько иначе, чем это было раньше. Все работы разделены по ключевым разделам курса, причем каждый раздел начинается обзором теоретических представлений по данному вопросу. Эти обзоры ни в коей мере не дублируют учебники. Особое внимание в них удалено физическим принципам, лежащим в

основе рассматриваемых вопросов, приводятся основные формулы и их качественный анализ.

Необходимость теоретических введений обусловлена также и тем, что зачастую лабораторные работы опережают лекционный материал, а выполнение лабораторных работ без ясного представления о существе изучаемых явлений и применяемых экспериментальных методах бессмысленно. Кроме того, многие вопросы, касающиеся непосредственно экспериментальной техники (такие как работа детекторов излучения, электроники, термометрии и т. п.), не рассматриваются на лекциях или семинарах, а их объяснение разбросано по многим учебникам и научным книгам.

Изменились на III курсе и сами описания лабораторных работ. Кроме обязательной для выполнения всеми студентами части во многих работах имеются дополнительные задания, более приближенные к научной работе. Тем самым многие лабораторные работы могут служить хорошим вопросом, представляемым студентами на Госэкзамене по физике в качестве реферата. Фактически именно такой подход к лабораторным работам уже много лет практикуется на кафедре и зарекомендовал себя с самой лучшей стороны.

Более серьезные требования предъявляются к студентам III курса и по обработке полученных результатов. За время первых двух лет обучения студентами накоплен достаточный опыт экспериментальной работы, получены широкие математические знания, и поэтому в книге подробно обсуждаются как метод наименьших квадратов, так и критерий значимости χ^2 , критерий Стьюдента, вопросы экстраполяции и интерполяции полученных данных. Это обусловлено, в частности, и тем фактом, что к III курсу студенты уже хорошо владеют компьютерной техникой. На персональных ЭВМ имеется большой набор программ математической обработки данных, что открывает широкие возможности применения статистических методов в лабораторном практикуме.

Конечно, это руководство является преемником всех предыдущих изданий такого рода. В этой связи необходимо отметить, что большая роль в становлении лабораторного практикума в МФТИ принадлежит проф. Л. Л. Гольдину, который в течение многих лет курировал лабораторию и был неизменным редактором предыдущих изданий руководства по практикуму.

Современные варианты лабораторных работ, приведенные в сборнике, являются результатом большой, каждодневной работы всего коллектива кафедры общей физики. Хотя во многих случаях работы имеют конкретных авторов, впервые поставивших эти работы, в течение многолетней практики они фактически стали коллективным трудом, постоянно улучшаясь и модернизируясь к тем вариантам, которые приведены в сборнике. Авторы сборника лишь взяли на себя труд систематизировать и обобщить этот опыт многолетней работы всего коллектива кафедры общей физики МФТИ. Подготовка для публикации в данном сборнике

работ по атомной физике осуществлена А. С. Дьяковым (работы 1.1, 2.1, 2.2, 3.1), по ядерной физике — Ю. А. Самарским (работы 1.2, 4.1, 4.2, 4.3, 5.1, 5.3, 6.1, 7.1, 7.3), по физике твердого тела — Ф. Ф. Игошиным (работы 8.1, 9.1, 10.1, 10.2, 11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5, 12.1). Лабораторные работы 1.3, 5.2, 5.4, 7.2, 12.2, разработанные Ю. М. Ципенюком, поставлены впервые. Теоретические введения во все разделы и приложения написаны Ю. М. Ципенюком, им же осуществлялось редактирование всего представленного материала. Следует также отметить положительный вклад Г. Н. Фрейберга и В. В. Толстикова в компьютеризацию ядерных экспериментов и модернизацию ядерного практикума.

Авторы выражают особую признательность заведующему кафедрой общей физики МФТИ профессору С. П. Капице, более 30 лет бывшему ее руководителем, за постоянное внимание и обсуждение этого издания.

РАЗДЕЛ I

КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ МИКРОЧАСТИЦ

Волны де Бройля. Согласно представлениям классической физики движение частиц и распространение волн принципиально различаются. Классическая материальная точка в механике — это маленькая, локализованная в бесконечно малой области пространства частица материи, движущаяся по законам Ньютона. Этую частицу можно «пометить», т. е. выделить ее среди других частиц, и проследить за ее движением по вполне определенной траектории.

Совершенно другой объект — волна. В классической физике волна — это распространяющиеся в пространстве колебания материи. Если речь идет об упругих волнах в веществе, то рассматриваются колебания частичек этого вещества. Такие колебания материи можно обнаружить во всех точках, до которых успела дойти волна. Существуют и электромагнитные волны — волны совершенно другой природы, которые подчиняются не законам механики Ньютона, а законам электродинамики (уравнениям Максвелла). Общим для всех волновых явлений является возможность интерференции и дифракции волн — процессов, в которых главную роль играют фазовые соотношения между взаимодействующими волнами.

Квантовая механика, описывающая поведение микрообъектов, устроила абсолютную грань между волной и частицей. Основным положением квантовой механики является корпускулярно-волновой дуализм, т. е. двойственная природа микрочастиц. Так, поведение электронов в одних явлениях может быть описано на основе представлений о частицах (например, движение электронов в камере Вильсона, дающей возможность «увидеть» траектории их движения). В других же явлениях, особенно в дифракции, поведение электронов описывается только на основе представления о волнах.

Идея «волн материи» была высказана в 1924 г. Луи де Бройлем и вскоре получила блестящее подтверждение в опытах по дифракции электронов. Волновые свойства частиц были ярко продемонстрированы в 1927 г. в экспериментах, осуществленных К. Дэвиссоном и Л. Джермером и независимо Дж. П. Томсоном.

В то же время корпускулярные свойства электромагнитного излучения — света — в полной мере проявляются при его взаимодействии с веществом. Объяснение явления фотоэффекта на основе представления света в виде потока «корпускул» — квантов, получивших затем название «фотоны», было дано А. Эйнштейном в 1905 г. Не менее ярко, чем при фотоэффекте, корпускулярные (квантовые) свойства электромагнитного

излучения были продемонстрированы в 1923 г. А. Комптоном в экспериментах по рассеянию рентгеновских лучей.

Энергия каждого кванта света определяется соотношением

$$E = \hbar\omega. \quad (1.1)$$

Здесь ω — угловая частота света, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-27}$ эрг · с — постоянная Планка. Это соотношение было впервые введено Планком для объяснения спектров испускания нагретых тел. Импульс фотона \mathbf{p} может быть записан в аналогичном виде через волновой вектор \mathbf{k} (волновое число $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$, где λ — длина волны света):

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (1.2)$$

Эти соотношения для энергии и импульса были распространены Л. де Броилем на все частицы. Он предположил, что распространение микрочастиц происходит именно так, как если бы их движение описывалось волнами, у которых, в соответствии с формулой (1.2),

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}, \quad (1.3)$$

где m и v — соответственно масса и скорость частицы. Так как кинетическая энергия E сравнительно медленно движущейся частицы равна $mv^2/2$, то

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}}. \quad (1.4)$$

Поскольку всем микрообъектам (по традиции за ними сохраняется термин «частицы») присущи и корпускулярные, и волновые свойства, то любую из этих «частиц» нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании. Интерпретация волн де Броиля принадлежит М. Борну, выдвинувшему в 1926 г. идею о том, что волновым законам подчиняется величина, описывающая состояние частицы и называемая ее волновой функцией $\Psi(\mathbf{r}, t)$, квадрат модуля которой определяет вероятность нахождения частицы в различных точках пространства \mathbf{r} в различные моменты времени t .

Волновая функция свободной частицы с точно заданным импульсом вдоль оси x является волной де Броиля:

$$\Psi(x, t) \propto e^{i(px - Et)/\hbar}. \quad (1.5)$$

В этом случае $|\Psi|^2 = \text{const.}$

Предложенное Борном толкование волн де Броиля исключает их понимание как классических волн материи. Связывая, например, со свободным электроном плоскую волну, не нужно буквально понимать, что электрон «размазан» по огромной области. В действительности это

лишь означает, что электрон продолжает выступать в теории как точечный объект, а вероятность обнаружить его в любой из точек пространства одинакова.

Итак, согласно квантовой механике свободное движение частицы массой m со скоростью v (т. е. с импульсом $p = mv$) можно описать плоской монохроматической волной Ψ с длиной волны, определяемой формулой (1.3), распространяющейся в том же направлении, в котором движется частица. Если направление движения частицы принять за ось x , то зависимость Ψ от координаты можно описать формулой

$$\Psi \propto \cos(kx + \alpha), \quad (1.6)$$

где α — начальная фаза. В общем случае направление распространения волны описывается волновым вектором \mathbf{k} , причем, как следует из (1.2),

$$\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar, \quad (1.7)$$

т. е. вектор \mathbf{k} направлен по движению частицы. Таким образом, волновой вектор монохроматической волны, связанной со свободно движущейся микрочастицей, пропорционален ее импульсу и тем самым обратно пропорционален длине волны.

Взаимодействие частицы с некоторым объектом — кристаллом, молекулой и т. п. — приводит к изменению ее движения. Соответственно меняется характер распространения связанной с частицей волны, причем это происходит согласно принципам, общим для всех волновых явлений. Поэтому основные геометрические закономерности дифракции частиц весьма схожи, а часто просто совпадают с закономерностями распространения и дифракции любых волн — радиоволн у земной поверхности, звуковых волн в твердых телах, света на дифракционных решетках, рентгеновских лучей в кристаллах и т. п.

Работа 1.1.

Экспериментальная проверка уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и определение постоянной Планка

В работе исследуется зависимость фототока от величины задерживающего потенциала и частоты падающего излучения, что позволяет вычислить величину постоянной Планка.

Испускание электронов фотокатодом, облучаемым светом, называется внешним *фотоэлектрическим эффектом* или кратко *фотоэффектом*. Это явление хорошо объясняется фотонной теорией света. Взаимодействие монохроматического света с веществом можно описывать как взаимодействие с веществом частиц, называемых фотонами, которые обладают энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar\omega/c$. При столкновении фотона с электроном фотокатода энергия фотона полностью передается

электрону, и фотон прекращает свое существование^{*)}). Энергетический баланс этого взаимодействия для вылетающих электронов описывается уравнением

$$\hbar\omega = E_{\max} + W, \quad (1)$$

где E_{\max} — максимальная кинетическая энергия электрона после выхода из фотокатода, W — работа выхода электрона из катода. Реально энергетический спектр вылетевших из фотокатода электронов непрерывен — он простирается от нуля до E_{\max} . Вопрос о том, чем определяется распределение электронов по энергии, мы рассмотрим позже.

Для измерения энергии вылетевших фотоэлектронов вблизи фотокатода обычно располагается второй электрод (анод), на который подается задерживающий ($V < 0$) или ускоряющий ($V > 0$) потенциал. При достаточно больших ускоряющих напряжениях фототок достигает насыщения (рис. 1): все испущенные электроны попадают на анод. При задерживающих потенциалах на анод попадают лишь электроны, обладающие достаточно большой кинетической энергией, в то время как медленно движущиеся электроны заворачиваются полем и возвращаются на катод. При некотором значении $V = -V_0$ (потенциал запирания) даже наиболее быстрые фотоэлектроны не могут достичь анода.

Максимальная кинетическая энергия E_{\max} электронов связана с запирающим потенциалом V_0 очевидным соотношением

$$E_{\max} = eV_0.$$

Подставляя это соотношение в равенство (1), мы получаем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$eV_0 = \hbar\omega - W. \quad (2)$$

Рассмотрим более подробно вопрос о том, чем определяется максимальная энергия электронов E_{\max} и распределение фотоэлектронов по энергии.

Вначале рассмотрим металл, в котором электроны, как это хорошо известно, могут легко перемещаться в объеме кристалла под действием

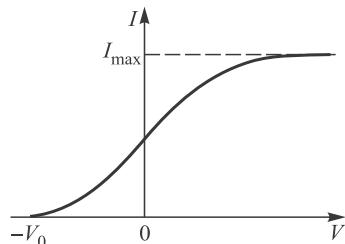


Рис. 1. Зависимость фототока от напряжения на аноде фотоэлемента

^{*)} Фотон не может быть поглощен свободным электроном, так как этот процесс не удовлетворяет одновременно законам сохранения энергии и импульса. При соударениях фотона с электроном, находящимся в кристаллической решетке, закон сохранения импульса не нарушается, так как «лишний» импульс может быть передан решетке.

электрического поля. Вполне естественно предположить, что электроны проводимости — это бывшие валентные электроны атомов металла, так как именно они наиболее слабо связаны с атомом. Их поведение хорошо описывается моделью свободных электронов, в рамках которой считается, что электроны образуют в металле так называемый электронный газ. Границы кристалла при этом представляют собой своеобразные стенки, ограничивающие объем, занимаемый газом, аналогично тому, как стенки замкнутого сосуда ограничивают объем, занимаемый самым настоящим (а не модельным электронным) газом.

Квантовая механика внесла в модель свободных электронов, развитую еще в начале XX века, необходимые корректизы, связанные прежде всего с законом распределения электронов по энергии. Поэтому фотоэлектронная эмиссия — это существенно квантовое явление, в котором его «участники» — и光子ы, и электроны — в полной мере проявляют свою квантовую природу.

Согласно квантовой механике энергия частицы, находящейся в потенциальной яме, может принимать только дискретный ряд значений. Естественно, эта закономерность справедлива и для электронов в металле, но расстояние между разрешенными уровнями энергии электронов в твердом теле столь мало, а число уровней столь велико, что говорят об образовании зоны разрешенных значений энергии электронов в металле (зоны проводимости*). Спин (собственный угловой момент) электрона равен $1/2$, такие частицы называются фермионами и подчиняются они принципу Паули. Согласно принципу Паули в одном квантовом состоянии могут находиться не более двух электронов (с противоположными направлениями спинов), а это в нашем случае означает, что электроны проводимости не будут находиться все на дне потенциальной ямы, а будут по очереди заполнять разрешенные уровни энергии от $E = 0$ (дно зоны проводимости) до некоторой максимальной E_F , называемой энергией Ферми. Схематически эта ситуация изображена на рис. 2. Еще раз подчеркнем что, число электронов проводимости в металле очень велико, оно равно числу атомов, если каждый атом отдает один валентный электрон. Величина энергии Ферми определяется концентрацией электронов и составляет несколько электрон-вольт, тогда как тепловая энергия электронов соответствует примерно 25 мэВ. Поэтому ролью термически возбужденных электронов можно пренебречь и считать, что температура металла равна абсолютному нулю.

Уровень Ферми обязательно расположен ниже энергии электронов в вакууме, так как для извлечения электронов из металла в вакуум нужно затратить энергию на преодоление работы выхода. Элементарная оценка величины работы выхода может быть проведена методом зеркальных изображений. Когда электрон выходит из металла, металл

*) Подробно зонная структура твердых тел рассмотрена в разделе XI.

заряжается положительно; сила, которая будет при этом действовать на электрон, может быть вычислена как сила взаимодействия между электроном и его «зеркальным изображением» в металле. Иными словами, можно считать, что электрон, находящийся на расстоянии x см над поверхностью, индуцирует положительный заряд e , расположенный на глубине x см под поверхностью металла. «Изображение» притягивает

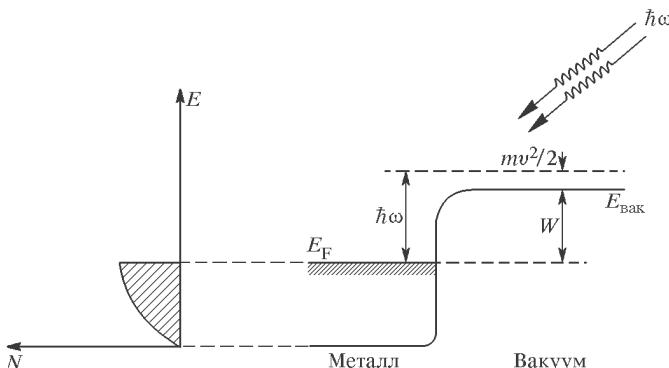


Рис. 2. Представление твердого тела в виде потенциальной ямы, в которой находится электронный газ. Для простоты считается, что в металле есть только электроны проводимости. Слева показана функция распределения электронов в металле по энергиям (число электронов с заданными значениями энергии) при $T = 0$ К (занятые состояния заштрихованы), $E_{\text{вак}}$ — уровень энергии электрона, покоящегося в вакууме, E_F — энергия Ферми, W — работа выхода

электрон к поверхности с силой, равной $e^2/(4x^2)$. Таким образом, получается, что энергия, которую нужно затратить, чтобы удалить электрон от металла на бесконечное расстояние, равна e^2/r_0 , где r_0 — величина порядка межатомных расстояний. Эту энергию можно принять за работу выхода W .

Таким образом, для того чтобы перевести электрон из металла в вакуум, нужно затратить энергию, т. е. совершив работу. Минимальная работа, как видно из рис. 2, совершается при переводе электрона в вакуум с уровня Ферми. Однако, если энергия кванта света больше работы выхода, то фотоэффект может происходить и с более низко расположенных по энергии уровнях, и потому выходящие из металла фотоэлектроны будут иметь разброс по энергии.

Распределение электронов по уровням энергии в полупроводниках резко отличается от их распределения в металлах. При нуле температур в полупроводниках внешние валентные электроны полностью заполняют зону разрешенных значений энергии (она поэтому и называется валентной зоной), а в более высоко расположенной зоне разрешенных значений (зоне проводимости), отделенной от валентной зоны

областью запрещенных значений энергии (щелью), их нет. Поэтому полупроводники очень плохо проводят электричество, сделать это могут только электроны, попавшие в зону проводимости за счет теплового возбуждения, либо иным способом, например, за счет возбуждения светом.

На рис. 3 схематически представлены основные энергетические характеристики границы полупроводник–вакуум, определяющие процесс фотоэмиссии (сравните с рис. 2). Разность энергий между верхним краем (потолком) валентной зоны E_v и нижним краем (дном) зоны проводимости E_c называется шириной запрещенной зоны Δ , а разность между краем зоны проводимости E_c и уровнем энергии $E_{\text{вак}}$, отвечающим покоящемуся электрону в вакууме, — электронным сродством χ . Для того чтобы свет мог выбить электрон из полупроводника, минимальная энергия кванта (работа выхода) должна превышать пороговое значение $\hbar\omega_{\min}$:

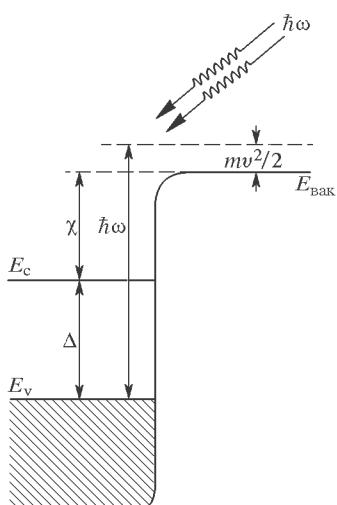
$$W = \hbar\omega_{\min} = \Delta + \chi.$$

Существенной характеристикой фотоэффекта служит квантовый выход, определяемый как число эмитированных поверхностью вещества электронов, деленное на число падающих на поверхность фотонов. У металлов квантовый выход, как правило, мал, и обусловлено это прежде всего тем, что в основном свет просто отражается поверхностью. В полупроводниках основную роль при фотоэмиссии играет поглощение света в объеме материала. Двигаясь к поверхности, фотовозбужденные электроны могут рас-

Рис. 3. Энергетические характеристики границы полупроводник–вакуум: E_c — дно зоны проводимости, E_v — потолок валентной зоны, Δ — ширина запрещенной зоны, χ — электронное сродство; занятые электронные состояния заштрихованы

тратить часть своей энергии из-за взаимодействия с другими электронами, примесями. Это, с одной стороны, уменьшает квантовый выход, так как электроны могут потерять значительную часть первоначальной энергии и уже не будут способны преодолеть поверхностный барьер, а с другой стороны, приводит к дополнительному по отношению к фотоэлектронам из металла разбросу вылетевших электронов по энергии.

Если бы толщина фоточувствительного слоя (фотокатода) фотоэлемента была очень малой (порядка десятка ангстрем), то зависимость фототока от запирающего напряжения V имела бы очень резкий край,



соответствующий напряжению $V_0 = mv_0^2/2$, где v_0 — скорость вылетающих фотоэлектронов. Однако реально зависимость фототока I от V имеет вид, показанный на рис. 1, т. е. наблюдается плавное уменьшение фототока с ростом запирающего напряжения.

Такое поведение тока связано с тем, что толщина чувствительного слоя обычно выбирается равной пробегу фотонов и в нем содержится от сотен до тысячи атомных слоев. Это означает, что фотоэлектроны возникают практически равномерно по всей толщине слоя и при своем дальнейшем движении в этом слое они испытывают многоократное упругое рассеяние на атомах материала фотослоя.

Чтобы определить величину запирающего напряжения, нам надо правильно экстраполировать получаемую токовую зависимость к нулю, т. е. определить, какова функциональная зависимость $I(V)$. Расчет для простейшей геометрии — плоский катод, освещаемый светом, и параллельный ему анод — приводит к зависимости

$$\sqrt{I} \propto (V_0 - V), \quad (3)$$

т. е. корень квадратный из фототока линейно зависит от запирающего напряжения (см. Приложение к этой работе). Эта зависимость хорошо описывает экспериментальные данные.

В работе изучается зависимость фототока из фотодатчика от величины задерживающего потенциала V для различных частот света ω , лежащих в видимой области спектра. С целью экспериментальной проверки уравнения Эйнштейна определяются потенциалы запирания V_0 при разных частотах света и строится зависимость $V_0(\omega)$, которая, как это следует из (2), должна иметь вид

$$V_0(\omega) = (\hbar\omega - W)/e. \quad (4)$$

Потенциал запирания V_0 для любого катода линейно зависит от частоты света ω . По наклону прямой на графике $V_0(\omega)$ (рис. 4) можно определить постоянную Планка:

$$\frac{dV_0}{d\omega} = \frac{\hbar}{e}. \quad (5)$$

Как показывает формула (5), угол наклона прямой $V_0(\omega)$ не зависит от рода вещества, из которого изготовлен фотокатод. От рода вещества, однако, зависит величина фототока, работа выхода W и форма кривой $I(V)$ (рис. 1). Все это определяет выбор пригодных для опыта катодов.

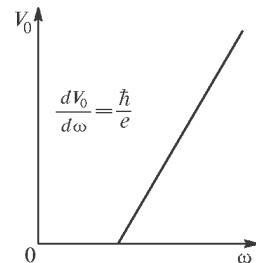


Рис. 4. Зависимость запирающего потенциала от частоты света

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 5. Свет от источника S (обычная электрическая лампа накаливания) с помощью конденсора фокусируется на входную щель призменного монохроматора УМ-2, выделяющего узкий спектральный интервал, и попадает на катод фотоэлемента $\Phi\mathcal{E}$.

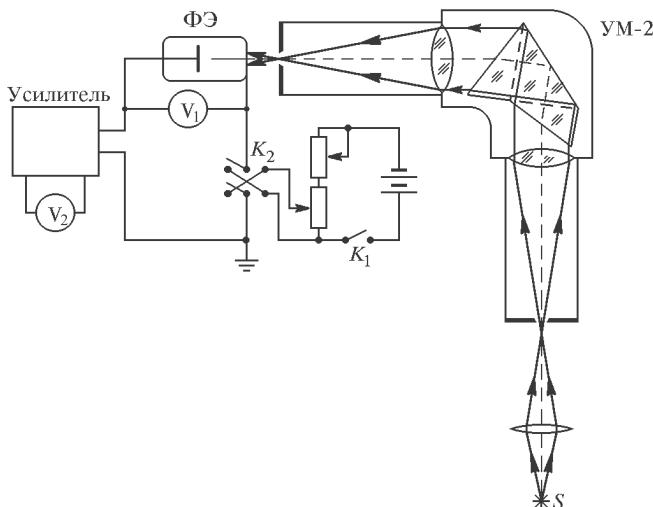


Рис. 5. Принципиальная схема экспериментальной установки

Фотоэлемент конструктивно представляет собой откачанный до высокого вакуума стеклянный баллон диаметром 25 мм и высотой 30 мм. Внутри баллона расположены два электрода: фотокатод и анод. Фотокатод представляет собой тонкую пленку металла, легированного элементами Na, K, Sb и Cs и расположенного на массивной металлической пластине. Анод фотоэлемента выполнен в виде пояса тонкой пленки, осажденной на внутренней части боковой поверхности вверху баллона. Такое расположение фотокатода и анода обеспечивает наиболее полный сбор на аноде электронов, эмитированных фотокатодом. Фотокатод и анод имеют вплавленные в стекло колбы никелевые выводы для подключения к внешней схеме. Такой фотоэлемент обладает спектральной чувствительностью в области длин волн от 300 до 850 нм. Наибольшая чувствительность $\Phi\mathcal{E}$ лежит в области от 400 до 500 нм.

Фототок, протекающий в фотоэлементе, мал, особенно при потенциалах V , близких к V_0 , и не может быть измерен непосредственно. Для его измерения используется усилитель постоянного тока. Для уменьшения погрешностей измерений, обусловленных наводками, усилитель фототока смонтирован в одном корпусе с $\Phi\mathcal{E}$. Абсолютные значения

фототока нам не нужны, поэтому он измеряется в относительных единицах цифровым вольтметром V_2 , подключенным к выходу усилителя. Эти показания пропорциональны величине измеряемого тока. Тормозящий потенциал регулируется при помощи двух потенциометров «Грубо» и «Плавно», установленных на корпусе блока питания установки. Изменение тормозящего потенциала осуществляется с помощью цифрового вольтметра V_1 .

Контактная разность потенциалов между катодом и анодом мешает точному определению величины V_0 , но не оказывает влияния на определение постоянной Планка, которая выражается через производную $dV_0/d\omega$.

Задание

1. Убедитесь, что входная щель ФЭ закрыта. *Держать открытой щель ФЭ на свету категорически воспрещается!*

2. Включите блок питания установки.

3. Используя окуляр, проведите градуировку барабана монохроматора УМ-2 по спектру неоновой лампы. Для идентификации линий воспользуйтесь фотографией спектральной картины, имеющейся на столе установки.

4. После проведения градуировки монохроматора замените окуляр на ФЭ. При закрытом входе монохроматора (флажок стоит в положении «Закрыто») ручкой «Установка нуля» установите показания вольтметра на ноль. При закрытом входе монохроматора показания вольтметра должны оставаться на нуле, т. е. усилитель не должен регистрировать темновой ток. Если, однако, показания вольтметра заметно отличаются от нуля, то либо на фотокатод попадает посторонний свет, либо имеется неисправность в электрических цепях. Проводить измерения в этом случае не имеет смысла, нужно устранить неисправность.

5. Установите ширину входной и выходной щелей монохроматора около 0,3 мм. Включите электрическую лампу осветителя. Перемещением конденсорной линзы и лампы добейтесь яркого и равномерного освещения входной щели монохроматора. (Подробное описание процедуры настройки УМ-2 приведено в пункте в) задания к работе 11.2 на с. 349.)

6. Откройте вход монохроматора. Перемещаясь по спектру, выберите длину волны света, при которой наблюдается максимальная величина фототока. Подстройте ширину щелей монохроматора так, чтобы показания вольтметра не превышали 0,6 В. При дальнейшей работе ширину щелей желательно не изменять.

7. С помощью потенциометров «Грубо» и «Плавно» подробно исследуйте зависимость показаний тока от величины тормозящего потенциала для нескольких значений длин волн. Особенно аккуратно нужно проводить измерения вблизи потенциала запирания. Для нахождения величины запирающего потенциала постройте, согласно формуле (3),

полученные данные в координатах (\sqrt{I}, V) и определите величину запирающего потенциала путем экстраполяции проведенной по измеренным точкам кривой до ее пересечения с осью абсцисс. Оцените ошибку в определении величины запирающего потенциала и необходимые диапазон измерения фототока и число измерений для получения корректных результатов.

8. Используя данную методику, определите потенциалы запирания для 10–12 значений длин волн в диапазоне 540 \div 700 нм.

9. Постройте график зависимости $V_0(\omega)$. По графику определите постоянную Планка и сравните найденное значение с табличным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988, § 1.

2. Белонучкин В. Б., Заикин Д. А., Ципенюк Ю. М. Основы физики. Т. II. — М.: Физматлит, 2007. Гл. 2, 9.

Приложение

Рассмотрим простейшую геометрию — плоский катод, освещаемый светом, и параллельный ему анод. Ось z направим от катода к аноду, угол ϑ отсчитываем от этого направления. Потенциал катода считаем нулевым, потенциал на аноде $\varphi = -V < 0$. При освещении катода светом из него вылетают в разных направлениях электроны с разными скоростями v — от нулевой до некоторой максимальной v_m , для нахождения которой имеем уравнение Эйнштейна $mv^2/2 = \hbar\omega - W$.

Если к аноду приложить достаточно большое задерживающее напряжение V_0 (называемое потенциалом запирания), удовлетворяющее равенству $eV_0 = mv_m^2/2$, то все электроны, вылетевшие с катода, заворачиваются полем и, не достигнув анода, возвращаются на катод. Если же приложить к аноду задерживающее напряжение $V < V_0$, то лишь часть электронов, вылетевших с катода, достигнет анода. Это относится даже к электронам, вылетевшим с катода с максимальной скоростью v_m ; даже эти электроны не должны вылетать под слишком большими углами ϑ к поверхности катода, для них еще должно выполняться неравенство

$$\vartheta \leqslant \vartheta_m, \quad (6)$$

где угол ϑ_m определяется очевидным условием

$$eV = \frac{mv_m^2 \cos^2 \vartheta_m}{2}. \quad (7)$$

Что касается других электронов, то при $V < V_0$ до анода будут долетать лишь электроны, вылетевшие с катода со скоростями в некотором интервале скоростей

$$v_m < v < v_m, \quad (8)$$

где

$$v_m = v_{\min}, \quad (9)$$

$$eV = \frac{mv_m^2}{2}. \quad (10)$$

При этом электроны, имеющие вблизи катода скорость $v = v_m$, могут долететь до анода лишь при условии, что они летят к нему перпендикулярно, т. е. если

$$\vartheta = 0. \quad (11)$$

Даже в этом случае при подлете к аноду их скорость обратится в нуль.

Рассмотрим случай, когда $V < V_0$, но при этом

$$V \simeq V_0, \quad (12)$$

т. к. нас интересует зависимость тока от задерживающего напряжения V вблизи значения V_0 . При этом для скоростей мы имеем аналогичное приближенное равенство

$$v_m \simeq v_m. \quad (13)$$

Конечно, всегда $v_m < v_m$, но мы интересуемся очень узким интервалом скоростей $v_m < v < v_m$.

Рассмотрим электроны со скоростями v в этом узком интервале, вылетающие из катода под разными углами ϑ . Из них до анода долетят лишь те, которые вылетают с катода под достаточно малыми углами ϑ , т. е.

$$\vartheta \leq \vartheta_m, \quad (14)$$

где

$$eV = \frac{mv^2 \cos^2 \vartheta_m}{2}. \quad (15)$$

Кроме того, вследствие близости значений V и V_0 справедливо сильное неравенство

$$\vartheta_m \ll 1. \quad (16)$$

Именно по причине сильного неравенства (16) оказывается не важен разброс по углам вылета электронов с катода — все углы ϑ очень малы.

Из (15) разложение в ряд Тейлора дает

$$\cos^2 \vartheta_m = \frac{2eV}{mv^2} \rightarrow \left(1 - \frac{\vartheta_m}{2}\right)^2 \simeq \frac{2eV}{mv^2} \rightarrow 1 - \vartheta_m \simeq \frac{2eV}{mv^2},$$

или

$$\vartheta_m \simeq 1 - \frac{2eV}{mv^2}. \quad (17)$$

Для электронов, вылетающих с катода с максимальной скоростью v_M , аналогично находим

$$\vartheta_M \simeq 1 - \frac{2eV}{mv_M^2} \simeq 1 \simeq \frac{V}{V_0}. \quad (18)$$

Полное число электронов N_K , вылетающих со всего катода в единицу времени, представим в виде

$$\frac{dN_K}{dt} = \int_{v_m}^{v_M} \frac{dn_K(v)}{dt} dv; \quad (19)$$

размерности в этом выражении таковы: $[dN_K/dt] = 1/c$, $[dn_K/dt] = = c^{-1}(cm/c)^{-1}$.

Вследствие узости интервала скоростей $v_m < v < v_M$ считаем в интеграле (19), что

$$\frac{dn_K}{dt} \simeq \text{const}, \quad (20)$$

т. е. нам не важна конкретная зависимость dn_K/dt .

С учетом того, что плотность тока от катода к аноду пропорциональна z -компоненте скорости электронов, т. е.

$$v_z \propto \cos \vartheta, \quad (21)$$

запишем выражение для тока в виде

$$\begin{aligned} I &\propto \int_{v_m}^{v_M} \frac{dn_K(v)}{dt} dv \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\vartheta_m} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \\ &= 2\pi \int_{v_m}^{v_M} \frac{dn_K(v)}{dt} dv \int_0^{\vartheta_m} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \end{aligned} \quad (22)$$

Ток (22) считаем приближенно пропорциональным полному числу электронов, вылетающих с катода в единицу времени, $\int_{v_m}^{v_M} dn_K(v)/dt dv$ и телесному углу $\Delta\Omega_M$ для электронов с максимальной скоростью v_M . С учетом малости углов ϑ ($\cos \vartheta \simeq 1$, $\sin \vartheta \simeq \vartheta$) и приближенного равенства (20) имеем

$$\Delta\Omega_M = 2\pi \int_0^{\vartheta_M} \sin \vartheta d\vartheta \simeq 2\pi \int_0^{\vartheta_M} \vartheta d\vartheta \propto \vartheta_M^2. \quad (23)$$

Таким образом, мы получаем, что

$$I \propto \int_{v_m}^{v_M} \frac{dn_K(v)}{dt} dv \cdot \Delta\Omega_M \propto e \int_{v_m}^{v_M} \frac{dn_K}{dt} dv \cdot \vartheta_M^2 \simeq e \left(\frac{dn_K}{dt} \right) (v_M - v_m) \cdot \vartheta_M^2, \quad (24)$$

причем $v_m = \sqrt{2eV_0/m}$, $v_m = \sqrt{2eV/m}$, $\vartheta_m^2 \simeq 1 - \frac{2eV}{mv_m^2} = 1 - \frac{V}{V_0}$. Отсюда

$$I \propto e \frac{dn_k}{dt} \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} \left(\sqrt{V_0} - \sqrt{V} \right)^2. \quad (25)$$

Пусть $V = V_0 - \Delta V$ ($0 < \Delta V \ll V_0$). Тогда согласно (25) имеем

$$I \propto e \frac{dn_k}{dt} \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} \left(\sqrt{V_0} - \sqrt{V_0 - \Delta V} \right)^2 \simeq e \frac{dn_k}{dt} \sqrt{\frac{2e}{mV_0}} \frac{(\Delta V)^2}{V_0}, \quad (26)$$

или окончательно

$$I \propto (\Delta V)^2 = (V_0 - V)^2, \quad (27)$$

т. е.

$$\sqrt{I} \propto (V_0 - V). \quad (28)$$

Итак, как следует из полученной формулы, квадратный корень из фототока линейно зависит от запирающего напряжения.

Работа 1.2. Исследование эффекта Комптона

С помощью сцинтилляционного спектрометра исследуется энергетический спектр γ -квантов, рассеянных на графите. Определяется энергия рассеянных γ -квантов в зависимости от угла рассеяния, а также энергия покоя частиц, на которых происходит комптоновское рассеяние.

Рассеяние γ -лучей в веществе относится к числу явлений, в которых особенно ясно проявляется двойственная природа излучения. Волновая теория, хорошо объясняющая рассеяние длинноволнового излучения, испытывает трудности при описании рассеяния рентгеновских и γ -лучей. Эта теория, в частности, не может объяснить, почему в составе рассеянного излучения, измеренного Комптоном, кроме исходной волны с частотой ω_0 появляется дополнительная длинноволновая компонента, отсутствующая в спектре первичного излучения.

Появление этой компоненты легко объяснимо, если считать, что γ -излучение представляет собой поток квантов (фотонов), имеющих энергию $\hbar\omega$ и импульс $p = \hbar\omega/c$. Эффект Комптона — увеличение длины волны рассеянного излучения по сравнению с падающим — интерпретируется как результат упругого соударения двух частиц: γ -кванта (фотона) и свободного электрона.

Рассмотрим элементарную теорию эффекта Комптона. Пусть электрон до соударения покоялся (его энергия равна энергии покоя mc^2), а γ -квант имел начальную энергию $\hbar\omega_0$ и импульс $\hbar\omega_0/c$. После соударения электрон приобретает энергию γmc^2 и импульс γmv , где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$, а γ -квант рассеивается на некоторый угол θ по от-

ношению к первоначальному направлению движению. Энергия и импульс γ -кванта становятся соответственно равными $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_1/c$ (рис. 1).

Запишем для рассматриваемого процесса законы сохранения энергии и импульса:

$$mc^2 + \hbar\omega_0 = \gamma mc^2 + \hbar\omega_1,$$

$$\frac{\hbar\omega_0}{c} = \gamma mv \cos \varphi + \frac{\hbar\omega_1}{c} \cos \theta,$$

$$\gamma mv \sin \varphi = \frac{\hbar\omega_1}{c} \sin \theta.$$

Решая совместно эти уравнения и переходя от частот ω_0 и ω_1 к длинам волн λ_0 и λ_1 , нетрудно получить, что изменение длины волны рассеянного излучения равно

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) = \Lambda_k(1 - \cos \theta), \quad (1)$$

где λ_0 и λ_1 — длины волн γ -кванта до и после рассеяния, а величина

$$\Lambda_k = \frac{h}{mc} = 2,42 \cdot 10^{-10} \text{ см}$$

называется комптоновской длиной волны электрона. Из формулы (1) следует, что комптоновское смещение не зависит ни от длины волны первичного излучения, ни от рода вещества, в котором наблюдается

рассеяние. В приведенном выводе электрон в атоме считается свободным. Для γ -квантов с энергией в несколько десятков, а тем более сотен килоэлектрон-вольт, связь электронов в атоме, действительно, мало существенна, так как энергия их связи в легких атомах не превосходит нескольких килоэлектрон-вольт, а для большинства электронов еще меньше.

При рассеянии на связанных электронах изменение импульса кванта воспринимается атомом в целом. Поскольку масса ато-

ма очень велика, передача импульса не сопровождается сколь-нибудь заметной передачей энергии, и наблюдается несмещенная (по энергии) компонента в спектре рассеянного излучения. Таким образом, рассеяние γ -квантов на связанных электронах можно рассматривать как упругое столкновение квантов с атомами. В классике такое рассеяние называется рэлеевским и рассматривается как процесс, при котором связанные электроны атома приходят в резонансное колебание под действием падающего излучения, а затем сами излучают фотоны той же частоты. При рассеянии квантов не очень высокой энергии ($1 \div 10$ кэВ) часть электронов ведет себя, как свободные, а часть — как связанные. Оба типа рассеяния при этом наблюдаются одновременно.

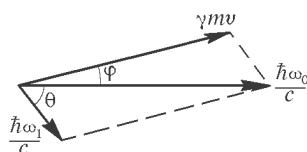


Рис. 1. Векторная диаграмма рассеяния γ -кванта на электроне

При увеличении атомного номера Z рассеивателя сечение рэлеевского рассеяния растет как Z^2 , тогда как сечение комптоновского рассеяния на атоме пропорционально Z . Это происходит по следующей причине. При комптоновском рассеянии каждый электрон атома ведет себя независимо от других, поскольку рассеяние в этом случае происходит на каком-либо одном из атомных электронов. При рэлеевском рассеянии фотонны излучаются всеми (или почти всеми) электронами атомной оболочки, колеблющимися синфазно. Их излучение когерентно, так что складываются амплитуды, а не интенсивности излученных волн электронов.

Сечения комптоновского и рэлеевского рассеяний по-разному зависят и от энергии фотонов. С увеличением энергии сечение рэлеевского рассеяния уменьшается очень быстро, а сечение комптоновского рассеяния — незначительно.

Это различие в энергетической зависимости комптоновского σ_k и рэлеевского σ_p сечений рассеяний показано на рис. 2. Обратите внимание на то, что при рассеянии на углероде рентгеновских квантов с энергией ≈ 20 кэВ (как это было в эксперименте Комптона) σ_k порядка σ_p , и поэтому наблюдаются две линии — смешенная и несмешенная. В то же время при рассеянии на углероде фотонов с энергией ≈ 600 кэВ (которые используются в данной работе) $\sigma_k \gg \sigma_p$, и поэтому наблюдается только смешенная компонента. Сечение рэлеевского рассеяния на атоме, при уменьшении длины волны уменьшается пропорционально λ^2 вследствие интерференции излучения, рассеченного от различных участков распределения.

В заключение укажем, что кроме рассеяния γ -кванты испытывают в среде поглощение, вызываемое фотоэффектом и рождением электрон-позитронных пар. Процесс рождения пар пороговый, он возможен лишь при энергии γ -квантов больше $2mc^2 = 1,02$ МэВ и в рассматриваемом энергетическом диапазоне не происходит. При фотоэффекте из атома выбивается электрон, а квант поглощается. Импульс кванта делится между вылетевшим электроном и атомом, а его энергия частично передается электрону, а частично тратится на возбуждение атома. Атом практически мгновенно (за время порядка 10^{-8} с) возвращается в нормальное состояние. Его энергия возбуждения либо излучается в виде

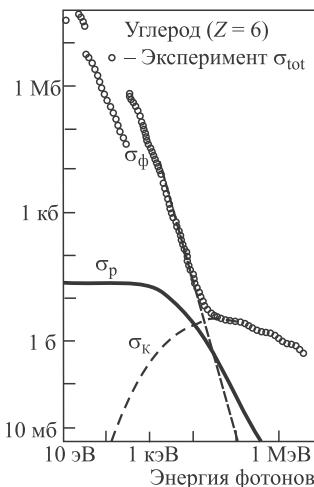


Рис. 2. Сечение взаимодействия фотонов с углеродом ($Z = 6$) при энергиях фотона от 10 эВ до 1 МэВ; σ_ϕ — сечение фотоэффекта, σ_p — сечение рэлеевского рассеяния, σ_k — сечение комптоновского рассеяния; σ_{tot} — полное сечение взаимодействия фотонов с ядром углерода

мягкого фотона, либо передается какому-нибудь другому электрону, который покидает атом (Оже-эффект). И в том, и в другом случае энергия возбуждения обычно поглощается соседними атомами рассеивателя.

Основной целью данной работы является проверка соотношения (1). Применительно к условиям нашего опыта формулу (1) следует преобразовать от длин волн к энергии γ -квантов. Как нетрудно показать, соответствующее выражение имеет вид

$$\frac{1}{\varepsilon(\theta)} - \frac{1}{\varepsilon_0} = 1 - \cos \theta. \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon_0 = E_0/(mc^2)$ — выраженная в единицах mc^2 энергия γ -квантов, падающих на рассеиватель, $\varepsilon(\theta)$ — выраженная в тех же единицах энергия квантов, испытавших комптоновское рассеяние на угол θ , m — масса электрона.

Экспериментальная установка

Блок-схема установки изображена на рис. 3. Источником излучения 1 служит ^{137}Cs , испускающий γ -лучи с энергией 662 кэВ. Он помещен в толстостенный свинцовый контейнер с коллиматором. Сформированный коллиматором узкий пучок γ -квантов попадает на графитовую мишень 2 (цилиндр диаметром 40 мм и высотой 100 мм).

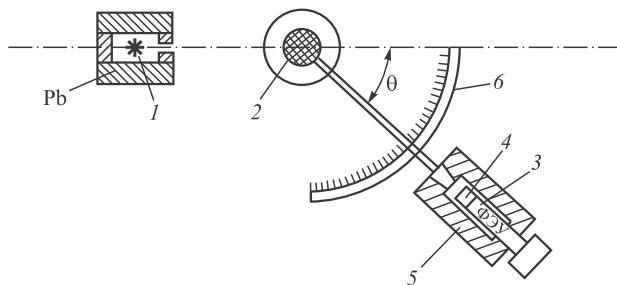


Рис. 3. Блок-схема установки по изучению рассеяния γ -квантов

Кванты, испытавшие комптоновское рассеяние в мишени, регистрируются сцинтилляционным счетчиком, принцип работы которого рассмотрен в работе 5.3. Счетчик состоит из фотоэлектронного умножителя 3 (далее ФЭУ) и сцинтиллятора 4*). Сцинтиллятором служит кристалл $\text{NaI}(\text{Tl})$ цилиндрической формы диаметром 40 мм и высотой 40 мм, его выходное окно находится в оптическом контакте с фотокатодом ФЭУ. Сигналы, возникающие на аноде ФЭУ, подаются на ЭВМ для амплитудного анализа. Кристалл и ФЭУ расположены в светонепрони-

*) Подробное описание сцинтилляторов и фотоумножителей дано в Приложениях II, III.

цаемом блоке, укрепленном на горизонтальной штанге. Штанга вместе с этим блоком может вращаться относительно мишени, угол поворота отсчитывается по лимбу 6.

Головная часть сцинтилляционного блока закрыта свинцовым коллиматором 5, который формирует входной пучок и защищает детектор от постороннего излучения. Основной вклад в это излучение вносят γ -кванты, проходящие из источника 1 через 6-сантиметровые стенки защитного контейнера. Этот фон особенно заметен при исследовании комптоновского рассеяния на большие углы ($\approx 120^\circ$), когда расстояние между детектором и источником уменьшается.

На рис. 4 представлена функциональная блок-схема измерительного комплекса, который состоит из ФЭУ, питаемого от высоковольтного выпрямителя ВСВ, обеспечивающего работу ФЭУ в спектрометрическом режиме, усилителя-анализатора УА, являющегося входным интерфейсом ЭВМ, управляемой с клавиатуры КЛ. В ходе проведения эксперимента информация отражается на экране дисплея Д, окончательные результаты в виде таблиц и графиков могут быть выведены на принтер ПР.

При работе ФЭУ в спектрометрическом режиме величина выходного электрического импульса, снимаемого с анода ФЭУ, пропорциональна энергии регистрируемого γ -кванта.

Световая вспышка в сцинтилляторе вызывается не самими γ -квантами, а образующимися в кристалле под действием γ -квантов электронами. Процесс преобразования энергии γ -кванта в определенное число фотонов на выходе сцинтиллятора состоит из трех стадий: рождение быстрых электронов, возбуждение атомов и молекул сцинтиллятора этими электронами и излучение световых фотонов возбужденными атомами и молекулами. Существуют три механизма взаимодействия

γ -квантов с веществом: комптоновское рассеяние, фотоэффект и рождение электрон-позитронных пар (в нашем случае этот механизм не реализуется, так как энергия γ -квантов не превосходит порог рождения пар 1,02 МэВ). Во всех этих случаях в веществе появляется быстрый электрон, который за счет кулоновского взаимодействия эффективно возбуждает на своем пути атомы и молекулы. Число возбужденных центров пропорционально энергии электрона.

Только при фотоэффекте γ -квант целиком поглощается атомом, а один из электронов внутренней оболочки — чаще всего K-оболочки — выбрасывается за пределы атома, унося всю переданную γ -квантам энергию и теряя ее затем в кристалле. В результате амплитуда све-

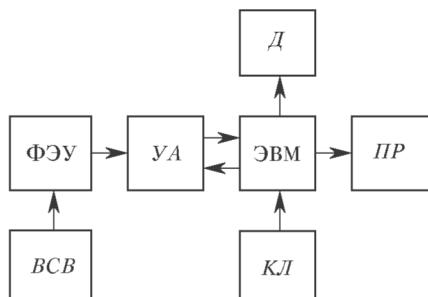


Рис. 4. Блок-схема измерительного комплекса

товых вспышек оказывается пропорциональной полной энергии первичных γ -квантов. Вероятность фотоэффекта зависит от атомного номера поглотителя приблизительно как Z^5 (см. раздел V). Поэтому в γ -спектрометрах обычно применяют сцинтилляторы, содержащие тяжелые элементы (в нашем случае йод). Комптоновское рассеяние γ -квантов в кристалле происходит на слабосвязанных электронах. При этом электрону передается только часть энергии γ -кванта, а оставшаяся часть уносится рассеянным γ -квантом.

Таким образом, под действием монохроматического излучения на выходе ФЭУ возникает распределение электрических импульсов, показанное на рис. 5. В амплитудном распределении импульсов имеется так называемый фотопик, возникающий в результате фотоэффекта, и обязанное комптоновскому рассеянию сплошное распределение. Часто

фотопик называется также пиком полного поглощения, его положение однозначно связана с энергией регистрируемого γ -излучения.

Нас будет интересовать положение (номер канала) вершины этого пика в зависимости от угла поворота детектора. Ширина фотопика является аппаратурной, а не истинной, и зависит от характеристик конкретного кристалла и фотоумножителя, используемых в данной работе. Для опре-

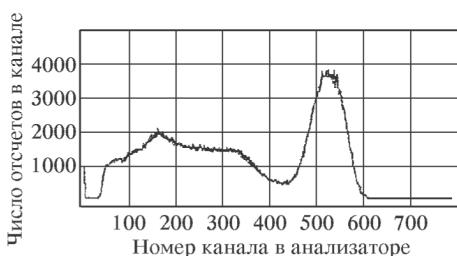


Рис. 5. Амплитудное распределение импульсов, возникающих под действием монохроматических γ -квантов в сцинтилляторе NaI(Tl)

деления энергии γ -квантов нужно исследовать кривую распределения энергетических потерь в кристалле, т. е. распределение по амплитуде электрических импульсов на выходе ФЭУ. Такое распределение измеряется в данной работе с помощью компьютера, работающего в режиме амплитудного анализатора.

При регистрации γ -квантов под углом 0° (в прямом пучке) в спектре излучения присутствуют только γ -кванты первичной энергии (662 кэВ). При увеличении угла регистрируется рассеянное излучение, сдвинутое в соответствии с формулой (1) в область меньших энергий. Следует подчеркнуть, что (как было показано выше) при достаточно большой энергии γ -квантов ($E_\gamma \gtrsim mc^2$), как это имеет место в нашем случае, вероятность рэлеевского рассеяния очень мала и в наблюдаемом спектре рассеяния отсутствует несмешенная линия. При дальнейшем увеличении угла фотопик все дальше отходит от положения фотопика, соответствующего первичному излучению, и все сильнее размывается.

Слева от фотопика после большого провала начинается непрерывный спектр комптоновских электронов. Этот фон сохраняется при любом угле рассеяния и мешает определению фотопика рассеянных γ -квантов,

однако его положение легко идентифицируется при рассмотрении всех зарегистрированных спектров.

Регистрация поступающих после ФЭУ импульсов происходит следующим образом. Усилитель-анализатор УА каждому приходящему на его вход импульсу ставит в соответствие с его амплитудой число i от 0 до 1023, а затем ЭВМ прибавляет единицу в i -ю ячейку памяти. Таким образом, в памяти компьютера происходит накопление числа пришедших импульсов в соответствии с их амплитудой. На каждое преобразование затрачивается около 20 мкс, в течение этого времени система «не чувствует» приходящие от ФЭУ импульсы — это мертвое время счетной аппаратуры. Таким образом, за одну секунду может быть зафиксировано не более 50 тысяч импульсов. При помощи специальной программы содержание всех 1024 ячеек памяти периодически выводится на экран дисплея в виде гистограммы, по оси абсцисс которой откладывается амплитуда анализируемого импульса (номер канала), а по оси ординат — число импульсов заданной амплитуды (в данном канале). Точность определения положения фотопика составляет примерно 1%.

Обработка результатов

Заменим в формуле (2) энергию квантов, испытавших комптоновское рассеяние на угол θ , номером канала $N(\theta)$, соответствующего вершине фотопика при указанном угле θ . Обозначая буквой A неизвестный коэффициент пропорциональности между $\varepsilon(\theta)$ и $N(\theta)$, найдем:

$$\frac{1}{N(\theta)} - \frac{1}{N(0)} = A(1 - \cos\theta). \quad (3)$$

Представим экспериментальные результаты в виде графика, откладывая по оси абсцисс $(1 - \cos\theta)$, а по оси ординат — $1/N(\theta)$. Согласно формуле (3) экспериментальные точки должны лежать на одной прямой. Пересечение этой прямой с осью ординат определяет наилучшее значение $N_{\text{наил}}(0)$. Это значение учитывает не только непосредственно измеренную величину $N(0)$, но и измерения, сделанные под другими углами, а пересечение линии с прямой $\cos\theta = 0$ позволяет найти наилучшее значение $N_{\text{наил}}(90)$. Сравнение результатов опыта с теоретическими оценками позволяет не только проверить правильность формулы, определяющей зависимость энергии от угла рассеяния, но и найти энергию покоя частиц, на которых происходит комптоновское рассеяние (по нашему предположению — электронов). Для этого снова обратимся к формуле (2). Возвращаясь от переменной ε к энергии E , мы получаем, что при $\theta = 90^\circ$ формула (2) принимает вид

$$mc^2 \left(\frac{1}{E(90)} - \frac{1}{E(0)} \right) = 1,$$

или

$$mc^2 = E(0) \frac{E(90)}{E(0) - E(90)} = E_\gamma \frac{N(90)}{N(0) - N(90)}. \quad (4)$$

В этой формуле $E(0) = E_\gamma$ — энергия электронов, рассеянных вперед, — просто равна энергии γ -лучей, испускаемых источником (в нашем случае ^{137}Cs). Кроме того, мы учили, что номер канала, соответствующий фотопику, пропорционален энергии γ -кванта.

Как ясно из ранее сказанного, в формулу (4) лучше подставить значения $N_{\text{наил}}(0)$ и $N_{\text{наил}}(90)$, полученные с помощью графика, а не взятые непосредственно из эксперимента. Это позволяет уменьшить роль случайных погрешностей эксперимента, которые могут быть вызваны, например, колебаниями напряжения, существенно влияющими на величину коэффициента усиления ФЭУ и электронных схем.

Задание

1. Включите все измерительные устройства и компьютер.
2. Запустите программу и войдите в режим измерения спектра (подробное описание работы с программой есть на рабочем месте).
3. Проверьте функционирование установки в этом режиме при малом времени экспозиции (порядка 1 минуты):
 - а) снимите спектр при $\theta = 0^\circ$;
 - б) установите угол $\theta \approx 30^\circ$ и снова снимите спектр, убедитесь в том, что фотопик смещается влево, в сторону меньших энергий;
 - в) научитесь определять положение фотопиков (номер канала) на экране дисплея.
4. Установившая сцинтилляционный счетчик под разными углами θ к первоначальному направлению полета γ -квантов и вводя значения этих углов в ЭВМ, снимите амплитудные спектры и определите положения фотопиков для каждого значения угла θ ; измерения нужно провести с шагом около 10° в диапазоне от 0° до 120° . Следует учесть, что с увеличением угла интенсивность рассеянных γ -лучей заметно уменьшается, поэтому понадобятся более длительные экспозиции.
5. Введите в компьютер полученные величины $(\theta, N(0), N(\theta))$. С помощью записанной в компьютер программы на экране дисплея можно видеть, насколько экспериментальные результаты соответствуют уравнению (3).
6. Используя экспериментальные результаты, постройте график (формула (3)), откладывая по оси абсцисс величину $1 - \cos\theta$, а по оси ординат величину $1/N(\theta)$ и ее ошибку. Проведите через полученные точки наилучшую прямую.
7. С помощью графика и формулы (4) определите энергию покоя частицы, на которой происходит комптоновское рассеяние первичных γ -квантов. Какова точность полученного результата и чем она определяется?

ЛITERATURA

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. 1.
2. Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика. — М.: Физматкнига, 2006. §§ 5.4, 6.5.

Работа 1.3.

Изучение рассеяния медленных электронов на атомах (эффект Рамзауэра)

Исследуется энергетическая зависимость вероятности рассеяния электронов атомами ксенона, определяются энергии электронов, при которых наблюдается «просветление» ксенона, и оценивается размер его внешней электронной оболочки.

К. Рамзауэр в 1921 г. исследовал зависимость поперечных сечений упругого рассеяния электронов (с энергией до 10 эВ) на атомах аргона. В результате этих исследований было обнаружено явление, получившее название *эффекта Рамзауэра*.

Напомним, как вводится понятие эффективного сечения реакции. Эффективное сечение реакции (иногда его называют поперечным сечением или просто сечением реакции) — это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение σ равно отношению числа N таких переходов в единицу времени к плотности nv потока рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т. е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости v (n — плотность числа падающих частиц)

$$\sigma = \frac{N}{nv}. \quad (1)$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков электрон-вольт на аргоне показан на рис. 1. По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет, как это и следует из очень простых рассуждений: чем меньше скорость электрона, тем медленнее он «проскаивает» мимо атома, тем больше время взаимодействия электронов с атомом и, тем самым, больше вероятность этого взаимодействия, т. е. сечение реакции. Однако в эксперименте наблюдалось, что при энергиях меньше 16 эВ сечение начинает уменьшаться, а при $E \approx 1$ эВ практически равно нулю, т. е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать.

Последующие опыты показали, что это удивительное поведение поперечного сечения свойственно не только атомам аргона, но и атомам

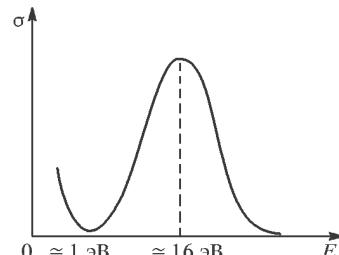


Рис. 1. Качественная картина результатов измерения упругого рассеяния электронов в аргоне

всех инертных газов. Такое поведение электронов нельзя объяснить с позиций классической физики.

Объяснение этого эффекта потребовало учета волновой природы электронов, что во времена становления квантовой механики в значительной степени способствовало укреплению новых физических взглядов на микромир. Схема эксперимента Рамзауэра показана на рис. 2.

Пучок электронов, вылетая из накаленного катода K , проходит ускоряющую разность потенциалов V , приложенную между катодом и элек-

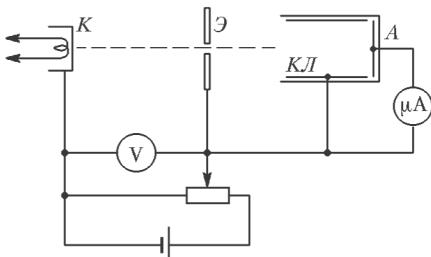


Рис. 2. Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах

тродом \mathcal{E} , и приобретает тем самым энергию $E = mv^2/2 = eV$. При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах, уходит в сторону и собирается коллектором $K\mathcal{L}$, а прошедшие без рассеяния электроны попадают на анод A и создают анодный ток I . Ток I пропорционален числу прошедших электронов, и поэтому непосредственно характеризует проницаемость газа для электронного пучка в зависимости от его скорости (ускоряющего напряжения). Согласно клас-

тическим взглядам с ростом напряжения V , как указывалось выше, сечение рассеяния уменьшается, и ток должен монотонно возрастать.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит иначе. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона U отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной v' в соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U, \quad (2)$$

а значит, изменяется и длина его волны де Броиля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}. \quad (3)$$

Решение задачи о рассеянии электрона на сферической потенциальной яме достаточно громоздко, поэтому мы для качественного анализа вопроса рассмотрим более грубую модель: будем считать, что электрон рассеивается на одномерной потенциальной яме конечной глубины. Форму реального потенциала для качественных оценок можно считать прямоугольной. Модель прямоугольной потенциальной ямы является хорошим приближением для атомов тяжелых инертных газов, отличающихся наиболее компактной структурой и резкой внешней границей.

Решение задачи о прохождении частицы с энергией E над потенциальной ямой шириной l и глубиной U_0 (рис. 3) можно найти во многих учебниках.

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \quad \text{где } k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} & - \text{ в областях I и III;} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} & - \text{ в области II.} \end{cases} \quad (4)$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением

$$D = \frac{16k_1^2 k_2^2}{16k_1^2 k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 l)} , \quad (5)$$

или

$$D^{-1} = 1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{4k_1^2 k_2^2} \sin^2(k_2 l) = 1 + \frac{U_0^2}{4E(E + U_0)} \sin^2(k_2 l). \quad (6)$$

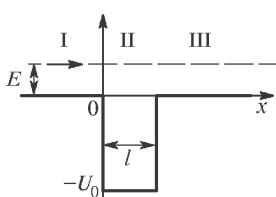


Рис. 3. Схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией E

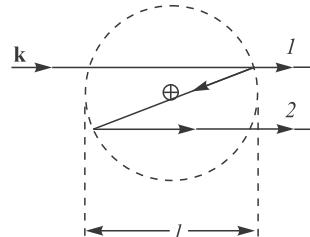


Рис. 4. Схема интерференции волн де Броиля при рассеянии на атоме

Мы видим, что коэффициент прохождения частицы над ямой имеет в зависимости от ее энергии, ряд чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если $k_2 l = \pi$, то $\sin k_2 l = 0$ и коэффициент прохождения равен единице, т. е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики.

Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимальен при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (7)$$

Это условие легко получить, рассматривая интерференцию электронных волн де Броиля в атоме. Движущемуся электрону соответствует

волна де Бройля, длина которой определяется соотношением $\lambda = h/mv$. Если кинетическая энергия электрона невелика, то $E = mv^2/2$ и $\lambda = h/\sqrt{2mE}$. При движении электрона через атом длина волны де Бройля становится меньше и равна $\lambda' = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$, где U_0 — глубина атомного потенциала. При этом, как показано на рис. 4, волна де Бройля отражается от границ атомного потенциала, т. е. от поверхности атома, и происходит интерференция прошедшей через атом волны 1 и волны 2, отраженной от передней и задней границы атома (эти волны когерентны).

Прошедшая волна 1 усилится волной 2, если геометрическая разность хода между ними $\Delta = 2l = \lambda'$, что соответствует условию первого интерференционного максимума, т. е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}. \quad (8)$$

Здесь E_1 — энергия электрона, соответствующая этому условию, которое естественно, совпадает с условием (7), следующим из решения уравнения Шредингера.

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$ (условие первого интерференционного минимума), т. е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}}. \quad (9)$$

Решая совместно эти два уравнения (8, 9), можно исключить U_0 и найти эффективный размер атома l

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}}. \quad (10)$$

Понятно, что энергии E_1 и E_2 соответствуют энергиям электронов, прошедших разность потенциалов V_1 и V_2 , т. е. $E_1 = eV_1$ и $E_2 = eV_2$.

Из формул (8) и (9) можно также по измеренным величинам E_1 и E_2 рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1. \quad (11)$$

Экспериментальная установка

В данной работе для изучения эффекта Рамзауэра используется тиратрон ТГ3-01/1.3Б, заполненный инертным газом. Схематическое изображение тиратрона и его конструкция приведены на рис. 5.

Электроны, эмитируемые катодом тиратрона, ускоряются напряжением V , приложенным между катодом и ближайшей к нему сеткой. Затем электроны рассеиваются на атомах инертного газа (ксенона). Все

сетки 1, 2, 3 соединены между собой и имеют одинаковый потенциал, примерно равный потенциальному анода 6. Поэтому между первой сеткой 1 и анодом практически нет поля. Рассеянные электроны отклоняются в сторону и уходят на сетку, а оставшаяся часть электронов достигает анода и создает анодный ток I_a . Таким образом, поток электронов $N(x)$ на расстоянии x от ускоряющей сетки (т. е. число электронов, проходящих через поперечное сечение лампы в точке x в единицу времени) уменьшается с ростом x от начального значения N_0 у катода (в точке $x = 0$) до некоторого значения N_a у анода (в точке $x = L$).

Рассмотрим теперь, какова должна быть реальная вольт-амперная характеристика (ВАХ) тиратрона. Выделим в газе на расстоянии x от катода тонкий слой с площадью поперечного сечения S и толщиной dx (см. рис. 5). Этот слой содержит $dN = n_a S dx$ атомов газа (n_a — концентрация атомов газа в лампе). Суммарная рассеивающая поверхность этих атомов (суммарное эффективное сечение рассеяния) $\Delta = \nu \Delta_a$, где Δ_a — площадь поперечного сечения атома. Обозначим через dN убыль потока электронов в результате прохождения слоя dx , тогда $dN/N(x)$ есть доля рассеянных электронов, или вероятность рассеяния в слое. Для рассеяния электрона в слое необходимо выполнение двух независимых событий — электрон должен «наткнуться» в слое на атом, и, кроме того, должен на этом атоме рассеяться. Следовательно, вероятность $dN/N(x)$ рассеяния электрона в слое равна произведению двух вероятностей — вероятности для электрона в слое dx встретить атом газа (она равна Δ/S — доли площади поперечного сечения слоя, перекрываемого атомами) и вероятности рассеяния на атоме $w(V)$:

$$-\frac{dN}{N(x)} = \frac{\Delta}{S} w(V) = n_a \Delta_a w(V) dx. \quad (12)$$

Интегрируя это соотношение от 0 до L и заменяя поток электронов на ток $I = Ne$, получаем уравнение ВАХ:

$$I_a = I_0 e^{-Cw(V)}, \quad C = L n_a \Delta_a, \quad (13)$$

где $I_0 = e N_0$ — ток катода, $I_a = e N_a$ — анодный ток.

Согласно классическим представлениям сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом V (обратно пропорцио-

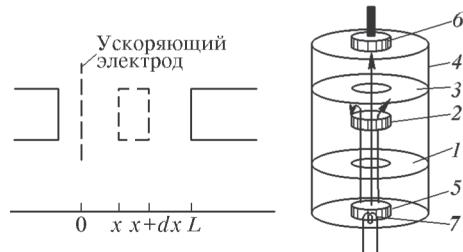


Рис. 5. Схематическое изображение тиратрона (слева) и его конструкция (справа): 1, 2, 3 — сетки; 4 — внешний металлический цилиндр; 5 — катод; 6 — анод; 7 — накаливающая спираль

нально скорости электрона, т. е. обратно пропорционально квадратному корню из его энергии), а значит, ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как это показано на рис. 6а. По квантовым соображениям вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рис. 6б.

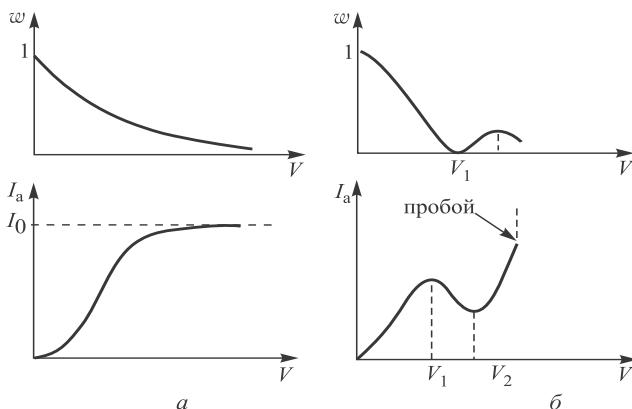


Рис. 6. Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении

Согласно формуле (13) по измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения

$$w(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_a(V)}{I_0}. \quad (14)$$

Задание

Схема установки для изучения эффекта Рамзауэра приведена на рис. 7.

Реально удается надежно наблюдать лишь один (первый, при $n = 1$) минимум в сечении рассеяния электронов и следующий за ним максимум. Дело в том, что уже при $n = 2$ напряженность поля становится столь велика, что с большой вероятностью происходит ионизация атомов и возникает пробой тиратрона. Поэтому измерения проводятся при пониженных величинах накала тиратрона. Кроме того, как показывает расчет, с ростом n глубина минимума резко уменьшается, что приводит к не столь ярко выраженному эффекту «просветления» газа.

1. Подключите схему к сети переменного тока 220 В (частота 50 Гц).
2. Вначале напряжение накала поставьте на уровне 2–2,5 В, осциллограф должен работать в режиме внешней развертки.
3. Плавно увеличивая подаваемое от генератора на тиратрон напряжение, наблюдайте визуально вольт-амперную характеристику тиратрона

на, на которой должны быть отчетливо видны характерные точки (максимумы и минимумы), связанные с проявлением эффекта Рамзауэра, и пробой газа. Проанализируйте появляющиеся на ней особенности.

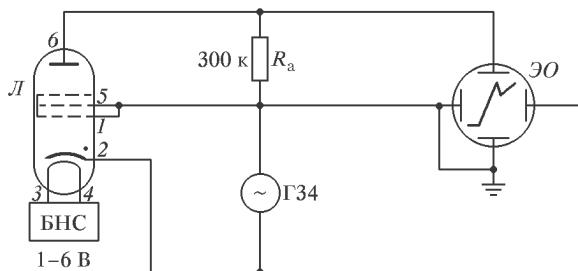


Рис. 7. Схема включения тиратрона (L), модулирующего переменного напряжения и осциллографа ($\mathcal{E}O$) для изучения эффекта Рамзауэра. БНС — стабилизированный блок накала электрода; цифрами обозначены номера ножек лампы

4. Поднесите к лампе постоянный магнит. Магнитное поле «обостряет» эффект Рамзауэра, так как оно отклоняет любой электрон, испытавший упругое столкновение. Убедитесь, что это влияние зависит от ориентации магнита относительно оси тиратрона.

5. Проведите измерения ВАХ тиратрона при 2–3 значениях напряжения накала катода. На основе формулы (14) найдите зависимость вероятности рассеяния электрона от энергии и постройте соответствующий график.

6. Геометрические размеры тиратрона таковы, что напряжение пробоя практически совпадает с потенциалом ионизации. Поэтому по результатам измерений напряжения пробоя можно определить, каким газом наполнен тиратрон (ионизационный потенциал аргона равен 15,8 эВ, криптона — 14 эВ, ксенона — 12,1 эВ).

7. Оцените размер электронной оболочки атома этого газа и сравните его с табличным значением. Рассчитайте эффективную глубину потенциальной ямы атома.

8. Оцените, при каких напряжениях должны появляться максимумы в коэффициенте прохождения электронов для $n = 2, 3, 4$ и сравните полученные величины с наблюдаемыми особенностями на ВАХ тиратрона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 5. Ч. 1. Атомная и ядерная физика. — М.: Физматлит, 2009. § 18.
2. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. § 9.
3. Белонучкин В. Е., Заикин Д. А., Ципенюк Ю. М. Основы физики. Т. II. — М.: Физматлит, 2007. Гл. 3, 4.

РАЗДЕЛ II

ДИСКРЕТНОСТЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

Классическая и квантовая частицы в потенциальной яме. Согласно классической физике движение частицы происходит лишь в ограниченной области пространства (финитно), если она находится в потенциальной яме, определяемой физической природой взаимодействия частиц. Иными словами, потенциальная яма есть область, в которой на частицу действует сила притяжения. Термин «потенциальная яма» происходит от вида графика, изображающего зависимость потенциальной энергии частицы от координат, и применяется как в классической, так и в квантовой теории. Основное свойство потенциальной ямы — удерживать частицу, энергия которой меньше глубины ямы; такая частица внутри потенциальной ямы будет находиться в связанном состоянии.

Связанное состояние — это состояние системы частиц, при котором относительное движение частиц происходит в ограниченной области пространства (является финитным) в течение длительного времени по сравнению с характерными для данной системы периодами. В природе существует огромное число связанных систем: от звездных скоплений и макроскопических тел до микрообъектов — молекул, атомов, ядер.

В классической механике попавшая в потенциальную яму частица с энергией меньше глубины ямы не сможет из нее выйти и будет двигаться внутри ямы; положение частицы на дне ямы отвечает устойчивому равновесию и соответствует нулевой кинетической энергии. Если же энергия частицы превышает глубину потенциальной ямы, то частица преодолевает действие сил притяжения и свободно покидает яму. Примером может служить движение упругого шарика, находящегося в поле сил земного притяжения, в обычной яме с жесткими стенками (рис. 2.1).

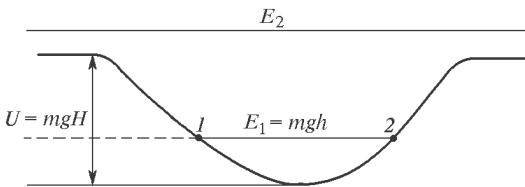


Рис. 2.1. Шарик массой m с энергией $E_1 < U$ не может покинуть потенциальную яму глубиной $U = mgH$ (здесь g — ускорение силы тяжести, а H — высота ямы (обычной), в которую попал шарик), и будет совершать колебания между точками 1 и 2 (если пренебречь трением), поднимаясь лишь до высоты $h = E_1/mg$. Если же энергия шарика $E_2 > U$, то он покинет яму и уйдет на бесконечность с постоянной скоростью v , определяемой из соотношения $mv^2/2 = E_2 - U$

В отличие от классической механики, в квантовой механике энергия, которой может обладать частица, находящаяся в потенциальной яме в связанном состоянии, принимает не непрерывные, а дискретные значения, причем наименьший (основной) уровень лежит выше дна ямы. Действительно, вследствие квантово-механического соотношения неопределенностей между координатой x и импульсом p частицы $\Delta p \Delta x \simeq \hbar$ локализация частицы вблизи минимума потенциала ($\Delta x \rightarrow 0$) приводит к большому значению средней кинетической энергии частицы (из-за большого разброса в значениях импульса $\Delta p \simeq \hbar/\Delta x$). С другой стороны, уменьшение степени локализации частицы ($\Delta x \neq 0$) приводит к увеличению средней потенциальной энергии, так как частица проводит значительное время в области пространства, где потенциал превышает минимальное значение. Энергия основного состояния соответствует наименьшей возможной полной энергии квантово-механической системы, совместимой с соотношением неопределенностей.

Исходя из этих соображений, легко оценить энергию основного состояния частицы в прямоугольной яме шириной a с бесконечными стенками. В данном случае $\Delta x \simeq a$, а потому импульс частицы $p = \Delta p \simeq \hbar/a$. Если отсчитывать, как это принято, энергию частицы от дна ямы, ее минимальная энергия будет равна

$$E = \frac{p^2}{2m} \simeq \frac{\hbar^2}{2ma^2}. \quad (2.1)$$

Это означает, что основное состояние частицы в яме будет соответствовать не дну ямы, как в классике, когда $E = 0$, а определяться выражением (2.1). Разность между энергией основного состояния квантово-механической системы и энергией, соответствующей минимуму потенциала системы, называется *нулевой энергией*. Наличие нулевой энергии — это общее свойство связанных (т. е. расположенных в ограниченной области пространства) систем микрочастиц. Система не может перейти в состояние с энергией меньше нулевой энергии без изменения своей структуры.

Чтобы найти возможные (разрешенные) уровни энергии частицы в заданном потенциале, надо решить стационарное уравнение Шредингера, которое в одномерном случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi. \quad (2.2)$$

Физический смысл имеют лишь конечные, однозначные, непрерывные и гладкие решения этого уравнения. В соответствии с граничными условиями в одномерной потенциальной яме с бесконечными стенками возможные уровни энергии частицы определяются соотношением

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

Как видно, частица, «запертая» в потенциальной яме, может иметь только дискретные (квантованные) значения энергии, которые называются уровнями энергии частицы в заданном потенциале.

Если частица находится в прямоугольной потенциальной яме с одной из стенок конечной высоты U_0 , то минимальное значение ее энергии (нулевая энергия) равно

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}. \quad (2.4)$$

Стационарные уровни в такой яме возникают лишь в том случае, если $E < U_0$, т. е. при условии

$$U_0 a^2 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m}. \quad (2.5)$$

В левой части этого неравенства стоят параметры потенциальной ямы, а в правой — только масса частицы и универсальные константы. Если полученное нами условие не выполнено (потенциальная яма слишком узкая или слишком мелкая), в ней не помещается ни одного энергетического уровня. Иными словами, это значит, что несмотря на то, что потенциал является для частицы притягивающим, связанного состояния не образуется. Такая ситуация встречается довольно часто. Например, силы взаимодействия между двумя нейtronами являются силами притяжения, однако ядра, состоящего из двух нейтронов (бинейтрон), в природе не существует.

Все сказанное о связанном состоянии частицы в одномерной яме с одной бесконечной стенкой (при $x = 0$) относится и к трехмерной яме, ибо именно в сферически симметричной трехмерной конечной яме получается точно такое же уравнение.

А вот в одно- и двумерной ямах (в которых поле есть функция только от одной или двух координат) всегда имеются уровни отрицательной энергии, т. е. даже при условии

$$|U| \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}. \quad (2.6)$$

Так, например, в сколь угодно мелкой одномерной яме шириной a и глубиной U энергия связанного состояния равна

$$E = \frac{mU^2 a^2}{2\hbar^2} \ll U. \quad (2.7)$$

Задача об уровнях энергии в одномерной и двумерной ямах не является чисто академической, а имеет практические приложения. Например, в длинных нитях движение квазидвумерное, в пленках — квазидвумерное.

Следует отметить еще одно отличие классического и квантового поведения частицы в потенциальной яме. Согласно квантовой механике

частица, находящаяся в потенциальной яме со «стенками» конечной толщины (типа кратера вулкана), в результате туннельного эффекта может покинуть потенциальную яму даже в том случае, если ее энергия меньше высоты стенок потенциальной ямы. В таком случае говорят, что уровни энергии частицы являются *квазистационарными*, так как частица «живет» в таком состоянии конечное время. О таких уровнях также говорят как о *метастабильных*. Все уровни частицы в потенциале со стенками конечной толщины имеют конечную ширину, зависящую, естественно, от энергии состояния и формы потенциала.

Форма потенциальной ямы и ее размеры (глубина и ширина), определяемые физической природой взаимодействия частиц, могут быть различными. Два частных случая формы потенциальных ям имеют очень большое значение в физике:

1) кулоновская потенциальная яма ($U \propto 1/r$), описывающая притяжение атомного электрона ядром;

2) потенциал гармонического осциллятора ($U = kx^2/2$), являющийся одной из моделей ядерного потенциала, а также играющий важную роль в физике твердого тела, электромагнитного излучения, колебательных спектров молекул.

Дискретность энергетических уровней микрочастицы, находящейся в потенциальной яме, отчетливо проявляется в спектрах излучения и поглощения атомов, молекул, ядер. Ярким подтверждением дискретности атомных уровней являются эксперименты по возбуждению и ионизации атомов электронным ударом, впервые проведенные в 1913 г. Д. Франком и Г. Герцем.

Работа 2.1. Опыт Франка–Герца

Методом электронного возбуждения измеряется энергия первого уровня атома гелия в динамическом и статическом режимах.

Одним из простых опытов, подтверждающих существование дискретных уровней энергии атомов, является эксперимент, известный под названием опыта Франка и Герца. Схема опыта изображена на рис. 1.

Разреженный одноатомный газ (в нашем случае — гелий) заполняет трехэлектродную лампу. Электроны, испускаемые разогретым катодом, ускоряются в постоянном электрическом поле, созданном между катодом и сетчатым анодом лампы. Передвигаясь от катода к аноду, электроны сталкиваются с атомами гелия. Если энергия электрона, налетающего на атом, недостаточна для того, чтобы перевести его в возбужденное состояние (или ионизовать), то возможны только упругие соударения, при которых электроны почти не теряют энергии, так как их масса в тысячи раз меньше массы атомов.

По мере увеличения разности потенциалов между анодом и катодом энергия электронов увеличивается и, в конце концов, оказывается достаточной для возбуждения атомов. При таких — неупругих — столкновениях кинетическая энергия налетающего электрона передается одному из атомных электронов, вызывая его переход на свободный энергетический уровень (возбуждение) или совсем отрывая его от атома (ионизация).

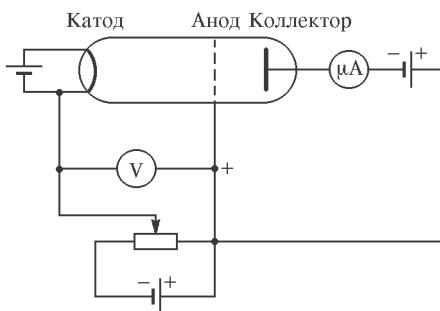


Рис. 1. Схема опыта Франка и Герца

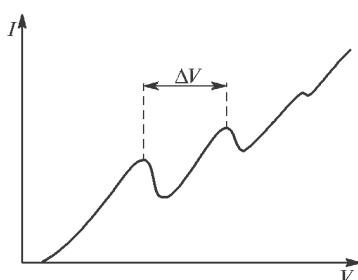


Рис. 2. Схематический вид зависимости тока коллектора от напряжения на аноде

Третьим электродом лампы является коллектор. Между ним и анодом поддерживается небольшое задерживающее напряжение (потенциал коллектора меньше потенциала анода). Ток коллектора, пропорциональный числу электронов, попадающих на него за секунду, измеряется микроамперметром.

При увеличении потенциала анода ток в лампе вначале растет, подобно тому как это происходит в вакуумном диоде (рис. 2). Однако, когда энергия электронов становится достаточной для возбуждения атомов, ток коллектора резко уменьшается. Это происходит потому, что при неупругих соударениях с атомами электроны почти полностью теряют свою энергию и не могут преодолеть задерживающего потенциала (около 1 В) между анодом и коллектором. При дальнейшем увеличении потенциала анода ток коллектора вновь возрастает: электроны, испытавшие неупругие соударения, при дальнейшем движении к аноду успевают набрать энергию, достаточную для преодоления задерживающего потенциала.

Следующее замедление роста тока происходит в момент, когда часть электронов неупруго сталкивается с атомами два раза: первый раз посередине пути, второй — у анода и т. д. Таким образом, на кривой зависимости тока коллектора от напряжения анода имеется ряд максимумов и минимумов, отстоящих друг от друга на равные расстояния ΔV ; эти расстояния равны энергии первого возбужденного состояния.

При тщательной постановке опыта можно увидеть и тонкую структуру кривой спада тока, содержащую ряд минимумов, соответствующих возбуждению других уровней и ионизации атома гелия. Для этого нужны лампы специальной конструкции. В нашей постановке опыта эта тонкая структура не видна.

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на рис.3. Для опыта используется серийная лампа ионизационного манометра ЛМ-2,

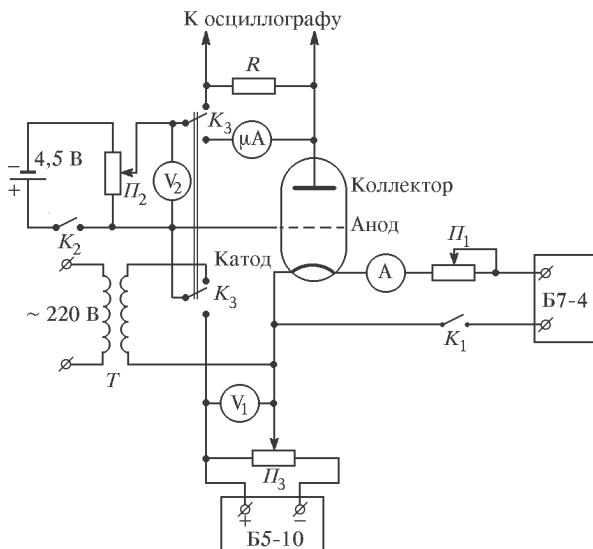


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

заполненная гелием до давления $\simeq 1$ Тор. Источником электронов является вольфрамовый катод, нагреваемый переменным током. Напряжение накала подается от стабилизированного источника питания Б7-4. Ток накала контролируется амперметром А. Источник Б7-4 включается в цепь тумблером K_1 .

В качестве анода используется двойная спираль, окружающая катод. Роль коллектора играет полый металлический цилиндр, соосный с катодом и анодом.

Ускоряющее напряжение подается на анод от выпрямителя Б5-10. Величина этого напряжения регулируется потенциометром P_3 и измеряется вольтметром V_1 . Источник задерживающего потенциала — батарея КБСЛ (4,5 В) — включается ключом K_2 , величина потенциала регулируется потенциометром P_2 и измеряется вольтметром V_2 . Ток в цепи коллектора регистрируется микроамперметром.

Схему можно переключать из статического режима измерений в динамический режим с помощью ключа K_3 . На рис. 3 две части сдвоенного ключа K_3 изображены отдельно. При динамическом режиме работы ускоряющий потенциал подается с понижающего трансформатора T (220/50 В), а ток коллектора регистрируется осциллографом, подключенным к нагрузочному резистору R . Осциллограф следует синхронизовать от сети 50 Гц.

При определении энергии электронов по разности потенциалов между анодом и катодом следует иметь в виду, что из-за контактной разности потенциалов между катодом и анодом первый максимум не соответствует потенциальну первого возбужденного уровня. Однако контактная разность потенциалов так сдвигает все максимумы, что расстояние между ними не меняется.

Задание

1. Перед включением установки в сеть проверьте положение потенциометров P_1 , P_2 , P_3 , движки которых должны находиться в крайнем левом положении. Включите источники питания в сеть.

2. Ключом K_3 переведите схему в динамический режим измерений. Сигнал с резистора R подайте на вход осциллографа. С помощью переключателя частоты развертки установите такую скорость развертки, чтобы на экране наблюдалось полпериода колебаний с частотой $f = 50$ Гц. Ключом K_1 включите питание накала и потенциометром P_1 установите ток ≈ 1 А. При этом на экране должна наблюдаться вольт-амперная характеристика $I_k = I_k(V_a)$ лампы. Проследите за ее поведением при изменениях напряжения V_2 и тока I накала.

3. Переключатель шунта микроамперметра установите на диапазон 100 мА. Потенциометром P_3 установите разность потенциалов между катодом и анодом около 35 В и ключом K_3 переведите схему в статический режим. Потенциометром P_1 установите такой ток накала, при котором показания микроамперметра составляют 80–90% всей шкалы. Ток накала рекомендуется менять медленно, дожидаясь установления стационарного режима работы катода. После установления тока накала катода уменьшите до нуля ускоряющее напряжение.

4. Включите в цепь батарею КБСЛ ключом K_2 . Потенциометром P_2 установите задерживающий потенциал $V_2 = 2$ В. Увеличивая напряжение разгоняющего поля с помощью потенциометра P_3 , проследите за показаниями микроамперметра. Отметьте те значения напряжения, при которых наблюдается уменьшение тока.

5. Снимите зависимость $I_k = I_k(V_1)$, $V_2 = \text{const}$ для различных значений V_2 ($V_2 = 1$ В; 1,5 В; 2 В; 2,5 В; 4 В). Особенно тщательно проводите измерения в тех областях, где наблюдается уменьшение тока.

6. Постройте графики зависимости $I_k = I_k(V_1)$ при $V_2 = \text{const}$. По графикам определите энергию возбуждения первого уровня атома гелия. Оцените ошибку измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. § 14.
2. Белонучкин В. Е., Заикин Д. А., Ципенюк Ю. М. Основы физики. Т. II. — М.: Физматлит, 2007. Гл. 3, 4.

Работа 2.2.

Изучение спектров атомов водорода идейтерия

Исследуются спектральные закономерности в оптических спектрах водорода идейтерия. По результатам измерений вычисляются постоянные Ридберга для этих двух изотопов водорода, их потенциалы ионизации, изотопические сдвиги линий.

Атом водорода является простейшей атомной системой; для него уравнение Шредингера может быть решено точно. Поэтому спектр атома водорода является предметом тщательного экспериментального и теоретического исследования.

Объяснение структуры спектра излучения атомов требует знания схемы атомных энергетических уровней, что, в свою очередь, требует решения задачи о движении электрона в эффективном поле атома. Для атома водорода и водородоподобных (одноэлектронных) атомов определение энергетических уровней значительно упрощается, так как квантово-механическая задача об относительном движении электрона (заряд $-e$, масса m_e) и ядра (заряд Ze , масса M) сводится к задаче о движении частицы с эффективной массой $\mu = m_e M / (m_e + M)$ в кулоновском поле $-Ze^2/r$. Однако даже для водородоподобных атомов это решение не является простым.

Длины волн спектральных линий водородоподобного атома описываются формулой

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = RZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (1)$$

где R — константа, называемая постоянной Ридберга, а m и n — целые числа.

Формула (1) известна в спектроскопии очень давно (1885 г.). Она была найдена эмпирически и получила название обобщенной формулы Бальмера. Эта формула достаточно правильно описывает экспериментальные значения линий водорода при $R = 109\,677,6\text{ см}^{-1}$. Однако физический смысл формулы в то время был непонятен.

Для объяснения спектра атома водорода Нильс Бор в 1913 г. предложил теорию атома, в основу которой положил три постулата:

1) из всех возможных с точки зрения классической физики орбит в атоме осуществляются только некоторые стационарные орбиты,

при движении по которым, вопреки представлениям классической электродинамики, электрон не излучает энергии;

2) из всех возможных орбит в атоме осуществляются только те, для которых момент количества движения равен целому кратному величины постоянной Планка $\hbar = h/(2\pi)$ т. е.

$$L = n\hbar; \quad (2)$$

3) излучение или поглощение энергии происходит при переходе атома из одного стационарного состояния в другое, а частота излучаемого (поглощаемого) света связана с разностью энергий атома в стационарных состояниях соотношением

$$h\nu = E_2 - E_1, \quad (3)$$

где ν — частота излучаемой линии.

Использование этих постулатов с учетом кулоновского взаимодействия между ядром и электроном позволяет легко определить возможные энергетические состояния водородоподобного атома. Если считать ядро неподвижным, то эти энергетические состояния определяются выражением

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e e^4 Z^2}{h^2} \frac{1}{n^2}. \quad (4)$$

В свою очередь, знание энергетических состояний атома позволяет в соответствии с формулой (4) определить возможные частоты его излучения и объяснить наблюдаемые спектральные закономерности (см. рис. 1). Отметим, что квантово-механический расчет дает тот же результат, однако число n в этих двух подходах имеет различный смысл.

Из рис. 1 видно, что линии в спектре водорода можно расположить по сериям; для всех линий серии значение n остается постоянным, а m может принимать любые значения от $n + 1$ до ∞ .

Рис. 1. Уровни энергии атома водорода и образование спектральных серий

В данной работе изучается серия Бальмера, линии которой лежат в видимой области, и изотопический сдвиг между линиями водорода идейтерия. Для серии Бальмера $n = 2$. Величина m для первых четырех линий этой серии принимает значение 3, 4, 5, 6. Эти линии обозначаются символами H_α , H_β , H_γ , H_δ .



Рассмотрим, как можно оценить энергию основного и возбужденного состояний водородоподобного атома. Чтобы найти основное состояние квантовой системы, надо минимизировать, с учетом соотношения неопределенностей, полную энергию. Потенциальная энергия электрона равна кулоновской энергии электрона в поле ядра с зарядом Ze . Так как электрон локализован в области размером r (радиус его орбиты), то по соотношению неопределенностей его импульс $p \simeq \hbar/r$, и, следовательно, полная энергия определяется выражением

$$E = -\frac{Ze^2}{r} + \frac{\hbar^2}{2m_e r^2}. \quad (5)$$

Дифференцирование этого выражения по r приводит к следующему условию для минимального значения энергии:

$$\frac{Ze^2}{r^2} - \frac{\hbar^2}{m_e r^3} = 0, \quad (6)$$

или

$$r_b = \frac{\hbar^2}{Zm_e e^2}. \quad (7)$$

Мы получили значение боровского радиуса (радиуса первой орбиты) для электрона в поле ядра с зарядом Z . Энергию основного состояния получим, подставляя (7) в (5):

$$E = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} Z^2 = -RZ^2. \quad (8)$$

Аналогичным образом могут быть найдены энергии возбужденных состояний. Дискретные значения энергии электрона в атоме получаются из того условия, что на длине орбиты, по которой движется электрон, должно укладываться целое число волн де Броиля. Если радиус орбиты равен r , то n -му состоянию электрона соответствует условие

$$2\pi r = \lambda n \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad \text{или} \quad m_e v_n = \frac{n\hbar}{2\pi r}. \quad (9)$$

Полученное соотношение полностью совпадает со вторым постулатом Бора.

Высшие квантовые состояния имеют n узлов, так как на длине электронной орбиты укладывается n волн де Броиля. Поэтому характерная длина волны λ такого состояния будет равна $2r/n$. Для оценки энергии этого состояния выполним следующую процедуру. Пододвинем одну из потенциальных стенок так, чтобы в образовавшейся яме укладывалась лишь половина длины волны. Тем самым мы сделали потенциальную

яму, ширина которой r/n такова, что основное состояние в ней соответствует n -му состоянию в яме шириной r . Неопределенность в координате частицы будет равна r/n , что приводит к увеличению кинетических энергий этих состояний. Действительно, импульс

$$p \simeq \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{n\hbar}{r}, \quad (10)$$

а кинетическая энергия

$$T \simeq \frac{n^2 \hbar^2}{2m_e r^2}. \quad (11)$$

Аналогично тому, как была выведена формула (7), для боровского радиуса состояния с квантовым числом n мы получаем

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{Z m_e e^2}, \quad (12)$$

а энергия

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -R \frac{Z^2}{n^2}. \quad (13)$$

Мы предположили, что радиус орбиты r имеет фиксированное значение. Однако, согласно квантовой механике радиусы орбит «разбросаны» в окрестности классически устойчивой орбиты. Поэтому здесь в качестве оценки радиуса взято вполне определенное значение r , которое соответствует минимуму энергии $E(r)$. В действительности электрон может находиться с разной вероятностью на любом расстоянии от ядра. Поэтому числовой множитель в формуле (13), несмотря на то, что он получился правильным, достаточно условен, а вот зависимость от квантового числа n принципиально верна.

Еще раз подчеркнем, что полученное решение справедливо для любой «водородоподобной» системы — системы из двух частиц с противоположными зарядами, связанных лишь электростатическими силами. Это однократно ионизованный гелий He^+ , двукратно ионизованный литий Li^{++} , трехкратно ионизованный бериллий Be^{+++} и т. д. Сюда же относится и позитроний — система e^+e^- , мюонные атомы — атомы с электроном, замещенным на отрицательный мюон μ^- (масса мюона $\simeq 200m_e$).

Выше мы предполагали, что электрон в атоме движется в кулоновском потенциале неподвижного ядра. На самом деле движение электрона происходит вокруг центра масс системы, а потому энергия состояний атома зависит от приведенной массы μ системы, состоящей из электрона и ядра. Поэтому положения линий спектра водорода и дейтерия слегка различаются. Это различие носит название *изотопического сдвига*. Легко показать, что величина относительного сдвига между линиями

водорода и дейтерия определяется выражением

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{m_e}{m_p} \frac{A_D - A_H}{A_D A_H} \simeq \frac{m_e}{2M_H}, \quad (14)$$

где m_e , m_p , M_H — масса электрона, протона и атома водорода, а $A_H = 1$, $A_D = 2$ — массовые числа водорода и дейтерия.

I. Измерение длин волн спектральных линий водорода

Экспериментальная установка

Для измерения длин волн спектральных линий в работе используется стеклянно-призменный монохроматор-спектрометр УМ-2, предназначенный для спектральных исследований в диапазоне от 0,38 до 1,00 мкм.

Призменный монохроматор УМ-2. В состав прибора УМ-2 входят следующие основные части (рис. 2):

1. Входная щель 1, снабженная микрометрическим винтом 9, который позволяет открывать щель на нужную ширину. Обычная ширина щели равна 0,02–0,03 мм.

2. Коллиматорный объектив 2, снабженный микрометрическим винтом 8. Винт позволяет смещать объектив относительно щели при фокусировке спектральных линий различных цветов.

3. Сложная спектральная призма 3, установленная на поворотном столике 6. Призма 3 состоит из трех склеенных призм Π_1 , Π_2 , и Π_3 .

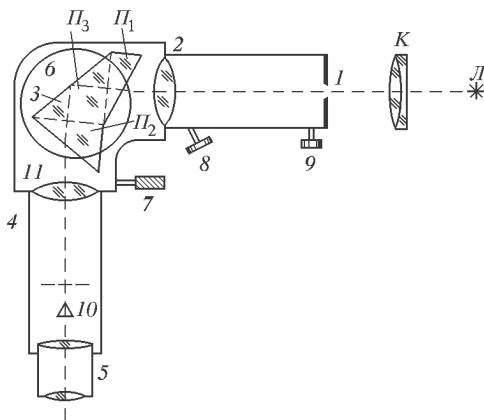


Рис. 2. Устройство монохроматора УМ-2

Первые две призмы с преломляющими углами 30° изготовлены из тяжелого флинта, обладающего большой дисперсией. Промежуточная призма Π_3 сделана из кроны. Лучи отражаются от ее гипотенузной грани и

поворачиваются на 90° . Благодаря такому устройству дисперсии призм P_1 и P_2 складываются.

4. Поворотный столик 6, вращающийся вокруг вертикальной оси при помощи микрометрического винта 7 с отсчетным барабаном. На барабан нанесена винтовая дорожка с градусными делениями. Вдоль дорожки скользит указатель барабана. При вращении барабана призма поворачивается, и в центре поля зрения появляются различные участки спектра.

5. Зрительная труба, состоящая из объектива 4 и окуляра 5. Объектив создает изображение входной щели 1 различных цветов в своей фокальной плоскости. В этой же плоскости расположен указатель 10. Изображение щели рассматривается через окуляр 5. В случае необходимости окуляр может быть заменен выходной щелью, пропускающей одну из линий спектра. В этом случае прибор служит монохроматором. В данной работе выходная щель не применяется.

6. Массивный корпус 11, предохраняющий прибор от повреждений и загрязнений.

7. Оптическая скамья, на которой могут перемещаться рейтеры с источником света L и конденсором K , служащим для концентрации света на входной щели. Источник света рекомендуется располагать на расстоянии 40–50 см от щели, а конденсор — на расстоянии 10–13 см от источника. При этом высота, отсчитываемая от оптической скамьи, для источника и конденсора должна быть приблизительно равна высоте, на которой расположена входная щель спектрометра. В этом случае проходящий через входную щель световой пучок хорошо заполняет конденсор и призму. Для яркого освещения входной щели конденсор перемещают вдоль скамьи, стремясь получить на щели изображение источника света. Изображение удобно наблюдать на белом колпачке с крестиком (таким колпачком прикрывают щель при юстировке коллиматора).

8. Пульт управления, служащий для питания источников света и осветительной системы спектрометра. На пульте имеются гнезда для подключения осветителей (3,5 В), неоновой лампы и лампы накаливания. Тумблеры, расположенные на основании спектрометра, позволяют включать лампочки осветителей шкал и указателя спектральных линий. Яркость освещения указателя регулируется реостатом.

При подготовке УМ-2 к наблюдениям особое внимание следует обращать на тщательную фокусировку, чтобы указатель 10 и спектральные линии имели четкие, ясные границы. Фокусировка производится в следующем порядке. Перемещая окуляр, следует получить резкое изображение остряя указателя 10. Осветив входную щель прибора ртутной лампой, нужно найти одну из спектральных линий и получить ее резкое изображение при помощи микрометрического винта 8. Подробное описание процедуры фокусировки приведено в пункте в) задания к работе 11.2 на с. 349. При проведении измерений в другой части спектра эта операция по фокусировке должна проводиться вновь.

Для отсчета положения спектральной линии ее центр совмещается с острием указателя. Отсчет проводится по делениям барабана. Для уменьшения ошибки ширину входной щели делают по возможности малой (0,01–0,02 мм по микрометрической шкале). Для наблюдения самых слабых линий в крайней фиолетовой области щель приходится несколько расширять (до 0,03–0,05 мм). Глаз лучше замечает слабые линии в движении, поэтому при наблюдении полезно слегка поворачивать барабан в обе стороны от среднего положения.

Спектрометр УМ-2 нуждается в предварительной градуировке. Для градуировки в коротковолновой части спектра удобно применять ртутную лампу ПРК-4, а в длинноволновой и средней части спектра — неоновую лампу. Таблицы спектральных линий ртути и неона с визуальной оценкой их относительной интенсивности приведены в Приложении V.

Градуировочную кривую следует строить в крупном масштабе на листе миллиметровой бумаги. По оси x откладываются градусные деления барабана, а по оси y — длины волн соответствующих линий. Иногда при построении графика некоторые экспериментальные точки оказываются смещенными от плавной кривой. Чаще всего такие «выбросы» свидетельствуют о неправильной расшифровке наблюдаемой картины спектральных линий (главным образом, для неона). В этом случае необходимо более внимательно сопоставить картину с таблицей и внести в градуировочный график необходимые исправления.

Водородная лампа. В опытах по измерению длин волн бальмеровской серии источником света служит водородная трубка Н-образной формы, питаемая от катушки Румкорфа. Наибольшая яркость спектра достигается в том случае, когда источником света служит торец горизонтальной части трубы (капилляра).

Для увеличения яркости интересующих нас линий атомарного водорода в состав газа, которым заполняют трубку при ее изготовлении, добавляют пары воды. Молекулы воды в электрическом разряде разлагаются, образуя атомарный водород. Трубка заполняется газом до давления 5–10 Тор.

Следует отметить, что в спектре водородной лампы наряду с линиями атомного спектра наблюдается также спектр молекулярного водорода. Однако интенсивность молекулярных линий значительно слабее, и отождествление ярких атомных линий на фоне молекулярного спектра не представляет большого труда. Начинать поиск атомных линий нужно с наиболее интенсивной красной линии H_{α} . Вторая линия, H_{β} — зелено-голубая. В промежутке между этими линиями располагаются несколько красно-желтых и зеленых сравнительно слабых молекулярных полос. Третья линия, H_{γ} — фиолетово-синяя. Четвертая линия, H_{δ} — фиолетовая, и найти ее удается не всегда.

Задание

1. Проградуируйте спектрометр УМ-2 по спектрам ртути и неона. Постройте градуировочный график.

2. Измерьте положение линий H_α , H_β , H_γ и H_δ (если эта линия видна) и с помощью калибровочного графика определите их длины волн.

3. Убедитесь в том, что отношение длин волн водородных линий соответствует формуле (1).

4. Для каждой из наблюдаемых линий водорода вычислите значение постоянной Ридберга R_H , определите ее среднее значение по всем измерениям и оцените погрешность измерения. Сравните результаты опыта с расчетным значением R_H .

II. Измерение изотопического сдвига между линиями водорода идейтерия

Экспериментальная установка

Изотопический сдвиг между линиями водорода идейтерия невелик, поэтому для его обнаружения и измерения нужен спектральный прибор с более высокой разрешающей силой и большей дисперсией, чем УМ-2. В работе используется отражательная дифракционная решетка, а измерения ведутся с помощью гониометра.

Оптическая схема установки показана на рис. 3.

Источником света 1 является водородно-дейтериевая лампа ДВС-25. Лампа представляет собой стеклянный баллон со вплавленными электродами — катодом и анодом. Посередине анода проделано небольшое

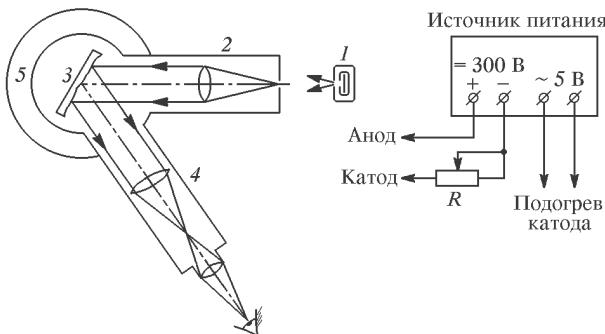


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

круглое отверстие для вывода света из области разряда. Катод лампы подогревается переменным током с напряжением 5 В. На анод подается постоянное напряжение 300 В. Оба напряжения вырабатываются в специальном источнике питания. Величина тока, протекающего через лампу, регулируется реостатом R .

Для снятия дисперсионной кривой $\beta(\lambda)$ отражательной решетки используется неоновая лампа, которая питается от сети переменного тока с напряжением 220 В.

Измерение углов между спектральными линиями производится с помощью гониометра Г-1,5. Гониометр состоит из следующих основных узлов: зрительной трубы 4, коллиматора 2, основания и столика 5. На столике гониометра установлена дифракционная решетка 3. Зрительная труба и коллиматор имеют одинаковую конструкцию. В фокусе объектива коллиматора установлена раздвижная щель, снабженная микрометрическим винтом. При его вращении ширина щели изменяется в пределах от 0 до 2 мм. Цена деления барабана 0,01 мм. Щель освещается источником — неоновой лампой или лампой ДВС-25. Пройдя коллиматор, световой поток от источника падает на дифракционную решетку. Спектр, полученный с помощью отражательной решетки, наблюдается через зрительную трубу, которая может поворачиваться в горизонтальной плоскости. Отсчет осуществляется с помощью микроскопа.

Для юстировки гониометра необходимо: 1) установить зрительную трубу на бесконечность (для этого крест нитей нужно установить в общей фокальной плоскости окуляра); 2) установить оптическую ось трубы перпендикулярно к оси вращения прибора; 3) установить коллиматор на параллельный пучок лучей.

Задание

1. Включите неоновую лампу и установите ее вплотную к щели коллиматора. Отпустите винт, закрепляющий зрительную трубу, и, поворачивая ее, установите трубу на нулевой порядок спектра (вблизи крайнего левого положения). Регулируя фокусировку коллиматора, получите резкое изображение входной щели.

2. Просмотрите спектр неоновой лампы и отождествите его линии по таблице спектральных линий неона, приведенной в Приложении V. Проградуируйте спектрометр по спектру неона. Особенно внимательно следует фиксировать линии неона 659,89; 653,29 и 650,65 нм, лежащие в интересующем нас участке спектра. Как следует из сказанного, измерение длины волны сводится к определению угла отклонения лучей от нулевого порядка спектра. При этом необходимо помнить, что спектральные линии представляют собой изображения щели коллиматора в лучах с различными длинами волн. Тонкие спектральные линии получаются лишь в том случае, если входная щель коллиматора достаточно узка.

3. Замените неоновую лампу водородно-дейтериевой и включите ее. Для этого включите источник питания и дайте ему прогреться в течение 10 минут. Включив тумблер, зажгите разряд в лампе ДВС-25. Установите зрительную трубу на красные линии водорода и дейтерия; перемещая лампу ДВС-25, добейтесь их максимальной яркости.

4. Измерьте длины волн водородной и дейтериевой линий H_{α} и D_{α} в первом порядке спектра. Определите величину изотопического сдвига и сравните полученный результат с расчетом по формуле (14).

5. Определите постоянную Ридберга для дейтерия R_D и сравните ее величину с величиной постоянной Ридберга для водорода R_H .

Дополнительные задания

I. Измерение длин волн спектральных линий методом интерполяции

В настоящее время определение длин волн спектральных линий является одним из наиболее точных физических измерений. Путем графической интерполяции градуировочной кривой спектрального прибора можно вычислить длину волны лишь с точностью до 1 Å, т. е. с относительной точностью порядка 0,02%. В то же время существует много различных способов, позволяющих на основе тех же данных вычислять длины волн спектральных линий с точностью до 0,001%.

В частности, для получения большей точности в определении длины волны прибегают к математической интерполяции. Если исследуемая линия находится между двумя линиями сравнения, расположенными настолько близко друг к другу, что участок дисперсионной кривой между ними можно с большой точностью считать прямой линией, то пользуются линейной интерполяцией.

При линейной интерполяции поступают следующим образом. Пусть имеются две спектральные линии — λ_{x1} и λ_{x2} , длины волн которых надо измерить (см. рис. 4a).

По обе стороны от них в эталонном (калибровочном) спектре находят линии, длины волн которых точно известны. Необходимо по деле-

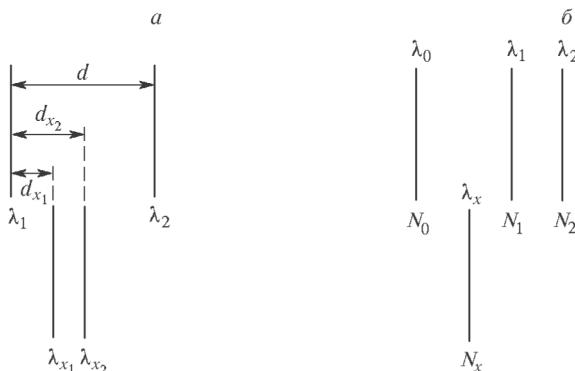


Рис. 4. Расположение калибровочных и измеряемых длин волн в спектре при линейной (a) и квадратичной (б) интерполяции

ниям барабана измерить расстояния d_{x1} и d_{x2} неизвестных линий λ_{x1} и λ_{x2} от линий сравнения и расстояние d между линиями сравнения λ_1 и λ_2 . Определение неизвестной длины волны в случае линейной интерполяции основывается на соотношении

$$\lambda_{x1(x2)} = \lambda_1 - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d} (d - d_{x1(x2)}), \quad (15)$$

где коэффициент при $(d - d_{x1(x2)})$ — средняя дисперсия на участке спектральных линий λ_1 и λ_2 . Такой способ вычисления длины волны вполне пригоден для приборов с дифракционными решетками. Для призменных приборов этот способ можно применять, если $(\lambda_1 - \lambda_2)$ не превосходит 50 Å.

Более точное определение длины волны можно производить по интерполяционным формулам второго порядка (интерполяция отрезком параболы) по трем нормалям (линиям эталонного спектра): λ_0 , λ_1 и λ_2 , расположенным в небольшом спектральном участке (рис. 4б). При этом обычно используют соотношение

$$\lambda = \lambda_0 + Al + Bl^2, \quad (16)$$

где A и B — постоянные величины; l — расстояние между нормалью и измеряемой длиной волны. Для определения λ_x следует измерить положение нормалей и неизвестной линии. Пусть отсчеты положения этих линий будут N_0 , N_1 , N_2 и N_x . Так как длины волн всех трех нормалей известны, то согласно интерполяционной формуле можно составить два уравнения:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + A(N_0 - N_1) + B(N_0 - N_1)^2; \quad (17)$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 + A(N_0 - N_2) + B(N_0 - N_2)^2. \quad (18)$$

Эти уравнения дают возможность определить входящие в них постоянные A и B . Пользуясь далее этими постоянными, можно вычислить неизвестную длину волны по формуле

$$\lambda_x = \lambda_0 + A(N_0 - N_x) + B(N_0 - N_x)^2. \quad (19)$$

При анализе погрешностей, возникающих в процессе измерений и расчетов, следует иметь в виду, что основная неточность обычно возникает при снятии отсчетов N .

Легко показать, что коэффициент A равен $d\lambda/dn$ и соответствует линейной дисперсии спектрального прибора. Это, в частности, следует из того факта, что формула (19) является разложением функции $\lambda_x = f(N)$ в ряд Тейлора около точки (N_0, λ_0) , т. е.

$$\lambda_x - \lambda_0 = \frac{d\lambda}{dn}(N_x - N_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2\lambda}{dn^2}(N_x - N_0)^2 + \dots$$

С учетом этого можно определить погрешность

$$\Delta\lambda_x = \frac{d\lambda}{dn} \Delta N.$$

Чем больше линейная дисперсия прибора, тем выше точность в определении λ_x .

Если же линии сравнения эталонного спектра расположены на таком расстоянии друг от друга, что необходимо учитывать кривизну дисперсионной кривой, то при математической интерполяции для спектров, полученных с призменными спектрометрами, пользуются формулой Гартмана. Дисперсионная формула Гартмана имеет вид

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{C}{d - d_0}, \quad (20)$$

где λ_0 , C и d_0 — три постоянные, подбираемые по трем известным линиям; λ и d — длина волны и отсчет для неизвестной линии. Эта формула с хорошим приближением описывает кривую дисперсии призменного спектрографа.

Для определения постоянных формулы Гартмана λ_0 , C , d_0 производится измерение трех известных линий — λ_1 , λ_2 и λ_3 (нормалей) — и отсчитываются положения этих линий d_1 , d_2 и d_3 . Составляются три уравнения, из которых и определяются постоянные

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{C}{d_1 - d_0}; \quad \lambda_2 = \lambda_0 + \frac{C}{d_2 - d_0}; \quad \lambda_3 = \lambda_0 + \frac{C}{d_3 - d_0}.$$

Исходя из этих уравнений, можно последовательно вычислить значения постоянных по формулам:

$$d_0 = \frac{d_3(\lambda_2 - \lambda_3)(d_2 - d_1) - d_1(\lambda_1 - \lambda_2)(d_3 - d_2)}{(\lambda_2 - \lambda_3)(d_2 - d_1) - (\lambda_1 - \lambda_2)(d_3 - d_2)};$$

$$C = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(d_1 - d_0)(d_2 - d_0)}{d_2 - d_1}; \quad \lambda_0 = \lambda_1 - \frac{C}{d_1 - d_0}.$$

Получив численные значения этих постоянных, по формуле Гартмана можно определить длину волны неизвестной линии по отсчету для нее.

Задание

1. С помощью линейной и квадратичной интерполяции эталонных спектров, а также по методу Гартмана вычислите длины волн наблюдаемых линий водорода и дейтерия.

2. На основе найденных значений вычислите постоянную Ридберга. Сравните точность всех трех методов измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. § 14.
2. Калитеевский Н. И. Волновая оптика. — СПб.: Лань, 2008. §§ 6.5, 6.7.

Работа 2.3.

Изучение молекулярного спектра йода

Исследуется спектр поглощения паров йода в видимой области; по результатам измерения вычисляется энергия колебательного кванта молекулы йода и энергия ее диссоциации в основном и возбужденном состояниях.

Молекулы обладают более богатым спектром возбужденных состояний, чем изолированные атомы. В то время как возбуждения атомов — это переходы их электронов на более высоко расположенные энергетические уровни, в молекулах могут возбуждаться дополнительные степени свободы: колебания составляющих их атомов друг относительно друга и вращения молекул относительно различных осей. В первом приближении энергия молекулы может быть представлена в виде

$$E = E_{\text{эл}} + E_{\text{колеб}} + E_{\text{вращ}}. \quad (1)$$

Приблизительность этого равенства состоит в том, что указанные возбуждения считаются независимыми. Иначе говоря, можно, например, пренебречь влиянием колебательного движения на вращение, т. е. не учитывать изменений моментов инерции молекулы за счет колебаний. Это с хорошей точностью справедливо для малых амплитуд колебаний ядер. Аналогичное предположение делается и относительно электронных состояний: мы предполагаем, что энергия электронов мало меняется за счет колебательного движения молекулы. На языке волновых функций эти предположения означают, что волновая функция молекулы может быть представлена в виде произведения трех волновых функций, отвечающих электронным движениям, колебаниям и вращениям молекулы:

$$\psi = \psi_{\text{эл}} \cdot \psi_{\text{колеб}} \cdot \psi_{\text{вращ}}. \quad (2)$$

Тем самым приходим к соотношению (1) для энергии молекулы, так как при подстановке ψ в соответствующее стационарное уравнение Шредингера оно распадается на три уравнения, решение каждого из которых дает энергетический спектр соответствующего движения $E_{\text{эл}}$, $E_{\text{колеб}}$, $E_{\text{вращ}}$.

Рассмотрим, как соотносятся между собой величины электронной, колебательной и вращательной энергии молекулы.

I. Электронные термы

Массы ядер атомов велики по сравнению с массой электрона. Благодаря такой разнице в массах, скорости движения ядер в молекуле малы по сравнению со скоростями электронов. Это дает возможность рассматривать электронное движение при неподвижных ядрах, расположенных на определенных расстояниях друг от друга. Определяя уровни энергии такой системы, мы найдем электронные термы молекул. Электронные термы молекул не отличаются по своему происхождению от электронных термов изолированных атомов, но число их значительно превышает

число этих термов в атомах. Любой атом в молекуле находится в электрическом поле остальных ее атомов, о таком поле говорят «внутреннее электрическое поле». Оно вызывает расщепление электронных уровней атомов в молекуле, аналогичное тому, которое происходит в атомах, находящихся во внешнем электрическом поле (этот эффект называется эффектом Штарка). Следует, однако, отметить, что при соединении атомов в молекулу заполненные оболочки атомов мало меняются. Существенно может измениться только распределение электронной плотности в не до конца заполненных оболочках. В случае так называемой интерополярной связи все валентные электроны переходят от одних атомов к другим, так что можно сказать, что молекулы состоят из ионов с зарядами, равными (в единицах e) их валентности. В противоположном предельном случае так называемой гомеополярной связи атомы в молекуле остаются в среднем нейтральными.

II. Колебательные возбуждения

При смещении атомов в молекуле из равновесных положений могут возникать их колебания около положения равновесия. Силы, обеспечивающие устойчивость молекулы, имеют электрическую природу. На близких расстояниях атомы, образующие молекулы, отталкиваются, и обусловлено это кулоновским отталкиванием сближающихся ядер. На больших расстояниях атомы притягиваются — это может происходить

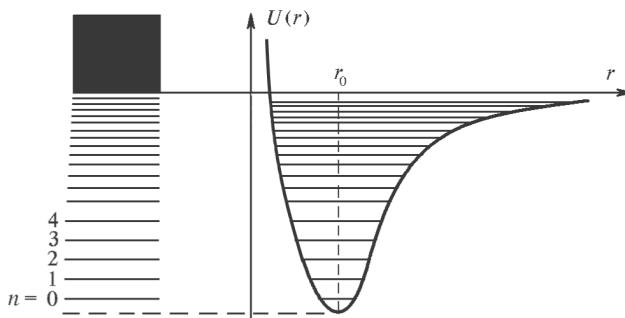


Рис. 1. Схема энергетических уровней двухатомной молекулы

за счет кулоновского притяжения разноименных ионов (ионные молекулы) либо за счет обменных сил, имеющих квантово-механическую природу (атомные молекулы). В результате образуется потенциальный минимум, как показано на рис. 1.

Вблизи минимума кривая потенциальной энергии $U(r)$ мало отличается от параболы и нижние уровни энергии близки к уровням гармонического осциллятора. По мере увеличения расстояния между ядрами потенциальная энергия стремится к постоянному значению, которое определяет энергию диссоциации молекулы. Слева на рис. 1 показана

схема энергетических уровней молекулы, зачерненная часть соответствует непрерывному спектру, расположенному выше энергии диссоциации молекулы. Энергия колебаний атомов молекулы квантуется:

$$E_{\text{колеб}} = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_0 x_n \left(n + \frac{1}{2} \right)^2. \quad (3)$$

Здесь первое слагаемое — энергия гармонического осциллятора с собственной частотой ω_0 , $n = 0, 1, 2, \dots$ — колебательное квантовое число. Второе слагаемое учитывает отступление от гармонического закона колебаний. Обычно x_n — коэффициент ангармонизма — мал ($x_n \ll 1$), и второе слагаемое существенно при больших n , т. е. при больших амплитудах колебаний ядер. Таким образом, при небольших n имеем систему энергетических уровней гармонического осциллятора:

$$E_{\text{колеб}} = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

Оценим характерную частоту колебаний $\omega_{\text{колеб}}$ для двухатомной молекулы. Вблизи минимума (при $r = r_0$) кривую потенциальной энергии можно представить в виде

$$U(r) \simeq \frac{(r - r_0)^2}{a_0^2} Ry + U(r_0). \quad (5)$$

Здесь a_0 — боровский радиус, Ry — ридберг-потенциал ионизации атома водорода. Эта формула отражает тот экспериментальный факт, что размер молекул близок к a_0 , а энергия диссоциации — к Ry .

Как хорошо известно, для гармонического потенциала $U = kx^2/2$ жесткость системы $k = d^2U/dx^2$. Для потенциала (5) его жесткость

$$k = \frac{d^2U}{dr^2} = \frac{2Ry}{a_0^2} = \frac{\alpha^2 mc^2}{a_0^2}. \quad (6)$$

В этом выражении использовано соотношение $Ry = \alpha^2 \frac{mc^2}{2}$, где α — постоянная тонкой структуры. Боровский радиус тоже может быть выражен через α :

$$a_0 = \frac{\hbar/mc}{\alpha}. \quad (7)$$

Поэтому, если масса осциллятора равна M (для молекул величина M порядка массы ядер составляющих его атомов), то в гармоническом потенциале (5) частота колебаний

$$\omega_{\text{колеб}} = \sqrt{\frac{k}{M}} \simeq \alpha^2 \cdot \frac{mc^2}{\hbar} \cdot \sqrt{\frac{m}{M}}. \quad (8)$$

Эту частоту естественно сравнить с характерной частотой электронных уровней

$$\omega_{\text{эл}} \simeq \frac{R_y}{\hbar} \simeq \frac{mc^2}{\hbar} \cdot \alpha^2. \quad (9)$$

Из сравнения формул (8) и (9) следует, что

$$\frac{\omega_{\text{колеб}}}{\omega_{\text{эл}}} \approx \sqrt{\frac{m}{M}}. \quad (10)$$

Для средних ядер с $A \approx 100$ получаем

$$\frac{\omega_{\text{колеб}}}{\omega_{\text{эл}}} \approx \sqrt{\frac{1}{100 \cdot 2000}} \approx 2 \cdot 10^{-3}. \quad (11)$$

Эта оценка показывает, насколько мал квант колебательной энергии по сравнению с расстоянием между электронными возбуждениями.

III. Вращательные возбуждения

У каждой молекулы имеется система дискретных состояний, соответствующих ее вращению как целого вокруг некоторой оси. Для оценки характерных частот вращательного движения рассмотрим двухатомную молекулу с массами атомов M и межатомным расстоянием a_0 . Пусть ось вращения проходит посередине между атомами и перпендикулярна оси молекулы, т. е. вращения происходят относительно центра масс молекулы. Момент инерции относительно этой оси

$$J \approx Ma_0^2. \quad (12)$$

Энергия вращения квантуется и равна

$$E_{\text{вращ}} = \frac{\hbar^2}{2J} l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Таким образом, характерная энергия вращательного возбуждения ($E_{\text{вращ}}$ при $l = 1$) равна

$$E_{\text{вращ}} \approx \frac{\hbar^2}{J} \approx \frac{\hbar^2}{Ma_0^2}. \quad (14)$$

Вводя соответствующую частоту $\omega_{\text{вращ}}$, легко получить следующую оценку:

$$\frac{\omega_{\text{вращ}}}{\omega_{\text{эл}}} \approx \frac{m}{M}. \quad (15)$$

Объединяя оценки (10) и (15), получим

$$\omega_{\text{эл}} : \omega_{\text{колеб}} : \omega_{\text{вращ}} \approx 1 : \sqrt{\frac{m}{M}} : \frac{m}{M} \approx 1 : 10^{-3} : 10^{-6}. \quad (16)$$

IV. Оптические переходы в молекулах

Оптические переходы (переходы, связанные с излучением фотонов в видимом диапазоне длин волн, т. е. фотонов с энергией порядка двух электрон-вольт) соответствуют переходам между различными электронными состояниями молекулы. При этом обычно происходят также изменения ее вращательного и колебательного состояний. Как видно из полученной оценки (16), характерная энергия вращательных движений в 10^6 раз меньше энергии электронных переходов, и поэтому наблюдение вращательных переходов оптическими спектрометрами невозможно. Реально в видимой области наблюдаются электронно-колебательные спектры молекул. В спектре излучения происходит наложение колебательного спектра на электронный, и проявляется это в том, что каждой линии электронного перехода соответствует ряд колебательных линий, образующих полосу. Поэтому говорят, что при снятии возбуждения молекул наблюдается полосатый спектр излучения, т. е. он представляется собой полосы, состоящие из большого числа очень близких линий.

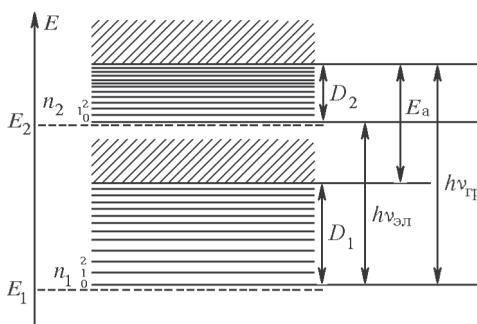


Рис. 2. Электронные и электронно-колебательные энергетические уровни двухатомной молекулы

На рис. 2 схематически изображены энергетические уровни молекулы без учета вращательной структуры (как было показано выше, масштаб вращательных возбуждений в 1000 раз меньше колебательного кванта).

Штриховыми линиями показаны чисто электронные уровни E_1 и E_2 , а сплошными — колебательные подуровни этих состояний. Следует подчеркнуть, что минимальное значение колебательной энергии при $n = 0$ отлично от нуля и равно $h\nu/2$. С ростом квантовых чисел n_1 и n_2 из-за ангармонизма колебательные подуровни сближаются и переходят в непрерывный спектр, области которого на рисунке заштрихованы. С ростом n растет амплитуда колебаний, при достижении некоторой максимальной амплитуды происходит разрыв связи между атомами, т. е. диссоциация молекулы.

Наименьшая энергия, которую нужно сообщить молекуле в нижайшем колебательном состоянии ($n = 0$), чтобы она диссоциировала, называется энергией диссоциации. Энергии диссоциации молекулы из состояний $n_1 = 0$ и $n_2 = 0$ обозначим через D_1 и D_2 (рис. 2). На этом рисунке E_a — энергия возбуждения атома, возникающая при переходе молекулы из состояния 1 в область непрерывного спектра, соответствующего состоянию 2. Энергия чисто электронного перехода $E_2 - E_1 = h\nu_{\text{эл}}$. Границу схождения спектра, т. е. энергию возбуждения, при которой происходит переход молекулы в область непрерывного спектра, обозначим через $h\nu_{\text{ср}}$.

Рассмотрим теперь структуру электронно-колебательного спектра поглощения молекул йода, который исследуется в данной работе. Все возможные линии поглощения для переходов между колебательными уровнями, налагающимися на два соседних электронных состояния, можно разбить на серии, соответствующие одному и тому же начальному состоянию, как это показано на рис. 3. Такие серии называются сериями Деландра. На рис. 3 переходы, показанные стрелками, сгруппированы соответственно в нулевую, первую и вторую серии

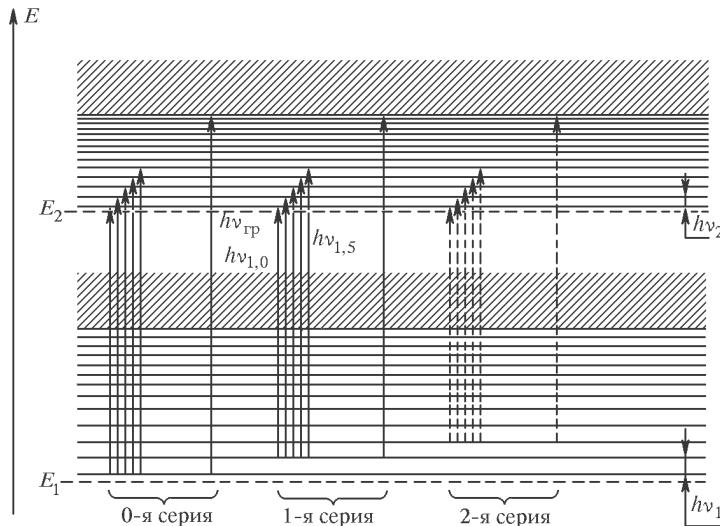


Рис. 3. Структура электронно-колебательного спектра поглощения молекулы йода в видимой области

Деландра. Для того чтобы в спектре поглощения наблюдалась данная серия, необходимо, чтобы в начальном состоянии ($n = 0, 1, 2, \dots$) было достаточно большое число молекул. В состоянии термодинамического равновесия число молекул N в данном колебательном состоянии согласно распределению Больцмана пропорционально $e^{-E/kT}$, где E —

энергия данного электронно-колебательного состояния, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Соотношения интенсивностей нулевой, первой и второй серий Деландра должны быть пропорциональны числу молекул N_0 , N_1 , N_2 в состояниях с $n = 0, 1, 2$.

Как показывает расчет, при $T \approx 300$ К имеем

$$N_0 : N_1 : N_2 \approx 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{10}.$$

Таким образом, наиболее интенсивной оказывается 0-я серия; 1-я серия примерно в 3 раза слабее, а остальные серии практически не наблюдаются, и поэтому нами учитываться не будут. Энергетическое положение линий поглощения описывается выражением

$$h\nu_{0,n_2} = (E_2 - E_1) + h\nu_2 \left(n_2 + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2}h\nu_1.$$

Здесь не включена поправка на ангармонизм. Для начальных линий серии ею можно пренебречь, и энергетические расстояния между линиями в начале серии будут

$$h\nu_{0,n_2} - h\nu_{0,(n_2-1)} \approx h\nu_2,$$

т. е. будут равны колебательному кванту в возбужденном электронном состоянии.

Очевидно, что расположение линий 1-й серии должно быть идентичным расположению линий 0-й серии, но вся 1-я серия сдвинута в сторону меньших энергий (в красную сторону спектра) на величину $h\nu_1$, т. е. на величину энергии колебательного кванта основного состояния.

V. Общий вид спектра поглощения

Из рассмотренного ясно, что спектр поглощения паров йода в видимой области при температуре $T \approx 300$ К практически состоит из двух серий Деландра (1-й и 0-й), накладывающихся друг на друга. На рис. 4а для наглядности обе серии изображены раздельно. Учтено также распределение интенсивности поглощения между линиями в пределах серий: на рисунке интенсивность условно отражена толщиной линии. Интенсивность линии 0-й серии растет с ростом n , а интенсивность линий 1-й серии с ростом n падает (см. Приложение к работе). В результате такого распределения интенсивности поглощения в сериях с «красной» стороны (в начале спектра) видны только линии 1-й серии, а к границе сходимости линий достаточно интенсивны только линии 0-й серии. В средней части спектра наложение обеих серий приводит к «размазыванию» спектра. Расстояние между колебательными полосами уменьшается по мере приближения к «фиолетовому» концу спектра, переходя в область сплошного поглощения (на рисунке эта область заштрихована). Качественно общий вид спектра показан на рис. 4б.

Для получения спектра поглощения необходимы:

- 1) источник сплошного спектра — лампа накаливания;
- 2) поглощающая среда — кювета с исследуемым веществом;
- 3) спектральный прибор, регистрирующий спектр поглощения — монохроматор УМ-2.

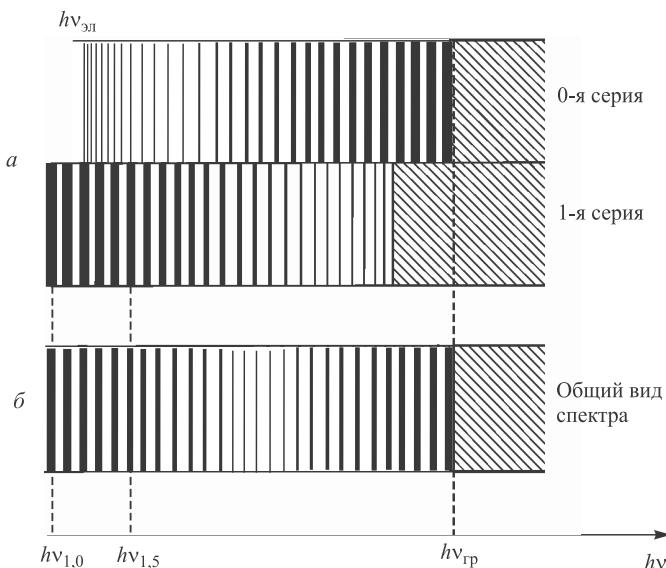


Рис. 4. Спектр поглощения паров йода

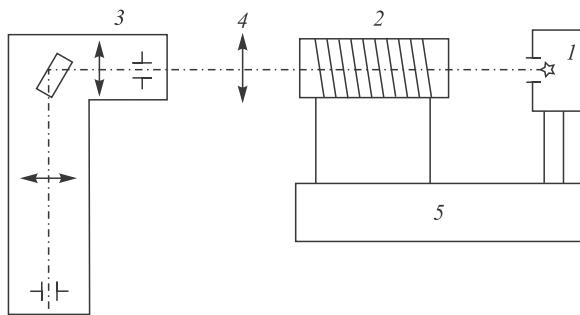


Рис. 5. Схема экспериментальной установки

Как показано на рис. 5, в данной работе спектр поглощения паров йода наблюдается визуально на фоне сплошного спектра лампы накаливания 1, питаемой от блока питания 5. Кювета 2 с кристаллами йода подогревается резистором, подключенным вместе с лампой накаливания

к блоку питания. Линза 4 используется для формирования пучка света, проходящего через кювету, и фокусировки его на входной щели монохроматора. (Подробное описание процедуры настройки УМ-2 приведено в пункте в) задания к работе 11.2 на с. 349.) В результате подогрева кристаллы йода частично возгоняются, образуя пары с легкой фиолетовой окраской. Монохроматор 3 используется в качестве спектроскопа, позволяющего визуально наблюдать линии поглощения молекул йода на фоне сплошного спектра излучения лампы накаливания в видимой области.

Задание

1. Ознакомьтесь с устройством и принципом работы экспериментальной установки.

2. Включите и настройте установку.

3. Сопоставьте (качественно) наблюдаемый спектр поглощения со спектром, изображенным на рис. 4б.

4. Определите деления барабана монохроматора n , соответствующие:

а) линии $h\nu_{1,0}$ — самой длинноволновой из наблюдаемых линий поглощения ($n_{1,0}$),

б) линии $h\nu_{1,5}$ — шестой по счету от длинноволнового края ($h\nu_{1,5}$),

в) $h\nu_{\text{гр}}$ — границе схождения спектра, т. е. началу сплошного спектра поглощения ($n_{\text{гр}}$).

Из-за слабой освещенности спектра измерения следует проводить через 1–2 минуты, когда глаз привыкнет к темноте.

5. По градуировочной кривой монохроматора определите длины волн, соответствующие делениям барабана монохроматора $n_{1,0}, n_{1,5}, n_{\text{гр}}$.

6. Вычислите в электрон-вольтах энергию колебательного кванта возбужденного состояния молекулы йода: $h\nu_2 = (h\nu_{1,5} - h\nu_{1,0})/5$.

7. Используя полученные в работе результаты, а также данные о том, что $h\nu_1$ — энергия колебательного кванта основного состояния — равна 0,027 эВ и E — энергия возбуждения атома — равна 0,94 эВ, вычислите:

а) энергию электронного перехода $h\nu_{\text{эл}}$,

б) энергию диссоциации молекулы в основном состоянии D_1 ;

в) энергию диссоциации молекулы в возбужденном состоянии D_2 .

Для расчета потребуются следующие величины: энергия диссоциации из невозбужденного состояния $D_1 = 1,5425$ эВ, из возбужденного состояния $D_2 = 0,69$ эВ.

ЛИТЕРАТУРА

- Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988.
- Калитеевский Н. И. Волновая оптика. — СПб.: Лань, 2008. §§ 6.5, 6.7.
- Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики. — М.: Гостехиздат, 1953. Т. 3. С. 357.
- Ельяшевич М. А. Атомная и молекулярная спектроскопия. — М.: Эдиториал УРСС, 2007. Гл. 25.

Приложение

Принцип Франка–Кондона и относительные интенсивности электронно-колебательных полос

Общий характер распределения интенсивностей в системе электронно-колебательных полос можно получить, исходя из принципа Франка–Кондона, основанного на рассмотрении кривых потенциальной энергии комбинирующих электронных состояний. Идея принципа принадлежит Франку, который сформулировал ее на основе классических представлений, квантово-механическое рассмотрение вопроса было дано Кондоном.

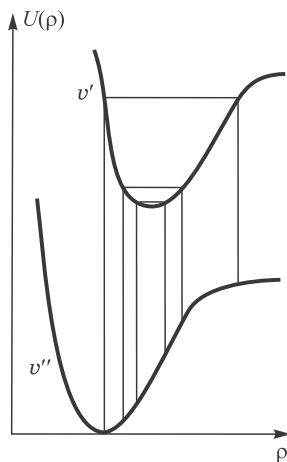


Рис. 6. Наиболее вероятные переходы согласно принципу Франка–Кондона

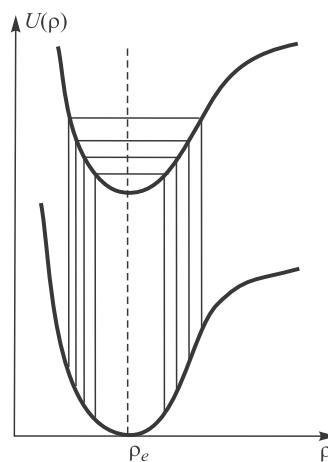


Рис. 7. Переходы при подобных потенциальных кривых, расположенных одна под другой (ρ_e – равновесное расстояние между ядрами)

Сущность принципа Франка–Кондона заключается в следующем. Электронный переход состоит в перестройке электронных оболочек и происходит очень быстро по сравнению с движением ядер. Поэтому относительное положение ядер, т. е. расстояние ρ между ними, и их скорости не успевают измениться за время перехода. Данному условию удовлетворяют поворотные точки потенциальных кривых комбинирующих электронных состояний, соответствующие тому же значению ρ , т. е. лежащие на графике кривых потенциальной энергии на одной вертикали (рис. 6); скорость в этих точках равна нулю.

Квантово-механическое рассмотрение приводит к выводу, что возможны и переходы, соответствующие изменениям расстояния между ядрами и их скоростей, однако вероятность подобных переходов тем меньше, чем больше эти изменения. Таким образом, наиболее вероят-

ные переходы соответствуют сохранению расстояния между ядрами при их скорости, равной нулю, т. е. вертикальным линиям на графике потенциальных кривых. В этом и состоит содержание принципа Франка–Кондона.

Рассмотрим, к какому распределению интенсивностей полос колебательной структуры приводит принцип Франка–Кондона. Если не учитывать ангармонизм колебаний, то энергии колебательных уровней записываются в виде

$$E'_{\text{кол}} = \hbar\nu'_e(v' + 1/2), \quad E''_{\text{кол}} = \hbar\nu''_e(v'' + 1/2),$$

где ν'_e , ν''_e — частоты колебаний, причем двумя штрихами обозначен нижний электронный уровень, а одним — верхний.

Если потенциальные кривые комбинирующих состояний подобны друг другу и соответствуют одновесенному равновесному расстоянию ρ_e (рис. 7), то наиболее вероятны переходы между колебательными уровнями с одинаковыми значениями v'' и v' . Действительно, в этом случае поворотные точки классического движения при $v' = v''$ расположены друг над другом. По мере увеличения $\Delta v = v' - v''$ вероятность переходов будет убывать; в случае, показанном на рис. 7, наиболее интенсивна будет группа полос $\Delta v = 0$, слабее будут группы полос $\Delta v = +1$ и $\Delta v = -1$, еще слабее группы полос $\Delta v = +2$ и $\Delta v = -2$.

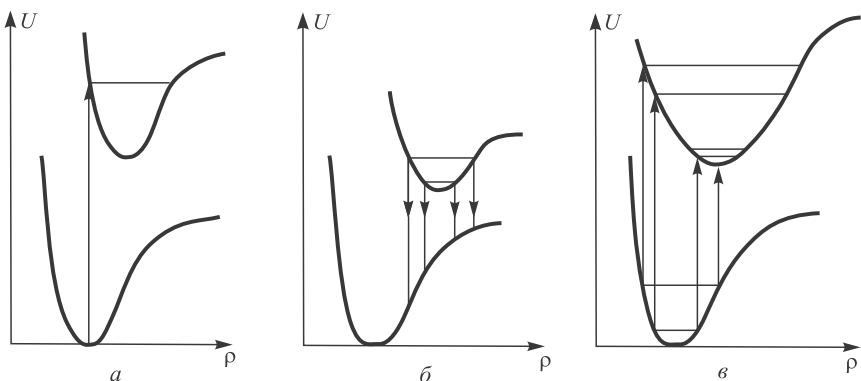


Рис. 8. Переходы при потенциальных кривых с различными значениями равновесного расстояния r : *а* — поглощение с основного электронно-колебательного уровня; *б* — испускание с колебательных уровней верхнего электронного состояния; *в* — поглощение с высоких колебательных уровней основного электронного состояния

Однако для двухатомных молекул подобный случай не типичен. Обычно потенциальные кривые возбужденных состояний имеют минимум при больших r и являются более пологими. Для расположения

кривых, изображенного на рис. 8а, с нулевого колебательного уровня основного электронного состояния ($v'' = 0$) наиболее вероятен будет переход на колебательный уровень возбужденного электронного состояния с некоторым значением $v' = v'_1$. Переходы на уровни с меньшими и с большими значениями v' будут менее вероятны. Когда поглощают молекулы, находящиеся на нулевом колебательном уровне, распределение интенсивностей в спектре поглощения (представляющем поперечную серию Деландра с $v'' = 0$) будет иметь максимум при соответствующем значении $v' = v'_1$. В обе стороны от этого максимума интенсивность спадает.

При испускании с колебательных уровней v' верхнего электронного состояния (рис. 8б) или при поглощении с достаточно высокого колебательного уровня v' нижнего электронного состояния (рис. 8в), как правило, основного (поглощение с колебательных уровней возбужденных электронных состояний возможно лишь при высоких температурах, при которых обычно молекула будет уже диссоциировать), наиболее вероятны будут переходы с уровня с заданным v' или v'' на два уровня с определенными $v' = v''_1$ и $v'' = v''_2$ или $v' = v'_1$ и $v' = v'_2$ соответственно, как следует из рисунков.

Легко видеть, что значения v''_1 и v''_2 отличаются тем сильнее, чем больше v' и, аналогично, значения v'_1 и v'_2 отличаются тем сильнее, чем больше v'' .

Если представить распределение вероятностей переходов в схеме типа схемы Деландра (рис. 9), то наибольшие вероятности переходов будут получаться для полос, лежащих на этой схеме на параболе. Эту параболу называют параболой Кондона.

При заданном значении $v' = v'_a$ получается два значения v'' , а при заданном значении $v'' = v''_b$ получается два значения v' , соответствующих максимальной вероятности переходов.

Распределение интенсивностей, соответствующее параболе Кондона, в испускании будет наблюдаться, если возбуждено достаточное число колебательных уровней верхнего электронного состояния с примерно одинаковой заселенностью. В поглощении подобное распределение интенсивностей может наблюдаться при возбуждении большого числа колебательных уровней нижнего электронного состояния, что возможно при достаточно высокой температуре. Парабола Кондона будет тем уже, чем меньше сдвинуты друг относительно друга потенциальные кривые комбинирующих электронных состояний. В предельном случае, когда они лежат одна над другой, парабола вырождается в прямую, и при одинаковой форме кривых эта прямая будет соответствовать $v' = v''$, т. е. $\Delta v = 0$. Мы приходим к случаю, с разбора которого мы начали данное рассмотрение (см. рис. 7).

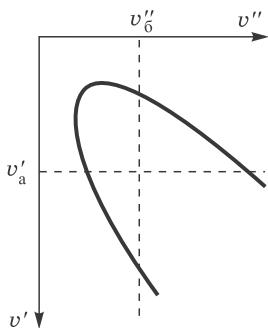


Рис. 9. Парабола Кондона

деление интенсивностей, соответствующее параболе Кондона, в испускании будет наблюдаться, если возбуждено достаточное число колебательных уровней верхнего электронного состояния с примерно одинаковой заселенностью. В поглощении подобное распределение интенсивностей может наблюдаться при возбуждении большого числа колебательных уровней нижнего электронного состояния, что возможно при достаточно высокой температуре. Парабола Кондона будет тем уже, чем меньше сдвинуты друг относительно друга потенциальные кривые комбинирующих электронных состояний. В предельном случае, когда они лежат одна над другой, парабола вырождается в прямую, и при одинаковой форме кривых эта прямая будет соответствовать $v' = v''$, т. е. $\Delta v = 0$. Мы приходим к случаю, с разбора которого мы начали данное рассмотрение (см. рис. 7).

РАЗДЕЛ III

АТОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Пространственное квантование. Энергия физической системы в зависимости от формы потенциальной кривой может иметь либо непрерывный, либо дискретный спектр. В то же время другая физическая величина — момент импульса — для любой системы может принимать только определенный дискретный ряд значений. Момент импульса характеризует вращательное (угловое) движение. При изучении такого движения удобно пользоваться сферической системой координат (см. рис. 3.1). В этой системе положение точки характеризуется расстоянием r от начала отсчета, полярным углом θ между осью z и радиусом-вектором \mathbf{r} и азимутальным углом φ , отсчитываемым в плоскости xy от оси x .

Волновая функция, описывающая состояние с определенным значением проекции M_z на ось z , в некотором смысле подобна плоской волне де Броиля: роль координаты играет азимутальный угол φ (угол поворота вокруг оси z), а роль проекции импульса — проекция момента импульса:

$$\Psi_{M_z} \propto e^{i M_z \varphi / \hbar}. \quad (3.1)$$

Однако углы φ и $\varphi + 2\pi$ описывают одно и то же положение частицы относительно оси x .

Поэтому, согласно условию однозначности, накладываемому на волновые функции, должно выполняться условие

$$\Psi_{M_z}(\varphi) = \Psi_{M_z}(\varphi + 2\pi). \quad (3.2)$$

Оно выполняется лишь в том случае, когда M_z / \hbar принимает целочисленные значения. Следовательно, M_z , в отличие от проекции импульса p_z , может принимать только дискретные значения:

$$M_z = m\hbar, \quad \text{где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.3)$$

Число m , от которого зависят значения проекции момента, называется магнитным квантовым числом. Этот термин обусловлен тем, что проекция магнитного момента, создаваемого движением заряженной частицы, пропорциональна проекции момента импульса этой частицы, определяемый числом m . Максимальное значение магнитного квантового

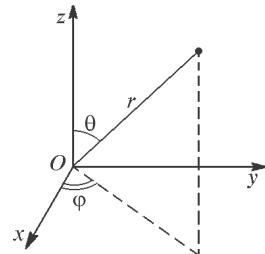


Рис. 3.1. Сферическая система координат: r — расстояние от начала отсчета, θ — полярный угол, φ — азимутальный угол

числа m обозначают буквой l , и тем самым минимальное $m_{\min} = -l$. Число l определяет также возможные значения квадрата момента и называется орбитальным квантовым числом.

Итак, проекция момента импульса на любую ось квантуется и равна целому числу постоянных Планка (см. рис. 3.2). Квантование

проекции момента означает, что вектор квантового момента импульса не может иметь произвольного направления по отношению к любому фиксированному направлению в пространстве. Этот факт получил название *пространственного квантования*. Оно выглядит крайне необычно: поскольку направление оси z можно выбрать произвольно, то проекции момента на два различных направления (z и z') квантуются одинаково. Возможные значения проекции момента на оси x и y также определяются формулой (3.3).

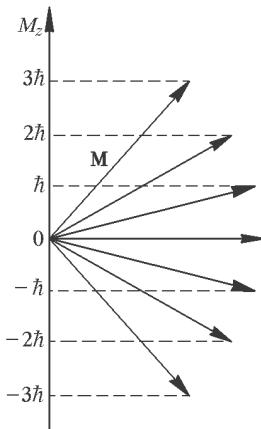


Рис. 3.2. Схематическое изображение квантования проекции M_z момента импульса \mathbf{M} на ось z

Может показаться, что квантование проекции M_z приводит к тому, что вектор \mathbf{M} может составлять лишь определенные углы с осью, как это схематично показано на рис. 3.2. Однако полученный результат имеет совсем другой смысл. Формула (3.3) показывает, что при измерении проекции момента импульса мы в результате опыта обязательно получим число, являющееся кратным \hbar . Однако это не означает, что величина M_z и до опыта должна быть равна целому числу \hbar . До опыта и после опыта

Ψ -функции вовсе не обязаны совпадать. Мы можем лишь утверждать, что Ψ -функция состояния, имевшегося до опыта, т. е. Ψ -функция любого физического состояния, может быть представлена в виде суперпозиции собственных решений:

$$\Psi = \sum_m c_m \psi_m = \sum_m c_m \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \right). \quad (3.4)$$

Система, описываемая такой Ψ -функцией, не обладает определенной проекцией момента \mathbf{M} . Вектор \mathbf{M} при этом может быть направлен произвольным образом, но при измерении M_z всегда будет найдено какое-то одно из m значений, входящих в сумму (3.4). Вероятность найти значение $M_z = m\hbar$ определяется, как всегда, величиной $|c_m|^2$.

Таким образом, вектор момента импульса не имеет определенного направления в пространстве. В этом смысле рис. 3.2 является условным. При фиксированном значении проекции момента на ось z вектор момента импульса как бы прецессирует вокруг этой оси, из-за чего проекции M_x и M_y не имеют определенных значений (см. рис. 3.3).

Проекция момента не может быть больше его абсолютной величины. Поэтому при фиксированном значении модуля момента возможные значения числа m ограничены сверху числом l . Если задано l , то проекция момента может принимать $2l + 1$ значений.

Найдем возможные значения момента импульса. Если никаких предварительных операций для фиксации проекции момента на какое-либо направление не производилось (нет выделенной поляризации частиц), то все направления равноправны и средние значения квадратов проекций момента импульса одинаковы:

$$\langle M_x^2 \rangle = \langle M_y^2 \rangle = \langle M_z^2 \rangle. \quad (3.5)$$

Среднее значение квадрата момента импульса равно сумме средних значений квадратов его проекций. Учитывая равенство (3.5), получим

$$\langle M^2 \rangle = \langle M_x^2 \rangle + \langle M_y^2 \rangle + \langle M_z^2 \rangle = 3\langle M_z^2 \rangle. \quad (3.6)$$

При любой ориентации момента его квадрат имеет одну и ту же величину, и поэтому

$$M^2 = \langle M^2 \rangle = 3\langle M_z^2 \rangle. \quad (3.7)$$

Все значения M_z равновероятны, если никакой сортировки по возможным состояниям не производилось. Поэтому среднее значение $\langle M_z^2 \rangle$ равно сумме квадратов всех $2l + 1$ возможных значений M_z — от $l\hbar$ до $-l\hbar$, деленное на полное число этих значений:

$$\begin{aligned} \langle M_z^2 \rangle &= \hbar^2 \frac{l^2 + (l-1)^2 + \dots + (-l)^2}{2l+1} = \frac{2\hbar^2}{2l+1} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + l^2) = \\ &= \frac{2\hbar^2}{2l+1} \sum_{n=1}^l n^2 = \frac{2\hbar^2}{2l+1} \frac{l(l+1)(2l+1)}{6} = \frac{\hbar^2}{3} l(l+1). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Подставив полученное значение $\langle M_z^2 \rangle$ в (3.7), получим

$$M^2 = \hbar^2 l(l+1). \quad (3.9)$$

Равенство (3.9) определяет закон квантования квадрата момента количества движения.

Следует отметить, что максимальное значение проекции квантового момента $\hbar l$ не равно модулю момента $\hbar\sqrt{l(l+1)}$, а меньше его. Мы уже подчеркивали, что в силу соотношения неопределенностей у микрочастицы не могут быть одновременно известны проекции момента на

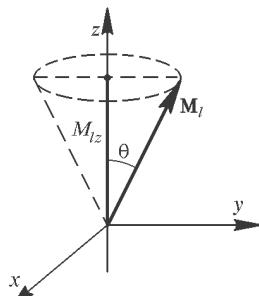


Рис. 3.3. Схема, поясняющая принципиальную неопределенность направления вектора момента количества движения в квантовой механике

две различные оси. Зафиксировав состояние с определенным M_z , мы вносим неопределенность в проекции M_x и M_y . В квантовой механике задание M^2 и одной из проекций момента импульса полностью определяет вращательное состояние микрочастиц.

Магнитный момент атома. Наличие у атома магнитных свойств следует уже из боровской модели. Электрон, вращающийся по орбите вокруг ядра, эквивалентен магнитному диполю. Следовательно, имея определенный магнитный момент, атом во внешнем магнитном поле приобретает дополнительную энергию W магнитного взаимодействия.

Согласно квантовой механике, магнитный момент атома определяется как собственными магнитными моментами электронов (спиновыми магнитными моментами m_S), так и их орбитальным движением (орбитальными магнитными моментами m_L). Магнетизм, связанный с атомным ядром, можно не учитывать из-за его малости.

Когда взаимодействие между спиновым и орбитальным моментами мало по сравнению с электростатическим взаимодействием электрона с ядром (так называемое приближение LS -связи, справедливое для легких и средних ядер), полный орбитальный момент атома \mathbf{L} и его полный спиновый момент \mathbf{S} определяются суммой орбитального и спинового моментов отдельных электронов: $\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$, $\mathbf{S} = \sum \mathbf{s}_i$. В отсутствие внешних полей энергия электронной оболочки атома определяется расположением электронов по уровням (их главными квантовыми числами), суммарным орбитальным моментом \mathbf{L} , спиновым моментом \mathbf{S} , а также полным моментом количества движения оболочки — вектором $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$. При этом магнитный момент атома не параллелен вектору полного момента импульса \mathbf{J} , так как спиновое гиромагнитное отношение для электрона вдвое больше, чем для орбитального движения. Однако при усреднении перпендикулярные к вектору \mathbf{J} составляющие магнитного спинового и магнитного орбитального моментов обращаются в нуль, и выражение для магнитного момента атома получается в виде

$$\mathbf{m}_J = -g\mu_B \mathbf{J}. \quad (3.10)$$

Здесь индекс J указывает, что рассматривается только проекция магнитного момента на направление полного момента импульса, а μ_B — магнетон Бора, равный

$$\mu_B = e\hbar/(2mc) = 0,927 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/Гс} = 5,79 \text{ эВ/Гс.}$$

Число g носит название *фактора Ланде*. Это число не более чем в два раза отличается от единицы и рассчитывается по формуле

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (3.11)$$

Расщепление энергетических уровней. Электроны с не равным нулю орбитальным механическим моментом обладают и магнитным моментом, и следовательно, в атоме имеется некоторое внутреннее магнитное поле. Проекция спина электрона на направление этого поля может принимать два значения, так как $m_s = \pm 1/2$. Таким образом, для электрона с $l \neq 0$ возможны два состояния $J_1 = l + 1/2$ и $J_2 = l - 1/2$. Спиновый магнитный момент электрона в этих двух состояниях по-разному взаимодействует с магнитным полем, которое возникает из-за орбитального движения, и такое взаимодействие называется *спин-орбитальным взаимодействием*. Поэтому энергия этих двух состояний различна, уровни энергии расщепляются, каждый уровень с $l \neq 0$ становится дублетным. Такое расщепление носит название *тонкой структуры* (тонкой она называется потому, что расщепление уровней мало по сравнению с расстоянием между уровнями с различными главными квантовыми числами n). Типичный пример тонкой структуры уровней — желтый дублет в спектре испускания натрия.

Во внешнем магнитном поле электроны атома приобретают дополнительную потенциальную энергию

$$W = -\mathbf{m}_J \mathbf{B}, \quad (3.12)$$

где \mathbf{B} — индукция поля.

Наиболее важны два случая, допускающие сравнительно простую интерпретацию: случай «слабых» полей и случай «сильных» полей. Слабыми называются поля, которые малы по сравнению с внутриатомным магнитным полем и, следовательно, спин-орбитальное взаимодействие (между m_s и m_L) сильнее взаимодействия m_s и m_L с внешним магнитным полем. Иначе говоря, внешнее магнитное поле является слабым, когда возникающее в его присутствии дополнительное расщепление мало по сравнению с расстояниями между линиями тонкой структуры. При этом в основном сохраняется картина атомных уровней, возникающая без внешнего поля, а происходит лишь незначительное их расщепление. Объединяя формулы (3.10) и (3.12), можно вычислить поправки к энергиям атомных уровней, обусловленные взаимодействием магнитного момента атома со слабым внешним магнитным полем:

$$\Delta E = W = g\mu_B \mathbf{J} \mathbf{B} = g\mu_B m_J B. \quad (3.13)$$

Формула (3.13) показывает, что в магнитном поле каждый энергетический уровень расщепляется на столько компонент, сколько проекций m_J имеет вектор \mathbf{J} . Как известно, число компонент, на которое расщепляется уровень с моментом \mathbf{J} , равно

$$N_J = 2J + 1 \quad (3.14)$$

и зависит только от \mathbf{J} . В то же время величина расщепления, которая определяется фактором Ланде, зависит от всех трех векторов: \mathbf{J} , \mathbf{S} , \mathbf{L} .

Работа 3.1.

Эффект Зеемана

Изучается простой эффект Зеемана на атомах кадмия. Исследуется поляризация π - и σ -компонент излучения поперек и вдоль магнитного поля, а также измеряются угловые диаметры интерференционных колец для нескольких значений магнитного поля, по которым затем вычисляется относительное изменение длины волны для двух σ -компонент и величина магнетона Бора.

В магнитном поле происходит расщепление энергетических уровней атома и, следовательно, расщепление спектральных линий, возникающих при переходах электрона с одного энергетического уровня на другой. Расщепление уровней и оптических спектральных линий в магнитном поле носит название *эффекта Зеемана*. Он был открыт в 1896 г. голландским физиком П. Зееманом, а его объяснение дано Х. Лоренцом.

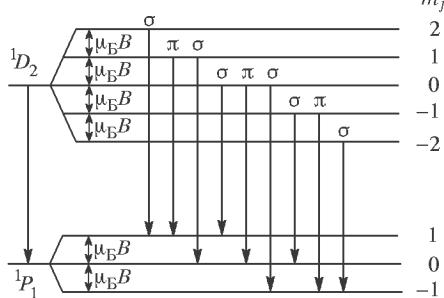
Этот эффект является убедительным экспериментальным доказательством существования атомного магнитного момента и его квантовых свойств.

В данной работе исследуется эффект Зеемана для оптического перехода между уровнями атома кадмия 1D_2 и 1P_1 . В отсутствие магнитного поля при данном переходе излучается фотон с энергией 1,925 эВ, что соответствует длине волны излучения $\lambda_0 = 6438,468 \text{ \AA}$.

Перед тем как расшифровать обозначения уровней, рассмотрим вначале электронную конфигурацию атома Cd. Кадмий относится к группе элементов, у которых два s -электрона добавляются к nd^{10} -оболочке (n —

Рис. 1. Схема перехода ${}^1D_2 \rightarrow {}^1P_1$. Переходы с $\Delta m_J = 0$ называются π -компонентами (это несмещенная компонента зеемановского мультиплета), с $\Delta m_J = \pm 1$ — σ -компонентами (симметрично смещенные относительно исходной линии)

главное квантовое число, символ d означает, что орбитальное квантовое число l равно 2, число 10 вверху означает, что таких электронов в атоме 10). К этой группе кроме кадмия принадлежат также цинк и ртуть. Для кадмия конфигурация электронной оболочки — $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2$. В основном состоянии спиновый и орбитальный моменты электронной оболочки равны нулю, поэтому основной уровень обозначается как 1S_0 . (Напомним, что буквы обозначают орбитальный момент всей электронной оболочки атома: S означает, что орбитальный момент равен нулю, P — единице, D — двойке и



т. д.) Верхний индекс связан с величиной суммарного спинового момента (мультиплетность) и равен $2S + 1$. Нижний индекс равен числу J .

Энергия связи nd -электронов для этих элементов значительно превышает энергию связи $(n+1)s$ -электронов, поэтому, как правило, возбуждается один из s -электронов. В нашем случае обозначения 5^1D_2 и 5^1P_1 означают следующее. Цифра 5 указывает главное квантовое число, т. е. номер оболочки атома, на котором находится возбужденный электрон. Излучение света происходит при переходе электрона из состояния 1D_2 в состояние 1P_1 в пределах 5-й оболочки. Смысл остальных буквенных и цифровых символов такой же, как и для основного состояния: буквы D и P обозначают соответствующий орбитальный момент возбужденного атома, а цифры связаны с его спиновым и полным моментом. Отметим, что для состояний с $S = 0$ фактор Ланде всегда равен единице.

Расщепление рассматриваемых энергетических уровней Cd в магнитном поле изображено на рис. 1. Верхний уровень расщепляется на пять компонент, а нижний на три компонента с одинаковым расстоянием между ними, равным $\mu_B B$.

Рассмотрим теперь расщепление спектральных линий. Линии оптических переходов возникают при переходе электрона с одного из верхних на одно из нижних энергетических состояний. Частота излучения оптического перехода связана с энергиями верхнего E_2 и нижнего E_1 уровней формулой Бора

$$\hbar\omega = E_2 - E_1. \quad (1)$$

Однако оптические переходы происходят не между любыми состояниями. Переходы, сопровождающиеся испусканием света, должны удовлетворять следующим требованиям (*правилам отбора*).

1. Спин электронной оболочки атома не изменяется, т. е.

$$S_1 = S_2, \quad \text{или} \quad \Delta S = 0.$$

2. Орбитальный момент импульса изменяется не более чем на единицу:

$$L_2 - L_1 = \Delta L = 0, \pm 1.$$

Если начальное или конечное орбитальное квантовое число $L = 0$, то возможны лишь переходы с $\Delta L = \pm 1$.

3. Полный момент импульса изменяется не более чем на единицу:

$$J_2 - J_1 = \Delta J = 0, \pm 1.$$

В том случае, если в начальном или конечном состоянии $J = 0$, это правило заменяется на

$$J_2 - J_1 = \Delta J = \pm 1.$$

4. Проекция \mathbf{J} на любое направление (в том числе и на направление внешнего магнитного поля) изменяется не более чем на единицу:

$$m_{J_2} - m_{J_1} = \Delta m = 0, \pm 1.$$

Происхождение и смысл правил отбора легко увидеть из простых качественных соображений. Испускание электромагнитных волн (фотонов) возникает в результате изменения во времени электрического или магнитного момента системы (иначе говоря изменения распределения электрического заряда или токов в системе). Конечно, процесс испускания или поглощения фотонов атомом должен происходить с соблюдением законов сохранения энергии, импульса, момента импульса и четности системы. Так как фотоны движутся со скоростью света, для них не может быть введено понятие спина, который определяется как момент импульса микрочастицы в ее системе покоя. Не существует у фотона и орбитального момента l , вместо которого вводится понятие мультиполей. Мультиполь электромагнитного поля характеризуется полным моментом L и четностью P . Наинизший возможный мультиполь — это электрический диполь $E1$, имеющий $L = 1$ и отрицательную четность $P = -1$, возникает он за счет перераспределения электрического заряда в системе.

Если приведенная длина волны фотона $\lambda = \lambda/(2\pi)$ много больше размеров R физической системы, с которой он взаимодействует, то преимущественно в этом взаимодействии участвует лишь электрический дипольный момент системы. Вероятность испускания (поглощения) квадрупольного электрического фотона $E2$ (у него $L = 2, P = +1$), либо дипольного магнитного фотона $M1$ ($L = 1, P = +1$) оказывается в $(\lambda/R)^2$ раз меньшей. В конкретном случае излучения атомами оптических фотонов эта величина порядка 10^6 . Именно этим обстоятельством и обусловлены приведенные выше правила отбора, которые на языке мультиполей можно сформулировать следующим образом: преимущественно всегда излучаются (поглощаются) только $E1$ -фотоны, а процессы излучения, связанные с изменением спина системы и ведущие к излучению $M1$ -фотонов, либо излучение фотонов высшей мультипольности весьма маловероятно.

Первые три правила отбора не зависят от наличия внешнего магнитного поля и, следовательно, от расщепления уровней. В рассматриваемом случае (переход ${}^1D_2 \rightarrow {}^1P_1$) они выполнены. В верхнем и нижнем состоянии спин один и тот же — он равен нулю. Орбитальный момент изменяется на единицу, полный — также. Если бы одно из условий 1–3 не было выполнено, то между рассматриваемыми уровнями оптические переходы не наблюдались бы ни в отсутствие, ни в присутствии магнитного поля.

Правило 4 запрещает переходы с $m_{J_2} = -1$ на уровень $m_{J_1} = 1$, с уровня $m_{J_2} = 1$ на уровень $m_{J_1} = -1$, с уровня $m_{J_2} = -2$ на уровни с $m_{J_1} = 0, 1$ и с уровня $m_{J_2} = 2$ на уровни $m_{J_1} = 0, -1$. Как ясно из

рис. 1, возникает 9 спектральных переходов, которые называют *зеемановскими компонентами*. Однако из-за одинаковой величины фактора Ланде для верхних и нижних состояний в спектре излучения, соответствующему этим девяти переходам, наблюдаются только три линии. Такое расщепление называют *простым или нормальным эффектом Зеемана*. Частота линии, соответствующей спектральным компонентам с $\Delta m_J = 0$ (иногда эту группу линий называют π -компонентами), равна несмещенной частоте. Компоненты с $\Delta m_J = -1$ имеют меньшую частоту, а с $\Delta m_J = 1$ большую. Эти группы линий называют σ -компонентами. Если же фактор Ланде для верхнего и нижнего состояний не одинаков, то в этом случае число спектральных компонент превышает три и такой эффект называют *сложным или аномальным* из-за невозможности его объяснения классической физикой.

Зеемановские спектральные линии поляризованы. Понять их поляризацию можно проще всего, рассматривая картину излучения исходя из классических представлений о колебании дипольного момента атома, помещенного во внешнее магнитное поле. Разложим гармоническое колебание дипольного момента с произвольным направлением на три компоненты. Одна из компонент пусть будет направлена по направлению внешнего магнитного поля, а две другие — с круговым равномерным движением электрона по и против часовой стрелки — будут лежать в плоскости, перпендикулярной этому направлению.

Для компоненты колебаний, параллельной внешнему магнитному полю, действие поля равно нулю. В результате колебательное движение атомного диполя вдоль поля остается неизменным и будет происходить с первоначальной частотой ν_0 (рис. 2 a). Излучение, соответствующее данному колебанию, может наблюдаться только в направлении, перпендикулярном магнитному полю, так как в направлении своих колебаний диполь не излучает (π -компоненты).

Действие внешнего магнитного поля на круговые компоненты атомного дипольного момента сводится к появлению добавочной силы $\pm evB/c$, направленной вдоль радиуса круговой траектории к центру или от него в зависимости от направления вращения атомного электрона. В результате частота круговых колебаний, в зависимости от того, будет ли внешнее поле увеличивать или уменьшать действующую на электрон силу, будет больше или меньше ν_0 на $\Delta\nu$ (σ -компоненты). Поэтому в направлении, перпендикулярном магнитному полю, наблюдается π -компоненты с поляризацией вдоль поля, соответствующей линейным колебаниям диполя. Наблюдаются также две σ -компоненты с линейной поляризацией в направлении, перпендикулярном полю, обусловленные колебаниями составляющей дипольного момента по данному направлению (рис. 2 b).

В направлении внешнего магнитного поля будут наблюдаться две σ -компоненты в виде циркулярно поляризованного света правого и левого вращения. Это рассмотрение полностью соответствует требованиям квантовой механики. Проекция момента количества движения (спина)

кванта света на направление внешнего магнитного поля может иметь только два значения: ± 1 . Поэтому по данному направлению излучают

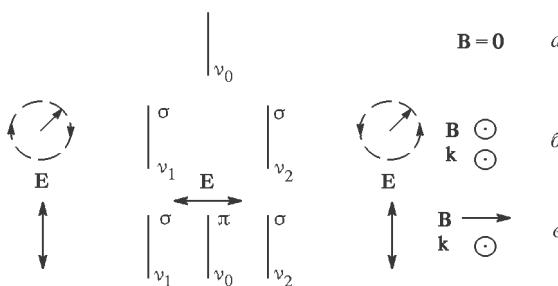


Рис. 2. Простой эффект Зеемана. Поляризация π - и σ -компонент. Вектор \mathbf{E} указывает направление электрического вектора электромагнитной волны: внешнее поле равно нулю (*а*); наблюдение ведется параллельно направлению внешнего магнитного поля \mathbf{B} (*б*); наблюдение перпендикулярно направлению магнитного поля \mathbf{B} (*в*). Волновой вектор \mathbf{k} излучаемой волны направлен на нас

только переходы с $\Delta m_J = -\pm 1$ (σ -компоненты), относительная разность длин волн между которыми равна

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\mu_B B}{\hbar\omega_0}. \quad (2)$$

При этом переход с $\Delta m = +1$ соответствует излучение более короткой длины электромагнитной волны, электрический вектор \mathbf{E} в которой вращается против часовой стрелки (если смотреть навстречу волне). Для перехода с $\Delta m = -1$ спиральность фотона отрицательная, и вектор \mathbf{E} вращается по часовой стрелке (рис. 2б). При изменении направления поля на противоположное направление вращения вектора \mathbf{E} также изменится на противоположное.

В сильном магнитном поле картина расщепления спектральных линий упрощается (эффект Пашена–Бака). В сильных полях дополнительная энергия орбитального m_L и спинового m_S магнитных моментов в поле \mathbf{B} много больше энергии спин-орбитального взаимодействия. В этом случае спиновый и орбитальный моменты ведут себя независимо друг от друга, и, следовательно, теряет смысл введение квантового числа J и фактора Ланде. Дополнительная энергия, приобретаемая атомом в магнитном поле, складывается при этом из «дополнительной энергии для \mathbf{L} » ($E_L = \mu_B m_L B$) и «дополнительной энергии для \mathbf{S} » ($E_S = -2\mu_B m_S B$). В оптических переходах квантовое число S не меняется. Согласно правилу отбора по орбитальному квантовому числу, оно может меняться не более чем на единицу. Это правило справедливо и для проекции орбитального момента m_L , которое в сильных полях играет роль, которую в слабых полях играет m_J . В силу этого каждая спек-

тральная линия расщепляется только на три компонента: π -компоненту ($m_L = 0$) и две σ -компоненты ($m_L = \pm 1$).

Расщепление спектральных линий в магнитном поле невелико и может быть обнаружено только с помощью приборов, обладающих высокой разрешающей способностью. Действительно, даже в поле 10^4 Гс, которое еще реально получить в небольшом лабораторном электромагните, величина расщепления

$$\Delta\nu = \frac{2\mu_B B}{h} \simeq 2,8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1},$$

в то время как в оптическом диапазоне ν составляет

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \simeq 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}.$$

В нашей установке магнитное поле $B \simeq 1,5$ кГс, и поэтому для обнаружения эффекта Зеемана нужен прибор с разрешающей способностью не менее, чем 10^5 .

В данной работе в качестве спектрального прибора используется эталон Фабри–Перо. Он представляет собой плоскопараллельную стеклянную пластинку диаметром около 20 мм и толщиной $L \simeq 1$ см (точное значение базы интерферометра указано на его оправе). Шлифовка плоскостей эталона обеспечивает постоянство его толщины до $\lambda_0/40$. На плоскости нанесено алюминиевое покрытие с коэффициентом отражения по интенсивности $\rho \simeq 0,9$.

При прохождении пучка света через эталон Фабри–Перо в результате многократных отражений от светоотражательных слоев образуется ряд параллельных световых пучков, интерференция между которыми приводит к образованию максимумов и минимумов (рис. 3). Если по-

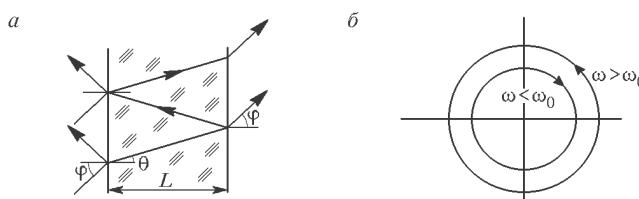


Рис. 3. Ход лучей в эталоне Фабри–Перо (а); поляризация колец при наблюдении параллельно направлению поля (б)

сле эталона поставить линзу или зрительную трубу, то в ее фокальной плоскости будет наблюдаться серия темных и светлых концентрических колец. Теоретическая разрешающая способность эталона по критерию Рэлея равна

$$R = \frac{2Ln\pi\sqrt{\rho}}{\lambda_0(1-\rho)}. \quad (3)$$

Условие образования интерференционного максимума имеет вид

$$2Ln \cos \theta_m = m\lambda, \quad (4)$$

где θ_m — угол, под которым пучки отражаются от поверхностей пластинки; L — толщина стеклянной пластиинки; n — ее показатель преломления; m — порядок интерференционного максимума. Учитывая, что $\sin \varphi = n \sin \theta$, мы получаем, что для малых углов падения $\cos \theta \simeq 1 - \theta^2/2 \simeq 1 - \varphi^2/(2n^2)$. Пронумеруем кольца так, чтобы их номер i возрастал вместе с их угловыми радиусами φ_i . Тогда квадрат угла φ_i пропорционален следующей комбинации величин L , λ и n :

$$\varphi_i^2 \propto \frac{in\lambda}{L}. \quad (5)$$

Измерив несколько радиусов колец, на основе этой зависимости можно достаточно точно вычислить показатель преломления стекла эталона для данных λ и L .

Во внешнем магнитном поле каждое интерференционное кольцо расщепляется на три при наблюдении поперек поля и на два при наблюдении вдоль поля. Отметим, что для большей длины волны (меньшей частоты) угловой радиус кольца меньше, как это видно из формулы (5). На рис. 3б показана пара колец и отмечено направление вращения вектора **E** для двух σ -компонент при наблюдении параллельно направлению поля. При изменении направления магнитного поля вращение вектора **E** меняется на противоположное.

Для больших порядков интерференции $m \simeq 2Ln/\lambda_0$. Поэтому при наложении внешнего магнитного поля угловое расстояние между зеемановским расщеплением колец $\delta\varphi_i$ и относительное изменение длины волны $\delta\lambda/\lambda_0$ связаны, как это следует из дифференцирования формулы (4), соотношением

$$\varphi_i \delta\varphi_i = n^2 \frac{\delta\lambda}{\lambda_0}. \quad (6)$$

Отметим, что произведение $\varphi_i \delta\varphi_i$ не должно зависеть от номера кольца. В работе при фиксированном магнитном поле определяются величины φ_i и $\delta\varphi_i$ для четырех колец и по ним находится относительное изменение длины волны $\delta\lambda/\lambda_0$ для двух σ -компонент. Если провести несколько таких измерений для различных полей, то, используя формулу (2), можно вычислить величину магнетона Бора.

Экспериментальная установка

Принципиальная схема измерения расщепления атомных линий в магнитном поле приведена на рис. 4.

Источник света *I* помещен в область однородного постоянного поля магнита *M*. Спектр излучения источника анализируется спектрометрами *C*. Для определения поляризации излучения используются поляроиды *P* и пластинка $\lambda/4$. На пластинке отмечены быстрая ось с меньшим

показателем преломления (\bar{B}) и медленная ось с большим показателем преломления (M), а на оправе поляроида — направление разрешенных колебаний вектора E .

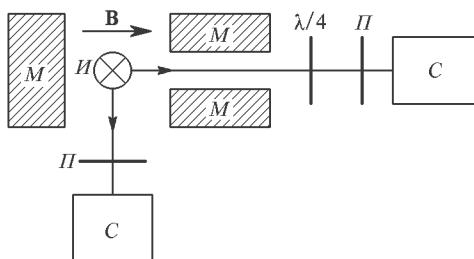


Рис. 4. Оптическая схема для наблюдения эффекта Зеемана

На рис. 5 показаны разрешенные направления колебаний вектора E после прохождения пластинки $\lambda/4$.

Если свет распространяется в направлении поля, то для σ -компоненты с меньшей длиной волны вектор E вращается против часовой стрелки, а для σ -компоненты с большей длиной волны — по часовой стрелке.

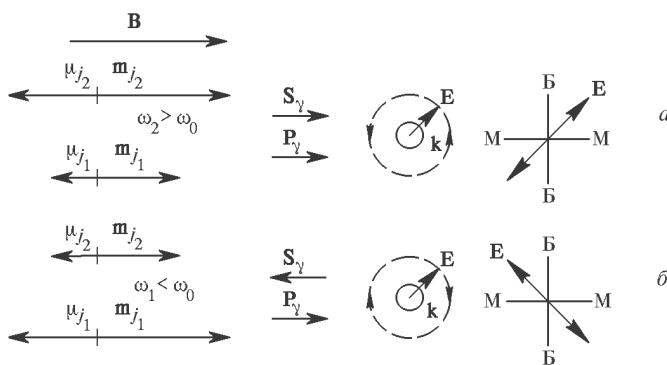


Рис. 5. Поляризация излучения при наблюдении по полю: S_γ — спин фотона, P_γ — его импульс

Если изменить направление поля на противоположное, то направление вращения вектора E в σ -компонентах изменится на противоположное.

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 6. Источник L (кадмиевая лампа) помещен между полюсами электромагнита (\mathcal{EM}). Лампа питается от специального источника ($БЛ$). Для питания электромагнита используется блок питания ($БМ$), ток в обмотках регулируется автотрансформатором, ручка которого выведена на переднюю панель блока. Величина тока измеряется цифровым амперметром

B7-22а. Рабочий диапазон тока $I = 0,5 \div 1,5$ А. На панель блока питания выведен переключатель направления тока. Если этот переключатель находится в положении I, то σ -компоненты наблюдаются в направлении, параллельном направлению магнитного поля (т. е. по полю),

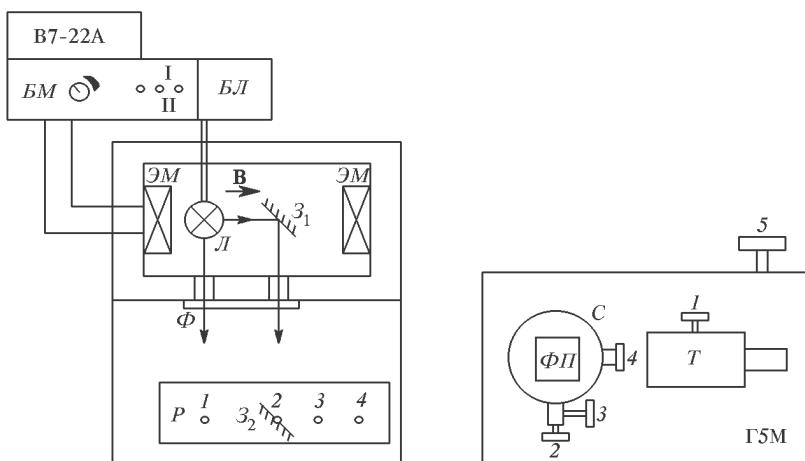


Рис. 6. Схема экспериментальной установки

в положении II — против поля. В рабочем диапазоне индукция магнитного поля с хорошей точностью пропорциональна величине тока I в обмотках электромагнита: $B = \gamma I$, где коэффициент $\gamma \simeq 1,5$ кГс/А (на установке указано уточненное значение γ). Поэтому вместо формулы (2) удобно использовать в расчетах магнетона Бора формулу

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{2\mu_B\gamma}{\hbar\omega_0} I. \quad (7)$$

Излучающая область кадмивой лампы имеет размер около 5 мм. В этой области пространственная неоднородность магнитного поля не превышает 5%. Отметим, что пространственная неоднородность приводит к увеличению ширины линии.

Для вывода излучения в магнитопроводе электромагнита имеются два отверстия, в которых установлены светофильтры Φ (на рис. 6 они не показаны). Светофильтр пропускает излучение в красной области спектра, в которой лежит рабочая линия, и не пропускает более интенсивные зеленую, голубую и синюю. Через одно отверстие проходит излучение в направлении, перпендикулярном полю, через второе — вдоль поля. Для вывода излучения вдоль поля на оси сердечника электромагнита установлено зеркало Z_1 под углом 45° к оси. Зеркало Z_2 направляет свет на эталон Фабри-Перо ($\Phi\pi$), установленный на поворотном столике (C) гониометра Г5М.

Для размещения зеркала Z_2 , пластинки $\lambda/4$ и поляроида имеется рейтер (P) с четырьмя отверстиями. Отверстие 1 используется для установки зеркала Z_2 при анализе излучения, распространяющегося попереck поля, отверстие 2 — вдоль поля, отверстие 3 — для пластиинки $\lambda/4$, отверстие 4 — для установки поляроида. Угол наклона зеркала Z_2 относительно горизонтальной оси настроен, и менять его не рекомендуется. Однако, с целью достижения максимальной яркости интерференционной картины, допускается медленное вращение зеркала вокруг вертикальной оси. Отметим, что при отражении от зеркала света с круговой поляризацией направление вращения вектора E меняется на противоположное, а при двух отражениях от зеркал Z_1 и Z_2 оно остается неизменным.

Гониометр Г5М позволяет с высокой точностью ($\approx 5''$) измерять угол поворота столика с эталоном Фабри–Перо. Ось зрительной трубы гониометра выставлена параллельно рейтеру, и перемещать гониометр не следует. Перед началом измерений необходимо проверить настройку гониометра. Вращением оправы окуляра зрительной трубы получите в поле зрения четкое изображения отсчетного креста, а затем установите зрительную трубу на бесконечность. Медленным поворотом столика добейтесь появления в поле зрения интерференционных колец. Столик гониометра можно вращать рукой, но при этом зажимной винт 2 должен быть обязательно освобожден. При зажатом винте 2 столик можно плавно вращать при помощи микрометрического винта 3. Вращая винт 1, добейтесь максимальной резкости интерференционных колец с большим номером, собственная ширина которых мала. Грубо от руки, а затем плавно вращая столик, совместите центр колец с вертикальным штрихом отсчетного винта. При помощи винта наклона столика 4, ось которого параллельна оси трубы, совместите центр колец с центром креста. На этом юстировка гониометра заканчивается.

Отсчет угла поворота столика гониометра производится при помощи отсчетного микроскопа, окуляр которого расположен ниже окуляра зрительной трубы. Вращая оправу окуляра отсчетного микроскопа, добейтесь четкого изображения цифр и штрихов. Порядок отсчета следующий. Предварительно плавно поворачивая столик, совместите центр креста окуляра зрительной трубы с левым (правым) концом горизонтального диаметра интерференционного кольца. В поле зрения отсчетного микроскопа наблюдается центральная шкала с цифрами градусов, помещенными над двойными штрихами, и правая шкала для отсчета числа минут и секунд. Поворачивая маховицок 5, совмести-

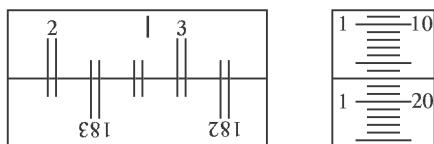


Рис. 7. Пример отсчета по лимбу гониометра угла $2^{\circ}41'17''$

те верхние и нижние двойные вертикальные штрихи лимба отсчетного устройства. Эти штрихи нанесены на лимб парами. Чуть выше штрихов нанесен вертикальный индекс (см. рис. 7).

Число градусов равно видимой ближайшей левой от индекса цифре. Число десятков минут равно числу интервалов между двойными штрихами, заключенных между цифрой отсчитанных градусов и нижней цифрой, отличающейся на 180° . Число минут и число секунд отсчитываются по правой шкале. Пример отсчета приведен на рис. 7.

Задание

В работе необходимо определить поляризации π - и σ -компонент для излучения поперек и вдоль поля, измерить угловые диаметры интерференционных колец для нескольких значений магнитного поля, по которым вычисляется показатель преломления стекла эталона, относительное изменение длины волны для двух σ -компонент. По результатам измерений определяется величина магнетона Бора. Измерения проводятся в следующей последовательности.

I. Определение поляризации π - и σ -компонент

1. Включите питание кадмивой лампы и дайте ей прогреться в течение нескольких минут. Включите питание гониометра. Установите зеркало в положение 1 рейтера и, медленно вращая оправу зеркала вокруг вертикальной оси, получите наиболее яркую картину интерференционных колец. Проведите юстировку гониометра: настройте зрительную трубу на бесконечность, добейтесь соосности колец и зрительной трубы.

2. На блоке питания электромагнита ручку регулировки тока поверните против часовой стрелки до упора. Включите блок питания магнита и амперметр В7-22А. Поворотом столика гониометра совместите центр поля зрения трубы со вторым или третьим кольцом. Постепенно увеличивая ток через магнит, проследите за расщеплением кольца на три компоненты. При помощи поляроида (отверстие 4 рейтера) определите поляризацию π - и σ -компонент для направления распространения света поперек поля. Опыта проведите для двух направлений поля, после чего уменьшите ток магнита до нуля.

3. Установите оправу с зеркалом в отверстие 2 рейтера для наблюдения излучения вдоль поля. Вращая зеркало вокруг вертикальной оси, получите наиболее яркую картину интерференционных колец. Увеличивая ток электромагнита, проследите за расщеплением кольца на два. При помощи пластинки $\lambda/4$ и поляроида определите направление вращения электрического вектора в σ -компонентах. Опыт проведите для двух направлений магнитного поля. Уменьшите ток в магните до нуля, снимите с рейтера пластинку $\lambda/4$ и поляроид.

4. Сравните полученные экспериментальные данные по поляризации π - и σ -компонент с теоретическими.

II. Измерение относительной разности длин волн для σ -компонент

1. Оцените случайную ошибку отсчета угловой координаты. Для этого 4–5 раз получите отсчет угла для второго или третьего кольца, каждый раз рассстраивая систему небольшим поворотом столика.

2. Для определения показателя преломления стекла эталона Фабри–Перо измерьте угловые диаметры пяти последовательных интерференционных колец. Центральное кольцо имеет большую ширину и его следует исключить из измерений. Измерения следует начинать с крайнего правого или левого кольца (рис. 8 a) и регистрировать отсчеты углов

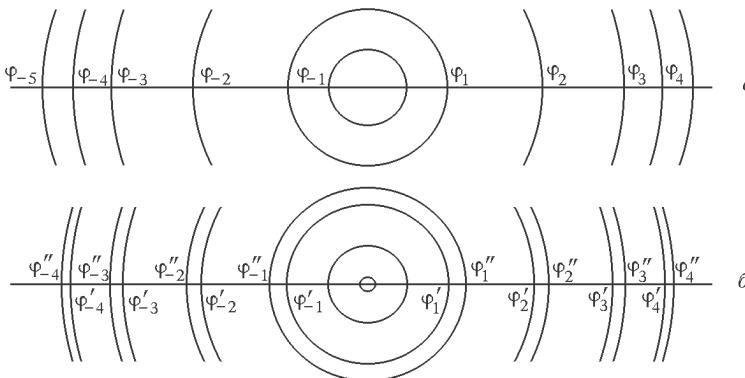


Рис. 8. Интерференционные кольца: без поля (a); с полем (б)

последовательно для ближайших колец. Всего получается 10 отсчетов, образующих монотонно возрастающую или монотонно убывающую последовательность чисел $\varphi_{-5}, \dots, \varphi_5$ или $\varphi_5, \dots, \varphi_{-5}$. Программа обработки данных при помощи ЭВМ рассчитана именно на такую последовательность чисел.

3. Измерьте угловые диаметры соседних колец для четырех значений магнитного поля. Измерения следует начинать с минимального тока электромагнита, при котором возникает различимое расщепление колец. Далее ток можно увеличивать на $0,1 \div 0,15$ А. Для каждого значения тока измерьте четыре угловых диаметра для каждой σ -компоненты. Измерения следует начинать с крайнего правого или левого кольца, фиксируя последовательно отсчеты при вращении столика в одну сторону (рис. 8 b).

Для выбранного значения тока имеем монотонно убывающую или возрастающую последовательность из 16 отсчетов $\varphi''_4 \varphi'_4, \dots, \varphi'_4 \varphi''_4$ или $\varphi''_4 \varphi'_4, \dots, \varphi'_4 \varphi''_4$. Таких последовательностей должно быть 4 (столько же, сколько и значений поля). Как и раньше, центральное кольцо (или два) следует исключить из измерений.

4. Измерьте разрешающую способность используемой оптической установки. Для этого зафиксируйте минимальный ток электромагнита, при котором только начинают различаться σ -компоненты. Измерения проводите при увеличении и при уменьшении тока. Проведите необходимые вычисления и сравните результат с теоретическим разрешением эталона Фабри–Перо.

По окончании работы уменьшите ток магнита до нуля, выключите питание гoniометра, лампы и электромагнита.

III. Обработка экспериментальных данных

Обработка полученных данных проводится при помощи ЭВМ, инструкция по вводу данных и управлению программой имеется на рабочем месте. В отчете должны быть приведены: значения вычисленной величины показателя преломления стекла эталона Фабри–Перо, четырех величин относительного изменения длины волны для σ -компонент, величина магнетона Бора, ошибки и величина критерия значимости χ^2 (см. Приложение I), которая вычисляется по специальной программе на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 5. Ч. 1. Атомная и ядерная физика. — М.: Наука, 1986. § 41.
2. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. § 37.

РАЗДЕЛ IV

ЯДЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ОСНОВЫ РАДИАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Виды радиоактивного распада. Явление радиоактивности состоит в самопроизвольном распаде ядер с испусканием одной или нескольких частиц. Ядра, подверженные такому распаду, называются радиоактивными. Необходимым, но не всегда достаточным условием радиоактивного распада является его энергетическая выгодность — масса радиоактивного ядра должна превышать сумму масс ядра-осколка и частиц, вылетающих при распаде. В природе существует большое число естественно-радиоактивных ядер, т. е. ядер, не успевших распасться с момента их образования до настоящего времени либо непрерывно образующихся под действием космических лучей. В то же время радиоактивные ядра могут быть получены искусственным путем — бомбардировкой стабильных ядер частицами. Никакой физической разницы между естественной и искусственной радиоактивностью нет.

Радиоактивный распад характеризуется временем протекания, сортом испускаемых частиц, их энергией, а при вылете нескольких частиц — угловой корреляцией, т. е. углом между направлениями вылета частиц. Исходное радиоактивное ядро называется родительским, продукт его распада — дочерним. К числу радиоактивных процессов относятся α - и β -распады (в том числе и K -захват), γ -излучение, деление ядер, а также испускание запаздывающих нейтронов и протонов. Два последних процесса относятся к каскадному двуступенчатому типу, так как испускание запаздывающих нейтронов (протонов) происходит практически мгновенно после предварительного испускания ядром электрона (позитрона). Поэтому испускание запаздывает на время, характеризующее предшествующий β -распад. Рассмотрим перечисленные нами процессы.

Альфа-распад. Спонтанному α -распаду подвержены только тяжелые ядра с зарядом $Z > 83$ и небольшая группа ядер редкоземельных элементов в области массовых чисел $A = 140 \div 160$. Периоды полураспада α -активных ядер подчиняются закону Гейгера–Нэттола, который может быть легко получен на основе квантово-механического описания данного процесса.

Четыре элементарные частицы, из которых состоит α -частица (два протона и два нейтрона), участвуют в сложном движении нуклонов в ядре, и нет никакого способа отличить их от других частиц этого ядра. Однако существует заметная ($\simeq 10^{-6}$) вероятность образования α -частицы в ядре на какое-то короткое время в результате случайного

сближения четырех нуклонов. И лишь только когда α -частица покинет ядро и окажется достаточно далеко от него, можно рассматривать α -частицу и ядро как две отдельные частицы.

Энергетически α -распад возможен, если энергия связи исходного родительского ядра $E_{A,Z}$ меньше суммы энергий связи*) дочернего ядра $E_{A-4,Z-2}$ и α -частицы E_α , т. е. должно выполняться соотношение

$$\Delta E = E_{A-4,Z-2} + E_\alpha - E_{A,Z} > 0. \quad (4.1)$$

Энергия связи α -частицы равна 28 МэВ, что составляет 7 МэВ/нуклон. Поэтому α -распад не может идти у средних ядер, у которых энергия связи на нуклон $\simeq 8$ МэВ.

Рассмотрим вид потенциальной энергии α -частицы в ядре и его окрестности (рис. 4.1). Вне ядра короткодействующие ядерные силы

быстро обращаются в нуль, и на α -частицу действует только электростатическое кулоновское отталкивание, потенциальная энергия U которого равна

$$U = \frac{2(Z-2)e^2}{r}. \quad (4.2)$$

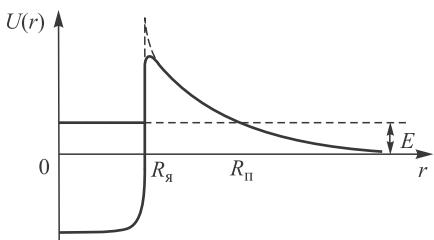


Рис. 4.1. Качественный вид потенциальной энергии α -частицы как функции расстояния от центра ядра, E — кинетическая энергия вылетевшей α -частицы. Внутри ядра потенциал α -частицы условно показан равным ее энергии у поверхности в момент вылета; пунктиром показан ход кулоновской энергии вблизи границы ядра

На границе ядра вступает в действие сильное притяжение, обусловленное ядерными силами, и потенциальная кривая резко уходит вниз. Внутри ядра потенциал можно считать примерно постоянным. Даже если потенциальная энергия α -частицы в ядре больше нуля, как это показано на рис. 4.1, и тем самым энергетически α -распад разрешен, по представлениям классической физики

этот процесс не может происходить без сообщения α -частице дополнительной энергии, так как частица расположена в потенциальной яме. Но квантовая механика разрешает прохождение, или, точнее, просачивание частицы через потенциальный барьер. Говорят, что может происходить *туннелирование* α -частицы сквозь барьер. Это обусловлено тем, что свойства квантовой частицы описываются с помощью волновой функции Ψ , квадрат модуля которой $|\Psi(r)|^2$ пропорционален вероятности

*) Энергией связи называется энергия, необходимая для полного расщепления ядра на отдельные протоны и нейтроны. Когда энергии связи ядер известны, можно рассчитать энергетический баланс для любых процессов распада и взаимных превращений ядер.

обнаружить частицу в точке \mathbf{r} . В случае конечного потенциала, т. е. потенциала со стенками конечной высоты, Ψ -функция всюду отлична от нуля. Поэтому существует, хотя в большинстве случаев очень малая, вероятность обнаружить частицу вне ядра, что и означает возможность α -распада.

Проницаемость D потенциального барьера для α -частицы с энергией E определяется выражением

$$\ln D = -\frac{2}{\hbar} \int_{R_\alpha}^{R_n} \sqrt{2m_\alpha(U - E)} dr. \quad (4.3)$$

Пределами интегрирования служат границы барьера или границы той области, где кинетическая энергия формально отрицательна, т. е. от радиуса ядра R_α до так называемой точки поворота R_n , определяемой условием для полной энергии $E = 2(z - r)e^2/R_n$ (см. рис. 4.1). Название «точка поворота» отражает тот факт, что при классическом движении частица отражалась бы от барьера в этой точке.

Практически интересный случай соответствует условию $E \ll U(R_\alpha)$, т. е. процесс туннелирования происходит глубоко под кулоновским барьером. В силу малости постоянной Планка, стоящей в выражении для проницаемости барьера в экспоненте, фактически вклад области, где $U \approx E$, мал, и можно считать, что $E \ll U$ всюду. При этих предположениях выражение для проницаемости барьера (4.3) принимает вид

$$\begin{aligned} \ln D &\simeq \frac{2\sqrt{2m_\alpha}}{\hbar} \int_{R_\alpha}^{R_n} \sqrt{\frac{2(Z-2)e^2}{r}} dr = -\text{const} \cdot \int_{R_\alpha}^{R_n} \frac{dr}{\sqrt{r}} \simeq \\ &\simeq -(A\sqrt{R_n} - B) = -A\left(\frac{B}{\sqrt{E}} + C\right), \end{aligned} \quad (4.4)$$

где A , B , C — константы. Так как период полураспада $T_{1/2}$ обратно пропорционален проницаемости барьера, то из выражения (4.4) следует закон Гейгера–Нэттола, хорошо подтвержденный экспериментальными фактами:

$$\lg T_{1/2} = \frac{a}{\sqrt{E}} + b, \quad (4.5)$$

связывающий период полураспада с энергией вылетающей α -частицы. Если $T_{1/2}$ выражать в секундах, а E — в мегаэлектрон-вольтах, то коэффициенты a и b определяются следующими выражениями:

$$a \simeq 1,6Z; \quad b \simeq -1,6Z^{2/3} - 21,4. \quad (4.6)$$

Поскольку α -распаду подвержены только тяжелые ядра ($Z > 83$), выбор различных элементов не приводит к заметному относительному изменению величины заряда $\Delta Z/Z$. Поэтому в соответствии с формулами

(4.5), (4.6) $T_{1/2}$ слабо зависит от заряда ядра Z , не зависит от полного числа нуклонов и в сильной степени зависит от энергии вылетающих α -частиц. Мы говорили выше только о проницаемости потенциального барьера, т. е. о вероятности проникновения α -частицы через барьер, когда она находится на поверхности ядра. Чтобы найти константу распада λ , надо умножить проницаемость барьера на число попыток v в единицу времени преодолеть этот барьер, т. е.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = vD. \quad (4.7)$$

Грубая оценка множителя v в формуле (4.7) может быть сделана, если под v понимать частоту ударов α -частицы о поверхность ядра, определяемую формулой

$$v = \frac{v}{2R_a}, \quad (4.8)$$

где $v \approx \hbar/(m_\alpha R_a)$ — скорость α -частицы внутри ядра.

Альфа-распад может, естественно, сопровождаться изменением углового момента ядра. Схематически это показано на рис. 4.2. Так

как у α -частицы имеется тангенциальная составляющая скорости v_t , то согласно закону сохранения момента импульса ядро получит момент $L = m_\alpha v_t r$ и энергию вращения $L^2/(2m_\alpha r^2)$. Пренебрегая энергией отдачи ядра в силу его большой массы, мы должны записать закон сохранения энергии в виде

$$E = \frac{m_\alpha v^2}{2} + \frac{L^2}{2m_\alpha r^2} + U(r). \quad (4.9)$$

Рис. 4.2. Схематическое изображение вылета из ядра α -частицы с ненулевым угловым моментом

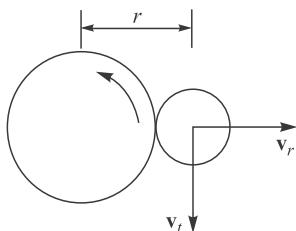
Здесь в выражении для энергии появился новый член, который можно считать центробежной потенциальной энергией. Таким образом, барьер для α -частицы повышается, и, следовательно, увеличивается период полураспада. Это увеличение характеризуется величиной

$$\eta = \frac{\text{центробежный барьер}}{\text{кулоновский барьер}} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_\alpha 2(Z-2)e^2 r}. \quad (4.10)$$

При написании выражения (4.10) мы использовали закон квантования квадрата углового момента $L^2 = l(l+1)\hbar^2$, где $l\hbar$ — максимальное значение проекции \mathbf{L} на выделенную ось.

Радиус ядра с $Z = 90$ равен примерно 10^{-12} см, и мы получаем следующую числовую оценку:

$$\eta \approx 0,002 l(l+1). \quad (4.11)$$



Указанная оценка показывает, что влияние центробежного барьера может быть существенным, как правило, лишь при больших значениях l , т. е. как говорят, для существенно нецентрального вылета α -частицы.

Бета-распад. Бета-распад — процесс самопроизвольного превращения нестабильного ядра в ядро-изобар (ядро с тем же числом нуклонов, т. е. с одинаковым массовым числом A) с зарядом, отличным от исходного на $\Delta Z = \pm 1$ за счет испускания электрона (позитрона) или захвата электрона с атомной оболочки. Главной особенностью β -распада является то, что он обусловлен не ядерными и не электромагнитными силами, а слабым взаимодействием, вероятность которого примерно в 10^{14} раз меньше ядерного, поэтому и периоды полураспадов β -активных ядер в среднем довольно велики — порядка нескольких минут или часов. Бета-распадные процессы идут всегда, когда они энергетически возможны. Кулоновский барьер для β -распада несущественен в силу очень малой массы электрона.

Характерной особенностью β -распада является энергетический спектр вылетающих частиц (см. рис. 4.3). В отличие от α -частиц, мы наблюдаем в данном случае непрерывный энергетический спектр электронов β -распада. Непрерывный энергетический спектр вылетающих частиц при β -распаде — следствие участия в процессе распада еще одной частицы — нейтрино, обладающей нулевой энергией покоя. В силу статистического характера явления радиоактивности при одиночном акте распада соотношение энергий электрона и нейтрино может быть любым, т. е. энергия электрона может принимать любые значения от нуля до максимально возможной энергии (полной выделяющейся энергии).

Обсудим более подробно энергетические процессы при β -распаде. Рассмотрим атом с зарядом $Z + 1$. Пусть его полная энергия равна E_{Z+1} и пусть нулевая энергия соответствует системе однократно ионизованный атом плюс покоящийся свободный электрон. Это означает, что энергия нейтрального атома с зарядом $Z + 1$ отрицательна и имеет порядок энергии ионизационного потенциала атома (рис. 4.4).

В случае A энергия E_Z атома с зарядом Z выше, чем E_{Z+1} . Энергетически возможным является β -распад, т. е. распад с вылетом электрона, и атом Z переходит в атом с $Z + 1$ протоном, но с Z электронами, т. е. в ионизованный атом $Z + 1$. Процесс $E_{Z+1} \rightarrow E_Z$, соответствующий позитронному распаду, энергетически запрещен.

В случае B ($0 < E_{Z+1} - E_Z < 2mc^2$) переход $E_{Z+1} \rightarrow E_Z$ возможен только тогда, когда ядро $Z + 1$ поглощает электрон из атомных K , L ,

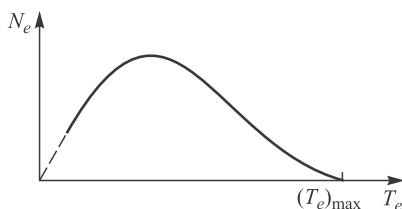


Рис. 4.3. Типичный β -спектр — распределение числа вылетающих частиц по энергии

M-оболочке. Обычно захватывается ядром *K*-электрон, и поэтому процесс носит название *K*-захвата. Новый атом *Z* образуется в возбужденном состоянии *B** соответственно с вакансией (дыркой) в *K*- или

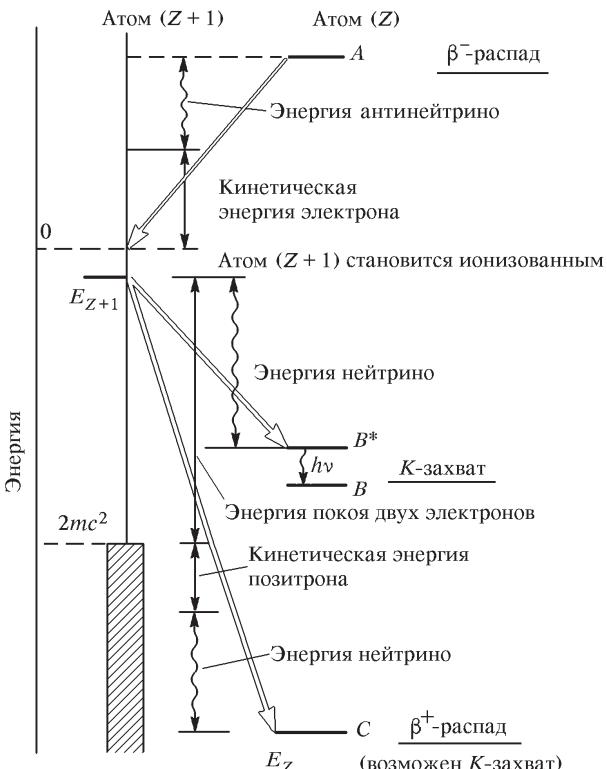


Рис. 4.4. Энергетическая схема β -распада

L-оболочке. Затем происходит переход в основное состояние, сопровождающийся испусканием характеристического излучения:

$$B^* \rightarrow B + h\nu. \quad (4.12)$$

В случае *C* энергия атома *Z* такова, что $E_Z + 2mc^2 < E_{Z+1}$. Здесь также возможен процесс *K*-захвата. Кроме того, ядро может претерпевать β^+ (позитронный)-распад. Приведенное энергетическое соотношение легко получить. Если *m* — масса электрона (позитрона), *M_Z* — масса исходного ядра, а *M_{Z+1}* — масса конечного ядра, то должно быть

$$M_{Z+1}c^2 \geq M_Zc^2 + mc^2. \quad (4.13)$$

Но массы атомов Z и $Z + 1$ с учетом массы электронов равны

$${}^A M_Z = M_Z + Zm, \quad {}^A M_{Z+1} = M_{Z+1} + (Z + 1)m. \quad (4.14)$$

Подставив эти соотношения в условие (4.13), получим

$${}^A M_{Z+1} \geq {}^A M_Z + 2m \quad (4.15)$$

или

$$E_{Z+1} \geq E_Z + 2mc^2. \quad (4.16)$$

Подчеркнем еще раз, что β -распад — не внутриядерный, а внутринуклонный процесс. В ядре распадается одиночный нуклон — нейтрон или протон. Электронный распад связан с распадом нейтрана:

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \tilde{\nu}. \quad (4.17)$$

При позитронном распаде в ядре распадается протон:

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu. \quad (4.18)$$

Заметим также, что в свободном состоянии нейтрон нестабилен, и его период полураспада равен 10,5 мин. Свободный протон не распадается, так как его масса меньше массы нейтрана, но для связанных в ядре протона подобное превращение возможно: недостающая энергия восполняется ядром.

Гамма-излучение. В том случае, когда энергетически невозможен распад ядра с вылетом нуклона, происходит снятие возбуждения за счет испускания γ -квантов — так принято называть кванты электромагнитного поля, испускаемые при ядерных превращениях (их энергия обычно больше 100 кэВ). Испускание ядром γ -квантов с энергией, превышающей энергию связи нуклона, реально происходит только в случае запрета по четности и моменту количества движения для вылета нуклонов (или других частиц), который делает процесс испускания γ -квантов относительно более вероятным.

Гамма-излучение ядер обусловлено взаимодействием отдельных нуклонов ядра с электромагнитным полем. Несмотря на это, в отличие от β -распада γ -излучение — явление не внутринуклонное, а внутриядерное. Изолированный свободный нуклон не может испустить (или поглотить) γ -квант из-за совместного действия законов сохранения энергии и импульса. Это полностью аналогично невозможности фотоэффекта на свободных электронах. В то же время внутри ядра нуклон может испустить квант, передав при этом часть импульса другим нуклонам.

Так как масса фотона равна нулю, для него не существует понятия орбитального момента, а вместо этого вводится понятие мультипольности. Часто говорят, что спин фотона равен 1. Буквально понимать такое

выражение нельзя. Во-первых, для безмассовой частицы нельзя ввести понятие спина, т. е. собственного момента количества движения — момента импульса частицы в связанной с ней системе координат. Фотон всегда движется со скоростью света, и поэтому, согласно теории относительности, для него нельзя выбрать систему отсчета, в которой он покоятся. Во-вторых, полный момент импульса фотона, как будет показано ниже, может быть любым, но при оптических переходах практически испускаются лишь дипольные кванты, обладающие моментом $L = 1$, что и привело к тому, что спин фотона считается равным 1.

Мультиполь электромагнитного поля — это состояние свободно распространяющегося поля, характеризуемое полным моментом и четностью. Состояние с моментом L и четностью $(-1)^L$ называется электрическим 2^L -полем (обозначается буквой E), а состояние с моментом L и четностью $(-1)^{L+1}$ — магнитным 2^L -полем (обозначается буквой M). Низшие состояния имеют специальные названия: диполь ($L = 1$), квадруполь ($L = 2$) и октуполь ($L = 3$). Монопольных ($L = 0$) γ -квантов не существует из-за поперечности электромагнитных волн (у волны не может быть сферической симметрии, линии поля должны указывать на некое определенное направление).

В основном всегда происходит излучение γ -кванта с наименьшей возможной мультипольностью. Это связано с тем, что увеличение порядка мультипольности на единицу приводит к уменьшению вероятности излучения, т. е. вероятности γ -перехода, в $(\lambda/R)^2$ раз, где R — радиус ядра, а $\lambda = \lambda/(2\pi)$ — приведенная длина волны γ -кванта. Кроме того, при одинаковых мультипольностях вероятность магнитного излучения тоже в $(\lambda/R)^2$ раз меньше электрического. Таким образом, в порядке уменьшения вероятности излучения переходы располагаются следующим образом: $E1, E2$ и $M1, E3$ и $M2$ и т. д.

Как показал В. Гайтлер, фотон мультипольности 2^L обладает угловым моментом L , абсолютное значение которого согласно квантовой механике равно $\sqrt{L(L+1)}$, т. е. точно такое же, как и в случае частицы конечной массы. В соответствии с законом сохранения момента количества движения должно существовать следующее соотношение между моментами I_h и I_k начального и конечного ядра и моментом L , уносимым γ -квантами:

$$|I_h - I_k| \leq L \leq I_h + I_k. \quad (4.19)$$

Это соотношение является правилом отбора по моменту количества движения. Согласно этому соотношению дипольные γ -кванты ($L = 1$) могут быть испущены при переходах между состояниями с $\Delta I = 0, \pm 1$, кроме (0–0)-переходов; квадрупольные γ -кванты ($L = 2$) — при переходах между состояниями с $\Delta I = \pm 2, \pm 1, 0$, кроме (0–0), (0–1)- и (1–0)-переходов, и т. д.

Еще одно правило отбора связано с выполнением закона сохранения четности волновой функции. Четность определяется по влиянию отражения всех трех осей координат относительно начала на знак волновой

функции системы. Такое отражение в случае статического диполя приводит к взаимной перестановке положения каждого заряда (см. рис. 4.5). Следовательно, если смотреть из исходной системы координат, то происходит очевидное изменение знаков всех зарядов. Однако такое же отражение в случае магнитного диполя (кругового тока) не изменяет направления (знака) тока в магнитном диполе.

Поэтому разрешенное изменение четности ядра, испускающего электрическое γ -излучение мультипольности L , описывается формулой

$$\frac{P_h}{P_k} = (-1)^L, \quad (4.20)$$

а для ядра, испускающего магнитное L -мультипольное излучение — формулой

$$\frac{P_h}{P_k} = (-1)^{L+1}, \quad (4.21)$$

где P_h и P_k — соответственно четности начального и конечного состояний ядра.

Часто снятие возбуждения в ядре происходит не путем непосредственного перехода в основное состояние, а путем испускания каскада γ -квантов, обладающих меньшей мультипольностью. При этом оказывается, что существует угловая корреляция последовательно испускаемых γ -квантов, т. е. наблюдается преимущественное направление испускания второго кванта.

Появление корреляционной зависимости обусловлено тем, что проекция m полного момента γ -кванта на его импульс может принимать только значения $m = \pm 1$ (единицей измерения является постоянная Планка \hbar). Значение $m = 0$ исключено условием поперечности электромагнитных волн. Поэтому, если, например, ядро на уровне с моментом ноль испустило γ -квант, вылетевший в определенном направлении, т. е. зарегистрированный в этом направлении детектором, проекция спина ядра в новом, более низком энергетическом состоянии на это направление может быть только ± 1 , но не ноль. А это значит, что ядро уже ориентировано в пространстве не совсем хаотически. Поэтому и каскадные γ -кванты вылетают из него в разных направлениях с разной вероятностью. Угловая корреляция существенно зависит от моментов последовательно распадающихся состояний.

Времена жизни γ -активных ядер в среднем невелики и обычно имеют порядок $10^{-11} \div 10^{-7}$ с. В редких случаях при сочетании высокой степени запрета с малой энергией перехода могут наблюдаться γ -активные ядра с временами жизни макроскопического порядка до

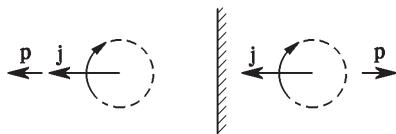


Рис. 4.5. Различное поведение векторов \mathbf{p} и \mathbf{j} , соответствующих электрическому и магнитному диполю, при отражении в зеркале

нескольких часов или даже лет. Такие возбужденные долгоживущие состояния ядер называются изомерами. Это явление было открыто в 1935 г. И. В. Курчатовым и его сотрудниками. Изомерный уровень должен иметь спин, сильно отличающийся от спинов уровней, лежащих ниже, и низкую энергию возбуждения. Как правило, изомерное состояние относится к первому возбужденному уровню ядра. Так, например, в ядре $^{115}_{49}\text{Pb}$ основное состояние имеет характеристику $9/2^+$, а первый возбужденный уровень с энергией 335 кэВ — характеристику $1/2^-$. Переход этот запрещен настолько сильно, что время жизни возбужденного уровня оказывается равным 14,4 ч. Еще более впечатляющий пример — ядро тантала $^{180}_{73}\text{Ta}$, основное состояние которого с энергией 75 кэВ имеет спин и четность 1^+ , а первое возбужденное состояние 9^- , и его период полуразпада равен 10^{15} лет.

Следует обратить внимание на то, что все лабораторные источники γ -квантов являются фактически долгоживущими β -активными ядрами, а γ -излучение возникает из-за β -распада родительского ядра на возбужденные уровни дочернего ядра. Так, например, в широко распространенном источнике γ -излучения $^{60}_{27}\text{Co}$ ($T_{1/2} = 5,3$ лет) происходят вылет электронов с энергией 0,3 МэВ и последующие γ -переходы (уже в ядре $^{60}_{28}\text{Ni}$) с энергией 1,17 и 1,33 МэВ.

Кроме испускания γ -излучения, существует еще один механизм потери энергии возбужденным ядром — испускание электронов внутренней конверсии. В этом процессе энергия возбуждения передается непосредственно одному из орбитальных электронов, который получает всю энергию кванта. С максимальной вероятностью процесс внутренней конверсии идет на K -электронах, волновая функция которых наибольшим образом перекрывается с ядром. Однако, если энергия, освобождаемая при ядерном переходе, меньше энергии связи K -электрона, то наблюдается конверсия на L -электронах и т. д. Помимо конверсионных электронов, при внутренней конверсии можно наблюдать еще и рентгеновские

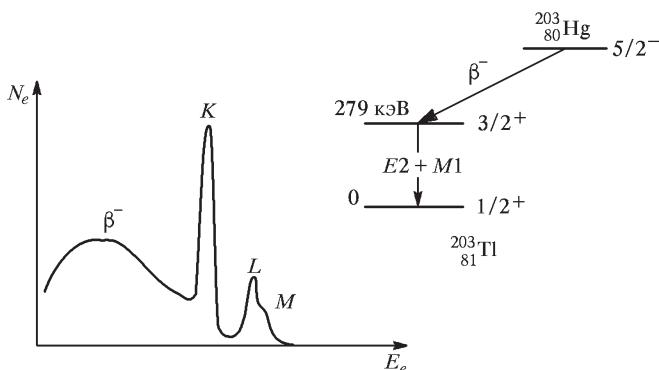


Рис. 4.6. Бета-спектр ядра ртути $^{203}_{80}\text{Hg}$

кванты, возникающие при переходе одного из наружных электронов на уровень K - или L -оболочки, освобожденной вылетевшим электроном. Моноэнергетичность вылетающих при внутренней конверсии электронов позволяет отличить их от электронов β -распада, спектр которых непрерывен. В качестве иллюстрации этого процесса на рис. 4.6 приведен спектр электронов, вылетающих из β -активного ядра ртути.

Бета-распад происходит из основного состояния ^{203}Hg на возбужденное состояние ^{203}Tl , а затем ядро таллия переходит в основное состояние, испуская γ -квант мультипольности $E2$ или $M1$ с энергией 279 кэВ. Этот переход сильно конвертирован, поэтому в непрерывном по энергии спектре β -частиц появляются монохроматические линии.

Следует подчеркнуть, что процесс внутренней конверсии — первичный, а не вторичный процесс взаимодействия γ -излучения с орбитальными электронами, или, как говорят, он происходит за счет виртуальных, а не реальных квантов. В этом его принципиальное отличие от фотоэффекта.

Основы дозиметрии ядерного излучения и радиационной безопасности. В данном разделе кратко приведены сведения о взаимодействии ядерного излучения с человеческим организмом и основы дозиметрии излучения, т. е. методы измерения интенсивности ядерного излучения. Все студенты, выполняющие работы в ядерной лаборатории, должны внимательно ознакомиться с приведенными ниже фактами, уметь грамотно проводить исследования и обращаться с дозиметрическими приборами.

Все живые организмы подвергаются воздействию естественного радиационного фона, который составляют космические лучи и излучения радиоактивных элементов земной коры. Кроме того, с развитием ядерной науки и техники возникла опасность облучения человека дозами радиаций, значительно превышающими естественный уровень.

Ядерно-физические методы исследования неизбежно связаны с использованием излучения от ускорителей, реакторов, искусственных радиоактивных изотопов — радионуклидов. В студенческой лаборатории по ядерной физике в качестве источников излучения используются альфа-, бета- и гамма-активные изотопы. Эти источники надежно защищены, чтобы свести до минимума воздействие излучения на организм человека, и фактически работы в лаборатории безопасны для здоровья.

Тем не менее, излучение опасно и каждый работающий с ним должен понимать последствия воздействия его на организм. Дело в том, что ядерные частицы (гамма-кванты, электроны, нейтроны, протоны, альфа-частицы) могут легко поразить атомы и молекулы в клетках нашего тела, и эти клетки погибают. Каждую секунду в клетках нашего тела умирает примерно 10 миллионов клеток и потому разрушение клеток под действием излучения, казалось бы, не должно нас волновать. Однако радиационные повреждения внутри живой клетки могут оказаться критическими. Внутри клеток есть хромосомы, образу-

ющие молекулы ДНК, в которых заложена программа построения новых клеток.

Природа позаботилась о том, чтобы в живой клетке с помощью различных регенерирующих систем ликвидировались, по крайней мере частично, последствия облучения. Репарацию облученных клеток осуществляют специальные ферментные системы, которые быстро ликвидируют повреждения молекул ДНК. Различные морфологические и биохимические эффекты облучения при небольшой дозе облучения уменьшаются, если эта доза сообщается в виде отдельных порций с достаточным промежутком времени между ними.

Однако ясно, что если нарушения происходят на стадии деления клетки, генный код может измениться и произойдет мутация. Мутации не обязательно опасны. Когда они случаются в половых клетках — это эволюционный процесс. Но мутации могут вызвать и рак — наиболее серьезный риск при малых дозах облучения. Сразу же следует отметить, что мутации происходят в человеческом теле постоянно, в частности, от естественной радиоактивности и в еще большей степени от определенных природных и искусственных химических соединений — канцерогенов. Наиболее известный из них — табачный деготь.

Так как делящиеся клетки наиболее подвержены риску при облучении, то в нашем теле наиболее уязвимы те области, где деление клеток происходит наиболее быстро. Прежде всего это кроветворные органы (костный мозг, селезенка, лимфатические железы), эпителий половых желез и слизистой оболочки кишечника. Наименее уязвимы конечности. Человек более уязвим в молодом возрасте, когда его тело еще продолжает расти, и, естественно, в чреве матери.

Для количественной оценки источников ядерных излучений и степени их воздействия введены специальные единицы активности и дозовых характеристик, которые приведены в таблице.

Рентген (Р) — единица экспозиционной дозы — является, как и бэр, внесистемной единицей, но до сих пор широко используется. Доза 1 Р образует в сухом воздухе в 1 см³ заряд в 1 ед. СГС = 2,58 · 10⁻⁷ Кл в 1 кг воздуха. Тем самым число пар ионов n , образующихся в воздухе при величине дозы в 1 Р будет равно

$$n = \frac{1 \text{ СГС}E_q}{4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГС}E_q} = \frac{10^{10}}{4,8} \simeq 2 \cdot 10^9.$$

Единица эквивалентной дозы ионизирующего излучения 1 бэр соответствует такому облучению живого организма данным видом излучения, при котором наблюдается тот же биологический эффект, что и при экспозиционной дозе γ -излучения в 1 Р. Название единицы эквивалентной дозы рад — это аббревиатура английских слов *radiation absorbed dose*. Единица поглощенной дозы излучения 1 рад соответствует энергии излучения 100 эрг, поглощенной веществом массой 1 г, т. е. 1 рад =

= 100 эрг/г. Доза радиации 1 Грэй эквивалентна выделению в живой ткани 1 Дж/кг.

Единицы активности радионуклида (число распадов в единицу времени)	
Беккерель (Бк, Bq)	1 Бк = 1 распад в секунду
Кюри (Ки, Ci)	1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк
Единицы поглощенной дозы (количество энергии излучения, поглощенное единицей массы какого либо физического тела, например тканями организма)	
Грей (Гр, Gy)	1 Гр = 1 Дж/кг
Рад (рад, rad)	1 рад = 0,01 Гр
Единицы эквивалентной дозы (поглощенная доза, умноженная на коэффициент, учитывающий неодинаковую биологическую радиационную опасность разных видов излучения)	
Зиверт (Зв, Sv)	1 Зв = 1 Гр = 1 Дж/кг
Бэр (бэр, rem) — «биологический эквивалент рентгена»	1 бэр = 0,01 Зв = 10 мЗв
Единицы мощности дозы (доза, полученная организмом за единицу времени)	
Грей в час (Гр/ч)	1 Гр/ч = 1 Зв/ч = 100 Р/ч (для β - и γ -излучения)
Зиверт в час (Зв/ч)	1 мкЗв/ч = 1 мкГр/ч = 100 мкР/ч
Рентген в час (Р/ч)	1 Р/ч = 0,01 Зв/ч

Степень воздействия радиации на организм зависит не только от числа частиц, но и от типа частиц и их энергии. Поэтому для единицы измерения дозы излучения удобнее использовать зиверты. Эти единицы связаны между собой через коэффициент K — относительную биологическую эффективность излучения:

$$D[\text{Зв}] = D[\text{Гр}] \cdot K. \quad (4.22)$$

Так, например, для рентгеновского, гамма- и бета-излучения $K = 1$, для протонов с энергией меньше 10 МэВ и нейтронов с энергией $0,1 \div 10$ МэВ он равен 10, для альфа-излучения с энергией менее 10 МэВ — 20.

Все современные дозиметры — приборы для измерения дозы (интенсивности) ионизирующего излучения — указывают величину потока частиц в зивертах или рентгенах. Следует отметить, что 1 Зв — это очень большая доза. В дозиметрии имеют дело, как правило, с миллизивертами. Один миллизиверт — величина, примерно равная годовой дозе, получаемой человеком от естественного радиоактивного фона.

Принципиальный вопрос — какова вероятность того, что данное излучение принесет вред человеку? Количественный ответ на вопрос о вреде излучения в настоящее время может быть достаточно точным лишь для больших доз. Вблизи дозы порядка зиверта вероятность смертельного исхода, в миллизивертах, равна

$$P \simeq 10^{-5} D. \quad (4.23)$$

Как видно из этой формулы, предполагается линейная зависимость вероятности поражения от дозы. При низком уровне дозы чрезвычайно трудно отделить радиационное воздействие от других воздействий окружающей среды.

В то же время существует косвенный метод оценки опасности излучений. Разумно предположить, что воздействие излучения на человека

пропорционально числу нарушенных генов, которое с хорошей статистической точностью может быть оценено прямым подсчетом доли нарушенных генов в большом числе клеток. На рис. 4.7 приведены данные многочисленных подсчетов такого рода.

Сплошными линиями показаны границы функциональной зависимости числа повреждений хромосом от дозы облучения, вызванные статистическим разбросом исходных данных. Конечно, сразу бросается в глаза большой разброс

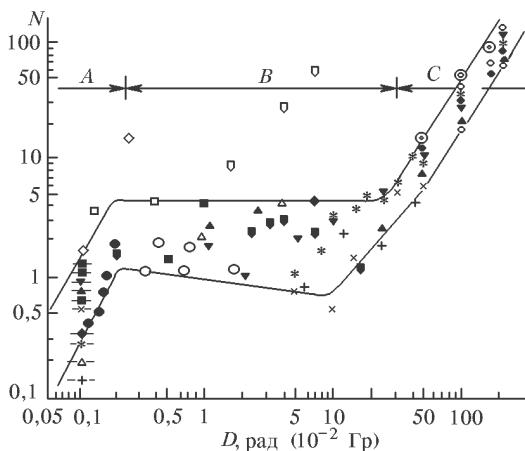


Рис. 4.7. Влияние дозы облучения на повреждение хромосом человека

данных, но в то же время можно выделить три характерные области. В области годовых доз $0,2 \div 2$ Гр (область C) нарушения хромосом примерно пропорциональны квадрату дозы. В области B (малых годовых доз в пределах от $2 \cdot 10^{-3}$ до $0,2$ Гр) процент нарушенных генов почти постоянен. Это, с одной стороны, может означать, что радиационные эффекты затушеваны воздействием других механизмов генных нарушений. С другой стороны, это может быть следствием залечивания дефектов, о чем говорилось выше. Основываясь на этих данных, допустимая доза радиации выбирается как раз посередине участка B, т. е. там, где наблюдается независимость генных нарушений от дозы.

Годовая доза радиации человека складывается из следующих компонент (в миллизивертах):

Радиоактивность минералов в земле	0,7
Космическая радиация	0,5
Естественные изотопы в теле человека (калий)	0,2
Медицинское обследование (рентгеновское)	0,3
Итого	1,7

Эта цифра и определяет максимально допустимую годовую дозу облучения, которой может подвергаться человек, не работающий профессионально с радиацией. В нашей стране сейчас принят следующий предел дозы для населения — эффективная доза может достигать 1 мЗв в год в среднем (без учета естественного радиационного фона) за любые последовательные 5 лет, но не более 5 мЗв в год. В этой связи интересно привести следующие данные. Люди, живущие на уровне моря, получают в среднем из-за космических лучей эффективную эквивалентную дозу около 300 мкЗв в год (0,03 мкЗв/ч). Для людей же, живущих выше 2000 м над уровнем моря, эта величина в несколько раз больше (порядка 0,1 мкЗв/ч). При подъеме с высоты 4000 м (максимальная высота, на которой расположены человеческие поселения — деревни шерпов на склонах Эвереста) до 12000 м (максимальная высота полетов трансконтинентальных авиалайнеров) уровень облучения за счет космических лучей возрастает примерно в 25 раз (от 0,2 мкЗв/ч до 5 мкЗв/ч). Поэтому за время перелета из Европы в Америку пассажиры получают дозу, примерно равную 50 мкЗв/ч.

Прежде чем приступить к выполнению работ по ядерной физике, студент должен научиться измерять дозы излучения. Для этой цели используется дозиметр-радиометр АНРИ-01-02 «Сосна», предназначенный для измерения γ -излучения в диапазоне энергий γ -квантов $0,06 \div 1,25$ МэВ (диапазон измерения мощности экспозиционной дозы — $0,01 \div 9,99$ мР/ч) и плотности потока β -частиц в диапазоне $10 \div 5000$ частиц/ $\text{см}^2 \cdot \text{мин}$. В этом приборе детектором излучения служит газоразрядный счетчик.

Прибор устроен следующим образом: напряжение источника питания (9 В) с помощью преобразователя повышается до 400 В и подается на газоразрядный счетчик. При попадании ионизирующих частиц в объем счетчика происходит пробой и на его электродах появляется импульс напряжения, который затем усиливается электронной схемой. Число зарегистрированных импульсов подается на цифровое табло. При установке переключателя режимов работы в положение «МД» в приборе работает внутренний таймер, который через заданное время прекращает счет импульсов. Длительность времени регистрации излучения выбрана так, что показания на цифровом табло соответствуют величине мощности экспозиционной дозы γ -излучения в единицах мР/ч. Если переключатель устанавливается в положение «Т», то время счета импульсов определяется самим пользователем.

Для удобства в режиме «МД» по окончании счета импульсов дозиметр подает звуковой сигнал. В режиме «Т» звучит короткий сигнал после регистрации каждого десятого импульса.

Перед измерениями всегда проводится проверка исправности прибора. Для этого в режиме «МД» следует нажать кнопку «контроль» и, удерживая ее, запустить кнопкой «пуск/стоп» счет импульсов от внутреннего генератора. При исправном приборе за время измерения на индикаторе должно набраться число 1,024.

Перед началом работы нужно выполнить следующие действия.

1. Убедиться в правильной работе дозиметра.
2. Провести измерения естественного радиационного фона в нескольких местах лаборатории вдали от радиоактивных источников.

3. Измерить уровень радиации на рабочем месте.

4. Радиоактивные источники установлены внутри свинцовой защиты, в которой имеются небольшие каналы (коллиматоры излучения), через которые γ -излучение попадает на исследовательские установки. Необходимо измерить интенсивность излучения вблизи свинцовой защиты радиоактивных источников и напротив коллиматора вблизи выходящего из него прямого пучка.

5. Дозиметрия излучения проводится при проведении лишь одной из лабораторных работ по указанию преподавателя. Все эти измерения должны быть записаны, рассчитана мощность биологической дозы, проведено сравнение полученной за время работы в лаборатории дозы с предельно допустимой дозой и все данные представлены при сдаче лабораторных работ преподавателю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нормы радиационной безопасности (НРБ-99). — Минздрав России, 1999.
2. Радиация. Дозы, эффекты, риск. — М.: Мир, 1990.
3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993.

Работа 4.1.

Определение энергии α -частиц по величине их пробега в воздухе

Измеряется пробег α -частиц в воздухе двумя способами: с помощью торцевого счетчика Гейгера и сцинтилляционного счетчика, — по полученным величинам определяется энергия частиц.

При α -распаде исходное родительское ядро испускает ядро гелия (α -частицу) и превращается в дочернее ядро, число протонов и число нейтронов которого уменьшается на две единицы. Периоды полураспада α -активных ядер изменяются в чрезвычайно широких пределах. Так, например, для $^{212}_{84}\text{Po}$ он равен $3 \cdot 10^{-7}$ с, а для $^{204}_{82}\text{Pb}$ — $1,4 \cdot 10^{17}$ лет. Диапазон изменения энергии вылетающих α -частиц значительно меньше — от 4 до 9 МэВ, причем чем меньше их энергия, тем больше период полураспада. Функциональная связь между энергией α -частицы E и периодом полураспада радиоактивного ядра $T_{1/2}$ хорошо описывается формулой

$$\lg T_{1/2} = \frac{a}{\sqrt{E}} + b, \quad (1)$$

полученной на основе экспериментальных данных Х. Гейгером и Дж. Нэттолом в 1911 г. Теоретическое обоснование закон Гейгера–Нэттоля получил лишь после создания квантовой механики в 1928 г. в работах Г. Гамова и независимо Р. Герни и Э. Кондона, которые показали, что вероятность вылета α -частицы из ядра определяется вероятностью ее проникновения сквозь кулоновский барьер (см. формулу (4.4) во введении к данному разделу). Экспоненциальный характер этого процесса возникает вследствие экспоненциального затухания волновой функции в области под барьером, где потенциальная энергия больше энергии частицы.

Экспериментально энергию α -частиц удобно определять по величине их пробега в веществе. Рассмотрим подробно взаимодействие заряженных частиц с веществом. Тяжелые заряженные частицы с малым зарядом ($Z = 1, 2$, т. е. протоны и α -частицы) при прохождении в веществе теряют свою энергию, главным образом, в результате неупругих столкновений с атомами вещества. Эти неупругие столкновения вызывают ионизацию и возбуждение атомов, и поэтому такие потери называются *ионизационными*. Этот процесс можно рассматривать практически как непрерывный процесс замедления заряженных частиц, поскольку в каждом соударении теряется малая энергия. Энергия, которую можно передать электрону, не превышает $4mE/M$, где m — масса электрона, M — масса заряженной частицы, E — ее кинетическая энергия (например, для α -частицы это составляет примерно 1/2000 часть ее энергии), поэтому частица в результате одного акта такого взаимодействия отклоняется на очень малый угол, максимальное значение которого равно t/M , так что практически вся ее траектория в веществе является прямолинейной.

Нас будут интересовать процессы, происходящие в области энергий α -частиц до 10 МэВ, поскольку частицы именно с такими энергиями испускаются радиоактивными ядрами.

Расчеты показывают, что для протонов с энергией 10 МэВ потери энергии в результате упругих столкновений в алюминии составляют 0,09% от ионизационных, а в свинце 0,17%. Альфа-частицы с энергией 10 МэВ в результате упругих столкновений теряют в алюминии 0,08% и в свинце 0,1% своей энергии. Ядерные взаимодействия в процессах потери энергии заряженной частицей начинают вносить заметный вклад при достаточно высоких энергиях, когда энергия заряженной частицы выше кулоновского барьера. Энергия вылетающих из радиоактивных ядер α -частиц принципиально ниже кулоновского барьера, так что для них вероятность ядерных реакций ничтожна. Таким образом, действительно для нерелятивистских тяжелых заряженных частиц основной причиной потери энергии являются неупругие кулоновские взаимодействия с атомами вещества.

Расчет удельных потерь энергии заряженной частицы в результате взаимодействия с электронами был впервые проведен Н. Бором. В классическом приближении этот расчет достаточно прост. Предполо-

жим, что частица с зарядом z , движущаяся в направлении x , проходит на расстоянии y (прицельный параметр) от покоящегося свободного электрона. Атомные электроны можно считать свободными в силу того, что энергия налетающей частицы, согласно нашим предположениям, значительно превышает энергию связи электронов в атомах. В этих условиях электрону передается только импульс в перпендикулярном к движению частицы направлении, который по порядку величины равен произведению электростатической силы (Ze^2/y^2) на время ее действия ($\simeq 2y/v$). Следовательно, приобретенная электроном при столкновении энергия E_e будет определяться выражением

$$E_e = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{Ze^2}{y^2} \cdot \frac{2y}{v} \right)^2 = \frac{2e^4 Z^2}{mv^2 y^2}. \quad (2)$$

Если плотность электронов в среде $n_e = nZ$ (n — плотность атомов среды, Z — их заряд), то потеря энергии заряженной частицей на единице пути в результате ее взаимодействия с электронами в слое $2\pi y dy$ равна

$$dE(y) = \frac{4\pi n Z z^2 e^4}{mv^2} \frac{dy}{y}. \quad (3)$$

Полная потеря энергии на единице пути в результате взаимодействия со всеми электронами, расположенными на любых возможных прицельных расстояниях y , определяется интегрированием выражения (3)

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} \simeq 4\pi \frac{e^4 z^2}{mv^2} nZ \ln \frac{y_{\max}}{y_{\min}}. \quad (4)$$

При интегрировании по всей плоскости, перпендикулярной направлению движения, от 0 до ∞ мы получили бы физически абсурдный результат — частица мгновенно тормозится. Поэтому мы ввели ограниченные пределы, оценкой которых сейчас и займемся.

Предельные значения прицельного параметра в (4), полученного в предположении взаимодействия заряженной частицы со свободными электронами, можно определить из следующих соображений. Заметим, что, как следует из (2), энергия, потеряянная заряженной частицей при столкновении со свободным электроном, обратно пропорциональна квадрату прицельного параметра, т. е.

$$2 \ln \frac{y_{\max}}{y_{\min}} = -\ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}}. \quad (5)$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$E_{\max} = \frac{4mE}{M} = 2mv^2. \quad (6)$$

Действительно, в системе покоя частицы электрон в лучшем случае может отскочить от нее, как от абсолютно упругой стенки, т. е. изменить скорость на $2v$. Минимальная энергия, передаваемая электрону в случае связанных электронов, определяется энергией возбуждения или энергией связи электрона, которые отличаются для электронов различных оболочек. Для определенного вида атомов или молекул это минимальное значение потерянной энергии характеризуют так называемым *средним ионизационным потенциалом \bar{I}* . Таким образом,

$$\ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \ln \frac{2mv^2}{\bar{I}}, \quad (7)$$

а значит, формула для ионизационных потерь нерелятивистской тяжелой заряженной частицы имеет вид

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} \simeq 2\pi \frac{e^4 z^2}{mv^2} nZ \ln \frac{2mv^2}{\bar{I}}. \quad (8)$$

Величину dE/dx называют *тормозной способностью* вещества.

Мы видим, что из многих параметров, описывающих свойства и движение ионизирующей частицы, в формулу (8) входит только ее заряд и скорость. При данном заряде потери энергии определяются только скоростью частицы, причем с увеличением скорости потери уменьшаются. Быстрее всего теряют энергию медленные частицы.

Зависимость dE/dx от пути, пройденного частицей в веществе, носит название *кривой Брэгга*. Две такие кривые для движения в воздухе α -частиц ^{210}Po ($E_\alpha = 5,3$ МэВ) и ^{214}Po ($E_\alpha = 7,7$ МэВ) показаны на рис. 1. Как видно из рисунка, кривые Брэгга имеют в конце пробега характеристический подъем, называемый *пиком Брэгга*.

Как отмечалось выше, путь тяжелых заряженных частиц в веществе практически прямолинеен, а разброс длин путей, обусловленный многократным кулоновским рассеянием на ядрах, невелик, и поэтому можно говорить о длине пробега заряженных частиц в веществе.

Зная зависимость тормозной способности данного вещества от энергии частицы, нетрудно вычислить длину пробега частицы, замедлившейся от начальной энергии E_0 до конечной E_1 . Длину пробега частицы с зарядом Z и массой M в веществе с атомным номером Z можно

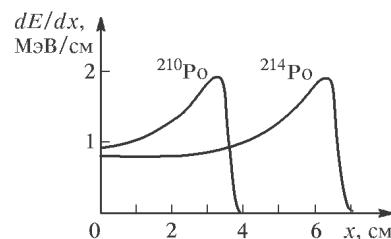


Рис. 1. Кривые Брэгга для α -частиц, испускаемых ^{210}Po и ^{214}Po

записать в следующем виде:

$$R_{zM} = - \int_{E_1}^{E_0} \frac{dE}{(dE/dx)} = \frac{m}{2\pi e^4 Z^2 n Z} \int_{E_1}^{E_0} \frac{v^2 dE}{\ln(2mv^2/I)}. \quad (9)$$

Принимая во внимание, что $dE = Mv dv$, получаем

$$R_{zM} = \frac{mM}{2\pi e^4 z^2 n Z} \int_{v_1}^{v_0} \frac{v^3 dv}{\ln(2mv^2/I)}. \quad (10)$$

Существенно, что эта функция для заданной среды одинакова для всех частиц. Если пренебречь слабой логарифмической зависимостью от скорости частицы, то

$$R \propto \frac{M}{z^2} v_0^4 \propto E^2. \quad (11)$$

Однако эта формула в силу сделанных предположений недостаточно хорошо описывает экспериментальные данные. Получить хорошее количественное согласие с экспериментальными данными при учете взаимодействия проходящей частицы только с электронами не удается. Поэтому для связи между энергией α -частицы и ее пробегом пользуются эмпирическими соотношениями. В диапазоне энергий α -частиц от 4 до 9 МэВ эта связь хорошо описывается выражением

$$R = 0,32E^{3/2}. \quad (12)$$

В этой формуле пробег α -частиц в воздухе R (при 15°C и нормальном атмосферном давлении) выражается в сантиметрах, а энергия E — в мегаэлектрон-вольтах. Пробеги α -частиц в воздухе для всех радиоактивных веществ составляют несколько сантиметров. Нетрудно найти правило, позволяющее пересчитывать пробег к другим температурам и давлениям.

Формула (8) показывает, что при данной скорости потери энергии пропорциональны произведению плотности электронов на длину пути: $\Delta E \propto n_e \Delta x$. В заданной среде плотность электронов пропорциональна обычной плотности:

$$n_e = \rho N_A Z/A, \quad (13)$$

где N_A — постоянная Авогадро, A — атомная масса вещества, Z — атомный номер элемента. Поэтому энергия, теряемая α -частицей при прохождении некоторого слоя вещества, определяется произведением ρx , где ρ — плотность вещества, а x — толщина пройденного слоя. Другими словами, энергию частиц удобнее определять не пробегом, выраженным в сантиметрах, а произведением плотности среды на пробег: $R' = \rho R$. Легко видеть, что величина R' имеет размерность г/см².

Она равна массе цилиндра с основанием 1 см² и длиной, равной пробегу α -частиц. Величину R' также принято называть пробегом. Таким образом, пробеги можно выражать в см или в г/см².

Рассеяние α -частиц в веществе и статистический характер потерь энергии приводят к тому, что даже при одинаковой начальной энергии пробеги разных α -частиц несколько отличаются друг от друга. Эти различия проявляются в форме кривой, выражающей зависимость числа частиц от расстояния, пройденного ими в поглотителе (рис. 2).

При малых глубинах число частиц не меняется с расстоянием. В конце пути это число не сразу обрывается до нуля, а приближается к нему постепенно. Как видно из кривой dN/dx , большая часть α -частиц останавливается в узкой области, расположенной около некоторого значения x , которое называется *средним пробегом* $R_{\text{ср}}$. В формулу (12) входит именно $R_{\text{ср}}$. Иногда вместо $R_{\text{ср}}$ измеряют *экстраполированный пробег* R_{\exists} . Чтобы его получить, нужно продолжить касательную к кривой $N(x)$, взятую в точке $x = R_{\text{ср}}$, до пересечения с осью x .

Несмотря на наличие коллиматора, в данной работе мы имеем дело не с узкими параллельными пучками частиц, а с пучками конечных размеров, обладающими заметной угловой расходимостью. Это приводит к тому, что экспериментально наблюдаемые зависимости числа α -частиц от глубины их проникновения качественно правильно передают появление брэгговского пика и, тем самым, относительную величину пробега частиц с разной энергией. Однако в силу указанных причин брэгговский пик оказывается смещенным и сильно размытым. Поэтому лучшей оценкой пробега оказывается экстраполированный пробег.

При экспериментальном исследовании пробега α -частиц следует помнить, что источники α -частиц могут загрязнить близлежащие поверхности. Это происходит из-за отдачи, которую испытывают атомы при испускании α -частиц. Чтобы избежать такого загрязнения, источники α -частиц обычно покрывают пленкой. Какой бы тонкой ни была защитная пленка, она вызывает некоторое замедление α -частиц.

В данной работе пробег α -частиц в воздухе определяется двумя способами:

I — с помощью счетчика Гейгера;

II — с помощью сцинтилляционного счетчика.

В качестве источника α -частиц используется ^{239}Ru с периодом полураспада $T_{1/2} = 2,44 \cdot 10^4$ лет. Альфа-частицы, испускаемые ^{239}Ru , состоят из трех моноэнергетических групп, различие между которыми ле-

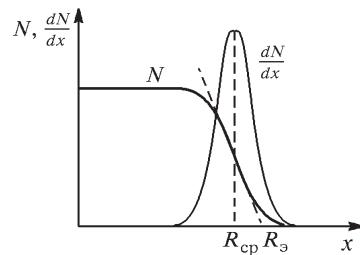


Рис. 2. Зависимость числа α -частиц от глубины их проникновения в вещество

жит в пределах 50 кэВ. При той точности, которая достигается в наших опытах, их можно считать совпадающими по энергии, равной 5,15 МэВ.

I. Исследование пробега α -частиц с помощью счетчика Гейгера

Для определения пробега α -частиц с помощью счетчика радиоактивный источник помещается на дно стальной цилиндрической бомбы (рис. 3), в которой может перемещаться торцевой счетчик Гейгера. Его чувствительный объем отделен от наружной среды тонким слюдяным окошком, сквозь которое могут проходить α -частицы. Рабочее напряжение счетчика указано на установке.

Импульсы, возникающие в счетчике, усиливаются и регистрируются пересчетной схемой. Путь частиц в воздухе зависит от расстояния между источником и счетчиком. Перемещение счетчика производится путем вращения гайки, находящейся на крышке бомбы. Расстояние между счетчиком и препаратом измеряется по шкале, нанесенной на держатель

счетчика. Счетчик не может быть придвинут к препарату ближе чем на 6 мм, т. к. между источником и счетчиком установлен коллиматор, изготовленный из плотно сжатых металлических трубок. Отверстия трубок пропускают к счетчику только те α -частицы, которые вылетают из источника почти перпендикулярно его поверхности.

Задание

1. Включите пересчетную установку и высоковольтный выпрямитель. Дайте им прогреться 5–10 минут. Пока установка прогревается, убедитесь в том, что она «чувствует» α -частицы. Для этого подайте необходимое напряжение на счетчик и измерьте скорость счета при любом положении счетчика, превышающем 4 см, а затем при минимальном расстоянии от счетчика до препарата. Скорость счета во втором случае должна быть значительно больше, чем в первом.

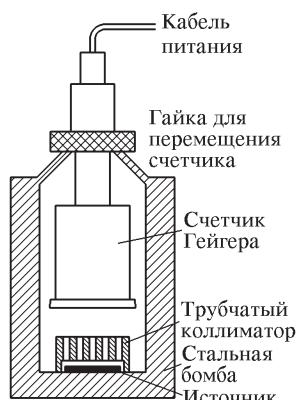


Рис. 3. Установка для измерения пробега α -частиц с помощью торцевого счетчика Гейгера

2. Проведите предварительные измерения зависимости скорости счета N от расстояния x между источником и счетчиком, перемещая счетчик с шагом 5 мм. Постройте ориентировочный график зависимости $N = N(x)$.

3. Используя график, определите участки, требующие уточнения. Проведите соответствующие измерения.

4. Результаты эксперимента представьте на графике в координатах N, x . Определите средний и экстраполированный пробег α -частиц в см

и в $\text{г}/\text{см}^2$. При этом необходимо помнить, что истинный пробег α -частиц больше измеренного, так как часть энергии α -частиц тратится на прохождение слюдяной пластиинки, прикрывающей счетчик, и пленки, закрывающей источник.

II. Определение пробега α -частиц с помощью сцинтилляционного счетчика

Установка состоит из цилиндрической камеры, на дне которой находится исследуемый препарат. Камера герметично закрыта стеклянной пластиинкой, на которую с внутренней стороны нанесен слой люминофора. С наружной стороны к стеклу прижат фотокатод фотоумножителя (рис. 4). Оптический контакт ФЭУ–стекло обеспечивается тонким слоем вазелинового масла.

Сигналы с фотоумножителя через усилитель поступают на пересчетную установку. Рабочее напряжение фотоумножителя указано на высоковольтном выпрямителе. Расстояние между препаратом и люминофором составляет 9 см, так что α -частицы не могут достигнуть люминофора при обычном давлении. Определение пробега сводится к измерению зависимости интенсивности счета от давления в камере.

Задание

1. Включите пересчетную установку и высоковольтный выпрямитель. Дайте им прогреться 5–10 минут. В это время проведите контрольные опыты:

- подайте необходимое напряжение на ФЭУ (оно указано на установке);
- измерьте скорость счета при атмосферном давлении;
- включите форвакуумный насос и откачайте камеру;

г) измерьте скорость счета при малом давлении (она должна быть много больше, чем при атмосферном давлении).

2. Проведите предварительные измерения зависимости счета N от давления P в камере. Опыт удобнее проводить не при откачке, а при напускании воздуха в камеру через капилляр.

Постройте ориентировочный график зависимости $N = N(P)$. Отметьте участки, требующие уточнения.

3. Проведите более детальные измерения на участке спада кривой.

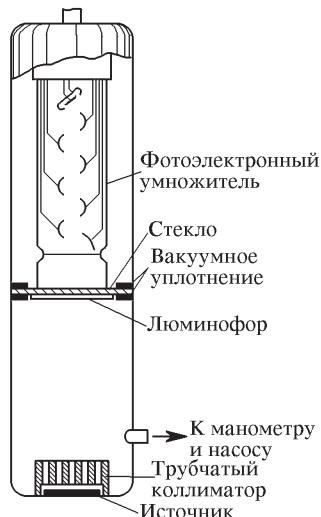


Рис. 4. Установка для измерения пробега α -частиц с помощью сцинтилляционного счетчика

4. Постройте график $N = N(P)$, по которому определите средний и экстраполированный пробеги α -частиц при условиях опыта. Пересчитайте пробег к $P = 760$ Тор и $T = 15^\circ\text{C}$. Выразите его в см и в $\text{г}/\text{см}^2$.

5. Сравните пробеги, полученные двумя методами, и оцените их точность.

6. Из сравнения результатов определите толщину слюды (в $\text{мг}/\text{см}^2$), закрывающей окно торцевого счетчика. При этом следует учесть, что пробег α -частиц в слюде, выраженный в $\text{г}/\text{см}^2$, в 1,2 раза больше, чем пробег в воздухе, выраженный в тех же единицах.

7. Определите энергию α -частиц E_α по формуле (12). Сравните полученный результат с табличным значением 5,15 МэВ.

8. Считая, что эффективность счета α -частиц равна 100%, оцените по известному периоду полураспада количество вещества в препарате. Телесный угол, под которым виден источник, равен 0,04 ср.

III. Определение пробега α -частиц с помощью ионизационной камеры

Ионизационная камера — прибор для количественного измерения ионизации, произведенной заряженными частицами при прохождении через газ. Камера представляет собой наполненный газом сосуд с двумя электродами (схема камеры приведена на рис.5). Сферическая стенка прибора служит одним из электродов, второй электрод вводится в газ через изолирующую пробку. К электродам подводится постоянное напряжение от источника ЭДС.

Заполняющий сосуд газ сам по себе не проводит электрический ток, возникает он только при прохождении быстрой заряженной частицы, которая рождает в газе на своем пути ионы.

Поместим на торец внутреннего электрода источник ионизирующего излучения (в нашем случае это источник α -частиц $^{239}_{94}\text{Pu}$), заполним объем камеры воздухом и начнем постепенно увеличивать разность потенциалов между электродами. Ток, протекающий через камеру, вначале будет резко возрастать, а затем, начиная с некоторого напряжения V_0 , станет постоянным, т. е. выйдет на плато, как это показано на рис. 6. Предельный ток I_0 , очевидно, будет равен $I_0 = n_0 e$, где

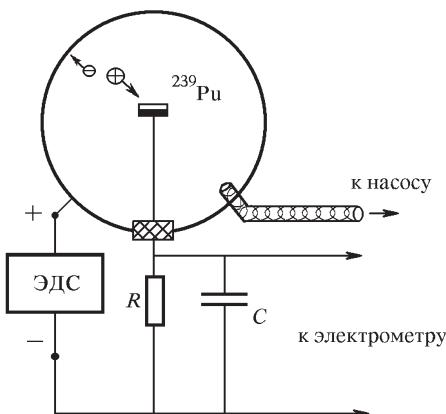


Рис. 5. Схема устройства ионизационной камеры

небольшое количество ионов. Ток, протекающий через камеру, вначале будет резко возрастать, а затем, начиная с некоторого напряжения V_0 , станет постоянным, т. е. выйдет на плато, как это показано на рис. 6. Предельный ток I_0 , очевидно, будет равен $I_0 = n_0 e$, где

n_0 — число пар ионов, образуемых в секунду в объеме камеры, а e — заряд электрона.

При небольшом напряжении сила тока оказывается заметно меньше I_0 . Это происходит в основном потому, что часть ионов успевает рекомбинировать и не доходит до электродов камеры. Лишь при достаточно больших напряжениях (порядка сотен вольт) ионы движутся достаточно быстро, и рекомбинация не играет существенной роли. При использовании камеры для регистрации ионизирующего излучения всегда следует стремиться работать в области плато, так как при этом сила тока не зависит от небольших изменений напряжения на электродах камеры.

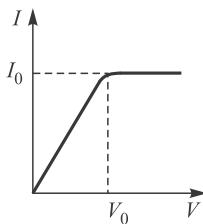


Рис. 6. Вольт-амперная характеристика ионизационной камеры

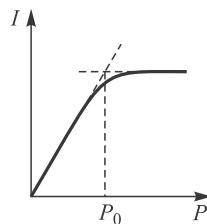


Рис. 7. Характерная кривая зависимости тока ионизационной камеры от давления. Ионизация создается α -частицами

Прохождение тока через камеру регистрируется посредством изменения напряжения на включенном в цепь камеры сопротивлении R . Так как средняя энергия ионизации атомов воздуха составляет около 30 эВ, то α -частица с энергией 3 МэВ образует на своем пути около 100 000 электронов, им соответствует заряд $1,6 \cdot 10^{-14}$ Кл. Чтобы столь малое количество заряда, создаваемое проходящей через камеру одной α -частицей, вызывало измеряемое напряжение, емкость C должна быть мала.

Так как подвижность электронов примерно в 1000 раз больше подвижности ионов, то подбором параметров RC -цепочки можно выделить импульсы тока, соответствующие только возникающей электронной компоненте. Реально регистрация электронной компоненты импульса тока обеспечивается при величине постоянной времени RC -цепочки в несколько микросекунд.

Если число проходящих через камеру α -частиц достаточно велико, то можно регистрировать не заряд, а величину возникающего тока, которая, естественно, пропорциональна интенсивности α -частиц. В токовом режиме величину постоянной времени RC -цепочки устанавливают равной нескольким секундам, а работающую в этом режиме камеру называют токовой.

При изменении давления в камере ионизационный ток меняется так, как это показано на рис. 7. При небольших давлениях газа α -частицы

передают часть энергии стенкам камеры. По достижении давления P_0 все они заканчивают свой пробег внутри газа, и дальнейшее возрастание тока прекращается. Для определения давления P_0 чаще всего пользуются методом экстраполяции (полученная таким методом величина называется экстраполированным пробегом), продолжая наклонный и горизонтальный участки кривой до пересечения. Найденный таким образом пробег затем должен быть приведен к нормальному давлению и температуре 15°C.

В данной работе измерение пробега α -частицы проводится по величине тока ионизации в сферической камере. Внутренним электродом камеры служит диск диаметром 5 мм, на который нанесен тонкий слой $^{239}_{94}\text{Pu}$, покрытый сверху тонкой защитной пленкой. Вторым электродом служит внешняя оболочка камеры — полый шар с внутренним диаметром 100 мм. Оба электрода тщательно изолированы один от другого и от земли. Разность потенциалов между электродами составляет 300 В. Вакуумная установка содержит кран и манометр. Она позволяет изменять давление в камере от атмосферного до 10 мм рт. ст.. Величина тока ионизации измеряется электрометром, состоящим из нескольких стандартных микросхем, по величине падения напряжения на сопротивлении $R = 100 \text{ М} \Omega$ ($C = 10^{-8} \text{ Фарад}$, так что $RC = 1 \text{ с}$). Значение измеряемого ионизационного тока (в пикоамперах) высвечивается на цифровом табло.

Задание

1. Включите установку в сеть 220 В. Запишите значение «нулевого» показания цифрового табло.

2. Включите питание ионизационной камеры. На табло обозначится величина тока I через камеру в пикоамперах ($1 \text{ пA} = 10^{-12} \text{ A}$).

3. Проведите предварительные опыты. Для этого измерьте величину тока в ионизационной камере при атмосферном давлении. Затем, наблюдая за показаниями цифрового табло, начните откачивать воздух. Убедитесь, что, начиная с некоторого давления, ток через камеру начинает уменьшаться. Закончите откачку, когда давление достигнет $10 \div 20 \text{ Тор}$. Затем, с помощью крана-натекателя, плавно увеличивая давление, снимите зависимость тока от давления.

4. Результаты приближенных измерений представьте в виде графика $I(P)$. В данной работе, как уже отмечалось, измеряется экстраполированный пробег, который определяется по пересечению двух прямых, изображенных на рис. 7, поэтому наибольшее число экспериментальных точек должно быть на участках, через которые затем будут проведены эти прямые.

5. Откачивайте камеру. Изменяя давление в ней с помощью крана-натекателя, измерьте ток I во всех намеченных точках.

6. После окончания измерений постройте график и определите экстраполированный пробег α -частиц в воздухе при условиях опыта (не

забудьте от измеренных величин вычесть «нулевое» значение тока). Приведите найденное значение к нормальному давлению и температуре 15 °C (именно для этих параметров приводятся данные в таблицах). Выразите пробег как в см, так и в г/см².

7. По окончании измерений заполните установку воздухом, открыв оба крана.

8. Сравните величины пробегов, полученные всеми используемыми методами, и оцените точность определяемых величин пробега.

9. Определите энергию α -частиц по формуле (12). Сравните полученный результат пробега с табличным значением (таблица V.3). Расчитайте по полученным данным, бумажный листок какой толщины не пропустит α -частицы от ^{239}Pu .

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, §§ 1–3; гл. VIII, §§ 1, 2.
2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. §§ 17, 23.
3. Абрамов А. И., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. — М.: Атомиздат, 1977. Гл. 5, 7.

Работа 4.2.

Исследование энергетического спектра β -частиц и определение их максимальной энергии при помощи магнитного спектрометра

С помощью магнитного спектрометра исследуется энергетический спектр β -частиц при распаде ядер ^{137}Cs и определяется их максимальная энергия. Калибровка спектрометра осуществляется по энергии электронов внутренней конверсии ^{137}Cs .

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа A , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада β -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до 10^{18} лет. Выделяющаяся при единичном акте β -распада энергия варьируется от 18 кэВ (для распада трития ^3H) до 13,4 МэВ (для распада изотопа бора $^{12}_5\text{B}$).

В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом



при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при β -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно считать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии — от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при β -распаде, являющейся важной физической величиной.

Вероятность dw того, что при распаде электрон вылетит с импульсом $d^3\mathbf{p}$, а антинейтрино с импульсом в интервале $d^3\mathbf{k}$, очевидно, пропорциональна произведению этих дифференциалов. Но мы должны еще учесть закон сохранения энергии, согласно которому импульсы \mathbf{p} и \mathbf{k} электрона и антинейтрино связаны соотношением

$$E_e - E - ck = 0, \quad (1)$$

где E_e — максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона E связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2, \quad (2)$$

а через ck обозначена энергия антинейтрино с импульсом k . Условие (1) можно учесть введением в выражение для dw δ -функции

$$\delta(E_e - E - ck), \quad (3)$$

по определению не равной нулю только при соблюдении условия (1).

Таким образом, вероятность dw может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck)d^3\mathbf{p}d^3\mathbf{k} = D\delta(E_e - E - ck)p^2 dp k^2 dk d\Omega_e d\Omega_{\tilde{v}}, \quad (4)$$

где D — некоторый коэффициент пропорциональности, $d\Omega_e$, $d\Omega_{\tilde{v}}$ — элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность dw непосредственно связана с β -спектром, поскольку для очень большого числа N_0 распадов число dN распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсом соответственно от \mathbf{p} до $\mathbf{p} + d\mathbf{p}$ и от \mathbf{k} до $\mathbf{k} + d\mathbf{k}$ определяется соотношением

$$dN = N_0 dw. \quad (5)$$

Коэффициент D в формуле (4) можно считать для рассматриваемых нами так называемых разрешенных фермиевских типов распадов с хорошей точностью константой (разрешенными называются такие переходы, при которых не изменяются ни момент, ни четность состояния ядра). В этом случае величину dw из (5) можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино. Интегрирование

по каждому телесному углу дает множитель 4π , а интегрирование по dk проводится с использованием основного свойства δ -функции

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x) dx = f(0). \quad (6)$$

Поэтому при интегрировании по k δ -функция исчезнет, а ck всюду заменится на $(E_e - E)$. После умножения на полное число распадов N_0 проинтегрированное выражение приобретает смысл числа электронов dN , вылетающих из ядра с импульсом, абсолютная величина которого лежит между p и $p + dp$:

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp. \quad (7)$$

Чтобы получить распределение электронов не по импульсам, а по энергиям, надо в (7) перейти от dp к dE :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp, \quad (8)$$

после чего выражающая форму β -спектра величина $N(E) = dN/dE$ приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dE} &= N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = \\ &= N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E_e - E)^2 (E + mc^2), \end{aligned} \quad (9)$$

где $B = (16\pi^2/c^4)D$. В нерелятивистском приближении, которое и имеет место с нашим случае, выражение (9) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2. \quad (10)$$

Выражение (10) приводит к спектру, имеющему вид широкого колокола (см. рис. 1). Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимальной энергии электронов E_e .

Дочерние ядра, возникающие в результате β -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая γ -квант (энергия которого равна разности энергий начального и конечного уровней), либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком

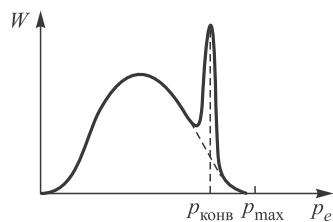


Рис. 1. Форма спектра β -частиц при разрешенных переходах

процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются *конверсионными*.

Конверсия чаще всего происходит на оболочках *K* или *L*. На спектре, представленном на рис. 1, видна монохроматическая линия, вызванная электронами конверсии. Ширина этой линии в нашем случае является чисто аппаратурной — по ней можно оценить разрешающую силу спектрометра.

Экспериментальная установка

Энергию β -частиц определяют с помощью β -спектрометров. В работе используется магнитный спектрометр с «короткой линзой». Электроны, испускаемые радиоактивным источником (рис. 2), попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси *OZ* (оси симметрии

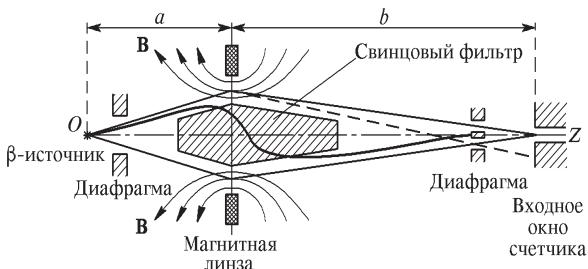


Рис. 2. Схема β -спектрометра с короткой магнитной линзой

прибора). Траектории электронов в магнитном поле представляют собой схематически показанные на рисунке сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе, расположенном на оси *OZ*. Силовые линии магнитного поля изображены на рис. 2 тонкими линиями. В фокусе установлен детектор электронов — газоразрядный торцевой счетчик с тонким входным окном, прозрачным для электронов с энергией больше 40 кэВ, либо сцинтилляционный счетчик. Чувствительным элементом сцинтилляционного счетчика является тонкий кристалл полистирола. При попадании электрона в кристалле возникает световая вспышка — сцинтилляция, регистрируемая фотоумножителем. Принципы работы сцинтиллятора и фотоумножителя описаны в Приложениях II и III.

Как показывает расчет, для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние *f* зависит от импульса электронов *p_e* и от индукции магнитного поля линзы (т. е. от силы тока *I*, протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2}. \quad (11)$$

При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна (штриховой луч). При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течение всего опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока I :

$$p_e = kI. \quad (12)$$

Константа прибора k обычно определяется не из расчета, а из опыта (по какой-нибудь известной конверсионной линии).

Короткая магнитная линза обладает заметной сферической аберрацией, т. е. имеет разные фокусные расстояния для частиц, вылетающих из источника под различными углами. Поэтому приходится устанавливать кольцевые диафрагмы, ограничивающие углы вылета электронов, как это изображено на рис. 2. Свинцовый фильтр предохраняет счетчик от прямого попадания γ -лучей, почти всегда сопровождающих β -распад. Из-за конечных размеров источника, диафрагм и окна счетчика, а также вследствие аберраций при заданной величине фокусного расстояния на счетчик попадают электроны с импульсами, лежащими внутри некоторого интервала от $p_e - \Delta p_e/2$ до $p_e + \Delta p_e/2$. Величина Δp_e — ширина интервала импульсов, регистрируемых при заданном значении тока, — называется *разрешающей способностью* β -спектрометра. Из рис. 2 ясно, что разрешающая способность спектрометра зависит от того, какой угол с осью OZ составляют регистрируемые электроны. Электроны, летящие под небольшим углом к оси спектрометра, практически не отклоняются магнитным полем и попадали бы в окно β -счетчика при любом токе в линзе, если бы на их пути не было свинцового фильтра. Поэтому разрешение спектрометра зависит не только от размеров кольцевых диафрагм, но и от диаметра свинцового фильтра.

Рассмотрим теперь связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией $W(p_e) = dW/dp_e$, определяемой формулой (10). Как легко понять,

$$N(p_e) \simeq W(p_e) \Delta p_e, \quad (13)$$

где Δp_e — разрешающая способность спектрометра. Формула (11) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т. е. при недопустимо больших Δf . Дифференцируя формулу (11) при постоянном токе, найдем:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e. \quad (14)$$

Таким образом, ширина интервала Δp_e , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Подставив (14) в (13) и

замечая, что отношение $\Delta f/2f$ определяется геометрией установки и потому постоянно, получим окончательно:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e, \quad (15)$$

где C — некоторая константа.

Блок-схема установки для изучения β -спектров изображена на рис. 3. Радиоактивный источник ^{137}Cs помещен внутрь откаченной трубы. Электроны, сфокусированные магнитной линзой, попадают в счетчик. В газоразрядном счетчике они инициируют газовый разряд и тем

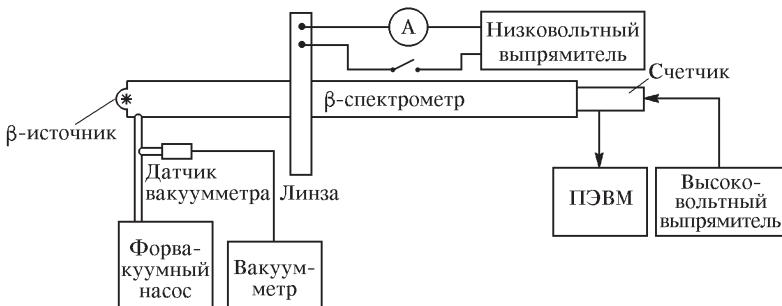


Рис. 3. Блок-схема установки для изучения β -спектра

самым приводят к появлению электрических импульсов на его электродах, которые затем регистрируются пересчетным прибором. В результате попадания электронов в сцинтилятор на выходе фотоумножителя появляются электрические импульсы, которые заносятся в память персонального компьютера и выводятся на экран монитора. Давление в спектрометре поддерживается на уровне около 0,1 Тор и измеряется термопарным вакуумметром. Лучший вакуум в приборе не нужен, поскольку уже при этом давлении потери энергии электронов малы и их рассеяние незначительно. Откачка осуществляется форвакуумным насосом. Магнитная линза питается постоянным током от выпрямителя. Ток можно повышать до 6 А, он измеряется цифровым прибором. Высокое напряжение на ФЭУ или газоразрядный счетчик подается от стабилизированного выпрямителя.

Задание

Проведение измерений и обработка результатов

- Откачайте воздух из полости спектрометра. Для этого закройте вентиль 1 (по часовой стрелке) доступа воздуха в форвакуумный насос, включите форвакуумный насос (верхняя кнопка на пускателе внизу под столом), подождите примерно 3 минуты и откройте вентиль 2 (против часовой стрелки) для откачки воздуха из полости спектрометра.

ВНИМАНИЕ! Общее правило пользования кранами: закрывать кран следует до упора с разумным усилием, открывать — вращая вентиль до конца с непременным возвращением вентиля чуть назад. Это делается для того, чтобы было ясно, открыт или закрыт кран.

Включите вакуумметр и проверьте его работу. Для этого следует перевести тумблер в режим установки тока накала, установить ток (величина тока указана на каждом вакуумметре) и перевести переключатель в режим измерения давления остаточных газов.

2. Пока полость спектрометра откачивается, включите ПЭВМ и дождитесь появления на экране титульного листа программы с наименованием работы. С помощью ПЭВМ производится накопление данных и их последующая обработка.

3. Включите формирователь импульсов, питание магнитной линзы и уменьшите ток через нее до нуля.

4. Запустите ПЭВМ в режим проведения измерения спектра и проведите предварительное измерение β -спектра, изменения ток магнитной линзы через 0,2 А. Имейте в виду, что показания цифрового вольтметра необходимо умножать на 10 или 100 (указано на приборе), чтобы получить значение тока в амперах. Время измерения — 80–100 секунд. Не пользуйтесь справочными данными из ПЭВМ после начала измерений, так как при этом можете потерять все полученные данные!

5. Приступите к подробному измерению β -спектра, особенно в области конверсионного пика (энергия электронов внутренней конверсии ^{137}Cs равна 634 кэВ). По ходу измерений обязательно дублируйте запись показаний счетчика в лабораторный журнал.

6. Измерьте фон.

7. Проведите обработку результатов эксперимента:

учтите фон;

прокалибруйте спектрометр (с учетом того, что величина проведения импульса конверсионного электрона на скорость света равна 1013,5 кэВ).

Как следует из формулы (10), число электронов с импульсами, лежащими в интервале от p до $p + dp$, может быть записано как

$$N(p)dp \approx p^2(E_e - E)^2dp. \quad (16)$$

Это соотношение можно переписать в виде

$$\frac{\sqrt{N(p)}}{p} \approx E_e - E. \quad (17)$$

Как следует из этого выражения, если построить график, откладывая энергию по оси абсцисс, а величину $\sqrt{N(p)}/p$ по оси ординат (график Ферми–Кюри), то он будет иметь вид прямой линии, пересекающей ось абсцисс при $E = E_e$. Построение графика Ферми–Кюри существенно увеличивает точность определения максимальной энергии β -спектра.

Действительно, для нахождения ее из обычного β -спектра приходится ограничиваться анализом лишь тех экспериментальных точек, которые располагаются у самой верхней границы спектра. Эти точки измерены с наименьшей статистической точностью. «Спрямленные» посредством процедуры Ферми–Кюри β -спектры позволяют привлечь к определению большинство экспериментальных точек, и прежде всего точки середины β -спектра, которые измерены с наилучшей точностью.

8. Выведите на экран график Ферми–Кюри, по графику определите максимальную энергию в β -спектре.

9. Выведите на экран результаты эксперимента и перенесите их в отчет.

10. После окончания работы выключите форвакуумный насос, для чего произведите действия, обратные указанным в пункте 1: закройте вентиль 2 (по часовой стрелке), выключите форвакуумный насос (нижняя кнопка на пускателе внизу под столом), откройте вентиль 1 (против часовой стрелки) доступа воздуха в форвакуумный насос.

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, § 4; гл. IX, § 4.
2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. § 18.
3. Абрамов А. Л., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. — М.: Атомиздат, 1977. Гл. 11, § 11.4.

Работа 4.3.

Измерение абсолютной активности препарата ^{60}Co методом γ – γ совпадений

Определяется абсолютная активность радиоактивного препарата ^{60}Co с использованием каскадного перехода γ -квантов при его распаде.

Полное число распадов ядер радиоактивного препарата в единицу времени называется *абсолютной активностью**). Если известно количество радиоактивных ядер в образце, то измерение этой величины позволяет определить константу распада λ по закону радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$, т. е. скорость распада N ядер равна $dN/dt = -\lambda N$.

*) Активность обычно измеряется в единицах кюри (Ки). 1 Ки соответствует $3,7 \cdot 10^{10}$ распадам в секунду (такую активность создает 1 г радия). В системе СИ активность измеряется в беккерелях. Активность 1 Бк имеет источник, в котором происходит 1 распад в секунду.

Пусть за одну секунду счетчик зарегистрировал n частиц, тогда абсолютная активность источника N_0 равна

$$N_0 = \frac{4\pi n}{\varepsilon \omega}, \quad (1)$$

где ε — эффективность счетчика*), ω — телесный угол, в котором регистрируются частицы. Обычно ε и ω определяются приближенно, и при точных измерениях N_0 желательно их исключить. В некоторых случаях для определения активности α - и β -источников используют 4π -счетчики: радиоактивный препарат вводят внутрь счетчика, обеспечивая условия, при которых $\varepsilon \approx 1$ и $\omega = 4\pi$.

Определение N_0 γ -источника значительно упрощается, если использовать в качестве образца радиоактивный элемент, при распаде которого последовательно испускается несколько частиц. Такие распады называются *каскадными*.

В данной работе предлагаются измерить абсолютную активность препарата ^{60}Co , схема распада которого приведена на рис. 1. Спин ядра ^{60}Co равен пяти, а спин основного состояния дочернего ядра ^{60}Ni равен нулю. После β -распада ядро ^{60}Ni оказывается в возбужденном состоянии со спином 4. Переход из него в основное состояние с изменением спина на 4 единицы маловероятен. Более вероятным является процесс каскадного перехода с последовательным испусканием двух γ -квантов. Как видно из рис. 1, при каждом из γ -переходов спин ядра изменяется на 2, а четность не изменяется, т. е. при этих переходах испускается электрический квадрупольный γ -квант. Другими словами, это $E2$ переходы, при которых испускаемый γ -квант уносит угловой момент 2^+ . Время жизни возбужденных уровней $\approx 10^{-11}$ с. Энергия квантов равна 1,17 МэВ и 1,33 МэВ.

Испускаемые источником γ -кванты регистрируются двумя счетчиками. Поскольку каскадные кванты имеют близкие энергии, эффективности их регистрации примерно одинаковы. Обозначим эффективность первого счетчика через ε_1 и телесный угол, под которым он виден из

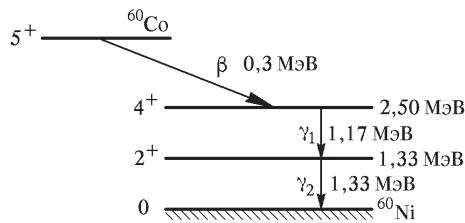


Рис. 1. Схема радиоактивного распада ^{60}Co . Цифры слева обозначают спин уровня, знак плюс — положительную четность состояния; цифры справа указывают энергию уровня, цифры при стрелках — энергию перехода

*) Эффективностью счетчика ε называют отношение числа зарегистрированных частиц к числу частиц, попавших в счетчик, т. е. вероятность того, что попавшая в счетчик частица будет им зарегистрирована. Эффективность счетчика обычно зависит от энергии регистрируемого излучения.

источника, через ω_1 . Вероятность регистрации γ -кванта первым счетчиком

$$P_1 = \frac{\omega_1 \varepsilon_1}{4\pi}. \quad (2)$$

Для второго счетчика

$$P_2 = \frac{\omega_2 \varepsilon_2}{4\pi}. \quad (3)$$

Если включить оба счетчика в схему совпадений с разрешающим временем $\tau \gg 10^{-11}$ с, то каскадные γ -кванты будут регистрироваться одновременно. Вероятность совпадений будет равна

$$P_{\text{совп}} = P_1 P_2. \quad (4)$$

Строго говоря, вероятность совпадений описывается формулой (4) лишь в том случае, если попадание одного γ -кванта в первый счетчик и попадание другого во второй являются независимыми событиями. Формула (4) справедлива поэтому лишь в предположении, что направление вылета второго кванта не зависит от направления первого. На самом деле это предположение выполняется не очень хорошо, так как вероятность излучения кванта радиоактивным ядром зависит от угла между осью ядерного спина и направлением излучения. В обычных условиях полное излучение радиоактивного образца является изотропным, так как ядра ориентированы в пространстве произвольным образом. Анизотропное излучение наблюдается в тех случаях, когда существуют группы ядер, ориентированных определенным образом, или когда удается отобрать только те ядра, спин которых лежит в некотором предпочтительном направлении. Этот случай реализуется при каскадном испускании двух квантов γ_1 и γ_2 . Если фиксировать направление излучения γ_1 , то при последующем излучении γ_2 наблюдается угловая корреляция по отношению к γ_1 . Поэтому вероятность истинных совпадений правильнее записать так:

$$P_{\text{совп}} = W(\theta) P_1 P_2, \quad (5)$$

где $W(\theta)$ — корреляционная функция, определяющая анизотропию направления вылета второго γ -кванта по отношению к направлению первого. Если все направления вылета второго кванта равновероятны, то $W(\theta) = 1$. При распаде ^{60}Co вероятность разлета квантов под углом 180° больше, чем под углом 90° . При $\theta = 180^\circ$ для ^{60}Co $W = 1,08$. В данной работе используется хорошо коллимированный пучок, и возможный угол разлета регистрируемых γ -квантов мало отличается от 180° , поэтому величина поправки составляет около 1,08.

Истинные скорости счета N_1 в первом и N_2 во втором счетчиках при абсолютной активности N_0 и вероятностях регистрации P_1 и P_2 имеют значения (при каждом распаде испускаются два γ -кванта):

$$N_1 = 2N_0 P_1, N_2 = 2N_0 P_2, \quad (6)$$

а скорость счета истинных совпадений

$$N_{\text{совп}} = 2P_{\text{совп}}N_0 = 2P_1P_2N_0. \quad (7)$$

Из формул (6) и (7) с учетом (5) получим для абсолютной активности источника ^{60}Co следующее выражение:

$$N_0 = 1,08 \frac{N_1 N_2}{2N_{\text{совп}}}. \quad (8)$$

Истинные скорости счета N_1 и N_2 экспериментально определяются как разность полной скорости счета и фона для каждого счетчика:

$$N_1 = n_{1\pi} - n_{1\phi}, \quad N_2 = n_{2\pi} - n_{2\phi}, \quad (9)$$

а скорость истинных совпадений $N_{\text{совп}}$ равна разности полного числа совпадений и числа случайных совпадений $n_{\text{сл}}$:

$$n_{\text{сл}} = 2\tau n_{1\pi} n_{2\pi}, \quad (10)$$

где τ — разрешающее время схемы совпадений (см. Приложение IV).

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.

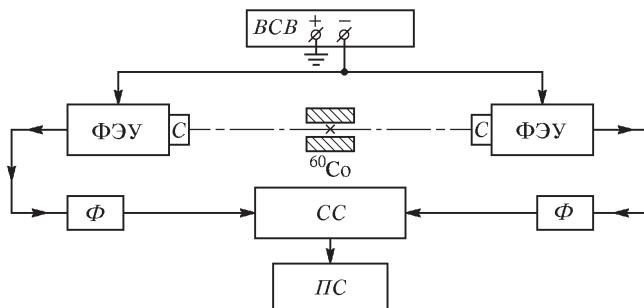


Рис. 2. Блок-схема установки для изучения (γ - γ совпадений). BCB — высоковольтный стабилизированный выпрямитель; C — сцинтиллятор, кристалл йодистого натрия $\text{NaI}(\text{Ti})$; Φ — формирователь импульсов; CC — схема совпадений; $ПП$ — пересчетный прибор

Гамма-кванты от источника ^{60}Co регистрируются двумя сцинтилляционными счетчиками*), каждый из которых состоит из кристалла $\text{NaI}(\text{Ti})$ и фотоэлектронного умножителя (ФЭУ). При поглощении

*) Описание устройства сцинтилляционного счетчика приведено в Приложении II.

γ -квантом кристаллом возникает световая вспышка, которая преобразуется с помощью ФЭУ в электрический импульс, передаваемый через формирователь импульсов на схему совпадений СС. Фотоэлектронные умножители пытаются от высоковольтного стабилизированного выпрямителя.

Задание

1. Ознакомьтесь с описанием работы сцинтилляционного счетчика и схемы совпадений по Приложению II.

2. Включите приборы и установите рабочее напряжение на ФЭУ (значение напряжения указано на установке).

3. Вначале проведите проверку работоспособности установки. Установив необходимый режим работы схемы совпадений СС и пересчетного прибора, поднесите один из блоков ФЭУ к источнику ^{60}Co , а затем уберите его, наблюдая за изменением скорости счета по пересчетному прибору. Установка должна «чувствовать» присутствие γ -источника. Повторите этот опыт с другим блоком ФЭУ.

4. Отодвигните ФЭУ подальше от источника и измерьте фон этого счетчика с точностью порядка 1%. Те же измерения проведите и со вторым счетчиком.

5. Установите источник ^{60}Co между двумя счетчиками и измерьте скорость счета N_1 в первом и N_2 во втором счетчиках с точностью порядка 0,5%.

6. Включите прибор СС в режим совпадений и измерьте скорости счета совпадений для всех разрешающих времен, указанных на приборе, с точностью порядка 1%.

7. Определите N_0 в Ки по формуле (8) для всех значений разрешающих времен τ и постройте график зависимости N_0 от τ .

8. После окончания работы закройте источник свинцовыми пластинаами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, § 6; гл. IX, § 4.

2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. § 19.

3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. Гл. 2, § 2.4; гл. 6, §§ 6.6, 6.7.

РАЗДЕЛ V

СПЕКТРОМЕТРИЯ ЯДЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Задачи спектрометрии. Обычно под спектрометрией понимают измерение энергетического распределения исследуемого излучения. Энергетическое распределение частиц является одной из основных характеристик ядерных превращений и не только служит для решения фундаментальной задачи ядерной физики — изучения структуры ядер, но также представляет большой интерес для большинства прикладных задач, в том числе дозиметрии, радиометрии и защиты от излучения.

Исследование энергетического спектра ядерного излучения позволяет определить целый ряд важных для теории характеристик ядер, таких как положение энергетических уровней возбужденных состояний ядер и интенсивностей переходов между ними, среднюю плотность возбужденных состояний, угловые корреляции различных излучений и т. д. Энергетический состав γ -излучения необходимо знать и во многих задачах прикладной ядерной физики. Анализ спектрального состава γ -излучения оказывает существенную помощь и в геологической разведке, и в радиационной медицине, и в астрофизике.

Распределение заряженных частиц по энергиям может быть дискретным и непрерывным. Например, протонодефицитные ядра с малыми и средними атомными массами, как правило, претерпевают β -распад. Спектр электронов в этом случае непрерывный. При исследованиях β -распада интересуются граничной энергией β -спектра и его формой. В то же время спектр α -частиц, излучаемых радиоактивными ядрами, дискретный. Измерения энергии α -частиц позволяют определить дефекты масс ядер, энергетические уровни возбужденных состояний и другие характеристики ядра.

Спектрометрия заряженных частиц проводится либо по величине энергии, выделяемой при их полном поглощении в материале детектора, либо по их взаимодействию с внешними электрическим или магнитным (или с обоими) полями. Нейтральную частицу можно зарегистрировать только по вторичным процессам, т. е. по заряженным частицам, возникающим в результате взаимодействия нейтральных частиц с веществом. В случае нейтронов это либо ядра отдачи, либо вторичные продукты ядерных реакций.

Прохождение через вещество γ -квантов сопровождается возникновением электронов, обладающих частью или полной энергией падающего γ -кванта. Этому вопросу посвящен следующий раздел.

Взаимодействие γ -квантов с веществом. Гамма-лучи — это высокоенергетичные кванты электромагнитного излучения. Прохождение γ -квантов через вещество сопровождается тремя процессами: фотоэф-

фектом, эффектом Комптона и рождением электрон-позитронных пар, если не принимать во внимание ядерные реакции, которые происходят при энергиях γ -квантов, как правило, превышающих 10 МэВ.

Каждый i -й процесс можно характеризовать эффективным сечением σ_i ; соответствующий этому сечению коэффициент поглощения $\mu_i = n_i \sigma_i$ (n_i — концентрация поглащающих центров). Таким образом, для нахождения μ надо знать полные сечения всех трех указанных процессов.

Фотоэффект. Так называемый «внешний фотоэффект на отдельных атомах» заключается в том, что атом поглощает γ -квант, в результате чего из этого атома вылетает электрон. Свободный электрон не может, в силу законов сохранения энергии и импульса, поглотить квант. Поэтому следует ожидать, что вероятность фотоэлектрического поглощения должна быть тем больше, чем сильнее электрон связан с ядром, а значит быть больше для тяжелых ядер, чем для легких, и по той же причине уменьшаться с ростом энергии γ -кванта.

Как показывают расчеты, примерно на 80% фотоэффект идет с низшей, т. е. K -оболочки. Поэтому мы можем ограничиться рассмотрением поглощения кванта одним из двух K -электронов атома. В нашем качественном анализе мы рассмотрим случай, когда энергия квантов падающего излучения велика по сравнению с энергией ионизации K -электрона I_K (для атома водорода $I_K = 13,6$ эВ, для свинца — $I_K \approx 80$ кэВ). Для атома с зарядом ядра Z это условие в нерелятивистском приближении можно записать в виде

$$T = \frac{p^2}{2m} \gg I_K = Z^2 \frac{mc^2}{2} \alpha^2, \quad (5.1)$$

где T — кинетическая энергия вылетевшего электрона (p — его импульс), $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

Длина волны γ -кванта с относительно небольшой энергией 100 кэВ равна

$$\lambda_\gamma = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_\gamma} \simeq 10^{-11} \text{ см}, \quad (5.2)$$

что намного меньше радиуса K -оболочки атома a_K (для атома водорода она равна $5 \cdot 10^{-9}$ см, для свинца — $6 \cdot 10^{-11}$ см). Как указывалось, фотоэффект происходит только на связанных электронах, и поэтому естественно считать, что вероятность фотоэффекта пропорциональна энергии связи электрона с ядром. Кроме того, следует учесть, что длина волны падающего фотона меньше радиуса K -оболочки. Естественно считать, что процесс взаимодействия — объемный. Поэтому вероятность фотопоглощения w_Φ должна быть пропорциональна энергии связи K -электрона с ядром I_K , умноженной на отношение «объема» падающего γ -кванта к «объему» «размазанного» по K -оболочке электрона:

$$w_\Phi \propto I_K \left(\frac{\lambda_\gamma}{a_K} \right)^3. \quad (5.3)$$

Радиус K -оболочки определяется выражением

$$a_K = r_B/Z, \quad (5.4)$$

где r_B — радиус первой боровской орбиты. Энергия связи K -электрона равна

$$I_K = Z^2 R_H. \quad (5.5)$$

В последней формуле R_H — энергия связи электрона в атоме водорода (постоянная Ридберга).

Подставляя зависимости (5.4) и (5.5) в (5.3), мы окончательно получим следующую оценку для сечения фотоэффекта, рассчитанное на одно ядро:

$$\sigma_\phi \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^3}. \quad (5.6)$$

Эта формула правильно передает основные черты явления фотоэффекта: вероятность фотоэффекта быстро падает с увеличением энергии γ -квантов ($\propto 1/E_\gamma^3$) и очень сильно зависит от заряда атомных ядер среды ($\propto Z^5$).

Строгий квантово-механический расчет приводит к результату

$$\sigma_\phi = \text{const} \frac{Z^5}{E_\gamma^\epsilon},$$

где величина ϵ меняется от 3,5 при $E_\gamma > I_K$ до 1 при $E_\gamma \gg I_K$.

Эффект Комптона. Комптон-эффект — это рассеяние фотонов свободными электронами. В этом явлении фотон ведет себя как классическая частица. Энергия рассеянного фотона определяется известным выражением

$$\hbar\omega' = \frac{\hbar\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{(mc^2)}(1 - \cos\theta)}, \quad (5.7)$$

где ω , ω' частоты падающего и рассеянного излучения (см. работу 1.2). Изменение частоты рассеянного излучения — чисто квантовый эффект, обусловленный квантованием электромагнитного поля. Как следует из формулы (5.7), изменение энергии определяется параметром $\hbar\omega/(mc^2)$, т. е. при небольших энергиях падающих квантов ($\hbar\omega \ll mc^2 = 511 \text{ кэВ}$) их энергия практически не меняется и мы можем рассчитывать сечение этого процесса фактически на основе классических представлений, как рассеяние электромагнитной волны.

Излучение электромагнитных волн происходит тогда, когда заряженная частица «теряет» свое поле, «отрывается» от него при торможении либо ускорении. Именно поэтому такое излучение называется *тормозным*. Ни статический, ни движущийся равномерно заряд не излучает

энергию. Так как интенсивность излучения не должна зависеть от знака ускорения, она должна быть пропорциональна квадрату ускорения w :

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2 |w|^2}{c^3}. \quad (5.8)$$

В этом выражении добавлены сомножители e^2 и c^3 , что следует из необходимой размерности мощности, и следующий из точного расчета численный коэффициент $2/3$.

В монохроматическом электрическом поле $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ свободный электрон получает ускорение

$$w = -\frac{e}{m} \mathcal{E}_0 \cos \omega t, \quad (5.9)$$

и как любой колеблющийся диполь будет терять энергию в виде излучения. Мощность этого дипольного излучения определяется в соответствии с формулой (5.8) выражением

$$W_d(t) = \frac{2}{3} \frac{e^2 w^2}{c^3} = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} \mathcal{E}_0^2 \cos^2 \omega t. \quad (5.10)$$

Среднее по времени значение этой величины равно

$$\bar{W}_d = \frac{1}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} \mathcal{E}_0^2. \quad (5.11)$$

Взаимодействием γ -кванта с тяжелым атомным ядром можно пре-небречь, так как в этом случае в знаменатель формулы (5.11) войдет очень большая величина — масса ядра в квадрате.

Плотность потока электромагнитной энергии численно равна вектору Пойнтинга

$$S = \frac{c}{4\pi} EH = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E}_0^2 \cos^2 \omega t. \quad (5.12)$$

Ее среднее значение по времени $\bar{S} = \mathcal{E}_0^2 c / (8\pi)$.

Чтобы найти полное поперечное сечение рассеяния на свободном электроне, надо разделить среднюю рассеиваемую энергию на среднюю плотность падающего потока, и мы в результате получим

$$\sigma_0 = \frac{\bar{W}_d}{\bar{S}} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 0,66 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2, \quad (5.13)$$

где величина $r_0 = e^2 / (mc^2) = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см называется классическим радиусом электрона, а σ_0 — классическим (томсоновским) сечением рассеяния.

Следует отметить, что сечение рассеяния оказалось независимым от частоты. В то же время хорошо известно, что рассеяние оптических фотонов как на атомах и молекулах, так и на любых малых частицах

(пыль, капельки воды, флуктуации плотности), размеры которых a малы по сравнению с длиной волны λ , оказывается пропорциональным четвертой степени частоты (такое рассеяние называется рэлеевским). Столь сильное различие обусловлено тем, что в рентгеновской области ускорение электрона определяется самим электрическим полем, а под действием оптических фотонов, когда $\lambda \gg a$, в среде возникает дипольный момент. Мощность излучения пропорциональна его второй производной, т. е. четвертой степени частоты. Подчеркнем, что рэлеевское рассеяние — это рассеяние на связанных электронах, когда $E_\gamma \leq I_K$.

Обсудим теперь, как можно рассчитать сечение комптоновского рассеяния в квантовой теории. Рассмотрим следующую модель. Пусть начальный фотон γ_0 создает виртуальную электрон-позитронную пару (e^-e^+), позитрон которой аннигилирует с первоначальным электроном, рождая фотон γ' . В результате появляется новый фотон γ' и электрон e^- от виртуальной пары, как это схематически показано на рис. 5.1. Внешне этот процесс будет выглядеть как рассеяние фотона электроном. Такое взаимодействие может произойти только в том случае, если пара возникла не дальше, чем на расстоянии Λ_K (комптоновская длина волны электрона) от первоначального электрона. Это можно показать на основе соотношения неопределенностей — для рождения пары нужна энергия $\Delta E = 2mc^2$, а потому она «живет» лишь время $t \simeq \hbar/\Delta E$ и может пройти расстояние l , которое не больше чем $ct \simeq \hbar/(mc)$, т. е. порядка приведенной комптоновской длины волны $\Lambda_K = \Lambda_K/(2\pi)$.

Так как все процессы в рассмотренной нами цепочке превращений независимы, то вероятность всего процесса равна произведению вероятностей того, что:

- 1) фотон достаточно близко подойдет к электрону (на расстояние $\simeq \Lambda_K$);
 - 2) образуется пара;
 - 3) пара аннигилирует с испусканием фотона.
- Эффективное сечение первого процесса легко оценивается:

$$\sigma_1 \simeq \pi \Lambda_K^2. \quad (5.14)$$

Второй и третий процесс — это электромагнитные процессы, и их вероятность порядка постоянной тонкой структуры, т. е.

$$P_1 \simeq P_2 \simeq \alpha. \quad (5.15)$$

Эта оценка следует из следующих соображений. Для количественного описания различных взаимодействий между частицами вводится

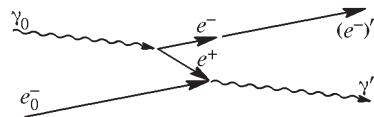


Рис. 5.1. Диаграмма взаимодействия фотона со свободным электроном

константа взаимодействия g^2 , пропорциональная вероятности инициированных этими взаимодействиями процессов и равная отношению энергии взаимодействия на элементарной длине к характерной энергии. В случае электромагнитного взаимодействия таковыми являются энергия взаимодействия электронов на расстоянии, равном приведенной комптоновской длине волны $e^2/[\hbar/(mc)]$, и энергия покоя электрона mc^2 , т. е.

$$g_{\text{эм}}^2 = \frac{e^2}{\hbar/(mc)} \frac{1}{mc^2} = \frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \simeq \frac{1}{137}. \quad (5.16)$$

Для эффективного сечения комптон-эффекта при малых энергиях налетающего фотона имеем окончательно

$$\sigma_{\text{к}} = \pi \alpha^2 \Lambda_{\text{к}}^2 = \pi \left(\frac{e^2}{\hbar c} \frac{\hbar}{mc} \right)^2 = \pi \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 = \pi r_0^2, \quad (5.17)$$

что с точностью до численного коэффициента $8/3$ согласуется с полученной выше точной формулой (5.13).

Тем самым мы подтвердили правильность рассмотренной модели комптоновского рассеяния как процесса с рождением виртуальной пары. Что же меняется по мере увеличения энергии падающего фотона? Энергетическую зависимость сечения комптоновского рассеяния можно получить, исходя из самых общих представлений о ядерных реакциях. Вероятность взаимодействия и тем самым сечение ядерной реакции пропорциональны времени пребывания частицы в области взаимодействия. В рассматриваемой нами схеме взаимодействия налетающего фотона с покоящимся атомным электроном от энергии γ -кванта зависит только вероятность аннигиляции позитрона из рожденной виртуальной пары с атомным электроном.

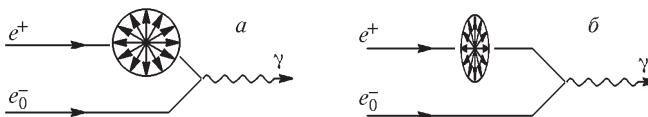


Рис. 5.2. Схематическое изображение процесса взаимодействия медленного (a) и быстрого (б) позитрона со свободным электроном

В силу сохранения полного импульса рождающийся от исходного γ -кванта позитрон (как и электрон) обладает в направлении движения исходного фотона импульсом $\hbar\omega/(2c)$ и энергией $E_+ \simeq \hbar\omega$. Нас интересует область энергий $E_\gamma \simeq 1$ МэВ, т. е. позитрон является релятивистским, и в силу лоренцевского сокращения у движущегося позитрона электрическое поле в продольном направлении сокращается в $1/\gamma = mc^2/E_+ \simeq mc^2/(\hbar\omega)$ раз, как это схематически показано на рис. 5.2.

Поэтому время взаимодействия, определяющее вероятность аннигиляции позитрона с электроном (сечение комптон-эффекта), оказывается обратно пропорциональным энергии исходного γ -кванта $\hbar\omega$.

Квантово-электродинамический расчет сечения комптон-эффекта приводит к следующей формуле:

$$\sigma_K = \frac{\pi e^4}{mc^2} \frac{1}{\hbar\omega} \left[\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{2\hbar\omega}{mc^2} \right) \right], \quad (5.18)$$

которая называется формулой Клейна–Нишины–Тамма.

Если пренебречь слабо зависящим от энергии логарифмическим членом, то формула (5.18) принимает вид

$$\sigma_K \simeq \pi \frac{e^4}{m^2 c^4} \frac{mc^2}{2\hbar\omega} = \pi r_0^2 \frac{mc^2}{2\hbar\omega}, \quad (5.19)$$

где $r_0 = e^2/(mc^2) \simeq 2,8 \cdot 10^{-13}$ см.

Как видно, выражение для сечения комптоновского взаимодействия оказывается равным классическому томсоновскому сечению, уменьшенному в $\simeq \hbar\omega/(mc^2) = 2/\gamma$ раз, что находится в соответствии с приведенными выше рассуждениями.

Сечение σ_K , очевидно, не зависит от заряда ядра. Коэффициент поглощения μ_K за счет комптон-эффекта по определению равен произведению σ_K на число электронов в единице объема вещества:

$$\mu_K = N Z \sigma_K, \quad (5.20)$$

где N — число атомов в единице объема, а Z заряд атомов среды.

Рождение электрон–позитронных пар. Процесс рождения электрон–позитронных пар в поле ядра или атомных электронов состоит в том, что квант поглощается, а рождаются и вылетают электрон и позитрон. При этом ядро получает некоторый импульс отдачи. Подчеркнем, что в отличие от процесса рождения виртуальной пары, который рассматривался выше, для рождения реальной пары обязательно требуется наличие третьего тела. Это легко понять. Процесс $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ может происходить только в присутствии третьего тела, ибо иначе нарушился бы закон сохранения импульса. Действительно, в системе центра масс образовавшейся пары импульс пары был бы равен нулю, тогда как импульс родившего ее γ -кванта отличен от нуля. При наличии атомного ядра импульс γ -кванта воспринимается ядром. В произвольной же системе отсчета импульс исчезнувшего кванта распределяется между тремя частицами: атомным ядром, электроном и позитроном.

Так как масса фотона равна нулю, то превратиться в пару он может только лишь имея энергию больше суммы энергий покоя электрона и позитрона $2mc^2 = 1,02$ МэВ. Поэтому сечение $\sigma_{\text{р}}$ рождения пар равно нулю при $E_\gamma < 2mc^2$.

Сделаем небольшое отступление. Полная энергия и импульс электрона, как и любой частицы, связаны соотношением

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4, \quad (5.21)$$

т. е. $E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ и тем самым возможны две области значений энергии электрона (см. рис. 5.3). Эти области разделены промежутком $2mc^2$.

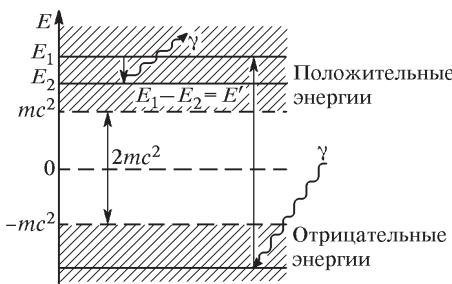


Рис. 5.3. Возможные значения энергии свободной частицы массы m , соответствующие формуле (5.21). Область положительных энергий отделена от области отрицательных энергий интервалом в $2mc^2$. Схематически показаны процессы тормозного излучения и образования пар

Дирак показал, что область отрицательных значений энергии электрона можно интерпретировать следующим образом: все отрицательные уровни заняты электронами, которые создают совершенно равномерный и, следовательно, ненаблюдаемый фон. Однако, если одному из таких электронов сообщить энергию больше $2mc^2$ (это и есть расстояние между областями положительной и отрицательной энергий), то он перейдет в область положительных энергий и будет вести себя как обычновенный электрон, но одновременно в фуне необычных электронов образуется дырка, которая ведет себя как положительно заряженный электрон, т. е. позитрон. Этот процесс мы бы назвали рождением пары, а обратный — аннигиляцией электрона и позитрона.

При таком подходе сечение образования пар можно получить, рассматривая этот процесс как обратный тормозному излучению. Действительно, рассмотрим диаграмму на рис. 5.3. Тормозное излучение представляет собой переход электрона из состояния E_1 с положительной энергией в состояние E_2 с меньшей энергией. Этот переход сопровождается излучением фотона с энергией $E' = E_2 - E_1$. Процесс образования пар можно представить себе как поглощение фотона с энергией $E' \gg 2mc^2$ и переход электрона из состояния с отрицательной энергией в состояние с положительной энергией. Поэтому и математические выражения, описывающие процессы тормозного излучения и рождения пар, очень похожи.

Нас интересует лишь зависимость сечения образования пар от зарядов ядер среды и энергии кванта. В случае электрона, движущегося в кулоновском потенциале $U = Ze/r$ ядра с зарядом Ze на расстоянии r от ядра, ускорение w равно

$$w = -\frac{e}{m} \frac{dU}{dr} = \frac{Ze^2}{mr^2} \propto Z, \quad (5.22)$$

и потому, согласно формуле (5.8), мощность тормозного излучения для электрона, а значит и сечение рождения пар, будет пропорциональна квадрату заряда ядер среды.

Точное выражение для потерь энергии за счет рождения пар, полученное В. Гайтлером, имеет достаточно сложный вид, но в области энергий γ -квантов $5mc^2 < E_\gamma < 50mc^2$ оно может быть представлено в виде

$$\sigma_n \propto Z^2 \ln E_\gamma. \quad (5.23)$$

При очень больших (порядка $1000mc^2$) энергиях сечение рождения пар практически стремится к константе

$$\sigma_n \simeq 0,08Z^2 r_0^2. \quad (5.24)$$

Таким образом, эффект образования пар играет существенную роль в тяжелых элементах при больших энергиях квантов.

Полный коэффициент поглощения γ -излучения в веществе μ представляет собой сумму коэффициентов поглощения за счет всех возможных механизмов. Поэтому, если учесть рассмотренные нами три основных механизма, то

$$\mu = \mu_\phi + \mu_k + \mu_n. \quad (5.25)$$

При переходе к сечениям надо учесть, что для фотоэффекта и рождения пар рассеивающими центрами являются атомы, а для комптон-эффекта — электроны. Поэтому

$$\mu = N\sigma_\phi + NZ\sigma_k + N\sigma_n, \quad (5.26)$$

где N — число атомов в единице объема вещества.

На рис. 5.4 изображены графики функций, представляющих зависимости коэффициентов поглощения μ_ϕ , μ_k и μ_n , связанных с фотоэффектом, комптон-эффектом и процессом образования пар, от энергии γ -квантов (штриховые кривые), а также зависимость полного коэффициента поглощения μ в веществе для поглотителя из свинца. На этом же рисунке для сравнения приведены полные коэффициенты поглощения для меди и алюминия. Все коэффициенты поглощения даны в $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$. Ослабление потока γ -квантов при их прохождении через вещество толщиной x определяется по очевидной формуле

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (5.27)$$

где I_0 — начальная интенсивность.

Из рис. 5.4 видно, что коэффициент поглощения μ для свинца имеет минимум в области энергий $3 \div 4$ МэВ. Для поглотителей с меньшим Z этот минимум смещается в сторону больших энергий и менее выражен.

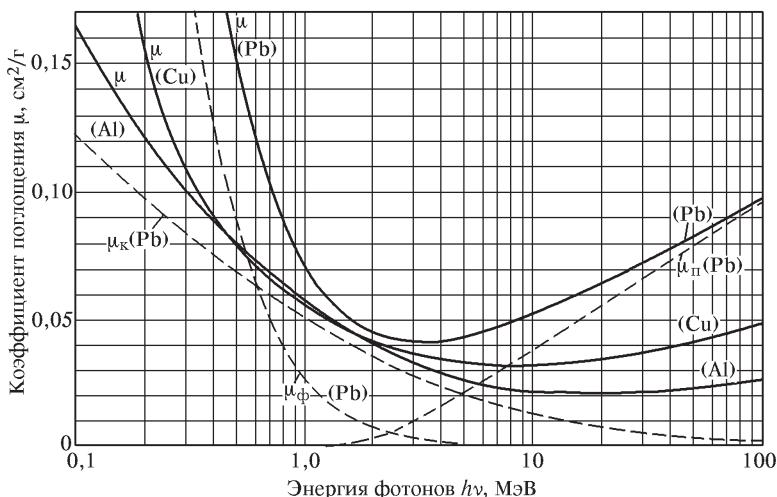


Рис. 5.4. Коэффициенты поглощения γ -квантов различной энергии в свинце, меди и алюминии

Работа 5.1.

Измерение коэффициента ослабления потока γ -лучей в веществе и определение их энергии

С помощью сцинтилляционного счетчика измеряются линейные коэффициенты ослабления потока γ -лучей в свинце, железе и алюминии; по их величине определяется энергия γ -квантов.

Гамма-лучи возникают при переходе возбужденных ядер из одного энергетического состояния в другое, более низкое. Энергия γ -квантов обычно заключена между несколькими десятками килоэлектрон-вольт и несколькими миллионами электрон-вольт. Гамма-кванты не несут электрического заряда, их масса равна нулю. Проходя через вещество, пучок γ -квантов постепенно ослабляется. Ослабление происходит по экспоненциальному закону, который может быть записан в двух эквивалентных формах:

$$I = I_0 e^{-\mu l}; \quad (1)$$

$$I = I_0 e^{-\mu' m_1}. \quad (2)$$

В этих формулах I , I_0 — интенсивности прошедшего и падающего излучений, l — длина пути, пройденного пучком γ -лучей, m_1 — масса пройденного вещества, приходящаяся на единицу площади, μ и μ' — константы, величина которых зависит от вещества, сквозь которое проходят γ -лучи. Длину пути l обычно выражают в сантиметрах, поэтому μ имеет размерность см^{-1} ; величину m_1 измеряют в $\text{г}/\text{см}^2$, так что размерность μ' равна $\text{см}^2/\text{г}$. Форма записи (2) является предпочтительной, потому что μ' , в отличие от μ , не зависит от плотности среды. (Пусть, например, γ -лучи проходят сквозь газ; при увеличении плотности газа в два раза μ в два раза уменьшается, в то время как μ' не изменяется.)

Ослабление потока γ -лучей, происходящее при прохождении среды, связано с тремя эффектами: фотоэлектрическим поглощением, комптоновским рассеянием и с генерацией электрон-позитронных пар. Рассмотрим эти эффекты.

Фотоэлектрическое поглощение. При столкновении γ -квантов с электронами внутренних атомных оболочек может происходить поглощение квантов. Энергия γ -кванта передается соответствующему электрону, а импульс делится между этим электроном и оставшимся после его вылета ионом. Свободный электрон не может поглотить γ -квант, так как при этом невозможно одновременно удовлетворить законам сохранения энергии и импульса. Наружные электроны не принимают участия в фотоэлектрическом поглощении, потому что они слабо связаны в атоме, так что их практически можно считать свободными. Вероятность dP_Φ фотоэлектрического поглощения γ -квантов пропорциональна длине пути dl и плотности электронов в среде (в расчет должны приниматься только электроны, принадлежащие внутренним оболочкам атомов):

$$dP_\Phi = \sigma_\Phi n_1 dl, \quad (3)$$

где n_1 — плотность внутренних электронов, а σ_Φ — поперечное сечение фотоэлектрического поглощения. Поперечное сечение характеризует вероятность фотоэффекта, рассчитанную на один электрон.

Нетрудно найти связь между коэффициентом поглощения для фотоэффекта μ_Φ , входящим в формулу (1), и сечением σ_Φ . Сравнивая формулы (1) и (3), получим

$$\mu_\Phi = \sigma_\Phi n_1. \quad (4)$$

Формула (4) выражает зависимость μ_Φ от плотности электронов и, следовательно, от плотности среды в явном виде.

Пусть в результате фотоэффекта энергия γ -кванта передается электрону, находящемуся на i -й оболочке атома. Обозначим через W_i энергию связи этого электрона. После вылета из атома электрон приобретает кинетическую энергию

$$T_i = \hbar\omega - W_i. \quad (5)$$

Освободившееся после вылета электрона место заполняется затем одним из электронов с вышележащих оболочек. При таких переходах возникает характеристическое рентгеновское излучение*).

Вероятность фотоэффекта сложным образом зависит от энергии γ -лучей и от заряда ядер. Для оценок можно пользоваться формулой

$$\sigma_{\phi} \propto \frac{Z^5}{(\hbar\omega)^{3,5}}, \quad (6)$$

правильно передающей основные черты явления (см. формулу (5.6)). Из формулы (6) видно, что вероятность фотоэффекта быстро возрастает при

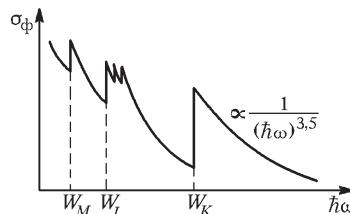


Рис. 1. Зависимость сечения фотоэффекта от энергии γ -квантов

переходе от легких к тяжелым элементам и резко падает с увеличением энергии γ -квантов. На рис. 1 показана энергетическая зависимость сечения фотоэффекта. Из рисунка видно, что при энергиях γ -квантов, лежащих в области атомных энергий связи, сечение претерпевает резкие изменения: при возрастании энергии это сечение скачкообразно возрастает, когда становится возможным выбивание электронов с очередной оболочки (на рис. 1 это скачки при энергиях W_M , W_L , W_K , соответствующих энергиям связи M , L и K -электронов). В этой области сечение фотоэффекта очень велико по сравнению с сечениями других процессов. Поэтому фотоэффект является доминирующим механизмом поглощения γ -квантов при не очень высоких энергиях.

Комptonовское рассеяние. Комптоновским рассеянием (или комптон-эффектом) называется упругое столкновение γ -кванта с электроном. При таком столкновении γ -квант передает электрону часть своей энергии, величина которой определяется углом рассеяния. В отличие от фотоэффекта, который может идти только на сильно связанных электронах, комптоновское рассеяние происходит на свободных или слабосвязанных электронах. Роль эффекта Комптона становится существенной

*) Энергия, освобождающаяся при заполнении свободного места на внутренней оболочке одним из внешних электронов, не всегда передается фотону: она может уноситься другим электроном, который в этом случае покидает атом. Такие электроны носят название *электронов Оже*.

только тогда, когда энергия квантов становится много больше энергии связи электронов в атоме (когда достаточно падает вероятность фотоэффекта). Атомные электроны в этом случае можно считать практически свободными, что обычно и делается при теоретическом анализе.

Вероятность комптон-эффекта сложным образом зависит от энергии γ -квантов (см. формулу (5.18)). В том случае, когда энергия γ -кванта много больше энергии покоя электрона, формула сильно упрощается, и выражение для сечения комптон-эффекта приобретает простой вид:

$$\sigma_K = \pi r^2 \frac{mc^2}{\hbar\omega} \left(\ln \frac{2\hbar\omega}{mc^2} + \frac{1}{2} \right), \quad (7)$$

где $r \simeq 2,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона, а m — его масса. Из формулы (7) следует, что сечение комптон-эффекта с ростом энергии фотонов падает далеко не так резко, как сечение фотоэффекта.

Сечение σ_K относится к одному свободному электрону, в то время как приведенное выше сечение фотоэффекта рассчитано на атом. Комптоновское рассеяние, отнесенное к атому, оказывается, естественно, в Z раз больше.

Комптоновский коэффициент линейного ослабления μ_K связан с сечением σ_K формулой, аналогичной (4). Под n следует в этом случае понимать плотность слабо связанных электронов, т. е. практически полную плотность электронов в веществе.

Отметим в заключение, что, в отличие от фотоэффекта, эффект Комптона приводит не к поглощению γ -квантов, а к их рассеянию и уменьшению их энергии.

Образование пар. При энергиях γ -лучей, превышающих $2mc^2 = 1,02$ МэВ, становится возможен процесс поглощения γ -лучей, связанный с образованием электрон-позитронных пар. Рождение пар не может происходить в вакууме, оно возникает в электрическом поле ядер. Вероятность этого процесса приблизительно пропорциональна Z^2 и сложным образом зависит от энергии фотона. При энергиях больше $2mc^2$ фотоэффект даже для самых тяжелых ядер уже не играет практически никакой роли. Вероятность образования пар должна поэтому сравниваться с вероятностью комптоновского рассеяния. При энергиях, с которыми приходится иметь дело при изучении ядер, рождение пар существенно только в самых тяжелых элементах. Так, даже для свинца вероятность рождения пар сравнивается с вероятностью комптоновского эффекта только при энергии около 4,7 МэВ.

Полный коэффициент ослабления потока γ -лучей. Полный линейный коэффициент μ ослабления пучка γ -квантов при прохождении через вещество равен сумме коэффициентов для всех трех рассмотренных процессов.

На рис. 2 изображены графики μ для различных материалов.

Обратимся вновь к формуле (1). Ее нетрудно получить из теоретических соображений. Рассмотрим опыты, поставленные в *хорошой геометрии*, т. е. в условиях, когда исследуется прохождение сквозь вещество узкого параллельного пучка γ -лучей. В этом случае не только фотоэлектрическое поглощение и генерация пар, но и комптоновское рассеяние выводят γ -кванты из пучка.

Поэтому при прохождении через вещество меняется только количество, но не энергия γ -квантов в пучке, так что коэффициент μ , характеризующий поглощение γ -квантов в веществе, не зависит от длины пути. Обозначим через $-dN$ число γ -квантов, выбывших из пучка на пути dl . Это число пропорционально имеющемуся их числу N и прошедшему пути dl . Имеем, следовательно,

$$-dN = \mu N dl. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (8) от нулевой толщины до заданной, получим

$$N = N_0 e^{-\mu l},$$

т. е. формулу (1).

В *плохой геометрии*, когда рассеянные под небольшими углами γ -кванты остаются в пучке, их спектр с прохождением вещества меняется, и формула (1), вообще говоря, неприменима. Эта формула,

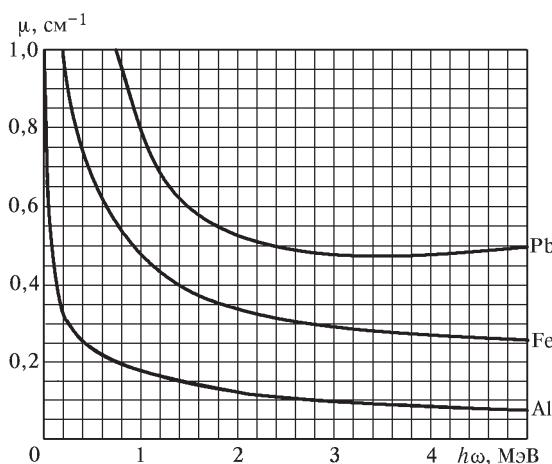


Рис. 2. Полные коэффициенты ослабления потока γ -лучей в алюминии, железе и свинце

однако, работает и в этом случае лучше, чем можно было бы ожидать. Причина хорошего согласия заключается в том, что γ -кванты с энергией $1 \div 2$ МэВ, потерявшие энергию из-за комптоновского рассеяния, быстро выбывают из пучка из-за резкого увеличения сечений σ_ϕ и σ_k .

В данной работе коэффициент ослабления μ измеряется в хорошей геометрии. Из формулы (1) имеем

$$\mu = \frac{1}{l} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (9)$$

Для определения коэффициента ослабления нужно, таким образом, измерить толщину образца l , число падающих частиц N_0 и число частиц N , прошедших через образец.

Экспериментальная установка

Схема установки, используемой в работе, показана на рис. 3. Свинцовый коллиматор выделяет узкий почти параллельный пучок γ -квантов,

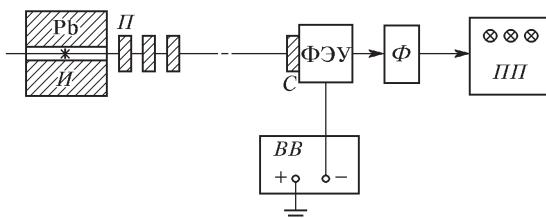


Рис. 3. Блок-схема установки, используемой для измерения коэффициентов ослабления потока γ -лучей: I — источник γ -лучей; Pb — свинцовый контейнер с коллиматорным каналом; Π — набор поглотителей; C — сцинтиллятор — кристалл $\text{NaI}(\text{Tl})$; Φ — формирователь-выпрямитель

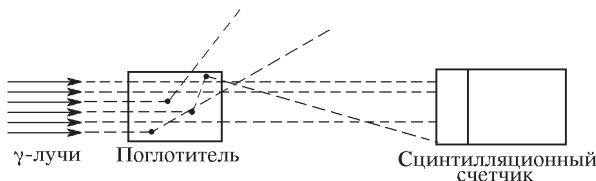


Рис. 4. Схема рассеяния γ -квантов в поглотителе

проходящий через набор поглотителей Π и регистрируемый сцинтилляционным счетчиком*). Сигналы от счетчика усиливаются и регистрируются пересчетным прибором $ПП$. Высоковольтный выпрямитель BB обеспечивает питание сцинтилляционного счетчика.

При недостаточно хорошей геометрии в результаты опытов могут вкрадаться существенные погрешности. В реальных установках всегда имеется конечная вероятность того, что γ -квант провзаимодействует в поглотителе несколько раз до того, как попадет в детектор (пути таких квантов показаны на рис. 4). Чтобы уменьшить число таких случаев, в

*.) Принцип работы сцинтилляционного счетчика рассмотрен в Приложении II.

данной работе сцинтилляционный счетчик расположен на большом расстоянии от источника γ -квантов, а поглотители имеют небольшие размеры. Их следует устанавливать за коллиматорной щелью на некотором расстоянии друг от друга, чтобы испытавшие комптоновское рассеяние и выбывшие из прямого потока кванты с меньшей вероятностью могли в него вернуться.

Задание

1. Включите пересчетный прибор и высоковольтный выпрямитель. Дайте им прогреться в течение 5–10 минут.

2. Убедитесь в том, что установка «чувствует» γ -лучи. Для этого подайте на ФЭУ напряжение, указанное на установке. Измерьте скорость счета при полностью открытом коллиматоре, а затем при коллиматоре, закрытом свинцовой пробкой. Скорость счета должна резко уменьшиться. Чтобы убедиться в работоспособности установки, повторите эту процедуру 2–3 раза.

3. Исследуйте поглощение γ -лучей в свинце, железе и алюминии. Для этого измерьте число частиц, попадающих в счетчик за фиксированное время в отсутствие (N_0) и в присутствии (N) поглотителя. Измерьте поглощение γ -лучей при различных толщинах образцов. Точность результатов должна быть не хуже 0,3%. Коэффициент ослабления потока γ -квантов вычисляется по формуле (9).

При вычислении N_0 и N из показаний прибора необходимо вычитать фон, который обусловлен шумом ФЭУ и посторонними частицами: космическим излучением, γ -квантами от соседних источников, квантами, рассеянными на стенах комнаты и в стенках прибора, и т. д. Для определения фона закройте коллиматор толстой свинцовой пробкой. Оставшийся счет не связан, очевидно, с квантами, летящими в пучке. Статистическая точность результатов определения фона должна быть не хуже 1%. Постройте кривые зависимости логарифма числа сочтанных частиц от толщины образца для всех исследуемых веществ. Укажите на графиках ошибки измерений. Коэффициенты ослабления найдите графически. По линейным коэффициентам ослабления рассчитайте коэффициенты μ' по формуле (1).

4. Используя найденные коэффициенты ослабления в свинце, железе и алюминии, по графику (рис. 2) и таблице V.4 из Приложения V определите среднюю энергию γ -лучей, испускаемых источником.

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, § 6; гл. IX, § 4.
2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. § 19.
3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. § 5.6.

Работа 5.2.

Спектрометрия α -излучения с помощью полупроводникового детектора

С помощью кремниевого поверхностно-барьерного детектора измеряются спектры α -частиц, испускаемых различными радиоактивными ядрами — ^{226}Ra , ^{233}U , ^{238}Pu и ^{239}Pu . Исследуется тонкая структура α -излучения и последовательность радиоактивных распадов в семействе урана.

Свойства α -распада. Естественный (спонтанный) распад некоторых ядер с испусканием α -частиц был обнаружен давно, в начале XX века, при изучении радиоактивности радия и продуктов его распада. Еще в 1903 г. Э. Резерфорд показал, что α -лучи, которые легко поглощаются и производят сильное ионизирующее действие, являются заряженными частицами и могут отклоняться как в электрическом, так и магнитном полях, а в 1909 г. прямыми измерениями, проведенными Э. Резерфордом и Т. Ройдсом, было доказано, что это ядра гелия.

Энергию вылетающих из ядра α -частиц легко подсчитать на основе законов сохранения. Если родительское (исходное) ядро имеет массу M_1 , а дочернее (конечное) — M_2 , то законы сохранения энергии и импульса записываются в форме

$$M_2c^2 = M_1c^2 + m_\alpha c^2 + T_1 + T_\alpha, \quad (1)$$

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_\alpha = 0, \quad (2)$$

где T_1 и \mathbf{p}_1 — кинетическая энергия и импульс отдачи дочернего ядра, а T_α и \mathbf{p}_α — кинетическая энергия и импульс α -частицы.

Ясно, что вылет α -частицы из ядра возможен лишь в том случае, если разность энергий покоя родительского и дочернего ядра будет больше энергии покоя α -частицы. В силу того, что реально α -распад испытывают лишь тяжелые ядра с $A > 200$, энергия отдачи ядра очень мала и фактически кинетическая энергия α -частицы равна разности энергий покоя исходного и конечного ядер. Именно поэтому вылетающие α -частицы имеют строго определенную энергию.

Однако экспериментально обнаружено, что энергетический спектр α -частиц многих α -активных ядер состоит из нескольких линий, одна из которых является преобладающей. В качестве примера на рис. 1 показан α -спектр ($^{212}_{83}\text{Bi}$).

Дискретность линий и их относительная интенсивность объяснямы, поскольку, во-первых, α -частицы могут испускаться ядром, находящимся в возбужденном состоянии (так называемые длиннопробежные α -частицы), а во-вторых, может происходить α -распад из основного состояния родительского ядра на возбужденные состояния дочернего ядра (короткопробежные α -частицы). На рис. 2 приведены два примера таких переходов — распад ^{238}Pu и ^{212}Po .

В первом случае (^{238}Pu) α -частицы максимальной энергии соответствуют переходам из основного в основное состояние. Кроме того,

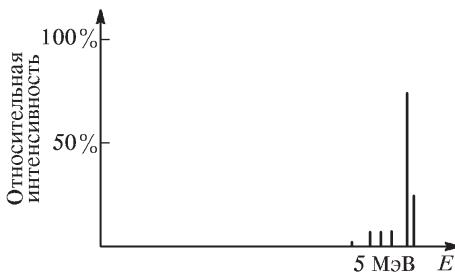


Рис. 1. Энергетический спектр α -частиц, вылетающих при распаде $^{212}_{83}\text{Bi}$

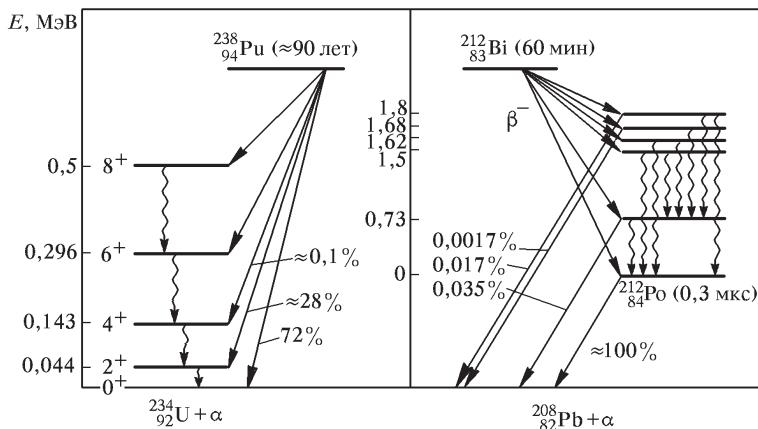


Рис. 2. Альфа-спектры распада ядер ^{238}Pu и ^{212}Po

α -распад может идти на возбужденные состояния дочернего ядра ^{234}U с последующими γ -переходами в основное состояние. Распад ^{212}Po — пример возможности испускания α -частиц из возбужденного состояния. Такая ситуация возникает из-за того, что ^{212}Po образуется в результате β^- -распада ^{212}Bi . Находясь в возбужденном состоянии, ядро ^{212}Po может либо испустить α -частицу, либо путем γ -излучения перейти в основное состояние. Так как период полураспада для α -частиц примерно в 10^5 раз больше периода γ -распада, то интенсивность длиннопробежных α -частиц очень мала.

Возбужденные состояния обладают разными спинами и четностью, а значит, разность моментов количества движения исходного и конечного ядра должна уноситься α -частицей. Иными словами, α -распад происходит с изменением углового момента ядра. Как показывают простые

оценки, если α -частица имеет малый импульс L , то величина возникающего центробежного барьера составляет в тяжелых ядрах примерно $0,002L^2A^2 = 0,002l(l + 1)$ часть от величины кулоновского барьера. Тем самым видно, что влияние центробежного барьера может быть существенным лишь для больших значений l .

Тяжелые ядра, как правило, в основном состояния деформированы (исключением являются магические ядра). Это означает, что низколежащими состояниями являются вращательные полосы, и именно на эти состояния обычно и происходит распад родительского ядра, приводящий к появлению группы короткобежных α -частиц. Как известно, энергия вращательных уровней определяется выражением

$$E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2}{2I} l(l + 1). \quad (3)$$

Тем самым измерение тонкой структуры энергетического спектра α -частиц дает возможность определить момент инерции ядра I .

Периоды полураспада α -активных ядер очень сильно зависят от энергии вылетающих частиц. Экспериментально установленная зависимость (закон Гейгера–Нэттола) имеет вид (см. раздел IV):

$$\lg T_{1/2} = \frac{a}{\sqrt{E_\alpha}} + b. \quad (4)$$

Коэффициенты a и b очень слабо зависят от заряда ядра Z , как это следует из формулы (4.6).

Радиоактивные ряды. Систематическое изучение радиоактивных элементов показывает, что все тяжелые ядра с массовым числом A , превышающим значение 209, нестабильны по отношению к α -распаду за счет возрастания относительной роли кулоновской энергии. Если массовое число ядра намного превышает граничное значение $A = 209$, то это ядро переходит в стабильное путем цепи нескольких последовательных распадов. Не все звенья в этой цепи будут α -распадами, так как при каждом α -распаде массовое число A уменьшается на 4, а атомный номер Z уменьшается на два, так что процент нейтронов в ядре возрастает, и ядро становится нестабильным относительно β -распада. Поэтому в цепочках распада, или, как их называют, радиоактивных рядах, процессы α - и β -распадов чередуются друг с другом.

Примером такой цепочки превращений является семейство ^{238}U , показанное на рис. 3.

Это семейство начинается с α -активного изотопа урана $^{238}_{92}\text{U}$, который с периодом полураспада $4,5 \cdot 10^9$ лет превращается в $^{234}_{90}\text{Th}$ и т. д. Среди ядер этого семейства урана находится изотоп радия $^{226}_{88}\text{Ra}$, последовательность распадов которого изучается в данной работе. Очень скоро после приготовления моноизотопа $^{226}_{88}\text{Ra}$ ($T_{1/2} = 1617$ лет) в препарате накапливаются его дочерние продукты — $^{222}_{86}\text{Rn}$ ($T_{1/2} = 3,8$ дней),

$^{238}_{\text{U}}$ ($T_{1/2} = 3$ мин) и $^{214}_{\text{Po}}$ ($T_{1/2} = 10$ с), которые сами являются α -активными. Поэтому при измерении α -спектра радия-226 мы фактически наблюдаем α -частицы, испускаемые всеми его дочерними продуктами.

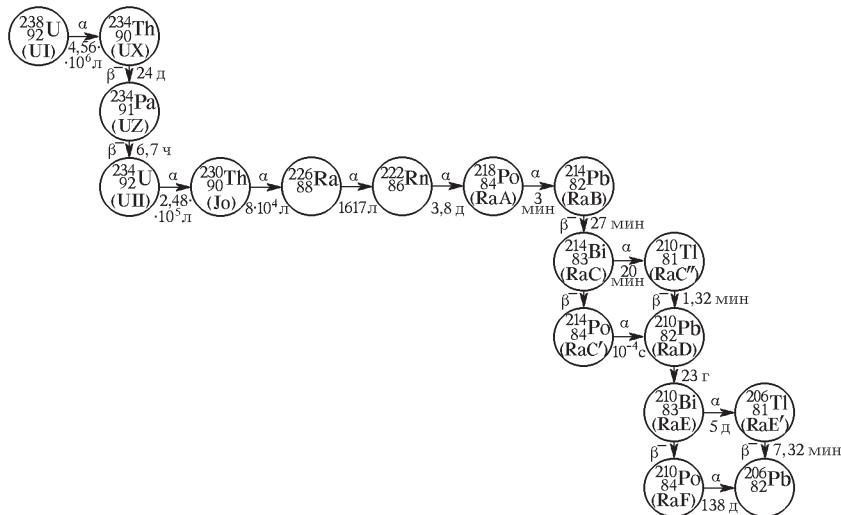


Рис. 3. Последовательность радиоактивных превращений $^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$

Экспериментальная установка

Основой установки является спектрометр α -излучения. Конструктивно спектрометр выполнен в виде трех отдельных частей: измерительного модуля, персональной ЭВМ со встроенной платой амплитудно-цифрового преобразователя (АЦП) и системы откачки CO вакуумной камеры BK с блоком индикации BI (см. рис. 4).

В измерительном блоке смонтированы:

- 1) вакуумная камера BK , в которой расположен держатель образцов, поверхностно-барьерный полупроводниковый детектор и индикатор давления;
- 2) малошумящий предварительный усилитель PY ;
- 3) спектрометрический усилитель CY с органами управления;
- 4) регулируемый блок низковольтного смещения BNC для питания детектора.

Вакуумный насос создает в измерительной камере давление не более 10^{-2} Тор. Полупроводниковый детектор регистрирует α -частицы с энергиями от 3,5 до 9 МэВ, его энергетическое разрешение составляет не более 30 кэВ при энергии α -частицы 5 МэВ.

В поверхностно-барьерных полупроводниковых счетчиках преобразование энергии падающих частиц в электрические импульсы происходит в области так называемого $(p-n)$ -перехода. Такой переход создается в виде тонкого слоя на границе между областями с p - и n -проводимостью. При прохождении частицы через обедненный слой вдоль ее трека создаются электронно-дырочные пары. Образовавшиеся

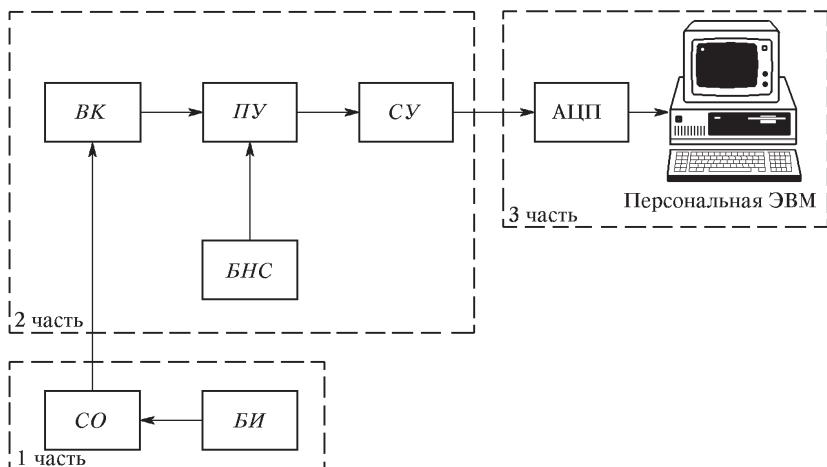


Рис. 4. Блок-схема спектрометра α -излучения

носители разносятся электрическим полем $(p-n)$ -перехода в разные стороны — и через кристалл проходит токовый импульс. Подробно принцип работы полупроводникового детектора заряженных частиц разобран в Приложении II.

При использовании детектора в спектрометрических целях особое значение приобретает его разрешающая способность, т. е. ширина кривой распределения импульсов по амплитудам при строго постоянной энергии регистрируемых частиц. Форма такой кривой распределения обычно бывает близка к кривой ошибок (гауссовой кривой)

$$W(U)dU = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(U-U_0)^2/(2\sigma^2)} dU. \quad (5)$$

Здесь U_0 — среднее значение амплитуды импульсов, U — конкретное значение этой амплитуды, $W(U)dU$ — вероятность того, что при энергии частицы E амплитуда измеренного импульса заключена между U и $U + dU$, σ — параметр, определяющий ширину распределения (среднеквадратичное отклонение).

Распределение (5) имеет вид колокола с максимумом при $U = U_0$. Разрешающую способность спектрометра определяют по величине δ — ширине кривой $W(U)$, измеренной на половине высоты. Энергетическим

разрешением спектрометра обычно называют величину

$$R = \frac{\delta}{U_0} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Нетрудно найти связь между δ и σ :

$$\delta = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma. \quad (7)$$

Одной из основных причин, вызывающих разброс импульсов по амплитуде, является статистическая флуктуация числа электрон-дырочных пар, создаваемых падающей частицей. Среднее число пар N равно

$$N = E/\mathcal{E}_{\text{cp}}, \quad (8)$$

где E — энергия, теряемая частицей в детекторе, а $\mathcal{E}_{\text{cp}} = 3,6$ эВ — энергия, необходимая для создания пары электрон-дырка. Среднеквадратичное отклонение σ равно

$$\sigma = \sqrt{N} = \sqrt{E/\mathcal{E}_{\text{cp}}}. \quad (9)$$

Вклад флуктуаций числа пар в энергетическое разрешение

$$R_{\text{флук}} = \frac{\sigma}{N} \cdot 100\% = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{\text{cp}}}{E}} \cdot 100\%. \quad (10)$$

Другим источником разброса импульсов является шум электрических цепей. Прежде всего, это шум, создаваемый токами утечки, возникающими из-за термической генерации электрон-дырочных пар в обедненном слое детектора, а также шум первого усилительного каскада — чем меньше шум, вносимый схемами измерений, тем ближе энергетическое разрешение спектрометра к флуктуационному, определяемому формулой (9).

Плата АЦП преобразует электрические аналоговые импульсы в цифровой код, который записывается в память ЭВМ. На экране ЭВМ наблюдается зависимость числа поступающих импульсов от их амплитуды, т. е. энергетический спектр испускаемых источником α -частиц.

Задание

1. Снять спектр α -частиц, вылетающих из $^{239}_{94}\text{Pu}$.
2. По спектру прокалибровать номера каналов в энергетических единицах (МэВ).
3. Вычислить энергетическое разрешение детектора и оценить, какой вклад в его величину вносят флуктуации числа рождающихся пар (формула (10)), а какой — шум электрических цепей.

4. Измерить тонкую структуру спектра α -частиц, испускаемых $^{239}_{94}\text{Pu}$, определить энергию уровня ядра $^{235}_{92}\text{U}$, на который происходят переходы с испусканием короткопробежных частиц.

5. Снять спектр $^{226}_{88}\text{Ra}$. Определить энергию регистрируемых частиц, испускаемых родительским и дочерними ядрами. Построить зависимость логарифма периода полураспада от энергии α -частиц — график Гейгера–Нэттола (формула (4)).

6. Определить по графику величины констант a и b и сравнить с приведенными в формуле (4.6).

7. Рассчитать, какова должна быть интенсивность линий тонкой структуры $^{239}_{94}\text{Pu}$, если бы она определялась только проницаемостью барьера (формулой (4.4)).

Дополнительное задание

1. Найти разрешающую способность детектора при различных энергиях, аппроксимируя полученные спектры $^{226}_{88}\text{Ra}$ гауссовыми кривыми (формула (5)).

2. Аппроксимируя спектр $^{239}_{94}\text{Pu}$ двумя гауссианами, определить точное значение энергии короткопробежных α -частиц, испускаемых этим изотопом.

3. Измерить тонкую структуру α -спектра $^{238}_{94}\text{Pu}$ и на основе полученных результатов найти по формуле (3) момент инерции ядра $^{234}_{92}\text{U}$, на вращательную полосу которого происходят переходы из родительского ядра (см. рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, §§ 1–3; гл. IX, §§ 1, 2.

2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. §§ 17, 23.

3. Абрамов А. Л., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. — М.: Атомиздат, 1977. Гл. 5, 7.

4. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. § 2.6.

Работа 5.3.

Определение энергии γ -квантов с помощью сцинтилляционного спектрометра

Определяется энергия γ -квантов неизвестного радиоактивного препарата после предварительной калибровки спектрометра по γ -излучению ^{60}Co .

На рис. 1 приведена блок-схема сцинтилляционного спектрометра, используемого в работе. Принцип действия спектрометра состо-

ит в следующем. Гамма-кванты от исследуемого источника коллимируются свинцовым коллиматором и попадают в сцинтиллятор — кристалл йодистого натрия, активированного таллием, $\text{NaI}(\text{Tl})$. Попавшие в сцинтиллятор кванты взаимодействуют с его атомами, выбивая электроны из атомных оболочек и при достаточно большой энергии генерируя электрон-позитронные пары (в нашем случае этот процесс практически не играет роли). Вырванные из атомных оболочек электроны (их обычно называют конверсионными) тормозятся в веществе сцинтиллятора, расходуя энергию на возбуждение атомов среды.

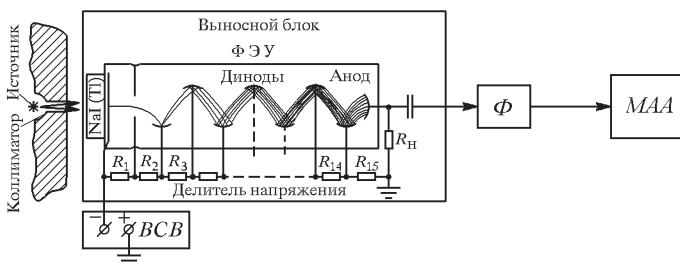


Рис. 1. Блок-схема сцинтилляционного спектрометра. Кристалл $\text{NaI}(\text{Tl})$ — сцинтиллятор; BCB — высоковольтный стабилизированный выпрямитель; Φ — формирователь импульсов; MAA — многоканальный амплитудный анализатор на основе компьютера

Возбужденные атомы высвечиваются, испуская электромагнитное излучение. В сцинтилляторах заметная доля энергии испускается в виде квантов видимого света или близкого к нему ультрафиолетового излучения. Часть образовавшихся фотонов, пройдя через сцинтиллятор, попадает на катод фотоэлектронного умножителя и в результате фотоэффекта выбивает из него медленные электроны. Эти электроны ускоряются электрическим полем умножителя и вырываются с поверхности первого динода вторичные электроны, которые в свою очередь ускоряются полем по направлению ко второму диноду, и т. д. Многократное повторение этого процесса позволяет получить большой коэффициент умножения — порядка $(10^6 \div 10^7)^*$.

Возникающие на аноде ФЭУ импульсы формируются, записываются в память компьютера и анализируются многоканальным амплитудным анализатором. При определенном подборе напряжений на динодах ФЭУ (спектрометрический режим) величина выходного импульса в широких пределах пропорциональна числу фотоэлектронов, вылетевших из фотокатода, а значит, и числу фотонов, образовавшихся в сцинтилляторе.

*) Подробное описание сцинтилляторов и фотоумножителе дано в Приложениях II, III.

Число фотонов, в свою очередь, пропорционально энергии, потерянной в кристалле NaI(Tl) конверсионными электронами.

Рассмотрим теперь, как связана энергия конверсионных электронов с энергией γ -квантов. Как отмечалось в разделе V, взаимодействие γ -квантов с любым веществом происходит тремя независимыми путями.

При фотоэффекте γ -квант целиком поглощается атомом, а один из электронов внутренней оболочки (чаще всего K -оболочки) выбрасывается за пределы атома и уносит всю переданную γ -квантом энергию. В этом случае энергия конверсионного электрона $T_e = E_\gamma - W_K$, где W_K — энергия, нужная для ионизации K -оболочки атома. Возбужденный атом излучает энергию в виде рентгеновских квантов, которые с большой вероятностью поглощаются в кристалле (фотоэффект на L - и M -оболочках). Время высвечивания мало, так что энергия этих квантов суммируется с энергией первого фотоэлектрона. Таким образом, при фотоэффекте в кристалле выделяется энергия, практически равная энергии поглощенного γ -кванта. Соответственно и амплитуда световых вспышек оказывается пропорциональной полной энергии первичных γ -квантов. Вероятность фотоэффекта быстро падает с возрастанием энергии γ -квантов, а от атомного номера поглотителя зависит как Z^5 . Поэтому в γ -спектрометрах применяют сцинтилляторы, содержащие тяжелые элементы.

Комptonовское рассеяние γ -квантов происходит на слабо связанных электронах. При этом электрону передается только часть энергии γ -кванта, а оставшаяся часть уносится рассеянным фотоном. Энергия электрона определяется углом, под которым он выбивается, и энергией γ -кванта. Наименьшая энергия, которая может быть передана электрону, равна нулю, а наибольшая определяется по формуле

$$(T_e)_{\max} = \hbar\omega \frac{2\alpha}{1 + 2\alpha},$$

где $\alpha = \hbar\omega/(mc^2)$, а энергия покоя электрона составляет величину $mc^2 = 0,511 \text{ МэВ}$.

Рассеянный γ -квант может либо покинуть кристалл, либо поглотиться в нем (напомним, что вероятность фотоэлектрического поглощения с уменьшением энергии фотона быстро растет). В первом случае энергия, переданная квантам кристаллу, принимает любое значение от нуля до $(T_e)_{\max}$, а во втором она равна полной энергии γ -кванта.

Если энергия γ -квантов превышает величину $2mc^2 = 1,02 \text{ МэВ}$, то становится возможным образование пары электрон–позитрон в поле ядра. Пренебрегая весьма малой отдачей ядра, найдем, что сумма кинетических энергий электрона и позитрона равна

$$T_{e^-} + T_{e^+} = \hbar\omega - 2mc^2.$$

Останавливающийся в кристалле позитрон аннигилирует с одним из атомных электронов. Выделяющаяся при этом энергия $2mc^2$ передается

двум γ -квантам. Эти кванты могут покинуть кристалл или поглотиться в нем. Возможно также, что один из квантов уйдет, а другой поглотится. Оставшаяся в кристалле энергия может поэтому равняться энергии γ -кванта или отличаться от нее на mc^2 или $2mc^2$.

Наблюдение вспышек, связанных с электрон-позитронными парами, используется при спектрометрии γ -квантов высокой энергии, так как сечение образования пар растет с энергией*).

На рис. 2 приведена зависимость линейных коэффициентов ослабления потока γ -квантов в кристалле NaI(Tl) от энергии квантов. Из рис. 2 видно, что при сравнительно низких энергиях преобладает фотоэлектрическое поглощение. С ростом энергии γ -квантов комптоновское рассеяние вносит все более заметный вклад, а для больших энергий доминирующим является процесс образования пар.

Подводя итог, заметим, что для определения энергии γ -квантов радиоактивного источника нужно исследовать кривую распределения их энергетических потерь в кристалле, т. е. распределение по амплитуде электрических импульсов, возникающих на выходе фотоэлектронного умножителя. Такие распределения изучаются с помо-

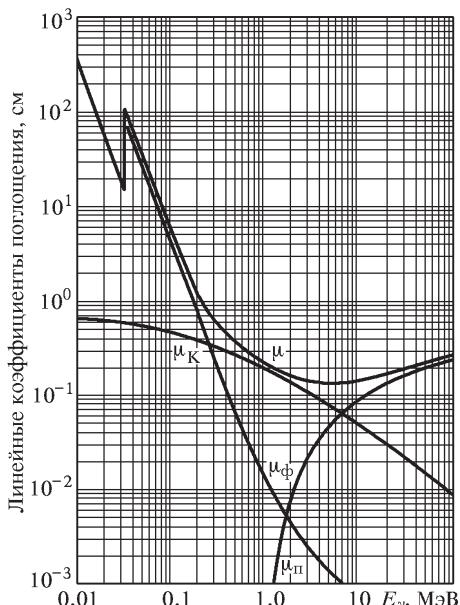


Рис. 2. Линейные коэффициенты ослабления потока γ -лучей в кристалле NaI(Tl): μ_ϕ — коэффициент ослабления для фотоэффекта; μ_k — коэффициент ослабления, связанный с комптоновским рассеянием; μ_n — коэффициент ослабления, связанный с рождением пар; $\mu = \mu_\phi + \mu_k + \mu_n$ — полный коэффициент ослабления γ -лучей

щью амплитудных анализаторов, измеряющих число импульсов, величина которых лежит в заданных пределах.

Результатом таких измерений могут быть интегральные или дифференциальные кривые. Интегральные кривые распределения импульсов представляют собой зависимость числа импульсов $N(E)$ с энерги-

*.) Подробное изложение процессов взаимодействия γ -квантов с веществом приведено во введении к данному разделу.

ей (амплитудой), равной или превосходящей E , от величины энергии E . Дифференциальные кривые определяют зависимость от E величины dN/dE , т. е. числа импульсов в единичном энергетическом интервале. Чаще всего используются именно дифференциальные кривые.

Для измерения амплитудного распределения импульсов в данной работе применяется амплитудный анализатор, представляющий собой амплитудно-цифровой преобразователь (АЦП), совмещенный с компьютером. Измеренный спектр импульсов от ФЭУ выводится на дисплей.

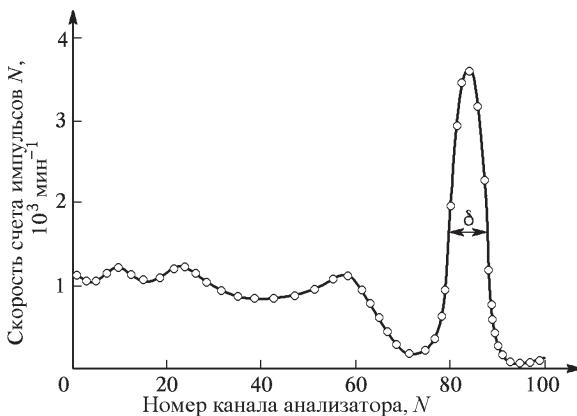


Рис. 3. Гамма-спектр ^{54}Mn

В качестве примера на рис. 3 приведено распределение импульсов от радиоактивного источника ^{54}Mn с $E_\gamma = 0,83 \text{ МэВ}$. Пик в конце импульсного распределения является пиком полного поглощения (его часто называют фотопиком).

Предшествующее ему непрерывное распределение импульсов создается электронами отдачи, возникающими при комптоновском рассеянии γ -квантов. Это распределение имеет максимум в области $N = 60$. Вблизи $N \approx 20$ на непрерывное комптоновское распределение накладывается широкий пик, обусловленный рассеянием γ -квантов от окна фотоумножителя, от защитного кожуха и от стеклянного торца контейнера, в котором установлен кристалл $\text{NaI}(\text{Tl})$. Этот пик принято называть *пиком обратного рассеяния*. В установках для изучения γ -спектров в качестве защитного материала обычно используется свинец. При поглощении γ -лучей в свинце возникает характеристическое рентгеновское излучение с энергией 72 кэВ. В приведенном спектре пик характеристического излучения свинца расположен в области $N \approx 10$.

Идентификацию γ -линий точнее всего проводить по пикам полного поглощения. Из предыдущего изложения могло показаться, что этот пик должен быть очень узким, в то время как на рис. 3 он выглядит довольно широким. Ширина пика полного поглощения является в на-

шем случае аппаратурной, а не истинной. Вклад в ширину вносят все промежуточные процессы измерения. Число атомов кристалла, приходящих в возбуждение после поглощения γ -кванта, флюкутирует в силу случайных причин. Флюкутирует и число фотонов, возникающих при высвечивании возбужденных атомов. Не все фотоны попадают в фотумножитель и не все попавшие в него фотоны выбиваются электроном из фотокатода. Число вылетевших из фотокатода электронов невелико и флюкутирует особенно сильно. Подвержен статистическим флюкуциям и процесс умножения электронов на динодах ФЭУ. Ширину пика полного поглощения принято характеризовать числом R , носящим название энергетического разрешения прибора:

$$R = \frac{\delta}{E} \cdot 100\%,$$

где величина δ определяется как ширина пика полного поглощения, измеренная на половине высоты (в единицах энергии); E — энергия регистрируемого γ -излучения. Величина энергетического разрешения, в зависимости от энергии γ -квантов, может меняться в широких пределах — от нескольких единиц до нескольких десятков процентов.

Экспериментальная установка

В работе используется кристалл NaI(Tl), имеющий форму цилиндра. Его диаметр и высота равны 40 мм. Кристалл упакован в герметичный контейнер, стенки которого покрыты окисью магния, хорошо рассеивающей свет. Выходное окно контейнера находится в оптическом контакте с фотокатодом электронного умножителя, работающего в спектрометрическом режиме. Сигнал, возникающий на аноде ФЭУ, через усилитель подается на амплитудный анализатор.

Экспериментальная часть работы проводится в два этапа: вначале спектрометр градуируется по γ -излучению ^{60}Co , испускающего две γ -линии с энергиями $E_1 = 1,17$ МэВ и $E_2 = 1,33$ МэВ (схема распада ^{60}Co приведена в работе 4.3), а затем определяется энергия γ -квантов неизвестного препарата.

Задание

1. Включите приборы и дайте им прогреться 5–10 минут.
2. Установите режимы работы приборов, указанные на установке.
3. Убедитесь в том, что установка «чувствует» γ -лучи. Для этого придвиньте выносной блок вплотную к коллиматорному каналу контейнера, содержащего γ -источник ^{60}Co . Установите произвольный порог на амплитудном анализаторе и включите пересчетный прибор. Счетчик должен начать отсчитывать поступающие импульсы. Отодвиньте выносной блок от источника и убедитесь, что скорость счета резко уменьшилась. Окончив предварительную настройку установки, приступайте к измерению.

4. Измерьте спектр импульсов, возникающих при облучении сцинтиллятора γ -квантами от источника ^{60}Co .

5. Определив положение фотопиков (пиков полного поглощения), найдите соответствие номера канала анализатора энергии γ -квантов (в мегаэлектрон-вольтах).

6. Придвиньте выносной блок к контейнеру, содержащему неизвестный γ -излучатель. Аналогично пунктам 4 и 5 исследуйте спектр импульсов, возникающих при облучении сцинтиллятора этим источником.

7. По положению фотопика определите энергию γ -квантов этого препарата. Зная энергию, рассчитайте положение верхней границы комптоновского распределения и сравните с экспериментальной величиной.

8. Оцените энергетическое разрешение спектрометра.

9. После окончания работы закройте коллиматорные каналы γ -источников свинцовыми плитками и выключите установку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, § 6; гл. IX, § 4.
2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. § 19.
3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. § 5.6.

Работа 5.4.

Исследование процессов взаимодействия γ -излучения со сцинтилляционными детекторами

Исследуются отклики органических (пластмасса) и неорганических ($\text{NaI}(\text{Tl})$) сцинтилляторов на монохроматическое γ -излучение, вклады фотопоглощения и эффекта Комptonа в формирование амплитудного распределения сцинтилляций.

Наиболее эффективным способом определения энергии γ -квантов является измерение энергии электронов, образующихся в результате взаимодействия электромагнитного излучения с атомами. Эти электроны испытывают большое число неупругих соударений с молекулами и атомами среды, которые могут сопровождаться как их ионизацией, так и возбуждением. В конечном счете кинетическая энергия, потеряянная электроном в веществе, переходит в энергию теплового движения. В промежуточных же стадиях — при переходах возбужденных молекул или атомов в основное состояние, при рекомбинации электрических зарядов в веществе — возникают кванты света различных длин волн, присущих данному веществу.

Способность некоторых веществ светиться под действием ионизирующих излучений была замечена еще в начале XX века, и такие вспышки

получили название *сцинтиляций*. Сцинтилляторами называют вещества, которые под действием заряженных частиц или коротковолнового электромагнитного излучения испускают фотоны в видимой или ультрафиолетовой части спектра. Сцинтиллятором может быть вещество, в котором, во-первых, велика вероятность испускания фотонов атомами и молекулами в возбужденных состояниях и, во-вторых, мала вероятность поглощения испущенных фотонов. Другими словами, в сцинтилляторе спектр испускания должен быть сдвинут относительно спектра поглощения; в противном случае испущенное одним атомом или молекулой излучение будет тут же поглощено другим атомом или молекулой (пройдет резонансное поглощение света).

Энергия световых вспышек сцинтиллятора преобразуется в импульсы электрического тока посредством фотоэлектронного умножителя — ФЭУ. Фотоны, попадая на фотокатод ФЭУ, в результате фотоэффекта выбивают электроны. Под действием внешнего поля электроны направляются на диноды ФЭУ, где происходит вторичная электронная эмиссия, в результате которой на анод ФЭУ приходит в десятки и сотни тысяч раз большее количество электронов. Таким образом рождается электрический импульс, который затем регистрируется соответствующими электронными схемами. Амплитуда токового импульса, как правило, линейно связана с поглощенной энергией, что и дает возможность определять энергию γ -квантов. Подробно процессы возникновения вспышек света в различных сцинтилляторах и принцип работы ФЭУ рассмотрены в Приложениях II и III.

Три характеристики сцинтилляционного детектора имеют существенное значение для задачи спектрометрии ядерного излучения:

- 1) конверсионная эффективность сцинтиллятора, т. е. отношение энергии световой вспышки к энергии, поглощенной в сцинтилляторе;
- 2) время высвечивания сцинтиллятора, которое характеризует длительность световой вспышки и тем самым ограничивает разрешающую способность спектрометра по времени;
- 3) энергетическое разрешение.

Энергетическое разрешение является, естественно, основной характеристикой сцинтиллятора. В принципе, сцинтилляционный счетчик должен обладать хорошей разрешающей способностью по энергии. Действительно, в большинстве сцинтилляторов интенсивность световой вспышки, хотя бы в ограниченной области, пропорциональна потере энергии; эффективность сортирования света на фотокатоде ФЭУ задается геометрическим коэффициентом, не зависящим от интенсивности высвечивания; выход фотоэлектронов определяется лишь свойствами фотокатода и, наконец, коэффициент усиления ФЭУ при нормальной работе есть величина постоянная.

Однако в реальном сцинтилляционном счетчике имеет место целый ряд явлений, приводящих к ухудшению его разрешающей способности по энергии. Относительная среднеквадратичная флуктуация в им-

пульс тока на аноде ФЭУ определяется флюктуациями среднего числа фотонов, испущенных сцинтиллятором, вероятностным характером фотоэффекта на катоде и флюктуацией коэффициента усиления ФЭУ. Существенной может оказаться и утечка излучения из кристалла. Это связано с тем, что электроны могут образовываться близко от поверхности кристалла и выходить из кристалла, теряя часть своей энергии вне сцинтиллятора. Чем выше конверсионная эффективность кристалла, тем лучше его энергетическое разрешение.

Сцинтилляционные вспышки, как уже подчеркивалось, возникают в результате взаимодействия заряженных частиц с веществом. В случае электромагнитного излучения это электроны, возникающие за счет трех различных процессов — фотоэффекта, комптон-эффекта и рождения пар. Все три вида взаимодействия γ -квантов с материальной средой приводят к возникновению быстрых электронов, способных создавать в веществе как ионизационный эффект, так и световые вспышки (сцинтилляции), величина которых так или иначе связана с энергией γ -квантов.

Все эти три вида взаимодействия подробно рассмотрены во введении к данному разделу. Поэтому приведем здесь лишь характерные зависимости этих процессов от энергии γ -квантов и заряда ядер среды (сцинтиллятора), в которую попадают фотоны.

Фотоэффект. Фотоэлектрическое поглощение может идти, в принципе, на любой атомной оболочке; но если энергия γ -кванта превышает энергию связи электрона на K -оболочке, то фотоэффект идет преимущественно с вырыванием K -электрона. При увеличении энергии γ -квантов (вдали от края K -полосы поглощения) эффективное сечение фотоэффекта с K -оболочки изменяется пропорционально $\hbar\omega^{-3,5}$, затем несколько медленнее, и при высоких энергиях ($\hbar\omega \gg mc^2$) — пропорционально $1/(\hbar\omega)$. Вероятность фотопоглощения квантов очень сильно зависит от атомного номера вещества — при увеличении Z растет как Z^5 .

Комптон-эффект. Сечение комптоновского рассеяния при малых энергиях падающих γ -квантов ($\hbar\omega \ll mc^2$) практически постоянно, а затем (при 100 кэВ и более) уменьшается как $1/(\hbar\omega)$ и составляет 10% от своего максимального значения при энергии около 10 МэВ. Эффективное сечение комптоновского рассеяния пропорционально Z (числу электронов в атоме).

Рождение электрон-позитронных пар. Это пороговый процесс, начинающийся лишь при $E_\gamma > 2mc^2 = 1,02$ МэВ. Эффективное сечение образования пар пропорционально Z^2 , и при увеличении энергии γ -квантов возрастает вначале очень быстро, затем рост замедляется, а при очень больших энергиях сечение стремится к постоянной величине.

Итак, рассмотрим физические процессы, приводящие к формированию наиболее характерных участков аппаратурной формы линии спектрометра со сцинтилляционным детектором.

1. Полное поглощение энергии первичного γ -кванта в чувствительном объеме детектора. Такое поглощение происходит при фотоэфекте, многократном комптоновском рассеянии или образовании пар в глубине детектора с полным поглощением энергии фото- или комптоновских электронов, электрон-позитронных пар, аннигиляционных квантов и характеристического излучения материала детектора. Этому взаимодействию соответствует так называемый *пик полного поглощения*.

2. Поглощение с уносом части энергии γ -кванта из детектора. Прежде всего оно обусловлено комптоновским рассеянием γ -квантов с испусканием рассеянного кванта с энергией

$$E'_\gamma = \frac{mc^2}{\frac{mc^2}{E_\gamma} + 1 - \cos\theta}. \quad (1)$$

При этом минимальная энергия рассеянного кванта (при $\theta = \pi$) равна

$$E'_{\gamma,\min} = \frac{mc^2}{\frac{mc^2}{E_\gamma} + 2}. \quad (2)$$

Амплитуды импульсов, соответствующие поглощению энергии электронов отдачи, имеют при этом непрерывное распределение — комптоновский континуум — вплоть до комптоновского края $E_\gamma - E'_{\gamma,\min}$.

Для пояснения нерегулярностей, появляющихся в комптоновской части спектра, на рис. 1 приведено распределение электронов отдачи по энергиям при первичном эффекте Комптона. Оно представляет собой сплошной спектр до максимума, соответствующего

$$E_e = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{mc^2}{2E_\gamma}}. \quad (3)$$

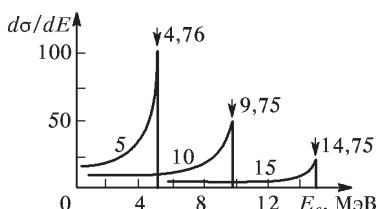


Рис. 1. Энергетическое распределение электронов отдачи при комптоновском рассеянии γ -кванта с энергиями 5, 10 и 15 мэВ

мом при максимальной энергии E_e .

Гамма-кванты, рассеянные на окне ФЭУ, на стенках кристалла-детектора и др., попадают обратно в сцинтиллятор в диапазоне углов $90^\circ \div 180^\circ$ и формируют так называемый пик обратного рассеяния. Его энергия равна примерно $mc^2/2$, и он фактически является дополнительным к комптоновскому максимуму, т. е.

$$E_e + E_{\text{обр}} = E_\gamma. \quad (4)$$

К неполному поглощению энергии первичного γ -кванта приводит и процесс образования пар с последующим вылетом или рассеянием в детекторе аннигиляционных квантов. Если оба аннигиляционных кванта вылетают из детектора, то поглощенная энергия соответствует энергии $E_\gamma - 2mc^2$ (это так называемый пик двойного вылета). Если же один из аннигиляционных квантов теряет свою энергию в детекторе, то образуется пик одиночного вылета, соответствующий энергии $E_\gamma - mc^2$. Процесс образования пар может произойти и вне детектора (в окружающих материалах), и тогда в детектор могут попасть и зарегистрироваться кванты аннигиляционного излучения с энергией 0,511 МэВ.

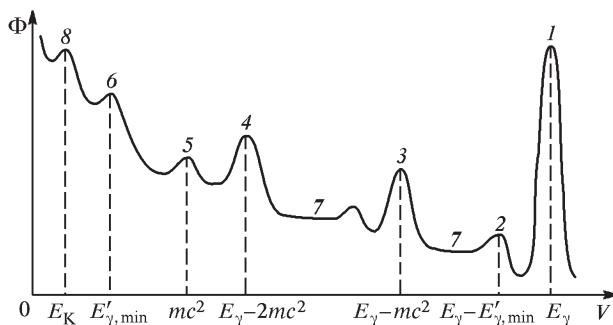


Рис. 2. Аппаратурный спектр γ -излучения с энергией $E_\gamma > 2mc^2$, регистрируемый сцинтилляционным спектрометром: 1 — пик полного поглощения (фотоэффект); 2 — край комптоновского поглощения; 3 — пик одиночного вылета; 4 — пик двойного вылета; 5 — аннигиляционный пик; 6 — пик обратного рассеяния; 7 — комптоновский континуум; 8 — пик характеристического излучения защиты

На рис. 2 в качестве иллюстрации приведен гипотетический аппаратурный спектр γ -излучения, зарегистрированного сцинтилляционным спектрометром.

Относительные интенсивности различных участков спектра существенным образом зависят от материала сцинтиллятора и его размеров. По мере увеличения размеров кристалла и, следовательно, длины пути, проходимого γ -квантом в кристалле, возможность возникновения многократных комптоновских рассеяний значительно увеличивается. Кроме того, поскольку разрешающее время кристалла больше времени, затрачиваемого на ряд соударений, эффекты будут складываться. Это, в свою очередь, приводит к тому, что при относительно большом числе событий вся энергия γ -кванта полностью остается в кристалле и соответствующий импульс попадает под пик полного поглощения. Такая «перекачка» импульсов из области непрерывного распределения в область пика полного поглощения происходит тем эффективнее, чем большие размеры кристалла. При анализе сложных спектров идеальным было бы полное отсутствие комптоновского распределения. Однако пол-

ностью подавить непрерывное распределение даже при использовании кристаллов очень больших размеров не удается. Это связано с тем, что при увеличении размеров кристалла обратное рассеяние и краевые эффекты хотя и уменьшаются, но все же составляют заметную величину.

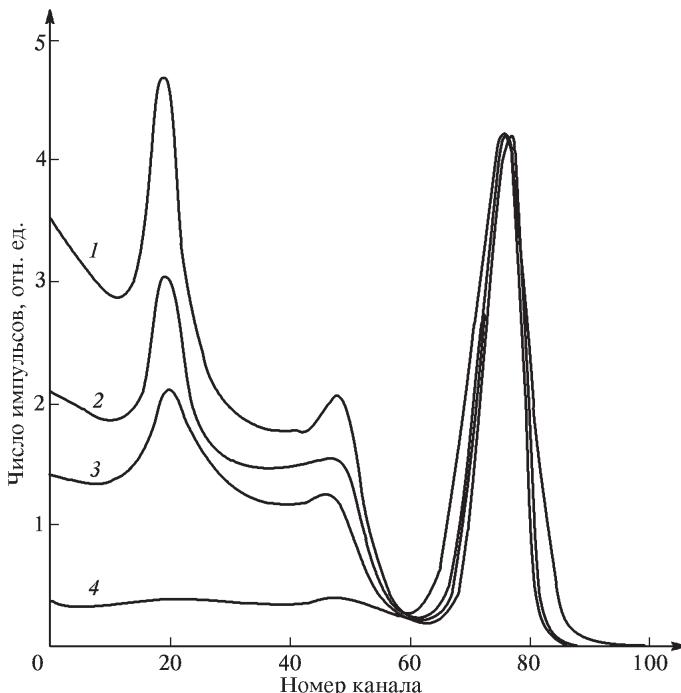


Рис. 3. Гамма-спектры изотопа ^{137}Cs , полученные с кристаллом NaI(Tl) следующих размеров: 1 — $\varnothing 30 \times 10$ мм; 2 — $\varnothing 30 \times 20$ мм; 3 — $\varnothing 40 \times 40$ мм; 4 — $\varnothing 120 \times 100$ мм

На рис. 3 приведены амплитудные распределения монохроматических γ -квантов с энергией 662 кэВ, испускаемых при распаде ^{137}Cs . Спектры измерялись с кристаллами NaI(Tl) разных размеров. Для сравнения амплитудные распределения отнормированы по фотопику.

Фотоэлектрическое поглощение и образование пар приводят к возникновению максимумов в амплитудном распределении, а комптоновское рассеяние приводит к образованию непрерывного амплитудного распределения. При фотоэлектрическом поглощении вся энергия передается электрону и рентгеновскому кванту, что приводит к появлению пика полного поглощения. Второй процесс — образование пар — создает три пика в амплитудном распределении: первый — пик полного поглощения, когда в кристалле поглощаются оба аннигиляционных γ -кванта; второй — при утечке из кристалла одного аннигиляционного кванта, и

третий — когда оба аннигиляционных кванта выходят из кристалла без взаимодействия. Таким образом, амплитудные распределения при регистрации γ -квантов в неорганических кристаллах оказываются сложными. На рис. 4 приведены функции отклика, типичные для двух типов кристаллов — неорганических (типа NaI(Tl)) и органических (стильбен, полистирол). В состав неорганических кристаллов входят элементы с

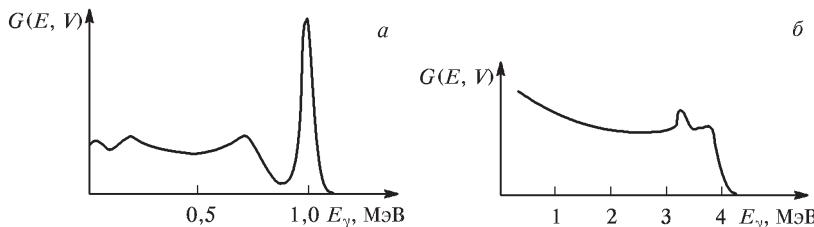


Рис. 4. Различие функций отклика органических и неорганических кристаллов: а — кристалл NaI(Tl); γ -кванты с энергией 1 МэВ; б — кристалл стильбена; γ -кванты с энергией 4,5 МэВ

большим атомным номером и поэтому в них ярко выражен пик полного поглощения, обусловленный фотоэффектом. Функция отклика при регистрации γ -квантов с помощью органических кристаллов представляет собой непрерывное распределение, обусловленное комптоновским рассеянием. В этих кристаллах вероятность фотоэффекта даже для γ -квантов с энергией 50 кэВ приблизительно в 20 раз меньше вероятности комптоновского рассеяния. Граница комптоновского континуума соответствует γ -квантам, рассеянным на 180° .

Экспериментальная установка

В работе используются два кристалла NaI(Tl), имеющие форму цилиндра: один диаметром 25 мм и высотой 40 мм, а другой — диаметром 80 мм и высотой 80 мм, и кристалл полистирола диаметром 40 мм и высотой 40 мм. Выходное окно кристаллов находится в оптическом контакте с фотокатодом электронного умножителя, работающего в спектрометрическом режиме. Сигнал, возникающий на аноде ФЭУ, через усилитель подается на вход многоканального амплитудного анализатора и записывается в память. Каждый из сцинтилляторов вместе с фотумножителем смонтирован в отдельном блоке, который можно поочереди устанавливать под пучок γ -квантов, испускаемых радиоактивным источником, расположенным в свинцовой защите. Излучение выходит через небольшое отверстие, имеющееся в защитном экране.

Многоканальный амплитудный анализатор, применяемый в работе, рассчитан на анализ импульсов от 0 до 10 В. Однако при облучении кристалла NaI(Tl) γ -квантами с энергией ≈ 1 МэВ максимальная амплитуда импульсов на выходе ФЭУ не превышает десятых долей воль-

та. Поэтому импульсы с ФЭУ должны быть предварительно усилены линейным усилителем, но так, чтобы их максимальная амплитуда не превышала 10 В.

Задание

1. Включите приборы и дайте им прогреться 5–10 минут.
2. Установите режимы работы приборов, указанные на установке.
3. Убедитесь в том, что установка «чувствует» γ -лучи. Для этого придвиньте выносной блок с одним из кристаллов NaI(Tl) вплотную к коллиматорному каналу контейнера, содержащего γ -источник ^{137}Cs с энергией квантов $E_\gamma = 662$ кэВ. Компьютер должен начать отсчитывать поступающие импульсы. Отодвиньте выносной блок от источника и убедитесь, что скорость счета резко уменьшилась. Окончив предварительную настройку установки, приступайте к измерению.
4. Измерьте спектр амплитуд импульсов, возникающих в сцинтилляционном кристалле и усиленных ФЭУ, при облучении сцинтиллятора γ -квантами от источника ^{137}Cs .
5. Определив по полученному спектру положение фотопика (пика полного поглощения), нанесите на оси абсцисс кроме шкалы номера канала шкалу энергий (в мегаэлектрон-вольтах) в предположении линейности спектрометрического тракта.
6. Аналогичные измерения проведите с кристаллом NaI(Tl) другого размера, а затем с пластмассовым сцинтиллятором.
7. По полученным спектрам вычислите, какое число событий (в процентах) приводит к полной потере энергии в кристаллах разного размера. Оцените относительную вероятность фотопоглощения и комптоновского рассеяния в различных кристаллах. Зная энергию падающих γ -квантов, рассчитайте положение верхней границы комптоновского распределения и сравните с экспериментальной величиной для всех кристаллов.
8. Оцените энергетическое разрешение спектрометра.
9. После окончания работы закройте коллиматорные каналы γ -источников свинцовыми плитками и выключите установку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI, § 6; гл. IX, § 4.
2. Мухин К. Н. Экспериментальная ядерная физика. Том 1: Физика атомного ядра. — СПб: Лань, 2008. § 19.
3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. § 5.6.

РАЗДЕЛ VI

РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ГАММА-КВАНТОВ ЯДРАМИ

Распад возбужденного состояния. Формула Брейта–Вигнера. Стационарное состояние любой физической системы соответствует минимуму энергии, и поэтому любое возбужденное состояние — будь то лежащий на горе камень, атом или ядро в возбужденном состоянии — должно перейти в стационарное состояние, соответствующее минимальной энергии. При этом потенциальная энергия камня переходит при его падении в тепло, атомы и ядра излучают фотоны и γ -кванты. При решении стационарного уравнения Шредингера мы находим лишь возможные уровни энергии, соответствующие стационарным состояниям. При этом вводятся граничные условия, требующие ограниченности волновой функции на бесконечности. Будем теперь вместо этого искать решение, представляющее собой на бесконечности расходящуюся сферическую волну $\Psi \propto e^{ikr}/r$. Это соответствует частице, вылетающей из системы при ее распаде. Ввиду того, что такое граничное условие комплексно, нельзя уже утверждать, что собственные значения энергии должны быть вещественными. Наоборот, в результате решения уравнения Шредингера мы получим набор комплексных значений, которые запишем в виде

$$E = E_0 - i\Gamma/2, \quad (6.1)$$

где E_0 и Γ — две положительные величины. Временной множитель волновой функции квазистационарного состояния имеет вид

$$e^{-i(E/\hbar)t} = e^{-i(E_0/\hbar)t} e^{-[\Gamma/(2\hbar)]t}. \quad (6.2)$$

Поэтому все вероятности, определяющиеся квадратом модуля волновой функции, затухают во времени по закону $e^{-\Gamma t/\hbar}$. В частности, по этому закону затухает и вероятность нахождения частицы «внутри системы». Величину Γ называют *шириной распада*, при этом характерное время распада τ (время, за которое энергия системы уменьшается в e раз) равно

$$\tau \simeq \hbar/\Gamma. \quad (6.3)$$

Ширину распада Γ измеряют в энергетических единицах (эВ). Отметим, что фактически соотношение (6.3) является соотношением неопределенностей для энергии и времени.

То же самое можно сказать и другими словами. В процессе перехода возбужденная система (атом, ядро) описывается суперпозицией волновых функций начального и конечного состояний. Коэффициент при волновой функции начального состояния экспоненциально падает

со временем, а конечного состояния соответственно растет. Время «вымирания» волновой функции начального состояния или, как говорят, время жизни квантовой системы в возбужденном состоянии и соответствует продолжительности излучаемого цуга волн, откуда и следует, что

$$\Delta E \Delta t = \Gamma \tau = 2\pi\hbar. \quad (6.4)$$

Рассмотрим для конкретности переход системы из возбужденного в основное состояние, сопровождающийся электромагнитным излучением. Какова форма линии испускаемого излучения? Пусть имеется затухающий осциллятор, координата которого зависит от времени как

$$x(t) = \begin{cases} ae^{-\Gamma t/2} e^{i\omega_0 t}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (6.5)$$

где Γ — коэффициент затухания, ω_0 — частота осциллятора.

Представим координату этого затухающего осциллятора в виде интеграла Фурье

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (6.6)$$

где

$$a(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (6.7)$$

Для $a(\omega)$ в результате интегрирования получаем

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} ae^{-\Gamma t/2} e^{i\omega_0 t} e^{-i\omega t} dt = \frac{a}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-t[(\Gamma/2) - i(\omega_0 - \omega)]} dt = \\ &= \frac{a}{2\pi} \frac{1}{(\Gamma/2) - i(\omega_0 - \omega)}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Интенсивность излучения на частоте ω пропорциональна квадрату ускорения частицы и, следовательно, квадрату модуля амплитуды соответствующей гармоники:

$$I_{\omega} \propto |a(\omega)|^2. \quad (6.9)$$

Модуль амплитуды фурье-гармоники равен

$$\frac{2\pi}{a} |a_{\omega}| = \left| \frac{1}{(\Gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega)^2} \right|^{1/2}. \quad (6.10)$$

Квадрат модуля амплитуды удобно записать в виде

$$|a_{\omega}|^2 = \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{(\Gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega)^2} = \left(\frac{a}{2\pi} \frac{2}{\Gamma} \right)^2 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (6.11)$$

Если обозначить максимальную амплитуду излучения при $\omega = \omega_0$ через I_0 :

$$I_0 = I_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{a}{\pi\Gamma} \right)^2, \quad (6.12)$$

то зависимость интенсивности излучения от частоты будет описываться выражением

$$I_\omega = I_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\Gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (6.13)$$

Мы видим, что частотный спектр излучения при экспоненциальном законе распада возбужденного состояния имеет так называемую лоренцевскую зависимость с центром в ω_0 и шириной на половине высоты, равной Γ .

Процесс, обратный испусканию, — резонансное поглощение — описывается той же зависимостью. Это значит, что эффективное сечение резонансного поглощения $\sigma(\omega)$ имеет вид

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (6.14)$$

где σ_0 — максимальное эффективное сечение поглощения, определяемое физикой процесса. Выражение (6.14) называется в ядерной физике формулой Брейта–Вигнера и для бесспиновых частиц, вступающих в реакцию из s -состояния относительного движения, имеет вид

$$\sigma_{ab} = \pi \lambda_a^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (6.15)$$

где Γ_a — ширина распада составного (возбужденного) ядра с испусканием налетающей частицы a (упругое рассеяние); Γ_b — с испусканием другой частицы (неупругое рассеяние); $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$ полная ширина уровня; λ_a — длина волны бомбардирующей частицы.

В случае резонанса сечение упругого рассеяния σ_{aa} принимает вид

$$\sigma_{aa} = 4\pi \lambda_a^2 (\Gamma_a / \Gamma)^2. \quad (6.16)$$

Это означает, что если энергетически возможно лишь упругое рассеяние ($\Gamma_b = 0$, $\Gamma = \Gamma_a$), то максимальное сечение (в резонансе) равно

$$\sigma_{aa} = \sigma_{aa,\max} = 4\pi \lambda_a^2. \quad (6.17)$$

Найдем, при каких условиях сечение неупругого рассеяния максимально. Для этого продифференцируем выражение (6.15) по Γ_b при условиях $E = E_0$ и $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$:

$$\frac{d}{d\Gamma_b} \left(\frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(\Gamma_a + \Gamma_b)^2} \right) = 0 = \frac{\Gamma_a}{(\Gamma_a + \Gamma_b)^2} - 2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(\Gamma_a + \Gamma_b)^3}, \quad (6.18)$$

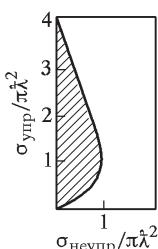


Рис. 6.1. Соотношение между сечениями упругого и неупругого взаимодействий

Таким образом, сечения упругого и неупругого процессов ограничены значениями, определяемыми соотношениями (6.17) и (6.19). Кроме того, существует ограничение и для полного сечения σ_t :

$$\sigma_t \leq 4\pi\lambda^2. \quad (6.20)$$

Эти результаты графически представлены на рис. 6.1, где заштрихованная область соответствует допустимым значениям $\sigma_{\text{упр}}$ и $\sigma_{\text{неупр}}$. Как следует из полученных соотношений, существование чисто неупругого рассеяния невозможно. Такая закономерность хорошо известна в оптике: свет, падая на абсолютно поглощающий диск, всегда испытывает при этом и дифракционное рассеяние.

Вероятность эффекта Мёссбауэра. В процессе испускания и поглощения γ -квантов излучающие и поглощающие свободные ядра элементов вследствие закона сохранения импульса приобретают часть энергии (энергия отдачи). Если энергия возбужденного уровня ядра E_1^* , энергия испускаемого γ -кванта E_γ , то

$$E_\gamma = E_1^* - R, \quad (6.21)$$

где R — кинетическая энергия отдачи.

При поглощении γ -кванта, имеющего энергию E_γ , таким же ядром оно также получает кинетическую энергию отдачи R , так что на возбуждение ядра будет затрачена энергия

$$E_2^* = E_\gamma - R = E_1^* - 2R. \quad (6.22)$$

Эффект, открытый Мессбауэром, состоит в том, что если излучающее ядро не свободно, а находится в кристаллической решетке, то при определенных условиях (при не очень больших энергиях излучаемых квантов и достаточно низких температурах) поглощение и испускание γ -излучения с большой вероятностью происходят без потерь на отдачу, т. е. в спектре испускания (или поглощения) появляется несмещенная линия

$$E_\gamma = E_1^* = E_2^*. \quad (6.23)$$

Такое явление называется ядерной резонансной флуоресценцией или ядерным резонансным рассеянием (поглощением) или просто эффектом Мессбауэра.

Одним из основных вопросов в эффекте Мессбауэра является вероятность появления мессбауэровской линии, т. е. несмещенной линии, когда происходит излучение γ -квантов без потери энергии. Если бы ядро было свободным, то оно, как указывалось выше, получило бы при излучении γ -кванта с энергией E_γ импульс p и энергию отдачи R , определяемые выражениями

$$p = \frac{E_\gamma}{c}, \quad R = \frac{p^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}. \quad (6.24)$$

Как же влияет связь атома в твердом теле на его импульс и энергию отдачи? Ответ на первый вопрос прост: передаваемый импульс остается таким же, как и в случае свободного ядра, но он должен в конце концов перейти к твердому телу как к целому. Чтобы доказать это утверждение, рассмотрим две возможности: движение ядра в результате отдачи и возбуждение колебаний решетки (возбуждение фононов).

Импульс отдачи не может вызывать свободное движение ядра, так как энергия, необходимая для того, чтобы ядро покинуло свое место в решетке, равна по крайней мере ≈ 10 эВ, тогда как энергия отдачи в практически интересных случаях не превышает нескольких десятых долей электрон-вольта. С другой стороны, импульс отдачи ядра не может также перейти к колебаниям решетки. Колебания решетки можно представить в виде стоячих волн или в виде суммы бегущих волн (фононов). Для каждой волны с импульсом в одном направлении существует волна с импульсом в противоположном направлении, и поэтому среднее значение импульса колебаний решетки равно нулю. Следовательно, импульс отдачи должен вызвать движение всего кристалла. Если кристалл жестко связан с другим телом, импульс передается этому телу.

Обратимся теперь к рассмотрению вопроса о сохранении энергии. Энергия ядерного перехода может разделиться между γ -квантами, отдельным атомом, колебаниями решетки и твердым телом как целым. Две из этих четырех возможностей можно сразу исключить. Во-первых, атом, ядро которого распадается, не покидает своего места в решетке, как мы только что показали, и, следовательно, не может получить добавочной энергии. Во-вторых, энергия, затрачиваемая на приведение в движение решетки в целом, чрезвычайно мала и ей можно пренебречь.

Поэтому речь идет только о том, как делится энергия перехода между γ -квантами и фононами. Мессбауэровский переход осуществляется в том случае, если отдачу воспринимает не отдельное ядро, а весь кристалл, и γ -квант получает всю энергию перехода.

Для простоты будем вначале считать, что каждый атом твердого тела колеблется независимо, подобно гармоническому осциллятору в потенциальной яме, образованной силами его взаимодействия с соседями. Такая модель твердого тела называется *моделью Эйнштейна*. Будем считать, что длина волны колебаний атома $\lambda = 2a$, где a — постоянная решетки (кратчайшее расстояние между соседними атомами). Это самая короткая длина волны колебаний атомов из всех возможных

колебаний кристаллической решетки твердого тела. Соответствующая энергия колебаний называется *дебаевской энергией* и равна

$$E_{\text{д}} = \hbar\omega_{\text{д}} = \pi\hbar s/a = k_{\text{Б}}\Theta, \quad (6.25)$$

где s — скорость звука, а Θ — так называемая *температура Дебая*.

В принятой нами эйнштейновской модели твердого тела спектр возбуждений кристалла — это спектр возбуждений гармонического осциллятора, он состоит из уровней, расположенных на расстоянии $\hbar\omega_{\text{д}}$ друг от друга. Это означает, что твердому телу может передаваться только энергия $E_n = n\hbar\omega_{\text{д}}$, т. е. только порциями $\hbar\omega_{\text{д}}, 2\hbar\omega_{\text{д}}, 3\hbar\omega_{\text{д}}$ и т. д. Таким образом, есть вероятность того, что при излучении ядром γ -кванта вообще не будут возбуждены колебания кристалла ($n = 0$, вероятность именно такого процесса нас интересует), с какими-то своими вероятностями могут идти процессы с передачами энергии в $\hbar\omega_{\text{д}}, 2\hbar\omega_{\text{д}}, 3\hbar\omega_{\text{д}}$ и т. д.

Распределение вероятностей этих событий — это распределение Пуассона. Действительно, эти события независимы, и наша случайная величина (переданная энергия) может принимать только целые неотрицательные значения. При пуассоновском законе распределения вероятность реализации n событий в течение заданного интервала времени (в нашем случае это время жизни возбужденного ядра) определяется выражением

$$P(n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}, \quad (6.26)$$

где a — среднее число событий за заданный интервал времени. В нашем случае a — это среднее число квантов колебаний $\hbar\omega_{\text{д}}$, возбуждаемых при излучении ядром γ -кванта с энергией E_{γ} . Если среднюю передаваемую от γ -кванта энергию (энергию отдачи) обозначить через R , то среднее число n будет равно $R/(\hbar\omega_{\text{д}})$. Следует подчеркнуть, что мы пока не рассматриваем вопрос о том, как влияет температура на вероятность эффекта Мессбауэра, этим мы займемся позже.

Среднюю энергию отдачи легко найти предельным переходом к случаю слабой связи атомов в решетке, т. е. когда ядро можно практически считать свободным. В этом предельном случае R равно энергии отдачи свободного ядра, определяемой формулой (6.24). Так как нас интересует вероятность f процесса ядерного γ -излучения без передачи энергии колебаниям кристаллической решетки, то из формулы (6.26) мы получаем, что при $n = 0$

$$f = P(0) = \exp\left(-\frac{R}{\hbar\omega_{\text{д}}}\right) = \exp\left(-\frac{R}{k_{\text{Б}}\Theta}\right). \quad (6.27)$$

Отсюда сразу следует, что γ -кванты при нулевой температуре кристалла будут преимущественно излучаться без потери энергии на отдачу в том случае, когда отношение $R/(k_{\text{Б}}\Theta)$ мало.

Для наблюдения эффекта Мессбауэра обычно используются γ -кванты с энергией порядка десятков килоэлектрон-вольт. Так, например, в

широко используем изотопе железа ^{57}Fe эта энергия равна 14,4 кэВ, что соответствует энергии отдачи свободного ядра $R = 0,002$ эВ. В то же время, так как у железа скорость звука равна 5960 см/с, а постоянная решетки равна 2,9 Å, то дебаевская энергия примерно равна 0,04 эВ. Это означает, что отношение $R/(k_{\text{Б}}\Theta) = 0,05$ и вероятность излучения кванта без потери на энергию отдачи в данном случае близка к единице. Такое соотношение имеет место практически для всех мессбауэровских излучателей, т. е. передаваемая кристаллу энергия отдачи оказывается много меньшей минимально возможной энергии возбуждения решетки (в модели Эйнштейна).

Соотношение (6.27) можно преобразовать к более удобной для дальнейших рассуждений форме. При гармоническом движении частицы массы M с частотой ω средняя потенциальная энергия $M\omega^2\langle u^2 \rangle / 2$ равна половине его полной энергии E . В этой формуле $\langle u^2 \rangle$ означает среднеквадратичное смещение частицы. С другой стороны, при нулевой температуре полная энергия осциллятора равна $\hbar\omega/2$. Так как у гармонического осциллятора средняя потенциальная энергия равна средней кинетической энергии, то

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} M \omega^2 \langle u^2 \rangle = \frac{1}{4} \hbar \omega$$

и поэтому для нашего атома в решетке

$$\langle u^2 \rangle = \frac{\hbar}{2M\omega_{\Delta}}. \quad (6.28)$$

Длина волны излучаемого кванта $\lambda = 2\pi\hbar c/E_{\gamma}$, и тем самым показатель экспоненты в формуле (6.27) можно записать в следующем виде:

$$\frac{R}{k_{\text{Б}}\Theta} = \frac{E_{\gamma}^2}{2Mc^2\hbar\omega_{\Delta}} = \frac{E_{\gamma}^2}{\hbar^2c^2} \frac{\hbar}{2M\omega_{\Delta}} = 4\pi^2 \frac{\langle u^2 \rangle}{\lambda^2}. \quad (6.29)$$

Из этого выражения следует, что вероятность излучения кванта без потери на возбуждение колебаний решетки (рождение фононов) велика тогда, когда амплитуда колебаний атома в решетке мала по сравнению с длиной волны излучаемого ядром γ -кванта.

Теперь мы можем обобщить полученный результат, во-первых, на случай конечных температур и, во-вторых, учесть, что реально в кристаллах возможны колебания атомов с различными частотами.

Для описания колебаний кристаллической решетки широко используется дебаевская модель, в которой предполагается линейная зависимость частоты колебаний от волнового вектора, как это справедливо для звуковых волн. Максимальная частота колебаний (дебаевская частота), как уже указывалось, соответствует длине волны порядка межатомного расстояния. В этой модели вероятность f переходов, происходящих без потерь энергии на отдачу, определяется выражением, аналогичным формуле (6.27), в котором Θ заменено на $2\Theta/3$:

$$f = \exp \left(-\frac{3R}{2k_{\text{Б}}\Theta} \right). \quad (6.30)$$

Появление коэффициента $3/2$ связано с тем, что в дебаевской модели твердого тела при $T = 0$

$$\frac{1}{(\hbar\omega_{\text{cp}})_{T=0}} = \frac{3}{2} \frac{1}{\hbar\omega_{\text{max}}}.$$

Тем самым вероятность эффекта Мессбауэра определяется при $T \rightarrow 0$ выражением

$$f = \exp\left(-\frac{3}{4} \frac{E_\gamma^2}{Mc^2 k_B \Theta}\right). \quad (6.31)$$

С повышением температуры вероятность эффекта Мессбауэра непрерывно падает. Это связано с тем, что фононы являются бозе-частицами и переходы для них носят индуцированный характер, т. е. становятся возможными переходы с вынужденным испусканием фононов. Вероятность возбуждения фона на тем больше, чем больше фононов данного сорта уже имеется в системе. Возможность таких переходов приводит к появлению добавочного члена в показателе экспоненты формулы (6.27). Можно сказать иначе: с ростом температуры возрастает среднеквадратичное смещение атомов от положения равновесия. Пока амплитуда тепловых колебаний меньше амплитуды нулевых колебаний, вероятность эффекта Мессбауэра определяется формулой (6.31). При высоких температурах (уже при $T > \Theta/2$) все определяется тепловыми колебаниями. В этом предельном случае величина среднеквадратичного смещения атома $\langle u^2 \rangle \simeq k_B T / (M\omega_D^2)$, и, подставляя эту оценку в формулу (6.29), мы получаем, что вероятность эффекта Мессбауэра определяется выражением

$$f = \exp\left(-\frac{E_\gamma^2}{Mc^2} \frac{k_B T}{(\hbar\omega)^2}\right). \quad (6.32)$$

Учитывая, что $E_\gamma = \hbar\omega = 2\pi c/\lambda$ и $\hbar\omega_D = k_B \Theta$, это выражение можно записать в виде

$$f = \exp\left(-\frac{E_\gamma^2}{Mc^2} k_B \Theta \frac{T}{\Theta}\right).$$

Этот классический результат является хорошей аппроксимацией при высоких температурах. Таким образом, в случае высоких температур вероятность эффекта Мессбауэра экспоненциально падает с увеличением температуры.

Уменьшение с ростом температуры вероятности излучения несмешенной линии легко понять и с классической точки зрения: тепловые колебания атомов решетки приводят к тому, что излучающее ядро все время колеблется, т. е. за счет эффекта Доплера эти колебания производят частотную модуляцию γ -излучения. При этом в спектре излучения возникает большое число боковых линий. Чем выше температура, тем больше амплитуда этих колебаний, тем больше глубина модуляции и тем меньше интенсивность несущей частоты (несмешенной линии). Эти

рассуждения полностью соответствуют выражению (6.29): линия Мессбауэра хорошо выражена, если амплитуда колебаний атомов решетки невелика по сравнению с длиной волны γ -излучения.

В заключение сделаем еще одно существенное замечание. С ростом температуры уменьшается интенсивность линии Мессбауэра, но ее ширина остается практически постоянной и определяется лишь временем жизни возбужденного состояния ядра (временем излучения кванта). Казалось бы, хаотические тепловые колебания атомов должны приводить к доплеровскому размытию линии, но этого не происходит в силу того, что, как уже указывалось, характерные периоды колебаний решетки гораздо меньше, чем время жизни ядерного уровня. Поэтому линейный по v/c член при усреднении по многим колебаниям обращается в нуль, что приводит к появлению несмещенной и острой (ширина линии излучения оказывается равной естественной ширине) мессбауэровской линии. Квадратичный член $v^2/(2c^2)$ (поперечный эффект Доплера) не исчезает при усреднении и создает сдвиг энергии излучаемых или поглощаемых γ -лучей. Относительное изменение энергии в этом процессе

$$\frac{\delta E}{E} = -\frac{3k_B T}{2Mc^2} \quad (6.33)$$

и проявляется при неравных температурах источника и поглотителя. Так, например, у широко используемого для наблюдения эффекта Мессбауэра гамма-источника ^{57}Fe относительное смещение $\delta E/E = -2,5 \cdot 10^{-15}T$, т. е. оно при температуре 100 К сравнивается с естественной относительной шириной $\Gamma/E = 3 \cdot 10^{-13}$. Экспериментально этот сдвиг (температурное красное смещение линии) был обнаружен в 1960 г. Р. Паундом и Дж. Ребкой.

Работа 6.1.

Исследование резонансного поглощения γ -квантов (эффект Мессбауэра)

С помощью метода доплеровского сдвига мессбауэровской линии поглощения исследуется резонансное поглощение γ -лучей, испускаемых ядрами олова ^{119}Sn в соединении BaSnO_3 при комнатной температуре. Определяется положение максимума резонансного поглощения, его величина, а также экспериментальная ширина линии $\Gamma_{\text{эксп}}$. Оценивается время жизни возбужденного состояния ядра ^{119}Sn .

Нуклоны (нейтроны и протоны) в атомном ядре, как и электроны в атоме, могут находиться в различных дискретных энергетических состояниях, или, как говорят, на различных энергетических уровнях. Самый низкий из уровней называется *основным*, остальные носят название *возбужденных*. Ядра, находящиеся в возбужденных состояниях, могут переходить на более низкие энергетические уровни, в том числе и на

основной уровень. Такие переходы происходят самопроизвольно (спонтанно). Освобождающаяся энергия уносится фотоном*). Так возникает γ -излучение.

В отличие от основного уровня, все возбужденные уровни ядра имеют конечную ширину. Отложим по оси абсцисс энергию ядра, а по

оси ординат — вероятность найти ядро в состоянии с данной энергией (рис. 1а). Ширина кривой, измеренная на половине высоты, называется естественной шириной линии Γ . Она связана со средним временем жизни τ возбужденного состояния ядра соотношением неопределенностей

$$\Gamma\tau \simeq \hbar, \quad (1)$$

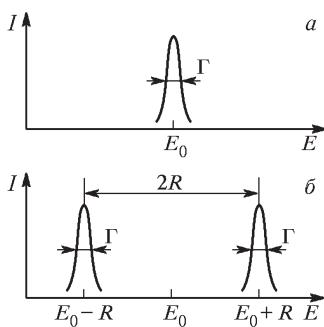


Рис. 1. Энергетическое распределение, характеризующее возбужденное состояние ядра (а), и сдвиг линий испускания и поглощения из-за отдачи при свободных ядрах (б)

где \hbar — постоянная Планка. Неопределенность в энергии возбужденных уровней приводит к появлению ширины у линий γ -излучения.

Ядра атомов могут не только испускать, но и поглощать фотоны. Если попадающий в атомное ядро фотон имеет энергию, равную разности энергий между основным и каким-либо возбужденным состояниями, то ядро может поглотить фотон и перейти в соответствующее возбужденное состояние. Этот процесс возможен лишь для γ -лучей определенных энергий и носит, таким образом, резонансный характер.

На первый взгляд резонансное поглощение γ -лучей должно представлять собой распространенное и легко наблюдаемое явление. Казалось бы, для его обнаружения достаточно пропустить поток γ -лучей, испущенных радиоактивным источником, через поглотитель, содержащий те же ядра в невозбужденном состоянии. На самом деле это не так. Дело в том, что энергия E_γ , уносимая γ -квантами, оказывается меньше энергии E_0 перехода между уровнями. Небольшая, но вполне заметная доля энергии уносится ядром, которое вследствие отдачи начинает двигаться в сторону, противоположную направлению вылета γ -кванта.

Проведем некоторые простые оценки. Ядро, которое испускает γ -квант, приобретает импульс отдачи, равный по абсолютной величине импульсу γ -кванта. Если ядро свободно и первоначально покоятся, то

*) Энергия возбуждения ядра может передаваться не только фотону, но и одному из атомных электронов. Уносящие энергию электроны покидают атомную оболочку. Такие электроны называют *электронами внутренней конверсии*.

энергия отдачи R равна

$$R = \frac{p^2}{M_{\text{я}}} = \frac{E_{\gamma}^2}{2M_{\text{я}}c^2}. \quad (2)$$

Рассмотрим в качестве примера ядро олова ^{119}Sn , у которого расстояние между основным и первым возбужденным уровнями равно $E_0 = 23,8$ кэВ. Энергия отдачи в этом случае составляет*)

$$R = \frac{E_{\gamma}^2}{2M_{\text{я}}c^2} \simeq \frac{E_0^2}{2M_{\text{я}}c^2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.}$$

Энергия, которая расходуется на отдачу ядра, поглощающего γ -квант, оказывается точно такой же. Эта картина иллюстрируется рис. 1б: линия испускания смещена на величину R влево, а линия поглощения — на столько же вправо от E_0 .

Обсуждая влияние, которое оказывает сдвиг R на резонансное поглощение γ -лучей, следует иметь в виду, что величина R сама по себе не представляет существенного интереса. Важно соотношение между R и шириной Γ соответствующей резонансной линии. Резонансное поглощение возможно только в том случае, если спектры испускания и поглощения перекрываются, т. е. при условии

$$2R \leqslant \Gamma. \quad (3)$$

Это условие почти никогда не выполняется для γ -переходов в свободных ядрах. Так, для рассмотренного ядра ^{119}Sn естественная ширина линии $\Gamma \simeq 3 \cdot 10^{-8}$ эВ, т. е. на много порядков меньше R^{**}). В принципе, можно компенсировать энергетический сдвиг $2R$ с помощью эффекта Доплера. Для этого излучающие и поглощающие ядра должны двигаться друг относительно друга со скоростью V , равной

$$V = c \cdot 2R/E_{\gamma}. \quad (4)$$

Для ядер ^{119}Sn нужна скорость $V \simeq 60$ м/с.

В реальных условиях ширина линии испускания (и поглощения) складывается из собственной ширины линии и ее доплеровской ширины. Из этих двух ширин основную роль играет именно доплеровская

*) Величины E_0 , E_{γ} и R связаны законом сохранения энергии: $E_0 = E_{\gamma} + R$. Поскольку $R \ll E_{\gamma}$, в формуле (2) E_{γ} можно заменить на энергию возбужденного состояния E_0 .

**) Заметим, что при оптических переходах в атомах соотношение между R и Γ существенно меняется. В этом случае энергии переходов оказываются на 4 порядка и, следовательно, R на 8 порядков величины меньше, чем при γ -излучении, а ширины уровней оказываются, грубо говоря, того же порядка. В этом случае резонансное поглощение легко наблюдается (Р. Вуд, 1904 г.).

ширина уровней, связанная с тепловым движением атомов. Произведем соответствующие оценки. Доплеровский сдвиг уровней D можно рассчитывать по нерелятивистским формулам, поскольку v — тепловая скорость атомов — много меньше скорости света:

$$D = \frac{v}{c} E_\gamma \simeq \frac{v}{c} E_0. \quad (5)$$

Оценим величину v . Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы (движение по направлению к поглотителю или от него), равна $k_B T/2$. Имеем поэтому:

$$\frac{M_{\text{я}} v^2}{2} = \frac{k_B T}{2},$$

или

$$v = \sqrt{k_B T / M_{\text{я}}}. \quad (6)$$

Подставляя это значение в формулу (5) и принимая во внимание (2), найдем

$$D = \sqrt{2Rk_B T}.$$

Более аккуратный расчет дает:

$$D = 2\sqrt{Rk_B T}. \quad (7)$$

При комнатных температурах $k_B T \simeq 1/40$ эВ. Для ^{119}Sn имеем:

$$D = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ.}$$

Мы видим, что доплеровская ширина линии существенно превосходит собственную ширину и в некоторых случаях (как, например, у ^{119}Sn) оказывается больше сдвига R . В результате доплеровского уширения линий испускания и поглощения частично перекрываются, как

это показано на рис. 2. Это означает, что существует некоторая доля γ -квантов, для которых отдача R скомпенсирована и резонансное поглощение может, в принципе, наблюдаться, однако вероятность этого процесса очень мала.

Так происходит испускание и поглощении γ -квантов при ядерных переходах, если можно пренебречь энергией связи в веществе, т. е. считать

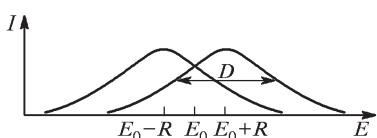


Рис. 2. Перекрытие линий испускания и поглощения вследствие доплеровского уширения

ядра атомов свободными.

Перейдем теперь к исследованию процессов поглощения и испускания γ -квантов ядрами, входящими в состав кристаллической решетки.

Наиболее прост — и наименее интересен — случай, когда энергия отдачи превышает энергию связи ядра в решетке. При этом связь ядра становится малосущественной и никаких новых явлений не наступает. Энергия, необходимая для смещения ядра, довольно велика: она составляет $10 \div 30$ эВ. Формула (2) показывает, что рассматриваемый случай реализуется лишь при больших энергиях γ -квантов.

При испускании γ -квантов с $E < 1$ МэВ энергия отдачи оказывается недостаточной для вырывания ядра из кристаллической решетки, а импульс — в той или иной форме — передается всему кристаллу. Чаще всего энергия отдачи переходит в звуковые колебания решетки. Такой процесс перехода очевиден не только с квантовой, но и с классической точки зрения. В результате отдачи ядро сдвигается со своего места, но не теряет связи с решеткой. Оно отдает свой импульс соседним ядрам, те передают его своим соседям — и в кристаллической решетке возбуждается звуковая волна. На квантово-механическом языке следует говорить, что энергия отдачи передается квантам звуковых колебаний — фононам.

Процесс генерации фононов (а значит, и процесс перехода импульса отдачи в звуковые волны) происходит тем легче, чем больше фононов уже имеется, т. е. при достаточно высоких температурах. При низких температурах этот процесс маловероятен. В этом случае все большую роль начинает играть бесфононный процесс, т. е. передача импульса отдачи всему кристаллу как целому. В формуле (2), определяющей энергию отдачи, вместо массы ядра следует теперь подставлять массу всего кристалла. Вследствие этого энергия отдачи понижается на $10 \div 20$ порядков и становится столь малой, что может считаться равной нулю.

Испускание и поглощение γ -квантов в твердых телах без рождения фононов носит название *эффекта Мессбауэра*. Его исследование является целью настоящей работы.

Теоретическое рассмотрение показывает, что вероятность эффекта Мессбауэра определяется выражением

$$f = \exp(-4\pi^2 \langle u^2 \rangle / \lambda^2), \quad (8)$$

где $\langle u^2 \rangle$ — среднеквадратичное смещение ядер в процессе тепловых колебаний решетки (в направлении вылета γ -кванта), λ — длина волны γ -излучения. Формула (8) подтверждает сделанный нами на основании качественных соображений вывод о том, что вероятность упругого испускания (и поглощения) γ -квантов уменьшается с температурой (с ростом $\langle u^2 \rangle$) и с ростом энергии перехода (с уменьшением длины волны λ).

Простой расчет, основанный на высказанных выше соображениях, показывает, что эффект Мессбауэра ограничен областью малых энергий γ -лучей ($\simeq 200$ кэВ). Оценить температурный интервал, в котором возможно наблюдение эффекта Мессбауэра, достаточно трудно. Как правило, наблюдение эффекта Мессбауэра проводится при низких температурах, но в некоторых соединениях наблюдать его можно даже при комнатных температурах.

В заключение заметим, что линия резонансного (мессбауэровского) поглощения γ -лучей не размыта тепловым движением (которое представляет собой суперпозицию звуковых колебаний решетки) и имеет естественную, т. е. очень малую ширину. Эта резкая высокая линия четко выделяется на фоне широких линий обычного резонансного поглощения γ -лучей.

Отсутствие доплеровского уширения линии испускания из-за беспорядочного теплового движения атомов в кристаллической решетке связано с тем, что частота тепловых колебаний составляет $10^{12} \div 10^{13}$ Гц, т. е. меняется с характерным временем порядка $10^{-12} \div 10^{-13}$ с, тогда как время жизни мессбауэровских ядерных уровней намного больше — $\approx 10^{-7} \div 10^{-9}$ с. Поэтому за время испускания γ -кванта ядро успевает много раз изменить направление своей скорости и ее среднее значение оказывается практически равным нулю.

В данной работе эффект Мессбауэра изучается на ядрах олова ^{119}Sn в соединении BaSnO_3 . В этом соединении вероятность бесфононного излучения велика уже при комнатных температурах.

Гамма-излучение источника пропускается через резонансный поглотитель, т. е. поглотитель, содержащий стабильные ядра ^{119}Sn . В резонансном поглотителе происходит взаимодействие γ -квантов как с атомными электронами за счет фотоэффекта и эффекта Комptonа, так и с ядрами атомов. Поэтому интенсивность проходящего через поглотитель излучения уменьшается как

$$\exp(-n_e \sigma_e) \exp[-n f \sigma(E)],$$

где n_e и n — число электронов и ядер поглотителя на 1 см^2 поглотителя соответственно, f — вероятность эффекта Мессбауэра, а σ_e и $\sigma(E)$ — соответственно сечение взаимодействия с электронами среды и сечение резонансного поглощения. Сечение резонансного поглощения имеет лоренцевскую форму кривой (формула Брейта-Вигнера):

$$\sigma(E) \propto \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (9)$$

Здесь E_0 — энергия ядерного перехода, а Γ — естественная ширина линии.

Излучение, прошедшее через поглотитель, регистрируется сцинтилляционным спектрометром, состоящим из счетчика и соединенной с ним электронной аппаратуры. Назначение этой аппаратуры заключается в том, чтобы выделить γ -лучи с нужной энергией, отбросив все постороннее излучение. Подробное описание сцинтилляционного спектрометра приведено в работе 5.3.

Наблюдение резонансного поглощения γ -лучей основано на методе доплеровского сдвига линий испускания и поглощения. Для создания этого сдвига поглотителю придается небольшая скорость. Мессбауэровская линия столь узка, что резонанс нарушается уже при ничтожных

скоростях. Подставляя в формулу (4) вместо R естественную ширину линии $\Gamma = 3 \cdot 10^{-8}$ эВ, найдем, что для этого достаточно скорость порядка одного миллиметра в секунду! (Вместо 60 м/с, необходимых для получения резонанса на свободных ядрах.)

Если ядра источника и поглотителя находятся в идентичных кристаллах и при одинаковой температуре, то линия испускания полностью перекрывается с линией поглощения и максимальное поглощение наблюдается при нулевой скорости, как это изображено на рис. 3. При

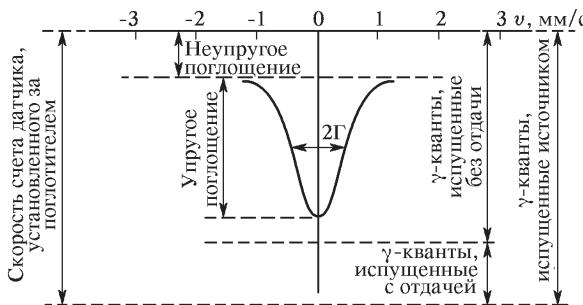


Рис. 3. Спектр упругого резонансного поглощения γ -квантов. Источник и поглотитель находятся в идентичных кристаллических решетках. Неупругое поглощение обусловлено главным образом взаимодействием γ -лучей с атомными электронами

испускания и поглощении γ -квантов ядрами, входящими в состав химических соединений, максимум линии поглощения может наблюдаться при скорости, отличной от нуля. Это объясняется тем, что энергия ядерного перехода, вообще говоря, зависит от электростатических сил взаимодействия ядра с окружающими его электронами. Вклад этого взаимодействия настолько мал, что непосредственно наблюдать не может. Однако в опытах по изучению эффекта Мессбауэра положение меняется. В этом случае влияние электростатических сил на энергетические уровни ядра должно сравниваться не с энергией γ -перехода и даже не с энергией химической связи, а с шириной линии упругого резонансного поглощения. Смещение максимума линии при этом легко замечается. Это смещение называется *химическим сдвигом*.

Для источника и поглотителя, находящихся в различных химических соединениях, максимум резонансного поглощения смещается относительно нулевой скорости на величину

$$v_p = \frac{\Delta E}{E_0} \text{ с.} \quad (10)$$

Обычно в опыте по резонансному поглощению определяется величина «амплитуды» эффекта

$$\epsilon(v) = \frac{N(\infty) - N(v)}{N(\infty) - N_\phi}, \quad (11)$$

где $N(v)$ — скорость счета квантов, прошедших через поглотитель при некоторой скорости v , $N(\infty)$ — скорость счета квантов при достаточно большой скорости, когда резонансное поглощение отсутствует, N_ϕ — скорость счета радиоактивного фона. Величина $\varepsilon(v)$ является относительной величиной, она безразмерна и не зависит ни от активности источника, ни от величины поглощения излучения электронами.

Измеряемая на опыте ширина резонансной линии $\Gamma_{\text{эксп}}$ — результат наложения линий источника и поглотителя. При тонких поглотителях и источниках и при отсутствии вибраций ширина линии равна удвоенной естественной ширине 2Γ (см. рис. 3). Увеличение толщины поглотителя заметно уширяет резонансную линию, что обусловлено несколькими причинами: 1) кванты, энергия которых лежит вблизи максимума линии, сильно поглощаются уже в тонком поглотителе, и для них увеличение толщины поглотителя оказывается слабее, чем на «крыльях» линии; 2) уширение линии может происходить и вследствие самопоглощения квантов в источнике, если в нем содержатся резонансно поглощающие ядра; 3) существенный вклад в ширину линии дает так называемое аппаратурное уширение, связанное с несовершенством измерительной аппаратуры, в частности, с вибрациями источника и поглотителя (доплеровское уширение); 4) уширение линии может вызываться неравномерностью скорости перемещения поглотителя относительно источника.

Экспериментальная установка

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 4. Поглотителем служит оловянная фольга (или соединение, содержащее

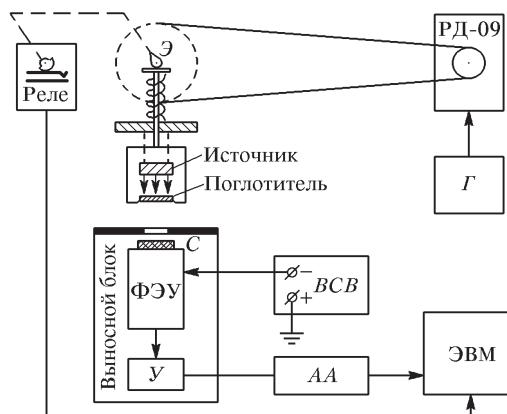


Рис. 4. Блок-схема установки для наблюдения эффекта Мессбауэра: \mathcal{E} — эксцентрик, C — сцинтиляционный кристалл $\text{NaI}(\text{Tl})$, U — усилитель, AA — одноканальный амплитудный анализатор, ЭВМ — персональный компьютер, Γ — генератор для питания двигателя, $\text{РД}-09$ — двигатель с редуктором, BCB — высоковольтный стабилизированный выпрямитель

олово). Поглотитель укреплен в рамке, которая приводится в движение кулачковым механизмом. Форма эксцентрика выбрана так, чтобы движение поглотителя происходило с постоянной скоростью (при равномерном вращении эксцентрика).

Экспериментально измеряемая зависимость перемещения рамки от угла поворота эксцентрика показана на рис. 5. Из графика видно, что движение с постоянной скоростью происходит в достаточно широком диапазоне углов. Измерения следует производить только на участках с равномерным движением. Выбор времени измерений производится автоматически с помощью двух тефлоновых кулачков, управляющих моментами включения и выключения установки. При замыкании контактных выключателей один из них подает сигнал начала движения с постоянной скоростью, а другой сигнализирует об окончании движения на линейном участке. Величина линейного участка S указана на установке.

Скорость перемещения поглотителя можно варьировать в диапазоне от 0,1 до 5,0 мм/с, меняя угловую скорость вращения эксцентрика при помощи двигателя с редуктором РД-09 (редукция 1/137). Для уменьшения вибраций узел с эксцентриком и двигатель связаны ременной передачей и укреплены на капитальной стене независимо друг от друга. Двигатель питается от специального генератора.

В данной работе в качестве источника γ -квантов используется радиоактивный изотоп олова $^{119m}\text{Sn}^*$) в виде соединения BaSnO_3 . Изомер ^{119m}Sn живет 250 дней и распадается с излучением γ -квантов с энергией 65 кэВ, переходя на короткоживущий первый возбужденный уровень (рис. 6а).

При каскадном переходе с первого уровня на основной излучаются используемые в работе γ -лучи с энергией 23,8 кэВ. Источник получен в ядерном реакторе при облучении нейтронами образца олова, содержащего 96% изотопа ^{118}Sn . Переход с энергией 65 кэВ сильно конвертирован. Испускание электронов внутренней конверсии вызывает появление характеристического рентгеновского излучения с $E_X = 25,4$ кэВ. Это излучение образует «фон», мешающий измерениям. Этот фон можно значительно подавить с помощью характеристического фильтра из палладия. Край K -полосы поглощения палладия находится на энергию $E_K = 24,3$ кэВ. Поэтому палладиевый фильтр сильно поглощает рентгеновское излучение олова ($E_X > E_K$)

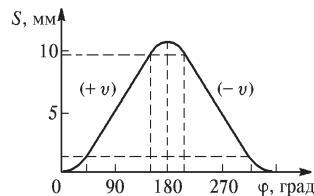


Рис. 5. Зависимость перемещения поглотителя от угла поворота эксцентрика

*) Индекс m при массовом числе означает изомерное (метастабильное) состояние. Изомерами называются ядра с одинаковыми зарядом Z и массовым числом A , например, ядро в основном состоянии и в каком-либо долгоживущем возбужденном состоянии.

и мало ослабляет поток исследуемых γ -квантов ($E_0 < E_K$). Палладиевая фольга толщиной 60 мкм приклеена непосредственно на источнике. Источник в металлическом контейнере укреплен неподвижно над поглотителем. Как правило, источники γ -излучения содержат радиоактивные примеси, которые дают заметный вклад в суммарное излучение.

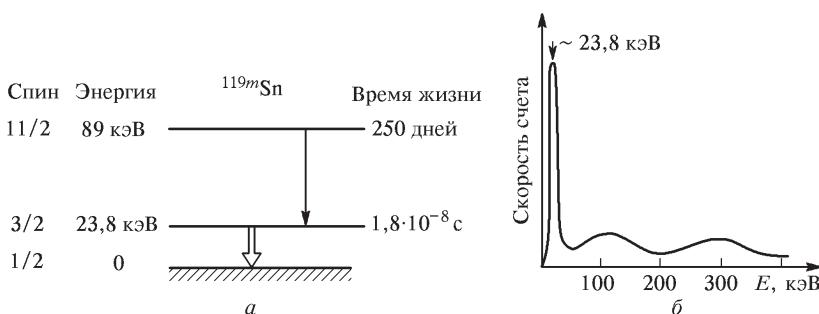


Рис. 6. Схема распада ^{119m}Sn (*a*); спектр излучения источника BaSnO_3 , снятый с помощью сцинтилляционного спектрометра (*б*)

На рис. 6б показан спектр излучения источника BaSnO_3 , снятый с помощью калиброванного по энергии сцинтилляционного спектрометра с «толстым» (40 мм) кристаллом $\text{NaI}(\text{TI})$. Максимумы в спектре соответствуют фотоэлектрическому поглощению γ -квантов различных энергий в кристалле $\text{NaI}(\text{TI})$. Они называются *фотопиками* (или пиками полного поглощения). В спектре источника кроме основной (messбауэровской) линии $\simeq 24$ кэВ присутствуют кванты с энергиями $\simeq 100$ кэВ и $\simeq 300$ кэВ. Для наблюдения эффекта необходимо выделить основную линию из общего излучения. Этого достигают, устанавливая «окно» амплитудного анализатора спектрометра на фотопик линии 23,8 кэВ.

Сцинтилляционный спектрометр, используемый в работе, несколько отличается от спектрометра, описанного в работе 5.3. Вместо «толстого» применяется «тонкий» (1,0 мм) кристалл $\text{NaI}(\text{TI})$, который хорошо поглощает излучение с энергией 20–30 кэВ и малочувствителен к γ -квантам больших энергий. Фотоэлектронный умножитель специально подобран и имеет малые собственные шумы (меньше 2 кэВ).

Кристалл и ФЭУ находятся в отдельном светонепроницаемом выносном блоке (см. рис. 4). Выносной блок устанавливается на штативе под рамкой с поглотителем.

Данный спектрометр откалиброван заранее с помощью эталонных источников γ -излучения (аналогично тому, как это делается в работе 5.3). Если на ФЭУ подано напряжение, указанное на установке, то пик фотоэлектрического поглощения γ -квантов с энергией 23,8 кэВ должен быть расположен в интервале значений порогов амплитудно-

го анализатора от 1 до 10 В. Прошедшие через анализатор импульсы поступают для регистрации в ЭВМ.

Канал счета времени и канал счета импульсов на ЭВМ выведены на реле, управление которым ведется от тефлоновых кулачков. Под их действием концевые выключатели замыкают или размыкают токовое питание электромагнита реле. Таким образом, схема автоматически включается на участке, где поглотитель движется с постоянной скоростью, и выключается, когда этот участок пройден. Скорость считается «положительной», если поглотитель движется навстречу источнику. При движении в обратном направлении скорость «отрицательна». При работе установки абсолютное значение скорости поглотителя указывается на дисплее ЭВМ, поскольку ЭВМ фиксирует время, за которое поглотитель проходит известный линейный участок.

Смена скорости или ее подбор производится путем изменения частоты генератора, питающего двигатель; при этом следует также переключать согласующую емкость на двигателе. Диапазон изменения частоты — от 0 до 200 Гц, а емкости — от 0,1 до 0,4 мкФ. Чтобы вращать вал двигателя с большой скоростью, следует включать малую емкость и большую частоту. Для медленного вращения нужна малая частота и большая емкость. Измерять частоту и емкость при этом не нужно, так как скорость определяется путем независимого измерения, как это было указано выше.

Если опыт проводится при неподвижном поглотителе, то, вращая ручкой шкив, нужно выбрать такое его положение, при котором включено реле, о чем свидетельствует светодиод, расположенный вблизи эксцентрика.

Задание

1. Ознакомьтесь с описанием сцинтилляционного спектрометра (работа 5.3).
2. Включите приборы и после трехминутного прогрева установите напряжение на ФЭУ (необходимое значение указано на установке).
3. Ознакомьтесь с описанием программы для работы с ЭВМ.
4. Проведите измерения спектра источника и настройте анализатор на пик фотопоглощения γ -квантов с энергией 23,8 кэВ.
5. Проведите измерения спектра резонансного поглощения.
6. Полученные экспериментальные точки нанесите на миллиметровую бумагу.
7. Из полученного графика найдите амплитуду резонансного поглощения в максимуме (в процентах).
8. Определите величину химического сдвига в миллиметрах за секунду и в электрон-вольтах.
9. Определите экспериментальную ширину линии $\Gamma_{\text{экс}}$ в миллиметрах за секунду и в электрон-вольтах и сравните с расчетным значением. Объясните причину уширения.

Дополнительное задание

Измерьте с большой статистической точностью (лучше 0,5%) форму кривой резонансного поглощения в максимально большом диапазоне скоростей и, используя методы статистической обработки, покажите, что форма линии является лоренцевской. С помощью критерия χ^2 определите, насколько форма линии является лоренцевской. Можно ли ее описать гауссовой кривой?

Если E — энергия γ -кванта, $\sigma(E)$ — эффективное сечение резонансного поглощения, $W_e(E)$ — функция распределения по энергии для спектра испускания, нормированная на единичную площадь, n_A — число атомов исследуемого изотопа на 1 см^2 поглотителя, E_0 — энергия резонансного уровня, Γ — полная ширина уровня, то, используя безразмерные переменные

$$x = \frac{E - E_0}{\Gamma/2}, \quad y = \frac{E_0 v/c}{\Gamma/2}, \quad (12)$$

для $\varepsilon(y)$, определяемого по формуле (11), можно написать

$$\varepsilon(y) = \alpha f \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - \exp(-\sigma(x)n_A)] W_e(x + y) dx. \quad (13)$$

Здесь f — вероятность испускания γ -квантов без отдачи, α — относительная доля резонансных квантов в спектре испускания.

Из этой формулы следует, что площадь экспериментального спектра поглощения не зависит от формы линии испускания и определяется лишь спектром поглощения. Проинтегрировав полученную экспериментально зависимость (11), оцените вероятность эффекта Мессбауэра для исследованного ядра ^{119}Sn при комнатной температуре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. — М.: Физматлит, 2006. Т. V. § 76.
2. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980. Гл. VI. § 6.
3. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. Гл. 7.

РАЗДЕЛ VII

КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ

Состав и свойства первичного и вторичного космического излучения. Космические лучи — поток частиц высокой энергии, преимущественно протонов, приходящих на Землю из мирового пространства (первичное излучение), а также рожденное ими в атмосфере Земли в результате взаимодействия с атомными ядрами вторичное излучение, в котором встречаются практически все элементарные частицы. Космические лучи являются уникальным естественным источником частиц высокой энергии, и они широко используются для изучения структуры материи и взаимодействий между элементарными частицами. Именно детальное изучение зарядов и масс вторичных космических лучей (вторичными называются космические лучи, образовавшиеся в результате взаимодействия первичного космического излучения с атмосферой Земли) привело к открытию позитрона (1932 г.), мюонов (1937 г.), π - и K -мезонов (1947 г.), а также Λ^0 -, Σ^\pm -гиперонов. Энергия первичных космических лучей достигает 10^{20} эВ, поэтому космические лучи еще долго будут оставаться уникальным источником частиц сверхвысоких энергий, т. к. на современных ускорителях пока энергия ускоряемых частиц не превышает 10^{12} эВ. Но следует отметить, что в экспериментах на встречных протон-протонных пучках в с. ц. м. уже достигнута энергия протонов $\simeq 10^{17}$ эВ.

То, что из космоса на Землю приходит сильно проникающее излучение, было известно давно. Так, например, было замечено, что заряженный электроскоп разряжается, даже если он окружен достаточно толстой защитой, которая заведомо поглощает излучение от естественных радиоактивных веществ. Доказательство существования космических лучей было установлено в 1912 г. В. Гесом по производимой ими ионизации воздуха. Возрастание степени ионизации с высотой доказывало их внеземное происхождение. Сведения о составе космического излучения, попадающего на Землю из космоса, преимущественно были добыты с помощью аппаратуры, устанавливаемой на шарах-зондах и аэростатах, запускаемых с Земли на высоту до 25 км, где они летают от нескольких часов до нескольких суток, и лишь сравнительно недавно стали возможны эксперименты на искусственных спутниках и межпланетных автоматических станциях.

Состав и свойства космических лучей, с одной стороны, дают нам сведения о происходящих в звездах и межгалактическом пространстве процессах, а с другой стороны, такая информация необходима для понимания процессов, происходящих при полетах космических аппаратов, и для изучения влияния этих лучей на Землю. Кроме того, как уже

указывалось выше, космические лучи — уникальный природный источник частиц высоких и сверхвысоких энергий (вплоть до 10^{20} эВ), позволяющий изучать процессы рождения и взаимодействия частиц.

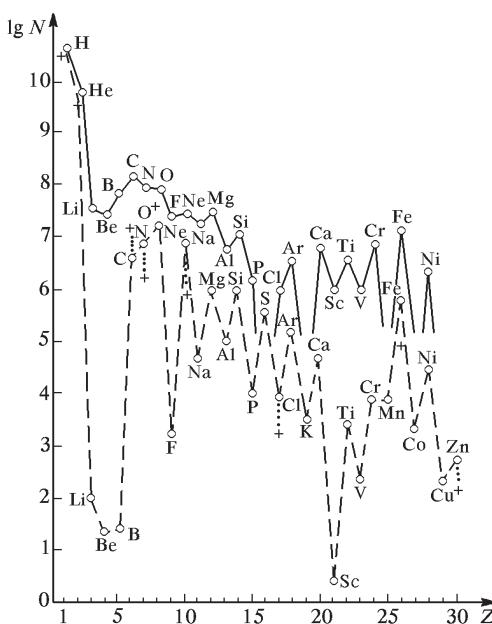


Рис. 7.1. Распространенность элементов в космических лучах (штриховая линия — в Солнечной системе)

На пути к поверхности Земли космические лучи должны пройти толстый ($\simeq 10^3$ г/см²) слой вещества — атмосферу, в которой они претерпевают сложную цепь превращений. В результате первичное космическое излучение, падающее на Землю, на ее поверхности имеет совершенно другой состав и называется вторичным. Более 90% общего числа частиц в первичных космических лучах составляют протоны, около 7% — ядра гелия (α -частицы) и около 1% — более тяжелые ядра: С, N и O (см. рис. 7.1).

Распространенность элементов в природе тесно связана с процессом эволюции Вселенной. Согласно современным представлениям, возраст Вселенной равен примерно 10^{10} лет. Именно столько времени прошло с момента так называемого *Большого взрыва*, когда родилась Вселенная. Вначале Вселенная представляла собой густоту материи чрезвычайно высокой плотности и температуры, по мере остывания которой постепенно образовывались элементарные частицы, из которых затем за счет ядерных реакций рождались более тяжелые ядра, т. е. происходил нуклеосинтез. Процессы образования более тяжелых ядер за счет синтеза

легких энергетически выгодны только до ядер группы железа, обладающих наибольшей энергией связи на нуклон. Это значит, что элементы группы железа не могут служить ядерным топливом и горение должно прекратиться, как только образуется железо. Этим же обусловлен тот факт, что элементы с массовым числом порядка 55 наиболее распространены в природе.

Более тяжелые элементы скорей всего образуются в звездах в реакциях с захватом нейтронов и последующим β -распадом дочернего ядра, приводящего к увеличению Z . Из недр звезд вещество попадает в космическое пространство в результате взрыва.

Распространенность химических элементов в космических лучах и в среднем во Вселенной несколько различаются, что обусловлено, с одной стороны, преимущественным ускорением тяжелых ($Z \geq 10$) и очень тяжелых ($Z \geq 20$) ядер в источниках космических лучей, а, с другой стороны, — «выгоранием» легкой ($Z = 3 \div 5$) группы ядер (Li, Be, B) в результате термоядерных реакций в звездах. В потоке космических лучей этот «провал» частично заполняется за счет фрагментации более тяжелых ядер. Нейтронов в первичных космических лучах нет, ибо свободный нейtron нестабилен: он распадается на протон, электрон и антинейтрино с периодом полураспада 10,5 мин.

Из космоса на Землю приходит и нейтринное излучение. Нейтрино столь же распространенная в природе частица, как и фотон. Нейтрино испускаются при превращениях атомных ядер (β -распаде, K -захвате, распадах π - и K -мезонов и т. д.). Процессы, приводящие к образованию нейтрино, происходят в недрах Земли и ее атмосфере, внутри Солнца и в звездах. Предполагается, что мощные потоки нейтрино генерируются при гравитационном коллапсе звезд и уносят большую часть высвобождающейся гравитационной энергии. В природе существуют нейтрино со значениями энергии \mathcal{E}_ν в огромном интервале: от реликтовых нейтрино с $\mathcal{E}_\nu \simeq 10^4$ эВ, заполняющих, согласно модели горячей Вселенной, все космическое пространство с плотностью $\simeq 200 \text{ см}^{-3}$, до нейтрино, рожденных в соударениях протонов космических лучей с ядрами межзвездной среды в результате распада заряженных π -мезонов и имеющих энергию вплоть до 10^{20} эВ.

Поток космических нейтрино с энергией $\mathcal{E}_\nu \geq 1 \text{ ГэВ}$ может достигать величины $1 \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$. В атмосфере образуются в сотни раз большие потоки нейтрино, возникающие в результате распадов заряженных мезонов.

Если светимость Солнца полностью сбалансирована энергией термоядерного синтеза, то поток солнечных нейтрино у Земли должен составлять $6,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, так как синтез каждого атома гелия из водорода сопровождается испусканием двух нейтрино.

Важной характеристикой космических лучей является энергетическое распределение входящих в их состав частиц. Обычно энергетическое распределение космических частиц характеризуется числом $I(E)$ частиц с энергией больше некоторой заданной энергии E . Соответству-

ящая кривая называется кривой интегрального спектра. Кривая интегрального спектра первичных космических протонов изображена на рис. 7.2 Энергетическое распределение других ядер имеет почти такую же зависимость.

При полных энергиях протонов $E > 5 \text{ ГэВ}$ спектр хорошо аппрокси- мируется функцией

$$I(E) \propto E^{-1.7}. \quad (7.1)$$

В самых общих чертах процесс поглощения энергии первичных частиц протекает следующим двухступенчатым образом: энергия первичных частиц вначале тратится на создание большого числа вторичных частиц, а потом кинетическая энергия последних расходуется на ионизацию атмосферы. Вторичное космическое излучение состоит

из адронов (пионов, протонов, нейтронов и т. д.), мюонов, электронов, фотонов и нейтрино. Соответственно у него различают ядерно-активную (адронную), жесткую (мюонную) и мягкую (электронно-фотонную) компоненты. О причинах такого деления сказано ниже.

Напомним, что адронами называются элементарные частицы, участвующие в сильном взаимодействии. К ним относятся протоны, нейтроны, гипероны, мезоны. Гипероны — это тяжелые нестабильные элементарные частицы с массой больше массы нуклона (протона или нейтрона), обладающие большим временем жизни по сравне-

нию с ядерным временем ($\simeq 10^{-23} \text{ с}$) и полуцелым спином (они являются фермионами). К гиперонам относятся, в частности, Λ^0 , Σ^0 , Σ^\pm , Ξ^0 , Ξ^- , Ω^- . Мезоны — нестабильные элементарные частицы, также принадлежащие к классу адронов, но являющиеся бозонами (частицами с целочисленным спином). Типичные представители мезонов — пионы (π^0 , π^\pm) и каоны (K^0 , K^\pm). Часто (так сложилось исторически) мезонами называются и мюоны μ^\pm , которые являются лептонами.

Как же происходит генерация различных компонент вторичного космического излучения? При столкновениях протонов и других ядер первичных космических лучей с ядрами атомов земной атмосферы происходит частичное расщепление этих ядер и множественное рождение элементарных частиц, т. е. рождение большого числа вторичных адронов в одном акте взаимодействия частиц при высокой энергии, в основном пионов — заряженных π^+ и π^- со временем жизни $\tau = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ и нейтральных π^0 с $\tau = 0,8 \cdot 10^{-16} \text{ с}$. С вероятностью в 5–10 раз меньшей рождаются K -мезоны, с еще меньшей (около 11%) гипероны и антипротоны, и с совсем малой вероятностью — электроны и мюоны.

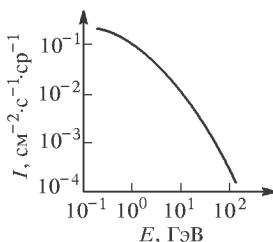


Рис. 7.2. Интегральный энергетический спектр космических протонов

Эффективное сечение множественных процессов при высоких энергиях почти не зависит от энергии сталкивающихся частиц (меняется не больше, чем на несколько десятков процентов при изменении энергии в 10^4 раз). Приблизительное постоянство сечения множественных

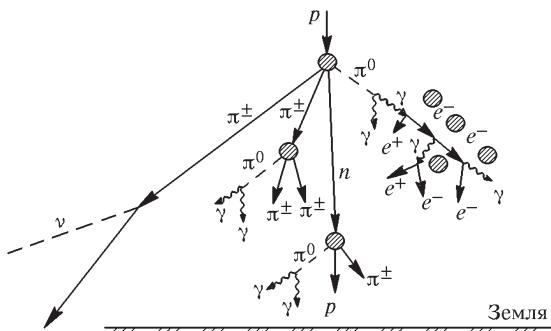


Рис. 7.3. Схематическое изображение взаимодействия первичного протона с атмосферой Земли

процессов привело к модели «черных шариков» для описания процессов столкновения адронов. Согласно этой модели, при каждом сближении адронов высокой энергии на расстояния меньше радиуса действия ядерных сил происходит неупругий процесс множественного рождения частиц. Среднее число вторичных частиц (средняя множественность) медленно растет с ростом энергии (примерно как $\ln \mathcal{E}$) и практически не зависит от типа сталкивающихся адронов. Однако средняя множественность много меньше максимально возможного числа вторичных частиц, которое определяется условием, что вся энергия столкновения в системе центра инерции сталкивающихся частиц переходит в энергию покоя вторичных частиц. Например, 70 ГэВ-протоны при столкновении с протонами мишени (жидким водородом) образуют 5–6 заряженных частиц, тогда как энергетически возможно рождение 70 π-мезонов. Экспериментально установлено, что поперечные компоненты импульсов вторичных частиц малы, в среднем составляют $0,3 \div 0,4$ ГэВ/с и почти постоянны в широкой области энергий. Поэтому вторичные частицы вылетают резко направленными сужающимися по мере роста энергии первичной частицы потоками вдоль направления движения сталкивающихся частиц.

Таким образом, энергия первичной частицы тратится главным образом на сообщение вторичным частицам большой кинетической энергии (большого импульса в продольном направлении).

Первичный протон может испытать в атмосфере Земли свыше 10 столкновений с ядрами, при которых могут рождаться ядерно-активные частицы. Таким образом происходит каскад последовательных распа-

дов и взаимодействий частиц с ядрами атомов в атмосфере, как это показано на рис. 7.3.

Заряженные пионы и частично каоны, распадаясь, образуют мюоны и нейтрино. Если же заряженные пионы обладают достаточно высокой энергией ($> 10^{12}$ эВ), то вследствие релятивистского эффекта замедления времени они не успевают распасться и наряду с нуклонами продолжают разветвленный каскад взаимодействий, образуя ядерно-активную компоненту вторичных космических лучей.

Параллельно с генерацией ядерно-активной компоненты происходит и ее «образование» мягкой и жесткой компонентами. Основным источником электронно-фотонной компоненты являются нейтральные пионы (π^0).

Из-за малого времени жизни они быстро распадаются и порождают по два γ -кванта высокой энергии: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Появившиеся γ -кванты генерируют при столкновениях с атомными ядрами электрон-позитронные пары (e^+e^-), которые, в свою очередь, испускают тормозные γ -кванты (заряженная частица в кулоновском поле ядра отклоняется, т. е. испытывает ускорение, и при этом излучает энергию в виде высокоэнергетических фотонов) и т. д. Нарастание числа электронов, позитронов и γ -квантов будет происходить до тех пор, пока ионизационные потери электронов и позитронов (потери, идущие на ионизацию атомов) не станут сравнимыми с их радиационными потерями (потерями на излучение). Это происходит в воздухе при энергии примерно 70 МэВ.

В конце концов заряженные пионы распадаются по реакции

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu), \quad (7.2)$$

тем самым образуя жесткую мюонную компоненту вторичного космического излучения.

Зависимость интенсивности различных компонент вторичного космического излучения от толщины пройденного ими слоя атмосферы показана на рис. 7.4. Как видно, интенсивность ядерно-активной компоненты резко уменьшается с увеличением толщины атмосферы, и на уровне моря (при $l \simeq 10^3$ г/см²) эта компонента практически обращается в нуль. Электронно-фотонная компонента доминирует на больших высотах, но быстро поглощается, и на уровне моря играет меньшую роль, чем мюонная.

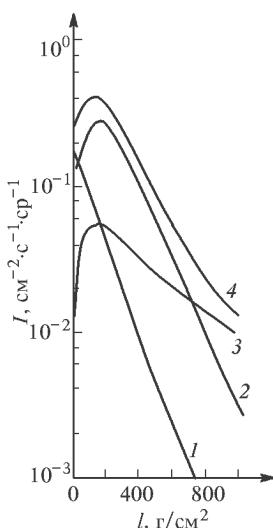


Рис. 7.4. Состав космического излучения на различных высотах: 1 — ядерно-активная компонента; 2 — электронно-фотонная; 3 — мюонная; 4 — полная интенсивность космических лучей; l — толщина атмосферы, отсчитываемая от верхней границы

интенсивность ядерно-активной компоненты практически обращается в нуль. Электронно-фотонная компонента доминирует на больших высотах, но быстро поглощается, и на уровне моря играет меньшую роль, чем мюонная.

Итак, космическое излучение на уровне моря состоит из двух компонент, весьма различающихся по своим свойствам. Частицы одной компоненты сильно поглощаются в веществе, причем для них поглощающая способность вещества существенно зависит от его порядкового номера Z . Эта компонента космических лучей названа *мягкой*. Мягкая компонента практически вся поглощается слоем свинца толщиной $10 \div 15$ см. Частицы другой компоненты слабо поглощаются веществом, причем приблизительно одинаково в веществах с разными Z , если сравнивать поглотители равной (по количеству вещества) толщины. Чтобы подчеркнуть большую проникающую способность частиц этой компоненты космических лучей, она названа *жесткой*. Частицы мягкой компоненты — это электроны и фотоны. Частицы жесткой компоненты — это мюоны, т. е. частицы с массой 207 электронных масс.

С чем же связано сильное различие в проникающей способности мягкой и жесткой компонент? Ионизационные потери частиц одинаковой энергии примерно равны, и различаться могут только радиационные потери (потери на тормозное излучение), которые обратно пропорциональны квадрату массы частицы. Это легко понять, так как мощность излучения пропорциональна квадрату ускорения частицы, которое, естественно, обратно пропорционально ее массе. Последнее означает, что у мюонов потери на излучение практически отсутствуют, и это является главной причиной разной проникающей способности частиц мягкой и жесткой компонент космических лучей.

Особенностью мюонов является также их радиоактивный (спонтанный) распад за время $2,2 \cdot 10^{-6}$ с на электрон и два нейтрино — электронное и мюонное:

$$\mu^{+(-)} \rightarrow e^{+(-)} + \nu_e(\tilde{\nu}_e) + \tilde{\nu}_\mu(\nu_\mu). \quad (7.3)$$

В плотной среде поглощение мюонов обусловлено только потерей энергии при взаимодействии с электронными оболочками атомов (ионизационные потери), которые в релятивистской области энергий мюонов ($E \gg m_\mu c^2$) практически постоянны и в веществах с малым Z составляют $(dE/dx)_{\text{ион}} \simeq 2 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$. В газообразной среде помимо ионизационных потерь оказывается и спонтанный распад, т. е. часть мюонов успевает распасться еще до момента остановки, и поглощение мюонов в атмосфере происходит сильнее, чем в жидкости или твердом теле.

В самом деле, если покоящийся мюон имеет среднее время жизни до распада $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с, то мюон, движущийся со скоростью v , будет иметь среднее время жизни до распада $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$. Вероятность того, что мюон на пути L см не распался, равна

$$W(L) = \exp[-L/(\beta\tau c)] = \exp(-L/L_{\text{расп}}), \quad (7.4)$$

где распадный пробег

$$L_{\text{расп}} = \beta\tau c = \frac{\beta\tau_0 c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\beta\tau_0 c E_\mu}{m_\mu c^2} = \frac{\tau_0 p_\mu}{m_\mu}. \quad (7.5)$$

Здесь $p_\mu = m_\mu v / \sqrt{1 - \beta^2}$ — импульс мюона, $E_\mu = m_\mu c^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$ — его полная энергия, а m_μ — масса мюона.

Для того чтобы распад не повлиял на поглощение мюонов, необходимо, чтобы $L_{\text{расп}} \gg L$. Но путь L определяется ионизационным торможением, т. е.

$$L = \frac{E_\mu}{(dE/dx)_{\text{ион}}} \frac{1}{\rho}, \quad (7.6)$$

где ρ — плотность вещества, в котором движется мюон. Поэтому условие $L/L_{\text{расп}} \ll 1$ приводит к соотношению

$$\rho \gg \frac{m_\mu c^2}{c \beta \tau_0} \frac{1}{(dE/dx)_{\text{ион}}}. \quad (7.7)$$

Подставляя в эту формулу численные значения входящих в нее величин, получаем, что для быстрых мюонов космических лучей распад не будет сказываться на поглощении, если выполняется условие

$$\rho \gg 10^{-3} \text{ г/см}^3. \quad (7.8)$$

Этому условию удовлетворяют все твердые и жидкые среды. В воздухе указанное условие не соблюдается, и поэтому поглощение мюонов в атмосфере происходит из-за влияния спонтанного распада сильнее, чем в плотных средах.

Работа 7.1.

Измерение углового распределения жесткой компоненты космического излучения

С помощью телескопа из двух сцинтиляторов измеряется угловое распределение жесткой компоненты космического излучения и на основе полученных данных оценивается время жизни мюона.

Космические лучи — это стабильные частицы и ядра атомов, зародившиеся и ускоренные до больших энергий вне Земли в просторах Вселенной, изотропно падающие на границу земной атмосферы (первичное космическое излучение), а также различные частицы, рожденные ими при взаимодействии с ядрами атомов воздуха (вторичное космическое излучение).

Первичное космическое излучение состоит в основном из протонов ($\simeq 90\%$), α -частиц ($\simeq 10\%$) и небольшого количества ядер более тяжелых элементов вплоть до урана. Энергия отдельных частиц космического излучения достигает макроскопических значений — до 10^{20} эВ $\simeq 20$ Дж. Благодаря этому космические лучи — природный источник частиц с энергиями, еще не достижимыми на современных ускорителях заряженных частиц.

Прохождение космических лучей через атмосферу представляет собой сложный процесс постепенного поглощения первичной компоненты и образования вторичной компоненты. Вторичная компонента возникает при взаимодействии быстрых частиц (как первичных, так и вторичных) с ядрами атомов воздуха. В результате в верхних слоях атмосферы происходит увеличение числа космических частиц (вторичных), а вблизи уровня моря происходит в основном уменьшение интенсивности космического излучения из-за постепенного поглощения частиц в воздухе.

Процессы, приводящие к возникновению различных вторичных частиц, начинаются с первого взаимодействия первичного протона или ядра с ядром атомов — компонентов воздуха, т. е. с ядром азота или кислорода. Сечение взаимодействия протонов космических лучей с ядрами этих атомов близко к геометрическому, т. е.

$$\sigma_{p\text{ возд}} \simeq \pi R^2 = \pi (R_0 A^{1/3})^2 = \\ = 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-13} \cdot 14^{1/3})^2 = 300 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2 = 300 \text{ мб}, \quad (1)$$

и медленно растет с энергией. При таких сечениях слой атмосферы толщиной 1000 г/см² представляет собой экран толщиной 8 ÷ 12 свободных пробегов для взаимодействия протонов, и к уровню моря доходит низкая доля непрозвзимодействовавших протонов и еще меньшая доля непрозвзимодействовавших ядер.

При взаимодействиях первичных протонов с ядрами атомов, составляющих воздух, приблизительно половина энергии взаимодействующей частицы сохраняется у первичного протона, а остальная часть энергии протона расходуется на расщепление ядра и на множественное рождение вторичных частиц: в основном пионов (70 ÷ 80%), каонов (10 ÷ 20%), гиперонов ($\simeq 1\%$). Заряженные положительные и отрицательные пионы либо распадаются со временем жизни $\tau_0 = 2,5 \cdot 10^{-8}$ с по схеме

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu, \quad (2)$$

либо сильно взаимодействуют с ядрами атомов — компонентов воздуха с сечениями, составляющими в соответствии с кварковой структурой пионов и нуклонов приблизительно две трети от сечения взаимодействия протона с ядром атома. Характер взаимодействия пионов с ядрами атомов, составляющих воздух, примерно такой же, как при взаимодействии протонов или ядер с этими ядрами.

Произойдет ли распад пиона или он прозвзимодействует с ядром, зависит от энергии пиона и от высоты атмосферы, точнее, от плотности атмосферы, где движется пион. Действительно, пробег для распада ультратрелелятивистского пиона равен

$$L_{\text{расп}} = \beta c \tau_0 \gamma = \frac{c \tau_0 E_\pi}{m_\pi c^2}, \quad (3)$$

где E_π — полная энергия пиона массы m_π , τ_0 — время жизни пиона в системе, связанной с пионом.

Пробег до взаимодействия пиона равен

$$L_{\text{вз}} = \frac{1}{\sigma_{\pi \text{возд}} n} = \frac{A}{\sigma_{\pi \text{возд}} \rho N}, \quad (4)$$

где

$$\sigma_{\pi \text{возд}} \simeq \frac{2}{3} \sigma_{p \text{возд}} \simeq 200 \text{ мб}. \quad (5)$$

Коэффициент $2/3$ в формуле (5) возникает из-за того, что протон состоит из трех夸克ов, а пион — из двух. Вероятность распада равна вероятности взаимодействия при равенстве пробега до распада и пробега до взаимодействия. Это произойдет при энергии

$$E_\pi = \frac{Am_\pi c^2}{\sigma_{\pi \text{возд}} \rho N c \tau_0}. \quad (6)$$

Видно, что с уменьшением плотности воздуха ρ , т. е. с ростом высоты генерации пионов, растет энергия, при которой сравниваются пробеги до взаимодействия и пробеги до распада. Иначе говоря, с ростом высоты генерации пионов увеличивается вероятность распада пионов.

Мюоны от распада пионов, в отличие от пионов и протонов, практически не вступают в сильные взаимодействия с ядрами атомов, составляющих воздух. Они взаимодействуют преимущественно с атомными электронами, вызывая ионизацию атомов. Релятивистские мюоны затрачивают в воздухе на ионизацию атомов около 2 МэВ на пути в $1 \text{ г}/\text{см}^2$. Для прохождения всей атмосферы мюон должен иметь энергию не менее 2 ГэВ .

Мюоны со временем жизни $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ с распадаются по каналам

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu \quad \text{и} \quad \mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu. \quad (7)$$

Время жизни τ частицы, движущейся со скоростью $v = \beta c$, увеличивается по сравнению с собственным временем τ_0 :

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau_0 E}{m_\mu c^2} = \tau_0 \gamma \quad \left(\gamma = \frac{E}{m_\mu c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right). \quad (8)$$

Из формулы (3) следует, что распадный пробег мюона с энергией 2 ГэВ составляет

$$L_{\text{расп}} = \beta \tau_0 \gamma \simeq 12 \text{ км}, \quad (9)$$

т. е. мюоны с энергией до $1 \div 2 \text{ ГэВ}$ распадутся в атмосфере раньше, чем они растратят свою энергию на ионизацию атомов воздуха. Электроны от распада мюонов дают основной вклад в электронную компоненту вторичных космических лучей в атмосфере и имеют направление движения

практически совпадающее с направлением движения распавшегося мюона.

Кроме заряженных пионов, в сильных взаимодействия рождаются и нейтральные пионы, распадающиеся со временем жизни $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-16}$ с на два γ -кванта:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \quad (10)$$

Из-за малого времени жизни нейтральные пионы не успевают взаимодействовать с атомными ядрами. Гамма-кванты от распада пионов в кулоновском поле атомных ядер рождают электрон-позитронные пары:

$$\gamma + A \rightarrow e^- + e^+ + A. \quad (11)$$

Гамма-квант в пустоте не может распасться на электрон-позитронную пару: законы сохранения энергии и импульса одновременно при этом не выполняются.

Электроны и позитроны в поле атомных ядер испускают γ -кванты тормозного излучения:

$$e^\pm + A \rightarrow (e^\pm)' + \gamma + A. \quad (12)$$

Гамма-кванты тормозного излучения рождают электрон-позитронные пары, образовавшиеся электроны и позитроны снова испускают тормозные γ -кванты при взаимодействии с ядрами и так далее. В результате один нейтральный пийон может дать начало электрон-позитронной лавине, число частиц в которой на уровне моря может достигать $10^4 \div 10^6$. Так как взаимодействие первичного протона или ядра приводит к генерации многих заряженных и нейтральных пионов, то одна первичная частица с энергией около 10^{20} эВ дает на уровне моря лавину с числом частиц порядка 10^{10} . Подавляющее число частиц в такой лавине составляют электроны и γ -кванты, которые распределены по площади в несколько квадратных километров.

Исследования углового распределения космических лучей на уровне моря показывают, что их интенсивность резко зависит от направления, быстро увеличиваясь при переходе от горизонтального направления к вертикальному. Качественно такая зависимость представляется вполне естественной, поскольку для вертикально летящих частиц толщина слоя атмосферы минимальна. Однако, как было показано выше, для мюонов — основной составляющей жесткой компоненты космического излучения на уровне моря — существенным фактором, определяющим их интенсивность, является их спонтанный распад.

Основная часть мюонов рождается в верхнем слое атмосферы, и можно считать, что мюоны проходят на пути к поверхности Земли слой толщиной $\simeq 1000$ г/см², частично поглощаясь на этом пути, частично распадаясь. Если мы будем наблюдать мюоны, приходящие к поверхности под углом θ к вертикалам, то таким мюонам придется в атмосфере пройти путь в $1/\cos\theta$ раз больший, чем по вертикалам.

Увеличение толщины слоя воздуха, который должны пройти мюоны, приводит как к увеличению вероятности их распада по пути, так и к увеличению поглощения за счет ионизационных потерь, и оба этих фактора приведут к уменьшению интенсивности мюонов с ростом зенитного угла θ . Из этих качественных соображений видно, что угловая зависимость интенсивности космических лучей должна быть пропорциональна косинусу зенитного угла. Реально получается действительно зависимость такого типа, но оказывается, что она имеет вид $\cos^n \theta$, где показатель n обычно примерно равен 2.

Выделить ту часть мюонов, которая «поглотилась» за счет увеличения вероятности распада, связанной с увеличением геометрического пути, можно следующим образом. На пути к поверхности Земли по вертикали мезоны проходят путь $L_0 \simeq 15$ км. Эта величина пути следует из следующей простой оценки. В модели изотермической атмосферы масса столба воздуха площадью 1 см² равна

$$M = \rho_0 \int_0^{\infty} \exp(-\mu g z / RT) dz = \rho_0 \frac{RT}{\mu g} = \frac{P_0}{g} \simeq 1030 \text{ г}, \quad (13)$$

где ρ_0 — плотность атмосферы у поверхности Земли, P_0 — нормальное давление, R — универсальная газовая постоянная, g — ускорение свободного падения.

Если считать, что мюоны рождаются в верхнем слое толщиной $x_{\mu} \simeq 150$ г/см² (это значение соответствует среднему пробегу π -мезона до сильного взаимодействия с ядрами атмосферы), то высота a атмосферы, масса которой составляет $\simeq 0,85$ от полной, определяется из равенства

$$\int_0^a e^{-z} dz = 0,85 = 1 - e^{-a}, \quad (14)$$

откуда $e^{-a} = 0,15$ и $a = -\ln 0,15 = 1,9$. Таким образом, высота атмосферы до слоя, где рождаются мюоны, примерно равна

$$L_0 = 1,9 \cdot \frac{RT}{\mu g} \simeq 15 \text{ км}. \quad (15)$$

Для земного наблюдателя атмосферу с большой точностью можно считать плоской, так как даже при наблюдении под углом 75° ширина «плоской» атмосферы отличается от истинной всего на 1%. Поэтому можно считать, что под углом θ этот путь удлинится на величину

$$\Delta L = \frac{L_0}{\cos \theta} - L_0 = L_0 \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right). \quad (16)$$

Следовательно, вероятность распада на этом дополнительном пути составит

$$P(\Delta L) = 1 - e^{-\Delta L / L_{\text{расп}}} \quad (17)$$

В этой формуле $L_{\text{расп}} = c\tau$ — распадный пробег, т. е. расстояние, на котором за счет распада число мюонов уменьшается в e раз, τ — время жизни движущегося мюона.

Однако под углом θ произойдет и дополнительное поглощение мюонов за счет ионизационных потерь. Можно, однако, выделить ту часть мюонов, которые поглотились за счет увеличения количества вещества. Измерения интенсивности вертикального потока мюонов, выполненные на разных глубинах под землей, показали, что число мюонов $N(x)$ уменьшается как функция количества пройденного вещества x ($\text{г}/\text{см}^2$) по следующему закону

$$N(x) = \left(\frac{1000}{1000 + x} \right)^{1,6} = \left(\frac{1000}{\xi} \right)^{1,6}, \quad (18)$$

где $\xi = 1000 + x$ — полное количество вещества, пройденного мюоном от места генерации до места поглощения (масса вертикального столба воздуха принята, согласно сделанной оценке (13), равной $100 \text{ г}/\text{см}^2$). Из геометрических соображений $\xi = 100/\cos\theta$. Таким образом, число мюонов, дошедших до счетчика на уровне моря, уменьшается за счет поглощения в веществе по закону

$$P_1(\theta) \propto (\cos\theta)^{1,6}. \quad (19)$$

С увеличением длины пути, пройденного мюоном, увеличивается вероятность его распада. Поэтому вероятность прохождения мюоном пути L без распада равна

$$P_2(\theta) = \exp\left(-\frac{L(\theta)}{L}\right), \quad (20)$$

где $L = v\tau$ — длина распадного пробега, $v = \beta c$ — скорость мюона τ — время жизни движущегося мюона. Так как

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (21)$$

где τ_0 — время жизни покоящегося мюона, то

$$L = \beta c \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \beta c \tau_0 \frac{E_\mu}{m_\mu c^2}, \quad (22)$$

где $E_\mu = m_\mu c^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$ — полная энергия мюона, E_μ можно принять равной $4 \cdot 10^9 \text{ эВ}$, $m_\mu = 105,8 \text{ МэВ}/c^2$.

Отношение числа мюонов, идущих под зенитным углом θ , к числу вертикально падающих мюонов можно записать в виде

$$\frac{N(\theta)}{N(0^\circ)} = \frac{P_1(\theta)}{P_1(0^\circ)} \frac{P_2(\theta)}{P_2(0^\circ)} = (\cos\theta)^{1,6} \frac{e^{-L(\theta)/L}}{e^{-L_0/L}}, \quad (23)$$

где $P_1(\theta)$ и $P_2(\theta)$ определены формулами (19) и (20). Как было показано, по вертикали мюоны проходят путь $L_0 = 15$ км, а это значит, что путь мюонов под углом θ равен

$$L(\theta) = \frac{L_0}{\cos \theta}. \quad (24)$$

Воспользовавшись формулами (22) и (24), а также экспериментально определяемым отношением $N(\theta)/N(0^\circ)$, с помощью формулы (23) можно получить оценку величины τ_0 . Конечно, нужно понимать, что проведенные расчеты дают значение τ_0 только по порядку величины, поскольку они не учитывают как меняется вероятность распада мюонов из-за уменьшения их энергии вследствие ионизационного торможения.

Экспериментальная установка

В данной работе угловое распределение космических лучей измеряется с помощью двух сцинтилляционных (или ионизационных газовых) счетчиков, включенных в схему двойных совпадений* (см. рис. 1).

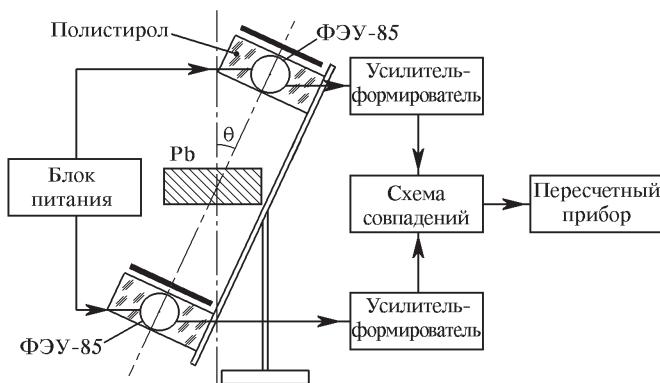


Рис. 1. Схема установки для изучения углового распределения жесткой компоненты космических лучей

Изображенная на рис. 1 установка регистрирует те частицы, которые летят внутри телесного угла, отмеченного штрих-пунктирными линиями. Часто чувствительные к направлению установки называют телескопами.

Схема двойных совпадений регистрирует истинные и случайные совпадения импульсов. Истинные совпадения — одновременное появление на входах схемы совпадений импульсов в результате прохождения од-

*.) Принципы работы сцинтилляционных счетчиков, ФЭУ и схемы совпадений рассмотрены в Приложениях II–IV.

ной частицы через оба счетчика. Случайные совпадения — появление на входах схемы совпадений в пределах разрешающего времени τ (и вследствие этого на выходе схемы совпадений) импульсов, связанных с прохождением разных частиц через счетчики. Число случайных совпадений в единицу времени равно

$$N_{\text{сл}} = 2\tau N_1 N_2, \quad (25)$$

где N_1, N_2 — число импульсов в единицу времени от каждого счетчика, т. е. в каждом канале схемы совпадений.

Число случайных совпадений уменьшается с уменьшением разрешающего времени схемы двойных совпадений. Поэтому стараются выбирать, насколько это возможно, малое разрешающее время. Минимальная величина разрешающего времени определяется временем, которое необходимо частице для прохождения от верхнего счетчика к нижнему и нестабильностью временного интервала, проходящего от момента пересечения частицей счетчика до его срабатывания. Для нашей геометрии опыта и применяемых счетчиков определяющую роль играет разброс во времени появления и регистрации световой вспышки, составляющий $(1 \div 2) \cdot 10^{-6}$ с.

Задание

Прежде всего, нужно определить, какой толщины свинцовый фильтр следует установить между счетчиками телескопа, чтобы регистрировать только жесткую компоненту космического излучения.

В отсутствие поглощающих фильтров между детекторами установка будет регистрировать частицы как жесткой, так и мягкой компонент космического излучения. Если же между детекторами помешать поглотители (свинцовые пластины), тогда частицы мягкой компоненты будут поглощаться в поглотителе. Вначале происходит заметное уменьшение скорости счета совпадений, но начиная с некоторой толщины поглотителя, снижение скорости счета по мере увеличения толщины поглотителя становится незаметным. Это соответствует регистрации только жесткой компоненты космических лучей. Зависимость скорости счета N от толщины поглотителя x называется *кривой поглощения*.

По кривой поглощения определяется интенсивность мягкой I_m и жесткой I_k компонент. Для этого прямолинейную часть, соответствующую жесткой компоненте, продолжают до пересечения с осью ординат. Это дает величину I_k (см. рис. 2). Оставшаяся часть соответствует I_m . Кроме того, надо из числа зарегистрированных событий вычесть число случайных совпадений. Для этого измерить скорость счета космических лучей каждым из счетчиков телескопа (в течение примерно 15 мин) и оценить по результатам измерений, используя формулу (25), число случайных совпадений.

Следует иметь в виду, что наличие межэтажных перекрытий и стен в лаборатории значительно искажает это распределение.

Для изучения углового распределения жесткой компоненты космических лучей между детекторами следует поместить свинцовый фильтр толщиной, выбранной в соответствии с измеренной кривой поглощения.

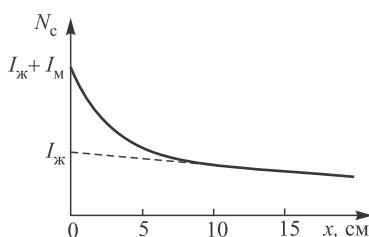


Рис. 2. Типичная кривая поглощения космических лучей фильтром

Измерив угловую зависимость интенсивности I жесткой компоненты космических лучей с шагом по углу 15° , построить график зависимости $\ln I$ от $\cos \theta$ и определить показатель экспоненты n в угловой зависимости

$$I = I_0 \cos^n \theta. \quad (26)$$

Для углов $\theta > 50^\circ$ ввести поправку за счет ливней, возникающих в стенах и потолке лаборатории (ее величина измеряется при $\theta = 90^\circ$).

По величине $I(\theta)/I(0)$, взятой из экспериментального графика для некоторого угла (например, $\theta = 60^\circ$), оценить время жизни мюона τ_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Росси Б., Грейзен К.* Взаимодействие космических лучей с веществом. — М.: ИЛ, 1948.
2. *Мурзин В. С.* Физика космических лучей. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1970. Гл. 3; 1979, гл. 12.
3. *Добротин Н. А.* Космические лучи. — М.: Гостехиздат, 1954. Гл. I, II, IV § 3; гл. X.

Работа 7.2.

Исследование каскадных ливней космических частиц

Измеряется зависимость вероятности образования ливней вторичных заряженных частиц в свинце от глубины уровня наблюдения (каскадная кривая). На основе полученных результатов оценивается средняя энергия первичных электронов и средняя энергия фотонов в ливне.

Генерация вторичного излучения и образование «ливней» вторичных заряженных частиц в ядерных и электромагнитных процессах является характерной особенностью взаимодействия частиц высокой энергии с

веществом. Космическое излучение, прошедшее земную атмосферу, состоит из мюонов, электронов и γ -квантов, т. е. из частиц, не участвующих в процессах сильных взаимодействий. Поэтому космические частицы представляют собой благоприятный объект для изучения в наиболее чистом виде электромагнитных процессов взаимодействия, приводящих, в частности, к образованию «ливней».

Электронно-фотонные ливни образуются при прохождении электронами или фотонами высокой энергии толстых слоев вещества. Они возникают в результате большого числа отдельных взаимодействий и поэтому не являются элементарным процессом. За возникновение таких каскадных явлений ответственны два процесса:

- 1) рассеяние быстрой заряженной частицы в кулоновском поле атомных ядер с образованием тормозного электромагнитного излучения;

- 2) процесс образования фотонами высокой энергии электрон-позитронных пар.

Рассмотрим первый процесс для высокоэнергетичного электрона, движущегося в среде. Попадая в область действия кулоновских сил ядра, он отклоняется и, благодаря ускорению, испытываемому в момент рассеяния, излучает электромагнитные волны. Это излучение называется *тормозным*, так как потеря энергии вызывает торможение заряженной частицы. Спектр тормозного излучения непрерывен вплоть до максимальной энергии, равной кинетической энергии частицы. Так как при любом параметре пролета частицы мимо ядра с зарядом Ze сила, действующая на частицу, пропорциональна Z , а ускорение, испытываемое частицей, обратно пропорционально ее массе m , то интенсивность тормозного излучения оказывается пропорциональной величине Z^2/m^2 . Поэтому процесс рассеяния с образованием тормозного излучения играет наиболее существенную роль для легких частиц — электронов (позитронов). Так, например, для мюонов, масса которых примерно в 200 раз больше, потери на тормозное излучение будут в $(m_\mu/m_e)^2 \simeq 4 \cdot 10^4$ раз меньше, чем для электронов той же энергии.

Часть родившихся фотонов будет иметь энергию, достаточную для процесса образования электрон-позитронных пар. В свою очередь, эти частицы порождают новые фотоны и таким образом возникает лавинообразное увеличение числа заряженных частиц (схематично это показано на рис. 1).

По мере увеличения числа частиц их энергия будет падать и все больше тратиться не на излучение, а на ионизационные потери, поэтому рано или поздно лавина затухнет.

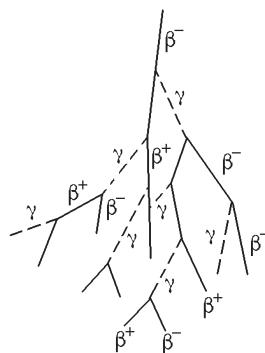


Рис. 1. Схема образования электронно-фотонного ливня при прохождении высокоэнергетичного электрона через вещество

Одним из главных параметров, характеризующих потери энергии заряженной частицы при прохождении через вещество, является радиационная длина. Для электронов, как и для позитронов, радиационные и ионизационные потери энергии одинаковы, поэтому в дальнейшем мы будем считать для простоты, что мы имеем дело с электроном. Потери энергии электрона на излучение можно, следуя Г. Бете и В. Гайтлеру, записать в виде

$$-\left(\frac{dT_e}{dx}\right)_{\text{изл}} = nT_e Z^2 \Phi(T_e), \quad (1)$$

где n — концентрация атомов среды, T_e — энергия электронов, Z — заряд ядер среды, $\Phi(T_e)$ — линейная функция $\ln T_e$. Пропорциональность радиационных потерь n , T_e и Z^2 очевидна из приведенных выше аргументов, а дополнительная, достаточно слабая, зависимость от $\ln T_e$ следует из точных расчетов на основе квантовой электродинамики.

Формула для ионизационных потерь, выведенная в работе 4.1 для тяжелых частиц, в случае электрона выглядит аналогично:

$$-\left(\frac{dT_e}{dx}\right)_{\text{ион}} = nZ\Phi'(T_e), \quad (2)$$

где $\Phi'(T_e)$ — также линейная функция от $\ln T_e$. Следует отметить, что в данном случае зависимость от заряда ядер среды оказывается линейной, а не квадратичной. Непосредственно применять формулу для ионизационных потерь тяжелой частицы в случае электрона нельзя по двум причинам: во-первых, при выводе этой формулы предполагалось, что тяжелая частица не отклоняется при взаимодействии с электроном среды, а во-вторых, при столкновениях идентичных частиц мы должны учесть обменные эффекты. Грубо говоря, это сводится к тому, что мы не можем указать после столкновения, какой именно электрон рассеялся.

Сравнивая выражения (1) и (2), получаем

$$\frac{(dT_e/dx)_{\text{изл}}}{(dT_e/dx)_{\text{ион}}} \simeq ZT_e. \quad (3)$$

Если энергию электрона измерять в МэВ, то соотношение (3) выглядит следующим образом:

$$\frac{(dT_e/dx)_{\text{изл}}}{(dT_e/dx)_{\text{ион}}} \simeq \frac{ZT_e}{800}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что в воде ($Z = 8$) потери на излучение становятся сравнимыми с потерями на ионизацию при $T_e \simeq 100$ МэВ. Для свинца это наступает уже при энергии $T_e \simeq 10$ МэВ. Энергия $\mathcal{E}_{\text{кр}}$, при которой потери на излучение и ионизацию становятся сравнимыми, называется *критической*, а расстояние x_0 , на котором энергия электрона уменьшается в e раз из-за радиационных потерь, называется *радиационной*

длиной. Для воды и воздуха она равна примерно $36 \text{ г}/\text{см}^2$, для алюминия — $24 \text{ г}/\text{см}^2$, а для свинца — около $6 \text{ г}/\text{см}^2$.

Полная вероятность образования электрон-позитронных пар в слое $dx (\text{г}/\text{см}^2)$ фотоном высокой энергии практически не зависит от энергии и составляет $(7/9)dx/x_0$.

Если толщину слоя выражать в радиационных длинах $t = x/x_0$, то для числа γ -квантов получается следующее выражение:

$$N_\gamma(t) = (N_\gamma)_0 e^{-(7/9)t}. \quad (5)$$

Таким образом, число квантов N_γ уменьшается в данном процессе по экспоненциальному закону со средним пробегом поглощения $(9/7)x_0$. Другими словами, это означает, что этот процесс можно характеризовать постоянной величиной эффективного сечения.

Как уже указывалось, многократное повторение процессов тормозного излучения и образования пар приводит к лавинообразному нарастанию потока вторичных электронов. Это нарастание будет идти до тех пор, пока средняя энергия электронов не упадет до критической энергии $\mathcal{E}_{\text{кр}}$, ниже которой начинает преобладать процесс ионизационного поглощения. Так как на радиационной длине происходит примерно удвоение числа частиц, то максимум потока вторичных частиц будет наблюдаться на глубине t_{\max} , соответствующей условию

$$\frac{E_0}{\mathcal{E}_{\text{кр}}} \simeq 2^{t_{\max}}. \quad (6)$$

При этом число частиц в максимуме N_{\max} должно быть пропорционально величине $E_0/\mathcal{E}_{\text{кр}}$.

Строгое количественное рассмотрение этого каскадного процесса для электронов приводит к следующим формулам

$$t_{\max} = k_1 \ln \frac{E_0}{\mathcal{E}_{\text{кр}}}, \quad N_{\max} = k_2 \frac{E_0/\mathcal{E}_{\text{кр}}}{\sqrt{\ln E_0/\mathcal{E}_{\text{кр}}}}. \quad (7)$$

В формулах (7) k_1 и k_2 — слабо меняющиеся функции первичной энергии E_0 . Для легких элементов (воздух, вода) $k_1 \simeq 1$, $k_2 \simeq 3$, для свинца $k_1 \simeq 1,35$, $k_2 \simeq 0,185$.

На больших глубинах, когда $t \gg t_{\max}$, поглощение частиц происходит практически по экспонциальному закону. На рис. 2 приведены рассчитанные каскадные кривые, выражающие зависимость среднего числа заряженных частиц в ливне $N_0(E_0, t)$, образованном первичным электроном с энергией E_0 , от глубины уровня наблюдения, выраженной в радиационных длинах.

Так как на поверхности Земли присутствуют и мюоны, они также могут приводить к образованию электронов при прохождении через вещество. Такие электроны возникают за счет кулоновского взаимодействия первичной заряженной частицы с электронами среды с передачей

отдельным электронам энергии, достаточной для их регистрации в качестве самостоятельных ионизирующих частиц, и называются δ -электронами. Мюоны ответственны примерно за одну третью всех ливней.

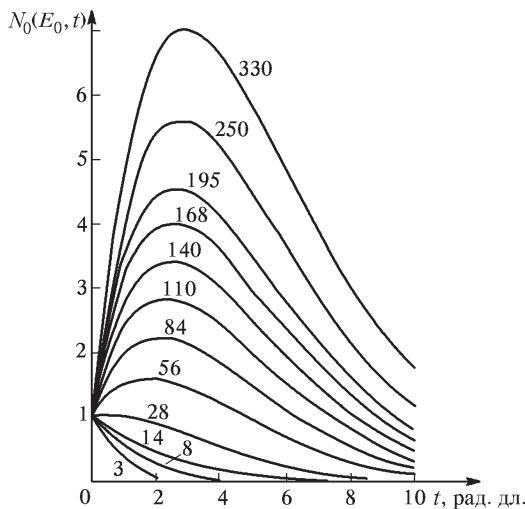


Рис. 2. Зависимость среднего числа заряженных частиц в ливне, образованном первичным электроном в свинце, от глубины уровня наблюдения, выраженной в радиационных длинах. Цифры около кривых указывают начальную энергию электрона в мэВ

Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки для регистрации ливней заряженных частиц показана на рис. 3.

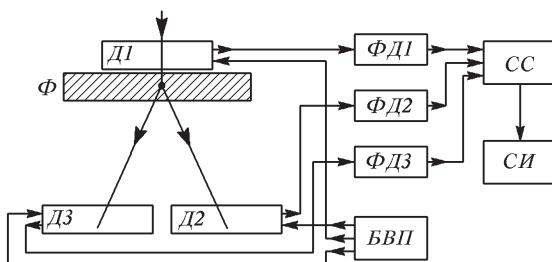


Рис. 3. Принципиальная схема экспериментальной установки для регистрации ливней заряженных частиц, генерируемых космическими лучами: $D1$, $D2$, $D3$ — сцинтилляционные детекторы для регистрации частиц, Φ — поглотитель из свинца, ΦD — формирователи-дискриминаторы импульсов, CC — схема совпадений, $БВП$ — блок питания ФЭУ, $СИ$ — счетчик импульсов

Работа состоит в изучении развития каскадных электронно-фотонных ливней при прохождении через вещество (свинец) частиц мягкой компоненты (электронов) космического излучения. Задача сводится к экспериментальному измерению каскадной кривой $N(t)$ и определению ее характерных параметров. Для этого надо произвести измерение частоты образования ливней при разных толщинах свинцового фильтра — от 0,5 до 10 см. Время каждого измерения выбирается самостоятельно, исходя из скорости счета событий. Число зарегистрированных событий должно обеспечивать статистическую точность результатов $5 \div 10\%$ (примерное время набора необходимой статистической точности составляет 1000 с).

Поток частиц космического излучения, идущий в определенном телесном угле, задаваемом геометрией детекторов $D1-D3$, проходит свинцовый фильтр Φ , толщина которого может изменяться в процессе проведения измерений. Ливни регистрируются детекторами $D2-D3$. Отбор событий производится таким образом, что должны быть одновременно зарегистрированы события во всех трех детекторах, т. е. должна быть зарегистрирована частица, пролетевшая через детектор $D1$ и породившая как минимум две частицы, регистрируемые детекторами $D2$ и $D3^*$).

Детекторами частиц служат сцинтилирующие пластины из полистирола размером $40 \times 10 \times 2,5$ см. Световые вспышки в детекторах преобразуются с помощью ФЭУ в электрические импульсы, которые затем поступают на вход соответствующего формирователя-дискриминатора. Формирователи-дискриминаторы отсекают шумы и фоновые импульсы и формируют стандартный логический сигнал, поступающий на соответствующий вход трехкратной схемы совпадений CC . С выхода CC сигнал поступает на счетчик импульсов.

На основе полученных результатов определяется положение максимума каскадной кривой и путем сравнения с кривыми, приведенными на рис. 2, оценивается средняя энергия первичных электронов, генерирующих ливни. При больших толщинах свинцового фильтра регистрируемые детекторами частицы могут быть обвязаны боковым ливнем, возникшим в стенах лаборатории. Чтобы учесть это обстоятельство при построении каскадной кривой, необходимо вычесть из числа ливней, регистрируемых в единицу времени при данной толщине фильтра, число ливней, регистрируемых в единицу времени при максимально большой толщине фильтра.

Если полученную в результате такого вычитания зависимость числа ливней от толщины фильтра отнести к одному электрону, падающему на установку (это число определяется по скорости счета частиц детектором $D1$), то мы получим экспериментальную каскадную кривую $N(t)$. Как следует из описания экспериментальной установки, в данной рабо-

*) Принципы работы сцинтиляционных детекторов, ФЭУ и ядерной электроники рассмотрены в Приложениях II–IV.

те регистрируется лишь число образовавшихся ливней, но не среднее число заряженных частиц в ливне, как это показано на рис. 2. В силу конечного размера детекторов D_2 и D_3 вероятность одновременного попадания частиц в эти детекторы пропорциональна числу частиц в ливне. Поэтому характер переходной кривой при таком способе регистрации получается аналогичным.

Задание

1. Измерить интенсивность космических лучей в телесном угле, определяемом геометрией установки. Для этого следует измерить число импульсов в секунду, регистрируемых счетчиками D_1 и D_2+D_3 в режиме двойных совпадений. Следует учесть, что мягкая компонента космических лучей составляет примерно $2/3$ от общего потока.

2. Измерить количество трехкратных совпадений в зависимости от числа пластин свинцового конвертора. Измерения проводятся для числа пластин $0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16$ и 20 .

3. По результатам измерений построить кривую зависимости количества трехкратных совпадений от толщины конвертора (числа пластин).

4. По максимуму переходной кривой в соответствии с рис. 2 оценить среднюю энергию электронов в мягкой компоненте космических лучей на уровне моря.

5. Аппроксимируя каскадную кривую за максимумом законом $\exp(-\mu t)$, определить коэффициент поглощения частиц μ (он определяется поглощением фотонов). По найденному коэффициенту поглощения определить среднюю энергию фотонов путем сравнения найденной величины μ с табличными значениями (зависимостью μ от энергии).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Росси Б., Грейзен К.* Взаимодействие космических лучей с веществом. — М.: ИЛ, 1948. § 5.7.
2. *Мурzin В. С.* Физика космических лучей. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1970. Гл. 2, §§ 8, 10; гл. 4, §§ 6, 8.
3. *Ципенюк Ю. М.* Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993. Гл. 2, § 5.7.

Работа 7.3.

Измерение сечения образования $(e^+ e^-)$ -пар γ -квантами космического излучения на ядре свинца

С помощью телескопа из двух сцинтиляционных счетчиков и черенковского детектора полного поглощения измеряется зависимость сечения образования электрон-позитронных пар на ядрах свинца от энергии γ -квантов.

Космические лучи — регулярный поток частиц высокой энергии, преимущественно протонов и α -частиц, изотропно падающих на границу земной атмосферы (первичное излучение), а также рожденный ими

путем взаимодействия с атомными ядрами атмосферы поток вторичных частиц сложного состава, главным образом, электронов (e^-), позитронов (e^+), γ -квантов, пионов (π -мезонов) и мюонов (μ), протонов (p), нейтронов (n) и нейтрино (ν).

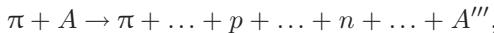
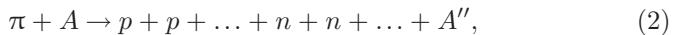
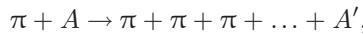
Энергетический спектр первичных космических лучей в настоящее время исследован от энергий $\simeq 10^9$ эВ до $(3 \div 5) \cdot 10^{19}$ эВ. Зависимость числа частиц $N(E)$ в спектре от энергии уменьшается как E^ξ , где $\xi = 1,7 \div 2,2$ на разных участках энергии E . При столкновениях высокоэнергетичных частиц с ядрами атомов земной атмосферы происходит частичное расщепление этих ядер и множественное рождение нестабильных элементарных частиц: π^\pm -мезонов со средним временем жизни $\tau \simeq 2,5 \cdot 10^{-8}$ с и π^0 -мезонов с $\tau \simeq 0,8 \cdot 10^{-16}$ с. С вероятностью в 5–10 раз меньшей рождаются K -мезоны, с еще меньшей — гипероны и антипротоны, с пренебрежимо малой — электроны и мюоны.

Заряженные пионы и каоны, распадаясь, соответственно по каналам

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \\ K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \\ K^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \end{aligned} \tag{1}$$

рождают мюоны (μ^\pm) и нейтрино, которые образуют проникающую или жесткую компоненту вторичных космических лучей. Мюоны не участвуют в ядерных (сильных) взаимодействиях и поэтому при высоких энергиях (до $\simeq 10^{12}$ эВ) теряют энергию в основном на ионизацию вещества (теряя $\simeq 2 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$) и способны проходить большие его толщины. Сечение взаимодействия нейтрино с веществом столь мало ($\simeq 10^{-39} \text{ см}^2$), что они проходят практически беспрепятственно весь земной шар.

Заряженные пионы высокой энергии ($\simeq 10^{12}$ эВ), доля которых, конечно, невелика, вследствие релятивистского эффекта замедления времени не успевают распасться в атмосфере на мюоны. При взаимодействии с ядрами атмосферы по реакциям типа



пионы образуют ядерно-активную компоненту космических лучей. Ядерно-активная компонента состоит из π -мезонов, нуклонов (нейтронов и протонов), осколков ядер, и называется так, поскольку ее составляющие сами могут вызывать реакции типа (2). Ядерно-активная компонента прекращает развиваться при уменьшении средней энергии на частицу

до уровня $\simeq 10^8 \div 10^9$ эВ, когда прекращается множественное рождение новых частиц.

Нейтральные пионы при энергиях до 10^{18} эВ распадаются на два γ -кванта каждый, давая начало лавине электромагнитного размножения частиц (электронно-фотонный ливень), происходящей за счет конверсии γ -квантов в $(e^+ e^-)$ -пары и тормозное излучение электронами и позитронами γ -квантов в электрических полях ядер атомов атмосферы (см. рис. 1 работы 7.2).

Очевидно, что средняя энергия, приходящаяся на частицу в каждом следующем поколении ливня, быстро уменьшается ($\langle E \rangle \simeq E_{\pi^0}/N$, N — число частиц в данном поколении). Электронно-фотонная составляющая космических лучей также является мягкой компонентой, так как она легко поглощается, особенно в веществах с большим атомным номером Z .

Способность вещества образовывать из высокоэнергетичных γ -квантов электронно-фотонные ливни характеризуют радиационной длиной L_r (для электронов и позитронов) и длиной поглощения (или длиной свободного пробега) λ (для γ -квантов). Радиационная длина — это расстояние, на котором энергия высокоэнергетичного электрона ($E > 1$ ГэВ) уменьшается в \bar{e} (\bar{e} — основание натурального логарифма) раз за счет потери энергии на тормозное излучение.

Тормозное излучение возникает при прохождении заряженной частицы через кулоновское поле ядра. В электрическом поле ядра заряда Ze частица отклоняется, т. е. приобретает ускорение w , что и сопровождается излучением. Если заряд частицы e , а масса m , то

$$w = -\frac{F}{m} = -\frac{e\mathcal{E}}{m} = -\frac{Ze^2}{mr^2}, \quad (3)$$

где \mathcal{E} — напряженность электростатического поля, r — расстояние от центра ядра (прицельное расстояние). Интенсивность W тормозного излучения (т. е. количество энергии, излучаемой за секунду) для частицы с ускорением w в нерелятивистском неквантковом случае определяется соотношением

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} |w|^2 = \frac{2}{3} \frac{Z^2 e^6}{m^2 c^3 r^4}. \quad (4)$$

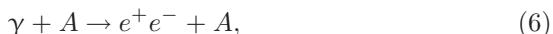
Таким образом, потери энергии на излучение обратно пропорциональны квадрату массы частицы и прямо пропорциональны квадрату заряда рассеивающего центра. Отсюда прежде всего следует, что если радиационные потери и важны, то только для электронов, но не для тяжелых частиц. Например, радиационные потери для протонов в $(m_p/m_e)^2 \simeq 3 \cdot 10^6$ раз меньше, чем для электронов. Тормозное излучение за счет взаимодействия налетающей частицы с электронами атома несущественно, так как излучение при столкновении с ядром в Z^2 больше, чем при столкновении с электроном, а число электронов лишь в Z раз больше, чем число ядер.

Длина свободного пробега λ для фотонов определяет уменьшение интенсивности потока γ -квантов в среде с расстоянием:

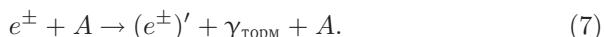
$$I = I_0 \exp(-t\rho/\lambda), \quad (5)$$

где t — пройденное расстояние в см, ρ — плотность среды в г/см³, λ — в г/см².

Для электронов и γ -квантов большой энергии поглощение мягкой компоненты определяется в основном процессом рождения (e^+e^-)-пар*



сечение которого практически постоянно при $E > 1$ ГэВ, и процессом тормозного излучения электронами и позитронами в кулоновском поле ядер



В результате этих двух процессов средняя энергия электронов (позитронов) в ливне быстро уменьшается, а мягкие электроны и позитроны теряют свою энергию на ионизацию атомов среды и останавливаются.

Радиационная длина L_r и длина свободного пробега λ связаны с сечением рождения пар следующими соотношениями:

$$\sigma = \frac{7}{9} \left(\frac{A}{L_r N_A} \right), \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{A}{\lambda N_A},$$

где σ выражена в см², а L_r и λ — в г/см².

Таким образом, на уровне моря в составе космических лучей имеются γ -кванты различной энергии, что позволяет использовать их для измерения энергетической зависимости сечения рождения (e^+e^-)-пар. Так как детекторами, как правило, регистрируются только заряженные частицы, экспериментально достаточно просто выделить события, связанные именно с γ -квантами. Целью данной работы является измерение сечения образования электрон-позитронных пар под действием γ -квантов высокой энергии на ядрах свинца.

Экспериментальная установка

Рассмотрим вначале принцип действия черенковского детектора, предназначенного в данной работе для регистрации электрон-позитронных пар.

*) Процессы взаимодействия γ -квантов с веществом и зависимость сечений различных процессов от энергии подробно рассмотрены во введении к разделу V.

Скорость света c' в среде определяется формулой

$$c' = \frac{c}{n}, \quad (9)$$

где n — показатель преломления. Так как $n > 1$, то частица высокой энергии в среде может двигаться быстрее света. Такая сверхсветовая частица, если она заряжена, будет излучать свет. Это излучение было открыто П. А. Черенковым и названо его именем. Причина возникновения черенковского излучения та же, что и причина возникновения волн на воде от парохода или ударной волны в воздухе от пули.

Механизм возникновения черенковского свечения заключается в когерентном излучении диполей, которые возникают в результате поляризации атомов среды при движении в ней заряженной частицы со скоростью больше скорости света в этой среде. Диполи образуются под действием электрического поля пролетающей частицы, которое смещает электроны окрестных атомов относительно их ядер. Возвращение диполей в нормальное состояние (после ухода частицы из данной области) сопровождается испусканием электромагнитного импульса.

Если частица движется сравнительно медленно, то возникающая поляризация будет распределена симметрично относительно местонахождения частицы, так как электрическое поле частицы «успевает» поляризовать все атомы в ее окрестности, в том числе и находящиеся впереди на пути ее движения. В этом случае результирующее поле всех диполей вдали от частицы будет равно нулю и их излучения погасят друг друга.

Если частица движется в среде со скоростью, превышающей скорость распространения электромагнитного поля ($v > c' = c/n$), то должен наблюдаться своеобразный эффект запаздывания поляризации среды, в результате которого образующиеся диполи будут получать преимущественно ориентацию в сторону движения частицы.

Угол θ черенковского излучения (угол между скоростью частицы \mathbf{v} и волновым вектором \mathbf{k}) определяется условием

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}. \quad (10)$$

Это условие является чисто кинематическим условием, так как означает, что волны любой природы с фазовой скоростью c_ϕ , излучаемые вдоль траектории источника, синфазны друг с другом на соответствующей конической поверхности (см. рис. 1).

Энергия излучения, конечно, черпается за счет кинетической энергии частицы, и, естественно, по этой причине частица замедляется. Однако ускорение само по себе на механизм явления не влияет. В этом смысле говорят, что испускание света возможно и при равномерном движении заряженной частицы в среде, если скорость частицы превосходит фазовую скорость света в среде.

Излучение электромагнитной энергии частицей, движущейся в среде с показателем преломления n со скоростью больше фазовой скорости

света в этой среде c/n , широко используется для регистрации частиц. Такие счетчики называются черенковскими, а среда, в которой происходит излучение, — радиатором. Радиатор должен быть прозрачен для

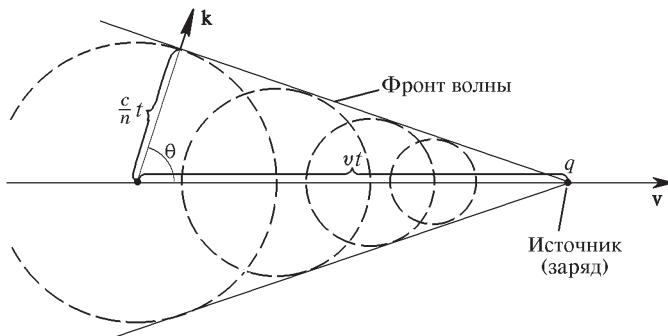


Рис. 1. Образование излучения Вавилова–Черенкова: ct/n — длина, проходимая светом за время t ; vt — путь, проходимый за то же время источником

черенковского излучения и иметь низкий уровень сцинтиляций, создающих фоновые сигналы. Оптическая система счетчика фокусирует свет от частицы на катоде ФЭУ, превращающего световой сигнал в электрический.

В данной работе используется черенковский счетчик полного поглощения, предназначенный для регистрации и спектрометрии электронов и γ -квантов. Радиатором в счетчике служит свинцовое стекло большой толщины, в котором электрон или γ -квант образует электрон-фотонную лавину и теряет практически всю свою энергию. Количество света, излученного в черенковских счетчиках такого типа, пропорционально энергии первичного электрона или γ -кванта.

Установка состоит из двух детекторов заряженных частиц — сцинтилляционных пластмассовых счетчиков, свинцового радиатора, черенковского детектора и электронных схем, служащих для регистрации сигналов от детекторов*). Детекторы с размером чувствительной части $30 \times 10 \times 2$ см расположены на расстоянии около 5 см друг от друга и включены в схему двойных антисовпадений. Такая система называется телескопом. Она позволяет выделять события, связанные с прохождением частиц космического излучения с определенным направлением из фона шумовых импульсов ФЭУ и фона заряженных частиц. Схема установки показана на рис. 2.

Гамма-кванты космического излучения рождают в свинцовой пластине (радиаторе) ($e^+ e^-$)-пары, которые, пройдя через нижний сцин-

*.) Физические принципы работы сцинтилляционных счетчиков, фотоумножителей и схем ядерной электроники рассмотрены в Приложениях II–IV.

тилляционный счетчик $CC2$, попадают в черенковский детектор полного поглощения ЧД . Черенковский детектор представляет собой параллелепипед высотой 20 см и со сторонами 10×10 см, сделанный из свинцового стекла. Размер детектора выбран так, что электроны

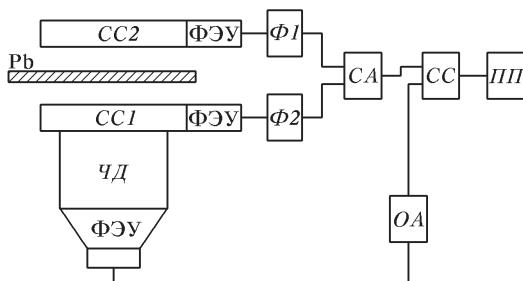


Рис. 2. Схематическое изображение телескопов из двух сцинтилляционных счетчиков, свинцового радиатора, черенковского детектора и схемы их включения

(позитроны) с энергией до 150 МэВ практически полностью в нем поглощаются. При попадании в детектор электроны (позитроны) испускают черенковское излучение, регистрируемое фотоумножителем, расположенным в нижнем торце цилиндра. Поверхность черенковского детектора покрыта отражающим свет слоем, т. е. в ФЭУ попадает весь свет, испускаемый частицей. Поэтому интенсивность света однозначно связана с энергией частицы. Зависимость амплитуды светового сигнала от энергии частицы калибруется по интенсивности света, вызываемого космическими мюонами, и для каждого черенковского детектора указана на установке.

В данной работе необходимо регистрировать только процесс рождения пар в свинцовом радиаторе под действием γ -квантов. Рожденные в этом процессе электроны и позитроны, пройдя через сцинтилляционный счетчик $CC2$, регистрируются черенковским счетчиком. Поэтому, чтобы выделить события, связанные только с процессом рождения пар в радиаторе, сцинтилляционные счетчики телескопа $CC1$ и $CC2$ включены в схему антисовпадений, тем самым на выходе схемы антисовпадений будет появляться электрический импульс только тогда, когда заряженная частица пройдет через один из счетчиков. Тем самым не будут регистрироваться события, связанные с прохождением через телескоп электронов, позитронов и мюонов космического излучения.

С помощью одноканального анализатора импульсов OA , установленного на выходе черенковского детектора, выделяются сигналы, соответствующие определенной энергии электронов и позитронов. Сигнал с одноканального анализатора поступает затем вместе с импульсом от схемы антисовпадений CA на схему совпадений, а затем на пересчетный прибор. Таким образом выделяются события, обусловленные рож-

дением пар в свинцовом радиаторе под действием γ -квантов заданной энергии. Конечно, черенковский счетчик будет регистрировать и пары, рожденные под действием γ -квантов, не провзаимодействовавших с ядрами свинца и попадающих в черенковский счетчик. Однако такие события будут исключаться схемой совпадений CC . В то же время, скорость счета таких событий определяет поток космических γ -квантов и дает возможность количественно определить сечение взаимодействия $\gamma + Pb \rightarrow e^+ + e^-$.

Итак, логическая схема установки заключается в следующем. Заряженная частица, проходя через сцинтилляторы детекторов $CC1$ и $CC2$ вызывает в них вспышки света, регистрируемые ФЭУ. Сигналы с ФЭУ поступают на схему антисовпадений, состоящую из формирователей $\Phi 1$ и $\Phi 2$, стандартизирующих сигналы по амплитуде и длительности, и элемента «ИЛИ» отбора событий AC . Формирователи включены в схему антисовпадений для повышения коэффициента отбора, так как на выходе ФЭУ всегда имеются шумовые сигналы, имитирующие сигналы, вызванные прохождением заряженной частицы. Сигналы с выхода AC затем попадают на один из входов схемы совпадений CC , а затемчитываются пересчетным прибором $ПП$. На другой вход CC поступают сигналы от черенковского детектора, вызванные попавшими в него заряженными частицами большой энергии. Между ЧД и CC установлен одноканальный анализатор OA , выделяющий сигналы заданной амплитуды, т. е. соответствующий определенной энергии частицы.

Задание

1. Включите установку и дайте ей прогреться 10–15 мин.
2. При отсутствии свинцового радиатора измерьте скорость счета γ -квантов космического излучения при пяти значениях их энергии (амплитуды соответствующих импульсов от черенковского детектора указаны на установке). Для этого переведите схему антисовпадений сигналов от сцинтилляционных счетчиков в режим совпадений, а следующую за ней схему совпадений — в режим антисовпадений. Тем самым будут регистрироваться в черенковском счетчике только высокоэнергетичные γ -кванты космического излучения. Поочередно записывайте число зарегистрированных событий за определенное время счета, переключая уровень одноканального анализатора.
3. Вставьте между сцинтилляционными счетчиками телескопа свинцовый радиатор, переключите электронные схемы совпадений и антисовпадений в режим регистрации позитрон-электронных пар и проведите измерения числа событий при тех же значениях энергии γ -квантов.
4. Увеличьте вдвое толщину свинцового радиатора и убедитесь, что скорость рождения пар также пропорционально увеличилась.
5. Вставьте вместо свинцового радиатора алюминиевый и проведите измерение при одной из энергий γ -квантов.
6. По полученным данным рассчитайте сечение процесса рождения пар в свинце.

7. Рассчитайте по известной толщине алюминиевой и свинцовой пластины число ядер в радиаторах, а по отношению скорости счета событий со свинцовыми и алюминиевыми радиаторами — зависимость сечения от Z ядра.

8. Рассчитайте по формулам (8) средние по энергии величины радиационной длины L_r и длины свободного пробега γ -квантов для свинца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика микромира.— М.: Сов. энциклопедия, 1960. С. 234–238.
2. Абрамов А. Л., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики.— М.: Атомиздат, 1977. § 9.1,
3. Мурзин В. С. Физика космических лучей.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1970. Гл. 9, §§ 5, 6.

Работа 7.4.

Исследование поглощения вторичного космического излучения в веществе

С помощью телескопа, состоящего из двух сцинтилляционных детекторов, работающих в схеме совпадений, измеряется зависимость интенсивности космического излучения в лаборатории (на уровне моря) от толщины поглотителей из различных материалов. На основе этих измерений определяется эффективные длины поглощения мягкой и жесткой компонент космики в свинце и железе, абсолютные величины их вертикальных интенсивностей и сечение рождения электронно-позитронных пар в этих материалах.

Попадая в атмосферу Земли, высокоэнергетические первичные протоны испытывают столкновения с ядрами атомов воздуха (в основном азота и кислорода). В результате взаимодействия происходит расщепление ядер и рождение нестабильных элементарных частиц — так называемые множественные процессы. Средний пробег до ядерного взаимодействия в атмосфере для протонов примерно равен $80 \text{ г}/\text{см}^2$, что составляет $1/13$ часть всей толщи атмосферы, и поэтому протон успевает несколько раз вступить во взаимодействие с ядрами атомов воздуха. Тем самым вероятность дойти до уровня моря у первичного протона крайне мала. На больших глубинах в атмосфере первичное космическое излучение практически отсутствует, а наблюдаемое излучение является вторичным.

При расщеплении ядер атомов земной атмосферы преимущественно происходит множественное рождение π^\pm -мезонов со средним временем жизни $\tau = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ и π^0 -мезонов с $\tau = 0,8 \cdot 10^{-16} \text{ с}$. Распад заряженных пионов по каналам

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (1)$$

приводит к образованию жесткой компоненты вторичного космического излучения, а распад нейтральных пионов

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (2)$$

является источником электронно-фотонной (мягкой) компоненты. На уровне моря распределение электронов по энергии подобно распределению мюонной компоненты.

Как видно из рис. 1, средняя энергия мюонов на уровне моря составляет примерно 3000 МэВ, таков же порядок энергий частиц мягкой компоненты.

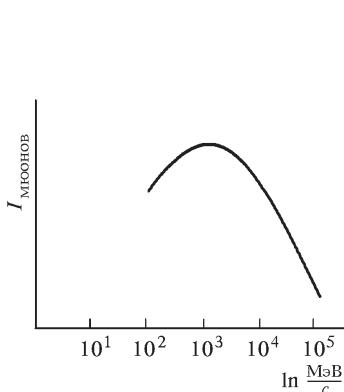


Рис. 1. Распределение мюонов по импульсам на уровне моря

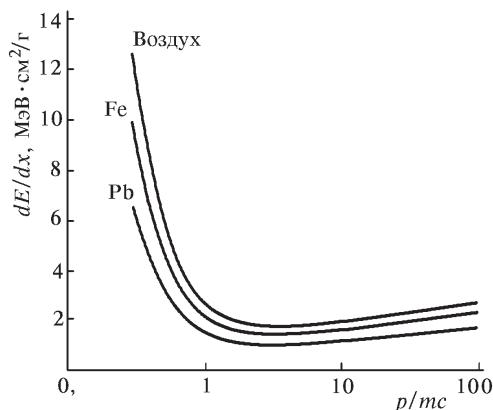


Рис. 2. Зависимость ионизационных потерь в различных веществах от величины $p/mc = \beta/\sqrt{1 - \beta^2}$

Мюоны не участвуют в ядерных (сильных) взаимодействиях, они также практически не теряют своей энергии за счет тормозного излучения, которое обратно пропорционально квадрату массы частицы (масса мюона в 207 раз больше массы электрона), и их энергия тратится только на ионизацию вещества (см. [1], с. 85) за счет электромагнитного взаимодействия с электронами среды, составляя примерно $2 \text{ МэВ}/(\text{г} \cdot \text{см}^{-2})$ (см. рис. 2). Ионизационные потери релятивистских мюонов практически постоянны, они слабо зависят от состава вещества и фактически определяются лишь поверхностной плотностью поглотителя, выражаемой в $\text{г}/\text{см}^2$. Ионизационные потери электронов практически так же зависят от их энергии.

В отличие от мюонов, потеря энергии высокoenергетичными фотонами обусловлена процессом рождения пар в веществе, а электроны теряют свою энергию за счет тормозного излучения. Теория, описывающая образование гамма-квантами электрон-позитронных пар, тесно связана с теорией излучения электронами. В самом деле, в случае излуче-

ния электрон совершают переход из одного состояния с положительной энергией в другое с испусканием фотона. В случае же образования пар фотон поглощается, что приводит к переходу электрона из состояния с отрицательной энергией в состояние с положительной энергией. Поэтому, как подробно рассматривалось в [1, с. 108], при высоких энергиях сечения тормозного излучения и рождения пар практически совпадают.

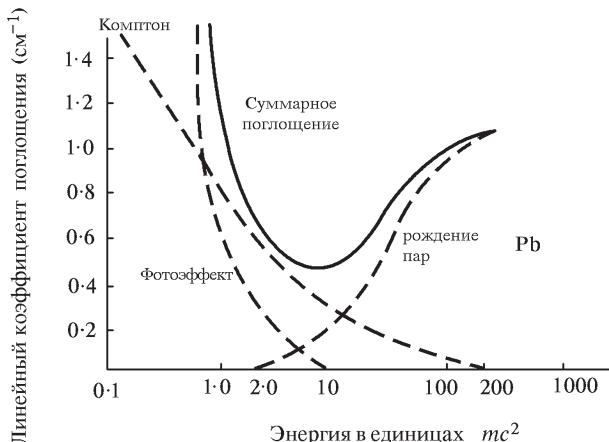


Рис. 3. Вклад различных процессов в сечение поглощения гамма квантов в свинце

Квантово-электродинамический расчет (см. [3] с. 93) показывает, что в ультрарелятивистском случае формула для полного сечения образования пары фотоном с энергией $\hbar\omega$ имеет вид

$$\sigma_{\text{пар}} = \frac{28}{9} Z^2 \alpha \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \left[\ln \frac{2\hbar\omega}{mc^2} - \frac{109}{42} - (\alpha Z)^2 \right]. \quad (3)$$

Например, для свинца сечение рождения пар в ультрарелятивистском пределе равно

$$\sigma_{\text{пар}} = 11 Z^2 \alpha r_0^2. \quad (4)$$

В этом выражении Z — заряд ядра, $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры, которой всегда характеризуются электромагнитные процессы, а $r_0 = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона. Поскольку сечения фотоэффекта и комптон-эффекта в области высоких энергий спадают практически до нуля (см. рис. 3), то рождение пар становится здесь основным механизмом поглощения γ -излучения.

Пропорциональность сечения величине Z^2 имеет место практически при всех энергиях. На рис. 4 приведен график зависимости $\sigma_{\text{пар}}$ от энергии для свинца и алюминия, который иллюстрирует как эту зависимость от заряда ядра, так и выход сечения на плато при больших энергиях гамма-квантов.

Таким образом, несмотря на то, что вторичное космическое излучение состоит из различных частиц с широким спектром по энергии, можно, впервые, разделить мягкую и жесткую компоненты, а, во-вторых, в силу того, что сечение рождения гамма-квантами электрон-позитронных пар практически совпадает с сечением тормозного излучения электронов и, к тому же, сечения этих процессов в области больших энергий постоянны, возможно описать поглощение мягкой компоненты в среде одной экспонентой и тем самым измерить величину указанных сечений.

Описание установки

Основой измерительной установки является телескоп, отбирающий для регистрации лишь те частицы, которые приходят в определенном направлении внутри телесного угла, определяемого геометрией детекторов. Телескоп детекторов ориентирован вертикально, чтобы выделять частицы, поступающие с верхних слоев атмосферы.

Установка (см. рис. 5) состоит из двух детекторов частиц — сцинтилляционных счетчиков из полистирола со сцинтиллирующими добавками, набора свинцовых и железных фильтров и электронных схем, служащих для регистрации и дискриминации сигналов от детекторов. Детекторы с размером чувствительной части $40 \times 10 \times 2,5$ см размещены на базе около 40 см. Регистрация световых вспышек от сцинтилляторов производится с помощью ФЭУ-85, напряжение питания (1000 В) на каждый ФЭУ подается от стабилизированного высоковольтного выпрямителя. Сигналы с ФЭУ поступают на усилители-формирователи, а затем на схему двойных совпадений. Схема совпадений формирует на выходе сигнал только в том случае, если в обоих детекторах появились сигналы, совпадающие во времени в интервале, равном разрешающему времени схемы. В данной установке разрешающее время $\tau = 10^{-7}$ с. Число зарегистрированных импульсов регистрируется пересчетным прибором.

Принципы работы сцинтилляционных счетчиков, ФЭУ и схемы совпадений рассмотрены в Приложениях II–IV.

В силу конечного разрешающего времени установки неизбежно могут регистрироваться ложные совпадения. Интенсивность случайных совпадений вычисляется по формуле

$$I_{\text{сл}} = 2\tau N_1 N_2, \quad (5)$$

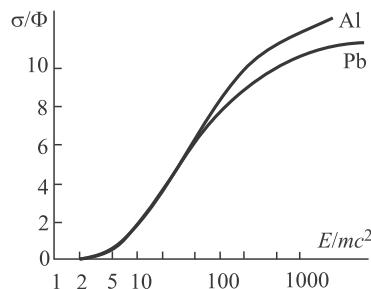


Рис. 4. Зависимость эффективного сечения рождения пар на свинце и алюминии от энергии E гамма-кванта ($\Phi = Z^2 \alpha (e^2/mc^2)^2$)

где N_1 и N_2 — число импульсов, регистрируемое в отдельности детекторами 1 и 2 в единицу времени.

В пространстве между детекторами могут устанавливаться свинцовые либо железные пластины, тем самым можно измерять интенсивность прошедшего излучения в зависимости от толщины и состава проходимого ими вещества.

Особо следует подчеркнуть следующую принципиальную особенность проводимых измерений. Как в случае тормозного излучения электронов, так и при ионизационных потерях мюонами своей энергии, эти частицы не обязательно выбывают из первичного пучка.

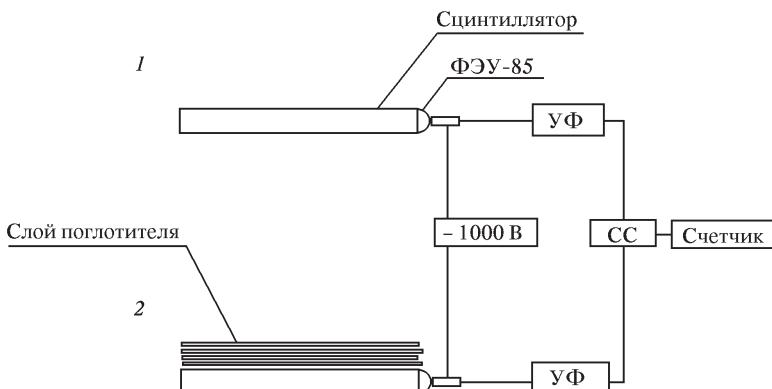


Рис. 5. Схема установки

В обоих процессах у частицы лишь уменьшается их энергия. В случае ионизационных потерь это происходит всегда, а при тормозном излучении спектр рождаемых гамма-квантов непрерывен, он простирается от нуля до максимальной кинетической энергии электрона, но вероятность полной потери энергии очень мала, так как энергетический спектр образующихся гамма-квантов примерно следует закону $1/E$. Так как мы не определяем энергию частицы после их прохождения поглотителей, то они могут зарегистрироваться вторым детектором, а тем самым мы не увидим, что акт взаимодействия произошел. Это же относится и к процессу образования электронно-фотонных ливней, так как телесный угол, охватываемый вторым детектором, достаточно большой.

Естественно возникает вопрос, что приводит к уменьшению интенсивности космических лучей при их прохождении через поглотитель.

Для электронов высоких энергий основной процесс их взаимодействия с веществом — тормозное излучение. Так как образовавшиеся фотоны обладают энергией $E_\gamma \gg mc^2$, то эти фотоны с большой вероятностью рождают электрон-позитронные пары. К этому же приводит и попадание первичных высокоэнергетичных гамма-квантов (см.

рис. 3). Торможение электронов (позитронов) опять приводит к рождению гамма-квантов и так быстро образуется лавина, пока энергия гамма-квантов не станет меньше mc^2 , точнее пока радиационные потери не сравняются с ионизационными. Эта энергия называется *критической энергией*. Быстрое (лавинообразное) нарастание числа частиц, участвующих в этом процессе, приводит к тому, что первоначальная энергия первичной частицы быстро распределяется между e^\pm и γ , ее ионизационные потери быстро возрастают и частица перестает существовать как таковая, т. е. она выбывает из первичного пучка. В этом и заключается механизм поглощения мягкой компоненты космического излучения. Чем больше толщина поглотителя, тем больше из широкого энергетического спектра падающих на поглотитель электронов и фотонов выбывает частиц малой энергии, и потому число регистрируемых телескопом космических частиц уменьшается.

Что же касается изменения интенсивности жесткой компоненты космических лучей (мюонов) при их прохождении через вещество, то механизм их выбывания аналогичный. Однако радиационные потери энергии мюонов очень малы и уменьшение их энергии происходит только за счет ионизации вещества. Реально мы наблюдаем, как по мере увеличения толщины поглотителя из полного потока жесткой компоненты выбывают мюоны малой энергии.

Итак, как в случае мягкой, так и жесткой компоненты вторичного космического излучения мы регистрируем фактически изменение энергетического спектра падающих частиц, а существенно разная эффективная длина поглощения у этих двух компонент связана с тем, что при взаимодействии мягкой компоненты с веществом существенную роль играют радиационные потери и связанное с ними развитие электронно-фотонной лавины.

И еще одно замечание. Космическое излучение попадает в лабораторию после прохождения крыши и перекрытия здания, в которой она расположена. Поэтому регистрируемые величины жесткой и мягкой компонент космического излучения, как и их спектр, могут отличаться от «стандартных» измерений на открытом воздухе.

Задание

1. Внимательно ознакомьтесь с принципом работы телескопа, назначением органов регулировки электронных схем и системы сбора информации.

2. Измерьте фон каждого детектора по отдельности (без фильтров между детекторами) и рассчитайте фон случайных совпадений.

3. Изменяя толщину свинцовых пластин в пространстве между детекторами, измерьте зависимость интенсивности космического излучения от толщины проходящего ими вещества. Вначале (до полной толщины 3 см) нужно проводить измерения с малым шагом по толщине пластин (2 мм). Затем измерения проводятся с шагом в 1 см, полная тол-

щина поглотителя должна составлять 10 см. Статистическая точность измерений должна быть не хуже 3%.

4. Проведите те же измерения поглощения космики с железными поглотителями.

5. Постройте зависимость интенсивности излучения (конечно, за вычетом фона случайных совпадений) от толщины поглотителя t (в $\text{г}/\text{см}^2$) и убедитесь, что отчетливо видны две компоненты вторичного космического излучения — мягкая и жесткая. Экстраполируя жесткую компоненту до нулевой толщины поглотителя и вычитая ее из общей интенсивности, получите зависимость мягкой компоненты от толщины поглотителя. Постройте полученные значения интенсивности I мягкой и жесткой компонент в координатах $\ln I$, t и рассчитайте по полученным кривым эффективные длины пробега мягкой и жесткой компонент в свинце и железе.

6. Рассчитайте абсолютные величины интенсивностей мягкой и жесткой компонент космических лучей (в единицах $(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{стер})^{-1}$). Для этого надо вычислить телесный угол, охватываемый телескопом. Если S — площадь детектора, а l — расстояние между ними, то телесный угол установки может быть оценен по формуле $\Omega = 4S/l^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзин В. С. Введение в физику космических лучей. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. Гл. 4.
2. Ципенюк Ю. М. Принципы и методы ядерной физики. — М.: Энергоатомиздат, 1993.
3. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1. — М.: Наука, 1968.

РАЗДЕЛ VIII

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Фотоны как газ бозе-частиц. Квантовая механика описывает присущие частицам микромира свойства, которые мы часто не можем объяснить на базе классических представлений. К таким особенностям относятся, например, корпускулярно-волновой дуализм микрообъектов в квантовой механике, открытый и подтвержденный на многочисленных опытных фактах, дискретность различных физических параметров, различные статистические свойства частиц с целым и полуцелым спином и многое другое.

Корпускулярно-волновой дуализм нашел свое отражение в соотношении неопределенностей, которое заключается в том, что неопределенности координаты (положения в пространстве) частицы и ее импульса связаны соотношением Гейзенberга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq 2\pi\hbar. \quad (8.1)$$

Следствием этого соотношения является тот факт, что в шестимерном фазовом пространстве координат и импульсов частицы минимальный объем, приходящийся на одно состояние, равен $(2\pi\hbar)^3$. Чтобы найти полное число состояний в фазовом объеме Γ , надо еще учесть вырождение состояния по полному моменту количества движения \mathbf{J} . Таким образом, число разрешенных состояний частиц N определяется по формуле:

$$N = (2J + 1) \frac{\Gamma}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (8.2)$$

Соответственно число уровней $g(E)$, приходящихся на единичный интервал энергии, равно

$$g(E) dE = \frac{dN}{dE} dE. \quad (8.3)$$

Фазовый объем, занимаемый частицей с импульсом \mathbf{p} в координатном объеме V , равен

$$\Gamma = \frac{4}{3}\pi p^3 V. \quad (8.4)$$

Таким образом, из формул (8.2), (8.3) и (8.4) следует:

$$g(E) dE = \frac{dN}{dE} dE = \frac{dN}{dp} \frac{dp}{dE} dE = (2J + 1) \frac{d}{dp} \left(\frac{4\pi p^3 V}{3(2\pi\hbar)^3} \right) \frac{dp}{dE} dE$$

и окончательно

$$g(E) dE = (2J+1) \frac{4\pi p^3 V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp}{dE} dE. \quad (8.5)$$

Электромагнитное поле может рассматриваться как газ частиц — фотонов, обладающих энергией $E = \hbar\omega$ и импульсом $p = \hbar k$, т. е. характеризующихся законом дисперсии $E = pc$. Спиновое вырождение для фотонов равно 2, так как оно определяется числом возможных направлений поляризации. Поэтому для фотонов число уровней, приходящихся на единичный интервал энергии, называемое статистическим весом, принимает следующий вид:

$$g(E) dE = \frac{VE^2}{\pi^2 c^2 \hbar^3} dE. \quad (8.6)$$

В квантовой механике вводится еще одно фундаментальное положение — принцип тождественности, согласно которому невозможно экспериментально различить одинаковые частицы. В классической механике частицы, тождественные по своим свойствам (массе, заряду и т. п.), все же не теряют своей индивидуальности. Например, электроны, входящие в состав какой-то физической системы, в начальный момент можно как бы «пронумеровать» и, следя за каждым из них в движении и по его траектории, «опознать» в любой последующий момент времени. квантово-механическое описание определяет лишь вероятность обнаружить частицы в соответствующих местах и тем самым исключает возможность различить одинаковые частицы «по номерам».

Вероятность, т. е. квадрат волновой функции, не должна меняться при перестановке тождественных частиц, что приводит к тому, что волновая функция системы может быть симметричной либо антисимметричной относительно перестановки частиц. Тем самым микрообъекты разделяются на два класса: ферми-частицы, обладающие полуцелым спином (в единицах \hbar) и характеризующиеся антисимметричными волновыми функциями, и бозе-частицы — частицы с целым спином и симметричными волновыми функциями. Кратко частицы этих двух классов называют *фермионами* и *бозонами*. Характер симметрии волновой функции, описывающей состояние частицы, принципиально влияет на поведение системы, состоящей из тождественных частиц. Однаковые фермионы не могут находиться в одном и том же состоянии (принцип запрета, или принцип Паули), для бозонов такого ограничения не существует — в одном и том же квантовом состоянии может находиться сколь угодно много бозонов.

Итак, рассмотрим электромагнитное поле в полости как фотонный идеальный газ, т. е. квантовую систему, состоящую из бозонов, так как фотон обладает спином, равным 1. Вообще говоря, это довольно распространенное утверждение неверно — спин определяется как собственный

момент количества движения, т. е. момент импульса в системе координат, где частица покоятся, а для фотона, движущегося со скоростью света, такой системы координат не существует. Правильнее говорить о полном моменте количества движения, который для оптических фотонов в преобладающем числе случаев равен 1. Это и имеют в виду, говоря, что спин фотона равен 1. Нас будет интересовать, сколько фотонов разной энергии имеется в нашем объеме, стенки которого нагреты до температуры T . Другими словами, нас интересует функция распределения бозонной системы по возможным состояниям, или, как говорят, статистика бозе-системы.

Рассмотрим атом с уровнями энергии E_1 и E_2 , такими, что $E_2 - E_1 = \hbar\omega$, где ω — частота фотона. Пусть в некотором объеме с зеркальными стенками находится в одном и том же состоянии n фотонов и один атом в возбужденном состоянии. Динамическое равновесие в системе достигается за счет того, что все время происходит то поглощение фотона атомом, то его испускание. Когда атом находится в нижнем состоянии, в системе имеется $(n + 1)$ фотон. За большое время t атом много раз будет находиться то в первом, то во втором состоянии, и число переходов N_{12} из первого во второе состояние практически будет равно числу обратных переходов N_{21} .

Если обозначить через $W_{12}^{(1)}$ вероятность перехода атома в возбужденное состояние под действием одного фотона, а через t_1 — время, которое атом проводит в нижнем состоянии, то можно записать:

$$N_{12} = W_{12}^{(1)}(n + 1)t_1 \simeq N_{21}. \quad (8.7)$$

Эту формулу мы можем преобразовать к числу переходов из возбужденного состояния в единицу времени под действием n фотонов

$$n_{21} = \frac{N_{21}}{t_1} = nW_{12}^{(1)} + W_{12}^{(1)} = W_{\text{инд}} + W_{\text{сп}}. \quad (8.8)$$

Первый член в формуле (8.8) зависит от числа имеющихся в системе фотонов и поэтому описывает индуцированные переходы, т. е. переходы, происходящие под действием внешнего излучения; второй член описывает вероятность спонтанного, т. е. самопроизвольного перехода атома из возбужденного состояния. Как видно, спонтанное излучение (переход из возбужденного в основное состояние сопровождается излучением фотона) — это индуцированный переход под влиянием одного фотона, т. е.

$$W_{\text{сп}} = W_{\text{инд}}^{(1)}. \quad (8.9)$$

Теперь мы можем рассмотреть более общий случай, когда в системе имеется много таких атомов, из которых N_1 атомов находится в основном состоянии, а N_2 — в возбужденном. В равновесии число атомов, переходящих из основного состояния в возбужденное, должно быть

равно числу обратных переходов за тот же временной интервал. Если среднее число фотонов данной энергии в системе равно \bar{n} , то условие равновесия можно записать в виде

$$N_1 \bar{n} W_{12}^{(1)} t = N_2 \bar{n} W_{21}^{\text{инд}} t + N_2 W_{21}^{\text{сп}} t. \quad (8.10)$$

Если температура этой системы будет столь велика, что $E_2 - E_1 \ll k_B T$, то число атомов в основном и возбужденном состояниях будет одинаково ($N_1 = N_2$), а это означает, что должно выполняться следующее соотношение между вероятностями переходов:

$$W_{12}^{(1)} = W_{21}^{\text{инд}} = W_{21}^{\text{сп}}. \quad (8.11)$$

При этом мы учли выражение (8.9) и тот факт, что при большой температуре $\bar{n} \gg 1$, а значит, вторым членом в уравнении (8.10) можно пренебречь.

Итак, мы получаем, что при любой конечной температуре

$$N_1(\bar{n}) = N_2(\bar{n} + 1), \quad (8.12)$$

то есть

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1}. \quad (8.13)$$

Но относительная заселенность уровней, т. е. отношение N_2/N_1 , при данной температуре определяется Больцмановским фактором $\exp[-\hbar\omega/(k_B T)]$, т. е. мы приходим к соотношению

$$\bar{n} \{1 - \exp[-\hbar\omega/(k_B T)]\} = \exp[-\hbar\omega/(k_B T)]. \quad (8.14)$$

Окончательно мы получаем, что при равновесии число фотонов с частотой ω в одном состоянии равно

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\hbar\omega/(k_B T)} - 1}. \quad (8.15)$$

Эта формула называется также распределением Бозе–Эйнштейна для средних чисел заполнения \bar{n} .

Теперь мы можем найти объемную спектральную плотность равновесного излучения, т. е. энергию излучения, отнесенную к единице объема и к единичному интервалу частоты. Для этого надо умножить энергию фотона на среднее число фотонов в состоянии с данной энергией и на число квантовых состояний в данном интервале энергии (формула (8.6)). В результате получим

$$u_\omega d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\omega}{\exp[\hbar\omega/(k_B T)] - 1} d\omega. \quad (8.16)$$

Полученное соотношение называется формулой Планка. Конечно, когда число возможных состояний в фазовом пространстве много больше числа частиц системы, статистика Бозе–Эйнштейна совпадает с классическим Больцмановским распределением.

Рассмотрим основные характеристики теплового излучения.

Полная (интегральная) испускательная способность, или энергетическая светимость R тела — это величина электромагнитной энергии W , испускаемой по всем направлениям единицей поверхности тела в единицу времени во всем интервале длин волн:

$$R = \frac{W}{S}. \quad (8.17)$$

Здесь S — излучающая поверхность. Величина R зависит от природы тела и его температуры.

Спектральная (монохроматическая) испускательная способность, или спектральная энергетическая светимость $r_{\lambda,T}$ тела — это физическая величина, численно равная величине электромагнитной энергии, испускаемой единицей поверхности тела по всем направлениям в единицу времени в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$:

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR}{d\lambda}. \quad (8.18)$$

Очевидно, что

$$R(T) = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (8.19)$$

Все тела в той или иной степени поглощают энергию падающего на них излучения. Спектральная поглощающая способность $a_{\lambda,T}$ тела есть безразмерная величина, показывающая, какую долю монохроматического потока $\Phi_{\text{пад}}$ электромагнитной энергии данное тело поглощает:

$$a_{\lambda,T} = \frac{\Phi_{\lambda \text{ погл}}}{\Phi_{\lambda \text{ пад}}}. \quad (8.20)$$

Интегральной поглощающей способностью тела или коэффициентом поглощения называется величина

$$A(T) = \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi_{\text{пад}}}. \quad (8.21)$$

Тело, полностью поглощающее падающее на него излучение всех длин волн, называется абсолютно черным. Для него $a_{\lambda,T} = 1$. Для всех других тел $a_{\lambda,T} < 1$.

Строго говоря, абсолютно черное тело — научная абстракция. Практическим примером абсолютно черного тела в видимой области спектра можно считать сажу — она излучает, поглощает, но не отражает излучение. Моделью абсолютно черного тела может служить замкнутая

полость с шероховатой хорошо поглощающей внутренней поверхностью. При наблюдении снаружи отверстие в полости кажется черным.

Связь между испускательной и поглощательной способностями любого тела устанавливает закон Кирхгофа

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T). \quad (8.22)$$

Закон Кирхгофа формулируется следующим образом: *отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, а является для всех тел одной и той же функцией длины волны и температуры.*

Так как для абсолютно черного тела $a_{\lambda,T} = 1$, то, применяя закон Кирхгофа к абсолютно черному телу, получим

$$r_{\lambda,T} = f(\lambda, T) = r_{\lambda,T}^{\text{акт}}. \quad (8.23)$$

Таким образом, универсальная функция $f(\lambda, T)$ Кирхгофа представляет собой функцию спектральной испускательной способности $r_{\lambda,T}^{\text{акт}}$ абсолютно черного тела. Поэтому для всех остальных (нечерных) тел закон излучения Кирхгофа записывается в виде

$$r_{\lambda,T} = a_{\lambda,T} r_{\lambda,T}^{\text{акт}}. \quad (8.24)$$

Так как для абсолютно черного тела $a_{\lambda,T} = 1$, то ясно, что оно является самым лучшим излучателем.

Зная законы излучения абсолютно черного тела, можно рассчитать равновесное излучение любого тела, если известна его поглощающая способность.

Основываясь на квантовой природе излучения, мы нашли аналитическое выражение функции распределения излучения по частотам в спектре абсолютно черного тела при заданной температуре. Эта функция, получившая название функции Планка, в зависимости от длины волны имеет вид:

$$r_{\lambda,T}^{\text{акт}} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp[hc/(\lambda k_B T)] - 1}. \quad (8.25)$$

Интегрируя функцию Планка по всему интервалу длин волн, получим закон Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела:

$$R_T^{\text{акт}} = \int_0^\infty r_{\lambda,T}^{\text{акт}} d\lambda = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} T^4, \quad (8.26)$$

или

$$R_T^{\text{акт}} = \sigma T^4, \quad (8.27)$$

где величина

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{К}^4} \quad (8.28)$$

называется постоянной Стефана–Больцмана.

Закон Стефана–Больцмана утверждает, что полная энергия, излучаемая абсолютно черным телом с 1 см^2 поверхности в 1 с, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры тела.

Пользуясь экспериментально полученным значением σ , Планк впервые нашел постоянную h по следующей формуле:

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 \sigma}}. \quad (8.29)$$

На рис. 8.1 изображены графики зависимостей спектральной энергетической испускательной способности от длины волны, даваемой формулой Планка, для нескольких температур. Площади, ограниченные кривыми на этом рисунке, определяют интенсивность полного излучения абсолютно черного тела.

Максимумы в спектрах излучения определяются из условия:

$$\frac{dr_{\lambda,T}^{\text{авт}}}{d\lambda} = 0, \quad (8.30)$$

что приводит, с использованием формулы Планка, к выражению

$$\lambda_{\max} T = b = 0,2897 \text{ см} \cdot \text{К}. \quad (8.31)$$

Этот закон называется законом смещения Вина, а константа b — постоянной смещения Вина. Как следует из выражения (8.31), максимум излучения абсолютно черного тела с увеличением температуры смещается, причем линейно по T , в сторону коротких длин волн.

Другие тела в отличие от черных называются нечерными телами. Для них коэффициент поглощения $a_{\lambda,T}$ меньше единицы. К этой категории тел относятся практически все тела, начиная от сажи, коэффициент поглощения которой близок к 0,99, и кончая хорошо полированными металлами, для которых коэффициент поглощения может составлять всего несколько процентов. Все нечерные тела излучают меньше абсолютно черного тела при той же температуре.

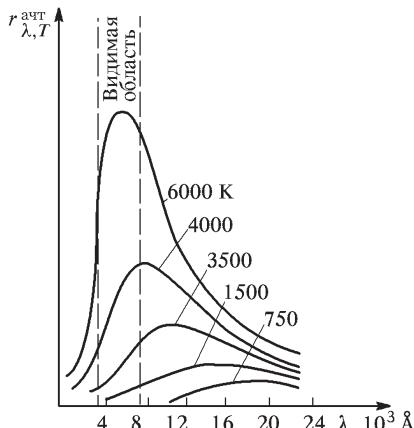


Рис. 8.1. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела при различных температурах

Вид функции $r_{\lambda,T}$, как правило, отличается от вида функции $r_{\lambda,T}^{\text{акт}}$. Поэтому закон Стефана–Больцмана для нечерных тел, вообще говоря, не выполняется.

Если поглощательная способность тела хотя и меньше единицы, но одинакова для всех длин волн и зависит от температуры, материала и состояния поверхности, то такое тело называют серым. Для серого тела распределение энергии излучения можно записать в виде, аналогичном распределению Планка, взятому при той же температуре, только мощность излучения с единицы поверхности у него меньше. Поэтому для серых тел закон Стефана–Больцмана записывается в виде

$$R_T = \varepsilon_T \sigma T^4. \quad (8.32)$$

Коэффициент излучения ε_T является безразмерной величиной и характеризует долю суммарного по спектру (интегрального) излучения данного материала от излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Если рассматривается не полное излучение, а излучение в узкой области спектра, то коэффициент излучения называется спектральным и обозначается $\varepsilon_{\lambda,T}$. Коэффициент излучения $\varepsilon_T < 1$, он зависит от материала, температуры, состояния излучающей поверхности и степени окисления.

Работа 8.1.

Определение постоянных Стефана–Больцмана и Планка из анализа теплового излучения накаленного тела

При помощи модели абсолютно черного тела (АЧТ) проводятся измерения температуры оптическим пирометром с исчезающей нитью и термопарой, исследуется излучение накаленных тел с различной испускательной способностью, определяются постоянные Планка и Стефана–Больцмана.

Для измерения температуры разогретых тел, удаленных от наблюдателя, применяют методы оптической пирометрии, основанные на использовании зависимости испускательной способности исследуемого тела от температуры. Различают три температуры, функционально связанные с истинной термодинамической температурой и излучательной способностью тела: радиационную $T_{\text{рад}}$, цветовую $T_{\text{цв}}$ и яркостную $T_{\text{ярк}}$.

Под радиационной (энергетической) температурой понимают температуру абсолютно черного тела, при которой его интегральная испускательная способность одинакова с интегральной испускательной способностью исследуемого тела.

Под цветовой температурой исследуемого тела понимают температуру абсолютно черного тела, при которой отношение их спектральных испускательных способностей для двух заданных длин волн одинаково.

Под яркостной температурой понимают температуру абсолютно черного тела, при которой его спектральная испускательная способность равна спектральной испускательной способности исследуемого тела при той же длине волны. Именно эту температуру мы будем измерять в данной работе.

Измерение яркостной температуры раскаленного тела производится при помощи оптического пирометра с исчезающей нитью, основанного на визуальном сравнении яркости раскаленной нити с яркостью изображения исследуемого тела. Равенство видимых яркостей, наблюдаемых через монохроматический светофильтр ($\lambda = 6500 \text{ \AA}$), фиксируется по исчезновению изображения нити на фоне раскаленного тела. Яркостный метод измерения температуры основан, в соответствии с формулой Планка, на зависимости испускательной способности абсолютно черного тела от температуры и длины волны.

Оптический пирометр представляет собой зрительную трубу, внутри которой имеется накаливаемая нить, расположенная в плоскости изображения исследуемого раскаленного тела, а также темно-красный светофильтр ($\lambda = 6500 \text{ \AA}$). Через окуляр одновременно наблюдается изображение исследуемого тела и раскаленной нити.

Если в том узком спектральном интервале, который пропускается светофильтром, яркость нити меньше яркости раскаленного тела, то нить видится темной полоской на светлом фоне, и наоборот. При совпадении яркостей нить перестает быть видимой на фоне изображения раскаленного тела. Регулировка яркости нити осуществляется изменением тока, протекающего через нее.

Шкалу прибора, измеряющего ток через нить, предварительно градируют по абсолютно черному телу, термодинамическую температуру которого измеряют с помощью термопары. Если тело, температуру которого определяют, излучает как абсолютно черное тело, то, мы тем самым можем с помощью пирометра найти его температуру. Если же тело излучает иначе, то определенное значение температуры является яркостной температурой. Яркостная температура тела всегда ниже его термодинамической температуры. Это связано с тем, что любое нечерное тело излучает меньше, чем абсолютно черное тело при той же температуре. Чтобы получить величину термодинамической температуры тела, надо вводить дополнительные поправки, которые определяются для каждого материала экспериментально.

В данной работе используется оптический пирометр с исчезающей нитью, проградуированный при изготовлении по абсолютно черному телу, так что его цифровое табло во время измерения высвечивает значение температуры накаленного тела в градусах Цельсия. Вначале с помощью модели абсолютно черного тела проверяется правильность работы пирометра, а затем с его помощью исследуется излучение различных материалов и вольфрамовой нити накаливания. Необходимая для обработки проводимых в данной работе измерений зависимость между

яркостной и термодинамической температурами вольфрама приведена на рис. 1.

По результатам измерений мощности излучения вольфрамовой нити можно судить о справедливости закона Стефана–Больцмана. Для этого

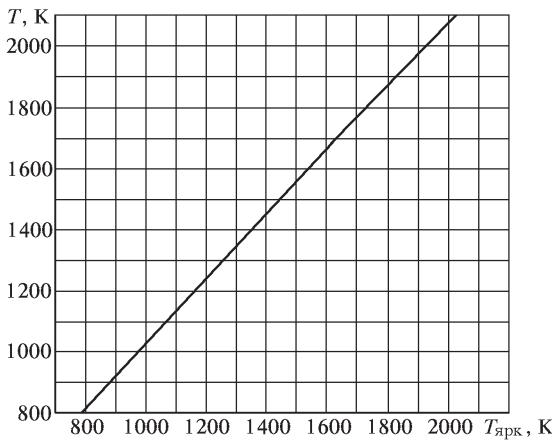


Рис. 1. График зависимости $T = f(T_{ярк})$ для вольфрама

следует мощность, потребляемую нитью, приравнять к излучаемому ею за единицу времени количеству энергии. Если бы нить излучала как абсолютно черное тело, то баланс потребляемой и излучаемой энергии определялся бы соотношением

$$W = \sigma S(T^4 - T_0^4), \quad (1)$$

где W — потребляемая нитью электрическая мощность, S — площадь излучающей поверхности нити, T — температура нити, T_0 — температура окружающей среды. Однако вольфрамовая нить излучает как нечерное тело. Среди нечерных тел выделяются так называемые серые тела, для которых характер распределения излучения совершенно подобен спектру абсолютно черного тела, но излучение ослаблено по сравнению с ним в ε_T раз для любой длины волны при данной температуре тела T .

Если предположить, что нить излучает как серое тело, то выражение (рис. 1) можно записать в виде

$$W = \varepsilon_T S \sigma T^4, \quad (2)$$

где мы учли, что реально температура вольфрама намного выше температуры окружающей среды. Значения коэффициента излучения ε_T при различных температурах приведены в табл. 1.

Измерив температуру вольфрамовой нити в зависимости от подводимой мощности, можно убедиться в справедливости закона Стефана–

Больцмана применительно к серому телу (в данном случае к вольфраму). Для этого нужно построить график зависимости $W(T)$ в логарифмическом масштабе и по наклона определить угол показатель степени n исследуемой температурной зависимости. Понятно, что в пределах погрешности показатель степени должен быть близок к четырем.

Из формулы (2) можно определить также и величину постоянной σ в законе Стефана–Больцмана. Некоторое отличие величин n и σ , полученных экспериментально, от теоретических значений может быть объяснено особенностью вольфрама, у которого наблюдается селективность излучения в коротковолновом диапазоне. Селективность излучения вольфрама становится особенно заметной при ярком накале, когда его температура составляет около 2400 К. Оказывается, что излучение в видимой области спектра существенно больше, чем это следует из распределения Планка, примененного к серому телу. Разницу между спектрами излучения абсолютно черного тела и вольфрама при температуре 2450 К иллюстрирует рис. 2.

В частности, именно поэтому вольфрам и выбран в качестве материала в лампах накаливания. При меньших температурах селективность излучения проявляется слабее, но при этом все большую роль играет теплоотвод от нити, что в свою очередь ведет к ошибке в определении величин n и σ .

Таблица 1. Поправочные коэффициенты излучения для вольфрама

$T, \text{К}$	$\varepsilon_{\lambda, T} (\lambda = 6500 \text{\AA})$	ε_T
800	0,460	0,067
900	0,458	0,081
1000	0,456	0,105
1100	0,454	0,119
1200	0,452	0,133
1300	0,450	0,144
1400	0,448	0,164
1500	0,446	0,179
1600	0,443	0,195
1700	0,441	0,209
1800	0,439	0,223
1900	0,437	0,236
2000	0,435	0,249

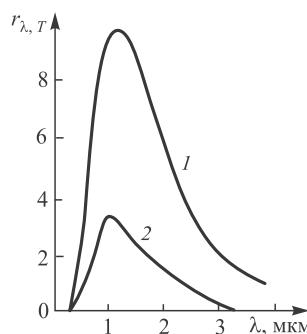


Рис. 2. Распределение энергии в спектре излучения: 1 — абсолютно черное тело; 2 — вольфрам. Температура 2450 К

Проведя измерения в диапазоне температур от 800 до 1500 °C, можно выяснить, в каком участке этого интервала температур вольфрамовая нить лампы накаливания излучает почти как серое тело, т. е. величины π и σ соответствуют теоретическим значениям.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка (рис. 3) состоит из оптического пирометра 9, модели абсолютно черного тела (АЧТ), трех исследуемых образцов (18, 19, 20), блока питания (1) и цифровых вольтметров B7-22A и B7-38.

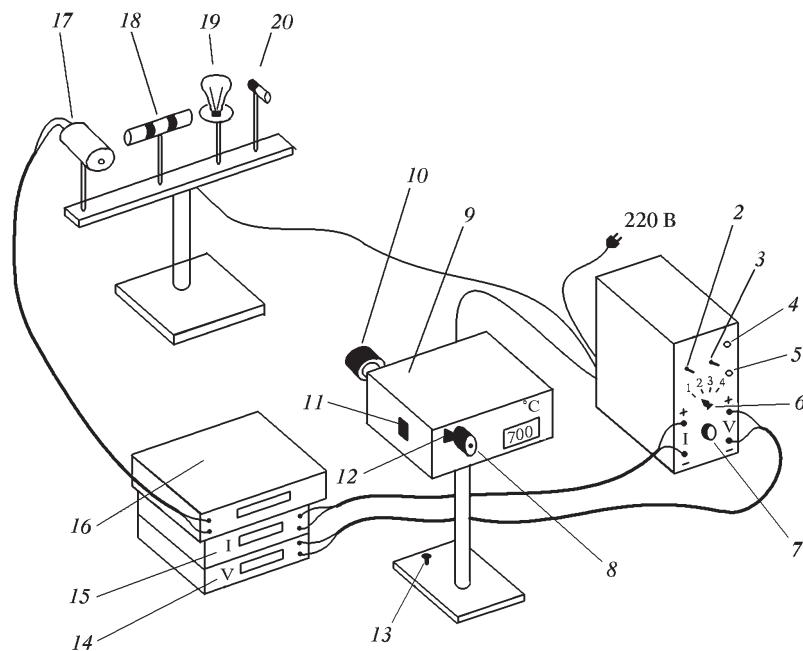


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: 1 — блок питания; 2 — тумблер включения питания пирометра и образцов; 3 — тумблер нагрева нити пирометра: «Быстро» — вверх, «Медленно» — вниз; 4 — кнопка «Нагрев нити»; 5 — кнопка «охлаждение нити»; 6 — тумблер переключения образцов; 7 — регулятор мощности нагрева образцов; 8 — окуляр пирометра; 9 — корпус пирометра; 10 — объектив пирометра; 11 — переключение диапазонов: 700–1200 °C — вниз, 1200–2000 °C — вверх; 12 — ручка перемещения красного светофильтра; 13 — регулировочный винт; 14 — вольтметр (напряжение на лампе накаливания); 15 — амперметр (ток через образцы); 16 — вольтметр в цепи термопары; 17 — модель АЧТ; 18 — трубка с кольцами из материалов с разной излучательной способностью; 19 — лампа накаливания; 20 — неоновая лампочка

Пирометр 9 с исчезающей нитью включает в себя объектив 10, окуляр 8, монохроматический (красный) светофильтр 4, позволяющий рассматривать в лучах красного цвета (6500 \AA) нить пирометра на фоне изображения накаленного исследуемого тела. Перемещение светофильтра осуществляется сектором 12. Пирометр имеет два диапазона измерений: $700 \div 1200^\circ\text{C}$ и $1200 \div 2000^\circ\text{C}$. Переключение осуществляется введением серого светофильтра при помощи переключателя 11 «Включение». регулировка накала нити пирометра выведена на лицевую панель блока питания.

Модель АЧТ представляет собой керамическую трубку диаметром 3 мм и длиной 50 мм, закрытую с одного конца и окруженную для теплозоляции внешним кожухом. Нагрев трубки осуществляется намотанной на ней никромовой спиралью, питаемой от источника тока. Полость трубы и особенно ее дно излучают практически как абсолютно черное тело. Температура модели АЧТ измеряется хромель-алюмелевой термопарой, один спай которой вмонтирован в дно трубы, а другой находится при комнатной температуре на клемме цифрового вольтметра В7-38, измеряющего ЭДС термопары.

В работе исследуются три образца. Один образец выполнен в виде керамической трубы с набором колец из различных материалов, нагреваемой изнутри никромовой спиралью. Материалы колец имеют различную испускательную способность. Спираль подключается к источнику питания 1 с помощью переключателя 6 (положение 2) и может нагревать трубку до температуры около 1100°C . Термодинамическая температура колец практически одинакова и равна температуре трубы.

Другой исследуемый образец — вольфрамовая нить электрической лампочки. Она питается от источника 1, когда переключатель 6 находится в положении 3. Сила тока через вольфрамовую нить измеряется с помощью прибора В7-22А (15). Падение напряжения на самой нити измеряется непосредственно вольтметром В7-22А (16). Таким образом, зная показания обоих приборов, можно определить мощность, потребляемую нитью лампочки.

Источник питания 1, используемый в работе, снабжен устройством, отключающим в случае перегрузки прибор от потребителя, в этот момент загорается сигнальная лампочка «перегрузка» на передней панели прибора. Если это произойдет, то надо отключить питание прибора от сети 220 В и уменьшить напряжение на его выходе, а затем повторно включить источник питания.

Задание

I. Изучение работы оптического пирометра

В этой части работы с помощью пирометра измеряется температура модели АЧТ и проводится сравнение ее значения со значением температуры, измеренной при помощи термопарного термометра.

Для этого:

1. Выведите оба светофильтра пирометра (серый и красный) с помощью переключателя 11 и и сектора 12.

2. Подключите питание пирометра и образцов с помощью тумблера 2 к сети 220 В. На табло пирометра высветится «700» °С.

3. Нажмите кнопку 4 и, удерживая ее, доведите показания пирометра, а, следовательно, и температуру его нити до $900 \div 950$ °С. (Для ускорения нагрева нити следует переключить тумблер 3 в положение «Быстро»). При этом в окуляре 8 проявится изображение раскаленной нити лампы пирометра. Перемещением окуляра добейтесь резкой видимости нити в поле зрения.

Направьте пирометр на модель АЧТ. Переключатель 6 поставьте в положение 1 (АЧТ), подав тем самым питание на нагревательную спираль модели АЧТ. Поверните ручку 7 регулятора мощности нагрева по часовой стрелке до упора. Через 10–15 минут дно модели АЧТ нагреется до красного каления.

Перемещением объектива 10 пирометра добейтесь четкого изображения поверхности дна модели АЧТ.

4. Введите поворотом сектора 12 красный светофильтр пирометра.

5. Нажмите и удерживайте кнопку 4 или 5, увеличивая или уменьшая ток через нить пирометра, добейтесь исчезновения нити на фоне изображения раскаленной поверхности дна модели АЧТ. Опыт повторите несколько раз, подходя поочередно от меньшей яркости, когда нить кажется темной на фоне дня АЧТ, и от большей яркости, когда нить кажется более светлой, чем дно АЧТ.

Для ускорения нагрева нити следует переключить тумблер 3 в положение «Быстро».

6. Определите по шкале пирометра значение яркостной температуры модели АЧТ (она равна его термодинамической температуре). Одновременно следует измерить температуру модели АЧТ при помощи хромель-алюмелевой термопары и цифрового вольтметра 16. Постоянная термопары $41 \text{ мкВ/}^{\circ}\text{C}$. Учтите, что температура модели АЧТ измеряется термопарой относительно температуры комнаты.

Убедитесь, что значения температуры, получаемые обоими способами, мало отличаются друг от друга (не более 5%) и, следовательно, оптический пирометр работает исправно.

II. Измерение яркостной температуры накаленных тел

Этот эксперимент предполагает показать, что различные тела, накаленные до одинаковой термодинамической температуры, имеют различную яркостную температуру.

Направьте пирометр на поверхность керамической трубы с кольцами из различных материалов. Переключатель 6 поставьте в положение 2 «Кольца». Так же, как и в пункте I, установив регулятор мощности нагрева 7 на максимум, нагрейте трубку до темно-красного каления (до $\simeq 900$ °С).

Измерьте яркостную температуру поверхности трубы и каждого из колец.

Объясните различие яркостных температур каждого из колец при их одинаковой термодинамической температуре.

Выдвиньте регулятор мощности нагрева на минимум, повернув ручку 7 до упора против часовой стрелки.

III. Проверка закона Стефана–Больцмана

1. Направьте пирометр на нить лампы накаливания. Поставьте переключатель 6 в положение 3 («Лампа»).

2. Постепенно увеличивая при помощи ручки «7» накал нити лампы, начиная со слабого темно-красного накала ($\approx 900^\circ\text{C}$) вплоть до 1900°C , измеряйте пирометром яркостную температуру нити через каждые 100°C . При каждом измерении температуры необходимо записывать также величину тока и падения напряжения на нити лампы.

При измерении температуры выше 1400°C необходимо переместить переключатель диапазонов 11 вверх — на $1200 \div 2000^\circ\text{C}$.

3. Для каждого значения измеренной яркостной температуры найдите термодинамическую температуру вольфрамовой нити лампы, пользуясь графиком $T = f_1(T_{\text{ярк}})$. T — абсолютная температура. Вычислите для каждого значения термодинамической температуры мощность, потребляемую нитью лампы. Результаты представьте в виде графика $W = f_2(T)$.

4. Для проверки закона Стефана–Больцмана постройте в логарифмическом масштабе график зависимости $W = \varepsilon_T B T^n$, т. е. функцию

$$\ln W = \ln(\varepsilon_T B) + n \ln T$$

и определите величину n как тангенс угла наклона прямой в области высоких температур, когда мощность, подводимая к нити, практически полностью расходуется на излучение. Величина n должна быть близка к 4. Значение ε_T для вольфрама берется из табл. 1.

Понятно, что $B = S \cdot \sigma$, где S — эффективная площадь излучающей поверхности нити лампы при температуре более 1500°C , когда вся нить одинаково накалена; σ — постоянная Стефана–Больцмана; $S = 0,36 \text{ см}^2$.

5. Найдите величину постоянной Стефана–Больцмана по формуле

$$\sigma = \frac{W}{\varepsilon_T S T^4}$$

для каждого измеренного значения T , превышающего 1700 K .

6. По найденным значениям σ определите величину постоянной Планка h по формуле (8.29). Оцените точность определения постоянных σ и h .

IV. Измерение «яркостной температуры» неоновой лампочки

Направьте пирометр на неоновую лампочку. Поставьте переключатель 6 в положение 4 («Неоновая лампочка») и измерьте пирометром

«яркостную температуру» неоновой лампочки. Дотронувшись до лампочки рукой, убедитесь, что термодинамическая температура лампочки не соответствует измеренной «яркостной температуре» нагреветого тела. Как можно объяснить этот факт?

Дополнительное задание

1. Оцените, какая часть мощности, потребляемой нитью накала лампы, расходуется за счет теплоотвода и как это влияет на определение величин n и σ . При этой оценке воспользуйтесь данными эксперимента с нитью лампы и реальными размерами ее элементов.

2. Согласно закону смещения Вина, максимум в спектре излучения тела с повышением температуры смещается в сторону коротких волн. Поэтому отношение интенсивности излучения в синей области спектра $r_c(T)$ к интенсивности излучения в красной области спектра r_k будет возрастать с повышением температуры нити в диапазоне $3500 \div 6000$ К, т. е.

$$\frac{r_c(T)}{r_k(T)} = f(T).$$

Чтобы убедиться в этом, внимательно изучите ход кривых, изображенных на рис. 8.1, в видимой области спектра.

Экспериментально проверку закона смещения Вина можно осуществить следующим образом. Сфокусируйте нить лампы на фотоэлемент и измерьте фототок в присутствии синего, а потом красного светофильтра. Отношение фототоков будет такой же возрастающей функцией температуры нити, как и для интенсивностей излучения нити (при неизменной чувствительности фотоэлемента).

Если построить график $f(T)$, то получится кривая, ординаты которой возрастают с повышением температуры, что и подтверждает, хотя и качественно, закон смещения Вина.

Фототок в эксперименте определяется для каждого светофильтра с помощью цифрового вольтметра, измеряющего напряжение на известном омическом сопротивлении, включенном в цепь фотоэлемента. В целях экономии времени температуру нити лампы можно устанавливать через 100°C по значениям U и I , ранее найденным при выполнении лабораторной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в квантовую физику. — М.: Наука, 1988. Гл. IX, §§ 41–44.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. IV. Оптика. — М.: Физматлит, 2008. Гл. X.
3. Ландсберг Г. С. Оптика. — М.: Наука, 1976. Гл. 36–37, §§ 194–202.

РАЗДЕЛ IX

ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Квантово-механическая природа обменного взаимодействия. Как мы уже отмечали (см. раздел VIII), в квантовой механике одинаковые частицы являются полностью тождественными. Что это означает? В классической механике мы можем пометить частицы, то есть, например, при упругом ударе одного биллиардного шара по другому можно указать, какой из шаров после соударения покатился вправо, а какой влево. В квантовой механике это в принципе невозможно из-за отсутствия траекторий у частиц и перекрытия их волновых функций в области, где происходит столкновение. Одинаковые частицы в квантовой механике теряют свою индивидуальность, что отражается введением так называемого *принципа тождественности частиц*.

Если формулировать принцип тождественности на языке волновых функций, то это означает, что волновые функции системы, получающиеся друг из друга перестановкой пар одинаковых частиц, могут отличаться только множителем e^{if} , где f — вещественное число. Добавление этого множителя не меняет ни плотности вероятности $|\Psi|^2$ обнаружения частиц, ни средних значений физических величин. Если переставить частицы еще раз, то получится функция, отличающаяся от исходной множителем e^{2if} . Так как при этом система возвращается в исходное состояние, то $e^{2if} = 1$ и $e^{if} = \pm 1$. Следовательно, перестановка пары частиц местами либо оставляет волновую функцию неизменной, либо меняет ее знак. Так как состояние частицы характеризуется как ее положением в координатном пространстве, так и ориентацией ее спина, то в первом случае волновая функция является *симметричной* функцией координат и проекций спинов частиц, а во втором — *антисимметричной*.

Как показывает опыт, симметрия или антисимметрия волновой функции зависит от спина частиц. Частицы с полуцелым спином, в том числе электроны, протоны, нейтроны, описываются только антисимметричными волновыми функциями; они подчиняются статистике Ферми–Дирака и потому называются *фермионами*. Частицы с целым спином — фотоны, мезоны и др. — описываются только симметричными волновыми функциями; они подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна и называются *бозонами*. Как показал Паули, этот опытный факт может быть обоснован в рамках квантовой теории поля.

Антисимметрия волновых функций одинаковых частиц с полуцелым спином — фермионов — приводит к особенно простым и наглядным следствиям в приближении невзаимодействующих частиц. Если пренебречь взаимодействием частиц друг с другом, то каждую частицу

системы можно считать находящейся в определенном состоянии и волновую функцию всей системы представить в виде произведения волновых функций отдельных частиц. Полная энергия \mathcal{E} системы будет равна сумме энергий частиц системы. Рассмотрим для простоты систему из двух частиц. В этом случае энергия системы $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$, где \mathcal{E}_1 — энергия первой частицы в определенном состоянии $\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1, s_{z1})$, а \mathcal{E}_2 — энергия второй частицы в состоянии $\Psi_\beta(\mathbf{r}_2, s_{z2})$. Здесь $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — координаты первой и второй частиц, а s_{z1} и s_{z2} — проекции их спинов на ось z . Решением уравнения Шредингера для системы двух частиц будет произведение

$$\Psi_I = \Psi_\alpha(\mathbf{r}_1, s_{z1})\Psi_\beta(\mathbf{r}_2, s_{z2}). \quad (9.1)$$

Если под цифрами 1 и 2 понимать совокупность всех переменных, от которых зависят волновые функции первой и второй частиц, то волновую функцию системы можно переписать в виде

$$\Psi_I(1, 2) = \Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2). \quad (9.2)$$

Такая запись волновой функции системы страдает тем недостатком, что мы, как это было в классике, как бы пометили частицы, то есть указали, какая частица имеет номер 1, а какая номер 2. Ясно, что в случае одинаковых частиц решение уравнения Шредингера для состояния с той же энергией \mathcal{E} может иметь вид

$$\Psi_{II}(1, 2) = \Psi_\alpha(2)\Psi_\beta(1). \quad (9.3)$$

Теперь вторая частица находится в состоянии Ψ_α с энергией \mathcal{E}_1 , а первая — в состоянии Ψ_β с энергией \mathcal{E}_2 . Таким образом, имеется двукратное вырождение, связанное с симметрией задачи по отношению к перестановке частиц местами.

Рассмотрим, как правильно записать волновую функцию всей системы. Согласно принципу суперпозиции, любая линейная комбинация Ψ_I и Ψ_{II} вида

$$\Psi = c_1\Psi_I + c_2\Psi_{II}, \quad (9.4)$$

(где c_1, c_2 — произвольные константы) будет также решением уравнения Шредингера. Так как волновая функция системы должна быть либо симметричной, либо антисимметричной, то или $c_1 = c_2$, или $c_1 = -c_2$. Нормированная на единицу симметричная функция при $\alpha \neq \beta$ (частицы находятся в разных состояниях) имеет вид

$$\Psi_s(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) + \Psi_\alpha(2)\Psi_\beta(1)], \quad (9.5)$$

а антисимметричная функция —

$$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) - \Psi_\alpha(2)\Psi_\beta(1)] \quad (9.6)$$

($1/\sqrt{2}$ — нормировочный множитель). Эти формулы легко обобщить на случай систем из любого числа частиц.

Из формулы (9.6), описывающей волновую функцию системы невзаимодействующих фермионов, следует крайне интересный и принципиальный для поведения фермионов результат. Если бы две частицы оказались в одном и том же состоянии ($\Psi_\alpha = \Psi_\beta$, т. е. в одной и той же точке пространства и в одном и том же спиновом состоянии), то волновая функция (9.6) обратилась бы в нуль. Это означает, что в системе одинаковых частиц с полуцелым спином две (или более) частицы не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. Это утверждение называется *принципом исключения Паули* или просто *принципом Паули*. В общем случае для систем одинаковых взаимодействующих частиц с полуцелым спином принципом Паули называют требование антисимметрии волновых функций.

Тождественность одинаковых частиц приводит в квантовой механике к специальному взаимодействию между ними, называемому *обменным взаимодействием*. Рассмотрим происхождение этого взаимодействия на примере системы из двух электронов.

Если пренебречь спин-орбитальным взаимодействием (оно всегда намного меньше кулоновского), то волновую функцию можно представить как произведение координатной функции $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ на спиновую функцию $S(s_{z1}, s_{z2})$, зависящую только от спиновых переменных, т. е.

$$\Psi(1, 2) = \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)S(s_{z1}, s_{z2}). \quad (9.7)$$

Согласно принципу Паули, волновая функция Ψ системы должна быть антисимметричной — при перестановке координат частиц \mathbf{r} и спиновых переменных s_z она должна менять знак. Это возможно в двух случаях: либо спиновая функция S антисимметрична, а координатная Φ симметрична, либо, наоборот, спиновая функция симметрична, а координатная антисимметрична. В первом случае спины электронов антипараллельны (так называемое парасостояние), а во втором — параллельны (ортосостояние).

Специфика обменного взаимодействия особенно отчетливо проявляется в состояниях, когда волновую функцию можно представить в виде произведения волновых функций отдельных частиц. Если через Ψ_α обозначить координатную волновую функцию одного из электронов в состоянии α , а через Ψ_β — координатную волновую функцию другого электрона в состоянии β , то, согласно формулам (9.5) и (9.6), координатную функцию системы из двух электронов следует записать так:

$$\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\Psi_\beta(\mathbf{r}_2) \pm \Psi_\alpha(\mathbf{r}_2)\Psi_\beta(\mathbf{r}_1)]. \quad (9.8)$$

Знак «плюс» соответствует симметричной координатной функции, «минус» — антисимметричной.

Если оба электрона находятся возле одного силового центра (как в случае атома гелия), то формула (9.8) справедлива при $\alpha \neq \beta$. Если же электроны находятся у разных силовых центров (как в молекуле водорода), то эта формула справедлива и при $\alpha = \beta$.

Найдем среднюю потенциальную энергию электронов, находящихся в состоянии (9.8). Оператор энергии взаимодействия между электронами $\hat{U} = e^2/r_{12}$, где r_{12} — расстояние между ними. Среднее значение этой энергии равно

$$\langle U \rangle = \int \Phi^* \hat{U} \Phi dv_1 dv_2. \quad (9.9)$$

Интегрирование производится по координатам \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 :

$$dv_1 = dx_1 dy_1 dz_1, \quad dv_2 = dx_2 dy_2 dz_2. \quad (9.10)$$

Введем следующие обозначения (имеющие, как мы потом увидим, четкий физический смысл):

$$\begin{aligned} \rho_\alpha(\mathbf{r}_1) &= -e|\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1)|^2, \\ \rho_\beta(\mathbf{r}_2) &= -e|\Psi_\beta(\mathbf{r}_2)|^2, \\ \rho_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1) &= -e\Psi_\alpha^*(\mathbf{r}_1)\Psi_\beta(\mathbf{r}_1), \\ \rho_{\alpha\beta}^*(\mathbf{r}_2) &= -e\Psi_\alpha(\mathbf{r}_2)\Psi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \end{aligned} \quad (9.11)$$

и выразим через них среднюю потенциальную энергию электронов (9.9), подставив туда выражение для волновой функции (9.8):

$$\langle U \rangle = \int \frac{\rho_\alpha(\mathbf{r}_1)\rho_\beta(\mathbf{r}_2)}{r_{12}} dv_1 dv_2 \pm \int \frac{\rho_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1)\rho_{\alpha\beta}^*(\mathbf{r}_2)}{r_{12}} dv_1 dv_2 = K \pm A. \quad (9.12)$$

В данной формуле учтено, что получаемые при подстановке волновой функции (9.8) интегралы от выражений

$$[\Psi_\alpha^*(\mathbf{r}_1)\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1)][\Psi_\beta^*(\mathbf{r}_2)\Psi_\beta(\mathbf{r}_2)] = |\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1)|^2 |\Psi_\beta(\mathbf{r}_2)|^2$$

и

$$[\Psi_\alpha^*(\mathbf{r}_2)\Psi_\alpha(\mathbf{r}_2)][\Psi_\beta^*(\mathbf{r}_1)\Psi_\beta(\mathbf{r}_1)] = |\Psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 |\Psi_\beta(\mathbf{r}_1)|^2$$

равны, так как эти выражения отличаются лишь индексами.

Первый член, K , имеет простой и наглядный смысл: $\rho_\alpha(r_1)$ и $\rho_\beta(r_2)$ можно рассматривать как плотности зарядов первого и второго электронов, «размазанных» в пространстве вследствие движения. Он характеризует обычное классическое взаимодействие двух заряженных тел с такими плотностями зарядов. Второе слагаемое имеет существенно квантовое происхождение и называется *обменной энергией*. Эта энергия не имеет классического аналога. Обменная энергия появляется из-за того, что состояние двух тождественных частиц должно описываться

не функциями $\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\beta(\mathbf{r}_2)$ или $\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)\psi_\beta(\mathbf{r}_1)$, а только их симметричными или антисимметричными комбинациями. Волновая функция (9.8) описывает определенную корреляцию в движении обоих электронов.

Величины $\rho_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1)$, $\rho_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_2)$, называемые иногда обменной плотностью, нельзя истолковать как обычные плотности заряда: они могут быть и комплексными. Величина же $|\rho_{\alpha\beta}|^2/e^2$ представляет собой плотность вероятности нахождения обоих электронов в одной и той же точке (\mathbf{r}_1 или \mathbf{r}_2) пространства, что легко видно из формул (9.11).

Существенно при этом, что, подобно энергии K , обменная энергия A является результатом кулоновского взаимодействия — она пропорциональна квадрату заряда электрона. Появление обменной энергии не означает существования сил особой природы. Добавление еще одного члена к обычной кулоновской энергии обусловлено лишь спецификой квантовых законов поведения систем одинаковых частиц.

Обменная энергия представляет собой дополнительный вклад в полную энергию при любых, а не только при электромагнитных взаимодействиях. Основные общие свойства обменной энергии таковы. Во-первых, она отличается от нуля только в том случае, когда волновые функции ψ_α и ψ_β (или, более наглядно, «электронные облака») перекрываются (см. рис. 9.1). Это означает, что некоторую долю времени частицы проводят в одной и той же области пространства. Если волновые функции не перекрываются, то $\rho_{\alpha\beta} = 0$. Чем больше степень перекрытия волновых функций, тем больше обменная энергия. Во-вторых, обменная энергия, в отличие от обычной, может иметь любой знак в зависимости от того, симметрична или антисимметрична спиновая функция. Поэтому, благодаря обменной энергии, в одной и той же системе могут существовать как силы притяжения, так и силы отталкивания.

Сам факт наличия у частицы полуцелого спина приводит к существованию различных состояний в системе, отличающихся знаком обменной энергии. Так, уровни энергии парагелия (спины электронов антипараллельны) существенно отличаются от уровней ортогелия (спины параллельны). В зависимости от знака обменной энергии в природе реализуются ферромагнетики — магнитные вещества с одинаково ориентированными спинами — и антиферромагнетики, у которых спины соседних электронов антипараллельны.

Обменная энергия обуславливает большой круг различных явлений. Она заметно влияет на энергию стационарных состояний во всех атомах, начиная с гелия. Обменной энергии принадлежит главная роль в

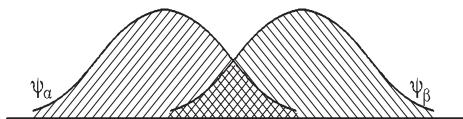


Рис. 9.1. Перекрытие волновых функций φ_α и φ_β двух электронов, приводящее к появлению обменной энергии

образовании ковалентной химической связи в молекулах и кристаллах, например, в кристаллах германия и кремния. Эта энергия имеет также важное значение во внутриядерных взаимодействиях и т. д.

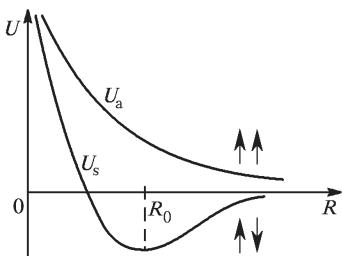


Рис. 9.2. Потенциальная энергия взаимодействия водородных атомов при параллельных и антипараллельных ориентациях электронных спинов

имеет минимум. Следовательно, на некотором расстоянии R_0 друг от друга ядра будут находиться в состоянии устойчивого равновесия, и при этом образуется молекула водорода H_2 .

Будут ли ядра притягиваться или отталкиваться друг от друга, зависит от знака обменной энергии A . Притяжение ядер атомов водорода

друг к другу в случае антипараллельных спинов электронов и отталкивание при параллельных спинах можно наглядно объяснить следующим образом. На рис. 9.3 изображены симметричные (спины электронов антипараллельны) и антисимметрические (спины параллельны) координатные волновые функции электронов. Обе комбинации координатной и спиновой части волновой функции обеспечивают антисимметрию полной волновой функции. Когда атомы находятся далеко друг от друга, волновые функции электронов не перекрываются.

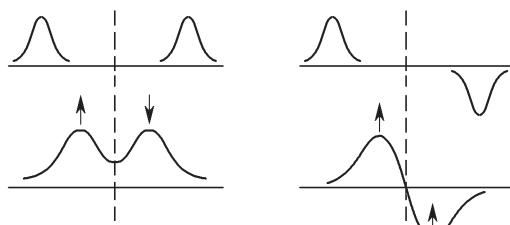


Рис. 9.3. Качественное изображение волновой функции электронов с параллельными (справа) и антипараллельными (слева) спинами при различных расстояниях между ядрами атомов водорода

обеспечивают антисимметрию полной волновой функции. Когда атомы находятся далеко друг от друга, волновые функции электронов не перекрываются.

При сближении атомов водорода координатная часть волновой функции начинает существенно отличаться для параллельных и антипарал-

льных спинов. Энергия электрона состоит из двух частей — электростатической потенциальной энергии электрона в поле двух протонов и кинетической энергии, пропорциональной $|\nabla\psi|^2$ (кинетическая энергия пропорциональна квадрату импульса частицы, а оператор импульса в квантовой механике равен $\hat{p} = -i\hbar\nabla$). При антипараллельных спинах оба этих слагаемых меньше, чем при параллельных. Вероятность пребывания электронов в области между ядрами достаточно велика и, находясь в этой области, электроны притягивают ядра к себе, что приводит к уменьшению потенциальной энергии, а кинетическая энергия меньше, так как в области между ядрами $|\nabla\psi|^2 \simeq 0$. Если же спины параллельны, то волновая функция обращается в нуль посередине между ядрами, плотность электрического заряда электронного облака между ядрами минимальна, и они отталкиваются друг от друга, тем самым увеличивается потенциальная энергия, а кинетическая энергия электронов, определяемая градиентом волновой функции, также в этом случае больше.

Теперь можно легко обосновать, эмпирическое правила Хунда, заключающееся в том, что минимуму энергии атома с незаполненными электронными оболочками соответствует максимально возможное значение спина S . Аналогично приведенному выше рассуждению, максимум S соответствует минимуму энергии потому, что при этом электроны разделены пространственно и их кулоновская энергия понижается. Иными словами, для системы из нескольких электронов наибольшему спину соответствует «наиболее антисимметричная» координатная функция. Для правила Хунда существует следующее мнемоническое правило, носящее название *правила электрички*. Пассажиры всегда занимают вначале свободные места по ходу поезда, как бы «выстраиваясь» вдоль вагона, а уж затем занимаются места против хода.

Обратимся теперь к роли обменного взаимодействия в магнетизме веществ. В классической физике все магнитные свойства микро- и макросистем определяются только магнитными взаимодействиями микрочастиц. В то же время температура Кюри T_C многих ферромагнетиков порядка $10^2 \div 10^3$ К и, следовательно, соответствующие этим температурам энергии $k_B T_C \simeq 10^{-14} \div 10^{-13}$ эрг ($0,01 \div 0,1$ эВ), что в десятки или сотни раз больше любой возможной энергии чисто магнитной связи. Кроме того, опыты Дорфмана (1927 г.) по определению отклонения β -частиц в спонтанно намагниченном ферромагнетике однозначно показали, что внутри ферромагнетика нет никакого эффективного поля магнитного происхождения. Следует упомянуть в связи с этим и результаты опытов Эйнштейна и де Гааза (1915 г.), в которых была впервые обнаружена связь между магнитным и механическим моментами. Из этих экспериментов следовало, что отношение магнитного момента μ к механическому M для ферромагнитного образца равно

$$\frac{\mu}{M} = -\frac{e}{mc}. \quad (9.13)$$

Это отношение вдвое больше ожидавшейся величины для орбитального движения электрона, и тем самым опыт Эйнштейна–де Гааза показывает, что магнетизм связан не с пространственным движением электрона, а с его спином.

Эти факты позволяют предположить, что такое яркое магнитное явление, как ферромагнетизм, по своему происхождению в основном не является магнитным эффектом, а обусловлено кулоновскими силами связи атомных носителей магнетизма в твердом теле. Выше на примере молекулы водорода было показано, что энергия молекулы существенным образом зависит от ее магнитного состояния и определяется знаком обменного взаимодействия. Естественно предположить, что именно обменное взаимодействие ответственно и за возникновение спонтанной намагниченности ферромагнетика. Идея того, что существенная зависимость энергии от намагниченности, которая вытекает из принципа Паули, может сделать намагниченное состояние более выгодным, была внесена в теорию ферромагнетизма впервые в 1928 г. независимо В. Гейзенбергом и Я. И. Френкелем.

Простейшая модель ферромагнетизма основывается на представлении, что вся обусловленная принципом Паули зависимость энергии от намагниченности проявляется посредством энергии обмена, и фактически она является непосредственным обобщением теории молекулы водорода на случай большого числа атомов. Иными словами, предполагается, что имеется система (кристалл), состоящая из N водородоподобных атомов, электроны которых находятся в S -состоянии. Обменная энергия кристалла есть сумма обменных энергий между соседними атомами и записывается следующим образом:

$$U_{\text{обм}} = -2 \sum' J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j. \quad (9.14)$$

В этом выражении $\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j$ — скалярное произведение векторов i -го и j -го спинов (энергия взаимодействия записана в виде, аналогичном взаимодействию двух магнитных диполей), а штрих у знака суммы означает, что при суммировании, чтобы не учитывать каждую пару дважды, надо считать, что $i < j$. Так как в квантовой механике проекции спина на заданную ось могут принимать лишь дискретные значения, то и скалярное произведение в формуле (9.14) принимает лишь дискретные значения.

Применим в качестве примера выражение (9.14) для разобранного нами случая молекулы водорода. Для каждого атома магнитное квантовое спиновое число $m_s = \pm 1/2$, и если обменный интеграл J отрицателен для рассматриваемой конфигурации электронов, то энергия тройплетного состояния ($S_i = S_j = 1/2$) равна

$$U_{\text{обм}} = -2(-|J|) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}|J|, \quad (9.15)$$

а в синглетном ($S_i = 1/2, S_j = -1/2$)

$$U_{\text{обм}} = -2(-|J|) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}|J|. \quad (9.16)$$

При написании выражений (9.15) и (9.16) мы воспользовались классическим выражением для модуля спина (вместо квантового $\sqrt{S(S+1)}$). Это вполне допустимо при качественных оценках. Разность энергий синглетного и триплетного состояний, равная $-|J|/2 - |J|/2 = -|J|$, есть фактически энергия, связанная с переворотом спина, и равна обменному интегралу. В соответствии с полученным ранее результатом, синглетное состояние молекулы водорода действительно обладает более низкой энергией.

Итак, если обменный интеграл положителен, то низшую энергию имеет симметричное состояние (простейшим примером является ферромагнитное состояние), а если он отрицателен, то низшую энергию имеет антисимметричное состояние (этот случай соответствует антиферромагнитному состоянию с антипараллельными спинами).

В заключение следует сделать несколько замечаний. Первоначальная теория Гейзенberга–Френкеля выявила квантовую первопричину магнитного упорядочения. Из нее следуют два важнейших принципиальных вывода:

- 1) если обменный интеграл положителен, то может возникнуть состояние самопроизвольной намагниченности — ферромагнетизм;
- 2) величина энергии обменного взаимодействия достаточна для возникновения ферромагнетиков с температурой Кюри порядка 10^3 К.

Правильная в своей основе, эта теория позволила понять целый ряд опытных данных. Энергия взаимодействия электронов между собой (перекрытие электронных оболочек) как энергия взаимодействия одноименных зарядов положительна, а энергия взаимодействия электронов и ядер — отрицательна. Поэтому благоприятствовать положительному значению J будет увеличение отношения расстояния между ионами в кристалле a к радиусу электронной оболочки r_n , хотя при этом абсолютное значение J должно уменьшаться. Грубо говоря, атомы ферромагнитного вещества должны находиться достаточно далеко друг от друга, и эти условия действительно соблюдаются на опыте. Все ферромагнитные элементы принадлежат к числу переходных элементов, а ферромагнитные сплавы и соединения обязательно содержат в себе переходные элементы. Именно у переходных элементов имеется незаполненная электронная d -оболочка, то есть электронная оболочка с большим орбитальным числом l и не равным нулю суммарным спиновым моментом.

На рис. 9.4 показана вычисленная Г. Бете зависимость обменного интеграла от величины отношения ν постоянной решетки a к диаметру незаполненной оболочки $2r_n$, которая качественно правильно отражает зависимость обменного интеграла от расстояния.

Ферромагнитные элементы Fe, Co, Ni имеют наибольшее значение обменного интеграла, у гадолиния и некоторых других редкоземельных элементов ν уже очень велико, поэтому обменный интеграл у них хотя и положителен, но мал, и точки Кюри низкие.

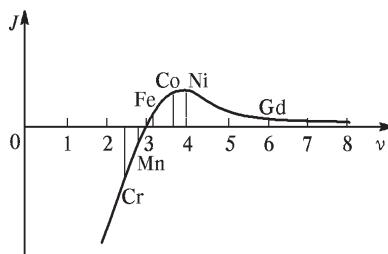


Рис. 9.4. Зависимость обменного интеграла от отношения постоянной решетки к диаметру электронной «орбиты» в d -состоянии

Чемение постоянной решетки марганца должно превратить его из антиферромагнетика в ферромагнетик. Действительно, добавление к марганцу небольшого количества азота, увеличивающего постоянную решетки, приводит к появлению ферромагнетизма. Это же относится и к сплаву Гейслера Cu_2MnAl , который состоит из неферромагнитных металлов, но является ферромагнетиком. Внедрение дополнительных компонентов «раздувает» решетку, и ионы марганца упорядочиваются ферромагнитно.

И тем не менее, все эти примеры скорее удивительны. Давайте внимательнее рассмотрим ситуацию с прямым обменом. Нас интересует взаимодействие между спинами электронов различных ионов, как это имеет место в молекуле водорода. Но в молекуле водорода связанному состоянию соответствует антипараллельная ориентация спинов. Поэтому трудно объяснить тот факт, что многие элементы ферромагнитны. Скорее всего, они должны быть антиферромагнетиками. Мы можем понять, почему d -электроны каждого отдельного иона стремятся расположиться так, чтобы полный спин, скажем, в случае Fe был равен $5/2$, но мы не можем понять, почему взаимодействие магнитных моментов соседних ионов приводит к их параллельной ориентации.

Все дело в том, что для таких металлов ситуация намного сложнее. В них имеются обычные s -электроны, образующие зону проводимости и способные взаимодействовать с d -электронами. Взаимодействуя через обменный интеграл, d -состояния различных атомов также должны перекрываться, образуя зону, то есть d -электроны, строго говоря, не локализованы. Существует общая теория ферромагнетизма, основанная на этой идее, — модель коллективизированных электронов Стонера, которая также описывает многие черты ферромагнитных веществ. Какая из

На основании такой схемы удается «объяснить» не только ферромагнетизм Fe, Co, Ni, но и антиферромагнетизм Mn и Cr, ферромагнетизм так называемых гейслеровых сплавов, зависимость температуры Кюри от давления и т. д.

Так, например, марганец имеет слишком малое расстояние между атомами, но на границе с переменой знака интеграла обмена, соответствующей $\nu \approx 1.5$, небольшое увели-

моделей более подходит для объяснения ферромагнетизма металлов — модель локализованных электронов или модель коллективизированных электронов — пока не ясно. И тот, и другой механизм упорядочения электронных спинов вносит свой вклад.

Итак, во многих веществах появляется возможность непрямого обмена между удаленными магнитными ионами, когда почти нет перекрытия их волновых функций и связь осуществляется промежуточными агентами — в диэлектриках и полупроводниках это косвенное обменное взаимодействие через немагнитный ион-лиганд, находящийся между двумя магнитными ионами, а в металлических системах связь осуществляется электронами проводимости. Типичным примером является антиферромагнитное соединение MnO , упорядочение которого происходит за счет косвенного обмена, когда d -электроны иона Mn связаны с p -электронами кислорода, а те в свою очередь взаимодействуют через обмен с d -электронами второго иона марганца, как это показано на рис. 9.5.

Подытоживая сказанное, видно, что во всех случаях появления ферромагнетизма у элементов и соединений он связан с переходными элементами. В то же время, прямые расчеты J по модели Гейзенберга–Френкеля, в которой предполагается, что электроны находятся в s -состоянии, показывают, что J не только значительно меньше по абсолютной величине, чем требуется, но во многих конкретных случаях имеет отрицательный знак. Просто модель прямого обмена слишком груба, чтобы от нее можно было требовать количественного сравнения с опытом, и в современных расчетах всегда учитывается возможность как косвенного обмена, так и более сложных магнитных взаимодействий.

Конечно, сейчас понятно, что модель Гейзенберга–Френкеля представляет собой довольно грубое приближение к действительности, но основная идея о квантово-механической природе магнетизма, вытекающей из принципа Паули, и роли обменного взаимодействия, которое может сделать намагниченное состояние более выгодным, правильна. Она сыграла и играет существенную роль в развитии учения о магнетизме веществ.

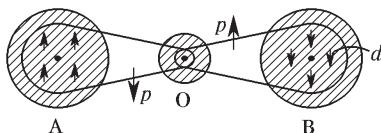


Рис. 9.5. Схематическое изображение косвенного обмена в соединении MnO . Если атом марганца А имеет спин $+>$, то он может принять электрон со спином $-<$ из p -состояния атома кислорода; если атом марганца В имеет спин $-<$, то он может забрать оставшийся электрон атома кислорода. Таким образом, взаимодействие между спинами p -электронов атома кислорода преобразуется во взаимодействие между спинами d -оболочек магнитных ионов

Работа 9.1.

Закон Кюри–Вейсса и обменное взаимодействие в ферромагнетиках

Исследуется температурная зависимость магнитной восприимчивости ферромагнетика в парамагнитной области — выше точки Кюри. По полученной в работе температуре Кюри оценивается энергия обменного взаимодействия. Объектом исследования является металлический гадолиний.

1. Феноменологическая теория ферромагнетизма. Вещества, атомы которых обладают нескомпенсированным магнитным моментом, принадлежат к парамагнетикам (при температурах выше температуры магнитного упорядочения — температуры Кюри T_C — ферромагнетики также являются парамагнетиками, о чём пойдёт речь ниже). В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты как атомов, так и свободных электронов, направлены в разные стороны, так что суммарный магнитный момент вещества равен нулю. Во внешнем поле состояние, соответствующее направлению «по полю», оказывается энергетически более выгодным, и вещество намагничивается.

Напомним, что намагниченностью называется магнитный момент I единицы объема, который связан с внешним магнитным полем H , под действием которого он возникает, соотношением

$$I = \chi H. \quad (1)$$

Константа χ называется магнитной восприимчивостью вещества. Следует заметить, что в вакууме в системе единиц Гаусса нет разницы между напряженностью поля **H** и индукцией поля **B**.

Рассмотрим, чем определяется восприимчивость такого парамагнитного вещества, в котором магнитный момент атома обусловлен только спином одного электрона. Как известно, проекция спина на любое выделенное направление (в нашем случае — направление магнитного поля) может быть равна либо $\hbar/2$, либо $-\hbar/2$. Проекция спинового магнитного момента электрона также может иметь соответственно два значения: $\mu_z = \mp \mu$, где μ — абсолютное значение проекции магнитного момента.

Напомним, что для электрона направление магнитного момента μ противоположно направлению спина s и поэтому выше написано, что проекция μ на ось z равна «минус-плюс» μ . В нашем случае μ равно магнетону Бора: $\mu = \mu_B$.

Взаимодействие магнитного момента μ с внешним полем **B** приводит к дополнительной энергии $E = -(\mu, \mathbf{B})$, зависящей от взаимной ориентации этих векторов. Следовательно, в нашем случае в магнитном поле у атома возникают два возможных уровня энергии

$$E_- = -\mu B \quad \text{и} \quad E_+ = +\mu B, \quad (2)$$

причём в низкоэнергетическом состоянии E_- магнитный момент параллелен магнитному полю.

В соответствии с формулой Больцмана отношение числа электронов N_+ с энергией E_+ к числу электронов N_- с энергией E_- равно

$$\frac{N_+}{N_-} = \exp\left(-\frac{2\mu B}{k_B T}\right) \simeq 1 - \frac{2\mu B}{k_B T}. \quad (3)$$

Возможность замены экспоненты ее приближенным выражением связана с тем, что практически во всех магнитных полях магнитная энергия атомов оказывается много меньше тепловой, то есть $\mu B \ll k_B T$. Действительно, даже если $B = 10^5$ Гс (а такие поля получить очень трудно) и $T = 300$ К, то отношение $2\mu B/k_B T \simeq 0.05$.

Намагниченность вещества определяется только разностью чисел электронов, магнитные моменты которых ориентированы по полю или против поля. Эту разность легко вычислить на основе формулы (3):

$$\Delta N = N_- - N_+ \simeq N \frac{\mu B}{k_B T} \simeq N \frac{\mu H}{k_B T}, \quad (4)$$

где $N = N_- + N_+$ — количество неспаренных электронов в единице объема. При написании второй части уравнения (4) мы не делали различия между B и H , так как электроны в парамагнетике дают очень малый вклад в суммарное поле. Магнитный момент вещества поэтому равен

$$I = \mu \Delta N = N \frac{\mu^2}{k_B T} H. \quad (5)$$

Парамагнитная часть восприимчивости поэтому равна

$$\varkappa = \frac{I}{H} = N \frac{\mu^2}{k_B T} = N \frac{\mu_B^2}{k_B T}. \quad (6)$$

Формулу (6) можно переписать в более общем виде. Вспомним, что магнитный момент электрона μ связан с его механическим моментом \mathbf{J} выражением

$$\mu = g \mu_B \mathbf{J}, \quad (7)$$

где g — фактор Ланде (для «свободного» электрона $g = 2$, $J = S = 1/2$).

В случае, если у атома более одного электрона, и суммарный спин атома равен S , то

$$\langle \mathbf{S}^2 \rangle = S(S + 1), \quad (8)$$

и квадрат магнитного момента атома равен

$$\mu^2 = \mu^2 = g^2 \mu_B^2 S(S + 1). \quad (9)$$

В сферически симметричном состоянии выделенных осей нет, и поэтому

$$\langle \mu^2 \rangle = \langle \mu_x^2 \rangle + \langle \mu_y^2 \rangle + \langle \mu_z^2 \rangle = 3 \langle \mu_z^2 \rangle. \quad (10)$$

Таким образом, среднее значение квадрата проекции магнитного момента на любую ось, например на ось z , равно

$$\langle \mu_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \mu^2 = \frac{g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3}. \quad (11)$$

Подставляя это выражение в формулу (6), которая верна и при $S > 1/2$, получим для парамагнитной части восприимчивости более общее выражение

$$\chi = \frac{Ng^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3k_B T}. \quad (12)$$

Как нетрудно убедиться, при $J = S = 1/2$ формула (12) переходит в (6). Полученная формула (12) носит название *закона Кюри* и показывает, что магнитная восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна температуре.

Обратимся теперь к ферромагнетикам. Феноменологическая теория ферромагнетизма была построена П. Вейссом (1907 г.) задолго до создания квантовой механики. Для описания взаимодействия соседних электронов он предположил, что в ферромагнетике имеется некоторое эффективное магнитное поле $H_{\text{эфф}}$ (это поле называют также *обменным* в силу его квантово-механической природы). Величина обменного поля пропорциональна имеющейся намагниченности образца (количеству электронов с коррелированными направлениями магнитных моментов)

$$H_{\text{эфф}} = \lambda I, \quad (13)$$

где λ — некоторая константа, положительная у ферромагнетиков и отрицательная у антиферромагнетиков.

Мы уже упоминали, что выше температуры Кюри T_C ферромагнетик является парамагнетиком — тепловое движение полностью разупорядочивает магнитные моменты атомов. Чтобы описать зависимость восприимчивости ферромагнетика от температуры в парамагнитной фазе, мы можем воспользоваться полученной формулой (12), но надо, естественно, учесть, что имеется дополнительное поле $H_{\text{эфф}}$.

С учетом поля $H_{\text{эфф}}$ формулу (5) следует записать в виде

$$I = N \frac{\mu^2 H}{k_B(T - \Theta)}, \quad (14)$$

где

$$\Theta = \frac{N \mu^2 \lambda}{k_B} = N \frac{g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3k_B} \lambda \quad (15)$$

— параметр, имеющий размерность температуры.

Формула Кюри (12) принимает теперь вид:

$$\chi = \frac{I}{H} = N \frac{g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3k_B(T - \Theta)} \propto \frac{1}{T - \Theta} \quad (16)$$

и носит название *формулы Кюри–Вейсса*. Закон Кюри–Вейсса получен при довольно искусственном предположении о наличии дополнительного поля $H_{\text{эфф}}$. В отличие от квантово-механического подхода, эта теория носит, конечно, приближенный характер, и формула Кюри–Вейсса не имеет всеобщей применимости. Она правильно указывает на наличие особой точки $T = \Theta$, когда вещество переходит из ферромагнитного состояния ($T < \Theta$) в парамагнитное ($T > \Theta$). Магнитные свойства вещества в ферромагнитном состоянии она не описывает совсем, но температурную зависимость магнитной восприимчивости ферромагнетиков, находящихся в парамагнитном состоянии, описывает, как оказывается, неплохо.

При стремлении температуры к Θ , называемой *парамагнитной точкой Кюри*, восприимчивость χ неограничено возрастает из-за того, что тепловое движение все меньше препятствует магнитным моментам ориентироваться в одном направлении. Напомним, что у парамагнитных веществ, в соответствии с формулой (12), это происходит только при $T \rightarrow 0$. Следует иметь в виду, что точка Кюри T_C определяется как температура фазового перехода из парамагнитного в ферромагнитное состояние, то есть это температура, ниже которой в образце устанавливается дальний магнитный порядок. В уравнении Кюри–Вейсса Θ является фактически параметром и, как правило, $\Theta > T_C$.

2. Связь эффективного поля Вейсса с обменным интегралом.

Проведенный нами во введении этого раздела квантово-механический анализ взаимодействия электронов позволяет понять первопричину эффективного поля, введенного феноменологически П. Вейссом, и по температуре Кюри оценить величину энергии обменного взаимодействия для ферромагнетика. Как было показано во введении, в теории Гейзенберга–Френкеля энергия $U_{\text{обм}}$ обменного взаимодействия атомов i и j выражается соотношением

$$U_{\text{обм}} = -2JS_i\mathbf{S}_j. \quad (17)$$

Энергия U представляет собой разность между средними значениями кулоновской энергии для параллельных и антипараллельных спинов \mathbf{S}_i и \mathbf{S}_j , а J — коэффициент пропорциональности, называемый обменным интегралом, величина которого зависит от степени перекрытия распределенных зарядов атомов i и j (от степени перекрытия волновых функций электронов).

Установим приближенно связь между обменным интегралом J и константой Вейсса λ . Предположим, что рассматриваемый атом имеет n ближайших соседей, и обменное взаимодействие каждого из них с центральным атомом одинаково, а для более далеких соседей будем считать обменный интеграл J равным нулю (обменное взаимодействие очень быстро убывает с увеличением расстояния между атомами). Найдем энергию $U_{\text{пер}}$, требуемую для переворота данного спина в присутствии всех других спинов. Эта энергия вдвое больше обменной энергии системы с какой-то определенной ориентацией спина, так как $U_{\uparrow\uparrow} = -U_{\uparrow\downarrow}$

(см. формулы (9.15) и (9.16)). Поэтому ее можно записать (пренебрегая компонентами спина \mathbf{S} , перпендикулярными к направлению средней намагниченности) в следующем виде:

$$U_{\text{пер}} \simeq 2(2JnS^2), \quad (18)$$

где S — среднее значение \mathbf{S} в направлении намагниченности.

При феноменологическом описании каждый магнитный атом испытывает действие эффективного поля (поля Вейсса) $H_{\text{эфф}}$, пропорционального намагниченности $H_{\text{эфф}} = \lambda I$, а намагниченность по определению есть магнитный момент единицы объема. Иначе говоря, воздействие всех спинов на данный характеризуется средней намагниченностью $I = \mu/V$, и мы энергию переворота спина можем записать в виде

$$U_{\text{пер}} = 2\mu H_{\text{эфф}} = 2\mu(\lambda I) = 2\mu \frac{\lambda \mu}{V}, \quad (19)$$

где V — объем, приходящийся на один атом. Средний магнитный момент электрона, обусловленный его спином, есть $\mu = gS\mu_B$. Следовательно, для константы Вейсса λ мы получаем следующее выражение:

$$\lambda = \frac{2nJV}{g^2\mu_B^2}. \quad (20)$$

Так как объем, занимаемый одним атомом, равен $V = 1/N$, где N — концентрация атомов (число атомов в единице объема), то, с учетом формулы (15), мы окончательно получаем:

$$J = \frac{3k_B\Theta}{2nS(S+1)}. \quad (21)$$

Это выражение дает связь между обменным интегралом J и парамагнитной точкой Кюри Θ . Полученная формула носит оценочный характер, так как при ее выводе не учитывался ряд факторов: обменное взаимодействие между удаленными атомами, косвенное обменное взаимодействие и др. Поэтому при более точных расчетах для простой кубической, объемноцентрированной (ОЦК) и гранецентрированной (ГЦК) структур с $S = 1/2$ получены значения величины $k_B T_C/nJ = 0,28; 0,325$ и $0,346$ в отличие от значения 0,5, вытекающего из формулы (21) для этих трех типов структур.

3. Электронная структура гадолиния. Скажем несколько слов о структуре атома и о решетке металлического гадолиния — ферромагнетика, который исследуется в данной работе. Атом гадолиния принадлежит к группе редкоземельных элементов и имеет следующую электронную структуру:

1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s
2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1	—	2

При кристаллизации в металлическое состояние три внешних электрона гадолиния (один $5d$ и два $6s$) становятся свободными и переходят в зону проводимости, и поэтому гранецентрированную плотно упакованную структуру металлического гадолиния образуют ионы Gd^{3+} ($4f^7 5s^2 5p^6$). У этого иона незаполненной остается только $4f$ -оболочка, в которой имеется $2(2l + 1) = 2 \cdot 7 = 14$ различных квантовых состояний. В соответствии с правилом Хунда, у семи электронов гадолиния спины имеют одно и то же направление. Они заполняют все семь мест, различающихся величиной проекции орбитального момента от -3 до $+3$, так что суммарный орбитальный момент равен нулю. Таким образом, суммарный спин иона гадолиния $S = 7/2$, а орбитальный момент $L = 0$. Суммарный момент иона $J = L + S = 7/2$. По общепринятой терминологии ион гадолиния находится в состоянии $^{2S+1}\text{S}_J = ^8\text{S}_{7/2}$ с суммарным магнитным моментом

$$\mu = g\mu_B \sqrt{J(J+1)} = g\mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (22)$$

Для спиновых моментов g -фактор равен, как известно, 2. Таким образом, следует считать, что у иона гадолиния $\mu_{\text{эфф}} = 7,94\mu_B$. Экспериментальное значение эффективного магнитного момента, полученного из измерения парамагнитной восприимчивости, у гадолиния лежит в пределах $(7,8 \div 8,0)\mu_B$. Таким образом, магнетизм гадолиния в основном определяется спиновым магнитным моментом $4f$ -оболочки, расположенной в «глубине» атома. По этой причине магнитные свойства семейства редкоземельных элементов и, в частности, гадолиния, существенно отличаются от магнетиков группы железа, где ответственная за магнетизм $3d$ -оболочки находится «на периферии» атома.

Для объяснения магнитных свойств гадолиния необходимо, строго говоря, учитывать косвенное обменное взаимодействие (взаимодействие $4f$ -электронов через электроны проводимости) не только между ближайшими соседями ионов в решетке, но и принимать во внимание взаимодействие между более далекими ионами. Однако, в первом приближении для оценки обменного интеграла можно ограничиться учетом только ближайших соседей. У каждого иона гадолиния в его гранецентрированной решетке имеется $n = 12$ ближайших соседей.

Таким образом, экспериментально определив точку Кюри и зная, что для гадолиния $n = 12$ и $J = S = 7/2$, можно оценить по формуле (21) величину обменного интеграла.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для измерения восприимчивости магнетиков показана на рис. 1. Ферромагнитный образец 1 располагается внутри пустотелой катушки 2, которая является индуктивностью колебательного контура, входящего в состав LC -генератора. Генератор собран на полевом транзисторе и смонтирован в виде отдельного блока. Частота колебаний генератора высвечивается на цифровом табло блока.

Катушка самоиндукции помещена в термостат, представляющий собой массивный медный цилиндр 3, расположенный в пенопластовом корпусе 4. Исследуемый ферромагнетик (гадолиний) является проводником

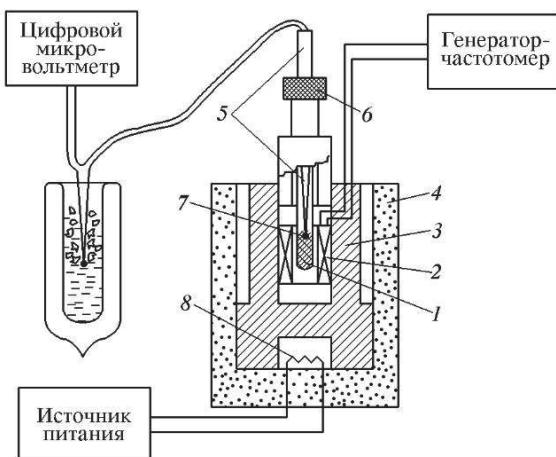


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — капсула с образцом; 2 — катушка самоиндукции; 3 — медный цилиндр; 4 — пенопластовый корпус; 5 — шток; 6 — цанговый зажим; 7 — измерительный спай термопары; 8 — электронагреватель

электрического тока, а рабочая частота генератора довольно высока — сотни килогерц. Поэтому для того, чтобы в образце не возникали токи Фуко, маскирующие изучаемый эффект, он изготовлен из мелких гранул размером менее 0,1 мм. Образец помещен в тефлоновую капсулу. С помощью штока 5 капсулу можно перемещать вдоль оси катушки самоиндукции. Когда шток опущен, образец введен в катушку, а когда поднят — образец из нее вынут.

Магнитная восприимчивость образца определяется по изменению самоиндукции, происходящему при его введении в катушку. Обозначая через L самоиндукцию катушки с образцом и через L_0 — ее самоиндукцию в отсутствие образца, получим

$$L = \mu \frac{4\pi n^2 S}{l}, \quad L_0 = \frac{4\pi n^2 S}{l}, \quad (23)$$

где μ — магнитная проницаемость образца, n — число витков катушки, l — длина катушки, S — ее сечение. Тогда

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \mu - 1. \quad (24)$$

Так как длина образца существенно больше его диаметра, то размагничивающим фактором можно пренебречь, и выражение (24) оказы-

вается равным

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \mu - 1 = 4\pi\kappa. \quad (25)$$

Учитывая, что частота f колебательного LC -контура определяется выражением $1/f = 2\pi\sqrt{LC}$, получим

$$\frac{f_0^2 - f^2}{f_0^2} = 4\pi\kappa. \quad (26)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1}{\kappa} \propto \frac{f^2}{f_0^2 - f^2}. \quad (27)$$

Измерения проводятся в интервале температур от 10°C до 70°C . Охлаждение образца производится с помощью массивного медного цилиндра 3, который предварительно охлаждается в морозильнике бытового холодильника или при помощи жидкого азота (77 K). Для нагревания служит электронагреватель 8, находящийся в тепловом контакте с цилиндром 3. С целью экономии времени следует начинать измерения с малых температур.

Температура образца измеряется медно-константановой термопарой, соединенной с цифровым микровольтметром. Чувствительность термопары приведена на установке. Один из спаев термопары находится в тепловом контакте с образцом, другой ее спай термостатируется при 0°C в сосуде Дьюара с тающим льдом. Источник питания нагревателя смонтирован в отдельном блоке. Ток электронагревателя регулируется ручкой, расположенной на лицевой стороне блока.

При выполнении работы образец сначала охлаждается ниже точки Кюри, а затем медленно нагревается. При этом исследуется зависимость частоты колебаний генератора от температуры образца. По зависимости $f^2/(f_0^2 - f^2)$ от температуры проверяется справедливость закона Кюри–Вейсса и оценивается точка Кюри. Используя формулу (21), определяют величину обменного интеграла исследуемого ферромагнетика.

Задание

- Поставьте тумблер «Печь» электронагревателя в положение «Выкл», а регулятор нагрева «Ток печи» — в крайнее левое положение.
- Подключите блоки генератора и питания нагревателя к сети переменного тока 220 В.
- Убедитесь в исправности экспериментальной установки. Измерьте частоту генератора f , когда образец находится внутри катушки самоиндукции (шток — в нижнем положении) и частоту f_0 , когда образец из нее вынут (шток — в верхнем положении). Перед перемещением штока не забудьте ослаблять цанговый зажим, а после перемещения — затягивать его. Существенно ли отличаются измеренные частоты f и f_0 ?

Повторяются ли частоты f и f_0 от опыта к опыту? Какова погрешность в измерении величины $(f_0^2 - f^2)/f^2$? Учтите, что время установления показаний частотомера составляет около 3 секунд.

4. Убедившись в исправности экспериментальной установки, приступите к охлаждению образца. Для этого охладите медный цилиндр 3 в морозильнике или при помощи жидкого азота. В последнем случае жидкий азот (примерно 50 мл) медленно наливайте в промежуток между цилиндром 3 и пенопластовым корпусом 4. Образец гадолиния следует охладить до 10°C .

5. Исследуйте зависимость частот f и f_0 (катушка с образцом и без него) от температуры, постепенно нагревая образец. Скорость нагрева регулируется ручкой «Ток печи» при включенном тумблере «Печь». Рекомендуется проводить измерения через $2 \div 5^\circ\text{C}$.

6. Постройте зависимость $f^2/(f_0^2 - f^2)$ от температуры образца. Экстраполируя полученную прямую, определите точку Кюри $T_C = \Theta$ для исследуемого ферромагнетика. Сравните полученные результаты с табличными. Используя формулу (21), оцените величину обменного интеграла J (принять для гадолиния $n = 12$, $S = 7/2$). Величину J выразите в электрон-вольтах и градусах Кельвина.

Дополнительное задание

1. Методом наименьших квадратов найдите по полученным данным параметр Θ в законе Кюри–Вейсса.

2. С помощью критерия χ^2 определите, насколько соответствуют экспериментальные результаты теоретической зависимости — закону Кюри–Вейсса.

3. Проведите несколько серий измерений $\chi(T)$. Что определяет основную ошибку опытов?

4. В области фазового перехода ферромагнетика из парамагнитного (неупорядоченного состояния) в упорядоченную фазу резко возрастают флуктуации. Оцените, каков температурный диапазон этих флуктуаций. Можно ли их заметить в данном эксперименте?

ЛИТЕРАТУРА

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. С. 543–548.
2. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1989, §§ 52–53.
3. Иванов А. А. Введение в квантовую физику. — М.: МФТИ, 1992. § 8.

Работа 9.2.

Наблюдение и изучение доменной структуры в ферримагнитной пленке железо-иттриевого граната

С помощью эффекта Фарадея изучаются различные доменные структуры в ферримагнитной пленке, помещенной в магнитное поле.

Доменная структура ферромагнетиков. Как известно, в ферромагнитных веществах магнитные моменты атомов благодаря обменному взаимодействию при температурах, меньших некоторой критической температуры T_C , называемой температурой Кюри, ориентируются параллельно друг другу. Обменное взаимодействие по своей природе является результатом кулоновского взаимодействия электронов, но это чисто квантово-механический эффект, обусловленный принципом Паули.

Согласно принципу Паули, в атоме в одном квантовом состоянии может находиться не более двух электронов с противоположно направленными спинами. Но состояния электронов в молекулах и твердых телах также определяются принципом Паули. Допустим, что два соседних атома имеют по электрону с неспаренными спинами. Если спины этих электронов антипараллельны, то волновые функции квантовых состояний, в которых находятся электроны в атомах, могут перекрываться и образовывать в результате одно квантовое общее состояние. В случае же, когда спины параллельны, электроны, отталкиваясь из-за принципа Паули вынуждены оставаться в индивидуальных квантовых состояниях. Ясно, что в этих двух случаях и энергия электростатического взаимодействия атомов будет разная. Именно такая ситуация возникает при образовании молекулы водорода. И энергия твердого тела также зависит от ориентации спинов (или магнитных моментов, так как с каждым спином связан магнитный момент) электронов и атомов. Часть энергии, зависящая от взаимной ориентации магнитных моментов атомов твердого тела, называется *энергией обменного взаимодействия*.

В ферромагнетиках обменная энергия минимальна при параллельной ориентации собственных магнитных моментов электронов, что и приводит к возникновению спонтанной намагниченности при $T < T_C$.

Обменное взаимодействие изотропно по своей природе, и если учитывать только такой тип взаимодействия в ферромагнетике, то намагниченность в нем может быть направлена в произвольном направлении. Однако любое кристаллическое тело является анизотропным. Из-за анизотропии свойств ферромагнетика вектор намагниченности в нем направлен не произвольно, а в строго определенных направлениях. Обычно это направления, соответствующие кристаллографическим осям. Так, например, в кубическом ферромагнетике вектор намагниченности может быть направлен вдоль ребра куба его кристаллической решетки, диагонали куба или главной диагонали куба. В так называемых одноосных кристаллах намагниченность ферромагнетика может быть направлена

либо вдоль оси анизотропии и тогда такой ферромагнетик называется *легкоосным*, либо в плоскости, перпендикулярной оси анизотропии, и тогда он называется *легкоплоскостным*, или *ферромагнетик типа легкая плоскость*. Таким образом, в ферромагнетиках существуют легкие оси намагничивания и такие, вдоль которых труднее всего намагнить кристалл — трудные оси намагничивания.

Происхождение магнитной анизотропии легко понять. Намагченность создается суммированием элементарных магнитных моментов атомов (или ионов) кристалла. Электроны, определяющие намагченность, характеризуются как спиновыми, так и орбитальными моментами, а последние связаны с кристаллографическими направлениями. Поэтому благодаря спин-орбитальному взаимодействию спиновые магнитные моменты удерживаются вдоль определенных кристаллографических осей.

Обменное взаимодействие при макроскопическом подходе принято описывать обменной энергией W_e , а анизотропию свойств ферромагнетика — энергией анизотропии W_a . Ясно, что обе эти энергии должны зависеть от намагченности ферромагнетика. Поэтому запишем выражения для W_a и W_e в виде разложения по степеням компонент вектора намагченности \mathbf{M} и его проекции M_z . Мы ограничимся случаем односного ферромагнетика, и тогда

$$W_e = \frac{\alpha M^2}{2} + \dots, \quad (1)$$

$$W_a = \frac{\beta M_z^2}{2} + \dots, \quad (2)$$

где α и β — коэффициенты разложения, называются они соответственно постоянными обмена и анизотропии. Заметим, что в разложениях (1) и (2) должны быть только четные степени намагченности, так как энергия любого вещества является всегда положительной величиной. Кроме того, при записи этих выражений мы учли, что обменное взаимодействие изотропно, т.е. обменная энергия должна зависеть только от модуля намагченности, а не от ее направления, и что вектор намагченности — аксиальный вектор.

Каждый реальный ферромагнетик представляет собой ограниченный образец. Из-за обменного взаимодействия такой образец при $T < T_C$ будет постоянным магнитом. Это приводит к тому, что образец будет создавать вокруг себя магнитное поле, с которым связана некоторая энергия, называемая *энергией магнитодипольного взаимодействия* W_m . Такое название происходит от слов «магнитный диполь», так как можно считать, что постоянный магнит представляет собой два магнитных заряда, разведенных на расстояние, равное длине магнита. Магнитных зарядов, конечно, нет, но часто очень удобно вводить их и тогда магнитостатика оказывается полностью аналогичной электростатике и тем самым можно использовать полученные в электростатике выражения для

электрического диполя. Этот вид энергии ферромагнетика еще называют *энергией размагничивающих полей* из-за того, что вектор индукции магнитного поля вне образца в основном направлен против вектора намагниченности. В случае, когда образец намагначен до насыщения (все магнитные моменты атомов выстроены параллельно друг другу), энергия W_m пропорциональна объему ферромагнетика. В произвольном же случае W_m пропорциональна индукции магнитного поля вне образца (индукции размагничивающих полей).

Конкуренцией указанных выше трех взаимодействий и определяется магнитная структура реальных ферромагнетиков. Эта конкуренция, в частности, приводит в реальных ферромагнитных образцах к существованию доменов — областей спонтанного намагничивания. В отсутствие внешнего поля ферромагнитный кристалл разбивается на ряд доменов, каждый из которых намагначен до насыщения, но направления векторов намагниченности которых различны и, вообще говоря, устанавливаются вдоль осей легкого намагничивания. Между соседними доменами существует переходный слой (*доменная граница* или *доменная стенка*), в котором вектор намагниченности постепенно изменяет свое направление, как это показано на рис. 1. Доменная структура реальных образцов может быть весьма сложной. Она зависит от анизотропии кристалла, его размеров и формы. В каждом конкретном образце ферромагнетика формируется такая доменная структура, которая соответствует минимуму суммарной энергии: обменной, анизотропии, магнитодипольной и плюс, конечно же, энергии доменных стенок.

Рассмотрим теперь, в чем же причина появления доменов. При отсутствии доменов, т.е. в том случае, когда ферромагнетик намагначен однородно, минимальна сумма $W_e + W_a$. При этом мы, конечно, предполагаем, что намагниченность направлена вдоль кристаллографической оси, отвечающей минимуму W_a . Но при этом максимальна энергия, связанная с возникновением вокруг образца магнитного поля, и эта энергия W_m для однородно намагниченного образца, как уже указывалось, пропорциональна его объему V . Это означает, что при большом объеме образца энергия W_m может быть очень большой, и поэтому однородное намагничивание больших образцов невыгодно.

Обратимся к другой крайней ситуации, когда распределение намагниченности неоднородно по всему объему образца. В этом случае можно создать такую конфигурацию намагниченности, что энергия W_m станет равной нулю. Однако при неоднородной намагниченности во всем объеме образца в существенной его части намагниченность отклонена от

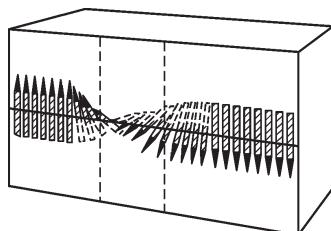


Рис. 1. Поведение вектора намагниченности в области доменной стенки

направления, где минимальна энергия анизотропии, и поэтому энергия W_a теперь будет пропорциональна объему образца. Таким образом, получается, что и состояние с полностью неоднородной намагниченностью также невыгодно.

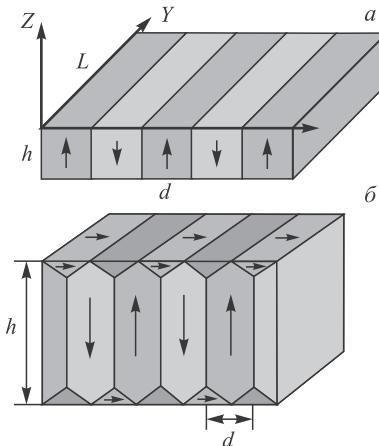
Итак, мы видим, что условия минимальности энергий обмена, анизотропии и размагничивающих полей противоречивы. Как было показано Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем в 1935 г., на практике реализуется некоторая промежуточная между двумя рассмотренными крайними случаями ситуация, о которой мы уже упоминали, — образец разбивается на

однородно намагниченные области (домены), разделенные переходным слоем (доменной границей), причем толщина этого слоя значительно больше межатомного расстояния, т.е. имеет макроскопические размеры. Домены в ферромагнетике достаточно легко наблюдать, впервые их наблюдали с помощью микроскопа в 1932 г. Ф. Биттер, Л. В. Хамос и П. А. Тиссен. В этих экспериментах на поверхность ферромагнитного образца насыпался порошок из маленьких ферромагнитных частиц, которые концентрировались в основном вблизи доменных границ, где распределение намагниченности неоднородно и имеется магнитное поле. Этот метод впоследствии получил название порошковых фигур или фигур Биттера.

Рассмотрим, как возникает доменная структура в идеальной (без дефектов) одноосной плоскопараллельной пластинке с поверхностью,

Рис. 2. Доменная структура ферромагнитной пластиинки: *a* — структура без замыкания магнитного потока, *b* — структура с замыканием магнитного потока через призматические поверхностные замыкающие домены.

перпендикулярной оси анизотропии (ось Z). Будем считать, что толщина пластиинки (размер вдоль оси Z) равна h , а вдоль двух других осей у нее бесконечные размеры. При отсутствии внешнего магнитного поля намагниченность согласно (2) при $\beta < 0$ может быть направлена либо вдоль оси Z , либо против нее. Очевидно, что при этом выгодно состояние, в котором будет существовать равное количество доменов с $M_z = +M_0$ и $M_z = -M_0$, причем они должны чередоваться друг с другом, как это показано на рис. 2*a*. В таком состоянии полная энергия пластиинки будет минимальной, она складывается из энергии размагничивающего поля, которое в основном сосредоточено вблизи поверхности пластиинки, и энергии доменных границ. Рассмотренная доменная



структура относится к классу доменных структур с незамкнутыми силовыми линиями магнитного внутри образца (незамкнутым магнитным потоком). Однако в одноосном ферромагнетике зачастую энергетически более выгодными являются доменные структуры с замкнутыми магнитным потоком (см. рис. 2б). Отличие состоит в том, что имеются также замыкающие треугольные призматические области. В результате магнитный поток оказывается замкнутым внутри кристалла. Магнитные полюса на поверхности при этом исчезают, и вместе с этим обращается в нуль вклад магнитодипольной энергии. Но в то же время увеличивается энергия анизотропии, так как в замыкающих доменах намагниченность перпендикулярна направлению, в котором минимальна энергия анизотропии. Какая структура реально будет образовываться, зависит от величины анизотропии кристалла (коэффициента β в уравнении (2)).

Магнитные домены в ферримагнитных пленках. В ферримагнетиках, как и ферромагнетиках, имеет место спонтанное упорядочение магнитных моментов. Слово «ферри» указывает на наличие в веществе двух или более магнитных подрешеток, т.е. магнитные моменты одних магнитных ионов направлены противоположно магнитным моментам других ионов, но величина этих моментов разная, и поэтому суммарный магнитный момент оказывается, в отличие от антиферромагнетиков, ненулевым. Тем самым ферримагнетики во многом аналогичны ферромагнетикам — у них также появляется спонтанная намагниченность, у них также имеется точка Кюри, т.е. температура, при которой возникает упорядочение магнитных ионов. Типичным представителем ферримагнетиков является феррит-гранат с общей формулой $3\text{Re}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{Fe}_2\text{O}_3$, где Re означает редкоземельный элемент (например, Y или Ho).

В одноосных кристаллах часто наблюдаются и так называемые лабиринтные доменные структуры — сильно изогнутые полосовые домены, довольно хаотически расположенные в плоскости пленки. Их возникновение объясняется тем, что направление доменных границ в плоскости пластины ничем не фиксировано (в плоскости пластины нет анизотропии). Изгиб доменных границ может быть обусловлен малыми неоднородностями пленки, случайностью в момент зарождения доменной структуры или эффектами тепловой хаотизации (см. рис.3). Равновесная ширина полосового домена d пропорциональна \sqrt{h} (h — толщина пленки) — см. приложение к данной работе.

Такая структура остается выгодной и при помещении в малое внешнее магнитное поле, перпендикулярное поверхности пленки. При увеличении поля растут домены, в которых вектор **M** параллелен вектору индукции магнитного поля **B** и, наоборот, уменьшается размер доменов, в которых **M** антипараллелен **B**. Размер последних доменов при некотором значении B может стать порядка характерного размера $l_0 = \sigma/M_0^2$, где σ — энергия доменной границы на единицу поверхности, а M_0 — намагниченность домена. При этом данный полосовой домен распада-

ется на отдельные цилиндрические домены (ЦМД) кругового сечения (рис. 3). Из-за магнитодипольного взаимодействия они отходят друг от друга (это фактически магнитики, все выстроенные в одном направлении и они, естественно, отталкиваются) и равномерно распределяются по всей поверхности пластины, образуя, как правило, правильную гексагональную решетку.

ЦМД обладают интересными, присущими только им свойствами. Если в пластинке с полосовой доменной структурой внутреннее магнитное поле должно быть равно нулю, то в образцах с ЦМД из-за

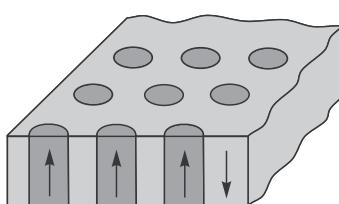


Рис. 3. Цилиндрические магнитные домены в плоской пластинке

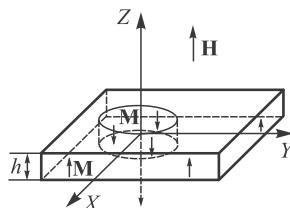


Рис. 4. Изолированный цилиндрический магнитный домен в плоской пластинке. Стрелками показано направление намагниченности

наличия кривизны доменных границ это поле должно быть отлично от нуля. Иначе ЦМД не будут устойчивыми. Ситуация здесь аналогична поведению пузырька газа в жидкости. Для существования пузырька в жидкости необходимо, чтобы давление внутри пузырька было больше давления в жидкости, иначе он схлопнется. Также и в случае ЦМД для их устойчивого существования необходимо наличие внутреннего магнитного поля, которое будет создавать дополнительное давление на искривленную доменную границу. Приведенная аналогия как раз и объясняет английское название ЦМД — magnetic bubble (магнитный пузырек). Точно так же, как и в жидкости, поверхностная энергия доменной стенки равна силе поверхностного натяжения и цилиндрическая форма домена именно обязана этому натяжению, в противном случае (например, при эллиптической форме) поверхностная энергия увеличится.

Рассмотрим более подробно изолированный ЦМД (рис. 4). Форма ЦМД сохраняется благодаря равновесию двух факторов: тенденции к уменьшению радиуса домена, ведущей к понижению энергии доменной стенки из-за уменьшения площади поверхности стенки, и тенденции к увеличению радиуса, ведущей к понижению энергии магнитодипольного взаимодействия. Увеличение радиуса ЦМД вызывает понижение магнитодипольной энергии из-за того, что размагничивающее поле внутри ЦМД ориентировано в направлении вектора намагниченности вне домена. Образующиеся на поверхности торцов ЦМД магнитные заряды (магнитные полюса) противоположны по знаку зарядам (полюсам) на поверхности области, гранича-

щей с ЦМД. В результате уменьшаются суммарное размагничивающее магнитное поле и энергия магнитодипольного взаимодействия.

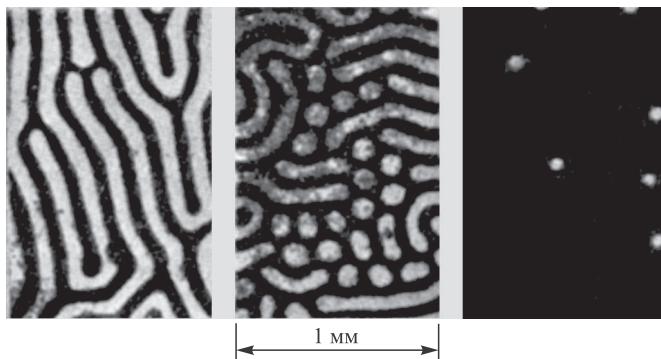


Рис. 5. Дробление полосовой структуры на ЦМД при увеличении внешнего магнитного поля от 0 до 70 Э

Для того, чтобы ЦМД находился в состоянии статического равновесия, необходимо, чтобы сумма указанных полей уравновешивалась внешним магнитным полем. В малых магнитных полях ЦМД становится неустойчивым относительно перехода в полосовой домен, а в больших полях радиус домена уменьшается и ЦМД исчезает (коллапсирует) — происходит переход к однородному состоянию без доменов. Иллюстрацией такого поведения доменной структуры в тонкой ферримагнитной пленке в зависимости от внешнего магнитного поля служит рис. 5. Образование ЦМД может быть вызвано двумя причинами. Во-первых, образование ЦМД способствуют различные неоднородности с размером порядка размера ЦМД. Это могут быть магнитные примеси или неоднородность пленки. Может образование ЦМД происходить и за счет внешних воздействий — при нанесении на пленку маленьких ферромагнитных частиц либо при приложении импульсного магнитного поля.

Рассмотрим, что происходит при приложении импульсного магнитного поля. В момент наложения импульсного поля полосовые домены, показанные на рис. 5, начинают еще больше сжиматься. Оказывается, что такое сжатие не

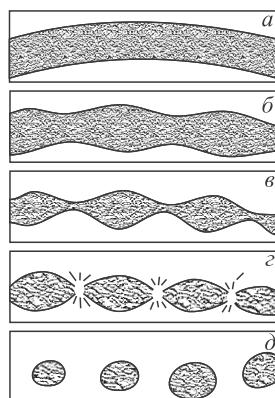


Рис. 6. Разбиение полосового домена на ЦМД в результате сжатия: *а* — исходный тонкий полосовой домен; *б—в* — сжатие имеет волнобразный характер; *г* — разрыв; *д* — образование ЦМД

может происходить абсолютно однородно, а имеет волнообразный характер, как это показано на рис. 6.

Эффект Фарадея. Доменную структуру в ферромагнитных пленках можно наблюдать с помощью микроскопа, работающего в поляризованном свете. Основано такое наблюдение на оптическом эффекте Фарадея.

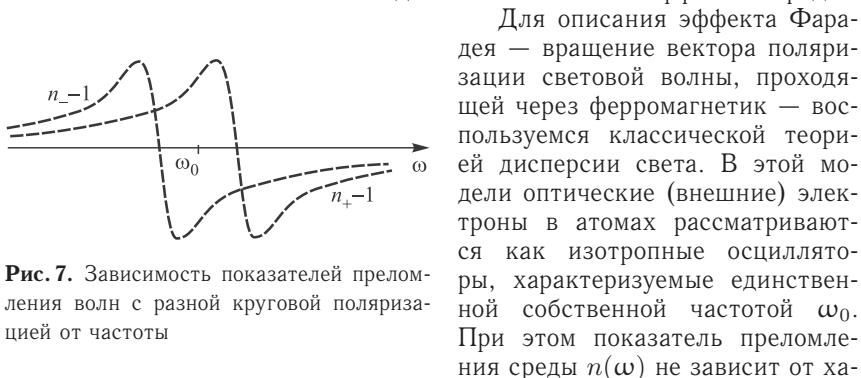


Рис. 7. Зависимость показателей преломления волн с разной круговой поляризацией от частоты

Для описания эффекта Фарадея — вращение вектора поляризации световой волны, проходящей через ферромагнетик — воспользуемся классической теорией дисперсии света. В этой модели оптические (внешние) электроны в атомах рассматриваются как изотропные осцилляторы, характеризуемые единственной собственной частотой ω_0 . При этом показатель преломления среды $n(\omega)$ не зависит от ха-

рактера поляризации света. Во внешнем магнитном поле (в нашем случае это поле возникает в самой среде за счет спонтанной намагниченности материала) происходит расщепление собственных частот осциллятора. Нормальными модами осциллятора в магнитном поле являются колебания вдоль направления поля с прежней частотой ω_0 и круговые движения в плоскости, перпендикулярной индукции магнитного поля, с частотами $\omega_{\pm} = \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \pm \Omega \simeq \omega_0 \pm \Omega$, причем большая частота $\omega_+ = \omega_0 + \Omega$ соответствует вращению электрона в том же направлении, в котором идет ток, создающий магнитное поле. Круговые движения электронов с ларморовской частотой $\Omega = eB/(mc)$ в атомных осцилляторах возбуждаются при распространении в среде циркулярно поляризованной волны.

Проводя вычисления, аналогичные тем, которые проводятся для вычисления показателя преломления среды в молекулярной оптике, легко получить выражение для показателя преломления

$$n_{\pm}(\omega) = n(\omega \pm \Omega) \simeq n(\omega) \pm \Omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}. \quad (3)$$

Так как линейно поляризованную волну можно представить в виде суперпозиции двух циркулярно поляризованных волн с противоположными направлениями вращения электрического вектора, мы получаем для угла φ поворота направления поляризации световой волны, распространяющейся вдоль оси z , выражение

$$\varphi = \frac{\omega}{2c}(n_- - n_+)z = \frac{\omega}{c}\Omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}z = \frac{e\omega}{2mc} \frac{dn}{d\omega} B z. \quad (4)$$

Угол φ , как видно из этой формулы, пропорционален индукции B магнитного поля и пройденному расстоянию $z = l$.

На рис. 7 качественно показана зависимость показателей преломления от частоты для волн с правой и левой круговыми поляризациями при распространении вдоль магнитного поля.

В области нормальной дисперсии показатель преломления возрастает с частотой ($dn/d\omega > 0$), в области аномальной дисперсии — наоборот.

Установка для наблюдения доменной структуры в ферромагнитных пленках. В магнитных материалах величина угла поворота плоскости поляризации света при его прохождении через намагниченную пластинку определяется формулой

$$\alpha = \alpha_0 h \frac{(\mathbf{n}\mathbf{M})}{M_s}. \quad (5)$$

где α_0 — удельное фарадеевское вращение намагниченного до насыщения материала, \mathbf{n} — единичный вектор в направлении распространения света, \mathbf{M} — магнитный момент единицы объема вещества, M_s — намагниченность насыщения вещества, h — толщина пленки.

Отдельный домен представляет собой некоторый выделенный объем, намагниченный до насыщения. При прохождении света через отдельный домен угол поворота плоскости поляризации будет равен $+\alpha l$ или $-\alpha l$ в зависимости от того, параллельно или антипараллельно ориентирован вектор \mathbf{M} по отношению к направлению света, т. е. домены с различными по направлению намагниченностями поворачивают плоскость поляризации света в разные стороны.

Для типичных гранатовых epitаксиальных структур α_0 в видимой области спектра лежит в области ($10^3 \div 10^4$) град/см, так что при толщине epitаксиального слоя $h = 10$ мкм получается $\alpha = (1 \div 10)$ град. Наилучшая контрастность при наблюдении доменной структуры достигается при повороте анализатора по отношению к скрещенному положению поляризатора на угол $\varphi \simeq 2$ град. При этом одни домены будут видны светлыми, а другие темными. Это обусловлено тем, что, согласно закону Малюса, происходит ослабление интенсивности падающего на анализатор света пропорциональное $\cos^2 \varphi$, где φ — угол между плоскостью поляризации и разрешенным направлением анализатора.

Так как в исследуемом образце домены имеют ширину несколько микрон, то они отчетливо наблюдаются с помощью микроскопа с примерно 100-кратным увеличением. В данной работе используется микроскоп «Биомед С-1». Схема установки показана на рис. 8.

При протекании постоянного тока через намагничивающую катушку, в поле которой расположен образец, создается внешнее постоянное магнитное поле. При его увеличении домены с намагниченностью, с направленной внешнему полю, станут расширяться, а с противоположным направлением намагниченности — сужаться, пока поле не достигнет величины насыщения и доменная структура не исчезнет совсем (при этом реализуется однодоменное состояние, когда домен занимает весь объем образца).

Задание

1. В работе исследуется поведение доменной структуры пленки железо-иттриевого граната $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ во внешнем магнитном поле. Поляризатор и анализатор уже установлены под оптимальным углом и вращать их не надо.

2. Вначале подстройте окуляр микроскопа под свое зрение, наблюдая доменную структуру в нулевом внешнем поле. Постепенно увеличивая ток через катушку, наблюдайте качественную картину изменения доменной структуры. Измените направление внешнего поля и наблюдайте ту же зависимость доменной структуры от величины поля.

3. Размер видимой в микроскопе области пленки равен 1 мм. Измерьте зависимость ширины полосовых доменов от величины внешнего поля. Зависимость напряженности поля катушки от тока указана на графике, имеющемся на лабораторном столе. Для измерения размеров доменов в окуляр микроскопа помещена шкала, перемещаемая винтовым микрометром. Постройте зависимость

$$\frac{I_0 - I}{I_0 + I},$$

где I — ток через катушку, а I_0 — ток, при котором исчезают темные полосы. При измерениях следует иметь ввиду гистерезис и снимать показания, монотонно увеличивая или уменьшая ток через катушку.

4. Чтобы возникли ЦМД, надо увеличить поле до тех пор, пока не образуется однодоменное состояние (при этом в микроскопе видно однородное по интенсивности поле), а затем медленно уменьшайте поле, пока в поле зрения не появятся ЦМД. Измерьте величину магнитного поля, при котором ЦМД принимает эллиптическую форму и затем превращаются в лабиринтные домены (ЦМД служат зародышами про-

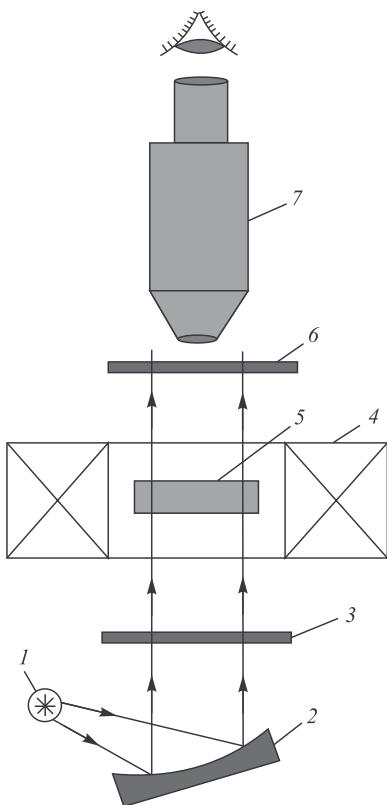


Рис. 8. Схема установки для наблюдения доменов: 1 — источник света; 2 — вогнутое зеркало; 3 — поляризатор; 4 — катушки намагничивания; 5 — образец; 6 — анализатор; 7 — микроскоп

родное по интенсивности поле), а затем медленно уменьшайте поле, пока в поле зрения не появятся ЦМД. Измерьте величину магнитного поля, при котором ЦМД принимает эллиптическую форму и затем превращаются в лабиринтные домены (ЦМД служат зародышами про-

тяженных доменов). Это поле называется полем эллиптической неустойчивости.

5. Плавно увеличивая поле, наблюдайте, как ЦМД восстанавливаются, а затем исчезают в поле коллапса.

6. Измерьте размер ЦМД и зависимость его размера от величины поля. Оцените по этим результатам толщину пленки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика. — М.: Физматкнига, 2006.
2. Кингисеп А. С., Локшин Г. Р., Ольхов О. А. Основы физики. Т. 1. — М.: Физматлит, 2007.
3. Кринчик Г. С. Физика магнитных явлений. — М.: Изд. Моск. ун-та, 1985.
4. Миишин Д. Д. Магнитные материалы. — М.: Высшая школа, 1981.
5. О'Делл Т. Магнитные домены высокой подвижности. — М.: Мир, 1978.

Приложение

1. *Оценка размеров полосового домена.* Размер полосовых доменов в тонкой пленке ферримагнетика можно оценить, рассмотрев баланс между поверхностной энергией доменных стенок и энергией магнитного поля, создаваемого ферримагнетиком во внешнем пространстве. В тонкой пленке вектор намагниченности \mathbf{M} направлен перпендикулярно поверхности пленки однородно по всей толщине. Для оценки примем, что области постоянной намагниченности (магнитные домены) представляют собой параллельные полосы ширины d вдоль поверхности пленки. Вектор намагниченности \mathbf{M} в соседних доменах имеет противоположное направление, как это показано на рис. 9.

Энергия доменных стенок в такой конфигурации

$$W_s = \frac{A}{d} h \sigma.$$

Здесь A — площадь пленки, h — толщина, а σ — энергия, приходящаяся на единицу поверхности.

Энергию магнитного поля, создаваемого доменами вне объема пленки, оценим, заменив истинные силовые линии полуокружностями, как

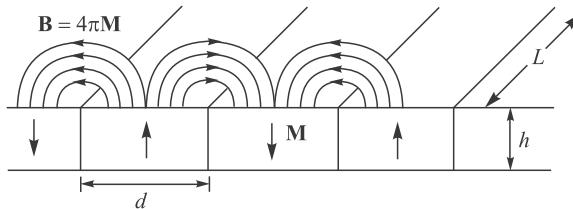


Рис. 9. Структура магнитного поля полосовых доменов

это изображено на рис. 9. Точная картина, конечно, сложнее, но это приближение хорошо учитывает, что поле в основном сосредоточено вблизи поверхности пленки. Таким образом,

$$W_m = 2 \frac{A}{dL} \cdot \frac{\pi d^2}{8} L \cdot \frac{(4\pi M)^2}{8\pi} = \frac{\pi^2}{2} AM^2 d.$$

Здесь L — длина полосового домена. Первый сомножитель в этой формуле равен числу полуцилиндров, образованных линиями поля, множитель 2 учитывает, что у пленки две поверхности. Второй сомножитель равен объему полуцилиндра, в котором заключено поле. Третий сомножитель — это плотность энергии поля, причем использовано условие непрерывности нормальной компоненты вектора магнитной индукции на поверхности пленки, т. е. $B = 4\pi M$. Нетрудно проверить, что сумма $W_s + W_m$ имеет минимум при

$$d_0 = \frac{\sqrt{2h\sigma}}{\pi M},$$

т. е. ширина домена прямо пропорциональна квадратному корню из толщины пленки.

II. Оценка влияния внешнего магнитного поля на размер доменов. Во внешнем магнитном поле \mathbf{H} вектор намагниченности \mathbf{M} будет стремится повернуться вдоль поля (напомним, что энергия магнитного диполя во внешнем поле достигает минимума, когда магнитный момент направлен по полю). Поэтому размер доменов, в которых вектор \mathbf{M} со-направлен с \mathbf{H} , будет расти, а с противоположным \mathbf{M} — уменьшаться. Макроскопический вектор намагниченности \mathbf{I} пропорционален внешнему полю \mathbf{H} и равен микроскопической намагниченности \mathbf{M} , усредненной по площади пленки:

$$\mathbf{I} = \chi \mathbf{H} = \mathbf{M} \frac{A_+ - A_-}{A_+ + A_-}.$$

В этой формуле χ — магнитная восприимчивость, A_x — площадь доменов с \mathbf{M} , направленным по или против \mathbf{H} , соответственно. Как следует из этого уравнения, отношение площадей есть

$$\frac{A_-}{A_+} = \frac{\mathbf{M} - \chi \mathbf{H}}{\mathbf{M} + \chi \mathbf{H}}.$$

Учитывая, что поле \mathbf{H} пропорционально току I , перепишем последнее равенство в виде

$$\frac{A_-}{A_+} = \frac{I_0 - I}{I_0 + I},$$

где I_0 — значение тока, при котором вся пленка представляет собой один домен с намагниченностью вдоль \mathbf{H} . Это равенство предлагается экспериментально проверить, измеряя отношение площадей доменов при разных значениях тока.

РАЗДЕЛ X

МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Природа магнитного резонанса. Многие из веществ в намагниченном состоянии приобретают способность поглощать энергию электромагнитных волн. Это поглощение носит резонансный характер, т. е. происходит лишь при определенном соотношении между длиной электромагнитной волны и напряженностью постоянного магнитного поля, намагничающего образец вещества. Явления этого рода получили общее название **магнитного резонанса**, играющего значительную роль в исследований строения вещества. Магнитный резонанс наблюдается в системах различных частиц — электронов, ядер, атомов, молекул, комплексов, обладающих моментом импульса и магнитным дипольным моментом.

Для понимания общих свойств этого физического явления мы рассмотрим элементарный магнитный резонанс, т. е. магнитный резонанс частицы, обладающей магнитным моментом μ и моментом импульса \mathbf{L} и помещенной во внешнее постоянное магнитное поле напряженностью \mathbf{H}_0 . Поведение такой частицы можно анализировать как с классической, так и с квантовой точки зрения.

1. Классическое рассмотрение. Во внешнем постоянном магнитном поле магнитный момент μ будет прецессировать, как это показано на рис. 10.1, вокруг \mathbf{H}_0 с лармировской частотой

$$\omega_0 = \frac{\mu H_0}{L} = \gamma H_0, \quad (10.1)$$

где $\gamma = \mu/L$ гиромагнитное отношение.

Приложим теперь перпендикулярно к постоянному полю слабое по сравнению с ним магнитное поле \mathbf{H}_1 , вращающееся вокруг \mathbf{H}_0 с частотой ω . Если $\omega = \omega_0$, то под действием поля \mathbf{H}_1 возникает вращательный момент, направленный так, что магнитный момент μ стремится расположиться в плоскости, ортогональной \mathbf{H}_0 . Это легко понять, если перейти в систему координат, вращающуюся вокруг постоянного поля с частотой ω_0 , где поле \mathbf{H}_1 неподвижно. В результате произойдет изменение ориентации момента μ в пространстве. Если частоты ω и ω_0 заметно отличаются друг от друга, то действие поля \mathbf{H}_1 будет ничтожным, ибо вызываемое им движение момента μ быстро разойдется по фазе с его прецессией и окажется, что вращательный момент в среднем равен нулю.

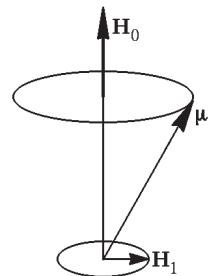


Рис. 10.1. Элементарный магнитный резонанс

На практике вместо вращающегося магнитного поля обычно применяют синусоидальное поле той же частоты, так как такое линейно-поляризованное поле всегда можно представить в виде суммы двух противоположно вращающихся полей с вдвое меньшей амплитудой. Соответствующее резонансное взаимодействие \mathbf{H} с μ осуществляется та из двух указанных составляющих, которая вращается в направлении прецессии момента μ . Поле, вектор которого вращается противоположно направлению прецессии частицы, заметного влияния не оказывает, даже если $\omega = \omega_0$, так как суммарное действие этого поля в среднем равно нулю, аналогично случаю $\omega \neq \omega_0$.

Изложенный механизм отклонения магнитного момента μ высокочастотным полем \mathbf{H}_1 от равновесного положения и связанного с этим увеличения энергии момента μ в поле \mathbf{H}_0 не объясняет полностью причин поглощения энергии поля H частицей. Действительно, в поле \mathbf{H}_0 момент μ имеет наименьшую энергию, если параллелен полю; отклоняясь от такой ориентации под воздействием поля \mathbf{H}_1 , этот момент приобретает максимальную энергию, если примет направление, антипараллельное \mathbf{H}_0 , и это сопровождается поглощением энергии высокочастотного поля. Но, казалось бы, как только магнитный момент частицы займет такое положение, сразу же поглощение энергии прекратится. На самом деле поглощение энергии высокочастотного поля происходит постоянно (говорят, что всегда имеется канал диссипации энергии), и связано это с тем, что реально в веществе всегда имеется как взаимодействие между частицами, так и взаимодействие с окружающей средой. Более подробно этот вопрос мы обсудим позже, рассмотрев вначале явление магнитного резонанса с квантовой точки зрения.

2. Квантовый подход. В квантовой теории проекция момента импульса \mathbf{M} на заданную ось (обычно ее принимают за ось z) может принимать лишь дискретные значения

$$M_z = m\hbar, \quad \text{где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (10.2)$$

Проекция момента не может быть больше его абсолютного значения. Поэтому при фиксированном значении модуля момента возможные значения числа m ограничены сверху максимальным числом l . Если l задано, то проекция момента может принимать $2l + 1$ значений.

Квантование проекции момента означает, что вектор квантового момента импульса не может иметь произвольного направления по отношению к любому фиксированному направлению в пространстве. Это факт получил название пространственного квантования. Оно выглядит крайне необычно: поскольку направление оси z можно выбрать произвольно, то проекции момента на два различных направления (z и z') квантуются одинаково. Возможные проекции момента на оси x и y также определяются формулой (10.2). Оказывается, однако, что это не приводит к противоречиям, так как одновременно любая пара проекций ($M_z, M_x; M_z, M_y$ и т. д.) не может иметь точных, фиксированных

значений. Это вытекает из соотношения неопределенностей. Операторы проекций момента импульса на оси координат, выражаемые через операторы координат и проекций импульса, не коммутируют друг с другом. Таким образом, вектор момента импульса не имеет определенного направления в пространстве. При фиксированном значении проекции момента на ось z вектор момента импульса как бы прецессирует вокруг этой оси, из-за чего проекции M_x и M_y не имеют определенных значений.

Квадрат момента импульса (а следовательно, и его модуль) квантуется в соответствии с формулой

$$M^2 = \hbar^2 l(l+1). \quad (10.3)$$

Число l , определяющее возможные значения квадрата момента и равное максимальному значению числа m , называется орбитальным квантовым числом. Число m , от которого зависят значения проекции момента, называется магнитным квантовым числом. Последний термин обусловлен тем, что проекция магнитного момента, создаваемого движением заряженной частицы, пропорциональна проекции момента импульса этой частицы, определяемого числом m . Подчеркнем еще одно отличие квантового момента от классического: максимальное значение проекции квантового момента $\hbar l$ не равно модулю момента $\hbar\sqrt{l(l+1)}$, а меньше его.

Учитывая, что соотношение $\mu = \gamma \mathbf{L}$ справедливо и для проекций μ и \mathbf{L} , мы можем, в соответствии с приведенными выше правилами квантования, записать

$$\mu_{mz} = \gamma \hbar m_J, \quad (10.4)$$

где J — максимальное значение квантового числа m .

В магнитном поле \mathbf{H}_0 магнитный диполь μ_m обладает потенциальной энергией

$$E = -(\mu_m, \mathbf{H}_0) = -\mu_{mz} H_0 = -\gamma \hbar m_J H_0. \quad (10.5)$$

Следовательно, для «магнитной» частицы, характеризуемой квантовым числом J , в магнитном поле возникает $2J + 1$ энергетических уровней — зеемановских уровней.

Между зеемановскими уровнями возможны самопроизвольные (спонтанные) и вынужденные (индуцированные) переходы. Самопроизвольные переходы могут идти только в одном направлении — с верхних уровней на нижние. Вынужденные переходы происходят лишь под действием внешнего источника энергии, например, электромагнитного поля, и они могут происходить в соответствии с правилами отбора лишь между уровнями с $\Delta m_J = 0, \pm 1$. Очевидно, что под действием внешнего электромагнитного поля переходы будут происходить только тогда, когда энергия квантов совпадает с разностью энергий между соответствующими зеемановскими уровнями

$$\hbar\omega_0 = -\gamma \hbar H_0 [m_J - (m_J + 1)] = \gamma \hbar H_0, \quad (10.6)$$

или

$$\omega_0 = \gamma H_0. \quad (10.7)$$

Естественно, что частота ω_0 излучения, индуцирующего переходы, совпадает с лармировской частотой (10.1) в ранее рассмотренной классической модели.

По принципу детального равновесия вероятности прямого и обратного переходов одинаковы, т. е.

$$W_{m \rightarrow m+1} = W_{m+1 \rightarrow m} = W. \quad (10.8)$$

При переходе на более высокий уровень частица поглощает из поля квант энергии $\hbar\omega_0$, а при переходе на низший уровень — излучает фотон $\hbar\omega_0$. Поскольку в системе частица–фотон должен

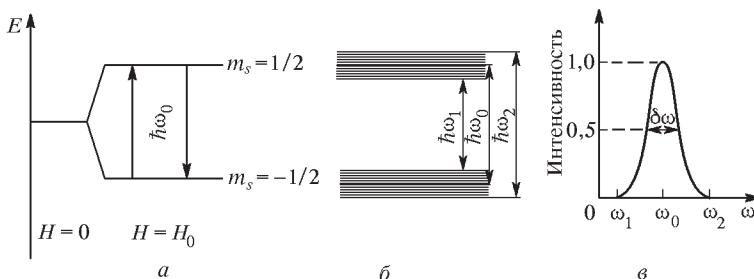


Рис. 10.2. При $E = \hbar\omega_0 = g\mu_B H_0$ происходит поглощение и излучение энергии переменного электромагнитного поля намагниченным веществом (g — фактор Ланде): *а* — зеемановские уровни свободной частицы с $J = 1/2$ в поле H_0 (переходы с поглощением и излучением фотона $E = \hbar\omega_0$ показаны стрелками); *б* — квазинепрерывные энергетические зоны, образованные зеемановскими уровнями в реальном образце (поглощение и излучение фотонов происходит в интервале частот $\Delta = \omega_2 - \omega_1$); *в* — резонансная кривая поглощения и излучения фотона реальным веществом (ширина кривой $\delta\omega$)

выполняться не только закон сохранения энергии, но и момента импульса, а в рассматриваемом диапазоне энергий преимущественно поглощаются и испускаются лишь дипольные фотоны, т. е. фотоны с моментом $J = 1$, то вынужденные переходы возможны лишь под действием поляризованного по кругу поля \mathbf{H}_1 в плоскости, перпендикулярной полю \mathbf{H}_0 .

На рис. 10.2 изображен зеемановский дублет частицы с $J = 1/2$ (например, уровни протона или неспаренного электрона в магнитном поле \mathbf{H}_0).

Легко количественно оценить, какова частота электромагнитного поля, вызывающего магнитный резонанс. Для свободных электронов в постоянном поле $H_0 = 10^3$ Э резонансная частота равна 2,81 ГГц, а для протонов, у которых магнитный момент примерно в 2000 раз меньше, она равна 4,27 МГц.

В ансамбле частиц поглощаемая мощность, естественно, пропорциональна числу частиц, находящихся на нижнем уровне. Числа N_{h} и N_{v} частиц, находящихся на нижнем и верхнем уровнях, разделенных энергетическим интервалом $\Delta E = \hbar\omega_0$, в условиях термодинамического равновесия связаны известной формулой Больцмана

$$\frac{N_{\text{v}}}{N_{\text{h}}} = e^{-\Delta E/(k_{\text{B}}T)}. \quad (10.9)$$

Мощность, поглощаемая частицами при магнитном резонансе, пропорциональна вероятности W вынужденных переходов, разности заселеностей уровней $\Delta N = N_{\text{h}} - N_{\text{v}}$ и энергии кванта $\hbar\omega_0$:

$$P = W(N_{\text{h}} - N_{\text{v}})\hbar\omega_0. \quad (10.10)$$

Как следует из приведенных выше количественных оценок резонансной частоты, при обычных температурах $\hbar\omega_0/(k_{\text{B}}T) \ll 1$. Это означает, что заселенности уровней почти равны и можно считать, что $N_{\text{v}} \simeq N/2$, где $N = N_{\text{h}} + N_{\text{v}}$ — число частиц в системе. Поэтому

$$\frac{N_{\text{h}}}{N_{\text{v}}} - 1 \simeq \frac{\hbar\omega_0}{k_{\text{B}}T}, \quad N_{\text{h}} - N_{\text{v}} \simeq N \frac{\hbar\omega_0}{2k_{\text{B}}T}, \quad (10.11)$$

Таким образом, поглощаемая мощность при магнитном резонансе определяется выражением

$$P = WN \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{2k_{\text{B}}T} = WN\gamma^2 H_0^2 \frac{\hbar^2}{2k_{\text{B}}T}. \quad (10.12)$$

Как видно из этой формулы, поглощаемая мощность P пропорциональна квадрату частоты ω_0 при постоянном внешнем поле (или квадрату напряженности поля H_0 при постоянной частоте), полному числу частиц и обратно пропорциональна температуре T . Это наиболее существенные факторы, от которых зависит интенсивность сигналов индуцированных переходов. Следует иметь в виду, что вероятность индуцированных переходов пропорциональна плотности энергии электромагнитного поля и поэтому не входит в явном виде в формулу (10.12).

На самом деле при наложении радиочастотного поля разность заселеностей уровней начинает уменьшаться, и в конце концов уровни станут одинаково заселенными и поглощение мощности прекратится. Такое состояние называют насыщенным. Распределение частиц по уровням становится неравновесным. Все дело в том, что движение изолированных спинов представляет идеализацию, на самом деле мы всегда имеем дело с системой очень большого числа магнитных частиц — диполей, взаимодействующих между собой и с кристаллической решеткой тела. Между частицами и их окружением существует взаимодействие,

вызывающее переориентацию спина, связанную с передачей избыточной магнитной энергии другим степеням свободы, т. е. всегда происходит релаксация энергии. Этот процесс, т. е. безызлучательные переходы между двумя состояниями, называют *спин-решеточной релаксацией*. Такое название произошло от того, что в твердых телах избыток магнитной энергии передается степеням свободы, которые включают колебания кристаллической решетки.

Термин «решетка» удобен не только при описании твердых тел, для которых процессы релаксации действительно связаны с колебаниями кристаллической решетки; в более широком смысле термин «решетка» относится к любым степеням свободы систем, за исключением тех, которые непосредственно связаны со спином. Поскольку спин-решеточная релаксация определяется взаимодействием спинов с тепловым движением «решетки», она возможна при любом агрегатном состоянии вещества (газ, жидкость или твердое тело). Существенно здесь то, что решетка находится в состоянии теплового равновесия; это означает, что вероятности спонтанных переходов вниз и вверх не равны. Для характеристики силы связи спинов с решеткой вводится так называемое время спин-решеточной релаксации T_1 . Оно является мерой времени переноса энергии к другим степеням свободы, т. е. для системы спинов является временем достижения теплового равновесия.

Теперь мы можем сделать некоторые общие замечания о ширине и форме линии резонансного поглощения. Поглощение энергии при магнитном резонансе не носит характера узкого δ-образного резонанса. Во-первых, есть чисто техническая причина — неизбежная неоднородность внешнего поля H_0 , которая приводит к размытию резонанса. Во-вторых, вследствие релаксации состояние спина имеет определенное время жизни, что приводит к уширению линии. Уширение резонансного сигнала должно подчиняться соотношению неопределенностей $\Delta\omega\Delta t \simeq 1$. Однако спин-решеточная релаксация не является единственным процессом, определяющим ширину линии. В твердых телах и жидкостях существуют многие другие процессы, которые вызывают изменение относительных энергий спиновых состояний, а не их времен жизни. Такие процессы характеризуются временем релаксации T_2 , которое часто называют временем *спин-спиновой релаксации*.

Обычно основным механизмом уширения резонансных линий является диполь-дипольное взаимодействие между магнитными моментами соседних частиц. Вклад диполь-дипольных взаимодействий в ширину линии легко оценить по порядку величины. Если расстояние между соседними частицами с магнитным моментом μ равно r , то каждая частица будет создавать в точке, где находится соседняя частица, магнитное поле $H_{\text{лок}}$, по порядку величины равное

$$H_{\text{лок}} = \mu/r^3. \quad (10.13)$$

Если принять, что $r = 2 \text{ \AA}$ и $\mu = 10^{-3} \mu_B$, то $H_{\text{лок}} \simeq 1 \text{ Гс}$. Так как это поле может иметь различную ориентацию относительно постоянного

поля H_0 , резонансные частоты отдельных частиц будут распределены в области шириной примерно 1 Гц.

Таким образом, в реальном образце зеемановские уровни уединенной частицы, показанные на рис. 10.2а, трансформируются в квазинепрерывные энергетические зоны (рис. 10.2б), и коллектив частиц способен поглощать энергию в интервале частот $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. В итоге резонансная линия будет иметь колоколообразную форму, как это показано на рис. 10.2в, с шириной по частоте порядка $\delta\omega$.

Экспериментально установлено, что ширина линии уменьшается, если магнитные частицы находятся в быстром движении друг относительно друга. Так, например, ширина линии протонного резонанса в воде составляет всего лишь 10^{-5} от ширины, ожидаемой от молекул льда. Это сужение линий обусловлено быстрым движением соседних магнитных частиц, и ему может быть дано весьма простое объяснение. Если частицы находятся в быстром относительном движении, то локальное поле $H_{лок}$, действующее на данную частицу, будет испытывать быстрые флуктуации во времени. Пусть характерное время такого изменения равно τ . Если за это время магнитный момент частицы не успеет значительно изменить свою фазу (он начинает вращаться с другой, нерезонансной частотой) относительно стационарной прецессии, то через время τ локальное поле изменится и он начнет прецессировать уже с другой частотой. В результате уширение линии будет определяться не величиной случайного локального поля, а средним квадратом «дефазировки», ибо скачки локального поля случайны, они могут иметь не только разную величину, но и разный знак. Здесь имеет место прямая аналогия с процессом случайных блужданий, для которого средний квадрат смещения из начального положения после n шагов средней длины l в случайных направлениях оказывается равным $\langle r^2 \rangle = nl^2$.

В нашем случае за время τ в локальном поле H_i дополнительный фазовый угол составит $\delta\varphi = \pm\gamma H_i \tau$, а средний квадрат угла «дефазировки» за n скачков достигнет величины

$$\langle \varphi^2 \rangle = n(\delta\varphi)^2 = n\gamma^2 H_i^2 \tau^2. \quad (10.14)$$

Среднее число шагов, необходимое для того, чтобы дефазировка магнитного момента относительно вращающегося внешнего поля достигла одного радиана, равно $n = 1/(\gamma^2 H_i^2 \tau^2)$, а значит, на n шагов требуется время

$$T_2 = n\tau = \frac{\tau}{\gamma^2 H_i^2}. \quad (10.15)$$

Это и есть оценка времени поперечной релаксации, так как если угол дефазировки значительно превышает один радиан, то частица не будет участвовать в поглощении. Мы видим, что время поперечной релаксации обратно пропорционально длительности одного скачка, т. е. чем быстрее движение соседних частиц, тем уже резонансная линия. Этот удивительный факт известен под названием *эффекта сужения линии вследствие движения*.

Аналогичное резкое сужение ширины линии, называемое *обменным сужением*, происходит в том случае, если существует обменное взаимодействие между соседними электронными спинами. Обменное взаимодействие возникает из-за того, что волновые функции электронов при их сближении перекрываются, и в силу принципа Паули, который запрещает двум фермионам находиться в совершенно одинаковых состояниях, спины этих электронов должны быть антипараллельны, что приводит к появлению дополнительной кулоновской силы между частицами. Если энергия обменного взаимодействия U , то обменная частота

$$\omega_{\text{обм}} \simeq \frac{U}{\hbar} \quad (10.16)$$

интерпретируется как частота перескоков $1/\tau$.

Под влиянием обменного взаимодействия с соседями любой данный диполь изменяет свою ориентацию с частотой порядка U/\hbar , и поэтому локальное поле флуктуирует с такой же скоростью. Это локальное поле меньше влияет на уширение резонансной линии, потому что (вследствие гироскопических свойств спинов) к сдвигу резонансной частоты любого данного спина приводят только те локальные поля, которые остаются существенно постоянными в течение периода времени, большого по сравнению с временем дефазировки. Иначе говоря, каждое локальное поле действует столь короткое время, что поперечные составляющие намагниченности не могут существенно разойтись по фазе.

Итак, магнитный резонанс — это избирательное поглощение веществом электромагнитных волн определенной частоты, обусловленное изменением ориентации магнитных моментов частиц вещества. Если поглощение энергии осуществляется ядрами, то магнитный резонанс называется *ядерным магнитным резонансом (ЯМР)*. Магнитный резонанс, обусловленный магнитными моментами неспаренных электронов в парамагнетиках, называется *электронным парамагнитным резонансом (ЭПР)*. В магнитоупорядоченных веществах электронный магнитный резонанс называют *антиферромагнитным* или *ферромагнитным* в зависимости от симметрии упорядочения.

Работа 10.1.

Электронный парамагнитный резонанс

Исследуется электронный парамагнитный резонанс в молекуле ДФПГ, определяется g -фактор электрона, измеряется ширина линии ЭПР.

Энергетический уровень электрона в присутствии магнитного поля с индукцией B расщепляется на два подуровня, расстояние между которыми равно

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 2\mu B. \quad (1)$$

Здесь μ — абсолютная величина проекции магнитного момента на направление поля.

Между этими двумя уровнями возможны переходы. Эти переходы могут возбуждаться внешним высокочастотным электромагнитным полем, если оно имеет нужную частоту (энергия квантов равна расстоянию между уровнями) и нужное направление (магнитный вектор перпендикулярен вектору магнитной индукции основного поля B или имеет достаточно большую составляющую в указанном направлении).

Резонансное значение частоты определяется из очевидной формулы

$$\hbar\omega_0 = \Delta E = 2\mu B. \quad (2)$$

При переходе с нижнего на верхний уровень энергии электрон поглощает квант электромагнитной энергии, а при обратном переходе такой же квант излучается. Возбуждение электронных резонансных переходов электромагнитным полем, имеющим частоту, определяемую формулой (2), носит название *электронного парамагнитного резонанса (ЭПР)*.

Говоря другими словами, электронный парамагнитный резонанс возникает из-за переворота спина электронов под действием высокочастотного электромагнитного поля. Далеко не все электроны вещества могут совершать такие перевороты. Электроны заполненных оболочек вообще не могут менять своего движения — ни пространственного, ни спинового. В большинстве веществ основная часть электронов спарена, т. е. связана в пары, составленные из электронов с противоположно направленными спинами. Переворот спина у таких электронов невозможен. Сигнал электронного парамагнитного резонанса наблюдается только на *неспаренных электронах образца*. Как известно, наличие таких электронов приводит к парамагнетизму. Поэтому электронный парамагнитный резонанс является важным методом исследования парамагнетиков.

Скажем несколько слов о спин-орбитальном взаимодействии. В свободных атомах электрические поля, действующие на атомные электроны, являются центральными, и момент количества движения электрона сохраняется. В этих условиях орбитальное квантовое число L является квантовым числом, сохранение которого обеспечивается с заметной точностью, а J , характеризующее полный момент количества движения, оказывается практически точным квантовым числом. Не так обстоит дело в кристаллах и радикалах. Действующее на электроны поле теряет в этом случае центральный характер, и квантовое число, характеризующее момент количества движения отдельного электрона, перестает быть точным квантовым числом. Тем не менее, связанные с пространственным движением электронов магнитные поля продолжают вносить вклад в полное поле, действующее на магнитный момент электрона, и влияют на число, положение и форму линий электронного парамагнитного резонанса. Возникающая благодаря спин-орбитальному взаимодействию *тонкая структура* линии позволяет исследовать внутримолекулярные и внутрикристаллические поля.

Рассмотрим структурную формулу ЭПР свободного радикала дифенилпикрилгидразила (ДФПГ), который исследуется в данной работе.

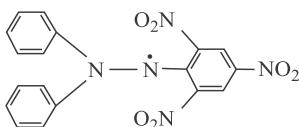


Рис. 1. Структурная формула молекулы дифенилпикрилгидразила (ДФПГ), основу которой составляют бензольные кольца

Молекулы, в которых по крайней мере один валентный электрон не спарен (незаполненная химическая связь), носят название *свободных радикалов*. Неспаренные электроны радикалов приводят к их повышенной химической активности. Роль радикалов в кинетике химических реакций очень велика, и одним из важнейших методов их исследования является метод электронного paramagnитного резонанса. Молекула радикала ДФПГ изображена на рис. 1.

Рассмотрим основные процессы, влияющие на ширину линии ЭПР. В отсутствие высокочастотного поля заселенность верхнего и нижнего уровней N_b и N_h определяется температурой и описывается обычной формулой Больцмана

$$\frac{N_b}{N_h} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right). \quad (3)$$

В присутствии резонансного поля между уровнями возникают индуцированные переходы, ведущие к тому, что заселенность верхнего уровня растет, а нижнего — падает. Этот процесс ведет к нарушению соотношения (3). Восстановление теплового равновесия в заселенностях уровней осуществляется благодаря передаче энергии возбуждения другим степеням свободы тела.

Эти степени свободы разделяются на две группы: степени свободы, связанные с ориентацией спинов неспаренных электронов, и степени свободы, связанные с движением атомов и молекул вещества. Передача энергии в эти степени свободы осуществляется, во-первых, благодаря взаимодействию между магнитным моментом рассматриваемого электрона и магнитными моментами других электронов — так называемое *спин-спиновое взаимодействие* — и, во-вторых, благодаря взаимодействию электрона с атомами и молекулами вещества, носящему название *спин-решеточного взаимодействия*. Эти два взаимодействия экспериментально легко отличить друг от друга из-за различия в их температурных зависимостях. В то время как спин-решеточное взаимодействие быстро возрастает с температурой (числом фононов), спин-спиновое взаимодействие от температуры практически не зависит.

Оба типа взаимодействия способствуют релаксации — переходу из возбужденного состояния в основное — и, следовательно, укорачивают время, которое проводит электрон на верхнем уровне. Ширина уровня связана со временем релаксации соотношением неопределенностей

$$\Delta E \simeq \frac{\hbar}{\tau}, \quad \Delta \omega \simeq \frac{1}{\tau}. \quad (4)$$

Ширина линии поглощения $\Delta\omega$ (см. рис. 10.2) тем больше, чем меньше время релаксации.

В работе требуется получить сигнал электронного парамагнитного резонанса на кристаллическом дифенилпикрилгидразиле и определить значение g -фактора для электрона. Как известно, связь между магнитным моментом μ электрона и его механическим моментом \mathbf{M} выражается через гиromагнитное отношение γ с помощью формулы

$$\mu = \gamma \mathbf{M}. \quad (5)$$

Если магнитный момент измеряется в магнетонах Бора, а механический в единицах \hbar , то связь выражается через g -фактор:

$$\frac{\mu}{\mu_B} = \frac{g\mathbf{M}}{\hbar}. \quad (6)$$

Эта формула справедлива и для соответствующих проекций μ и \mathbf{M} на любое выбранное направление:

$$\frac{\mu}{\mu_B} = \frac{gs\hbar}{\hbar}, \quad (7)$$

где $s = 1/2$ — спин электрона. Используя соотношение (2), можно выразить g -фактор через определяемые экспериментально величины:

$$g = \frac{\hbar\omega_0}{\mu_B B}. \quad (8)$$

Чисто спиновый характер магнетизма в ДФПГ (у него практически отсутствует орбитальный магнетизм) приводит к тому, что парамагнитный резонанс на неспаренных электронах происходит почти как на свободных частицах. Поэтому g -фактор, полученный из электронного парамагнитного резонанса в дифенилпикрилгидразиле, всего на десятые доли процента отличается от g -фактора свободного электрона.

Экспериментальная установка

Для наблюдения электронного парамагнитного резонанса необходимы чувствительные радиоспектроскопы. В нашей работе используется радиоспектроскоп несложной конструкции, обладающий достаточной чувствительностью, чтобы уверено наблюдать электронный парамагнитный резонанс на ДФПГ. Охлаждая образец ДФПГ, можно исследовать зависимость ширины линии поглощения от температуры и установить характер уширения: спин-спиновый или спин-решеточный.

Для наблюдения электронного парамагнитного резонанса нужно поместить исследуемое вещество в магнитное поле и измерить поглощение электромагнитного излучения, частота которого удовлетворяет соотношению (2). Поглощение, связанное с электронным парамагнитным

резонансом, очень мало. Заметный эффект удается получить, применив устройство, сосредоточивающее энергию электромагнитного поля в объеме образца, например, колебательный контур, в катушку которого помещено исследуемое вещество. Наблюдение электронного парамагнитного резонанса состоит в сравнении добротности катушки в условиях резонанса и при расстройке, когда условие резонанса не выполняется. Рассматривать прохождение через резонанс можно либо изменения частоту ω электромагнитного излучения, либо варьируя внешнее магнитное поле B . Вариация магнитного поля с экспериментальной точки зрения более целесообразна, так как при этом в измерительной цепи не происходит никаких изменений и меняются только потери, связанные с электронным парамагнитным резонансом. В то же время при вариации частоты электромагнитного излучения амплитуда колебаний в контуре изменяется не только вследствие изменения сигнала электронного парамагнитного резонанса, но и по причине изменения резонансных свойств самого колебательного контура. В нашей установке, как и в подавляющем большинстве спектроскопов, для наблюдения электронного парамагнитного резонанса применяется модуляция магнитного поля.

Существует несколько типов экспериментальных установок, с помощью которых можно исследовать электронный парамагнитный резонанс в радиочастотном диапазоне. В данной работе используется радиоспектрограф, работающий в диапазоне 100 \div 200 МГц. Его действие основано на уменьшении добротности контура при появлении резонансных парамагнитных потерь. Схема радиоспектрографа изображена на рис. 2. Основной частью радиоспектрографа является колебательный контур.

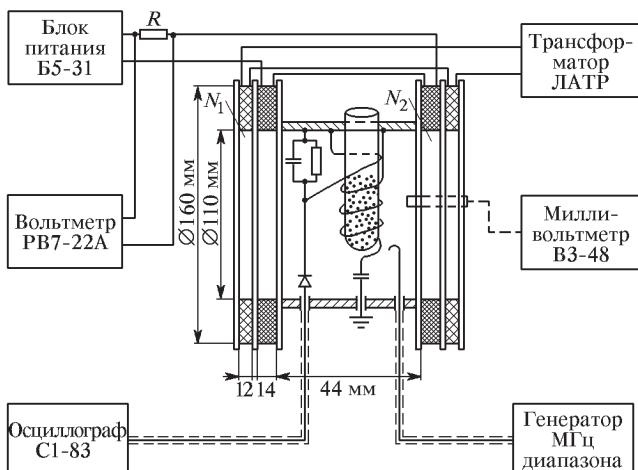


Рис. 2. Блок-схема установки для наблюдения ЭПР. Измерение постоянного и переменного токов через катушки N_2 производится с помощью вольтметра РВ7-22А и сопротивления $R = 10 \Omega$, включенного в цепь катушек

Он состоит из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Контур заключен в латунный посеребренный изнутри контейнер. Ампула с исследуемым образцом вставляется в катушку индуктивности контура. Основное магнитное поле в образце создается с помощью двух соосно расположенных катушек, питаемых от источника постоянного тока. Величина тока, протекающего через катушки, регулируется ручкой, расположенной на блоке питания, и измеряется при помощи вольтметра и омического сопротивления R , включенного последовательно с катушками. Небольшое модулирующее поле создается при помощи дополнительных катушек. Они включены в сеть переменного тока через трансформатор. Общая ось основных и дополнительных катушек перпендикулярна оси катушки индуктивности контура.

Электромагнитные колебания в контуре возбуждаются генератором радиочастотного диапазона. Связь с генератором осуществляется с помощью петли. Через полупроводниковый диод контур подключен к вертикальному усилителю осциллографа. Колебательный контур соединен с генератором и осциллографом коаксиальным кабелем.

Величина постоянного магнитного поля B , резонансная частота колебательного контура и частота генератора ω выбираются так, чтобы они были близки к значениям, удовлетворяющим условию (2). Небольшое переменное магнитное поле катушек модулирует основное магнитное поле и два раза за каждый период заставляет его проходить через точное резонансное значение B_0 (при данной частоте ω_0).

При наступлении электронного парамагнитного резонанса поглощение энергии в образце увеличивается, добротность колебательного контура падает, и амплитуда колебаний в контуре уменьшается. В зависимости от полярности диода пик сигнала электронного парамагнитного резонанса на экране осциллографа обращен вверх или вниз от горизонтальной линии развертки.

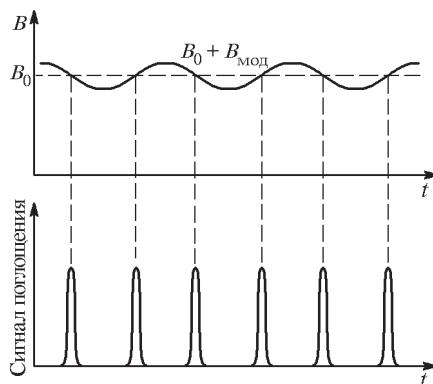


Рис. 3. Сигналы поглощения электронного парамагнитного резонанса при временной развертке луча осциллографа, когда основное магнитное поле точно подобрано

Если основное поле B подобрано точно, то на экране осциллографа с временной разверткой сигналы электронного парамагнитного резонанса располагаются через равные промежутки, как это изображено на рис. 3.

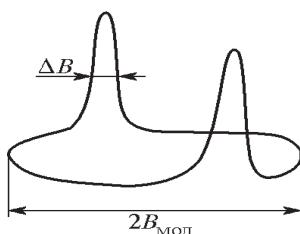


Рис. 4. Сигналы поглощения электронного парамагнитного резонанса при развертке луча осциллографа напряжением модулирующих катушек

Удобно наблюдать сигнал электронного парамагнитного резонанса, подавая на горизонтальную развертку усилителя сигнал с модулирующих катушек. При развертке луча осциллографа напряжением модулирующих катушек на экране осциллографа видны две кривые сигнала электронного парамагнитного резонанса (см. рис. 4).

Наличие двух сигналов (а не одного) объясняется сдвигом фаз между напряжением и током модулирующих катушек. Сигналы можно совместить при помощи фазовращателя, включенного на входе горизонтальной развертки осциллографа.

Задание

I. Получение сигнала ЭПР на свободном радикале ДФПГ и измерение g -фактора электрона

- Поместите ампулу с исследуемым веществом внутрь катушки индуктивности контура радиоспектроскопа. Включите питание генератора, осциллографа, милливольтметра. Установите ручку вертикального аттенюатора осциллографа в положение 1 : 100. Установите ручку «Установка уровня выхода» генератора на наименьшее ослабление сигнала, клавишу «Генератор в. ч.» — в положение «Вкл», а переключатель выхода — в положение «0,1 В».

- Настройте генератор на резонансную частоту контура. Для этого следует промодулировать высокочастотное колебание генератора низкой частотой и подключить генератор к контуру. Клавишу «Род работы» генератора поставьте в положение «Амплитудная модул.», частота внутренней модуляции равна 400 Гц. Установите глубину модуляции порядка 20% (по прибору на генераторе). Плавно меняя частоту генератора, наблюдайте за величиной огибающей модулированных колебаний генератора. При точной настройке генератора на частоту контура амплитуда колебаний на экране осциллографа оказывается наибольшей. Выключите модуляцию. Переведите генератор на работу в режиме непрерывной генерации.

- Включите питание основных катушек от источника постоянного тока и питание модулирующих катушек — через автотрансформатор — от сети переменного тока 220 В. Установите на модулирующих катушках напряжение около 50 В.

4. Установите ручку вертикального аттенюатора осциллографа в положение «1 mV», а ручку плавной регулировки чувствительности — в правое положение. Включите временную развертку луча осциллографа.

5. Плавно меняя реостатом величину тока, проходящего через основные катушки, найдите сигнал электронного парамагнитного резонанса. Отрегулируйте величину тока так, чтобы расстояние между пиками резонанса на экране осциллографа было одинаковым. Проверьте чувствительность спектроскопа к изменению величины постоянного магнитного поля, приближая к образцу полосовой постоянный магнит. Пики сигнала электронного парамагнитного резонанса при этом должны сближаться или расходиться.

6. Измерьте g -фактор электрона, для чего найдите резонансные значения частоты ω_0 и индукции B_0 . Частота генератора определяется по лимбу генератора.

Индукцию постоянного магнитного поля, создаваемого основными катушками, найдите двумя способами — расчетным и экспериментальным*). Расчетную величину следует вычислить по размеру катушек, числу витков провода на них и силе тока, измеряемой прибором. Данные катушек указаны на их торцах. Измерение индукции поля производится при помощи пробной катушки и милливольтметра. Измерять постоянное поле с помощью пробной катушки неудобно. Значительно проще измерить переменное поле. Поэтому следует заметить показания вольтметра, измеряющего постоянный ток в катушках, а затем переключить катушки на переменный ток. Для этого нужно включить вилку питания катушек в клеммы автотрансформатора и подобрать положение движков автотрансформатора так, чтобы показание вольтметра (при нажатой кнопке « \simeq ») было равно замеченному ранее значению. Эффективное значение переменного тока при этом будет равно силе постоянного тока. Величина переменного поля измеряется следующим образом. Введите пробную катушку внутрь основных катушек поблизости от образца; измерьте показание лампового милливольтметра V . Зная число витков n и площадь сечения S пробной катушки (эти величины указаны на ней), определите величину магнитного поля B_0 из соотношения

$$V = nB_0 S \omega_{\simeq},$$

где ω_{\simeq} — угловая частота переменного тока.

Вычислите g -фактор для электрона с помощью формулы (8). Оцените достоверность полученного результата.

II. Определение ширины линии ЭПР

Ширина линии поглощения измеряется в единицах B или в герцах. Измерение ширины в единицах B производится по экрану осциллографа.

*) Можно также воспользоваться градуировочным графиком.

1. Получив сигнал электронного парамагнитного резонанса на ДФПГ, как было рекомендовано в предыдущем пункте, переключите осциллограф с временной разверткой на развертку от модуляционных катушек. Длина развертки соответствует удвоенной амплитуде модулирующего поля. Амплитуду этого поля определяют при помощи милливольтметра и пробной катушки, как это было описано в задании I.

2. Ширину линии в герцах можно получить, воспользовавшись формулой (2). При температуре 295 К ширина линии дифенилпикрилгидразила составляет около 2 Гц. Если при измерении она оказалась большей, скорее всего это связано с неправильной работой аппарата туры.

3. Оцените достоверность полученных результатов в определении *g*-фактора электрона и ширины линии ЭПР в кристаллическом ДФПГ.

Дополнительное задание

Исследуйте, как изменяется ширина линии электронного парамагнитного резонанса в дифенилпикрилгидразиле при охлаждении образца. Охлаждать образец следует сухим воздухом, пропущенным через жидкий азот. Воздух подается по шлангу к ампуле с образцом. По характеру изменения ширины сигнала с температурой укажите, какие процессы определяют ширину линии ЭПР в дифенилпикрилгидразиле. Объясните причину увеличения сигнала электронного парамагнитного резонанса с понижением температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. V. §§ 24–27. Гл. VII, § 38.

2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. Гл. 17. С. 593–608.

Работа 10.2.

Сверхтонкая структура электронного парамагнитного резонанса

В работе исследуется сверхтонкая структура ЭПР, обусловленная взаимодействием атомных электронов с магнитным моментом ядра.

Явление электронного парамагнитного резонанса было открыто в 1944 г. Е. К. Завойским, который обнаружил, что парамагнитный образец, помещенный в постоянное магнитное поле, может поглощать энергию подаваемого на него электромагнитного поля. Поглощение электромагнитного излучения парамагнитными образцами имело избирательный (резонансный) характер, поскольку оно наблюдалось лишь при определенном соотношении между напряженностью постоянного магнитного поля и частотой переменного электромагнитного поля. Поэтому

открытое явление получило название *электронного парамагнитного резонанса* (ЭПР).

Открытию ЭПР предшествовало несколько работ. Еще в 1922 г. А. Эйнштейн и П. Эренфест упомянули о возможности переходов между магнитными энергетическими подуровнями атомов под действием излучения. Исходя из этого, Я. Г. Дорфман в 1923 г. предсказал резонансное поглощение электромагнитного излучения парамагнетиками. Голландский физик К. Й. Гортер пытался непосредственно зарегистрировать резонансное поглощение энергии парамагнетиками калориметрическим методом, основанным на измерении теплового эффекта. Однако этот метод оказался недостаточно чувствительным, и впервые, как выше указывалось, удалось зарегистрировать сигналы ЭПР Е. К. Завойскому. Первую теоретическую интерпретацию явления ЭПР как индуцированного резонансного перехода между соседними зеемановскими уровнями дал Я. И. Френкель.

Сверхтонкая структура линий парамагнитного резонанса (СТС) была открыта в 1948 г. С. А. Альтшуллером, Б. М. Козыревым и С. Г. Салиховым в водных растворах солей Mn^{2+} и Cu^{2+} . Их опыты проводились

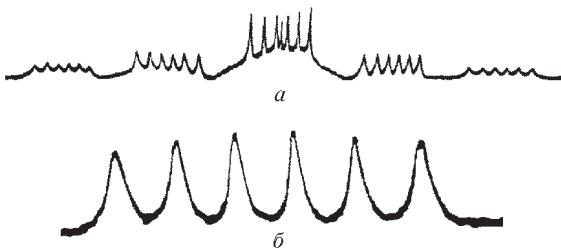


Рис. 1. Тонкая и сверхтонкая структуры спектра Mn^{2+} : *а* — спектр Mn^{2+} в марганцевом апатите, каждая из пяти линий тонкой структуры расщеплена на шесть сверхтонких компонент; *б* — сверхтонкая структура спектра Mn^{2+} в водном растворе $MnCl_2$

при частотах осциллирующего магнитного поля порядка 10^8 Гц и при не слишком высоких концентрациях парамагнитных ионов, т. е. в условиях, соответствующих Зееман-эффекту в слабых полях. Сверхтонкое расщепление вызывается взаимодействием магнитного момента электрона с магнитными моментами ядер I , таких как водород ($I = 1/2$), азот ($I = 1$) и др.

Магнитные моменты ядер на три порядка меньше магнитного момента электрона. Соответствующее расщепление поэтому очень незначительно. Возникновение мультиплетной структуры спектров электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) связано с тем, что магнитный момент электронного спина, взаимодействующий с ядром, оказывается в различных суммарных полях в зависимости от того, какая из $2I + 1$ разрешенных ориентаций ядерного спина в статическом магнитном поле

реализуется в данном случае. Соответственно число линий сверхтонкой структуры равно $2I + 1$.

В качестве примера на рис. 1 a представлена тонкая и сверхтонкая структура Mn^{2+} в марганцевом апатите при частоте 10^{10} Гц. Так как спин ядра марганца $I = 5/2$, то каждая из пяти линий тонкой структуры расщепляется на шесть линий сверхтонких компонент. На рис. 1 b показан спектр поглощения, наблюдаемый в водном растворе $MnCl_2$ при частоте 9345 МГц в магнитных полях, меняющихся от 2900 до 3400 Э.

Рассмотрим возникновение СТС на примере взаимодействия неспаренного электрона с парамагнитным ядром азота (рис. 2). Такое взаимодействие наблюдается в молекуле NO, а также в нитроксильных радикалах, которые широко используются для исследования различных биологических систем.

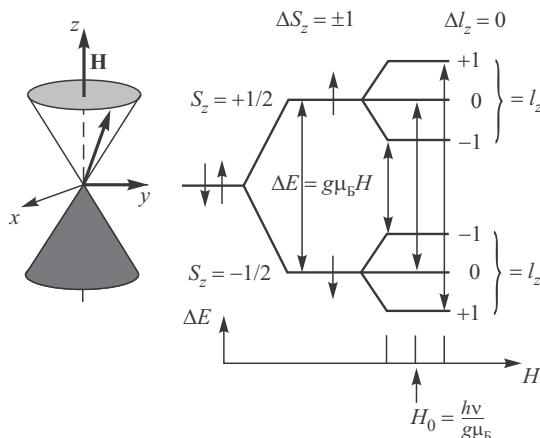


Рис. 2. Схема энергетических уровней, иллюстрирующая возникновение сверхтонкой структуры спектра ЭПР парамагнитной молекулы NO

Если неспаренный электрон локализован вблизи ядра азота, то к внешнему магнитному полю \mathbf{H}_0 , действующему на электрон, добавляется магнитное поле, создаваемое магнитным моментом μ_N ядра азота. Ядро азота имеет спин $I = 1$, поэтому возможны три проекции магнитного момента μ_N : по направлению, перпендикулярно и против внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 . Этим ориентациям ядерного спина соответствуют значения магнитного квантового числа $I_z = +1, 0, -1$. Поэтому за счет взаимодействия неспаренного электрона с ядром азота каждый из зеемановских уровней энергии неспаренного электрона расщепится на три подуровня, как показано на рис. 2. Индуцируемые микроволновым излучением переходы между энергетическими уровнями должны удовлетворять квантово-механическим правилам отбора: $\Delta S_z = \pm 1$ (ориентация

спина электрона изменяется) и $\Delta I_z = 0$ (ориентация ядерного спина сохраняется).

Таким образом, в результате сверхтонкого взаимодействия в спектре ЭПР нитроксильного радикала появятся три линии, соответствующие трем возможным ориентациям момента ядра азота ($I_z = -1, 0, +1$). Такое сверхтонкое расщепление линии ЭПР наблюдается, в частности, у свободного стабильного радикала дитретбутилдифенилнитроксида (в дальнейшем радикал F), структура которого показана на рис. 3.

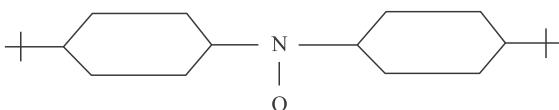


Рис. 3. Структурная формула молекулы дитретбутилдифенилнитроксида

Необходимо однако отметить, что на спектре ЭПР кристаллического вещества бывает видна только одна узкая линия электронного парамагнитного резонанса. Это обусловлено тем, что в кристалле существует сильное обменное взаимодействие между неспаренными электронами соседних молекул. Величина этого обменного взаимодействия оказывается больше, чем энергетическое расщепления сверхтонкой структуры. Характерное для обменных явлений усреднение поля по многим молекулам и приводит к исчезновению сверхтонкой структуры. Достаточно удобной модельной системой для наблюдения явления сверхтонкого расщепления спектра электронного парамагнитного резонанса является раствор парамагнитного вещества. При этом из-за существенного увеличения расстояния между центрами обменные взаимодействия проявляются в меньшей степени.

Расстояние между соседними линиями СТС спектра характеризуется константой сверхтонкого взаимодействия A , которая существенным образом зависит от электронной плотности на ядре. Если ядро атома или одно из атомных ядер молекулы имеет спин \mathbf{I} , то каждый подуровень СТС характеризуется полным моментом $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$, где \mathbf{J} — векторная сумма полного электронного момента и момента орбитального движения ядер. Квантовые числа F полного момента пробегают значения $F = |J - I|, |J - I| + 1, \dots, J + I$ (J и I — квантовые числа полного механического электронного и ядерного спинового моментов). При $J \geq I$ число подуровней равно $2I + 1$, а при $J < I$ оно равно $2J + 1$. Энергия E подуровня записывается в виде

$$E_F = E_J + E_{M1}, \quad (1)$$

где E_J — энергия уровня в пренебрежении СТС, а E_{M1} — энергия диполь-дипольного взаимодействия (мы не учитываем взаимодействие квадрупольного момента ядра с неоднородным внутриатомным электрическим полем, которое обычно много меньше магнитодипольного).

Энергия магнитного взаимодействия записывается в виде

$$E_{M1} = \frac{1}{2} \hbar A C, \quad C = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1), \quad (2)$$

где константа сверхтонкого взаимодействия A имеет размерность частоты (Гц) и определяется усреднением по состоянию с полным моментом F оператора магнитного взаимодействия.

Спектрометр ЭПР «Минск-12М»

Для наблюдения сверхтонкого расщепления линий ЭПР необходимы спектрометры с достаточно высокой чувствительностью. В данной работе используется спектрометр ЭПР «Минск-12М» (см. рис. 4).

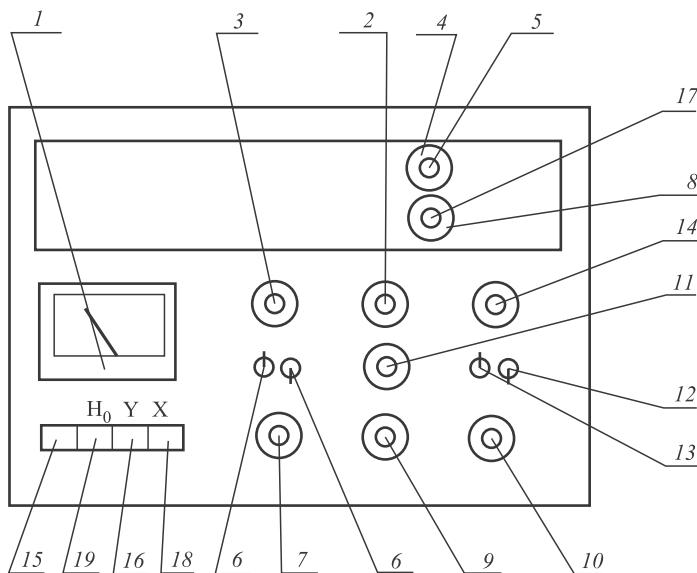


Рис. 4. Передняя панель спектрометра: микроамперметр узла контроля (1); глубокая регулировка индукции магнитного поля (2); Регулировка уровня высокочастотной модуляции (3); шахта с держателем ампулы (4); цанга для ампулы с образцом (5); переключатель постоянных времени ФНЧ и УНТ (6); регулировка усиления усилителя сигнала (7); ручка подстройки частоты генератора СВЧ (8); установка скорости развертки магнитного поля (9); совмещение прямой и обратной разверток (10); установка диапазона развертки магнитного поля (11); переключатель диапазонов скоростей развертки (12); выключатель развертки магнитного поля (13); точная установка индукции магнитного поля (14); контроль тока детектора (15); контроль выхода УПТ (16); кнопка запуска генератора СВЧ (17); контроль треугольного напряжения развертки (18); контроль тока магнита (19)

Спектрометр работает на частоте 10 ГГц, генерируемой диодом Гана. Спектр ЭПР представляет собой зависимость интенсивности поглощения веществом энергии СВЧ от напряженности магнитного поля. Мощность СВЧ-колебаний регистрируется детектором на основе диода Шоттки. Ампула с образцом помещается в измерительный объемный резонатор, который находится в зазоре электромагнита. Магнитное поле в зазоре может регулироваться от 100 до 4500 Гс с помощью ручек 2 (грубо) и 15 (плавно).

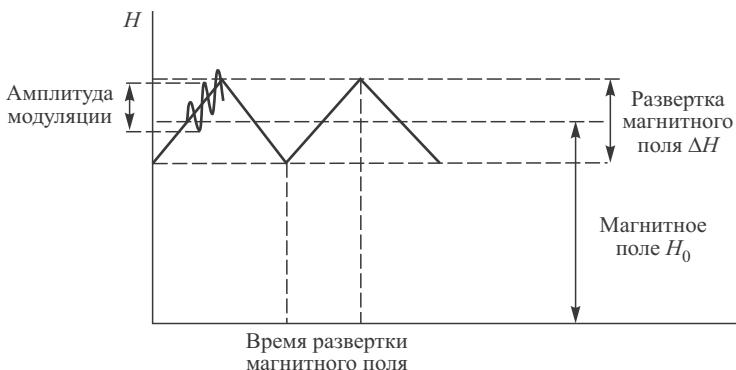


Рис. 5. Треугольная модуляция магнитного поля спектрометра

Для получения периодического резонансного значения магнитного поля его напряженность модулируется по треугольному закону (рис. 5). Амплитуда треугольных колебаний регулируется от 0 до 500 Гс потенциометром «Диапазон H » — ручкой 12. Скорость развертки регулируется потенциометром «Время развертки» — ручкой 10. Если значение магнитного поля соответствует резонансному, то происходит поглощение образцом энергии СВЧ, в результате чего на детекторе СВЧ выделяется сигнал поглощения в зависимости от напряженности магнитного поля.

Для повышения чувствительности спектрометра используется высокочастотная амплитудная модуляция СВЧ-колебаний с последующим синхронным детектированием СВЧ-сигнала. Амплитуда высокочастотной модуляции регулируется потенциометром «Уровень модуляции» — ручкой 3. В результате спектрометр регистрирует первую производную спектра поглощения ЭПР (см. рис. 5).

В спектрометре используется электронный запуск генератора СВЧ. При нажатии кнопки 19 запуска напряжение питания диода Гана модулируется треугольным напряжением. Происходит поиск и захват частоты генератора собственной частотой измерительного резонатора, что обнаруживается по уменьшению тока детектора.

Начинать работу следует с калибровки развертки магнитного поля. Для этого необходимо подобрать оптимальные условия (см. выше опи-

сание работы спектрометра) и наблюдать спектр ЭПР поликристалла дифенилпикрилгидразила — ДФПГ (его структура описана в работе 10.1). Известно, что ширина производной сигнала поглощения ДФПГ

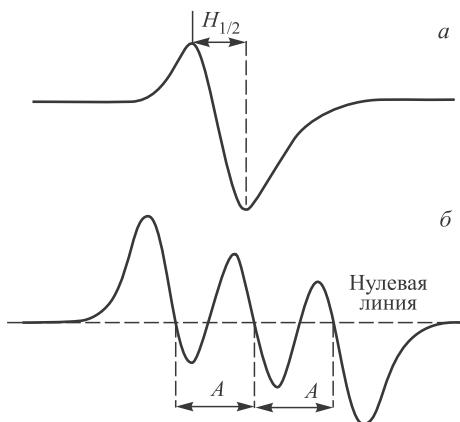


Рис. 6. Типичные спектры ЭПР (первая производная спектра поглощения): *а* — без сверхтонкого расщепления, синглет; *б* — сверхтонкое расщепление, триплет. *A* — константа сверхтонкого взаимодействия

составляет $\Delta = 2,3 \text{ Э}$ при $T = 295 \text{ К}$ и $\nu = 10 \text{ ГГц}$ (см. рис. 6*а*). При работе на ЭПР-спектрометре полезно сравнить полученные результаты с показаниями делителя развертки магнитного поля на передней панели прибора.

Задание

Наблюдение тонкой и сверхтонкой структуры спектров ЭПР. Включите осциллограф в сеть 220 В. Кнопки «2 X-Y» в блоке каналов и «X-Y» в блоке развертки должны быть в нажатом положении, все остальные — нет. Канал «X» осциллографа работает от развертки магнитного поля спектрометра. Оптимальный диапазон аттенюатора 0,06–0,2 В/дел. Канал «Y» осциллографа усиливает сигнал поглощения. Оптимальный диапазон аттенюатора 1–20 мВ/дел.

Поместите в резонатор с помощью цангового зажима ампулу с исследуемым веществом — вначале с ДФПГ (образец 1). О нахождении образца внутри резонатора свидетельствует уменьшение тока детектора — при утопленной кнопке 17 «I». Ампула с образцом должна быть установлена так, чтобы цветная полоска на ампуле была на уровне торца цангового зажима.

Осуществите поиск сигнала ЭПР. Для этого установите переключатель 12 — амплитуда развертки магнитного поля — в среднее положение. Переключатели 3 — амплитуда ВЧ-модуляции и 7 — усиление сигнала установите в крайне правое положение, тумблер 14 — развертка

магнитного поля — должен быть в положении «пуск», переключатель 10 — диапазон скоростей развертки — в положении 100, тумблер 13 — переключатель диапазона развертки «МС-С» — переведите в положение «МС» (вниз). Кнопка 21 «Н₀» — ток через электромагнит — должна быть утоплена. Медленно вращая регуляторы 2 «Н₀» (грубо) и 15 (плавно) напряженности магнитного поля, провести поиск сигнала ЭПР ДФПГ (см. рис. 5).

Проведите оптимизацию спектров ЭПР на экране осциллографа по минимальным его искажениям выбором скорости развертки, уровнем модуляции и уровнем усиления сигнала. Совмещение сигналов прямой и обратной разверток произвести ручкой 11 «совмещение». Для снижения шумов ручку 6 «постоянная времени» перевести в положение «0,10».

Заменив образец ДФПГ на образец радикала «F», наблюдайте сигнал ЭПР на образцах 2, 3, 4, 5, имеющих последовательно все большее разведение радикала «F», вплоть до полного сверхтонкого расщепления линии ЭПР (рис. 6б). Образец 2 — это радикал «F», образец 3 — его разведение 2–10 моль/л, образец 4 — $10 \cdot 10^{-3}$ моль/л, образец 5 — $50 \cdot 10^{-3}$ моль/л. Объясните, почему изменяется структура спектра при разбавлении радикала «F». Вычислите ширину резонанса путем сравнения с сигналом ЭПР на ДФПГ.

По величине сверхтонкого расщепления спектра ЭПР найдите величину константы сверхтонкого взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика. — М.: Физматкнига, 2006.
2. Блюменфельд Л. А., Тихонов А. Н. Соросовский образовательный журнал. 1997. № 9. С. 91.
3. Вонсовский С. В. Магнетизм. — М.: Наука, 1971.

Работа 10.3. Изучение ядерного магнитного резонанса

В работе исследуется ядерный магнитный резонанс на ядрах водорода, измеряется ширина линии поглощения, качественно изучается температурная зависимость сигнала ЯМР и эффект его насыщения.

Рассмотрим расщепление энергетических уровней атомного ядра в магнитном поле. Будем предполагать, что ядро обладает не зависящим от внешнего поля магнитным моментом μ^*). Взаимодействие магнитного диполя с внешним полем приводит к появлению дополнительной

*) Здесь и в дальнейшем под магнитным моментом мы будем понимать дипольный магнитный момент ядра.

энергии

$$E = -(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{B}). \quad (1)$$

В формуле (1) $\boldsymbol{\mu}$ — вектор магнитного момента, \mathbf{B} — индукция внешнего магнитного поля. У отдельно взятого ядра есть лишь одно выделенное направление — направление его полного момента количества движения \mathbf{M} . По этому направлению и ориентирован вектор $\boldsymbol{\mu}$. Запишем поэтому

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{M}. \quad (2)$$

Коэффициент γ , равный отношению магнитного момента к механическому, носит название *гиромагнитного отношения*.

Естественным масштабом для измерения ядерных магнитных моментов является ядерный магнетон Бора $\mu_{\text{я}}$:

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 0,5 \cdot 10^{-23} \text{ эрг} \cdot \text{Гс}^{-1}. \quad (3)$$

При вычислении величины ядерного магнетона в формулу (3) следует подставить массу протона m_p и его заряд (равный заряду электрона).

Гиромагнитное отношение γ имеет сложную размерность. Более простой величиной является так называемый g -фактор, также представляющий собой отношение магнитного момента к механическому. При вычислении g -фактора магнитный момент измеряется в ядерных магнетонах, а механический момент — в единицах \hbar :

$$g = \frac{\mu/\mu_{\text{я}}}{M/\hbar} = \frac{\mu}{\mu_{\text{я}}} \frac{\hbar}{M} = \frac{\hbar}{\mu_{\text{я}}} \gamma. \quad (4)$$

Ядерный g -фактор по смыслу аналогичен атомному фактору Ланда. Напомним, что для электрона соответствующий фактор равен двум, а для протона $g = 5,58$, т. е. в 2,79 раза больше, чем можно было бы ожидать для частицы со спином $1/2$. Причина столь сильного различия заключается в том, что протон не является «элементарной частицей» в прямом смысле этого слова, он состоит из трех夸ков, которые определяют его магнитный момент. Только на основе кварковой структуры можно правильно рассчитать его магнитный момент.

Заменив в формуле (2) γ на g с помощью (4), получим

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\mu_{\text{я}}}{\hbar} g \mathbf{M}. \quad (5)$$

Величина g -фактора изменяется не только от ядра к ядру, но и от уровня к уровню. Для всех компонент данного уровня он, однако, одинаков (под компонентами уровня мы понимаем состояния, отличающиеся друг от друга только значением проекции вектора \mathbf{M}). Квадрат вектора момента импульса определяется формулой

$$\mathbf{M}^2 = \hbar^2 I(I + 1), \quad (6)$$

где I — целое или полуцелое число. Величину I принято называть *спиновым квантовым числом* или просто *спином ядра*.

Проекция момента импульса на любую ось также квантуется. Для проекции момента \mathbf{M} квантовая механика дает формулу

$$M_z = m\hbar, \quad (7)$$

где m — некоторое целое число (при целом I) или полуцелое число (при полуцелом I). Набор возможных значений m определяется условием

$$-I \leq m \leq +I,$$

причем последовательные возможные значения m отличаются друг от друга на единицу. Проецируя \mathbf{M} и μ на направление вектора \mathbf{B} , из формул (6) и (7) получим

$$\mu_B = \frac{\mu_\alpha}{\hbar} g M_B = \frac{\mu_\alpha}{\hbar} g m \hbar = \mu_\alpha g m. \quad (8)$$

Наибольшее возможное значение μ_B равно $\mu_\alpha g I$. Именно это значение принято называть *магнитным моментом ядра*, и его приводят в справочниках.

Различие между двумя соседними компонентами расщепившегося уровняня находится с помощью формул (2) и (8):

$$\Delta E = B \Delta \mu_B = B \mu_\alpha g \Delta m = B \mu_\alpha g. \quad (9)$$

Картина расщепления уровней ядра во внешнем магнитном поле показана на рис. 1 на примере ядра, обладающего спином $3/2$. На рис. 1a условно изображены возможные положения вектора полного момента количества движения \mathbf{M} . Квадрат его абсолютного значения для всех компонент равен $\hbar^2 I(I+1) = (3/2)(1+3/2)\hbar^2$.

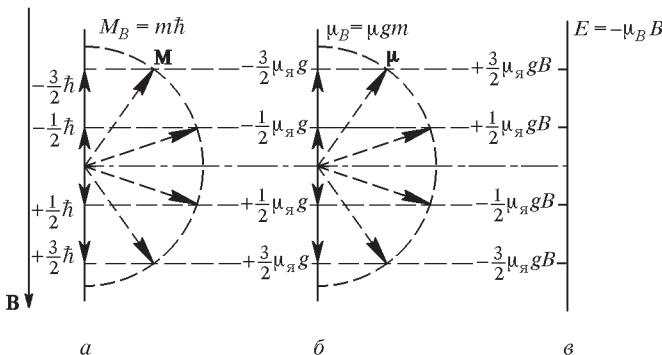


Рис. 1. Расщепление уровней ядра со спином $I = 3/2$ во внешнем магнитном поле \mathbf{B}

Вектор магнитного момента μ отличается от вектора M множителем $\mu_{\text{я}}g/\hbar$. В соответствующем масштабе вектор μ повторяет поэтому вектор M , как это показано на рис. 1б. На рис. 1в изображено расщепление уровня энергии ядра в поле B .

Между компонентами расщепившегося уровня могут происходить электромагнитные переходы. Переходы с нижних компонент на верхние требуют затрат энергии и происходят лишь под действием внешнего высокочастотного поля. Переходы верхних компонент на нижние могут быть как вынужденными, так и самопроизвольными. Энергия квантов, вызывающих электромагнитные переходы, задается формулой (9) и точно определена. Явление носит, следовательно, резонансный характер. Соответствующая частота находится обычным способом:

$$\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{B\mu_{\text{я}}g}{\hbar}. \quad (10)$$

Возбуждение переходов между компонентами расщепившегося ядерного уровня носит название *ядерного магнитного резонанса*.

На первый взгляд может показаться, что формула (9), задающая расстояние между соседними компонентами расщепившегося уровня, определяет только наименьшее значение резонансной частоты. Это не так. Электромагнитные переходы между компонентами, которые не являются соседними, оказываются сильно подавленными (поэтому они называются запрещенными). Как правило, электромагнитные переходы сопровождаются излучением дипольных фотонов с моментом единица и отрицательной четностью. Вероятность излучения фотонов с большей мультипольностью намного меньше.

Обозначим через N_+ и N_- заселенности соседних энергетических состояний ядер в магнитном поле. В отсутствие высокочастотного поля заселенность уровней определяется температурой среды и может быть рассчитана по формуле Больцмана

$$N_-/N_+ = \exp \left[-\frac{\Delta E}{k_B T} \right], \quad (11)$$

где ΔE — расстояние между уровнями, определяемое по формуле (9). Заселенность нижележащего уровня N_+ больше заселенности верхнего уровня N_- .

Включим теперь электромагнитное излучение с частотой, определяемой формулой (10). Вызванные излучением переходы приведут к тому, что термодинамическое равновесие нарушится. В образце идут два противоположных процесса: электромагнитное излучение выравнивает заселенности N_+ и N_- , а внутренние взаимодействия стремятся восстановить больцмановское распределение. В конце концов устанавливается равновесие: заселенности уровней перестают меняться, и образец постоянно поглощает некоторую долю падающего электромагнитного

излучения. Заселенность уровней при равновесии и количество поглощаемой в секунду энергии зависят от свойств среды (скорости обратных процессов) и от мощности высокочастотного излучения. Если, однако, мощность достаточно велика, то заселенности оказываются почти одинаковыми, и тогда скорость поглощения энергии перестает зависеть от подводимой мощности. В этом случае говорят о *насыщении* ядерного магнитного резонанса. Если теперь выключить электромагнитное излучение, то происходит только один процесс — восстановление больцмановского равновесия. Он продолжается до тех пор, пока разность заселенностей не станет равна первоначальной разности ΔN_0 , соответствующей равновесному значению при заданной температуре образца. Обозначим через ΔN_1 разность заселенностей, которая установилась в присутствии высокочастотного поля. Разность заселенностей в любой момент времени после выключения электромагнитного излучения описывается формулой

$$\Delta N = \Delta N_0 - (\Delta N_0 - \Delta N_1) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right). \quad (12)$$

Входящая в формулу константа τ_1 имеет размерность времени и называется *временем спин-решеточной релаксации**). Она характеризует скорость восстановления равновесного значения заселенностей и зависит от строения решетки и характера взаимодействия спина ядра с решеткой (с другими ядрами). Чем меньше время релаксации, тем быстрее устанавливается тепловое равновесие и тем большая энергия (при прочих равных условиях) отбирается образцом от источника высокочастотной мощности. Для металлов τ_1 оказывается порядка $1 \div 10$ мс, а для чистых жидкостей τ_1 достигает нескольких секунд (для чистой воды, например, $\tau_1 = 3,6$ с).

Время спин-решеточной релаксации имеет важное значение при проведении эксперимента. При обычной постановке опыта резонансное поглощение наблюдается в установке, в которой частота излучения или величина поля B периодически изменяются, колеблясь около резонансных значений. В момент прохождения резонанса наблюдается увеличение отбора энергии от генератора высокочастотного поля. Очевидно, что сигнал ядерного магнитного резонанса будет значителен, если время между двумя последовательными прохождениями через резонанс окажется значительно больше времени τ_1 , чтобы успела восстановиться больцмановская разность заселенностей уровней.

Важной характеристикой линий поглощения ядерного магнитного резонанса является ее ширина. Мерой ширины служит разность частот $\Delta\nu$, измеренных в двух точках, расположенных на кривой поглощения по разные стороны от максимума на высоте, равной половине

*) Иногда в литературе τ_1 называют «продольным» временем релаксации.

максимального ее значения. Ширину линии можно измерять и при фиксированной частоте генератора — по разности значений магнитной индукции ΔB , при которых наблюдается сигнал, равный половине максимального (рис. 2). Пересчет ΔB в $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$ делается с помощью формулы (10), из которой

следует, что

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta B}{B}. \quad (13)$$

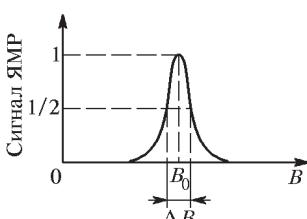


Рис. 2. Кривая резонансного поглощения ядерного магнитного резонанса

поле соседних ядер носит случайный характер и изменяется в зависимости от расположения соседних ядер в решетке и от направления их спина, кривая резонансного поглощения оказывается уширенной. Это уширение называют уширением за счет *диполь-дипольного* или *спин-спинового взаимодействия*.

Порядок величины $B_{\text{лок}}$ нетрудно оценить. Пренебрегая действием далеко расположенных ядер, рассчитаем поле, создаваемое одним из ближайших соседей. Положим магнитный момент равным одному ядерному магнетону, а $r \simeq 1 \text{ \AA}$. В этом случае

$$B_{\text{лок}} = \frac{\mu_{\text{я}}}{r^3} \simeq 5 \text{ Гс.}$$

Конечно, поле $B_{\text{лок}}$ создается не одним, а многими ядрами, но их поля в существенной мере компенсируют друг друга, так что при оценке разумно считать, что результирующее поле создается одним ядром. Ширину $\Delta\omega_2$, обусловленную спин-спиновым взаимодействием, нередко определяют через обратную величину, имеющую размерность времени. Ее обозначают через τ_2 и называют *временем спин-спиновой релаксации**):

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_2}.$$

Вторая причина уширения состоит в том, что время жизни ядра в данном энергетическом состоянии, как уже отмечалось, конечно. Согласно принципу неопределенностей, связанная со временем жизни ширина линии равна

$$\delta\omega_1 = \frac{1}{\hbar} \delta E \simeq \frac{1}{\hbar} \frac{\hbar}{\tau_1} = \frac{1}{\tau_1}.$$

*) В литературе τ_2 иногда называют «поперечным» временем релаксации.

Связанное с конечным временем уширение линии существенно у веществ с малым временем спин-решеточной релаксации. Ширина линии поглощения сильно различается у разных веществ. У жидкостей она, как правило, невелика и составляет около 5 Гц, а у твердых тел достигает 5 кГц. Столь большое различие в ширине линии в основном объясняется тем, что магнитное поле для хаотически движущихся ядер жидкости усредняется существенно лучше, чем поле ядер, правильно расположенных в кристаллах.

Экспериментально наблюдаемая ширина линии может оказаться существенно больше естественной ширины, которая обсуждалась выше. Наибольший вклад в привносимую установкой «аппаратурную» ширину линии вносит неоднородность магнитного поля **B**. Неоднородность поля приводит к тому, что в различных частях образца резонансное поглощение происходит на разных, хотя и близких частотах. Неоднородность магнитного поля не только уширяет линию ядерного магнитного резонанса, но и уменьшает ее высоту. Эти два явления обязательно сопровождают друг друга, так как различие в резонансной частоте уменьшает число ядер, которые одновременно участвуют в процессе резонансного поглощения энергии. Поэтому в ЯМР-экспериментах вопросу однородности магнитного поля уделяют особое внимание.

Эффект резонансного поглощения очень мал. Достаточно сказать, что заселенности уровней, например, для протонов, находящихся в поле $5 \cdot 10^3$ Гс, при обычных температурах различаются всего на одно ядро на каждые 10^5 ядер, а разность энергий уровней ΔE составляет всего 10^{-7} эВ $\simeq 10^{-26}$ Дж $\simeq 10^{-19}$ эрг. Поэтому аппаратура для измерения ядерного магнитного резонанса должна обладать высокой чувствительностью.

Экспериментальная установка

Существует несколько типов экспериментальных установок, с помощью которых можно исследовать ядерный магнитный резонанс. В данной работе используется индикаторная установка с генератором слабых колебаний. Схема установки изображена на рис. 3.

Исследуемый образец обозначен на рисунке цифрой 2. Образец помещен внутрь катушки, входящей в состав генератора. Генератор представляет собой часть индикаторной установки 1. Магнитное поле в образце создается с помощью электромагнита 4. Основное магнитное поле создается с помощью катушек 5, питаемых постоянным током. Величина тока регулируется реостатом *R* и измеряется амперметром *A*. Небольшое дополнительное поле возбуждается модулирующими катушками 6, присоединенными к сети переменного тока через трансформатор 3. Напряжение на катушках регулируется потенциометром 8.

Основной частью установки является генератор слабых колебаний. Он представляет собой усилитель с положительной обратной связью, благодаря которой поддерживается непрерывная генерация. Катушка с образцом и находящийся в ящике 1 конденсатор переменной емкости

образуют сеточный контур генератора. Емкость конденсатора, а следовательно, и частоту генератора можно менять, поворачивая лимб 7, выведенный на лицевую сторону индикаторной установки. При наступлении ядерного магнитного резонанса поглощение энергии в образце увеличивается, добротность сеточного контура падает и амплитуда генерации уменьшается. Высокочастотный сигнал с генератора усиливается и детектируется. Выпрямленный сигнал усиливается с помощью усилителя низкой частоты. Усилитель высокой частоты, детектор и усилитель низкой частоты входят в состав индикаторной установки 1.

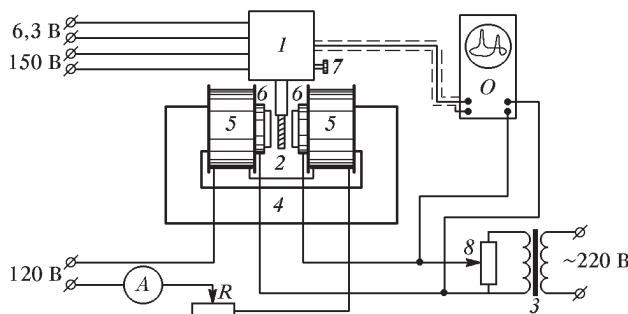


Рис. 3. Схема установки для изучения ядерного магнитного резонанса

Сигнал ядерного магнитного резонанса наблюдается на экране осциллографа. На рис. 4 вверху изображен временной ход магнитного поля электромагнита. Как уже отмечалось, постоянная часть поля создается основными, а переменная — модулирующими катушками. При

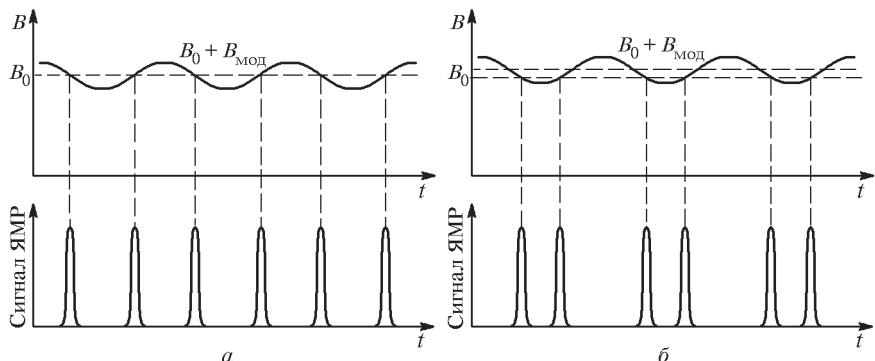


Рис. 4. Временная зависимость магнитного поля и сигнала ядерного магнитного резонанса

правильной настройке установки магнитное поле колеблется около резонансного значения, пересекая его два раза за каждый период изменения тока в модулирующих катушках. Как видно из рис. 4, время, проходящее между следующими друг за другом пересечениями, одинаково при точном равенстве постоянного магнитного поля резонансному значению B_0 (рис. 4a) и различается при неточном их соответствии (рис. 4б) основной составляющей магнитного поля.

Сигнал, наблюдаемый на экране осциллографа, имеет вид, изображенный на рис. 4, лишь в том случае, если включена линейная временная развертка. В нашей установке на вход «X» осциллографа подается сигнал с модулирующими катушками. Сигнал с идеально работающей установки должен был бы иметь вид, изображенный на рис. 5a. Резонансные условия всегда наступают при одном и том же поле B_0 . Практически сигнал обычно имеет вид, изображенный на рис. 5б.

Неизбежно присутствующие наводки деформируют прямую линию, которая наблюдается при отсутствии сигнала ядерного магнитного резонанса, в сильно сплюснутый эллипс. Сигнал ядерного магнитного резонанса наблюдается при двух несколько отличных друг от друга значениях тока в модулирующих катушках. Различие происходит из-за гистерезиса магнита и сдвига фаз между напряжением и током в измерительной цепи установки. Эти два значения тока соответствуют одной и той же величине магнитной индукции.

Задание

I. Получение сигнала ядерного магнитного резонанса от ядер водорода и измерение ширины линии поглощения.

1. Вставьте цилиндрический образец, изготовленный из резины, в катушку индикаторной установки. Поместите катушку в зазор электромагнита так, чтобы ее ось была перпендикулярна направлению магнитного поля. Включите питание индикаторной установки, осциллографа и модуляционных катушек. Установите ручку вертикального аттенюатора в положение 1 : 1. *Не забудьте снять наручные часы — магнитное поле в зазоре составляет несколько тысяч эрстед.*

При нормальной работе схемы на экране осциллографа должна быть видна развертка луча, которую можно регулировать потенциометром горизонтального усилителя; сам луч несколько размазан из-за шумов.

2. Регулируя чувствительность вертикального усилителя, подберите такое положение ручки плавной регулировки, чтобы шум на экране был минимален. При этом ручка плавной регулировки усиления должна находиться приблизительно в среднем положении, обеспечивающем

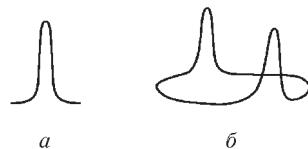


Рис. 5. Сигнал ядерного магнитного резонанса на экране осциллографа

достаточную чувствительность осциллографа. Большая величина шума может быть вызвана наводками от какой-либо радиостанции или работающего поблизости генератора. Индикаторная установка представляет собой регенеративный приемник, способный хорошо чувствовать такие помехи. В этом случае нужно изменить рабочую частоту индикаторной установки, слегка повернув лимб переменного конденсатора (на лицевой стороне установки).

3. Плавно меняя магнитное поле с помощью реостата, обнаружьте сигнал ядерного магнитного резонанса от ядер водорода, имеющихся в резиновом образце. Если сигнал не обнаружен, а схема работает, надо переместить катушку с образцом в более однородный участок магнитного поля. Для отыскания такого участка следует пользоваться стальным шариком в стеклянной трубке. В однородном поле шарик в горизонтальном расположенной трубке находится в безразличном равновесии.

4. Поставьте контрольный опыт: убедитесь в том, что наблюдаемый сигнал ядерного магнитного резонанса действительно происходит от ядер водорода. Для этого замените образец из резины на ампулу с водой, в которую добавлено немного треххлористого железа (ионы железа уменьшают время спин-решеточной релаксации и дают возможность наблюдать сигнал от ядер водорода в воде при частоте модуляции 50 Гц). Резонансное значение поля должно остаться практически прежним, хотя сам сигнал может существенно измениться. Катушку с ампулой нужно ставить в то же место, где раньше устанавливался резиновый образец.

5. По экрану осциллографа измерьте ширину линии поглощения в единицах B . Для калибровки горизонтальной оси воспользуйтесь имеющейся разверткой от модулирующих катушек: длина развертки соответствует удвоенной амплитуде B_{mod} поля. Амплитуда модулирующего магнитного поля определяется по показанию катодного вольтметра, подсоединенном к специальному катушке, помещенной в зазор электромагнита. Эффективное значение ЭДС, измеренное вольтметром, связано с полем формулой

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} n \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} n \frac{d(B_{\text{mod}} S)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} n \omega_{\text{mod}} S B_{\text{mod}}.$$

Здесь ω_{mod} — угловая частота модулирующего переменного тока, n — число витков в катушке, S — площадь каждого витка (эти величины указаны на катушке). Ширина линии измеряется на образцах из резины и воды.

6. Оцените погрешность в измерениях. Объясните, с чем связано наблюданное различие в ширине линий.

7. Убедитесь в том, что ширина кривой ядерного магнитного резонанса зависит от неоднородности магнитного поля в образце. Для этого поднесите стальной шарик к образцу в момент наблюдения сигнала от

ядерного магнитного резонанса. Пик на осциллографе должен стать шире и ниже.

II. Наблюдение температурной зависимости и насыщения ядерного магнитного резонанса

1. Расплавьте в горячей воде парафин, находящийся в ампуле, и, поместив ампулу в катушку индикаторной установки, обнаружьте сигнал ядерного магнитного резонанса. Проследите за тем, как изменяется сигнал по мере охлаждения парафина.

2. «Заморозьте» резиновый образец в жидком азоте и поместите его в катушку индикаторной установки. Проследите за тем, как изменяется сигнал по мере нагревания резинового образца. Объясните наблюдаемые явления.

3. Возьмите ампулу с дистиллированной водой и поместите ее в катушку прибора. Наблюдайте за сигналом ядерного магнитного резонанса в двух случаях: когда магнитное поле быстро пересекает резонансное значение и когда оно проходит его медленно. Почему амплитуда в первом случае велика, а во втором резко падает?

4. Добавляя в ампулу с дистиллированной водой по одной капле однопрцентного раствора FeCl_3 , наблюдайте за изменением сигнала резонанса. Чем объяснить резкое увеличение сигнала вначале и прекращение роста при дальнейшем увеличении концентрации?

5. Закончив работу, выключите схему. Прежде чем выключить питание электромагнита, с помощью реостата максимально уменьшите его ток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. С. 595–606.
2. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в квантовую физику. — М.: Наука, 1989. § 38.

Работа 10.4. Магнитные моменты легких ядер

В работе вычисляются магнитные моменты протона, дейтрана и ядра фтора на основе измерения их g -факторов методом ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Полученные данные сравниваются с вычислениями магнитных моментов на основе кварковой модели адронов и одночастичной оболочечной модели ядер.

Спин и магнитный момент ядра. Полный момент количества движения ядра часто обозначается символом **I** (вместо **J**, принятого для атома). В литературе **I** часто называют «спином» ядра. Мы будем под

«спином» понимать лишь собственную (не орбитальную) часть момента количества движения **S**, а символом **L** будем обозначать полный орбитальный момент нуклонов. Тем самым полный момент ядра

$$\mathbf{I} = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (1)$$

Согласно квантовой механике, полный момент количества движения **I** изолированной системы (ядра) принимает (в единицах \hbar) целые или полуцелые значения. Для четного числа нуклонов всегда $I = 0, 1, 2, \dots$, а для нечетного A — всегда $I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$. Следует отметить, что этот результат мы бы не получили, если бы ядро состояло из протонов и электронов.

Вообще говоря, ядра обладают также и магнитным моментом μ , связанным, естественно, с **I**. К настоящему времени спины и магнитные моменты стабильных и многих радиоактивных изотопов хорошо измерены. Рассмотрение магнитных свойств атомных ядер показывает, что мы имеем дело с более сложной ситуацией, чем это имеет место в случае электронной оболочки.

Дипольный магнитный момент представляет собой аксиальный вектор, и тем самым при замене \mathbf{r} на $-\mathbf{r}$ он не меняет знака. Поэтому в ядре могут быть отличны от нуля только дипольный и все нечетные магнитные моменты. Четные магнитные моменты в стационарных состояниях обращаются в нуль.

Отношение дипольного магнитного момента μ к механическому моменту **I** называется *гиромагнитным отношением* и записывается оно в атомной физике в виде

$$\gamma = g\gamma_0, \quad (2)$$

где g — фактор Ланде, а за единицу (γ_0) принимается гиromагнитное отношение для орбитального движения электрона в атоме

$$\gamma_0 = -\frac{e}{2m_e c}. \quad (3)$$

Аналогично в ядерной физике за единицу принимается величина

$$\gamma_{\text{я}} = \frac{e}{2Mc}, \quad (4)$$

где M — масса протона.

Тем самым магнитный момент ядра можно записать в виде

$$\mu = \gamma_{\text{я}} \hbar I. \quad (5)$$

Измеряется магнитный момент ядра в ядерных магнетонах

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2Mc}, \quad (6)$$

и поэтому удобнее формулу для магнитного момента ядра записывать в виде

$$\mu = g_{\text{я}} \mu_{\text{я}} I, \quad (7)$$

где коэффициент $g_{\text{я}}$ называется ядерным g -фактором.

Как видно из формулы (7), для вычисления магнитного момента надо знать величину углового момента ядра. Рассмотрим вкратце, каким образом они определяются.

1. Сверхтонкая структура оптических спектров. Сверхтонкая структура спектров вызвана взаимодействием электронов с магнитным моментом ядра. В результате взаимодействия магнитного момента ядра с магнитным полем, создаваемым движением электронов в атомной оболочке, электроны приобретают дополнительную энергию, зависящую от величины магнитного момента ядра и от его ориентации относительно направления магнитного поля электрона. Величина I определяется путем простого подсчета числа компонент сверхтонкой структуры в спектре данного изотопа.

2. Чередование интенсивностей в полосатых спектрах двухатомных молекул с тождественными ядрами. Этот метод также дает возможность определить I . Чередование интенсивностей является следствием того, что волновая функция молекулы с тождественными ядрами $\Psi(x_1, x_2)$ должна быть либо симметричной, либо антисимметричной относительно перестановки x_1 и x_2 ; через x обозначены все координаты, включая спин. Определение величины I основано на том факте, что статистические веса симметричных и антисимметричных состояний спинов относятся как $(I + 1)/I$.

3. Ядерные реакции, β - и γ -распады. Если известен спин начального ядра, а затем происходит, например, β -или γ -распад, то можно сделать определенные выводы относительно спина конечного ядра, и наоборот. Основано такое определение спина ядра на том, что вероятность перехода (т. е. время жизни возбужденного состояния) зависит от спина и четности исходного и конечного ядра. Разность спинов и четностей этих состояний может быть определена по измерению углового распределения вылетающих γ -квантов.

4. Ядерный магнитный резонанс. Раби пропускал нейтральные атомы сквозь сильное магнитное поле, при этом связь **I** и **J** разрывается, и оба эти вектора независимо прецессируют вокруг **H** с угловой частотой $\omega = g(eH/Mc)$, где g — гиromагнитное отношение. Если теперь наложить слабое добавочное магнитное поле **H'**, перпендикулярное к основному полю, то оно вызовет изменение ориентации ядерных спинов. Этот эффект может быть обнаружен, так как он оказывает влияние на траекторию атомов.

Этот метод может быть применен и к неподвижным ядрам и тогда он называется методом ЯМР. ЯМР — это резонансное поглощение электромагнитной энергии в веществах, обусловленное ядерным перемагни-

чиванием, он был открыт Ф. Блохом и Э. Парселлом в 1946 г. ЯМР наблюдается в постоянном магнитном поле \mathbf{H}_0 при одновременном воздействии на образец радиочастотного магнитного поля, перпендикулярного \mathbf{H}_0 , и обнаруживается по поглощению излучения. Метод ЯМР обладает очень высокой точностью. Относительные величины μ для различных ядер могут быть определены таким способом с точностью $1 : 10^6$.

ЯМР, будучи чисто ядерным эффектом, широко используется в органической химии для изучения состава и структуры химических соединений и динамики и механизмов химических реакций, позволяет получать сведения о характере водородных связей. В твердых телах ЯМР используется для определения магнитной восприимчивости и электронной плотности на исследуемом ядре, для исследования фазовых переходов типа полупроводник-металл, для исследования сверхпроводящих свойств ${}^3\text{He}$ при низких температурах.

В данной работе методом ЯМР измеряются g -факторы ядер и по полученным значениям вычисляются их магнитные моменты.

Экспериментальная установка

В магнитном поле ядерные уровни расщепляются (появляется так называемое зеемановское расщепление) и под действием внешнего высокочастотного поля могут происходить электромагнитные переходы между компонентами расщепившегося уровня, это явление носит резонансный характер и поэтому называется ядерным магнитным резонансом. Различие по энергии между двумя соседними компонентами определяется формулой

$$\Delta E = g_{\text{яБ}} \mu_{\text{я}} B_0. \quad (8)$$

Энергия квантов, вызывающих электромагнитные переходы, задается этой формулой, соответствующая частота находится обычным способом:

$$f_0 = \frac{\Delta E}{h} = \frac{g \mu_{\text{я}} B_0}{h}. \quad (9)$$

Следует подчеркнуть, что при ЯМР (как, конечно, и при ЭПР) переходы происходят между соседними зеемановскими подуровнями, а они все имеют одно и то же орбитальное квантовое число L и тем самым имеют одну и ту же четность. Поэтому электрические дипольные переходы невозможны, а под действием фотонов происходят лишь $M1$ -переходы. Вероятность таких переходов намного меньше, чем при $E1$ -переходах, и в оптическом диапазоне они практически не наблюдаются (сильно подавлены). Однако в радиодиапазоне в резонансном контуре может быть достигнута очень высокая напряженность электромагнитного поля («много фотонов»), и поэтому этот магнитный резонанс легко наблюдается.

Схема установки аналогична той, которая описана в работе 10.3.

В отличие от работы 10.3 в этой установке детектирование сигнала ЯМР осуществляется с помощью промышленного прибора. Модуляция

магнитного поля осуществляется с помощью небольшой катушки, намотанной непосредственно на датчик с исследуемым образцом, частота модуляции $\simeq 50$ Гц. При такой частоте модуляции сигнал ЯМР выглядит довольно необычно, как это показано на рис. П2 в Приложении к данной работе.

В зазоре электромагнита, в том месте, где располагались образцы, устанавливается холловский измеритель магнитного поля, а измерения ЯМР проводятся на резине (измеряется ЯМР на ядрах водорода — протонах), тefлоне, в состав которого входит фтор, и тяжелой воде.

Задание

1. ЯМР на ядрах водорода. Вставив цилиндрический образец, изготовленный из вакуумной резины, в катушку индикаторной установки, поместите катушку в зазор электромагнита так, чтобы ее ось стала перпендикулярна направлению магнитного поля. Установив частоту f_0 индикаторной установки в диапазоне $(1 \div 20)$ МГц, плавно изменяйте магнитное поле в зазоре, пока не обнаружите сигнал ЯМР от ядер водорода (протонов), содержащихся в резине. Величина резонансного магнитного поля определяется по ЭДС холловского датчика.

Если сигнал слабый, а установка работает нормально, следует переместить катушку с образцом в более однородный участок поля в зазоре электромагнита. Для нахождения такого участка используйте стальной шарик, расположенный в стеклянной трубке. В однородном поле шарик в горизонтально расположенной трубке находится в положении безразличного равновесия. Чтобы убедиться, что ширина (а значит и амплитуда) сигнала ЯМР зависит от степени однородности магнитного поля на образце, поднесите к образцу стальной шарик. При этом сигнал ЯМР становится шире.

Используя полученное значение f_0 в поле B_0 , вычислите g -фактор протона. Так как угловой момент протона определяется только его спином, то по величине g -фактора легко рассчитать и магнитный момент протона по формуле

$$g_{\text{п}} = \frac{2\pi}{\mu_{\text{я}}} \frac{f_{0\text{п}}}{B_{0\text{п}}} \hbar. \quad (10)$$

2. Измерение ЯМР на ядрах фтора. Получив сигнал ЯМР от водорода, плавно увеличивайте магнитное поле, пока не увидите сигнал ЯМР от ядер фтора, который входит в состав тefлона, из которого изготовлен каркас для генераторной катушки. Наблюдаемый сигнал слабее, чем от водорода, и шире. Для увеличения сигнала, поместите в катушку вместо резины тefлоновый цилиндр. Как и в пункте 2, измерьте резонансное поле и вычислите g -фактор ядер фтора, а затем и магнитный момент этого ядра, предполагая, что угловой момент внешнего протона в ядре фтора определяется только его собственным моментом (спином).

3. Измерение g -фактора дейтранона. Поместите в катушку стеклянную капсулу с тяжелой водой (вода, в которой водород замещен дей-

терием — D_2O). Частота генератора должна быть установлена на диапазон ($3 \div 5$) МГц. При поиске сигнала ЯМР от дейтрона учитите, что резонансное поле при этих частотах лежит в диапазоне нескольких кГс.

4. Сравните полученные величины g -факторов и магнитных моментов со справочными данными. Предполагая, что основное состояние дейтрона является смесью двух орбитальных состояний (3S_1 и 3D_1), вычислите по формуле (П19) величину этого вклада P_D .

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. V. — М.: Наука, 1983.
2. Гольдин Л. Л. и Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1969.
3. Ферми Э. Ядерная физика. — М.: ИЛ, 1951.
4. Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика. — М.: Физматкнига, 2006.
5. Капитонов И. М. Введение в физику ядра и элементарных частиц. — М.: Едиториал УРСС, 2002.

Приложение I

Кварки и магнитные моменты нуклонов

Магнитный момент протона равен

$$\mu_p = 2,792763\mu_\text{я}, \quad (\text{П1})$$

а нейтрона

$$\mu_n = -1,91315\mu_\text{я}. \quad (\text{П2})$$

Соответственно g -факторы нуклонов равны

$$g_p = 5,58, \quad g_n = -3,82. \quad (\text{П3})$$

Нормальный магнитный момент свободной заряженной частицы, подчиняющейся уравнению Дирака и имеющей массу нуклона, равен одному ядерному магнетону. Поэтому приведенные выше данные указывают на то, что свободные нуклоны обладают аномальным магнитным моментом. Ситуация с нейтроном выглядит еще более загадочной, так как нейтрон — нейтральная частица, а обладает он магнитным моментом, да еще другого знака, чем у протона. Уже этот факт указывает на то, что нуклоны не являются «элементарными» частицами в прямом понимании этого слова, а состоят из более «элементарных» (фундаментальных) частиц, и такими частицами, как мы сейчас знаем, являются кварки.

Гипотеза о кварковой структуре адронов не только позволила объяснить многие, казавшиеся ранее загадочными явления, такие как, например, магнитные моменты протона и нейтрона, но и предсказать многие

явления в мире элементарных частиц, впоследствии подтвердившиеся экспериментально.

Покажем, как рассчитываются на основе квартковой структуры магнитные моменты протона и нейтрона. Орбитальный момент квартков в нуклонах равен нулю, что подтверждено экспериментально. Поэтому нуклон — нижайшее состояние трехквартковой системы, а значит магнитный момент нуклонов складывается из магнитных моментов квартков, ориентированных в соответствии с ориентацией их спинов. Согласно квартковой модели протон и нейтрон представляют собой комбинации (*uud*) и (*ddu*) соответственно. Поэтому, в силу того, что как спины *u*- и *d*-квартков, так и нуклонов, равны 1/2, спины двух входящих в состав нуклона квартков должны быть параллельны, а третий им антипараллелен.

Рассмотрим на примере протона, квартковый состав которого есть (*uud*), что спины параллельны у квартков одинакового аромата. Волновая функция Ψ_p протона, который является фермионом, должна быть антисимметричной и может быть представлена в виде произведения его спиновой функции $\psi_{\text{сп}}(S_u, S_u, S_d)$, пространственной $\psi_{\text{пр}}(r_1, r_2, r_3)$ и цветовой $\psi_{\text{цв}}(u_k, u_3, d_c)$:

$$\Psi_{\text{ac}} = \psi_{\text{сп}}(S_u, S_u, S_d) \psi_{\text{пр}}(r_1, r_2, r_3) \psi_{\text{цв}}(u_k, u_3, d_c). \quad (\text{П4})$$

Цветовая функция всегда антисимметрична, так как она обеспечивает выполнение принципа Паули, когда все другие квантовые характеристики тождественных фермионов совпадают. Пространственная волновая функция симметрична, так как орбитальное квантовое число $L = 0$; это сразу следует из того, что спин протона равен 1/2. Это означает, что спиновая волновая функция должна быть симметричной относительно перестановки *u*-квартков, т. е. $\psi_{\text{сп}}(S_u, S_u, S_d) = \psi_{\text{сп}}(\uparrow\uparrow\downarrow)$, что мы и хотели показать.

Квартки мы считаем элементарными фермионами, магнитные моменты которых пропорциональны их зарядам. Поэтому магнитные моменты *u*- и *d*-квартков могут быть записаны в виде

$$\mu_u = \frac{2}{3} \mu_a, \quad \mu_d = -\frac{1}{3} \mu_a, \quad (\text{П5})$$

где μ_a — элементарный магнитный момент, который мы затем вычислим. Нуклон представляет собой систему из пары идентичных квартков с моментом $J = 1$, к которой добавлен квартк с $J = 1/2$. Магнитный момент пары *u*-квартков равен $\frac{4}{3} \mu_a$ и $-\frac{2}{3} \mu_a$ для пары $u \uparrow u \uparrow$ и $d \uparrow d \uparrow$ соответственно.

Суммарный магнитный момент нуклона легко найти по правилам сложения векторов в квантовой механике. Пусть мы имеем систему из двух частиц со спинами и магнитными моментами \mathbf{s}_1 , μ_1 и \mathbf{s}_2 , μ_2 , а их

суммарный спин и магнитный момент равны \mathbf{I} , μ . В центральном поле суммарный момент \mathbf{I} сохраняет величину и направление, а у вектора μ сохраняется только его проекция μ_I на направление вектора \mathbf{I} , которая и называется магнитным моментом системы, так как именно она определяет поведение системы во внешних полях. Таким образом,

$$\mu = \mu_I = \mu_1 \cos(\mathbf{s}_1, \mathbf{I}) + \mu_2 \cos(\mathbf{s}_2, \mathbf{I}). \quad (\text{П6})$$

Так как $\mathbf{I} - \mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_2$, а $\mathbf{I} - \mathbf{s}_2 = \mathbf{s}_1$, то, возводя эти равенства в квадрат, получаем

$$I^2 - 2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_1| \cos(\mathbf{s}_1 \mathbf{I}) + s_1^2 = s_2^2, \quad (\text{П7а})$$

$$I^2 - 2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_2| \cos(\mathbf{s}_2 \mathbf{I}) + s_2^2 = s_1^2, \quad (\text{П7б})$$

откуда

$$\cos(\mathbf{s}_1 \mathbf{I}) = \frac{I^2 + s_1^2 - s_2^2}{2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_1|}, \quad (\text{П8а})$$

$$\cos(\mathbf{s}_2 \mathbf{I}) = \frac{I^2 + s_2^2 - s_1^2}{2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_2|}. \quad (\text{П8б})$$

Таким образом,

$$\mu = \mu_1 \frac{I^2 + s_1^2 - s_2^2}{2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_1|} + \mu_2 \frac{I^2 + s_2^2 - s_1^2}{2|\mathbf{I}||\mathbf{s}_2|}. \quad (\text{П9})$$

Умножим и разделим оба слагаемых справа на $|\mathbf{I}|$:

$$\mu = \mu_1 \frac{I^2 + s_1^2 - s_2^2}{2|\mathbf{I}|^2} \frac{|\mathbf{I}|}{|\mathbf{s}_1|} + \mu_2 \frac{I^2 + s_2^2 - s_1^2}{2|\mathbf{I}|^2} \frac{|\mathbf{I}|}{|\mathbf{s}_2|}. \quad (\text{П9а})$$

Учитывая, что в квантовой механике квадрат любого вектора \mathbf{F} , максимальная проекция которого на любую ось есть F , равен $F(F+1)$, а отношения $|\mathbf{I}|/|\mathbf{s}_1|$ и $|\mathbf{I}|/|\mathbf{s}_2|$ — это отношения их z -проекций, равные $1/2$ и 1 , получаем

$$\mu = \mu_1 \frac{3/4 + 2 - 3/4}{2 \cdot 3/4} \frac{1}{2} + \mu_2 \frac{3/4 + 3/4 - 2}{2 \cdot 3/4} \frac{1}{3} = \frac{2\mu_1 - \mu_2}{3}. \quad (\text{П10})$$

Этой формулой мы и воспользуемся для вычисления магнитных моментов протона и нейтрона, в результате чего получим:

$$\mu_p = \mu_a, \quad \mu_n = -\frac{2}{3} \mu_a. \quad (\text{П11})$$

Следующее из этой формулы отношение магнитного момента нейтрона к магнитному моменту протона $\mu_n/\mu_p = -2/3$, что находится в прекрасном согласии с экспериментальным значением, равным $-0,685$.

Из соотношений (П5) следует, что внутренние магнитные моменты кварков μ_u и μ_d равны $2/3\mu_p$ и $-1/3\mu_p$. Предположим, что магнитный момент кварка массы m_q и зарядом Q_q определяется согласно теории Дирака как для частицы со спином 1/2. Тогда

$$\mu_q = \frac{e\hbar}{2m_q c} Q_q = \frac{e\hbar}{2m_p c} \frac{m_p}{m_q} Q_q = \mu_{\text{яБ}} \frac{m_p}{m_q} Q_q. \quad (\text{П12})$$

Это значит, что магнитный момент u -кварка равен $2\mu_{\text{яБ}}$, а соответственно магнитный момент протона — $3\mu_{\text{яБ}}$, что очень хорошо совпадает с наблюдаемым значениям протонного момента $2,8\mu_{\text{яБ}}$.

Следует отметить, что расчеты магнитных моментов нуклонов по квантовой хромодинамике совпадают с измеренными значениями с точностью в несколько процентов.

Магнитные моменты сложных ядер

Переходя к рассмотрению магнитных моментов ядер, мы сразу должны отметить, что если для спина ядер имеет место правило аддитивности, то магнитные моменты явно неаддитивны (если в качестве основных единиц выбрать магнитные моменты «свободных нуклонов» (П11) и (П12)).

Дейtron. Даже в простейшем сложном ядре — дейтроне (ядро тяжелого водорода, т. е. дейтерия), состоящим из одного протона и одного нейтрана, со спиновым квантовым числом, равным единице (что указывает на параллельную ориентацию механических моментов протона и нейтрана в ядре дейтерия), результирующий магнитный момент не равен точно алгебраической сумме магнитных моментов протона и нейтрана.

Действительно, согласно экспериментальным данным магнитный момент и g -фактор дейтрана равны

$$\mu_d = 0,857348\mu_{\text{яБ}}, \quad g_d = 0,858. \quad (\text{П13})$$

Таким образом, разность магнитного момента дейтрана и составляющих его нуклонов равна:

$$\mu_d - (\mu_p + \mu_n) = -0,022265\mu_{\text{яБ}}, \quad (\text{П14})$$

причем точность измерений гарантирует правильность до шестого знака.

Если предположить, что между нейтраном и протоном в дейтране действуют центральные силы, потенциал которых зависит только от расстояния между ними, то основное состояние должно обязательно быть S -состоянием, т. е. дейтран должен иметь орбитальный момент $L = 0$. Поскольку, согласно измерениям, спин дейтрана равен единице,

то основное состояние является триплетом 3S_1 . Вместе с тем, явное нарушение аддитивности нуклонных магнитных моментов в дейtronе, а также обнаруженный на опыте электрический квадрупольный момент дейтрана явно указывают, что состояние 3S_1 не может быть основным. Если бы это состояние было основным, то в нем обязательно должна выполняться аддитивность магнитных спиновых моментов и полностью отсутствовать электрический квадрупольный момент. Действительно, волновая функция состояния с $L = 0$ является сферически симметричным состоянием, т. е. оно должно иметь нулевой электрический квадрупольный момент.

Разрешение этого противоречия между теорией и опытом можно найти, если предположить, что основное состояние дейтрана является не «чистым» S -состоянием, а «смесью» состояний 3S_1 и 3D_1 (с $L = 2$). Состояние с $L = 1$, т. е. P -состояние, не может являться примесным, так как четные и нечетные значения L не могут сосуществовать в одной волновой функции в силу закона сохранения четности. Иначе говоря, к магнитному моменту ядра прибавляется еще добавка от орбитального движения нуклонов.

То, что основное состояние дейтрана является смесью двух орбитальных состояний, показывает, что орбитальный момент в данном случае не является интегралом движения, а число L не является квантовым числом, определяющим состояние системы. Это в свою очередь означает, что ядерные силы не могут быть центральными, т. е. что их потенциал имеет нецентральный (тензорный) характер.

Найдем величину вклада состояния 3D_1 в магнитный момент дейтрана. В общем случае оператор магнитного момента системы нейтрон+протон имеет вид:

$$\hat{\mu} = \mu_n \hat{\sigma}_n + \mu_p \hat{\sigma}_p + \hat{\mathbf{L}}_p, \quad (\text{П15})$$

где $\hat{\sigma}_n$ и $\hat{\sigma}_p$ — соответственно операторы спинов нейтрона и протона. μ_n и μ_p — магнитные моменты нейтрона и протона в единицах $\mu_{\text{жБ}}$, а $\hat{\mathbf{L}}_p$ — оператор орбитального момента протона, равный половине суммарного орбитального момента дейтрана \mathbf{L} . Мы при этом учли, что нейтрон не дает вклада в орбитальный магнитный момент, поскольку он не имеет заряда. Коэффициент при $\hat{\mathbf{L}}_p$ равен единице, так как момент измеряется в единицах $\mu_{\text{жБ}}$. Введя суммарный спин системы $\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_n + \hat{\sigma}_p)$, получаем вместо (П15):

$$\hat{\mu} = (\mu_n + \mu_p) \hat{\mathbf{S}} + \frac{1}{2}(\mu_n - \mu_p)(\hat{\sigma}_n - \hat{\sigma}_p) + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{L}}. \quad (\text{П15a})$$

Собственное значение оператора $(\hat{\sigma}_n - \hat{\sigma}_p)$ в триплетном состоянии равно нулю, ибо спины протона и нейтрона параллельны. Если ввести

полный момент количества движения \mathbf{I} , то это выражение можно переписать в виде:

$$\hat{\mu} = (\mu_n + \mu_p)\hat{\mathbf{I}} - (\mu_n + \mu_p - 1/2)\hat{\mathbf{L}}. \quad (\text{П16})$$

Наблюдаемый магнитный момент равен среднему значению от (П16) в состоянии с $I_z = I$. Заменим в (П16) $\hat{\mathbf{L}}$ на L_z , т. е.

$$\mathbf{L} \rightarrow L_z = \frac{(\mathbf{L}\mathbf{I})I_z}{I^2} = \frac{I(I+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2I(I+1)} I_z. \quad (\text{П17})$$

Для смеси S - и D -состояний мы можем, используя для дейтрона равенство $I(I+1) = S(S+1)$, написать соотношение

$$\langle L(L+1) \rangle_{\text{cp}} = 0 \cdot P_S + 6 \cdot P_D, \quad (\text{П18})$$

где P_S и P_D — соответственно статистические веса указанных состояний в смеси.

Таким образом, окончательно для $I = 1$ находим:

$$\mu_d = \mu_n + \mu_p - \frac{3}{2} \left(\mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) P_D. \quad (\text{П19})$$

Из сравнения (19) с опытным значением $\mu_{d\text{эксп}}$ мы и находим величину примеси 3D_1 состояний P_D .

Ядра с четными Z и четными N и эффект добавления одного нуклона. Измерения показали, что у всех таких ядер спин и магнитный момент равны нулю. Кроме того, эти ядра весьма стабильны, т. е. они аналогичны химическим элементам с замкнутыми электронными оболочками. Этот факт свидетельствует о том, что нейтроны и протоны располагаются в ядре таким образом, что их спины и магнитные моменты взаимно компенсируются. Действительно, максимальный спин ядра не превышает нескольких единиц, т. е. гораздо меньше $A/2$, чему он должен был бы равняться, если бы спины всех нуклонов складывались. Так же обстоит дело и с магнитными моментами.

Что изменится, если мы имеем четно-четное ядро плюс один нуклон? Естественно предположить, как это сделал Шмидт в 1937 г., что момент количества движения и магнитный момент нечетного ядра определяются соответствующими полными моментами непарного нуклона:

$$\mathbf{I} = \mathbf{l} + \mathbf{s}, \quad \mu = g_l \mu_{\mathbf{l}} \mathbf{l} + g_s \mu_{\mathbf{s}} \mathbf{s}, \quad (\text{П20})$$

Вычисление \mathbf{I} и μ производится по обычным правилам сложения квантово-механических векторов, и в результате получаются следующие формулы:

для добавочного протона

$$\mu_{\text{я}} = (I + 2,29)\mu_{\text{яБ}} \quad \text{при } I = l + 1/2, \quad (\text{П21а})$$

$$\mu_{\text{я}} = \left(1 - \frac{2,29}{I+1}\right) I \mu_{\text{яБ}} \quad \text{при } I = l - 1/2, \quad (\text{П21б})$$

а для добавочного нейтрона

$$\mu_{\text{я}} = -1,91\mu_{\text{яБ}} \quad \text{при } I = l + 1/2, \quad (\text{П22а})$$

$$\mu_{\text{я}} = \frac{1,91}{I+1} I \mu_{\text{яБ}} \quad \text{при } I = l - 1/2. \quad (\text{П22б})$$

Из формул (П21) и (П22) видно, что знак магнитного момента нуклона определяется взаимной ориентацией векторов \mathbf{s} и \mathbf{l} и величиной I . В частности, протон в состоянии $p_{1/2}$ ($l = 1, I = 1/2$) имеет $\mu = -0,26\mu_{\text{яБ}}$ (вместо $+2,79\mu_{\text{яБ}}$ в s -состоянии), а нейtron в том же состоянии $+0,64\mu_{\text{яБ}}$ (вместо $-1,91\mu_{\text{яБ}}$). Эти значения достаточно хорошо совпадают с экспериментальными значениями магнитных моментов ядер $^{13}_{\text{C}}$ ($0,7\mu_{\text{яБ}}$) и $^{15}_{\text{N}}$ ($0,28\mu_{\text{яБ}}$). Такое совпадение объясняется тем, что спин и магнитный момент ядра $^{15}_{\text{N}}$, имеющего нечетное число протонов (7) и четное число нейтронов (8), определяются непарным протоном, находящимся в состоянии $p_{1/2}$ (p -протон). У ядра $^{13}_{\text{C}}$ четное число протонов (6) и нечетное число нейтронов (7), и поэтому спин и магнитный момент этого ядра определяются непарным нейтроном в состоянии $p_{1/2}$ (p -нейtron).

Рассмотрим более подробно в качестве примера ядро фтора $^{19}_{\text{F}}$. У этого ядра 9 протонов и 10 нейтронов, т. е. магнитный момент определяется только непарным протоном. Восемь протонов заполняют первую (уровень $1s_{1/2}$, 2 протона) и вторую (уровни $2p_{1/2}$ и $2p_{3/2}$, 6 протонов) оболочки, так что девятый протон с учетом спин-орбитального взаимодействия попадает в третью оболочку на уровень $3d_{5/2}$. Поэтому следовало бы ожидать, что ядро $^{19}_{\text{F}}$ имеет спин, равный $5/2$. В действительности же это ядро имеет спин $1/2$. Такое значение спина можно объяснить, предположив, что раньше заполняется уровень $2s_{1/2}$. Это означает, что орбитальное движение протона не вносит вклад в магнитный момент этого ядра и он определяется только собственным магнитным моментом протона. Поэтому магнитный момент ядра фтора $^{19}_{\text{F}}$ должен быть равен $+2,792763\mu_{\text{яБ}}$. Экспериментальное значение магнитного момента этого ядра равно $+2,6285\mu_{\text{яБ}}$, т. е. действительно незначительно отличается от магнитного момента протона.

И тем не менее, отмеченные выше согласия расчета с измерениями не свидетельствуют в пользу одноклонной модели Шмидта, а скорее относятся к числу немногих исключений. Как правило, экспериментальные значения магнитных моментов нечетных ядер сильно отличаются от результатов вычислений по формулам (П21) и (П22) — так называемых кривых Шмидта.

На рис. П1 дано сравнение экспериментальных значений магнитных моментов (в ядерных магнетонах) с кривыми Шмидта для четно-нечетных (Z четное) и нечетно-четных (N четное) ядер. Если бы магнитные моменты были в точности одиночастичными, то все экспериментальные точки легли бы на одну из двух кривых. Как видно из рис. П1,

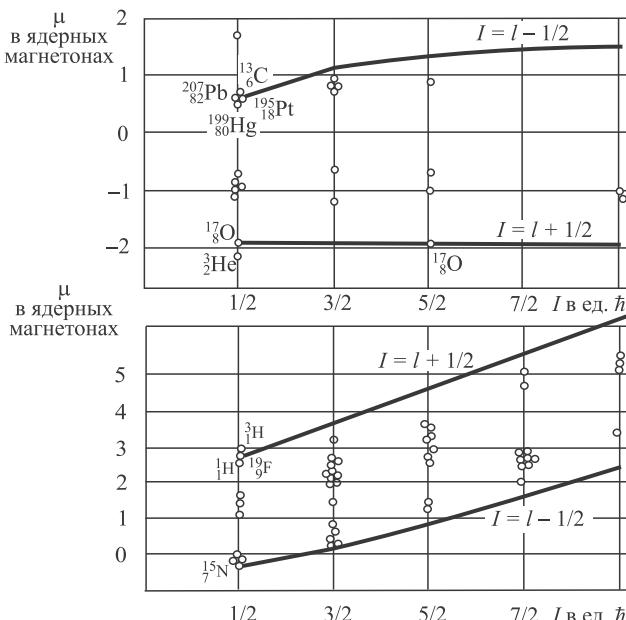


Рис. П1. Магнитные моменты четно-нечетных (вверху) и нечетно-четных (внизу) ядер это в большинстве случаев не так, хотя все данные лежат внутри кривых Шмидта. В ряде случаев улучшить согласие теоретических значений магнитных моментов можно путем учета спин-орбитального взаимодействия, в ряде случаев улучшение дает использование коллективной модели ядра. Тем не менее, полного согласия с экспериментом в настоящее время добиться не удается.

Приложение II

Форма линии ЯМР при сканировании магнитного поля

Характерной особенностью экспериментов по ядерному магнитному резонансному поглощению является то, что резонансные эффекты обнаружаются по их действию на контур, создающий радиочастотное поле.

Рассмотрим для иллюстрации самую простую схему по наблюдению ЯМР — радиочастотный контур, в катушку индуктивности которого

вставлен исследуемый образец (пусть, для определенности, это будет вода в запаянной стеклянной ампуле), является частью генератора. Катушка с образцом расположена в постоянном магнитном поле H_0 . При резонансе поглощение энергии радиочастотных колебаний протонами приводит к уменьшению добротности Q , что приводит к уменьшению напряжения радиочастоты на контуре.

Следует подчеркнуть еще одну особенность ЯМР. Известно, что при термодинамическом равновесии атомы распределены по отдельным возможным энергетическим состояниям согласно функции Больцмана: заселенности уровней пропорциональны $\exp(-hv/k_B T)$. В радиочастотной области при обычных температурах показатель экспоненты $hv/k_B T \ll 1$. Так, например, при частоте $v = 30$ МГц и комнатной температуре он равен $5 \cdot 10^{-6}$. Поэтому разность заселеностей соседних состояний, определяющая амплитуду резонансного поглощения, всегда очень мала. Это накладывает определенные трудности при экспериментальном наблюдении ЯМР. Кроме того, еще раз напомним, что поглощаться могут только $M1$ -кванты, что также уменьшает эффект резонансного поглощения.

Чтобы обнаружить резонансное поглощение, обычно измерения проводят при постоянной частоте, а постоянное магнитное поле при помощи вспомогательных катушек модулируют полем небольшой частоты с амплитудой в несколько эрстед. Если среднее значение магнитного поля совпадает с резонансным значением, то поле дважды за период проходит через резонансное значение, производя амплитудную модуляцию несущей радиочастоты. После детектирования сигнал усиливается и наблюдается на экране осциллографа, развертка луча которого синхронизирована с модуляцией. Таким образом мы визуально наблюдаем на экране линию поглощения, как это показано на рис. 6 в описании работы 10.2. Такая картина наблюдается при так называемом «медленном прохождении через резонанс».

Чтобы на осциллографе правильно воспроизводилась линия поглощения, необходимо соблюдение двух условий. Во-первых, постоянное магнитное поле должно быть очень однородным, так как естественная ширина линии ЯМР может быть очень мала (например, для жидкостей она составляет несколько миллиэрстед). Из-за неоднородности магнитного поля в разных частях жидкости резонанс будет наблюдаться в разные времена развертки магнитного поля и мы будем наблюдать на экране более широкую линию. Во-вторых, изменение магнитного поля должно происходить столь медленно, чтобы в каждый момент времени у нас успевали устанавливаться колебания контура в новых условиях (при новой величине добротности). Это условие выглядит так:

$$\frac{dH_0}{dt} \ll |\gamma|(\delta H_0)^2, \quad (\text{П23})$$

где δH_0 — ширина линии, измеренная в единицах поля.

Если приведенное выше условие не удовлетворяется, то будут наблюдаться неустановившиеся процессы (колебания), как это имеет место в используемом в данной работе промышленном детекторе ЯМР и показано на рис. П2а. Эта линия поглощения соответствует резонансу на

протонах воды в поле с неоднородностью вдоль образца, равной 0,02% на 1 см.

Для иллюстрации влияния неоднородности магнитного на наблюдаемую картину поглощения, на рис. П2б, приведен резонанс на том же веществе, но в поле с худшей относительной неоднородностью — 0,05% на 1 см.

Рассмотрим более подробно, как возникают колебания на линии поглощения, которые называются «вигли» (wiggles), так их называли Н. Бломберген, Э. Парселл и Р. Паунд. В магнитном поле ядра прецессируют с угловой частотой γH_0 , где γ — их гиromагнитное отношение. Когда H_0 достигает значения, соответствующего резонансу часто-

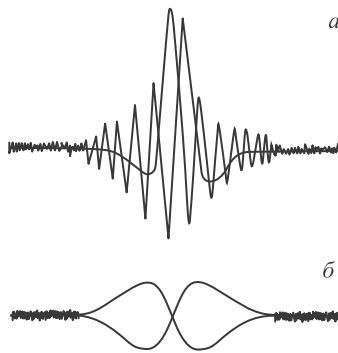


Рис. П2. Форма ЯМР при сканировании в достаточно однородном поле (а) и в менее однородном (б)

ты прецессии ядер с электромагнитным излучением частоты ν_0 генератора, ядерные моменты прецессируют в фазе с радиочастотным полем. Но когда величина H_0 переходит за резонансное значение, ядра все еще продолжают прецессировать с угловой частотой γH_0 , если мы не изменяем достаточно медленно магнитное поле, и частота сигнала ядерной индукции, наводимая в катушке контура, уже не равна ν_0 . Поэтому происходят биения между сигналом индукции и радиочастотным сигналом, это и наблюдается при быстром проходе резонанса. Биения существуют до тех пор, пока фазы прецессии всех ядерных моментов совпадают, и результирующий переменный магнитный момент имеет заметную величину. Когерентность прецессии различных ядерных моментов сохраняется в течение времени порядка T_2 , которое характеризует время спин-спиновой релаксации, т. е. является результатом взаимодействия спинов соседних ядер (это диполь-дипольное взаимодействие).

Причина спин-спиновой релаксации заключается в том, что каждый ядерный магнитный момент находится не только в приложенном постоянном магнитном поле H_0 , но также и в малом локальном магнитном поле $H_{\text{лок}}$, создаваемом магнитными моментами соседних ядер. Направление локального поля изменяется от ядра к ядру в зависимости от относительного расположения соседних ядер и от магнитного квантово-

го числа t . Ясно, что если два спина имеют разные частоты прецессии и находятся первоначально в фазе, то они затем разойдутся по фазе за время T_2 , как раз и определяющее время жизни когерентного спинового состояния, иначе говоря, это время «фазовой памяти». Время T_2 обычно называют поперечным временем релаксации. Но следует отметить, что реально диполь-дипольное взаимодействие определяет величину T_2 только в твердых телах, а в жидкостях наблюдается практически всегда естественная ширина линии ЯМР.

РАЗДЕЛ XI

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Зонная структура твердых тел. При достаточно низких температурах практически все вещества находятся в твердом состоянии. Самое замечательное свойство веществ в твердом состоянии заключается в том, что, как правило, атомы твердого тела образуют упорядоченную периодическую структуру — кристаллическую решетку.

Притяжение между атомами или молекулами, приводящее к образованию твердого тела, может иметь различную природу — это могут быть силы Ван-дер-Ваальса за счет диполь-дипольного взаимодействия (статического или динамического), кулоновское взаимодействие противоположно заряженных ионов, силы обменного взаимодействия, имеющие чисто квантовый характер, и, наконец, в металлах и интерметаллических соединениях взаимодействие ионов возникает в результате обобществления валентных электронов.

С точки зрения электрических свойств все твердые тела разделяются на металлы (хорошие проводники электричества), полупроводники и изоляторы (плохие проводники электричества). Одним из принципиальных вопросов теории твердого тела является вопрос об основном и возбужденных состояниях электронной подсистемы, то есть фактически вопрос о том, почему одни химические элементы в кристаллическом состоянии оказываются хорошими проводниками, другие — изоляторами или полупроводниками, электрические свойства которых резко зависят от температуры.

Ясно, что энергетические уровни изолированных атомов искажаются, когда большое число атомов приводится в тесный контакт (как это имеет место в твердом теле). Полная энергия электронной подсистемы состоит из кинетической энергии электронов, обладающих массой m и импульсом \mathbf{p}_i , потенциальной энергии электронов в электростатическом поле, создаваемом ионами, и энергии кулоновского взаимодействия электронов друг с другом. Простейшее приближение состоит в пренебрежении всеми членами, кроме кинетической энергии. Это так называемая модель свободных электронов. Эта модель удачно объясняет электрические и магнитные свойства твердых тел, в первую очередь металлов. Она исходит из представления, что металл содержит свободные электроны, способные перемещаться по всему объему образца.

При таком предположении мы фактически имеем дело с газом свободных электронов, к которому можно применить кинетическую теорию газов. Такая модель была выдвинута в 1900 г. П. Друде. Теория Друде наглядна, и ею удобно пользоваться для качественных оценок кинетических явлений не только в металлах, но и в полупроводниках.

Согласно модели свободных электронов, в отсутствие внешних полей электроны движутся прямолинейно с постоянной скоростью; это движение прерывается столкновениями с колеблющимися ионами и между собой, но в промежутках между столкновениями взаимодействие электронов с ионами и друг с другом не учитывается. В теории Друде, как и в газокинетической теории идеального газа, столкновения — это мгновенные события, внезапно изменяющие скорость электрона. Вероятность такого изменения скорости в течение бесконечно малого промежутка времени dt равно dt/τ , где τ — время релаксации, имеющее смысл времени свободного пробега электрона. Благодаря столкновениям электроны приходят в состояние теплового равновесия со своим окружением, так что средняя кинетическая энергия электрона равна $3k_B T/2$ (T — локальная абсолютная температура в области нахождения электрона).

Во внешних полях движение электронов подчиняется классическим уравнениям, в которых действия столкновений учитываются как некоторая сила трения, пропорциональная скорости направленного движения. Скорость \mathbf{v} направленного движения электрона во внешних электрическом \mathbf{E} и магнитном \mathbf{H} полях определяется уравнением

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right). \quad (11.1)$$

Решение этого уравнения с начальным условием $\mathbf{v}(0) = 0$ дает зависимость скорости от времени $\mathbf{v}(t)$, которая позволяет найти плотность тока

$$\mathbf{j}(t) = e n \mathbf{v}(t), \quad (11.2)$$

зависящую от внешних полей.

Если к образцу приложено постоянное электрическое поле, то в нем возникает постоянный ток, а значит, и средняя скорость упорядоченного движения (дрейфовая скорость), которая в соответствии с уравнением (11.1) равна $\mathbf{v}_d = e\mathbf{E}\tau/m$.

Согласно закону Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ (σ — удельная проводимость вещества), и из выражения (11.2) непосредственно следует формула

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}. \quad (11.3)$$

Из этой формулы можно определить τ по измеренным значениям σ . При комнатной температуре $\tau \approx 10^{-14} \div 10^{-15}$ с.

Модель свободных электронов полезна для рассмотрения многих свойств металлов, особенно щелочных, но она не может объяснить, почему одни химические элементы в кристаллическом состоянии оказываются хорошими проводниками, другие — изоляторами или полупроводниками. Все дело в том, что эта модель совсем не учитывает свойства решетки; фактически в этой модели рассматривается электронный газ

в непрерывной среде. Ясно, что для более детального понимания поведения электронов в кристалле необходимо рассмотреть взаимодействие электронов с ионами решетки.

Рассмотрим вначале качественно, как изменяются состояния электронов при сближении атомов. Расположим, скажем, N атомов натрия в виде пространственной решетки, свойственной кристаллу натрия, но на столь больших расстояниях r друг от друга, что взаимодействием между ними можно пренебречь. Каждый такой атом можно рассматривать как свободный, и энергетическое состояние электронов в нем считать таким же, как и в отдельно взятом изолированном атоме. На рис. 11.1 внизу показаны энергетические схемы двух изолированных атомов натрия. Электроны находятся в потенциальной яме, образованной

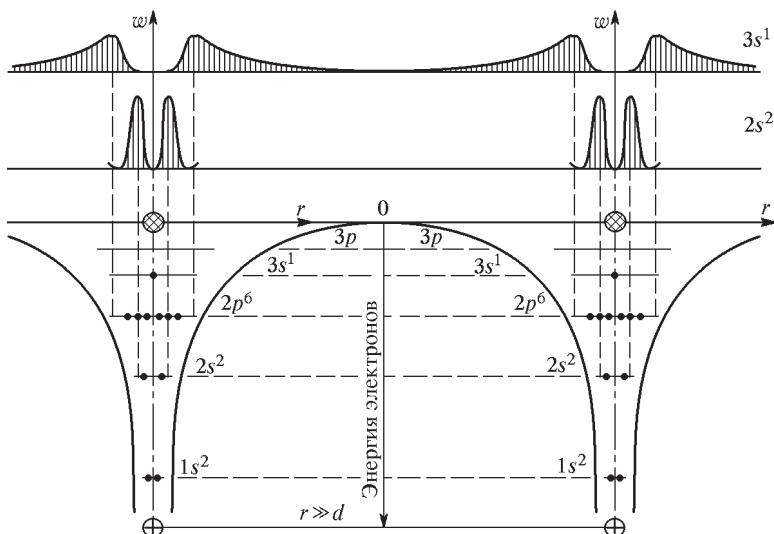


Рис. 11.1. Энергетическая схема двух изолированных атомов натрия

кулоновским полем ядра. На уровнях $1s$ и $2s$ располагается по два электрона, на уровне $2p$ — шесть электронов, на уровне $3s$ — один электрон. Уровни, лежащие выше уровня $3s$, являются свободными.

Атомы отделены друг от друга потенциальными барьерами ширины r . Высота барьера для электронов, находящихся на разных уровнях, различна: она равна расстоянию от этих уровней до нулевого уровня. Потенциальный барьер препятствует свободному переходу электронов от одного атома к другому. В верхней части рис. 11.1 показана качественная картина распределения вероятности обнаружения электронов $3s$ и $2s$ на расстоянии r от ядра. Максимумы этих кривых соответствуют примерно положению боровских орбит $3s$ и $2s$ электронов.

Подвергнем теперь решетку натрия медленному однородному сжатию, не нарушающему ее симметрии. По мере сближения атомов взаимодействие между ними растет и на расстояниях r , равных постоянной решетки d , достигает обычной для металлов величины. Как видно из рис. 11.2, теперь потенциалы отдельных атомов частично накладываются друг на друга (они показаны тонкими линиями). Сближение

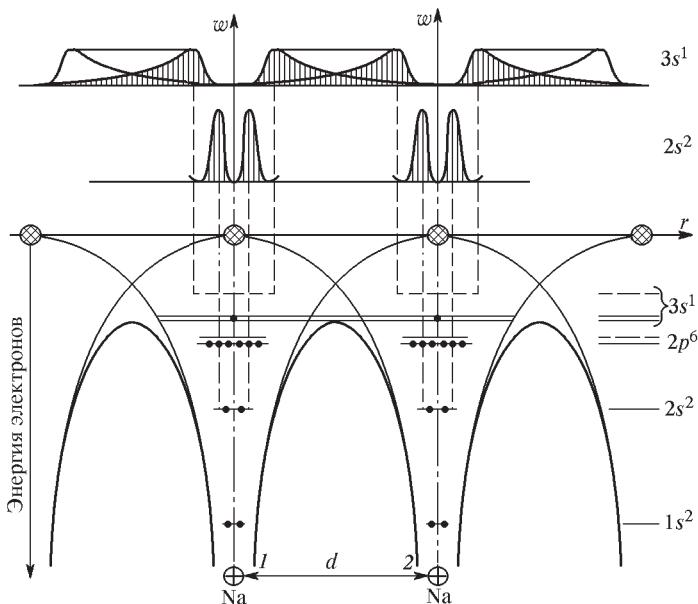


Рис. 11.2. Энергетическая схема двух атомов натрия, сближенных на расстояние, равное параметру решетки кристалла натрия

атомов вызывает уменьшение не только ширины потенциального барьера, препятствующего переходу электронов из одного атома в другой, но и его высоты. При $r = d$ высота потенциального барьера оказывается даже несколько ниже первоначального положения энергетического уровня валентных электронов (уровня 3s). Поэтому эти электроны могут практически беспрепятственно переходить от одного атома к другому и свободно перемещаться по кристаллу. В то же время состояние внутренних электронов в кристалле остается почти таким же, как и в изолированных атомах.

Уменьшение потенциальной энергии электронов при сближении атомов приводит к смещению их энергетических уровней. На рис. 11.2 пунктиром показано положение энергетических уровней в изолированных атомах, сплошными линиями — положение этих уровней в кристалле. Конечно, наибольшее изменение потенциальной энергии происходит

у электронов верхних уровней, эти уровни смещаются наиболее сильно; уровни же внутренних электронов, потенциальная энергия которых почти не меняется при образовании кристаллов, остаются практически на своих местах.

У внешних электронов атомов, находящихся на расстояниях порядка периода решетки, имеется значительная вероятность туннелирования в соседний атом. Это приводит к тому, что образуются два близких энергетических уровня — один выше, другой ниже соответствующего уровня отдельного атома. Чтобы качественно представить себе этот факт, рассмотрим основное (низшее) энергетическое состояние системы, представляющей собой электрон в поле атомного остатка, т. е. иона, получающегося при удалении валентного электрона из атома.

Поле атомного остатка можно схематически представить в виде прямоугольной потенциальной ямы, так как для того, чтобы оторвать электрон от атомного остатка, нужно затратить энергию. Волновая функция ψ основного состояния схематически показана на рис. 11.3 a , она представляет собой внутри потенциальной ямы просто синусоидальную волну; снаружи ямы функция убывает экспоненциально. В основном состоянии длина волны синусоиды определяется размерами потенциальной ямы, и при этом половина длины волны примерно равна ширине ямы.

Рассмотрим теперь две потенциальные ямы, расположенные близко друг к другу. В силу того, что имеется большая вероятность для электрона протуннелировать в соседнюю яму, суммарная волновая функция электрона является суперпозицией волновых функций электрона в соседних ямах, и надо просто сложить эти функции в области их перекрытия. При этом возможны два случая: пространственные части волновых функций в соседних ямах могут быть симметричны, как это показано на рис. 11.3 b , либо антисимметричны (рис. 11.3 c).

Если считать, что приведенные на рис. 11.3 b , c , волновые функции соответствуют основному состоянию в одноядромном потенциале, то сим-

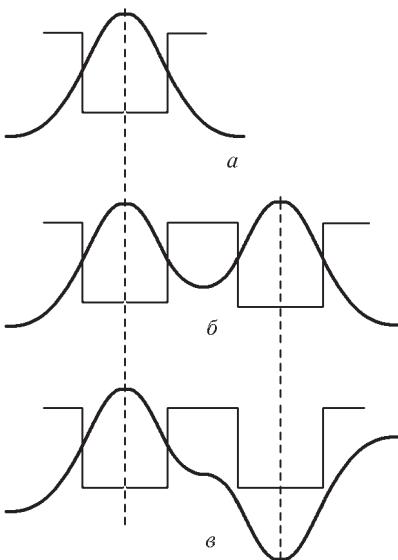


Рис. 11.3. Волновые функции основного состояния

метричной волновой функции будет соответствовать более узкая яма чем антисимметричной. Это означает, что эти состояния соответствуют разным энергетическим уровням.

При сближении N атомов каждый энергетический уровень расщепится уже на N уровней, на каждом из которых, согласно принципу Паули, может находиться максимум два электрона с противоположными спинами. Таким образом, образуется целая зона разрешенных электронных энергетических уровней. Волновые функции, связанные с уровнями, превратившимися в зону, не локализованы возле какого-либо отдельного атома; их следует относить ко всему кристаллу.

В то же время электроны внутренних оболочек остаются столь же сильно локализованными, а энергетические уровни этих электронов в кристалле такими же узкими, как и в отдельно взятом атоме. Лишь по мере перехода к внешним оболочкам атома высота и ширина

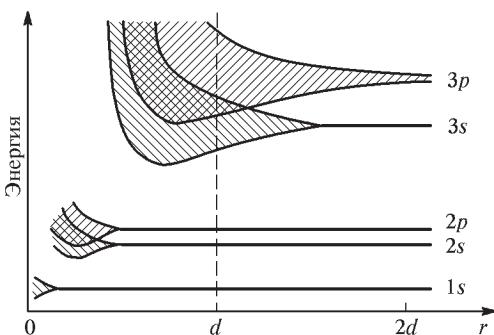


Рис. 11.4. Расширение энергетических уровней при сближении атомов натрия; d — межатомное расстояние в кристалле натрия

потенциального барьера уменьшаются, вероятность туннельного перехода электронов увеличивается, вследствие чего растет ширина энергетических зон. На рис. 11.4 показано изменение энергетических уровней атома натрия по мере их сближения. Справа приведены уровни изолированного атома натрия, слева — образование зон, обусловленное расширением уровней при уменьшении расстояния r между атомами.

Зонная структура твердых тел позволяет легко понять, почему у твердых источников излучения не обнаруживаются линейчатые оптические спектры, характерные для входящих в их состав атомов. При нагревании твердого тела до высоких температур появляется лишь непрерывный спектр «черного тела». Этот факт становится очевидным с точки зрения полученных результатов: излучение обязано электронам, энергии которых могут иметь непрерывный ряд значений в пределах разрешенной зоны.

Отметим еще одно важное свойство — число электронов, которое может поместиться в зоне, не зависит от взаимодействия и точно из-

вестно: оно равно числу атомов в кристалле, умноженному на степень вырождения уровня, из которого образовалась зона. Если зона полностью занята, ее электроны не могут участвовать в электропроводности, ибо при этом энергия электронов под действием поля должна увеличиться, а все энергетические уровни заняты, можно только «перепрыгнуть» в другую зону. Заполненные зоны называются также валентными зонами. Частично заполненные зоны называются зонами проводимости.

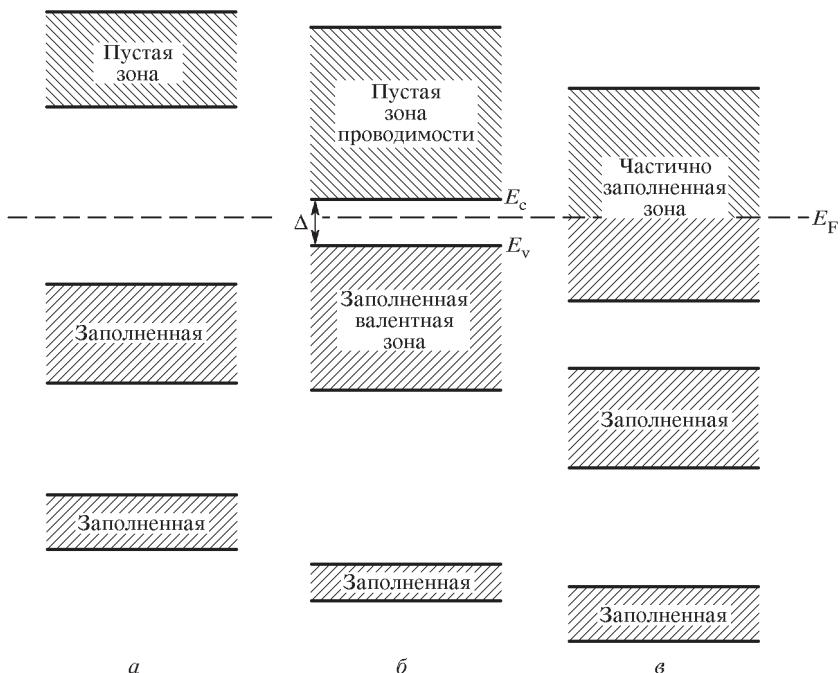


Рис. 11.5. Схематическая диаграмма энергетических зон для изолятора (a), полупроводника (б) и металла (в), указывающая фундаментальное различие между ними (при $T = 0$)

Отсюда сразу становится понятным, в чем отличие проводников от непроводников — это вопрос заполнения зон электронами, и, естественно, структуры зон (см. рис. 11.5). У проводников электроны частично заполняют верхнюю разрешенную зону (зону проводимости), в полупроводниках и изоляторах при $T = 0$ в зоне проводимости нет электронов.

Если ширина запрещенной зоны между валентной зоной и зоной проводимости велика по сравнению с характерной тепловой энергией, то такие вещества являются изоляторами, если она достаточна мала, мы имеем дело с полупроводниками, и так как вероятность появления электронов в зоне проводимости из валентной зоны за счет тепло-

вой энергии пропорциональна Больцмановскому фактору $\exp(-\Delta/k_B T)$, где Δ — ширина запрещенной зоны, то проводимость полупроводников, зависящая от числа носителей в зоне проводимости, будет иметь сильную температурную зависимость. Фактически хорошие проводники — это все атомы с одним, двумя или тремя валентными электронами сверх оболочки инертного газа.

Перейдем теперь к количественному описанию спектра электронных состояний в кристалле. Мы показали, что на спектр энергетических состояний электронов в кристалле существенным образом влияет взаимодействие электронов соседних атомов, образующих периодическую структуру. Будем для простоты рассматривать одномерную бесконечную цепочку, составленную из одинаковых атомов с одинаковым расстоянием a между ними, причем реальная периодическая «цепочка» потенциальных ям ионов заменяется «цепочкой» прямоугольных потенциальных ям, расположенных друг от друга на таком же расстоянии a , как и ионы в кристалле (см. рис. 11.3).

Когда атомы находятся далеко друг от друга, волновые функции их валентных электронов точно такие же, как у изолированных атомов. Обозначим эти волновые функции через Ψ_n (например, для натрия это электрон в $3s$ -состоянии). По мере сближения атомов мы можем ожидать, что на каком-то расстоянии электрон с одного атома может перескочить на соседний. Если считать, что и в этом случае атомы все еще не очень близко расположены друг к другу, то такое движение электронов можно рассматривать как перескок электрона из состояния Ψ_n на такое же состояние соседнего атома Ψ_{n-1} либо Ψ_{n+1} . Такое описание предполагает, что мы можем с хорошей точностью записать волновую функцию электрона в виде линейной комбинации состояний Ψ_n атомов цепочки, т. е.

$$\Psi = \sum_{n=1}^N C_n(t) \Psi_n. \quad (11.4)$$

Решать временное уравнение Шредингера обычно очень трудно. Значительно проще и физически более разумно использовать альтернативную формулировку квантовой механики, которая дает непосредственно вероятность $|C_n(t)|^2$ обнаружить электрон в состоянии Ψ_n в момент времени t . Уравнение для коэффициентов C_n имеет вид

$$i\hbar \frac{dC_n}{dt} = \sum_m E_{mn} C_m. \quad (11.5)$$

Это мы и хотели получить, ибо выразили вероятность нахождения электрона C_n в положении n через вероятности C_m , а коэффициенты E_{mn} есть не что иное, как матричные элементы оператора \hat{H} .

Итак, если считать, что электрон достаточно сильно локализован, то существенен лишь его перескок в соседние потенциальные ямы, и

мы имеем

$$i\hbar \frac{dC_n}{dt} = E_0 C_n(t) - AC_{n+1}(t) - AC_{n-1}(t). \quad (11.6)$$

Здесь мы сразу учли, что $E_{nn} = E_0$, так как при полной локализации электрона в n -м атоме его энергия есть энергия основного состояния, а коэффициент A есть фактически та добавка к энергии электрона, которая возникает из-за возможности его пребывания в соседних атомах. Всего таких уравнений должно быть N — для всех валентных электронов решетки. Попробуем найти стационарное состояние электрона. В нем временная зависимость должна иметь вид $\exp(-iEt/\hbar)$, пространственную же будем искать в виде плоской волны

$$C_n(t) = \exp(-ikx_n - iEt/\hbar). \quad (11.7)$$

При подстановке в уравнение (11.6) получаем

$$i\hbar(-iEt/\hbar)C_n = E_0 C_n - AC_{n-1} - AC_{n+1}, \quad (11.8)$$

или, так как $x_n = na$,

$$E = E_0 - Ae^{ika} - Ae^{-ika} = E_0 - 2A \cos ka. \quad (11.9)$$

Мы получили, что при любом выборе k имеется решение с определенной энергией, но, в отличие от дискретных уровней атома, в кристалле возможна целая полоса разрешенных значений, и ширина этой зоны зависит от степени перекрытия волновых функций валентных электронов соседних атомов (степени делокализации электрона).

Естественно задаться вопросом, насколько полученный результат зависит от сделанного предположения о том, что достаточно учесть перескок электрона только на соседние ионы. Иными словами, как изменится структура решения, если мы учтем, что есть конечная вероятность перескока электрона и на следующие позиции. В этом случае надо в уравнение (11.6) добавить члены вида $BC_{n\pm 2}$:

$$i\hbar \frac{dC_n}{dt} = E_0 C_n(t) - AC_{n+1}(t) - AC_{n-1}(t) - BC_{n+2}(t) - BC_{n-2}(t), \quad (11.10)$$

и его решение будет иметь вид

$$E = E_0 - 2A \cos ka - 2B \cos 2ka. \quad (11.11)$$

Видно, что закон дисперсии $E = f(k)$ зависит от сделанных предположений, но принципиальный для нас вывод о появлении в кристалле зон разрешенных значений не изменился. Делокализация электронов однозначно приводит к существованию энергетических полос разрешенных и запрещенных значений, причем ширина их зависит от степени делокализации.

Полученный результат легко обобщается и на случай трехмерной кубической решетки. При учете перескока электронов только к ближайшим соседним ионам закон дисперсии будет иметь вид

$$E = E_0 - 2A(\cos k_x a_x + 2\cos k_y a_y + 2\cos k_z a_z). \quad (11.12)$$

В области малых значений ka (область длинных волн, электронов малой энергии) закон дисперсии остается квадратичным, как и в модели свободных электронов. Действительно, при $ka \ll 1$ имеем

$$\cos ka \simeq 1 - k^2 a^2 / 2, \quad (11.13)$$

откуда

$$E \simeq Ak^2 a^2. \quad (11.14)$$

Однако по мере увеличения волнового вектора закон дисперсии изменяется, и это приводит к существенному изменению динамики электронов в решетке.

Изменение динамики движения электрона проявляется в том, как он реагирует на внешнее воздействие, в частности, как он ведет себя под действием электрического поля. Если рассматривать электрон как волну, то из соотношения де Бройля следует, что его скорость равна групповой скорости волны де Бройля

$$v = \frac{d\omega}{dk}. \quad (11.15)$$

Поскольку энергия E , соответствующая описываемому данной волновой функцией состоянию, связана с частотой соотношением $E = \hbar\omega$, то

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}. \quad (11.16)$$

Под действием внешнего электрического поля электрон проводимости приобретает ускорение a , которое, с учетом формулы (11.15), равно

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dk} \left(\frac{dE}{dt} \right). \quad (11.17)$$

Но производная $dE/dt = Fv$ определяет среднюю мощность, развиваемую внешней силой F , и потому можно записать, что

$$a = F \frac{1}{\hbar} \frac{dv}{dk}. \quad (11.18)$$

Подставляя сюда выражение для v из (11.16) для среднего ускорения электрона в кристалле получим окончательно

$$a = F \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}. \quad (11.19)$$

Из полученного равенства (11.19) следует, что среднее ускорение электрона в кристалле пропорционально действующей на него силе внешнего электрического поля. Коэффициентом пропорциональности при этом является величина

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}.$$

Если сравнить полученный результат со вторым законом Ньютона для классической частицы $a = F/m$, то можно отметить, что величина

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} \quad (11.20)$$

играет роль массы для электрона при его движении в кристалле. Величина m^* называется *эффективной массой* электрона. Эффективная масса электрона в кристалле численно равна массе, которую должен был бы иметь свободный электрон для того, чтобы под действием внешней силы приобрести такое же ускорение, как и электрон в кристалле под воздействием той же силы.

Введение эффективной массы дает возможность, учитывая сложный характер взаимодействия электрона с кристаллической решеткой при его движении под действием силы внешнего электрического поля, пользоваться привычными формулами, определяющими состояние электрона и характеризующими его движение:

$$a = \frac{F}{m^*}, \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad p = m^* v = \hbar k. \quad (11.21)$$

Наиболее характерной особенностью эффективной массы электрона в кристалле является то, что ее величина зависит от направления движения электрона и от его состояния (положения в энергетической зоне). Зависимость эффективной массы от направления движения электрона объясняется анизотропией кристалла: при движении электрона силы взаимодействия его с кристаллической решеткой различны в различных кристаллографических направлениях.

Поскольку изменение эффективной массы, в соответствии с формулой (11.20), определяется изменением второй производной от кинетической энергии электрона E по волновому вектору k , для качественного выяснения зависимости эффективной массы от положения электрона в энергетической зоне мы можем использовать полученный нами выше закон дисперсии $E = f(k) = E_0 - 2A \cos ka$. График этой функции для первой энергетической зоны кристалла (первой зоны Бриллюена) изображен на рис. 11.6а.

Первая производная (рис. 11.6б) выражает крутизну функции $E(k)$ и определяет скорость электрона (см. формулу (11.16)), вторая производная определяет величину эффективной массы электрона (формула

(11.20)). Электрон с малым значением волнового вектора ведет себя как свободный электрон: скорость его под действием внешней силы растет пропорционально волновому вектору, эффективная масса при этом неизменна и приблизительно равна массе свободного электрона. С увеличением волнового вектора скорость электрона сначала отстает от роста волнового вектора, а в точке A (A') скорость достигает максимума. Эффективная масса с ростом k возрастает, а в точке A (A') становится бесконечно большой. При дальнейшем увеличении волнового вектора электрона под действием внешнего электрического поля того же направления скорость электрона уменьшается, т. е. он получает отрицательное ускорение — ускорение, направленное в сторону, противоположную направлению действующей на него внешней силы. Такое движение электрона с точки зрения классической механики равносилено движению частицы с отрицательной массой.

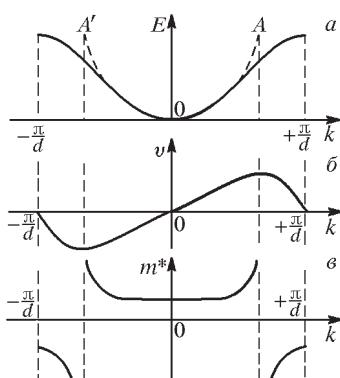


Рис. 11.6. Закон дисперсии для электронов (a); первая производная от энергии, определяющая скорость электрона (б); эффективная масса электрона в кристалле, определяемая как величина, обратно пропорциональная второй производной (в)

Если учсть, что электрон имеет отрицательный электрический заряд, то движение его в состояниях, соответствующих верхней части энергетической зоны, можно рассматривать как движение положительно заряженной частицы с положительной массой. Поэтому при описании движения электронов в верхней части энергетической зоны целесообразно рассматривать в качестве свободного носителя тока дырку — квазичастицу с положительной эффективной массой и положительным зарядом, равным по абсолютной величине заряду электрона.

Вопрос о том, каков энергетический спектр электронов в металле при нуле температур, т. е. каково основное состояние электронов, мы уже рассмотрели раньше. Принципиальным моментом является тот факт, что электроны — это фермионы, т. е. они подчиняются принципу Паули, а это означает, что в каждом квантовом состоянии может находиться лишь один электрон. Это сразу приводит нас к следующему результату: число занятых состояний равно просто числу электронов с импульсами от нуля до максимального, определяемого из условия (для простоты, как обычно, мы рассматриваем изотропный кристалл)

нужных состояний равно просто числу электронов с импульсами от нуля до максимального, определяемого из условия (для простоты, как обычно, мы рассматриваем изотропный кристалл)

$$\frac{N}{V} = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi p_{\max}^3 \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{p_{\max}^3}{4\pi^2\hbar^3}. \quad (11.22)$$

Максимально возможный импульс электронов называется фермиевским импульсом (p_F), а соответствующая энергия называется энергией Ферми (E_F):

$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 n)^{1/3}, \quad (11.23)$$

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m^*} (3\pi^2 n)^{2/3} \simeq \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} n^{2/3}.$$

Температура, соответствующая энергии Ферми, называется температурой вырождения

$$k_B T_0 = E_F, \quad T_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mk_B} n^{2/3}. \quad (11.24)$$

При температуре, много меньшей температуры вырождения, система является квантовой, в другом предельном случае она чисто классическая. Оценку величины фермиевского импульса легко сделать, исходя из принципа неопределенности: так как расстояние между частицами при их плотности n порядка $n^{-1/3}$, это означает, что частицы локализованы в объеме такого размера, а следовательно, их минимально возможный импульс (фермиевский) порядка

$$p_F \simeq \hbar/r \simeq \hbar n^{1/3}, \quad (11.25)$$

что с точностью до π совпадает с полученным выше результатом (11.23).

Оценим количественно температуру вырождения для электронов с плотностью порядка 10^{24} см^{-3} :

$$T_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mk_B} n^{2/3} \simeq 10^5 \text{ К}. \quad (11.26)$$

Из этой оценки сразу следует, что при всех температурах, пока тело остается твердым, его электронный спектр носит квантовый характер. Другими словами, электроны в металле всегда являются вырожденной системой. В силу принципа Паули заняты все нижайшие состояния, а все состояния с энергией больше E_F свободны.

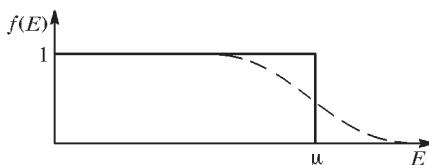


Рис. 11.7. Вероятность заполнения электронами состояний с различной энергией: сплошная линия соответствует нулю температур, штриховая — $T \neq 0$

Если обозначить через $f(E)$ вероятность заполнения состояния с заданной энергией E , то график функции $f(E)$ будет выглядеть так, как показано на рис. 11.7. Ясно, что при конечной температуре это распределение будет как-то размываться на высокоэнергетичном крае (штриховая линия на рис. 11.7).

Функция $f(E)$ показывает, с какой плотностью вероятности электрон имеет энергию E , она называется распределением Ферми–Дирака (ферми-распределение) и имеет вид

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right)} \quad (11.27)$$

Из общих термодинамических рассмотрений следует, что μ — это химический потенциал электронного газа. Это означает, что при добавлении одного электрона в систему при постоянной температуре энергия системы возрастает на μ . Вообще говоря, химический потенциал зависит от температуры. В нашем случае электронов в металле он имеет четкий физический смысл. При нуле температур функция Ферми равна единице при $E < \mu$ и равна нулю при $E > \mu$. Значит, в металлах химический потенциал равен энергии Ферми. В диэлектриках и полупроводниках, как мы увидим дальше, нет такой простой физической интерпретации химического потенциала. Из вида фермиевского распределения сразу следует, что при конечной температуре «размытие» верхней границы электронного спектра происходит лишь в области порядка $2k_B T \ll \mu$.

Обратимся теперь к полупроводникам. Полупроводниками принято называть вещества с полностью заполненной валентной зоной, отсутствием электронов в зоне проводимости при $T = 0$ и величиной щели Δ (запрещенной зоны) меньше или порядка 3 эВ. При абсолютном нуле температур полупроводники являются изоляторами, а при комнатной температуре проводят, хотя и слабо (в зоне проводимости находится при этом всего 10^{-10} от общего числа атомов).

Переход электрона из валентной зоны в зону проводимости сопровождается появлением «свободного места» в электронном спектре. Электрон, оказавшийся на одном из разрешенных уровней зоны проводимости, может свободно перемещаться под действием электрического поля, т. е. создавать ток. В то же время, на вакантный уровень в валентной зоне может переместиться один из электронов этой зоны. В результате образуется новое свободное состояние, которое может занять другой электрон валентной зоны, и такой процесс будет продолжаться и дальше. Движение в электрическом поле ансамбля электронов, почти заполняющих валентную зону, можно представить как движение «дырки» в направлении, противоположном перемещению электронов, т. е. эквивалентно движению положительного заряда. Дырка ведет себя подобно положительно заряженному электрону, это новая квазичастица в кристалле, она характеризуется своей эффективной массой. Ясно, что

введение дырок и соответственно дырочной проводимости не означает их реального существования. Такое представление — удобный способ описания электронной системы, которая при определенных условиях под влиянием поля кристаллической решетки столь кардинально меняет свое поведение, что оно становится аналогичным (по характеру своего движения) поведению системы положительно заряженных частиц — дырок.

Рассмотрим вопрос о положении уровня Ферми в полупроводниках. Уровень Ферми в полупроводниках не имеет такого простого физического смысла, как в металлах, он зависит от температуры, и поэтому фактически не является параметром вещества. Поэтому более правильно говорить о значении химического потенциала.

Прежде всего мы покажем, что в чистом (беспримесном) полупроводнике уровень Ферми расположен посередине запрещенной зоны. Следует отметить, что ширина запрещенной зоны Δ в полупроводниках значительно больше характерной тепловой энергии $k_B T$ при обычных температурах, что приводит к следующим закономерностям. Экспоненциальный множитель в формуле (11.27) показывает, сколько электронов (в среднем) находится в данном квантовом состоянии (в соответствии с принципом Паули этот множитель всегда меньше единицы). В рассматриваемом нами случае величина $\Delta/(k_B T) \gg 1$ и квантовое распределение Ферми превращается в классическое Больцмановское, ибо мы можем пренебречь единицей по сравнению с экспонентой.

Можно пояснить возникновение классического описания электронов в полупроводнике также следующим образом. В полупроводнике в зоне проводимости в каждом состоянии в среднем находится гораздо меньше одной частицы. Поэтому становится несущественно, различимы электроны или нет. Невозможность нахождения электронов в одном состоянии в данном случае не оказывается на их статистике из-за физических условий, в которых рассматривается данная система.

Итак, пусть уровень Ферми расположен на расстоянии ξ от дна зоны проводимости и на расстоянии η от дна запрещенной зоны, так что $\xi + \eta = \Delta$. Найдем вначале концентрацию электронов N_n в зоне проводимости. Для этого нам надо проинтегрировать по всем энергиям электрона E_n среднее число электронов в одном состоянии (фермиевское распределение) с учетом плотности состояний в элементе фазового объема $d\Gamma = d^3 p d^3 x$ ($\int d^3 x = V$ — объем кристалла>):

$$N_n = 2 \int \frac{d\Gamma}{(2\pi\hbar)^3} e^{-(\xi+E_n)/(k_B T)} = \frac{2V}{(2\pi\hbar)^3} \int 4\pi p_n^2 dp_n e^{-(\xi+E_n)/(k_B T)}. \quad (11.28)$$

Интегрирование в формуле (11.28) надо производить от дна до потолка зоны проводимости. Однако при увеличении E_n экспоненциальный множитель в подынтегральном выражении очень быстро уменьшается, и верхний предел можно заменить бесконечностью. Если эффективная масса электрона равна m^* , то $p_n^2 = 2m^*E_n$, $p dp = m^*dE_n$, и мы имеем

для концентрации электронов выражение

$$\begin{aligned} n_n &= \frac{N_n}{V} = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \sqrt{2m^*E_n} m^* dE_n e^{-(\xi+E_n)/(k_B T)} = \\ &= \frac{\sqrt{2}(m^*)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} e^{-\xi/(k_B T)} \int_0^\infty \sqrt{E} e^{-E/(k_B T)} dE. \quad (11.29) \end{aligned}$$

Путем простой замены $y = E/(k_B T)$ этот интеграл сводится к следующему:

$$\left[\frac{\sqrt{2}(m^*)^{3/2}(k_B T)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \sqrt{y} e^{-y} dy \right] e^{-\xi/(k_B T)}. \quad (11.30)$$

Интеграл в этом выражении равен $\sqrt{\pi}/2$, и мы окончательно имеем

$$\begin{aligned} n_n &= \frac{\sqrt{2}(m_n^* k_B T)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{\pi} e^{-\xi/(k_B T)} = \\ &= \frac{2}{\hbar^3} \left(\frac{m^* k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\xi/(k_B T)} = Q_n e^{-\xi/(k_B T)}. \quad (11.31) \end{aligned}$$

Величина

$$Q_n = \frac{2}{\hbar^3} \left(\frac{m^* k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} \quad (11.32)$$

определяет *эффективное* число уровней в зоне проводимости и носит название *статистического фактора зоны*.

Аналогичные вычисления можно провести и для концентрации дырок:

$$n_p = \frac{2}{\hbar^3} \left(\frac{m^* k_B T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\eta/(k_B T)} = Q_p e^{-\eta/(k_B T)}. \quad (11.33),$$

где эффективная масса дырок m_p^* , вообще говоря, отличается от эффективной массы электронов m_n^*

В полупроводнике без примесей $n_n = n_p$, и мы получаем:

$$\eta - \xi = k_B T \ln \frac{Q_p}{Q_n} = \frac{3}{2} k_B T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}. \quad (11.34)$$

Так как эффективные массы электронов и дырок не сильно различаются, то во всяком случае

$$\eta - \xi \ll \Delta, \quad (11.35)$$

а значит, $\eta \simeq \xi$, т. е. уровень Ферми расположен практически посередине запрещенной зоны.

Отсюда следует, что произведение концентраций электронов и дырок равно

$$n_n n_p = Q_n Q_p e^{-\Delta/(k_B T)}. \quad (11.36)$$

Проводимость, обусловленную процессом теплового возбуждения исходной (без примесей) кристаллической решетки, называют *собственной*, поскольку она определяется свойствами самого кристалла. Соответственно и концентрацию носителей n_i в зоне проводимости, возникающих за счет переходов из валентной зоны, называют концентрацией собственных носителей. В беспримесном полупроводнике

$$n_i = n_n = n_p = \sqrt{Q_n Q_p} e^{-\Delta/(2k_B T)}, \quad (11.37)$$

или

$$n_n n_p = n_i^2. \quad (11.38)$$

Это выражение примечательно тем, что оно не зависит от числа примесей и означает, что если увеличивается концентрация электронов, то уменьшается концентрация дырок. Это выражение иногда называется правилом рычага.

Перейдем к рассмотрению вопроса о примесях в полупроводниках. Некоторые примеси (как и некоторые виды дефектов) могут очень сильно влиять на электрические свойства полупроводников. Например, добавление бора в кремний в количестве 10^{-5} атомных частей увеличивает проводимость в 1000 раз по сравнению с чистым кремнием (при комнатной температуре). Полупроводники с примесями называются примесными. Рассмотрим влияние примесей на широко распространенные Ge и Si, которые образуют решетку типа алмаза. В такой структуре каждый атом обладает 4 ковалентными связями, так что у каждого атома имеется 4 ближайших соседа. Если добавить примесный атом с валентностью 5 (P, As, Sb), то один валентный электрон оказывается «лишним», он

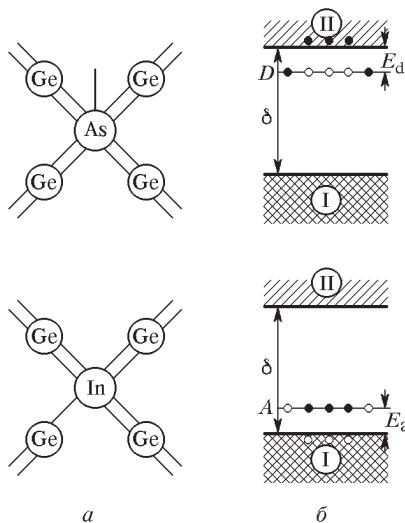


Рис. 11.8. Примесные атомы пятивалентного мышьяка (вверху) и трехвалентного индия (внизу) в решетке германия: *a* — замещение атомов германия атомами примеси; *b* — энергетическая схема германия, содержащего примесь (I — валентная зона, II — зона проводимости, D — донорные уровни мышьяка, A — акцепторные уровни индия, E_a , E_d — энергии активации примесной проводимости соответствующего типа, δ — энергия активации собственной проводимости германия)

принадлежит уже не отдельному атому, а всей решетке, а сам атом As становится положительно заряженным. Такие примеси (в данном случае элементов 5-й группы) называются донорными. Схематически это показано на рис. 11.8.

Если же в качестве примеси ввести трехвалентные атомы (B, Al, Ga, In), то, наоборот, одна связь оказывается «пустой» и может легко заполниться электроном (см.рис. 11.8). Такие атомы называются акцепторными.

Избыточный электрон донорного атома движется в создаваемом примесным атомом кулоновским поле с потенциалом $e/(\varepsilon r)$. Учитывать влияние среды на потенциал взаимодействия через диэлектрическую проницаемость ε (макроскопически среднюю величину) можно только в том случае, если орбита электрона много больше расстояния между атомами (при этом не оказывается движение внутренних электронов: их поле просто усредняется). Как следует из приведенных ниже оценок, такая ситуация действительно имеет место.

Нам интересно оценить энергию возникающего уровня, то есть вычислить энергию связи электрона с примесным атомом-донором. Если предположения, о которых говорилось выше, справедливы, то можно рассматривать примесный атом как изолированный и использовать боровскую теорию водородоподобного атома, заменив m на m^* и учитывая диэлектрическую проницаемость среды. В водородоподобном атоме заряда Z энергия первого уровня и радиус орбиты определяются следующими соотношениями:

$$E_1 = \frac{mc^2}{2} \left(\frac{Z\alpha}{\varepsilon} \right)^2 \propto \frac{Z^2}{\varepsilon^2}, \quad r_1 = \frac{\Lambda\varepsilon}{2\pi Z\alpha} \propto \frac{\varepsilon}{Z}, \quad (11.39)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

Сделаем численные оценки для Ge, у которого $m^* = 0,12m$, $\varepsilon = 16$, а заряд атомного остатка $Z = 1$:

$$r_1 = \frac{\hbar}{me^2} \frac{m\varepsilon}{m^*} \simeq 80 \text{ \AA},$$

$$E_1 = \frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{m^*}{me^2} = 0,006 \text{ эВ}. \quad (11.40)$$

Итак, мы видим, что радиус первой орбиты действительно много больше межатомного расстояния, а энергия связи много меньше ширины запрещенной зоны (щели), которая в полупроводниках составляет до $2 \div 3$ эВ (в германии она равна 0,7 эВ), т. е. донорный уровень расположен в запрещенной зоне очень близко к дну зоны проводимости. Совершенно аналогично, акцепторный уровень располагается вблизи дна запрещенной зоны.

Обратимся теперь к вопросу о том, где расположен уровень Ферми в примесных полупроводниках. Рассмотрим полупроводник n -типа.

Как было показано выше, донорный уровень располагается вблизи дна зоны проводимости. Это означает, что электроны попадают в зону проводимости преимущественно за счет переходов с примесного уровня, и фактически такой полупроводник будет при низких температурах вести себя так, как будто ширина его запрещенной зоны равна энергии донорного уровня E_d , отсчитанной от дна зоны проводимости. Таким образом, ясно, что при $T \rightarrow 0$ уровень Ферми будет равен $\simeq E_d/2$. Понятна также и температурная зависимость энергии Ферми — с повышением температуры по мере истощения носителей, имеющихся на примесном уровне, все большую роль будет играть собственная проводимость полупроводника, определяемая переходами электронов из валентной зоны в зону проводимости, и уровень Ферми при малой концентрации примесей в результате опустится до значения $\Delta/2$, как это имеет место в беспримесном полупроводнике. Аналогично у полупроводника p -типа уровень Ферми при нулевой температуре равен $E_a/2$ (где E_a — энергия акцепторного уровня, отсчитанная от дна зоны проводимости), и по мере увеличения температуры он будет стремиться к $\Delta/2$.

Электроны и дырки в полупроводниках во многом аналогичны электронам и позитронам. Все эти частицы обладают численно одинаковыми электрическими зарядами, равными заряду свободного электрона. Электроны и дырки в полупроводнике можно рассматривать как свободные частицы, несмотря на то, что они движутся в периодическом поле кристаллической решетки. Влияние кристалла учитывается введением эффективной массы электрона или дырки, которая может сильно отличаться от массы свободного электрона и зависеть от направления движения частицы. Электрон-позитронные пары могут рождаться в поле ядра из фотонов, а могут аннигилировать с образованием двух квантов света. Аналогично под действием света в полупроводнике могут рождаться электрон и дырка. В то же время имеющиеся в полупроводнике электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне могут рекомбинировать (аннигилировать), что приведет к испусканию излучения.

На основе этих аналогий легко получить качественную температурную зависимость концентрации электронов n_n и дырок n_p в полупроводниках. Рассмотрим вначале беспримесный полупроводник. Переход электрона из валентной зоны в зону проводимости сопровождается одновременным появлением дырки в валентной зоне, то есть одновременно рождается пара электрон+дырка. Вероятность рождения пары пропорциональна Больцмановскому фактору

$$W_{\text{рожд}} \propto \exp[-\Delta/(k_B T)], \quad (11.41)$$

так как электрону надо преодолеть энергетический «барьер», равный ширине запрещенной зоны. С другой стороны, вероятность гибели этой пары (аннигиляции) пропорциональна произведению числа электронов на число дырок, то есть

$$W_{\text{рекомб}} \propto n_n n_p = n_n^2 = n_p^2. \quad (11.42)$$

Из выражений (11.41) и (11.42) сразу следует, что при равновесии, то есть когда число рождающихся пар равно числу рекомбинирующих, температурная зависимость как концентрации электронов n_n , так и дырок n_p в беспримесном полупроводнике имеет вид

$$n_n = n_p = \text{const} \cdot \exp[-\Delta/(2k_B T)]. \quad (11.43)$$

Аналогичную оценку легко провести и для примесного полупроводника (для определенности будем рассматривать полупроводник с мелкими донорными уровнями). При температурах $k_B T \leq E_d \ll \Delta$ электроны в зоне проводимости целиком донорного происхождения. Поэтому опять

$$W_{\text{рожд}} \propto \exp[-E_d/(k_B T)], \quad W_{\text{рекомб}} \propto n^2, \quad n \propto \exp[-E_d/(2k_B T)]. \quad (11.44)$$

Если температура такова, что $k_B T \gg E_d$, но $k_B T \ll \Delta$, то все доноры ионизованы и $n = N_d$. При условии $k_B T \geq \Delta$ концентрация носителей определяется шириной запрещенной зоны.

Рассмотрим теперь вопрос о том, что происходит при приведении в контакт металла с полупроводником. Металл является для электрона потенциальной ямой, которую он не может свободно покинуть. Выход электрона из металла как из потенциальной ямы требует совершения работы по преодолению удерживающих его сил. Эта работа называется работой выхода электронов. На расстоянии, равном нескольким постоянным решетки, силовое поле металла затухает практически до нуля, вследствие чего обращаются в ноль силы притяжения, действовавшие на электрон со стороны металла, а потенциальная энергия электрона выходит на константу, которую обычно принимают за начало отсчета.

Пусть металл M , имеющий работу выхода A_M , приведен в контакт с полупроводником P с донорными примесями (с полупроводником n -типа), имеющим работу выхода A_n . У полупроводника различают две работы выхода: *термодинамическую* A_n , равную расстоянию от уровня Ферми до нулевого уровня, и *внешнюю* A_0 , равную расстоянию от дна зоны проводимости до нулевого уровня (рис. 11.9а). Процессы установления равновесия между проводниками определяются термодинамическими работами выхода, и поэтому под A_n мы будем подразумевать именно эту работу выхода.

Если $A_M > A_n$, то электроны будут перетекать из полупроводника в металл до тех пор, пока уровни их энергий Ферми не выровняются и не установится равновесие (необходимость выравнивания энергий Ферми достаточно очевидна — если существует разность в положении уровней Ферми, то электроны будут для достижения минимума энергии в системе перетекать с более высокого на более низкий энергетический уровень). Между металлом и полупроводником возникает контактная разность потенциалов V_k . Ионизованные атомы донорной примеси, оставшиеся в слое полупроводника, из которого ушли электроны, образуют объемный положительный заряд. Будем считать, что поставщиками свободных электронов в полупроводнике являются только донорные

атомы и что все эти атомы ионизованы при комнатной температуре, так что концентрация свободных электронов равна концентрации примеси: $n = N_d$.

Итак, контактная разность потенциалов, возникающая между металлом и полупроводником, формируется на протяжении всей толщины запорного слоя d . Как показано на рис. 11.9б, в слое, в котором сосредоточено контактное поле, энергия электрона становится функцией координаты x . На электрон в контактном слое действует электрическая сила, стремящаяся «вытолкнуть» его из слоя, и для

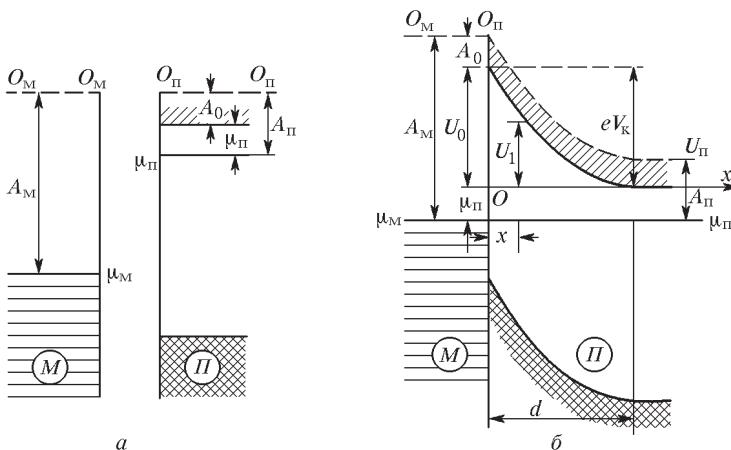


Рис. 11.9. Влияние контактного поля на энергетические уровни полупроводника: *а* — энергетические схемы металла и электронного полупроводника; *б* — искривление энергетических уровней полупроводника под влиянием контактного поля

преодоления этой силы требуется совершить работу, которая переходит в потенциальную энергию электрона.

Аналогичная картина возникает и при контакте двух полупроводников с разным характером проводимости — в $(p-n)$ -переходе. При этом, как и в случае метал—полупроводник, уровни Ферми в электронном и дырочном полупроводнике совпадают, что соответствует динамическому равновесию в системе, т. е. состоянию когда вероятность перехода электронов из электронного полупроводника на свободные уровни дырочного полупроводника равна вероятности такого же перехода электронов из дырочного полупроводника в электронный.

Для упрощения анализа будем считать, что рассматриваемый переход симметричен, т. е. степени легирования в обеих областях одинаковы. Далее примем, что неподвижные нескомпенсированные ионы доноров и акцепторов на обеих сторонах перехода имеют однородную плотность и распространяются на глубину $d/2$ в p - и n -областях. Распределение зарядов показано на рис. 11.10. В соответствующих областях

полная плотность заряда Q равна eN_d и $-eN_a$. Электростатический потенциал определяется из решения одномерного уравнения Пуассона

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{4\pi\rho}{\epsilon} \equiv +\frac{4\pi eN_a}{\epsilon}, \quad \frac{d}{2} \leq x \leq 0, \quad (11.45)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{4\pi\rho}{\epsilon} \equiv -\frac{4\pi eN_d}{\epsilon}, \quad 0 \leq x \leq \frac{d}{2}, \quad (11.46)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость материала. Границные условия состоят в том, что функции U и dU/dx должны обращаться в ноль при

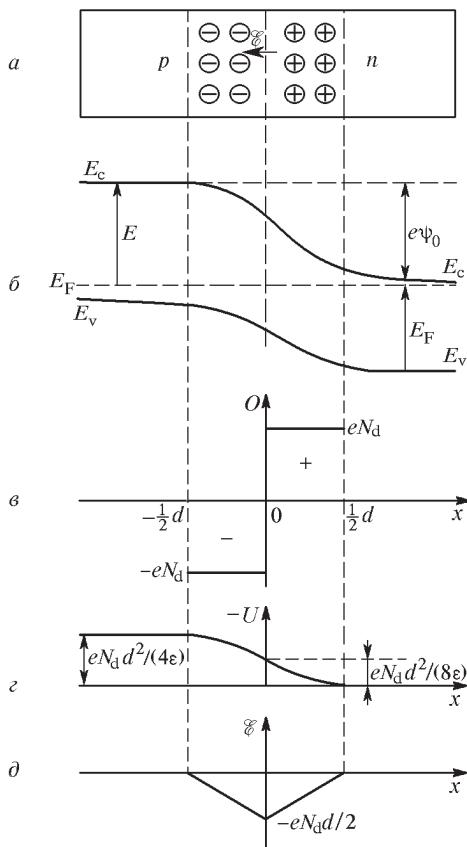


Рис. 11.10. Распределение заряда и потенциала в обедненном слое симметричного (p-n)-перехода в состоянии равновесия: *a* — нескомпенсированные ионы доноров и акцепторов; *б* — уровень Ферми (E_F) одинаков и в *p*- и в *n*-области; *в* — приближение нескомпенсированного заряда в обедненном слое; *г* — электростатические потенциал для электронов; *д* — электрическое поле в обедненном слое, создаваемое нескомпенсированными ионами доноров и акцепторов

$x = d/2$. Решение первого из этих уравнений, удовлетворяющее граничным условиям, есть

$$U = \frac{e}{\epsilon} N_d \left(\frac{x^2}{2} + \frac{xd}{2} - \frac{d^2}{8} \right), \quad -\frac{d}{2} \leq x \leq 0. \quad (11.47)$$

Соответствующая кривая изображена на левой половине рис. 11.10г. Электрическое поле $\mathcal{E} = -dU/dx$ изображено на рис. 11.10д.

Полное изменение U на переходе равно $eN_a d^2/(4\epsilon)$. Поэтому работа, которую нужно совершить, чтобы перенести электрон из зоны проводимости n -области в зону проводимости p -области, равна

$$\frac{e^2 N_d d^2}{4\epsilon} = eV_k, \quad (11.48)$$

где V_k — контактная разность потенциалов. Отсюда находится зависимость толщины запорного слоя от высоты потенциального барьера eV_k и концентрации донорной и акцепторной примесей N :

$$d = \sqrt{\frac{4V_k \epsilon}{eN}}. \quad (11.49)$$

При низких концентрациях ($10^{14} \div 10^{17} \text{ см}^{-3}$) примесные состояния находятся в запрещенной зоне, их энергия составляет примерно 0,01 эВ, и, как уже указывалось, так как энергия теплового движения при комнатной температуре равна 0,025 эВ, практически все атомы донорных примесей отдают свои электроны в зону проводимости. При этом, точно так же, как и для чистого полупроводника, распределение электронов в зоне проводимости по энергиям является больцмановским, но по другой причине. Донорные атомы «поставляют» в зону проводимости не более 10^{17} см^3 частиц, что соответствует для электронов с эффективной массой $m^* \simeq (0,03 \div 0,05)m$ энергии уровня Ферми $E_F \simeq 0,02 \text{ эВ}$ (меньше тепловой энергии 0,025 эВ). Поэтому реально фермиевское распределение с резкой границей становится больцмановским распределением.

Средний объем, приходящийся на один атом донорной примеси, равен $1/N_d$, а среднее расстояние между атомами примеси равно $(N_d)^{-1/3}$. Когда N_d столь велико, что $(N_d)^{-1/3} \leq a_{\text{пр}}$ ($a_{\text{пр}}$ — боровский радиус примесного атома, который много больше межатомного расстояния a), то среднее расстояние становится столь малым, что электроны могут переходить от одного примесного атома к другому посредством туннельного эффекта и примесные уровни превращаются («размазываются») в зону, которая даже может слиться с основной зоной проводимости. Оказывается, что при достаточно большой концентрации примесей (порядка 10^{20} см^{-3}) полупроводник становится вырожденным, т. е. энергетический спектр его электронов, как у металлов, является фермиевским с достаточно четко выраженной граничной энергией.

Вырожденность электронов в полупроводниках с большой концентрацией примесей обусловлена малой эффективной массой носителей. Проведем, как это было сделано выше, качественные оценки. Фермиевский импульс электрона

$$p_F \simeq (3\pi^2 N)^{1/3} \hbar \simeq 10^{-20} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}.$$

Фермиевская энергия

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} \frac{m}{m^*} \simeq 1,5 \cdot 10^{-12} \simeq 1 \text{ эВ}. \quad (11.50)$$

Мы видим, что, во всяком случае, фермиевская энергия много больше тепловой энергии, которая определяет размытие фермиевского распределения, и она теперь расположена в зоне проводимости, как это показано на рис. 11.11.

Вторым важным физическим следствием сильного легирования полупроводника является то, что существенно уменьшается ширина запорного слоя. Как следует из формулы (11.49), ширина перехода обратно пропорциональна корню квадратному из концентрации примесных атомов. Если в обычном (*p*-*n*)-переходе она составляет

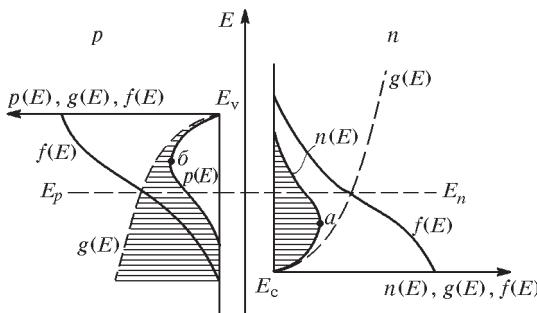


Рис. 11.11. Энергетическая схема вырожденного полупроводника вблизи уровня Ферми по обе стороны от (*p*-*n*)-перехода в отсутствие внешнего напряжения: $f(E)$ — вероятность заполнения электронами уровня с энергией E (функция Ферми), $g(E)$ — концентрация разрешенных энергетических уровней электронов (плотность состояний), $n(E) = g(E)f(E)$ — концентрация электронов на этих уровнях, $p(E)$ — концентрация дырок (или свободных уровней электронов), E_n и E_p — уровни Ферми)

примерно $10^{-3} \div 10^{-5}$ см, то в сильно легированных полупроводниках толщина обедненного слоя может быть 100 Å и даже меньше.

Столь малая ширина потенциального барьера в вырожденных полупроводниках приводит к возможности осуществления принципиально нового механизма тока. В таком (*p*-*n*)-переходе возможен прямой туннельный эффект, когда электрон без изменения энергии «пройдет» сквозь потенциальный барьер и займет «свободное место» по другую

сторону от него. Такой переход возможен и при температурах, близких к абсолютному нулю, так как при туннельном переходе электрону не требуется дополнительной энергии. Полупроводниковые диоды, работающие на этом принципе, называются *туннельными диодами*.

Работа 11.1.

Определение ширины запрещенной зоны полупроводника

Исследуется температурная зависимость проводимости типичного полупроводника — германия или кремния. Определяется ширина запрещенной зоны тремя методами, частично исключающими ошибки эксперимента.

Величина электропроводности в полупроводниках определяется числом электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне (эти числа в чистых полупроводниках, конечно, равны друг другу).

Число электронов, находящихся в зоне проводимости, равно произведению числа имеющихся уровней на вероятность их заполнения. Вероятность заполнения уровней определяется функцией Ферми, которая в нашем случае мало отличается от простого экспоненциального большемановского распределения:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1} \simeq \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right), \quad (1)$$

так как $(E - \mu) \gg k_B T$.

В формуле (1) E — энергия уровня в зоне проводимости, μ — некоторая константа, которая, вообще говоря, зависит от температуры и называется энергией или уровнем Ферми. В собственных полупроводниках энергия Ферми лежит вблизи середины запрещенной зоны (рис. 1).

При не очень высоких температурах заняты главным образом уровни, находящиеся у дна зоны проводимости, так что в качестве энергии



Рис. 1. Схема энергетических зон, поясняющая явление собственной проводимости (a) и указывающая расположение донорных и акцепторных уровней (б)

E можно подставить энергию E_c , соответствующую дну зоны проводимости. При этом вместо полного числа уровней в зоне нужно подставлять некоторое эффективное число уровней Q_n , находящихся вблизи дна зоны, тогда число электронов в зоне проводимости будет равно*):

$$n_n = Q_n \exp\left(-\frac{E_c - \mu}{k_B T}\right). \quad (2)$$

Вероятность появления дырки в валентной зоне определяется разностью $1 - f(E)$. Поэтому число дырок равно

$$n_p = Q_p \left[1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E_v - \mu}{k_B T}\right) + 1} \right] \simeq Q_p \exp\left(-\frac{E_v - \mu}{k_B T}\right). \quad (3)$$

При преобразованиях формулы (3) было принято во внимание, что энергия верхнего края валентной зоны E_v меньше μ и дробь $(E_v - \mu)/(k_B T)$ является большим отрицательным числом.

Перемножим формулы (2) и (3) и примем во внимание, что число электронов равно числу дырок:

$$n_n n_p = n^2 = Q_n Q_p \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{k_B T}\right). \quad (4)$$

Разность $E_c - E_v$ равна ширине запрещенной зоны Δ . Обозначая для краткости произведение

$$Q_n Q_p = C^2 \quad (5)$$

и извлекая квадратный корень из (4), получим

$$n = C \exp\left(-\frac{\Delta}{2k_B T}\right). \quad (6)$$

Найдем теперь электропроводность полупроводника. В присутствии поля большая часть электронов в зоне проводимости начинает двигаться в сторону, противоположную полю. Средняя величина скорости электронов перестает быть равной нулю и направлена вдоль поля. При этом вплоть до самых сильных полей (практически до пробоя) справедлива формула

$$v_{cp} = \mu_n \mathcal{E}, \quad (7)$$

*.) Строго говоря, число Q_n выбирается так, чтобы равенство (2) давало правильное число электронов при подстановке энергии дна зоны E_c вместо энергии E .

где $v_{\text{ср}}$ — среднее значение дрейфовой скорости электронов, \mathcal{E} — напряженность электрического поля, μ_n — коэффициент пропорциональности, носящий название подвижности электронов; он определяет, какую среднюю скорость приобретает электрон в поле единичной напряженности (обычно численное значение подвижности приводят для поля 1 В/см).

Применяя формулу (7) к электронам в зоне проводимости и к дыркам в валентной зоне, найдем, обозначая через $j = nev_{\text{ср}}$ плотность электрического тока, что

$$\sigma = j/\mathcal{E} = |e|(n_n \mu_n + n_p \mu_p). \quad (8)$$

Подставляя в (8) значение $n_n = n_p$ из (6), получим

$$\sigma = |e|C(\mu_n + \mu_p) \exp\left(-\frac{\Delta}{2k_B T}\right) = A \exp\left(-\frac{\Delta}{2k_B T}\right), \quad (9)$$

где предэкспоненциальный множитель заменен константой*).

Измерим электропроводность σ как функцию температуры и изобразим результаты на графике в полулогарифмическом масштабе:

$$\ln \sigma = f(1/T). \quad (10)$$

Формула (9) показывает, что график должен иметь вид прямой линии с наклоном $\Delta/(2k_B)$. Наклон прямой (10) позволяет, таким образом, определить ширину запрещенной зоны Δ .

Приведенные рассуждения верны лишь постольку, поскольку электропроводность полупроводника определяется переходами электронов из валентной зоны в зону проводимости, т. е. пока основной вклад в электропроводность вносит собственная проводимость полупроводника. При небольших температурах дело обстоит иначе, так как полупроводники всегда содержат примеси.

В зависимости от чистоты полупроводника примесная проводимость может вносить в электропроводность больший или меньший вклад. Она искачет температурный ход собственной электропроводности. Чтобы правильно определить ширину запрещенной зоны, нужно проделать измерения в широком интервале температур и выбрать участок, где зависимость электропроводности от $1/T$ имеет чисто экспоненциальный характер.

Электропроводность полупроводников может измеряться различными способами. При измерениях особое внимание следует уделять качеству контакта изучаемого образца с подводящими проводами. Сопротивление контактов может оказаться соизмеримым с сопротивлением

*) Более точные расчеты показывают, что величина A зависит от температуры. Этой зависимостью, однако, можно пренебречь по сравнению с быстро изменяющейся экспонентой.

самого образца — в этом случае, конечно, результаты измерения не будут правильно отражать проводимость полупроводника. Контакт может оказаться неомическим (сопротивление контакта зависит от величины тока) и может сложным образом изменяться с температурой. На контактах полупроводника с металлом появляется термоЭДС, величина которой изменяется с температурой. Это изменение может достигать долей милливольта на градус.

Экспериментальное исследование зависимости $\sigma(T)$ проводится одним из трех описанных ниже методов, в той или иной степени исключающих перечисленные источники ошибок.

I. Исследование зависимости $\sigma(T)$ с помощью универсального цифрового вольтметра B7-34A

Для изучения зависимости $\sigma(T)$ используется установка, схематически изложенная на рис. 2.

Исследуемые образцы (O_1 и O_2) в специальном зажиме помещаются в электронагревательную печь P . Сопротивление образцов измеряется универсальным цифровым вольтметром B7-34A, который обеспечивает

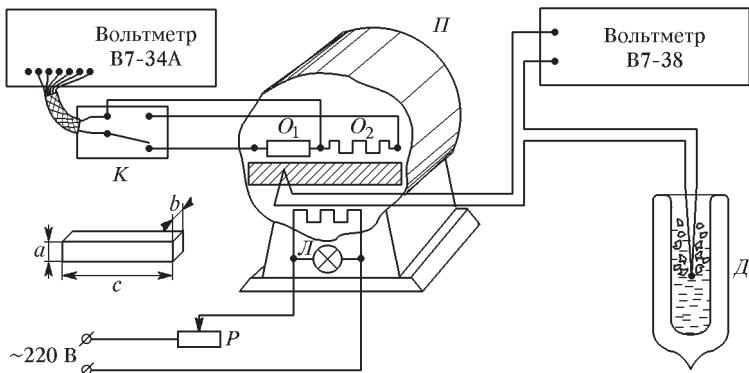


Рис. 2. Схема установки по измерению зависимости $\sigma(T)$ с помощью вольтметра B7-34A. Размер медного образца: $l = 26,6$ мм, $d = 0,07$ мм, размеры образца полупроводника: $a = 5$ мм, $b = 3$ мм, $c = 30$ мм

высокую точность измерений. В режиме измерения сопротивления на пределах 1 кОм, 10 кОм и 100 кОм погрешность в процентах не превышает

$$\pm[0,015 \pm 0,02(R_k/R_x - 1)],$$

где R_k — включенный предел измерений, R_x — значение измеряемой величины в килоомах.

При этом ток через подключенный образец не превышает 1 мА. Повторное подключение образцов к прибору осуществляется с помощью ключа K . Один из образцов изготовлен из кристаллического германия

(или кремния) и имеет форму прямоугольного параллелепипеда, другой — из тонкой медной проволоки длиной около двадцати метров.

Удельная проводимость образцов находится по формуле

$$\sigma = \frac{l}{RS}, \quad (11)$$

где R — сопротивление образца, l — его длина, S — поперечное сечение образца. Размер образцов указан на установке.

Нагрев образцов в электропечи регулируется реостатом P . О мощности, подводимой для нагрева, можно судить по яркости свечения лампы L . Температура образцов измеряется медь-константановой термопарой. Один спай термопары находится непосредственно у образцов, другой — в сосуде Дьюара D с тающим льдом (0°C). ЭДС термопары измеряется вольтметром В7-38 с входным сопротивлением не менее 10 МОм. Постоянная термопары равна $41 \cdot 10^{-6}$ В/К.

Нагрев образцов в процессе эксперимента необходимо производить равномерно, чтобы обеспечить одинаковую температуру по всей их длине, исключив тем самым влияние термоЭДС контактов на результаты измерений. Такой нагрев можно осуществить одним из двух способов. Первый способ — быстрый нагрев печи при максимально подводимой мощности в течение 5 минут с последующей выдержкой около 10 минут без нагрева, после чего проводятся измерения температуры и сопротивления образцов. Второй способ — медленный нагрев при малой мощности нагревателя и, не выключая его, проводить измерения температуры и сопротивления образцов.

Полученная зависимость $\sigma(T)$ для типичных полупроводника и металла иллюстрирует основное различие между этими веществами.

Задание

Измерьте проводимость полупроводникового и медного образцов в зависимости от температуры.

1. Включите в сеть 220 В используемые в работе цифровые вольтметры и дайте им прогреться не менее 10 минут.

2. Утопите клавишу «R» на передней панели вольтметра В7-34А, включив тем самым прибор в режим измерения сопротивления. Для предотвращения случайных перегрузок прибора нажмите клавишу «АВП», чем обеспечивается автоматический выбор пределов измерений. Нажмите клавишу « T_0 », установив этим время периодичности измерений, равное 0,25 с.

3. Нажатием клавиши «V» на вольтметре В7-38 переведите работу прибора в режим измерения постоянного напряжения.

4. Поставьте реостат P электронагревательной печи в среднее положение. Включите печь в сеть 220 В.

Нагревайте образцы от комнатной температуры до 100°C одним из предложенных ранее способов. Через каждые 10°C измеряйте сопротивление полупроводникового и медного образцов, поочередно подключая их к прибору В7-34А с помощью ключа K .

5. Используя соотношение (11), постройте график зависимости $\sigma(T)$ для обоих образцов. Объясните разницу в полученной зависимости $\sigma(T)$ для меди и для полупроводника. По наклону графика для медного образца определите температурный коэффициент сопротивления меди.

6. Постройте график $\ln \sigma = f(1/T)$ для полупроводникового образца и по наклону его прямолинейной части (при более высоких температурах), определите ширину запрещенной зоны; выразите ее в электронвольтах. По полученным значениям проводимости и ширины запрещенной зоны определите материал полупроводникового образца (германий или кремний).

7. Оцените достоверность полученных результатов в определении ширины запрещенной зоны исследуемого полупроводника и коэффициента температурного сопротивления меди.

Дополнительное задание

Определите энергию ионизации примеси и ширину запрещенной зоны примесного полупроводника (InSb , n -типа).

Для этого проведите измерение сопротивления примесного полупроводника через каждые 10°C в диапазоне температур от 77 К (жидкий азот) до комнатной температуры, применяя методику измерений, используемую в предыдущем задании.

Исследуемый образец и спай медь-константановой термопары помещены на торце вставки — тонкостенной достаточно длинной трубки из нержавеющей стали. Провода от образца и термопары проходят внутри трубы и подсоединенны к клеммам на другом конце вставки. К этим клеммам подходят провода от цифровых вольтметров В7-34А и В7-38.

Опустив вставку с образцом в транспортный дьюар с азотом и охладив образец до 77 К, измеряйте температуру и сопротивление образца, повышая температуру вплоть до комнатной, постепенно поднимая образец над поверхностью азота. Используя соотношение (11), постройте зависимость $\ln \sigma = f(1/T)$ (размеры образца указаны на вставке) и по наклону температурной зависимости электропроводности определите энергию ионизации примеси (по меньшему наклону) и ширину запрещенной зоны (по большему наклону), выразив их в электрон-вольтах.

II. Исследование зависимости $\sigma(T)$ с помощью моста переменного тока

Схема установки, служащей для измерения зависимости $\sigma(T)$, изображена на рис. 3.

Полупроводниковый образец является одним из плеч моста, работающего на переменном токе. Другие плечи моста образуют омические сопротивления R_1 , R_2 , R_3 . В качестве R_2 используется прецизионный магазин сопротивлений. Мост питается от звукового генератора Г3-34. В качестве нуль-гальванометра используется электронно-лучевой осциллограф. Образец помещается в нагревательную печь P , включае-

мую через реостат $R_{\text{п}}$ в сеть переменного тока 220 В. Чтобы обеспечить равномерный нагрев образца, его погружают в масляную ванночку. Температура образца измеряется медно-константановой термопарой. Один спай термопары находится непосредственно у образца, другой — в сосуде Дьюара Δ со льдом. ЭДС термопары измеряется цифровым вольтметром В7-38. Постоянная термопары равна $41 \cdot 10^{-6}$ В/К.

Обозначим сечение образца через S , а его длину через l . Удельная электропроводность полупроводника определяется по формуле

$$\sigma_x = \frac{l}{S} \frac{R_1}{R_3} \frac{1}{R_2}, \quad (12)$$

где R_2 — сопротивление, обеспечивающее баланс моста.

Измерение температурной зависимости электропроводности полупроводников на мосте переменного тока обладает тем преимуществом, что при этом исключается влияние термоЭДС на результаты измерений. При нагревании образца его спай с проводниками неизбежно приобретают несколько различающиеся температуры. Разность ЭДС спаев

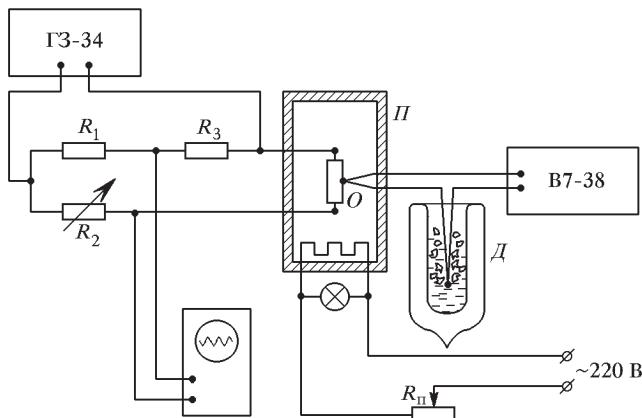


Рис. 3. Схема установки для измерения зависимости $\sigma(T)$ с помощью моста переменного тока

складывается с падением напряжения на образце и искажает результаты измерений. При измерениях на переменном токе эта ЭДС не сказывается на результатах, так как она не вызывает размытия луча осциллографа.

При измерениях электропроводности на мосте переменного тока влияние переходных сопротивлений не исключается в полной мере. Поэтому приходится принимать специальные меры для улучшения контактов. Для спайки проводов с полупроводником применяются специальные припои и особая технология пайки. Хорошие результаты дает пайка сплавом олова с мышьяком (0,5%) в атмосфере водорода.

Задание

1. Включите осциллограф в сеть 220 В. На время отлаживания установки установите наибольшее ослабление сигнала на входе вертикального усилителя осциллографа и установите наибольшее усиление при снятии зависимости $\sigma(T)$.

2. Включите звуковой генератор и установите на его выходе сигнал с амплитудой 1 В. Частоту следует выбирать в диапазоне 500 \div 800 Гц.

3. Сбалансируйте мост. Балансировка производится с помощью магазина сопротивлений R_2 . В положении баланса сигнал на экране осциллографа минимален. Запишите величину сопротивления R_2 .

4. Измерьте температуру образца с помощью термопары. Включите нагреватель печи и, медленно повышая температуру (с помощью реостата $R_{\text{н}}$), измерьте, как изменяется сопротивление R_2 в зависимости от температуры образца. Измерения производите через каждые 10°C начиная с комнатной температуры до 100–120°C.

5. Используя соотношение (12), постройте график зависимости $\sigma(T)$. Размер образца указан на установке.

6. Постройте график зависимости $\ln \sigma = f(1/T)$. По наклону графика в высокотемпературной части кривой определите ширину запрещенной зоны исследуемого полупроводника.

7. Оцените погрешность полученного значения ширины запрещенной зоны исследуемого полупроводника.

III. Бесконтактный метод измерения $\sigma(T)$

Бесконтактный метод измерения σ полностью исключает влияние контактов металл–полупроводник на результаты измерения. Электропроводность полупроводника определяется по добротности колебательного контура (рис. 4).

Полупроводниковый образец изготавливается в виде диска и помещается между обкладками конденсатора, являющейся частью колебательного контура. Тонкие диэлектрические прокладки изолируют образец от пластин конденсатора.

В отсутствие полупроводникового образца резонансный контур представляет собой обычную схему, содержащую L , C и r_0 . Сопротивление контура r_0 складывается из сопротивления катушки самоиндукции и сопротивления проводов. Добротность контура по определению равна

$$Q_0 = \omega_0 L / r_0. \quad (13)$$

После внесения образца в конденсатор меняется его емкость и изменяются потери в контуре. Добротность контура также изменяется. Выведем соответствующие формулы. Рассмотрим прежде всего полупроводник в конденсаторе. Эквивалентная схема конденсатора, содержащего образец, изображена рис. 4б. На этом рисунке емкость C_1 — это емкость зазора между полупроводником и верхней пластиной кон-

денсатора, C_2 — емкость между полупроводником и нижней пластиной конденсатора, а C и R характеризуют емкость между верхним и ниж-

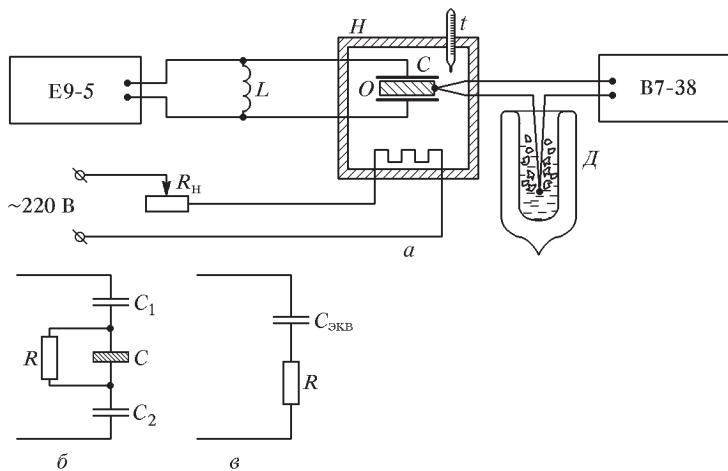


Рис. 4. Схема установки для измерения зависимости $\sigma(T)$ бесконтактным методом ним торцами образца и соответствующее сопротивление утечки. Это сопротивление связано с искомой проводимостью σ обычной формулой

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}, \quad (14)$$

где l — толщина образца, а S — его площадь. В нашем случае $S = 12 \text{ см}^2$, $l = 0,3 \text{ см}$, а $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-2} \Omega^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Подставляя эти числа в формулу (13), найдем, что сопротивление утечки по порядку величины равно

$$R \approx 0,8 \Omega. \quad (15)$$

Оценим теперь емкость образца C . Замечая, что диэлектрическая проницаемость германия примерно равна 16, найдем

$$C = \epsilon \frac{S}{4\pi l} \approx 51 \text{ см} \approx 60 \text{ пФ}. \quad (16)$$

Импеданс этой емкости на частоте 20 МГц (рабочая частота установки) составляет

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \approx 140 \Omega. \quad (17)$$

Сравнивая (17) и (15), мы видим, что при наших частотах полупроводниковый образец может быть заменен эквивалентным омическим сопротивлением.

Объединяя емкости C_1 и C_2 в общую емкость $C_{\text{экв}}$, мы приходим к эквивалентной схеме (рис. 4в).

После внесения полупроводникового образца в конденсатор самоиндукция контура не изменяется, а к сопротивлению прибавляется сопротивление полупроводника R :

$$r_1 = r_0 + R. \quad (18)$$

Измеряя добротность контура с полупроводником в конденсаторе, найдем

$$Q'_1 = \frac{\omega_1 L}{r_1} = \frac{\omega_1 L}{r_0 + R}. \quad (19)$$

В формулах (13) и (19) измеряются все величины, кроме r_0 и r_1 . Разрешая эти уравнения относительно сопротивления и исключая r_0 , найдем

$$R = L \left(\frac{\omega_1}{Q'_1} - \frac{\omega_0}{Q_0} \right). \quad (20)$$

Проводимость полупроводника находится по его сопротивлению с помощью формулы (14).

Схема устройства установки, служащей для измерения температурной зависимости проводимости, изображена на рис. 4а. Добротность контура измеряется стандартным прибором Е9-5. Конденсатор вместе с полупроводником помещен в нагреватель H . Мощность, подводимая к спирали нагревателя, регулируется реостатом R_h . Для измерения температуры служит термометр t и термопара. Один из спаев термопары находится вблизи полупроводника, а другой помещен в сосуд D со льдом. ЭДС термопары измеряется вольтметром В7-38. Постоянная термопары равна $41 \cdot 10^{-6}$ В/К.

Колебательный контур образован воздушным конденсатором $C \approx 200$ пФ и катушкой индуктивности $L = 0,2$ мГн, устанавливаемой на клеммном устройстве прибора Е9-5. Резонансная частота контура составляет около 20 МГц.

Задание

1. Включите измеритель добротности Е9-5. Установите на его клеммном устройстве индуктивность $L = 0,2$ мГн. Дайте прибору прогреться десять минут.

2. Установите переключатель «Диапазоны» в промежуточное положение и поставьте на ноль стрелки шкалы Q (ручка «Устан. нуля Q ») и множителя Q (ручка «Устан. нуля множ.»).

3. Поставьте переключатель «Диапазоны» в положение первого поддиапазона частот. Ручкой «Устан. множ. Q » установите стрелку вольтметра уровня на множитель 1,5. Ручкой «Емкость» установите значение 10 пФ (наименьшее значение).

4. Вращая ручку настройки частоты, добейтесь резонанса (Q -вольтметр показывает максимальное отклонение). Измерьте резонансные значения Q_0 и f_0 . Опыт должен проводиться без образца в конденсаторе. Добротность контура равна произведению показаний Q -вольтметра и вольтметра уровня.

5. Измерьте толщину и диаметр образца штангенциркулем.

6. Вложите образец германия между обкладками выносного конденсатора. Измерьте новые резонансные значения Q и f . Плавно поднимая температуру нагревателя, измерьте величины Q и f через каждые 10°C вплоть до температуры $100 \div 110^{\circ}\text{C}$, фиксируя при каждом измерении температуру образца.

Выносной конденсатор и образец имеют сравнительно высокую тепловую инерцию. Поэтому необходимо отключить спираль нагревателя приблизительно за 10 минут до замеров. Кроме термопары, на установке имеется контрольный термометр, который может быть полезен при грубой установке температуры.

7. Постройте по экспериментальным данным график зависимости $\sigma(T)$. При расчетах пользуйтесь формулами (14) и (20).

8. Постройте график зависимости $\ln \sigma = f(1/T)$ и по его наклону (в области более высоких температур) определите ширину запрещенной зоны исследуемого полупроводника.

9. Оцените погрешность полученного результата определения ширины запрещенной зоны полупроводника.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. XIII, §§ 64–67.

2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. Гл. 11, с. 379–407.

3. Смит Р. Полупроводники. — М.: ИЛ, 1962. Гл. 1, §§ 3–4; гл. 4, §§ 1–3; гл. 9, § 2.

Работа 11.2.

Исследование фотопроводимости полупроводников

Исследуются собственная и примесная фотопроводимости. По полученной спектральной зависимости фототока определяются ширина запрещенной зоны и энергия ионизации примеси полупроводника.

Важной особенностью полупроводников является способность увеличивать электропроводность под действием света. Это явление получило название *внутреннего фотоеффеクта* или *фотопроводимости*.

Непосредственным результатом поглощения света в полупроводнике является увеличение числа свободных носителей тока. К появлению

фотопроводимости приводят три типа переходов (рис. 1). В переходах первого типа электроны из заполненной зоны при поглощении фотона переводятся в зону проводимости. В результате этих переходов образуются свободные электроны и дырки. Возникающая при таких переходах фотопроводимость называется *собственной*.

Переходы второго типа происходят при поглощении фотона атомом донорной примеси кристалла; при этом образуются свободные электроны и вакан-

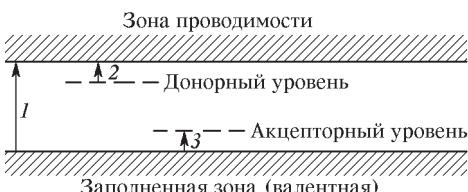


Рис. 1. Типы переходов, приводящих к появлению фотопроводимости полупроводников

сии в донорных атомах. Переходы третьего типа возникают, когда при поглощении света электроны переходят из заполненной зоны на незанятые акцепторные уровни. В результате этого процесса образуются свободные дырки и электроны, связанные с акцепторными атомами. Фотопроводимость, возникающая в результате двух последних процессов, называется *примесной*.

Некоторое количество носителей тока присутствует в полупроводниках и при отсутствии света. Часть электронов переходит из заполненной зоны (и с донорных уровней) в зону проводимости (и на акцепторные уровни) в результате теплового движения. Количество таких носителей — и вместе с ним проводимость кристалла — определяется температурой кристалла и быстро увеличивается при нагревании. В этом случае говорят о *равновесных* носителях тока и о *температурной* проводимости кристалла. Количество носителей тока равно равновесному не только в полной темноте, но и в тех случаях, когда энергия фотонов недостаточно велика для того, чтобы вызвать электронные переходы в кристалле. Фотопроводимость появляется лишь в том случае, если частота света выше пороговой. Эта минимальная частота, при которой начинается фотопроводимость, называется *красной границей фотоэффекта*.

В отличие от тепловой, световая энергия запасается электронами полупроводника и практически не изменяет температуры кристаллической решетки. Поэтому в присутствии света тепловое равновесие между электронами и решеткой нарушается. Носители тока, возникшие в результате оптической ионизации, являются *неравновесными*.

После того как освещение кристалла прекращается, равновесие между электронами и решеткой восстанавливается. В обычных условиях энергия, запасенная неравновесными носителями тока, ничтожно мала по сравнению с тепловой энергией кристаллической решетки. Процесс установления теплового равновесия между решеткой и электронами сводится к тому, что неравновесные электроны и дырки рекомбинируют друг с другом, а температура кристалла практически не меняется. Не изменяется, следовательно, и концентрация равновесных носителей. Та-

ким образом, можно считать, что включение и выключение света изменяет концентрацию неравновесных носителей и не влияет на концентрацию равновесных носителей тока.

Измерение величины фототока может быть проведено по схеме, изображенной на рис. 2. Образец, изготовленный в виде пленки, включен в цепь, содержащую источник ЭДС и резистор, падение напряжения на котором измеряется цифровым вольтметром В7-34А. При освещении образца ток в цепи возрастает, возрастают и показания вольтметра. Подобного рода простые схемы пригодны для измерения только в том случае, когда фототок превосходит темновой ток или, в худшем случае, одного с ним порядка. Если это не так, приходится усложнять экспериментальную установку. Чаще всего при этом световой поток модулируется по амплитуде. Связанную со светом переменную составляющую полного тока нетрудно выделить на фоне даже очень большого постоянного по величине темнового тока.

Зависимость величины фототока от частоты падающего света (спектральная зависимость фототока) имеет сложный вид, но ее характерной особенностью является наличие красной границы — резкого обрыва кривой со стороны низких частот. Положение красной границы определяет наименьшую энергию фотонов, при которой может происходить образование носителей. Вид кривой вправо от красной границы (в сторону увеличения частот) может быть различным. После резкого подъема кривая фототока может быстро спадать (как у образца CdS), а может выходить на широкое плато (как, например, у образца селена). Перед основным подъемом, соответствующим энергии, при которой происходит переход электронов из заполненной зоны в зону проводимости, могут быть видны небольшие дополнительные максимумы. Эти максимумы связаны с примесными уровнями (переходы второго и третьего типа на рис. 1). Как видно из рис. 1, энергия этих переходов меньше энергии, необходимой для перехода из заполненной зоны в зону проводимости, так что их красная граница находится слева от красной границы собственного перехода.

Соотношение величины подъемов кривой фототока на собственных и на примесных переходах зависит от концентрации примесей и от температуры. В чистых полупроводниках концентрация примесей очень мала. Кроме того, фотонное возбуждение примеси приводит к появлению всего одного носителя тока — электрона или дырки, в то время как при собственной проводимости поглощение каждого фотона сопровождается возникновением электрона и дырки одновременно.

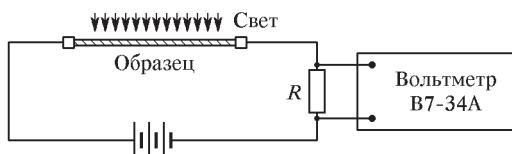


Рис. 2. Схема измерения фототока

С повышением температуры примесная фотопроводимость уменьшается быстрее, чем собственная. Может случиться, что уже при комнатной температуре большая часть примесных атомов термически ионизуется, и оставшаяся часть дает незначительный вклад в фотопроводимость. Поэтому примесная фотопроводимость может оказаться значительно меньше собственной фотопроводимости.

В предлагаемой работе положение примесных уровней и ширины запрещенной зоны полупроводника определяются по энергиям, при которых начинаются подъемы кривой фототока.

Опыты проводятся на полупроводящих пленках или тонких пластинках монокристаллов CdS и CdSe с примесью ионов меди или без примеси. В отличие от большинства полупроводников, ширина запрещенной зоны у этих полупроводников сравнительно велика (более 1,5 эВ). Акцепторный уровень, обусловленный ионами меди, находится на большом удалении как от заполненной зоны, так и от зоны проводимости. В этих условиях красная граница примесной фотопроводимости лежит в области видимого света, в то время как у большинства других полупроводников она расположена в инфракрасной области. Малый темновой ток и большой световой выход позволяют проводить опыты без модуляции светового потока.

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 3. Свет от источника I с помощью линзы L фокусируется на входную щель монохроматора УМ-2. Эта щель находится в фокусе коллиматорной линзы L_1 .

Параллельный пучок лучей, выходящий из линзы L_1 , разлагается в спектр призмой P . Выходная щель находится в фокальной плоскости окулярной линзы L_2 и вырезает из спектра нужную область. Прошедш-

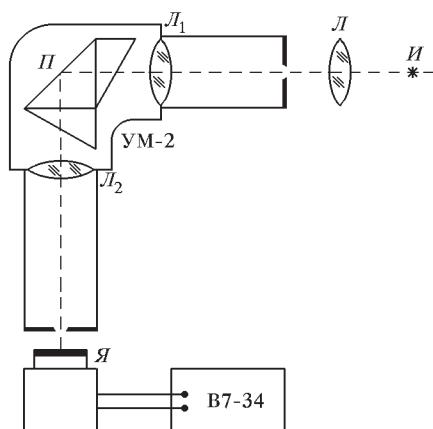


Рис. 3. Схема установки для исследования спектральной зависимости фототока

ший сквозь выходную щель свет падает на ячейку с исследуемым образцом, обозначенную на рисунке буквой Я. Последовательно с образцом включены стабилизированный выпрямитель, служащий источником ЭДС. Вольтметр В7-34А служит для измерения тока, протекающего через образец.

Спектральное распределение потока фотонов на выходе монохроматора и градуировочная кривая монохроматора приведены на графиках, приложенных к работе.

Задание

1. В начале работы включите выпрямитель и цифровой вольтметр В7-34А в сеть переменного тока. Дайте прогреться вольтметру не менее 15 мин. Включите вольтметр в режим измерения напряжения.

2. Проверьте градуировку монохроматора. Проверка проводится по желтому дублету ртутной лампы ($\lambda_1 = 5770 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5790 \text{ \AA}$) и желтой линии неоновой лампы ($\lambda_3 = 5852 \text{ \AA}$). Проверка производится в следующем порядке.

а) Отодвиньте выносной блок с образцом от выходной щели монохроматора.

б) Выньте выходную щель монохроматора и вставьте вместо нее окуляр.

в) Включите ртутную лампу и с помощью линзы L сфокусируйте ее лучи на входную щель монохроматора. Наилучшие условия для измерений создаются в том случае, когда оптическая система монохроматора полностью заполнена светом. Это осуществляется при выполнении соотношения $D_L/b = D_{L_1}/F$, где D_L — диаметр фокусирующей линзы, b — расстояние от нее до входной щели монохроматора, D_{L_1} и F — диаметр и фокусное расстояние объектива коллиматора. Приведенное

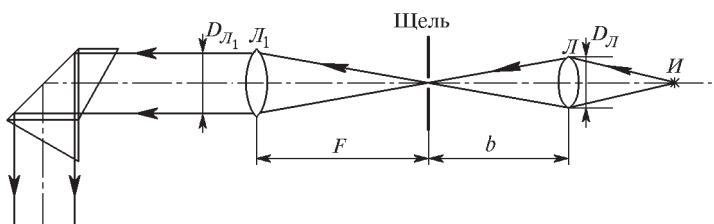


Рис. 4. Выбор условий с наилучшей освещенностью

соотношение поясняет рис. 4. У монохроматора УМ-2 относительная величина входного отверстия равна $D_{L_1}/F = 1/6$.

г) Настройте монохроматор на желтый дублет и сравните показания барабана с градуировочной кривой, которая прилагается к работе.

д) Выключите ртутную лампу и включите неоновую лампу, сфокусируйте ее лучи на входную щель монохроматора.

е) Настройте монохроматор на желтую линию ($\lambda_3 = 5852 \text{ \AA}$) и сравните отсчет барабана с градуировочной кривой.

ж) В случае несовпадения отсчетов барабана с градуировочной кривой сместите лимб со шкалой на барабане так, чтобы добиться совпадения.

3. Включите лампу накаливания и сфокусируйте изображение ее нити на входную щель монохроматора. Проследите за тем, чтобы монохроматор был заполнен светом (см. п. 2в)).

4. Выньте окуляр и вставьте вместо него выходную щель.

5. Ширину входной и выходной щелей монохроматора установите около 0,1 мм. Такая их ширина обеспечивает достаточную величину фототока при сохранении достаточной разрешающей силы спектрометра.

6. Пододвиньте выносной блок с образцом к выходной щели монохроматора.

7. Измерьте темновой ток образца.

8. Снимите зависимость фототока от длины волны возбуждающего света. Величина фототока определяется по показанию цифрового вольтметра, деленному на величину сопротивления R , включенного в цепь образца (значение R указано на установке). Каждое измерение величины тока следует производить после трехминутной выдержки. Длина волны определяется по градуировочной кривой. Искомая величина фототока определяется путем вычитания темнового тока из полученного значения тока для выбранной длины волны.

9. Постройте кривую спектральной зависимости фототока для исследуемого образца. Для этого необходимо пересчитать фототок к постоянному потоку фотонов. При пересчете следует использовать прилагаемый к работе график спектрального распределения потока фотонов на выходе монохроматора.

10. По полученной спектральной зависимости фототока определите энергию ионизации примесного уровня и ширину запрещенной зоны исследуемого полупроводника. Тип полупроводника указан на ячейке, в которой установлен образец. Положение красной границы приблизительно совпадает с серединой соответствующего подъема на кривой фототока.

11. Оцените достоверность полученных значений ширины запрещенной зоны и энергии ионизации примеси исследуемого полупроводника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. Н. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. XIII, §§ 64–67.
2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. Гл. 11, с. 379–386.
3. Смит Р. Полупроводники. — М.: ИЛ, 1962. Гл. 7, §§ 4, 10; гл. 8, § 15; гл. 11, § 7.
4. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. — М.: Физматгиз, 1963. Гл. I, §§ 1–4.

Работа 11.3.

Измерение контактной разности потенциалов в полупроводниках

Определяется контактная разность потенциалов ($p-n$)-перехода в полупроводниковом диоде по результатам измерений температурной зависимости его сопротивления.

Типичными полупроводниками являются элементы четвертой группы периодической системы — германий и кремний.

Полупроводником n -типа называется полупроводник, в который введены доноры — атомы элементов пятой группы, создающие дополнительные «локальные» уровни. Эти уровни располагаются в запрещенной зоне вблизи дна зоны проводимости, как это изображено на рис. 1а.

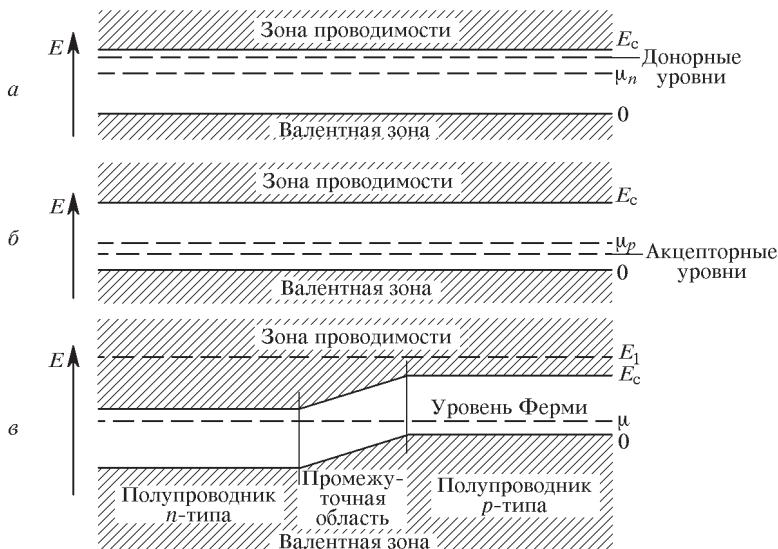


Рис. 1. Энергетическая схема полупроводника: а) n -типа; б) p -типа; в) $(p-n)$ -перехода, находящегося в равновесии

В полупроводник можно вводить не только донорные, но и акцепторные примеси. Это делается путем внедрения атомов третьей группы. Атомы третьей группы создают в запрещенной зоне вблизи верхнего края валентной зоны (рис. 1б) локальные уровни, которые при низких температурах оказываются пустыми. При комнатных температурах эти уровни заполняются электронами, переходящими из валентной зоны. В валентной зоне при этом возникает дырочная проводимость. Такие полупроводники называют полупроводниками p -типа.

Носители заряда, число которых в кристалле преобладает, называются *основными* носителями, а носители, содержащиеся в меньшем количестве — *неосновными*. В полупроводниках *n*-типа основными носителями являются электроны, а в полупроводниках *p*-типа — дырки.

Приведем полупроводники *n*- и *p*-типа в соприкосновение друг с другом. В момент установления контакта происходит встречная диффузия основных носителей тока через пограничный слой; при этом дырки и электроны рекомбинируют друг с другом.

Вблизи перехода в *n*-области положительные ионы донорной примеси, заряд которых теперь не компенсируется электронами, образуют положительный пространственный заряд. Соответственно в *p*-области отрицательные ионы акцепторной примеси, заряд которых теперь не компенсируется дырками, образуют отрицательный пространственный заряд. Таким образом в области (*p*-*n*)-перехода образуется слой, обедненный носителями тока, и соответственно возникает *контактная разность потенциалов* — потенциальный барьер, препятствующий дальнейшей диффузии основных носителей.

Равновесие наступает при такой высоте потенциального барьера, когда положения уровней Ферми в обеих областях совпадают, как это изображено на рис. 1в. Для пояснения этого правила рассмотрим для простоты уровень E_1 , находящийся в зоне проводимости. Вероятность заполнения этого уровня можно рассчитать как с помощью функции Ферми в *n*-области, так и через функцию Ферми в *p*-области. Поэтому

$$\frac{1}{1 + \exp[(E_1 - \mu_n)/(k_B T)]} = \frac{1}{1 + \exp[(E_1 - \mu_p)/(k_B T)]},$$

откуда следует, что

$$\mu_n = \mu_p. \quad (1)$$

Существование обедненного слоя легко понять из рассмотрения рис. 1в. В *n*-области уровень Ферми располагается далеко от валентной зоны и поблизости от зоны проводимости. Вероятность заполнения уровней валентной зоны близка к единице, а вероятность заполнения уровней зоны проводимости заметно отлична от нуля. В этой области много электронов и мало дырок. В *p*-области наблюдается обратная картина. В области (*p*-*n*)-перехода уровень Ферми проходит вдалеке как от валентной зоны, так и от зоны проводимости. Эта область поэтому бедна как электронами, так и дырками (рис. 2) и обладает большим электрическим сопротивлением.

Оценим разность потенциалов, возникающую у кремния в области (*p*-*n*)-перехода. При расчете будем для определенности считать, что концентрации доноров в *n*-области и акцепторов в *p*-области равны друг другу и составляют $1,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Собственные плотности электронов и дырок в чистом кремнии равны $1,7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$. При равной концентрации акцепторов и доноров смещение уровня Ферми вверх в *n*-области

равно смещению этого уровня вниз в p -области. Разность потенциалов ΔV в области $(p-n)$ -перехода равна поэтому

$$e\Delta V = 2 \left(\mu - \frac{1}{2}E_c \right). \quad (2)$$

В формуле (2) энергия уровней, как и раньше, отсчитывается от верхнего края валентной зоны. Величина $E_c/2$ определяет несмешенное положение уровня Ферми.

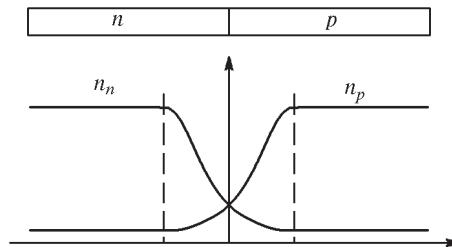


Рис. 2. Концентрация электронов и дырок в области $(p-n)$ -перехода

Плотность электронов в зоне проводимости при обычных температурах определяется только электронами, «поставляемыми» донорными уровнями, и равна

$$n_n = Q_n \exp \left(-\frac{E_c - \mu}{k_B T} \right), \quad (3)$$

а плотность свободных мест (дырок) в валентной зоне равна плотности электронов, перешедших под действием теплового возбуждения из валентной зоны в зону проводимости:

$$n_p = Q_p \exp \left(-\frac{\mu}{k_B T} \right). \quad (4)$$

Деля равенства (3) и (4) друг на друга, получим

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \frac{2\mu - E_c}{k_B T} = \exp \left(\frac{e\Delta V}{k_B T} \right). \quad (5)$$

Искомая разность потенциалов ΔV равна

$$\Delta V = \frac{k_B T}{e} \ln \frac{n_n}{n_p}. \quad (6)$$

При $T = 300$ К плотность электронов в зоне проводимости полупроводника n -типа n_n с хорошей точностью равна плотности донорных атомов.

Поэтому $n_n = 1,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Плотность дырок можно определить, используя тот факт, что произведение $n_n n_p$ не зависит от примесей (см. (11.38)):

$$n_n n_p = n_{\text{собств}}^2 = (1,7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3})^2,$$

откуда

$$n_p = \frac{n_{\text{собств}}^2}{n_n} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}.$$

Имеем поэтому

$$\Delta V = \frac{1}{40} \ln \left(\frac{1,7 \cdot 10^{13}}{1,7 \cdot 10^7} \right) \simeq 0,35 \text{ В.}$$

Эта разность потенциалов приложена к тонкому переходному слою, имеющему толщину порядка $10^{-3} \div 10^{-4} \text{ см}$.

Из-за наличия потенциального барьера между концентрациями основных и неосновных носителей заряда в n - и p -областях устанавливается определенное соотношение. В условиях равновесия

$$\frac{n_n(n\text{-область})}{n_n(p\text{-область})} = \frac{n_p(p\text{-область})}{n_p(n\text{-область})} = \exp \left(\frac{e\Delta V}{k_B T} \right). \quad (7)$$

Это соотношение нетрудно понять. В материале n -типа имеется высокая концентрация электронов, но только небольшая их доля $\exp[-e\Delta V/(k_B T)]$, поднимаясь «в горку» (см. рис. 1в), проходит в материал p -типа. Эти электроны образуют поток, проходящий через переход

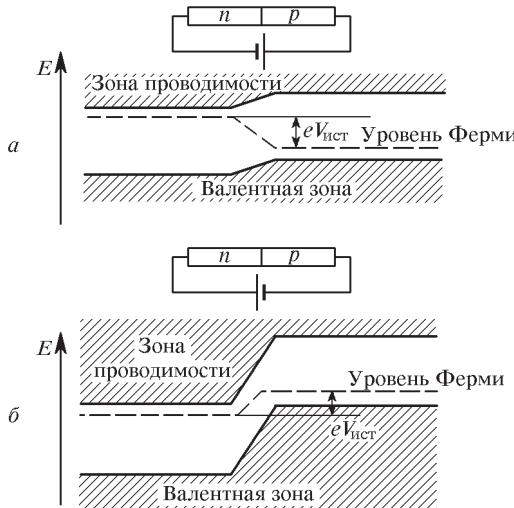


Рис. 3. Схема (p - n)-перехода под напряжением: положительное смещение (а); отрицательное смещение (б)

слева. Имеется также ток электронов, приближающихся к переходу справа. Указанный ток не уменьшается из-за контактной разности потенциалов, так как электроны в этом случае скатываются «под горку». В условиях равновесия эти токи равны друг другу. Обозначая их величину через I_0 , найдем:

$$I_0 \propto n_n(p\text{-область}) = n_n(n\text{-область}) \exp[-e\Delta V/(k_B T)]. \quad (8)$$

Приложим теперь к $(p-n)$ -переходу напряжение $V_{\text{ист}}$ от внешнего источника тока таким образом, чтобы p -область заряжалась положительно относительно n -области (рис. 3а). Это напряжение практически полностью падает на $(p-n)$ -переходе, проводимость которого крайне мала из-за того, что прилежащая к переходу область, как уже отмечалось, бедна носителями тока. Потенциальная энергия электронов в p -области снижается по сравнению с энергией в n -области на величину $eV_{\text{ист}}$. Соответственно понижается и положение уровня Ферми.

Найдем величину тока, проходящего через полупроводник при небольших $V_{\text{ист}}$, когда потенциальный барьер уменьшается, но не исчезает. Ток, проходящий справа налево, при этом не меняется; он по-прежнему равен I_0 , а ток, проходящий слева направо, из-за снижения барьера увеличивается в $\exp[eV_{\text{ист}}/(k_B T)]$ раз. Полный ток равен разности этих токов, т. е.

$$I(V_{\text{ист}}) = I_0 \left[\exp \left(\frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T} \right) - 1 \right]. \quad (9)$$

Все сказанное выше с равным успехом может быть отнесено и к тому, переносимому дырками. При равновесии немногочисленные дырки, находящиеся в n -области, беспрепятственно проникают в p -область, а дырки из p -области при переходе в n -область «забираются в горку», из-за чего их количество уменьшается в $\exp[eV_{\text{ист}}/(k_B T)]$ раз. В присутствии напряжения эти токи перестают компенсировать друг друга, и мы снова приходим к формуле (9). Эта формула поэтому правильно описывает и полный ток, проходящий через $(p-n)$ -переход, если понимать под I_0 суммарный ток, переносимый при равновесии как электронами, так и дырками. Ток $I(V_{\text{ист}})$ при увеличении $V_{\text{ист}}$ быстро (при заметных $V_{\text{ист}}$ — экспоненциально быстро) возрастает.

Рассмотрим теперь процессы, происходящие при обратном напряжении (рис. 3б). Потенциальный барьер при этом еще более увеличивается, так что ток из n -области падает ниже I_0 . Легко видеть, что формула (9) и в этом случае правильно описывает величину тока, проходящего через $(p-n)$ -переход. При $V_{\text{ист}} < 0$ этот ток меняет направление. Экспоненциальный член вскоре становится пренебрежимо малым, так что отрицательный ток никогда не превышает I_0 , величина которого очень мала из-за низкой концентрации неосновных носителей в примесных полупроводниках.

Подставим (8) в (9) и примем во внимание, что измеряемый на опыте ток равен сумме тока электронов и тока дырок:

$$\begin{aligned} I(V_{\text{ист}}) &= (I_{0,n} + I_{0,p}) \left[\exp \left(\frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T} \right) - 1 \right] = \\ &= [n_n(n\text{-область}) + n_p(p\text{-область})] \exp \left(-\frac{e\Delta V}{k_B T} \right) \left[\exp \left(\frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T} \right) - 1 \right] = \\ &= A \exp \left(-\frac{e\Delta V}{k_B T} \right) \left[\exp \left(\frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T} \right) - 1 \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

При написании этой формулы было принято во внимание, что n_n и n_p определяются концентрацией акцепторных и донорных примесей и слабо зависят от температуры. Их сумма заменена поэтому константой. Зависимость тока от напряжения, приложенного к ($p-n$)-переходу, изображена на рис. 4.

Нелинейный характер вольт-амперной характеристики ($p-n$)-перехода позволяет использовать его для выпрямления переменного тока (полупроводниковые диоды). В качестве полупроводниковых диодов используются как переходы, образованные полупроводниками n - и p -типа, так и контакты металла с полупроводником. (В последнем

случае весь объемный заряд в области перехода сосредоточен в полупроводнике.) Выражение (10) справедливо и в этом случае.

Материалом для выпрямительных диодов служат германий и кремний. Диоды выпускаются на токи от нескольких миллиампер до нескольких сотен ампер.

При протекании тока через диод в нем выделяется тепло, и температура перехода повышается. Увеличение температуры вызывает увеличение обратного тока, что в свою очередь приводит к росту температуры. При увеличении температуры растет собственная проводимость полупроводников, которая начинает сравниваться с примесной. Выпрямляющие свойства полупроводников при этом резко ухудшаются. Предельная температура диодов тем меньше, чем меньше ширина энергетической щели между валентной зоной и зоной проводимости в материале, из которого изготовлен диод.

Рис. 4. Зависимость силы тока, проходящего через ($p-n$)-переход, от напряжения, приложенного к переходу

водит к росту температуры. При увеличении температуры растет собственная проводимость полупроводников, которая начинает сравниваться с примесной. Выпрямляющие свойства полупроводников при этом резко ухудшаются. Предельная температура диодов тем меньше, чем меньше ширина энергетической щели между валентной зоной и зоной проводимости в материале, из которого изготовлен диод.

Для германиевых ($p-n$)-переходов предельная температура $\simeq 75^\circ\text{C}$, а для кремниевых $\simeq 150^\circ\text{C}$. Формула (10) при малых $V_{\text{ист}}$ может быть



упрощена. Так как при комнатных температурах

$$\frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T} \ll 1, \quad (11)$$

то, разлагая экспоненту в ряд Тейлора, получим:

$$I = A \exp\left(-\frac{e\Delta V}{k_B T}\right) \frac{eV_{\text{ист}}}{k_B T}.$$

При небольших $V_{\text{ист}}$ (порядка нескольких милливольт) ток, проходящий через ($p-n$)-переход, пропорционален напряжению. Деля $V_{\text{ист}}$ на I , найдем сопротивление перехода:

$$R = \frac{V_{\text{ист}}}{I} = \frac{k_B T}{e} \frac{1}{A} \exp\left(\frac{e\Delta V}{k_B T}\right) \propto \exp\left(\frac{e\Delta V}{k_B T}\right). \quad (12)$$

При написании последнего равенства мы пренебрегли слабой зависимостью от температуры предэкспоненциального члена, которая мало заметна на фоне быстрой экспоненциальной зависимости.

Целью работы является определение высоты ΔV потенциального барьера ($p-n$)-перехода (контактной разности потенциалов) германиевого или кремниевого диода. Значение ΔV можно найти по формуле (12), исследуя температурную зависимость сопротивления.

Логарифмируя, а затем дифференцируя (12), найдем

$$\Delta V = \frac{k_B}{e} \frac{\Delta(\ln R)}{\Delta(1/T)}. \quad (13)$$

Экспериментальная установка

Схема установки, используемой для измерения температурной зависимости контактной разности потенциалов, изображена на рис. 5. Установка состоит из мостиковой схемы и термостата. Источником питания мостиковой схемы служат генератор прямоугольных импульсов Г5-63. В качестве нулевого индикатора используется осциллограф С1-83. В плечи моста включены сопротивления $R_1 = 910 \Omega$ и $R_2 = 9100 \Omega$, магазин сопротивлений R_m и полупроводниковый диод (германиевый или кремниевый), сопротивление R_g которого подлежит измерению.

Сигнал с диагонали балансируемого моста подается на независимые усилители осциллографа С1-83: «Канал I» и «Канал II». Разность этих сигналов видна на экране осциллографа. Осциллограф, генератор и одна из точек противоположной диагонали моста имеют общую «Землю». Поэтому при сбалансированном (с помощью магазина R_m) мосте сигнал на экране осциллографа изображается в виде прямой линии (разность сигналов каналов I и II равна 0), и сопротивление R_g диода находится по формуле

$$R_g = (R_2/R_1)R_m = 10R_m.$$

Измерения проводятся примерно через 5°C в интервале температур примерно от 5 до 70°C . Исследуемый образец помещается в массивный латунный цилиндр, предварительно охлажденный до 0°C в бытовом морозильнике. Для нагревания образца используется электронагреватель.

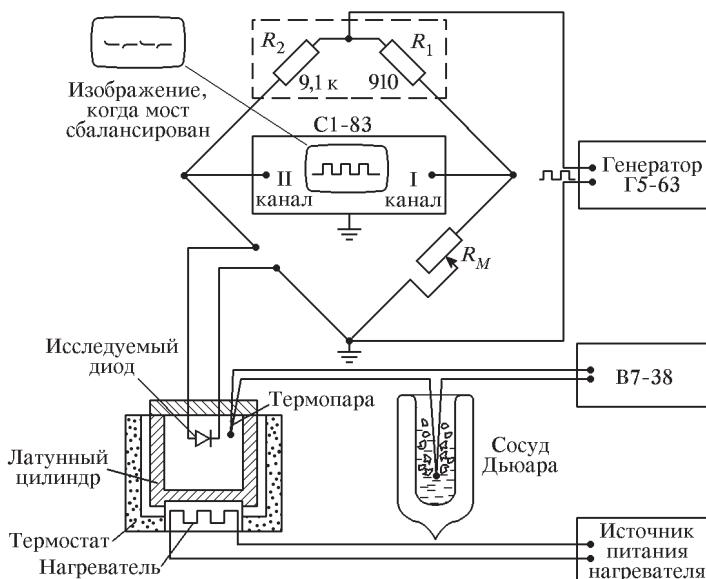


Рис. 5. Экспериментальная установка для определения контактной разности потенциалов ($p-n$)-перехода

Ток электронагревателя регулируется ручкой на передней панели источника питания. Температура образца измеряется медно-константановой термопарой, один из спаев которой находится в тепловом контакте с диодом. Другой спай термостатируется при температуре 0°C в сосуде Дьюара с тающим льдом.

Задание

1. Включите в сеть 220 В генератор Г5-63, осциллограф С1-83, цифровой вольтметр В7-38. Тумблер включения нагревателя «Печь» поставьте в положение «Выкл», регулятор мощности «Ток печи» нагревателя — в крайнее левое положение.

2. Установите оптимальное значение амплитуды импульсов генератора Г5-63. Установите наиболее удобное для регистрации сигнала значение частоты и длительности импульсов на выходе генератора. (Рекомендованные значения: амплитуда не более 25 В с ослаблением в 2000 раз, период повторения $100 \times 10 \text{ мкс}$, длительность $60 \times 10 \text{ мкс}$, временной сдвиг 25 мкс).

3. Установите на осциллографе одинаковую чувствительность 0,1 мВ/дел. для I и II каналов усиления. Чтобы наблюдать разность сигналов по каналам 1 и 2, сместите «на себя» хромированную кнопку в левом нижнем углу лицевой панели осциллографа. Для наблюдения устойчивого изображения на экране осциллографа подберите подходящую частоту развертки лучей осциллографа

4. Включив электронагреватель термостата, исследуйте температурную зависимость сопротивления ($p-n$)-перехода.

5. Постройте зависимость $\ln(R_g)$ от $1/T$. Используя формулу (13), по наклону полученной прямой найдите значение контактной разности потенциалов ($p-n$)-перехода исследуемого диода.

6. Оцените достоверность полученного значения контактной разности потенциалов ($p-n$)-перехода исследуемого диода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. XIII, §§ 68–69.
2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. Гл. 11, с. 407–411.

Работа 11.4.

Определение основных электрических параметров полупроводников

С помощью эффекта Холла определяются концентрация и подвижность носителей тока, а также электропроводность полупроводникового образца.

Внешнее электрическое поле, приложенное к полупроводниковому образцу, вызывает в нем направленное движение носителей тока. В собственном (беспримесном) полупроводнике в электропроводности могут участвовать только электроны частично заполненных зон, где имеется достаточное количество близко расположенных свободных уровней. Электроны могут под действием электрического поля занимать эти уровни и в результате перемещаться (дрейфовать) в кристалле. В зоне проводимости электроны перемещаются против поля, а электроны в валентной зоне, имеющие в силу дисперсионного соотношения отрицательную массу, перемещаются в противоположном направлении. Последние для удобства представляют «дырками» — частицами с положительным зарядом и положительной массой, которые перемещаются по направлению поля. В результате электропроводность, получившая название «собственной», обусловлена наличием носителей в зоне проводимости и в валентной зоне, т. е. наличием электронов и дырок. Их концентрация определяется по формуле (11.43) по известной температуре T и ширине запрещенной зоны полупроводника Δ :

$$n_n = n_p \simeq \text{const} \cdot \exp [-(\Delta/2k_B T)]. \quad (1)$$

В примесных полупроводниках концентрация электронов и дырок существенно зависит от концентрации примесей, которые приводят к появлению в запрещенной зоне локальных примесных энергетических уровней (донорных и акцепторных). Различие между собственными и примесными полупроводниками определяется степенью влияния примесей на электропроводность. Так, если концентрация донорных электронов в полупроводнике превышает концентрацию собственных электронов, то основной вклад в проводимость дают электроны, так как их концентрация больше концентрации дырок в полупроводнике, и такой полупроводник называют *электронным*. Если же концентрация акцепторных примесей такова, что число дырок в валентной зоне оказывается больше концентрации собственных дырок, то проводимость будет дырочной, а полупроводник называют *дырочным*.

При температуре полупроводника T такой, что $k_B T \leq E_d \ll \Delta$, электроны в зоне проводимости практически целиком донорного происхождения, и их концентрация может быть определена выражением (11.43):

$$n_n = N_d \simeq \text{const} \cdot \exp[-E_d/(2k_B T)], \quad (2)$$

где E_d — энергия донорного уровня, отсчитываемая от дна зоны проводимости. Аналогичное выражение можно записать и для дырочного полупроводника, подставив вместо E_d энергию акцепторного уровня E_a .

Когда в полупроводнике помимо донорных имеются и акцепторные примеси, электроны с донорных примесей могут переходить к акцепторам, что приводит к их взаимной компенсации. Если концентрация доноров N_d больше концентрации акцепторов N_a , то в полупроводнике окажется N_a отрицательно заряженных акцепторов и столько же положительно заряженных доноров. При этом $N_d - N_a$ доноров останутся нейтральными и способными с повышением температуры отдавать свои электроны в зону проводимости; такой полупроводник обладает электронной проводимостью (полупроводник *n*-типа). Если же $N_a > N_d$, то полупроводник имеет дырочную проводимость (полупроводник *p*-типа). Когда $N_a = N_d$, полупроводник называют *компенсированным*.

Рассмотрим образец полупроводника *n*-типа, находящегося при некоторой температуре T . В состоянии теплового равновесия электроны в нем находятся в непрерывном хаотическом движении, характеризующимся средним значением скорости v_0 (при комнатной температуре $v_0 \simeq 8 \cdot 10^4$ м/с).

Под действием приложенного поля \mathcal{E}_x (вдоль образца) каждый свободный электрон получит ускорение i , следовательно, приращение скорости направленного движения Δv_x (не теряя при этом скорость v_0 хаотического движения). Скорость электронов возрастает до тех пор, пока не произойдут столкновения с дефектами кристаллической решетки, что приводит к потере приобретенной энергии, после чего они снова ускоряются и т. д.

В реальном кристалле в присутствии поля \mathcal{E}_x электроны имеют устанавлившуюся среднюю скорость направленного движения u — так назы-

ваемую дрейфовую скорость, которая и определяет ток через образец. Столкновения приводят к тому, что под действием постоянной силы $e\mathcal{E}_x$ электроны приобретают не постоянное ускорение, а постоянную среднюю скорость. Обозначим через τ время пробега электрона между двумя последовательными столкновениями, и будем грубо полагать, что электрон при столкновении полностью утрачивает свое упорядоченное движение. Претерпев столкновение, электрон начинает опять двигаться с ускорением

$$a = -e\mathcal{E}_x/m. \quad (3)$$

Средняя скорость между двумя последовательными столкновениями будет $u = a\tau/2$. Так как дефекты расположены в кристалле случайным образом, время τ не есть постоянная величина, она меняется от столкновения к столкновению. Средняя дрейфовая скорость есть результат усреднения по всем возможным временам пробега электронов между столкновениями:

$$u = \frac{\int_0^\tau \tau_i u_i d\tau}{\int_0^\tau \tau_i d\tau} = a \frac{\bar{\tau}^2}{2\bar{\tau}}. \quad (4)$$

Покажем, что $\bar{\tau}^2 = 2\bar{\tau}^2$. Рассмотрим пучок электронов, состоящих из n_0 частиц и находящихся в момент времени t_0 в одинаковых условиях. При дальнейшем движении электроны будут выбывать из пучка вследствие столкновений с дефектами. Пусть к моменту времени t в пучке осталось $n(t)$ частиц. Число выбывающих затем за время dt частиц $-dn$ пропорционально n , т. е.

$$-dn = \alpha n dt, \quad \text{откуда} \quad n = n_0 e^{-\alpha t}, \quad (5)$$

где α — постоянная величина. Каждая из этих $-dn$ частиц двигалась без столкновений в течение времени t . Поэтому

$$\bar{\tau} = -\frac{1}{n_0} \int_0^\infty t dn, \quad \bar{\tau}^2 = -\frac{1}{n_0} \int_0^\infty t^2 dn. \quad (6)$$

Интегрируя эти выражения по частям, получаем

$$\bar{\tau} = \int_0^\infty t \alpha e^{-\alpha t} dt = - \int_0^\infty t d(e^{-\alpha t}) = \frac{1}{\alpha}. \quad (7)$$

$$\bar{\tau}^2 = \frac{1}{n_0} \int_0^\infty t^2 \alpha e^{-\alpha t} dt = \frac{2}{\alpha n_0} \int_0^\infty t \alpha n_0 e^{-\alpha t} dt = \frac{2\bar{\tau}}{\alpha}. \quad (8)$$

Из формул (7) и (8) следует сделанное утверждение, а также выражение для числа оставшихся в пучке частиц:

$$n = n_0 e^{-t/\bar{\tau}}. \quad (9)$$

Таким образом, дрейфовая скорость

$$u = \alpha \bar{\tau} = -\frac{e \mathcal{E} \bar{\tau}}{m}.$$

Замедление электронов дефектами решетки можно представить как результат действия силы сопротивления F_c , которую электрон испытывает при своем движении через решетку. Эта сила пропорциональна скорости направленного движения электрона v и противоположна ей по направлению

$$F_c = \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{\tau} mv. \quad (10)$$

Оценить время τ можно, если выключить поле \mathcal{E}_x и проследить за динамикой электрона. Уравнение движения электрона при переходе его из состояния движения со скоростью u в равновесное имеет вид

$$m \dot{v} = -F_c = -\frac{mv}{\tau}. \quad (11)$$

Интегрируя, получим

$$v = ue^{-t/\tau}. \quad (12)$$

За время $t = \tau$ скорость направленного движения электрона уменьшается в $e \approx 2,7$ раза. Оно называется *временем релаксации* или *временем свободного пробега* (для чистых металлов $\tau \approx 10^{-14}$ с). За это время электрон в среднем проходит путь от дефекта до дефекта кристалла, называемый *длиной свободного пробега* λ :

$$\lambda = u\tau. \quad (13)$$

Реально, для полного замедления в данном направлении (полной потери исходного импульса) требуется не одно, а некоторое конечное число v столкновений с рассеивающими центрами. Это связано, в частности, с тем, что кулоновское рассеяние на заряженных примесях является малоугловым. Тогда средний путь, пройденный электроном за это время, будет равен

$$L = \lambda v = v u \tau. \quad (14)$$

Величину L называют *средней транспортной длиной свободного пробега*, и время релаксации τ в таком случае следует записать в виде

$$\bar{\tau} = \frac{L}{v u}. \quad (15)$$

Теперь перейдем к определению скорости направленного движения электрона u и выражению ее через другие величины. Уравнение направленного движения электрона при наложении на образец электрического поля напряженностью \mathcal{E}_x имеет вид

$$m \frac{dv_x}{dt} = -e\mathcal{E}_x - \frac{mv_x}{\tau}. \quad (16)$$

Из уравнения следует, что когда сила, действующая со стороны поля, сравняется с силой сопротивления решетки, ускорение электрона оказывается равным нулю, и он будет двигаться, как показывает решение уравнения, со скоростью, равной скорости дрейфа u

$$u = -\frac{e\mathcal{E}_x}{m}\tau. \quad (17)$$

Отношение скорости дрейфа u к напряженности приложенного поля \mathcal{E}_x называют *подвижностью свободных носителей тока*

$$\mu = \frac{u}{\mathcal{E}_x} = \frac{e\tau}{m}. \quad (18)$$

Таким образом, подвижность, выраженная в см/с, численно равна дрейфовой скорости при напряженности электрического поля в образце 1 В/см.

Для электронов $\mu < 0$, для дырок $\mu > 0$. Зная μ , можно вычислить удельную проводимость. Действительно, плотность тока

$$j = -en_n u = en_n \mu \mathcal{E}_x. \quad (19)$$

Согласно закону Ома,

$$j = \sigma \mathcal{E}_x. \quad (20)$$

Сравнивая (19) и (20), получаем

$$\sigma = n_n e \mu_n = \frac{n_n e^2}{m} \tau. \quad (21)$$

Если ток переносится и электронами, и дырками, то

$$\sigma = e(n_n \mu_n + n_p \mu_p). \quad (22)$$

Итак, электропроводность полупроводников определяется двумя факторами — концентрацией носителей и их подвижностью.

Теперь перейдем к методам измерения основных параметров полупроводников.

Наиболее простой метод определения электропроводности σ состоит в измерении величины сопротивления образца правильной геометрической формы с постоянным поперечным сечением. Для этой цели образец в форме параллелепипеда подключается к источнику постоянного

напряжения. С помощью двух электродов измеряется падение напряжения между двумя точками по длине образца, как это показано на рис. 1.

Плотность тока через образец равна

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{al}. \quad (23)$$

Напряженность электрического поля между точками 1 и 2, расстояние между которыми равно b_1 , определяется по падению напряжения

$$\mathcal{E} = \frac{U}{b_1}. \quad (24)$$

В таком случае значение проводимости определяется выражением

$$\sigma = \frac{j}{\mathcal{E}} = \frac{I b_1}{U al}. \quad (25)$$

Определяемое таким способом значение σ является усредненным по всему объему и справедливо только для однородного полупроводникового образца.

Для определения концентрации и подвижности свободных носителей тока используют эффект Холла. Одновременное исследование электропроводности и эффекта Холла позволяет экспериментально

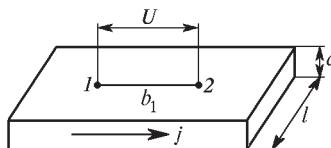


Рис. 1. Схема измерения сопротивления образца

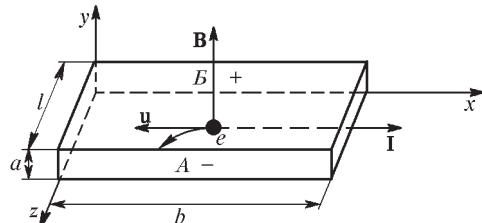


Рис. 2. Схема, поясняющая эффект Холла

находить важнейшие параметры, определяющие состояние электронов в полупроводнике. В том числе эффект Холла позволяет определить преобладающий тип проводимости — электронный или дырочный. Эти исследования составляют цель предлагаемой работы.

Эффект Холла относится к гальваномагнитным эффектам, наблюдаемым в веществе при одновременном воздействии электрического и магнитного полей. Рассмотрим образец примесного (например, электронного) полупроводника, помещенного в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока в образце (см. рис. 2).

Пусть через однородную пластинку образца вдоль оси x течет ток I . Если эта пластина помещена в магнитное поле \mathbf{B} , направленное по оси y , то между гранями A и B появится разность потенциалов. В самом деле, на электрон, движущийся в поле \mathcal{E} с дрейфовой скоростью \mathbf{u} действует сила Лоренца

$$\mathbf{F}_L = \frac{e}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{H}. \quad (26)$$

В нашем случае эта сила направлена по оси z :

$$F_z = \frac{e}{c} u B. \quad (27)$$

Под действием силы Лоренца электроны отклоняются к грани A , заряжая ее отрицательно. На грани B накапливаются нескомпенсированные положительные заряды. Это приводит к возникновению электрического поля \mathcal{E}_z , направленного от B к A , и к появлению разности потенциалов ΔV_{AB} между гранями A и B :

$$\Delta V_{AB} = \mathcal{E}_z l. \quad (28)$$

Поле \mathcal{E}_z действует на электроны с силой $F = e\mathcal{E}_z$, направленной против силы Лоренца. В установившемся режиме сила F уравновешивает силу Лоренца, и дальнейшее накопление электрических зарядов на боковых гранях пластины прекращается. Из условия равновесия $euB/c = e\mathcal{E}_z$ находим

$$\mathcal{E}_z = uB/c. \quad (29)$$

Если концентрация электронов в образце равна n , то сила тока I равна

$$I = neula. \quad (30)$$

Подставляя (29) и (30) в (28), найдем, что

$$\Delta V_{AB} = \frac{IB}{neac} = R_x \frac{IB}{a}. \quad (31)$$

Константа R_x называется *постоянной Холла*. Как видно из (31), она определяется только концентрацией носителей заряда (в данном случае — электронов):

$$R_x = \frac{1}{nec}. \quad (32)$$

Измеряя величину R_x , можно с помощью формулы (32) найти концентрацию носителей n , а по знаку возникающей между гранями A и B разности потенциалов установить характер проводимости — электронный или дырочный.

Экспериментальная установка

Электрическая схема экспериментальной установки изображена на рис. 3.

Магнитное поле создается электромагнитом, градуировка которого проводится с помощью измерительной катушки и миллиамперметра. Произведение числа витков катушки на площадь сечения витков

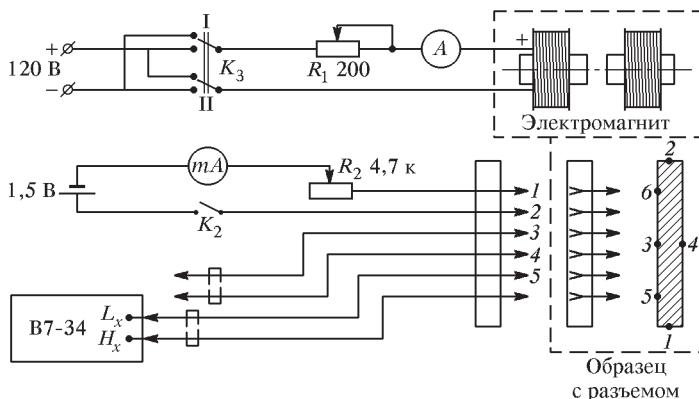


Рис. 3. Электрическая схема установки

NS указано на катушке. Величина тока, проходящего через электромагнит, регулируется реостатом R_1 и измеряется амперметром A . Ключ K_3 позволяет менять направление тока в обмотках электромагнита.

Исследуемый образец легированного германия смонтирован в специальном держателе, на котором указаны размеры образца. Ток через образец регулируется реостатом R_2 и измеряется миллиамперметром. Измерение ЭДС Холла производится универсальным цифровым вольтметром B7-34А с входным сопротивлением $\approx 10^9$ Ом (на пределе измерения 0,1 В). Пределы основной погрешности измерения в процентах равны

$$\pm[0,006 + 0,002(U_k/U_x - 1)].$$

В этой формуле U_k — максимальное значение выбранного предела измерения, U_x — значение измеряемой величины.

При каждом значении тока через образец измерение ЭДС Холла следует проводить для двух противоположных направлений магнитного поля. ЭДС Холла равна половине алгебраической суммы полученных результатов. Такой метод необходим вследствие того, что контакты 3 и 4 могут быть установлены не вполне точно, так что напряжение между ними связано не только с эффектом Холла, но и с омическим падением напряжения, вызванным протеканием основного тока через образец.

Измеряемая разность потенциалов при одном направлении поля равна сумме ЭДС Холла и омического падения напряжения, а при другом

его направлении равно их разности

$$\Delta V_{AB} = \frac{|\Delta V_{AB}^+ - \Delta V_{AB}^-|}{2}.$$

В числителе этой полуразности должны стоять алгебраические значения ΔV_{AB}^+ и ΔV_{AB}^- , т. е. со своими знаками, которые высвечиваются на цифровом табло вольтметра.

Определение характера проводимости проводится по знаку ЭДС Холла. Для этого необходимо знать направление тока в образце и направление магнитного поля. Направление тока в образце показано знаками «+» и «-» на держателе образца, а направление тока в обмотках электромагнита при установке ключа K_3 показано стрелкой на торце электромагнита.

Задание

I. Измерение проводимости образца

1. Включите в сеть 220 В цифровой вольтметр В7-34А и дайте ему прогреться не менее 10 минут. На передней панели вольтметра должны быть нажаты кнопки «АВП», « U_- », T_0 , о чем свидетельствует их свечение. Провода от контактов 5–6 (или 3–5) на образце вставьте в гнезда H_x , L_x входа вольтметра.

2. Установите ток через образец $I \simeq 1$ мА и измерьте падение напряжения U_{56} или U_{35} между контактами 5–6 или 3–5. Вычислите удельную проводимость образца по формуле

$$\sigma = \frac{i}{U} \frac{b_1}{al}.$$

II. Определение концентрации носителей тока и их подвижности в исследуемом образце

1. Соедините два провода от холловских контактов 3 и 4 на образце с гнездами H_x и L_x входа

В зависимости от знака напряжения на входе H_x (относительно L_x) на индикаторном табло вольтметра высвечивается указатель «+» или «-».

2. Поместите держатель с образцом в зазор электромагнита. Переключатель направления тока электромагнита поставьте в положение 1.

3. С помощью реостата R_1 (или ручкой ЛАТРа) установите ток в цепи электромагнита равным 0,2 А.

4. Получите зависимость ЭДС Холла от величины тока через образец в диапазоне 0,2 ÷ 1 мА при постоянной величине магнитного поля. Для этого ключом K_2 замкните цепь питания образца. Потенциометром R_2 установите нужный ток через образец по миллиамперметру. При каждом значении тока (изменяя его через 0,3 мА) в образце измерение

ЭДС Холла следует проводить для двух направлений магнитного поля, получив ΔV_{34}^+ и ΔV_{34}^- . ЭДС Холла вычисляется по формуле

$$\Delta V_{34}(I) = \frac{V_{34}^+(I) - V_{34}^-(I)}{2}.$$

Убедитесь, в том, что ЭДС Холла линейно возрастает с ростом тока через образец.

5. Снимите семейство зависимостей ЭДС Холла от тока через образец для пяти значений тока электромагнита: 0,2 А, 0,4 А, 0,6 А, 0,8 А, 1,0 А.

При каждом значении тока через электромагнит с помощью миллиамперметра определите индукцию B магнитного поля в зазоре электромагнита. Для этого в зазор электромагнита вставляется измерительная катушка, смонтированная в специальном держателе. Произведение числа витков катушки N на площадь сечения контура витков S указано на держателе. Затем катушка вынимается из зазора, и по величине отклонения стрелки миллиамперметра измеряется изменение потока вектора индукции $\Phi = BSN$.

6. Постройте на графике семейство характеристик $\Delta V_{AB}(I)$ при разных значениях магнитной индукции поля B . Согласно формуле (31), характеристики должны иметь вид прямых линий. Найдите угловые коэффициенты этих прямых k . Постройте график зависимости k от B . По угловому коэффициенту полученной прямой определите величину постоянной Холла и оцените ошибку в ее определении.

7. Вычислите концентрации n и подвижности μ носителей тока в исследуемом образце полупроводника по формулам (21), (32). Величину подвижности μ носителей тока выразить в единицах

$$[\mu] = \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

III. Определение характера проводимости исследуемого образца

По знаку эффекта Холла определите, какого знака заряды дают основной вклад в проводимость образца. Направление тока в образце показано знаками «+» и «-» на держателе образца. Направление тока в обмотках электромагнита (при замыкании ключа K_3 в положение 1) показано стрелкой на торце магнита.

Дополнительное задание

Для образцов меди и цинка поочередно снимите зависимость $\Delta V_{AB}(B)$ при одном значении тока через образец $I = 1$ мА. Рассчитайте константу Холла R_x , концентрацию носителей тока n и знак носителей тока для каждого из образцов. Обратите особое внимание на различие в знаке носителей обоих образцов. Объясните, чем обусловлена такая разница?

Измерив омическую разность потенциалов между контактами, находящимися на расстоянии b_1 друг от друга на образце при толщине образца a и его ширине l , найдите проводимость материала образца, используя формулу (17)

$$\sigma = \frac{I}{U} \frac{b_1}{al}.$$

Используя найденные значения концентрации носителей тока и удельной проводимости, вычислите подвижность носителей тока в исследуемых образцах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. Н. Введение в атомную физику. — М.: Наука, 1988. Гл. XIII, §§ 64–67.
2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1973. Гл. 11, с. 379–400.
3. Смит Р. Полупроводники. — М.: ИЛ, 1962. Гл. 1, §§ 3–4; гл. 4, §§ 1–3; гл. 5, § 2.

Работа 11.5. Туннелирование в полупроводниках

Исследуется принцип действия туннельного диода, измеряются его вольт-амперная характеристика и основные параметры.

Туннелирование в полупроводниках обладает рядом очень интересных особенностей, обусловленных в первую очередь тем, что электрические и магнитные свойства полупроводников можно менять в широких пределах, добавляя в них различные примеси. Кроме того, эффективные массы электронов в полупроводниках, как правило, значительно меньше массы свободного электрона, поэтому туннелирование здесь может происходить на более далекие расстояния, чем через вакуум или изолятор.

Дело в том, что электроны в кристаллах движутся в периодической решетке ионов, взаимодействуя с ними и друг с другом. Поэтому, когда мы говорим о свободном движении электрона, имеющего энергию в разрешенной зоне, это не значит, что электрон по-настоящему свободен. Он беспрепятственно переходит от узла к узлу в кристаллической решетке, но не все его характеристики совпадают с характеристиками свободного электрона. Так, заряд его остается прежним, однако зависимость между кинетической энергией E_k и импульсом меняется. Если у электрона в пустоте $E_k = p^2/(2m_0)$, то для электрона в кристалле такая зависимость в общем не обязательна. Там же, где она возможна, коэффициент пропорциональности между E_k и p^2 есть $1/(2m^*)$, причем

m^* не совпадает с m_0 . Например, в полупроводнике GaAs эффективная масса намного меньше массы свободного электрона: $m^* = 0,066m_0$.

Введение в полупроводник примесей приводит к появлению разрешенных уровней в запрещенной зоне, и между этими локальными уровнями и зонами кристалла происходит обмен электронами. Примеси, которые приводят к образованию в полупроводнике уровней вблизи нижнего края зоны проводимости, называются *донорными*. Для кремния и германия донорами являются элементы V группы таблицы Менделеева: P, As, Sb. Эти элементы пятивалентны. При замещении одного из атомов Si (или Ge) в кристаллической решетке атомом, например As, только четыре из пяти валентных электронов этого атома оказываются связанными в решетке, а пятый электрон остается «лишним». Энергия связи этого электрона в кристалле невелика, и его уровень располагается вблизи нижней зоны границы проводимости (на расстоянии $\approx 0,01$ эВ). Вероятность перехода такого электрона в зону проводимости велика уже при температурах порядка комнатной, и поэтому полупроводники с донорными примесями являются полупроводниками *n*-типа.

Если локальные уровни примесей расположены внизу запрещенной зоны (вблизи границы валентной зоны), то часть электронов валентной зоны переходит на эти уровни. При этом в валентной зоне появляются дырки и возникает дырочная проводимость — проводимость *p*-типа. Атомы примесей, вызывающих появление проводимости *p*-типа, называются *акцепторами*. Для кремния и германия акцепторами являются элементы III группы — B, Al, Ga, In. У этих атомов не хватает одного электрона для образования ковалентной связи с четырьмя ближайшими атомами Si (или Ge). Поэтому, например, при замещении одного из атомов Si (Ge) атомом бора B одна двухэлектронная ковалентная связь оказывается свободной и ее может занять электрон из валентной зоны, в которой образуется дырка. Расстояние локальных уровней такого типа от краев запрещенной зоны составляет примерно 0,01 эВ, так что при комнатной температуре, которой соответствует энергия теплового возбуждения 0,025 эВ, происходит как практически полная ионизация донорных уровней, так и заполнение акцепторных уровней.

Что произойдет, если очень близко друг к другу поместить *p*- и *n*-области полупроводника, т. е. создать резкий (*p-n*)-переход? Как показано во введении к данному разделу, ширина (*p-n*)-перехода определяется концентрацией примеси — чем больше примесей, тем уже переход (см. формулу (11.49)). В сильно легированных полупроводниках ширина перехода может составлять около 100 Å.

При малых уровнях легирования ($10^{14} \div 10^{17}$ см $^{-3}$) полупроводник не вырожден, и уровень Ферми лежит в запрещенной зоне. Когда концентрация примеси превышает эффективные плотности состояний, уровень Ферми перемещается в валентную зону (в случае акцепторной примеси) либо в зону проводимости (при донорной примеси). Такой полупроводник считается вырожденным. Например, в германии и крем-

нии n -типа вырождение начинается при концентрации доноров порядка $2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и $6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ соответственно (собственные концентрации носителей в чистом германии и кремнии составляют $2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $1,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$). В туннельном диоде качественно меняется вид электронного спектра полупроводника (см. рис. 1а). У полупроводника n -типа на дне зоны проводимости появилась целая полоса, занятая электронами, а в p -полупроводнике образовалась полоса свободных состояний у потолка валентной зоны. Сильно легированный полупроводник стал полуметаллом. У всей системы образовался единый уровень Ферми — единая граница свободных состояний.

В сильно легированных полупроводниках в области узкого ($p-n$)-перехода становятся возможными туннельные переходы электронов, и поэтому такие диоды называются *туннельными* (туннельный диод был изобретен в 1957 г. японским физиком Л. Эсаки).

Для того, чтобы туннельный ток при небольших напряжениях имел достаточную для измерения величину, необходимо, чтобы ($p-n$)-переход был достаточно узким и с обеих сторон перехода имелись изоэнергетические уровни, между которыми возможны туннельные переходы. Для этого как p -, так и n -области диода должны быть вырожденными. Необходимость этих условий становится понятной из рассмотрения энергетической диаграммы туннельного диода при различных напряжениях смещения, приведенной на рис. 1.

В вырожденном полупроводнике уровень Ферми лежит, как уже отмечалось, в разрешенной зоне, в полупроводнике n -типа — в зоне проводимости, в полупроводнике p -типа — в валентной зоне. Расстояние от уровня Ферми до краев зон обозначим соответственно через $\xi = \mu_n - E_c$ и $\eta = \mu_p - E_v$. Для качественного рассмотрения будем считать, что все состояния, лежащие ниже уровня Ферми, заполнены электронами (на рисунке они заштрихованы), а выше — свободны.

При отсутствии внешнего поля на ($p-n$)-переходе (рис. 1а) уровни Ферми μ_n и μ_p лежат на одной горизонтали, перекрытия свободных и занятых уровней в p - и n -областях нет, ток через переход отсутствует. Действительно, свободное движение электрона в запрещенной зоне невозможно, так как его волновая функция экспоненциально затухает с расстоянием внутри зоны подобно тому, как она затухает под потенциальным барьером. В равновесии число электронов, туннелирующих в обе стороны, одинаково, и поэтому тока через диод нет.

Приложим к туннельному диоду внешнее поле в прямом направлении, т. е. минус к n -области, а плюс к p -области. В этом случае внешнее поле противоположно внутреннему в ($p-n$)-переходе. По мере увеличения приложенного напряжения смещение зон уменьшается (рис. 1б) и часть занятых состояний в n -области перекрывается с незанятыми состояниями в p -области. Электроны туннелируют налево, ток возрастает пропорционально как вероятности туннелирования, так и плотности занятых состояний справа и незанятых состояний слева.

При дальнейшем увеличении внешней разности потенциалов перекрытие уровней справа и слева достигает максимума, и ток через диод максимален (рис. 1б). Затем часть занятых состояний в *n*-области начинает перекрываться с запрещенной зоной *p*-области (рис. 1в), для электронов на этих уровнях прямое туннелирование уменьшается, число

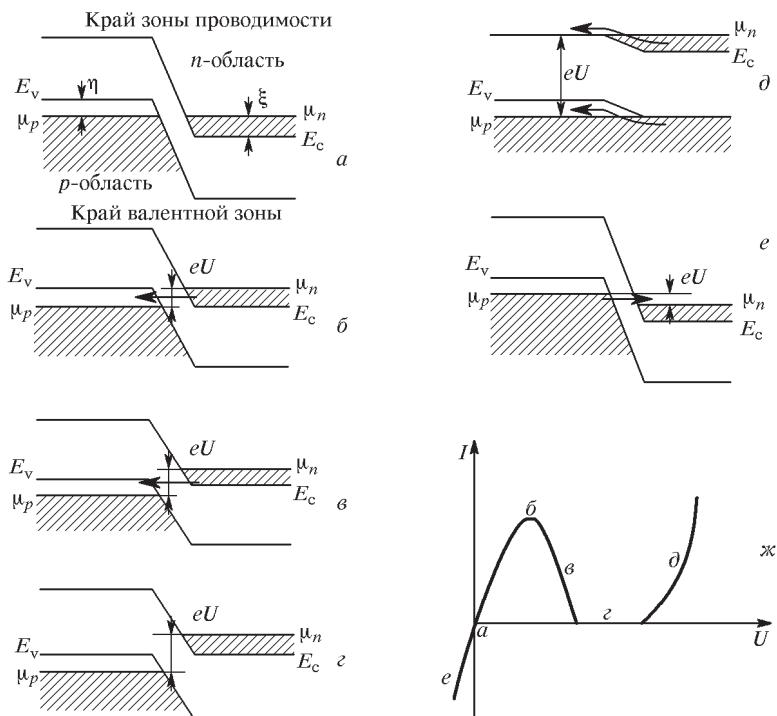


Рис. 1. Схема энергетических уровней и вольт-амперная характеристика идеального туннельного диода

переходов ограничивается, ток через диод спадает. Наконец, дно зоны проводимости справа поднимется настолько, что попадет в область энергий запрещенной зоны слева и электронам некуда переходить (рис. 1г). Поэтому при напряжении $U = (\xi + \eta)/e$ ток полностью прекращается. При дальнейшем увеличении напряжения занятые уровни в *n*-области начинают совпадать с незанятыми уровнями в зоне проводимости *p*-области (рис. 1д). Электроны проходят справа налево без всякого туннелирования, появляется диффузионный ток, как в обычном полупроводниковом диоде, ток резко возрастает.

При обратном напряжении на (*p*-*n*)-переходе (рис. 1е) уровень Ферми μ_p в *p*-области смешается вверх относительно уровня μ_n в *n*-области

на величину внешнего напряжения, при этом против заселенных состояний в p -области появляются свободные уровни в n -области. Электроны p -полупроводника туннелируют в n -полупроводник, и через ($p-n$)-переход течет ток, обусловленный неосновными носителями заряда, в цепи диода пойдет ток в обратном направлении. Так получается вольт-амперная характеристика идеального туннельного диода, изображененная на рис. 1ж.

Реальная вольт-амперная характеристика отличается от изображенной на рис. 1ж. Экспериментально полученная характеристика германиевого туннельного диода приведена на рис. 2.

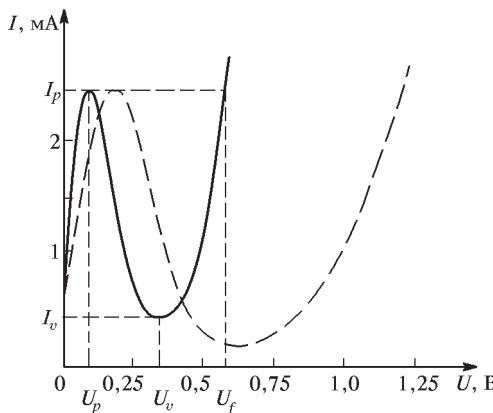


Рис. 2. Экспериментальные вольт-амперные характеристики туннельных диодов при $T = 300\text{K}$: сплошная линия — для диода из германия ($\zeta \approx \eta \approx 7k_{\text{B}}T$, $\Delta = 0,7\text{ эВ}$); штриховая — для диода из арсенида галлия ($\zeta \approx \eta \approx 12k_{\text{B}}T$, $\Delta = 1,52\text{ эВ}$)

Она характеризуется следующими основными параметрами:

- 1) величиной напряжения U_p , которое соответствует максимуму (пику) тока I_p ;
- 2) величиной напряжения U_v при минимальной величине тока I_v ;
- 3) величиной напряжения U_f ($|U_f| > |U_v|$), при котором ток через диод равен I_p .

Эти параметры используются для выбора режима работы туннельного диода в конкретных электрических схемах и обычно приводятся в справочниках.

Особенностью реальной характеристики является наличие тока на участке между туннельной и диффузационной ветвями. Основной причиной существования отличного от нуля тока I_v является образование примесных зон из-за большой концентрации донорных центров в n -полупроводнике и акцепторных центров в p -полупроводнике. Мелкие примесные уровни могут сливаться с основными зонами. В результате переходов из примесных зон возрастает ток I_v , а U_v увеличивается до

значения $U = (\xi + \eta + E_d + E_a)/e$, где E_d и E_a — ширина донорной и акцепторной примесных зон, отсчитываемых от краев зоны проводимости и валентной зоны соответственно. Кроме того, вклад в ток I_v дает увеличенная концентрация глубоких примесей, что может, как и наличие мелких уровней, приводить к дополнительным пикам тока на вольт-амперной характеристики. По положению этих пиков тока можно оценить энергию ионизации примесей.

Параметры вольт-амперной характеристики определяются свойствами полупроводниковых материалов, из которых изготовлен туннельный диод, поэтому сведения о них можно получить, исследуя конкретную вольт-амперную характеристику. Для этого нужно найти связь между функцией распределения носителей заряда в зонах, смещенных под действием приложенного напряжения, и экстремальными точками характеристики.

При качественном рассмотрении вольт-амперной характеристики (рис. 1) мы полагали, что выше уровня Ферми электронов нет. В действительности при конечной температуре T распределение Ферми $f(E)$ размывается на величину порядка тепловой энергии $2k_B T$. Кроме того, плотность энергетических состояний $g(E)$ неодинакова в зоне: вблизи границы зоны уровни располагаются реже. Поэтому плотность заполнения носителями заряда уровней энергетической зоны описывается функцией распределения

$$n(E) = f(E)g(E). \quad (1)$$

Ее график изображен на рис. 11.11 как для электронов, так и для дырок. Из приведенной схемы видно, что на рисунке отражен случай, когда уровень Ферми в полупроводниках отстоит от краев зон на величину $E_F \simeq \mu_n \simeq \mu_p \simeq k_B T$. Если на такой ($p-n$)-переход подать прямое напряжение, то произойдет смещение зон. По достижении напряжения U_v ток через диод минимален, что соответствует совпадению границ зоны проводимости E_c и валентной зоны E_v , когда против занятых электронами уровней (справа) находятся запрещенные энергетические состояния (слева). Отсюда можно оценить положение уровней Ферми

$$U_v \simeq \frac{\xi + \eta}{e}. \quad (2)$$

Если оба полупроводника вырождены одинаково, что практически соответствует действительности, то

$$U_v \simeq \frac{2\xi}{e} \simeq \frac{2\eta}{e}. \quad (3)$$

Напряжению U_p соответствует пик тока I_p , при котором смещение энергетических зон должно быть одинаково, чтобы точки a и b на графиках $n(E)$ и $p(E)$ оказались на одной горизонтали. Это дает возможность определить, как видно из рис. 11.11, энергетический промежуток

между уровнем Ферми $E_n = E_F$ и максимумом плотности распределения электронов $n_{\max}(E)$, отсчитываемым так же, как и E_n , от границы зоны проводимости:

$$U_p \simeq \frac{\xi - E_{n\max}}{e}. \quad (4)$$

Напряжение U_f , характеризующее раствор вольт-амперной характеристики, определяется в основном шириной запрещенной зоны в полупроводниках диода. Это хорошо видно из вольт-амперных характеристик, изображенных на рис. 2: напряжение U_f для каждого из диодов отличается во столько раз, во сколько раз отличается ширина запрещенной зоны полупроводников.

Что примечательного в вольт-амперной характеристике туннельного диода? В интервале напряжений от U_p до U_v ток падает с увеличением напряжения, т. е. на этом участке дифференциальное сопротивление dU/dI отрицательно. Если на диоде поддерживать напряжение между U_p и U_v , то он работает как активный, а не пассивный элемент цепи. Включение в цепь пассивного элемента (элемента с обычным положительным сопротивлением) приводит к затуханию колебаний в цепи, а активный элемент в цепи способствует раскачке колебаний. Туннельный диод можно сделать очень малых размеров, он малоинерционен и поэтому является идеальным элементом для микроволновых генераторов.

Экспериментальная установка

Для измерения основных параметров туннельного диода используется монтажная плата, на которой собраны три схемы: схема для снятия вольт-амперной характеристики, схема для наблюдения вольт-амперной характеристики на экране осциллографа и схема генератора электромагнитных колебаний на туннельном диоде.

При снятии вольт-амперной характеристики и определении параметров туннельного диода (рис. 3) ток измеряется миллиамперметром, включенным последовательно с туннельным диодом, а напряжение на диоде измеряется цифровым вольтметром.

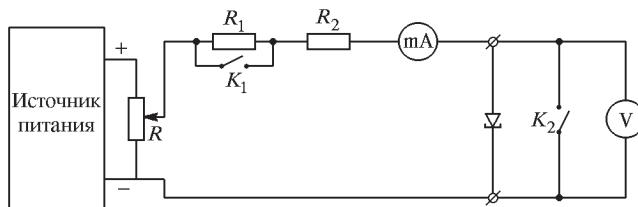


Рис. 3. Принципиальная схема измерения параметров вольт-амперной характеристики туннельного диода

Питание схемы осуществляется от источника постоянного тока с малым внутренним сопротивлением. Регулирование тока через диод производится переменным сопротивлением R . Ключи K_1 и K_2 используются при уточнении основных параметров диода.

Быстрее и нагляднее, но с меньшей точностью можно измерить характеристику диода с помощью осциллографа и мостовой схемы, изображенной на рис. 4.

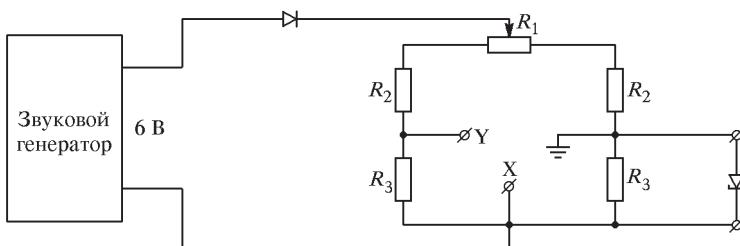


Рис. 4. Принципиальная схема наблюдения вольт-амперной характеристики туннельного диода с помощью осциллографа

На вход «Y» осциллографа подается напряжение, пропорциональное току, протекающему через диод, а на вход «X» — падение напряжения на диоде. На одну из диагоналей моста подается переменное напряжение от звукового генератора через диод Д223. Диод служит для того, чтобы исключить большие обратные токи через туннельный диод. Для количественной оценки наблюдаемой характеристики необходимо получить соотношение между напряжением U_Y на входе «Y» осциллографа и током I через диод. Поскольку сопротивления плеч моста одинаковы, формула для тока принимает вид

$$I_d = U_Y \frac{R_1 + 2(R_2 + R_3)}{(R_1 + 2R_2)R_3}, \quad (5)$$

где R_1 , R_2 и R_3 — сопротивления соответствующих резисторов в плечах моста. Напряжение U_Y определяется с помощью калибровочных коэффициентов отклонения луча осциллографа.

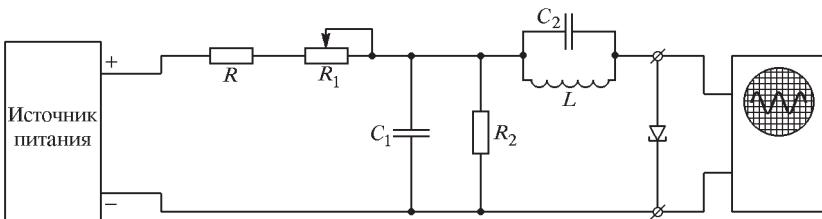


Рис. 5. Принципиальная схема генератора на туннельном диоде

Генератор электромагнитных колебаний на туннельном диоде собран по схеме с параллельным контуром (рис. 5).

Резистор R и конденсатор C_1 служат для развязки источника питания и генератора по переменному напряжению. Резистор R_1 служит для выведения рабочей точки туннельного диода на нужную ветвь вольт-амперной характеристики.

Задание

I. Изучение вольт-амперной характеристики туннельного диода с помощью осциллографа

1. Для наблюдения вольт-амперной характеристики на экране осциллографа соберите схему, изображенную на рис. 4. Исследуемый диод подключите к схеме после балансировки моста схемы.

2. Соедините выходные клеммы звукового генератора с соответствующими клеммами «ЗГ» на монтажной плате.

3. Соедините выходные клеммы «Х» и «Y» на монтажной плате с клеммами горизонтального и вертикального усилителей осциллографа.

4. Установите оптимальный режим работы приборов (рекомендации находятся на рабочем столе), включите генератор и осциллограф в сеть 220 В. После прогрева приборов установите ручкой «Регулировка выхода» на звуковом генераторе напряжение $5 \div 6$ В и получите изображение прямой линии в пределах экрана осциллографа.

5. Сбалансируйте мостовую схему. Для этого с помощью резистора R_1 на монтажной плате установите изображение линии на экране осциллографа в горизонтальное положение.

6. Поместите головку с туннельным диодом в соответствующее гнездо монтажной платы.

7. Получите вольт-амперную характеристику на экране осциллографа и перенесите ее изображение на кальку. Проанализируйте полученную характеристику. Имеются ли на ней какие-либо особенности, обусловленные наличием примесных зон в полупроводнике?

8. Измерьте характерные значения напряжений U_p , U_v и U_f по полученной вольт-амперной характеристике. Масштаб по оси «Х» в вольтах определите с учетом калибровочных коэффициентов отклонения луча осциллографа по оси «Х».

9. Определите величину токов I_p и I_v на полученной характеристике, используя соотношение (5). Масштаб по оси «Y» и вольтах определите, учитя калибровочные коэффициенты отклонения луча осциллографа по оси «Y».

II. Получение статической характеристики туннельного диода

1. Для получения статической характеристики туннельного диода соберите схему, изображенную на рис. 3. Туннельный диод включите в схему в последнюю очередь. Ручку потенциометра R поставьте на минимальное напряжение.

2. Включите в схему миллиамперметр, соблюдая полярность.
3. Включите в схему цифровой вольтметр.
4. Плавно повышая напряжение на диоде перемещением движка резистора R (ключи K_1 и K_2 должны быть разомкнуты), снимите показания миллиамперметра и цифрового вольтметра. Число точек и интервал напряжения выберите, ориентируясь на полученную с помощью осциллографа характеристику.
5. По полученным результатам измерений постройте вольт-амперную характеристику $I(U)$ исследуемого диода.
6. Уточните характерные значения токов и напряжений, используя ключи K_1 и K_2 . Замыкание ключа K_2 возвращает диод на начальную ветвь характеристики ($U < U_p$) диода. Замыкай и размыкай ключ K_2 и плавно перемещая движок резистора R , уточните напряжение U_p , при котором диод переходит на падающую ветвь характеристики и ток через него равен I_p .
7. Уточните значения I_v и U_v , используя ключ K_1 . Замыкание ключа K_1 переводит диод на диффузную ветвь характеристики (на участок $U > U_v$). Замыкай и размыкай ключ K_1 , и плавно изменяя напряжение U на диоде с помощью потенциометра R , уточните значения величин U_v и I_v .
8. Оцените погрешность определения параметров вольт-амперной характеристики U_p , I_p , U_v , I_v , U_f туннельного диода с помощью осциллографа и статическим методом.
9. Оцените положение уровня Ферми μ_n и максимума $n_{\max}(E)$ распределения электронов в зоне проводимости полупроводника туннельного диода, используя формулы (3) и (4) и полученные значения величин U_p и U_v .

Дополнительное задание

Изучение генератора на основе туннельного диода

1. Соберите схему генератора, изображенную на рис. 5. Туннельный диод включите в схему в последнюю очередь, после чего подключите схему к источнику постоянного тока.
2. Включите осциллограф и источник постоянного тока в сеть 220 В.
3. Изменяя сопротивление R и перемещая тем самым рабочую точку диода на спадающий участок вольт-амперной характеристики, получите генерацию, наблюдая ее на экране осциллографа.
4. Измерьте с помощью осциллографа амплитуду и диапазон частоты генерации, разбив его на 8–10 точек измерения амплитуды и частоты. Частота генерации изменяется с помощью сопротивления R_1 перемещением рабочей точки по участку с отрицательным сопротивлением вольт-амперной характеристики.
5. Определите, какими параметрами диода ограничивается амплитуда колебаний и максимально возможная частота генерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в квантовую физику. — М.: Наука, 1986. Гл. XII, §§ 66–69.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. — М.: Наука, 1977. Гл. VII, § 3.

Работа 11.6.

Изучение внутреннего фотоэффекта в ($p-n$)-переходе

Целью работы является исследование фотоэлектрических свойств вентильного фотоэлемента и зависимостей фототока и фотоЭДС от длины волны падающего света.

Солнечные батареи являются альтернативным (по отношению к газу, нефти и ядерной энергии) источником электрической энергии. Преобразование солнечной энергии в электрическую в солнечных батареях происходит в вентильных фотоэлементах, который представляет собой ($p-n$)-переход, образованный двумя тонкими пластинками полупроводников p - и n -типа (см. рис. 1). Суммарная толщина пластинок составляет всего несколько десятых долей миллиметра, площадь гальванического контакта — примерно 2 см².

Пластинка 1, на которую падает свет, существенно тоньше пластинки 2, что позволяет облучать светом обе пластины. На поверхность пластин нанесены металлические слои-электроды; один электрод (нижний) сплошной и расположен на тыльной стороне пластинки 2. Другой электрод (верхний) представляет собой узкие полоски по краю пластины, чтобы не препятствовать прохождению света к нижней пластинке.

Рассмотрим поведение ($p-n$)-перехода при освещении. На рис. 2 приведена энергетическая схема ($p-n$)-перехода.

В неосвещенном фотоэлементе на ($p-n$)-переходе возникает контактная разность потенциалов. Этот потенциальный барьер обусловлен электрическим полем, которое возникает в результате диффузии носителей тока — электронов и дырок — через ($p-n$)-переход. В равновесном состоянии ток через переход равен нулю.

В результате поглощения фотонов с энергией большей, чем ширина запрещенной зоны, с обеих сторон от ($p-n$)-перехода возникают

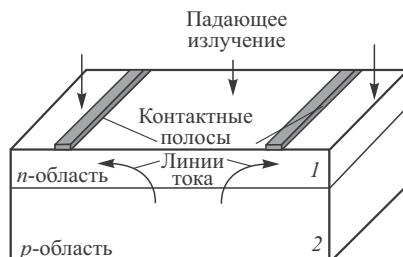


Рис. 1. Типичная структура солнечного элемента

электронно-дырочные пары. Для каждой области важным является поведение неосновных носителей (дырок в полупроводнике *n*-типа и электронов в полупроводнике *p*-типа), поскольку именно их плотность может изменяться в широких пределах, в то время как плотность основных носителей с обеих сторон от (*p*-*n*)-перехода остается фактически неизменной. Неосновные носители, находящиеся вблизи перехода, быстро переносятся полем перехода и становятся уже основными носителями на другой его стороне (см. рис. 2).

Переход действует как сток для генерированных светом неосновных носителей, при этом возникает градиент концентрации и неосновные носители, находящиеся на расстоянии диффузионной длины от перехода, диффундируют к нему. Этому процессу переноса способствует диффузия носителей, обусловленная экспоненциальным градиентом концентрации носителей, возникающим в результате оптического поглощения в приповерхностной области.

В базовой области, т. е. в области за (*p*-*n*)-переходом по отношению к освещаемой поверхности, под действием проникающего освещения возникает градиент концентрации, направленный от (*p*-*n*)-перехода вглубь базовой области, так что этот диффузионный поток и поток, обусловленный вытягивающим действием поля перехода, здесь направлены в противоположные стороны. Однако градиент концентрации в базовой области пренебрежимо мал, и поэтому неосновные носители все же стягиваются к (*p*-*n*)-переходу из большей части этой области. Естественно, здесь подразумевается, что (*p*-*n*)-переход вытягивает оптически генерированные носители с расстояния не больше диффузионной длины.

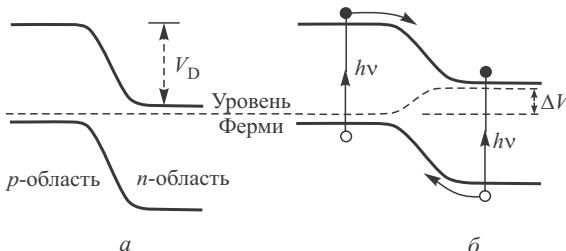


Рис. 2. Энергетическая диаграмма (*p*-*n*)-перехода: *a* — без освещения; *б* — с фотовозбуждением с обеих сторон от (*p*-*n*)-перехода (напряжение ΔV равно разности между уровнями Ферми)

Обсуждая процесс фотопоглощения в полупроводнике, мы не учитывали кулоновского притяжения в возбужденной электронно-дырочной паре. Дело в том, что кулоновское притяжение может привести к образованию возбужденного состояния, в котором электрон и дырка остаются связанными друг с другом в водородоподобном (или вернее подобном позитронию) состоянии. Энергия образования этого возбужденного со-

стояния (порядка 4 мэВ), называемого экситоном, намного меньше ширины запрещенной зоны. Характерный размер экситона примерно равен 15 нм, что существенно больше размера элементарных ячеек кристалла. В силу своей нейтральности экситон может легко передвигаться по кристаллу (диффундировать), и, подойдя к (*p-n*)-переходу, он под действием контактного электрического поля разрывается, при этом электрон переходит в *n*-область, а дырка — в *p*-область.

Присутствие избыточных неосновных носителей вблизи (*p-n*)-перехода приводит к уменьшению внутреннего потенциального барьера перехода V_D , как показано на рис. 2б; наглядно это можно представить как результат нейтрализации некоторой части объемного заряда (*p-n*)-перехода. В свою очередь это означает, что уровни Ферми в объеме полупроводника по обеим сторонам от (*p-n*)-перехода уже не совпадают, а смещаются один относительно другого. Разность потенциалов ΔV , возникающая между двумя областями (*p*-область заряжается положительно относительно *n*-области), зависит от сопротивления внешней цепи, к которой присоединен образец с (*p-n*)-переходом. Наибольшее напряжение имеет место при разомкнутой цепи и при соответствующей интенсивности освещения; оно может приближаться к полной величине внутреннего потенциального барьера, т.е. к контактной разности потенциалов (*p-n*)-перехода. Если диод замкнут накоротко, то в цепи протекает наибольший ток. Вольт-амперная характеристика полупроводниковой системы с (*p-n*)-переходом может быть представлена формулой

$$I = I_s \left(e^{eV/kT} - 1 \right) - I_L, \quad (1)$$

где I — ток во внешней цепи, I_s — ток насыщения через неосвещенный (*p-n*)-переход, V — внешняя разность потенциала на (*p-n*)-переходе, I_L — ток, создаваемый возбужденными светом носителями. Семейство кривых, отражающих эту зависимость, изображено на рис. 3. Каждая из кривых соответствует определенному значению I_L . Для кривой, проходящей через начало координат, $I_L = 0$ (отсутствие освещения). Точки вольт-амперных характеристик, лежащих на оси токов, дают значения величин токов короткого замыкания I , когда $R_h=0$, а точки, лежащие на оси напряжений, отражают те случаи, когда внешняя цепь разомкнута

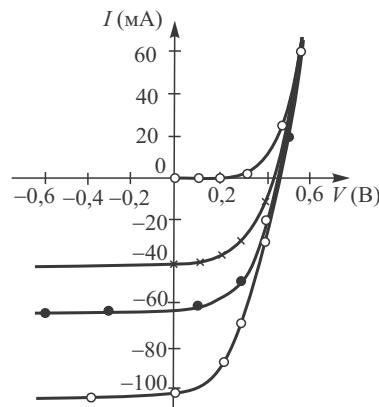


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики кремниевого фотоэлемента при различных освещенностях

($R_h = \infty$), и дают значения напряжения холостого хода V фотоэлектрической системы (см. рис. 4; заштрихованная площадь равна мощности, выделяемой в нагрузке R_h). Положив в выражении для вольт-амперной зависимости $I = 0$, получим выражение для напряжения холостого хода

$$V = \frac{kT}{e} \left(\ln \frac{I_L}{I_s} + 1 \right). \quad (2)$$

Таким образом, освещение ($p-n$)-перехода приводит к появлению так называемого *вентильного фотоэффекта*. Из рассмотрения его механизма следует, что для возникновения фотоЭДС необходимо создание неравновесных носителей, знак которых противоположен знаку тепловых носителей.

Естественно, фотоЭДС возникает только тогда, когда энергия фотона $\hbar\omega$ больше ширины запрещенной зоны Δ полупроводника, из которого изготовлены пластинки вентильного фотоэлемента. Следует отметить, что под действием света электрон из валентной зоны переходит в зону проводимости. В принципе, переход электрона может происходить и с донорных уровней, но их энергия столь мала, что при комнатной температуре практически все донорные уровни истощены, т.е. электроны переходят в зону проводимости. Аналогично дырки возникают в валентной зоне. Поэтому максимальная эффективность преобразования энергии света в фототок соответствует фотонам с энергией $\hbar\omega \simeq \Delta$. Это обусловлено тем, что при больших энергиях фотонов излишек $\hbar\omega - \Delta$ просто переходит в тепло, что приводит к уменьшению КПД преобразования

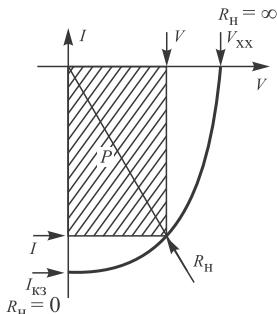


Рис. 4. Нагрузочная часть вольт-амперной характеристики вентильного фотоэлемента

переходе. Одновременно с этим увеличивается напряжение V на электродах элемента и, следовательно, растет энергия, выделяемая во внешней цепи, которая пропорциональна напряжению V . Ограничение возникает из-за того, что напряжение V на электродах не может превышать величину потенциального барьера неосвещенного ($p-n$)-перехода. Поэтому при большой освещенности напряжение V на электродах просто

$$\eta = \frac{P}{W}, \quad (3)$$

где W — мощность падающего света, а P — мощность, выделяемая в нагрузке фотоэлемента.

Казалось бы, повысить η можно, увеличивая освещенность фотоэлемента. Однако с увеличением освещенности растет число электронно-дырочных пар, что приводит к уменьшению потенциального барьера на ($p-n$)-переходе.

перестает расти. Кроме того, как хорошо известно, отдача мощности наибольшая, когда сопротивление нагрузки равно сопротивлению источника. Величина внутреннего сопротивления фотоэлемента меняется в зависимости от величины освещенности, и поэтому изменяется и величина η .

Наибольшее применение вентильные фотоэлементы, как уже указывалось, получили в солнечных батареях. Однако только часть спектра излучения Солнца создает электронно-дырочные пары, и эта величина зависит, естественно, от типа используемого полупроводника. Температура излучающей поверхности Солнца примерно равна 6000 К, спектр излучения с хорошей точностью соответствует спектру излучения абсолютно черного тела. Максимум в спектре излучения приходится на частоту $\omega = 2,2 \cdot 10^{15}$ рад/с, что соответствует фотонам с энергией $\hbar\omega = 1,4$ эВ. Для использования солнечной радиации наиболее подходящим оказывается фотоэлемент с полупроводниковыми пластинками из кремния ($\Delta = 1,11$ эВ). Кремния в природе много (песок), технология получения кристаллического кремния хорошо разработана, производство освоено.

КПД современных солнечных батарей составляет всего $\simeq 20\%$. Это объясняется тем, что часть энергии солнечного излучения теряется на поверхностную рекомбинацию, на выделение тепла внутри фотоэлемента и потери на излучение и отражение от поверхности.

П о р я д о к в ы п о л н е н и я р а б о т ы

Данная работа проводится на той же лабораторной установке, что и при исследовании фотопроводимости полупроводников (работа 11.2). Замене подлежит только блок с фотосопротивлением на блок с фотоэлементом, подключенным к цифровому вольтметру.

1. Поместите блок с образцом вентильного фотоэлемента к выходной щели монохроматора.

2. Подсоедините провода от электродов фотоэлемента к клеммам универсального измерительного прибора и измерьте темновой ток фотоэлемента. Измерения проводятся в режиме измерения тока: используются клеммы прибора «com» и «mA», нажать кнопки «mA» и «200 μA ».

3. Подсоедините провода от электродов фотоэлемента к клеммам вольтметра (измерения проводятся на диапазоне мкА) и измерьте темновой ток фотоэлемента.

4. Снимите зависимость фототока от длины волны возбуждающего света. Каждое измерение величины тока следует проводить после двухминутной выдержки. Длина волны определяется по градуировочной кривой. Искомая величина фототока определяется вычитанием темнового тока из полученного значения тока для выбранной длины волны.

5. Постройте кривую спектральной зависимости фототока для исследуемого образца. Для этого необходимо пересчитать фототок к постоянному потоку фотонов. При пересчете следует использовать прило-

женный к работе график спектрального распределения потока фотонов на выходе монохроматора УМ-2.

6. Повторите выполнение пунктов 8 и 9 задания, измеряя напряжение на электродах фотоэлемента с помощью цифрового вольтметра (диапазон «мкВ»).

7. Оцените рабочий диапазон длин волн излучения лампы накаливания К-12 при преобразовании фотоэлементом света в электрическую энергию.

8. Повторите выполнение пунктов 6 и 7 задания, измеряя напряжение на электродах фотоэлемента с помощью универсального измерительного прибора: используются клеммы «соп» и «V- Ω », для измерений нажать кнопки «V» и «mV».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика. — М.: Физматкнига, 2006.
2. Мосс Т., Баррел Г., Эллис Б. Полупроводниковая оптоэлектроника. — М.: Мир, 1976.
3. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. П. Физика полупроводников. — М.: Наука, 1979.

РАЗДЕЛ XII

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

Основные экспериментальные факты и основы теоретического описания сверхпроводимости. Сверхпроводимостью называется явление перехода вещества в состояние с нулевым сопротивлением. Сверхпроводимость была открыта в 1911 г. в Лейденской лаборатории в Голландии Г. Камерлинг-ОНнесом в экспериментах со ртутью. Он обнаружил, что сопротивление ртути при температуре 4,3 К резко уменьшается, причем при температурах ниже 3 К Камерлинг-ОНнес вообще не смог заметить отличия сопротивления от нуля. В настоящее время установлено, что в сверхпроводящем состоянии удельное сопротивление сверхпроводников по крайней мере меньше 10^{-23} Ом · см, т. е. в 10^{17} раз меньше сопротивления меди при комнатной температуре.

Переход из нормального в сверхпроводящее состояние происходит при вполне определенной температуре, называемой критической температурой T_c , и является переходом II рода, то есть этот переход связан не с каким-либо изменением кристаллической структуры, а с перестройкой электронной подсистемы.

Другим необычным свойством сверхпроводников является их способность полностью выталкивать слабое магнитное поле (вопрос о том, какое поле является слабым, мы обсудим позже). В 1933 г. В. Мейсснер и Р. Оксенфельд обнаружили, что внешнее магнитное поле H не прони-

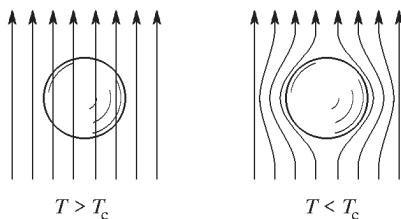


Рис. 12.1. Эффект Мейсснера в сверхпроводящем шаре. Ниже температуры сверхпроводящего перехода силовые линии магнитного поля полностью выталкиваются из шара

кает вглубь сверхпроводящего образца независимо от того, было ли это поле включено выше или ниже T_c . Этот эффект называется эффектом Мейсснера (см. рис. 12.1).

Поскольку поле B внутри образца равно сумме внешнего поля H и поля намагничивания $4\pi I$, то сверхпроводники представляют собой идеальные диамагнетики с $B = 0$ и $I = -H/(4\pi)$ (см. рис. 12.2).

Физически эффект Мейсснера связан с тем, что у сверхпроводника, помещенного в слабое магнитное поле, в поверхностном слое наводятся такие круговые незатухающие токи, которые в точности компенсируют внешнее приложенное поле. На создание этих экранирующих токов требуется некоторая энергия, тем большая, чем большее внешнее поле приходится компенсировать. Если B становится достаточно большим, энергетически более выгодным оказывается нормальное состояние, в котором поле проникает в образец — сверхпроводимость разрушается.

Рассмотрим металлический сверхпроводящий образец, в котором имеются сверхпроводящие токи $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$ и связанные с ними магнитные поля $\mathbf{H}(\mathbf{r})$. С точки зрения термодинамики сверхпроводящее состояние соответствует минимуму свободной энергии. Исходя из этого условия,

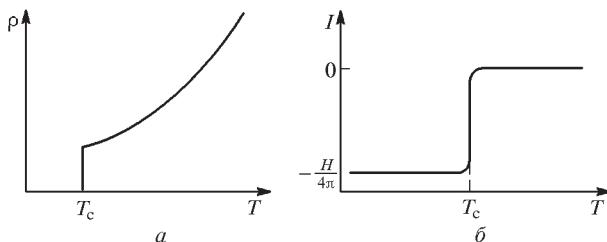


Рис. 12.2. Иллюстрация основных свойств металла в сверхпроводящем состоянии: *а* — обращение в нуль сопротивления при $T \leq T_c$; *б* — выталкивание магнитного поля из сверхпроводника при $T \leq T_c$

найдем, каково должно быть при этом соотношение между полями и током. Свободная энергия единицы объема сверхпроводника складывается из магнитной энергии W_m , обусловленной наличием в сверхпроводнике магнитного поля, кинетической энергии электронов E_k , связанной с наличием незатухающих токов, и энергии электронов в конденсированном состоянии F_s

$$\mathcal{F} = F_s + E_k + W_m. \quad (12.1)$$

Обозначим через $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ скорость дрейфа электронов в точке \mathbf{r} , которая связана с плотностью тока \mathbf{j}_s соотношением

$$n_s e \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_s(\mathbf{r}), \quad (12.2)$$

где e — заряд электрона, n_s — число «сверхпроводящих» электронов в 1 см^3 вещества (при $T = 0$ число сверхпроводящих электронов n_s равно полному числу электронов проводимости в 1 см^3). Кинетическую энергию можно записать в следующем простом виде:

$$E_k = \frac{1}{2} \int n_s m v^2 d\mathbf{r} = \frac{n_s m}{2} \int \frac{j^2}{n_s^2 e^2} d\mathbf{r} = \frac{m}{2n_s e^2} \int j^2 d\mathbf{r}, \quad (12.3)$$

где интеграл берется по объему образца.

Магнитное поле в веществе \mathbf{B} связано с плотностью тока \mathbf{j}_s уравнением Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s, \quad (12.4)$$

а магнитная энергия, связанная с магнитным полем $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, определяется соотношением

$$W_m = \int \frac{B^2}{8\pi} d\mathbf{r}. \quad (12.5)$$

Итак, свободная энергия сверхпроводника равна

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= F_s + \frac{1}{8\pi} \int \left(\mathbf{B}^2 + \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} |\operatorname{rot} \mathbf{B}|^2 \right) d\mathbf{r} = \\ &= F_s + \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{B}^2 + \lambda_L^2 |\operatorname{rot} \mathbf{B}|^2) d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (12.6)$$

где величина λ_L , имеющая размерность длины, называется *лондоновской длиной* и определяется следующим образом:

$$\lambda_L = \left(\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \right)^{1/2}. \quad (12.7)$$

Найдем минимум свободной энергии (12.6) относительно распределения поля $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. При изменении поля $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ на величину $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ энергия \mathcal{F} меняется на величину $\delta\mathcal{F}$:

$$\delta\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{B} \delta\mathbf{B} + \lambda_L^2 \operatorname{rot} \mathbf{B} \operatorname{rot} \delta\mathbf{B}) d\mathbf{r}. \quad (12.8)$$

Воспользуемся формулой векторного анализа

$$\operatorname{div} \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \operatorname{rot} \mathbf{a} - \mathbf{a} \operatorname{rot} \mathbf{b}. \quad (12.9)$$

Тогда, считая, что $\mathbf{a} = \operatorname{rot} \mathbf{B}$ и $\mathbf{b} = \delta\mathbf{B}$, мы имеем

$$\int \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{B} \times \delta\mathbf{B} d\mathbf{r} = \int (\operatorname{rot} \mathbf{B} \operatorname{rot} \delta\mathbf{B}) d\mathbf{r} - \int (\delta\mathbf{B} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B}) d\mathbf{r}. \quad (12.10)$$

Интеграл от дивергенции слева можно преобразовать по теореме Гаусса в интеграл по поверхности, и мы получаем

$$\int \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{B} \times \delta\mathbf{B} d\mathbf{r} = \oint \operatorname{rot} \mathbf{B} \times \delta\mathbf{B} d\mathbf{S} = 0. \quad (12.11)$$

Равенство нулю этого интеграла следует из того, что вариация магнитного поля $\delta\mathbf{B}$ на границе рассматриваемой области равна нулю (в

этом и заключается вариационный метод: мы ищем, какое поле внутри данной области с фиксированными граничными условиями — магнитное поле на поверхности сверхпроводника задано — соответствует минимуму энергии). Поэтому

$$\int (\operatorname{rot} \mathbf{B} \operatorname{rot} \delta \mathbf{B}) d\mathbf{r} = \int (\delta \mathbf{B} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B}) d\mathbf{r}, \quad (12.12)$$

т. е.

$$\delta \mathcal{F} = \frac{1}{4\pi} \int ((\mathbf{B} + \lambda_L^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B}) \delta \mathbf{B}) d\mathbf{r}. \quad (12.13)$$

Следовательно, конфигурация поля внутри образца, приводящая к минимуму свободной энергии, должна удовлетворять уравнению

$$\mathbf{B} + \lambda_L^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} = 0. \quad (12.14)$$

Уравнение (12.14) впервые было предложено братьями Ф. Лондоном и Г. Лондоном и носит название уравнения Лондонов. Совместно с уравнением (12.5) оно позволяет находить распределение полей и токов в сверхпроводниках.

Применим теперь уравнение Лондонов (12.14) к задаче о проникновении магнитного поля \mathbf{B} в сверхпроводник. Выберем простейшую геометрию: поверхность образца совпадает с плоскостью xy , область $z > 0$ является пустой (рис. 12.3). Тогда поле \mathbf{B} и ток \mathbf{j}_s зависят лишь от z .

Рис. 12.3. Проникновение слабого магнитного поля в сверхпроводник (λ — глубина проникновения поля)

Помимо уравнения (12.14) Максвелла

имеют место, как обычно, уравнения

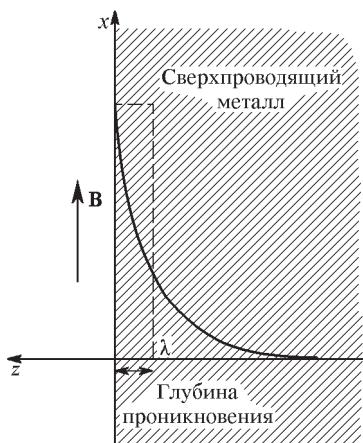
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (12.15)$$

и

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s. \quad (12.16)$$

Возможны два случая:

1. Поле \mathbf{B} параллельно оси z . Тогда уравнение (12.14) дает просто $\partial B / \partial z = 0$, то есть поле \mathbf{B} постоянно в пространстве. Поэтому, как следует из уравнения (12.16), $\operatorname{rot} \mathbf{B} = 0$ и $\mathbf{j}_s = 0$. Подставляя этот результат в уравнение (12.14), находим, что $\mathbf{B} = 0$, то есть поле не может быть нормально к поверхности образца.



2. Поле **B** тангенциально (и направлено вдоль оси *E*). В этом случае уравнение (12.15) удовлетворяется автоматически, а из уравнения (12.16) следует, что ток \mathbf{j}_s направлен вдоль оси *y*

$$\frac{d\mathbf{B}}{dz} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s. \quad (12.17)$$

Наконец, уравнение (12.14) дает

$$\frac{d\mathbf{j}_s}{dz} = \frac{n_s e^2}{mc} \mathbf{B}, \quad \frac{d^2\mathbf{B}}{dz^2} = \frac{\mathbf{B}}{\lambda_L^2}. \quad (12.18)$$

Решение, конечное внутри сверхпроводника, является экспоненциально убывающим:

$$B(z) = B(0) e^{-z/\lambda_L}, \quad (12.19)$$

т. е. внутрь образца поле проникает лишь на лондоновскую глубину λ_L . Этот результат, полученный для полупространства, легко обобщить на случай макроскопического образца произвольной формы.

Оценим величину лондоновской длины, то есть глубину проникновения магнитного поля, для типичного сверхпроводящего металла — свинца, у которого $n_s = 3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$:

$$\lambda_L = \left(\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \right)^{1/2} \simeq 3 \cdot 10^{-6} \text{ см.}$$

Обсудим подробнее полученную нами связь между сверхпроводящим током \mathbf{j}_s и полем **B**. Подставляя в уравнение (12.14) выражение (12.4), получаем

$$\mathbf{B} + \frac{4\pi\lambda_L^2}{c} \operatorname{rot} \mathbf{j}_s = 0. \quad (12.20)$$

Как известно, магнитное поле можно выразить через векторный потенциал **A**, а именно: $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$. Выбрав калибровку $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, получаем из уравнения (12.20)

$$\frac{4\pi\lambda_L^2}{c} \mathbf{j}_s + \mathbf{A} = 0, \quad \text{или} \quad \mathbf{j}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \mathbf{A}. \quad (12.21)$$

Мы видим, в чем существенная разница между обычным металлом и сверхпроводником: в металле ток пропорционален напряженности электрического поля $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ (закон Ома), а в сверхпроводнике ток пропорционален векторному потенциалу.

Полученный результат может быть понят несколько иначе, если обратиться к обобщенной записи импульса электрона при наличии магнитного поля:

$$\mathbf{p}_s = m\mathbf{v}_s + \frac{e}{c} \mathbf{A}, \quad (12.22)$$

где \mathbf{p}_s — обобщенный импульс, а \mathbf{v}_s — скорость сверхпроводящих электронов.

Откуда возникает это выражение для обобщенного импульса? Влияние магнитного поля вводится с помощью теоремы из классической механики, которая утверждает, что действие силы Лоренца $(q/c)\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ на движение заряженной частицы с зарядом q в магнитном поле \mathbf{B} можно полностью учесть при замене импульса \mathbf{p} (когда он появляется в выражении для кинетической энергии) на выражение $\mathbf{p} - q\mathbf{A}/c$, где вектор-потенциал \mathbf{A} определяется из выражения $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. Предположим, что частица движется в свободной от поля области со скоростью \mathbf{v}_1 и что магнитное поле прикладывается в момент времени $t = 0$. Поле может возрастать только с конечной скоростью, и при его изменении индуцируется электрическое поле, удовлетворяющее уравнению Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = -(1/c)d\mathbf{B}/dt$. Если \mathbf{A} — вектор-потенциал, то $\text{rot } \mathbf{E} = -[(1/c)d\mathbf{B}/dt]$, а интегрирование по пространственным координатам дает $\mathbf{E} = -(1/c)d\mathbf{A}/dt$, без учета постоянной интегрирования, которая нас не интересует. Следовательно, импульс в момент времени t равен

$$m\mathbf{v}_2 = m\mathbf{v}_1 + \int_0^t q\mathbf{E} dt = m\mathbf{v}_1 - \frac{q}{c} \int_0^t \frac{d\mathbf{A}}{dt} dt = m\mathbf{v}_1 - \frac{q}{c} \mathbf{A}. \quad (12.23)$$

Таким образом, $m\mathbf{v}_2 + q\mathbf{A}/c = m\mathbf{v}_1$. Следовательно, вектор $\mathbf{p} = m\mathbf{v} + q\mathbf{A}/c$ не изменяется в присутствии магнитного поля, и его можно рассматривать как эффективный импульс. Однако кинетическая энергия E_k зависит только от $m\mathbf{v}$, и если, прежде чем приложено поле, $E_k = f(m\mathbf{v})$, то в поле должно быть $E_k = f(\mathbf{p} - q\mathbf{A}/c)$.

Итак, подставив в выражение для плотности тока (12.2) вместо скорости ее выражение через обобщенный импульс (12.22), получаем

$$\mathbf{j}_s = en_s \mathbf{v}_s = \frac{en_s}{m} \left(\mathbf{p}_s - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right). \quad (12.24)$$

Мы видим, что предположение о справедливости уравнения (12.21) означает по сути дела, что импульс электронов сверхпроводника должен не только меняться при наложении поля, но всегда быть равным нулю во всем объеме сверхпроводника. Для этого необходимо, чтобы в сверхпроводящем состоянии существовал некий дальний порядок, коррелирующий импульсы электронов на больших расстояниях. Это, в свою очередь, подразумевает «неограниченную пространственную протяженность волновых функций, представляющих одно и то же распределение импульса как с полем, так и без него» (Ф. Лондон). Именно эти соображения и побудили Лондона ввести представление о сверхпроводнике как о «квантовой системе в макроскопическом масштабе».

Как стало ясно после создания микроскопической теории сверхпроводимости Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Р. Шриффером (теория

БКШ) причина возникновения сверхпроводящего состояния состоит в тенденции электронов к объединению в пары достаточно большого размера (так называемое куперовское спаривание). Равенство нулю импульса пары означает, что если некоторое состояние с определенным импульсом и спином заполнено (в этом состоянии есть электрон), то велика вероятность того, что заполнено и состояние с противоположным импульсом и спином. Иными словами, дальний порядок обеспечивается равенством нулю (в состоянии без тока) импульсов центров масс всех куперовских электронных пар, образующих сверхпроводящий конденсат.

Установление парных корреляций между электронами при температурах ниже T_c приводит к понижению их энергии и образованию в спектре электронных возбуждений энергетической щели Δ . Наличие щели освобождает электроны от взаимодействия с решеткой, т. е. обеспечивает неограниченную пространственную протяженность не возмущенных столкновениями с решеткой волновых функций электронов. При этом сверхпроводящий конденсат электронов приобретает в высшей степени упорядоченную структуру, соответствующую нулевой энтропии, что достигается установлением во всем объеме строгих фазовых соотношений — фазовой когерентности волновых функций отдельных пар. Модель электронных пар позволяет качественно понять, почему сверхпроводимость появляется лишь ниже определенной температуры: при $k_B T_c \simeq \Delta_0$ тепловое движение разрушает электронные пары. Здесь Δ_0 — величина щели при нулевой температуре. По теории БКШ

$$2\Delta_0 = 3,52k_B T_c. \quad (12.25)$$

Температурный ход энергетической щели определяется выражением

$$\Delta \simeq 3,1k_B T_c \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2} \simeq \frac{\Delta_0}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}. \quad (12.26)$$

Глубина проникновения также зависит от температуры, что, например, следует из соотношения (12.7), в котором n_s есть функция температуры. Поэтому лондоновской длиной называют глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводник при нуле температур. Теория БКШ для плотности куперовских пар n_c вблизи T_c дает выражение

$$\frac{n_c(T)}{n_c(0)} \propto 1 - \frac{T}{T_c}, \quad (12.27)$$

и, следовательно, для $\lambda(T)$ получаем

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1/2}. \quad (12.28)$$

Наблюдаемая на опыте температурная зависимость во всем температурном диапазоне существования сверхпроводимости хорошо аппроксими-

руется формулой

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2}. \quad (12.29)$$

При $T \rightarrow T_c$ соотношение (12.29) в согласии с теорией БКШ переходит в (12.28).

Микроскопическое состояние сверхпроводника характеризуется кроме лондоновской длины еще одним параметром длины — длиной когерентности $\xi = \hbar v_F / \Delta$ (v_F — фермиевская скорость электронов), которая возрастает с температурой как $(1 - T/T_c)^{-1/2}$, и поэтому для характеристики сверхпроводника часто пользуются длиной когерентности при нулевой температуре

$$\xi_0 = 1,4\xi \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1/2}. \quad (12.30)$$

Длина когерентности определяет характерный масштаб, на котором «заличиваются» нарушения сверхпроводящего упорядочения. Иначе говоря, длина когерентности определяет характерный размер куперовской пары, и ее величину легко оценить из следующих соображений. Размер щели должен быть порядка неопределенности кинетической энергии электрона, возникающей из-за связывания в пары:

$$\Delta \simeq \delta \left(\frac{p^2}{2m} \right) = v_F \delta p. \quad (12.31)$$

Но по соотношению неопределенностей

$$\delta x \delta p \simeq \hbar, \quad (12.32)$$

откуда и получается оценка для длины когерентности

$$\xi \simeq \delta x \simeq \frac{\hbar v_F}{\Delta}. \quad (12.33)$$

В магнитном поле образование сверхпроводящих куперовских пар будет происходить в образце до тех пор, пока энергия, которую выиграл образец за счет перехода в сверхпроводящее состояние, равная $V(F_n - F_s)$, (V — объем образца, F_n , F_s — внутренние энергии единицы объема металла, находящегося в нормальном и сверхпроводящем состояниях), будет превышать энергетические затраты $VB^2/(8\pi)$ на вытеснение магнитного поля. В полях больше так называемого критического поля сверхпроводимости $H_c = (8\pi(F_n - F_s))^{1/2}$ сверхпроводящее состояние невыгодно и должно разрушиться. Зависимость критического поля от температуры хорошо описывается эмпирической формулой

$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]. \quad (12.34)$$

В 1952 г. А. А. Абрикосовым была впервые предсказана качественно другая картина разрушения сверхпроводимости магнитным полем. Оказалось, что возможен и другой сценарий поведения сверхпроводника в магнитном поле — это проникновение поля в сверхпроводник в виде отдельных нитей, и такие сверхпроводники называются *сверхпроводниками второго рода*, а состояние сверхпроводника с такими «магнитными нитями» — смешанным состоянием. В литературе нити часто называют вихрями, так как по своей структуре они напоминают вихри в жидкости. Сердцевина этого вихря — кор — нормальная, ее размер оценивается как характерный масштаб, на котором восстанавливается сверхпроводимость (то есть равен длине когерентности ξ), а вокруг этого кора текут кольцевые сверхпроводящие токи, экранирующие поле в толще сверхпроводника. Качественно картина сверхпроводника в смешанном состоянии показана на рис. 12.4.

Каждый вихрь несет в себе квант магнитного потока

$$\Phi_0 = \pi \hbar c / e = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2. \quad (12.35)$$

Характерный размер, на который проникает магнитное поле в сверхпроводник от вихря, определяется глубиной проникновения λ_L . Вихри начинают проникать в сверхпроводник при значении магнитного поля больше так называемого первого критического поля, определяемого примерно как

$$H_{c1} \simeq \frac{\Phi_0}{\pi \lambda_L^2}. \quad (12.36)$$

Вначале, когда поле мало отличается от H_{c1} , вихрей немного, и они расположены далеко друг от друга (на расстоянии намного большем длины когерентности). По мере увеличения магнитного поля количество вихрей растет, а расстояние между ними уменьшается, и когда оно становится равным размеру нормального кора, т. е. длине когерентности, все вихри перекрываются своими нормальными корами и сверхпроводимость исчезает. Это поле называется вторым критическим полем H_{c2} , и его нетрудно оценить из приведенных выше рассуждений как

$$H_{c2} \simeq \frac{\Phi_0}{\pi \xi^2}. \quad (12.37)$$

Характер поведения сверхпроводников в магнитном поле зависит от соотношения между длиной когерентности и лондоновской глубиной.

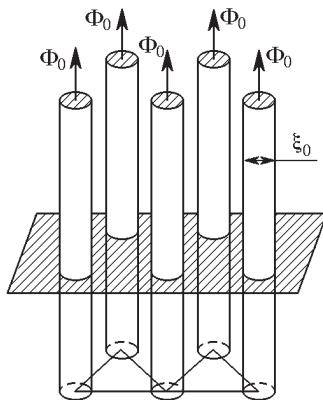


Рис. 12.4. Абрикосовские вихри в сверхпроводнике II рода в магнитном поле $H_{c1} < H < H_{c2}$

Если сверхпроводящий материал таков, что $\xi > \lambda$, то сверхпроводимость сразу разрушается при некотором критическом поле H_c , и такие сверхпроводники называются *сверхпроводниками первого рода*. При обратном неравенстве ($\xi < \lambda$) сверхпроводимость в магнитных полях выше первого критического поля H_{c1} начинает частично разрушаться путем

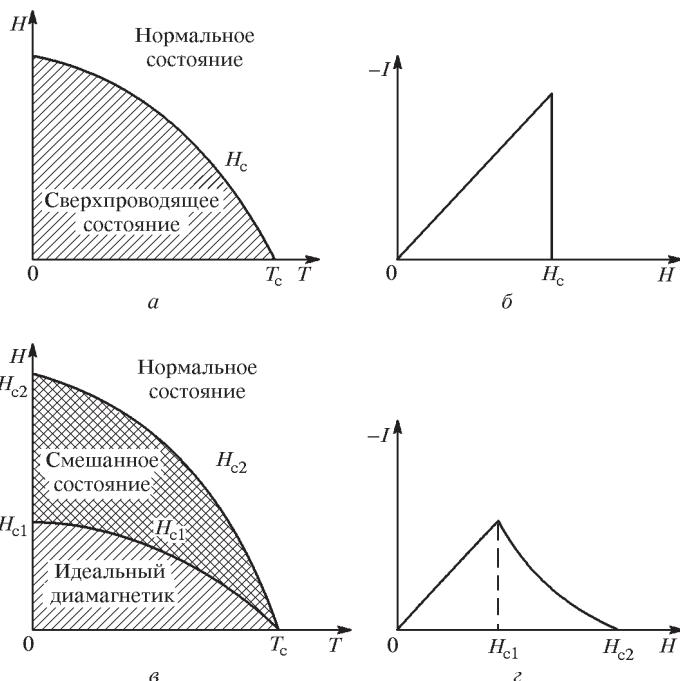


Рис. 12.5. Фазовая $H-T$ диаграмма и зависимость намагниченности I от поля H , иллюстрирующие подавление сверхпроводимости в сильном магнитном поле у сверхпроводников I (а, б) и II рода (в, г)

проникновения в толщу сверхпроводника магнитных вихрей, и лишь в поле H_{c2} вещество полностью переходит в нормальное состояние (см. рис. 12.5).

Связь средней магнитной индукции с напряженностью поля, как уже указывалось, выражается следующим соотношением

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{I}, \quad (12.38)$$

где \mathbf{I} — намагниченность образца. В мейсснеровской фазе (у сверхпроводников I рода до поля H_c , а у сверхпроводников II рода — до поля H_{c1}) сверхпроводник является идеальным диамагнетиком, индукция равна нулю, и, следовательно, $4\pi\mathbf{I} = -\mathbf{H}$. Мейсснеровские токи полностью экранируют внешнее поле в толще образца.

В сверхпроводниках первого рода критическое поле H_c разрушает всю сверхпроводимость сразу, и магнитный момент, наведенный мейснеровскими токами, скачком исчезает. В сверхпроводниках второго рода после достижения нижнего критического поля H_{c1} магнитный поток начинает проникать в образец в виде квантовых вихревых линий, и чем больше поле H , тем больше вихрей и тем меньше абсолютная величина намагниченности. Выше второго критического поля H_{c2} металл переходит в нормальное состояние, намагниченность обращается в ноль.

К сверхпроводникам I рода относятся многие металлы (Al, Be, In, Sn, Pb, Ta, La, V), сверхпроводниками II рода являются, как правило, интерметаллические соединения на основе ниобия (Nb_3Sn , Nb_3Ge , NbZr , NbTi). Рекордсменом по критической температуре среди этих веществ является Nb_3Ge , у которого $T_c = 23,2$ К. Поэтому для перевода этих материалов в сверхпроводящее состояние используется в качестве хладагента жидкий гелий.

В 1986 г. И. Г. Беднорцем и К. А. Мюллером были открыты высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП). Критическая температура ВТСП лежит, как правило, выше температуры кипения азота (77 К). Основой этих соединений служат окислы меди, и поэтому они часто называются купратами или металлооксидами. В 1987 г. на керамике $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ была достигнута температура сверхпроводящего перехода 92 К; затем она была поднята до 125 К в соединениях таллия. Наибольшая критическая температура, достигнутая за 10 лет исследований ВТСП ($\simeq 145$ К), принадлежит соединениям на основе ртути. Сейчас известно более двух десятков ВТСП соединений — купратов различных металлов, они называются соответственно основным металлом: иттриевыми (например, $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$, $T_c \simeq 90$ К), висмутовыми ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $T_c \simeq 95$ К), таллиевыми ($\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $T_c \simeq 110$ К), ртутными ($\text{HgBa}_2\text{CaCu}_2\text{O}_6$, $T_c \simeq 125$ К).

В состав оксидных сверхпроводников входит обычно 4–5 различных сортов атомов, а в элементарную кристаллографическую ячейку до 20 атомов. Практически все ВТСП обладают слоистой структурой с плоскостями из атомов Cu и O. Число промежуточных медных слоев может быть различным, синтезированы соединения, в которых число CuO_2 слоев достигает 5. Существенную роль в механизме сверхпроводимости играет наличие кислорода. Результаты многочисленных экспериментов показывают, что плоскости с кислородом являются основным объектом в кристаллографической решетке, которые ответственны как за проводимость этих оксидных соединений, так и за возникновение в них сверхпроводимости при высоких температурах.

ВТСП являются типичными представителями сверхпроводников II рода с очень большим отношением лондоновской глубины к длине когерентности — порядка нескольких сотен. Поэтому магнитное поле H_{c2} имеет очень высокое значение, в частности у $\text{Bi} 2212$ оно составляет примерно 400 Тл, а H_{c1} равно нескольким сотням эрстед (в зависимости от ориентации поля относительно кристалла).

Для большинства ВТСП характерна сильная анизотропия, что приводит, в частности, к весьма необычному характеру зависимости магнитного момента этих веществ от величины поля в случае, если оно наклонено к основным кристаллографическим осям. Суть эффекта состоит в том, что вследствие значительной анизотропии вихревым линиям вначале энергетически более выгодно располагаться между слоями CuO_2 и лишь затем, после некоторого значения поля, начинать пронизывать эти плоскости.

Работа 12.1.

Определение критической температуры высокотемпературного сверхпроводника

Исследуются основные свойства сверхпроводника: отсутствие электрического сопротивления, выталкивание магнитного поля из сверхпроводника, возникновение незатухающего тока в сверхпроводнике, а также эффект магнитной левитации. В качестве образца используется керамика высокотемпературного сверхпроводника YBaCuO .

Одним из фундаментальных свойств сверхпроводящего состояния является отсутствие сопротивления электрическому току. При температуре T_c , называемой *критической*, образец переходит в сверхпроводящее состояние, его сопротивление скачкообразно уменьшается до нуля.

В YBaCuO -системе T_c достаточно велика ($\approx 90 \text{ K}$), и охлаждение до температуры кипения жидкого азота оказывается достаточным для регистрации сверхпроводящего перехода.

Первый способ определения T_c основан на фундаментальном свойстве сверхпроводимости — полном исчезновении сопротивления при $T < T_c$. Схема эксперимента ясна из рис. 1. Сопротивление на границе электрод—образец всегда конечно и обычно составляет от десятых

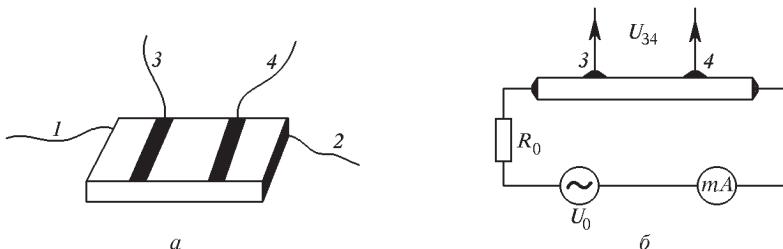


Рис. 1. Измерение сопротивления сверхпроводника четырехзондовым методом: *а* — образец сверхпроводника с электродами; *б* — принципиальная схема измерений

долей ома до десятков ом. Часто оно превышает сопротивление самого образца R_0 , и переход образца в сверхпроводящее состояние проявится

только в некотором уменьшении тока при $T < T_c$, а часто это изменение столь мало, что наблюдать его практически невозможно.

Поэтому измерение обычно проводят так называемым четырехконтактным методом. В простейшем варианте суть его сводится к следующему. К токовым электродам 1 и 2 подводят электрическое напряжение и фиксируют значение тока I_0 , протекающего через образец. Вдоль эквипотенциальных линий на боковых гранях образца наносят так называемые потенциальные электроды 3 и 4 и измеряют падение напряжения между этими электродами прибором с высоким входным сопротивлением. В этом случае ток через контакты 3 и 4 практически не идет, и показания вольтметра дают истинное значение сопротивления этого участка образца

$$R_{34} = U_{34}/I_0. \quad (1)$$

Таким образом, измеряя I_0 и U_{34} , легко зарегистрировать сверхпроводящий переход и определить T_c . Температуру образца измеряют медно-константановой термопарой.

Второй способ определения T_c основан на другом фундаментальном свойстве сверхпроводимости — выталкивании магнитного поля из объема сверхпроводника при $T < T_c$.

Рассмотрим две одинаковые катушки, намотанные друг на друга на измерительной кювете (см. рис. 2a). Взаимоиндукция такой системы $L_{12}^{(N)}$ до сверхпроводящего перехода, когда магнитное поле проникает в образец, равна

$$L_{12}^{(N)} = k N_1 N_2 S / l, \quad (2)$$

где S — площадь одного витка, l — длина катушек, N_1, N_2 — число витков в катушках, $k \approx 1$ — коэффициент связи, показывающий, какая

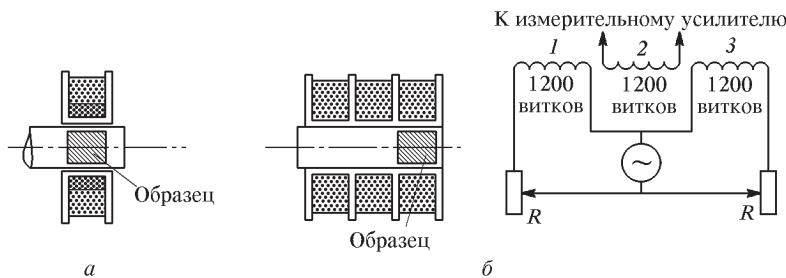


Рис. 2. Измерительная кювета (a) и схема компенсационного измерения (б)

доля магнитного потока одной катушки пронизывает другую. Считая, что площадь образца равна $S_{об}$ и после перехода в сверхпроводящее состояние магнитное поле не проникает в образец, получаем

$$L_{12}^{(S)} = L_{12}^{(N)} (1 - S_{об} / S). \quad (3)$$

Пропуская через одну из катушек переменный ток $I = I_0 \sin(\omega t)$, мы можем зарегистрировать ЭДС, наводимую в другой катушке, равную — $U = U_0 \cos(\omega t)$, где

$$U_0 = I_0 R = L_{12}^{(S)} \omega_0 I_0. \quad (4)$$

Часто по разным причинам оказывается, что $S_{\text{об}} < S$ (небольшой образец, небольшая доля сверхпроводящей фазы в неоднородном керамическом образце и т. д.). В этих случаях легче зарегистрировать эффект изменения L_{12} по компенсационной схеме, как это показано на рис. 2б. Принцип компенсации ясен из рисунка. Величина тока в катушках 1 и 3 подбирается такой, чтобы в приемной катушке 2 отсутствовал индуцированный сигнал (поля от катушек 1 и 3 противоположны по направлению в месте расположения катушки 2). Как только магнитные свойства образца, расположенного в катушке 3, изменяются, нарушается баланс полей, и в катушке 2 появляется ЭДС. Измеряемые величины бывают зачастую малы, и поэтому в данной работе для регистрации сигнала используется синхронный детектор.

Зная все геометрические размеры образца и кюветы, можно из измерений оценить удельный объем сверхпроводящей фазы образца.

Третий способ определения T_c основан на записи кривых перехода с помощью магнитоэлектрических крутильных весов (сверхпроводник в неоднородном магнитном поле).

В качестве крутильных весов используется микроамперметр магнитоэлектрической системы с нулем посередине шкалы. К стрелке прикреплен флагжок из плотной бумаги, а под ним расположены два фотодиода, которые подключены к обмотке того же прибора (рис. 3). К подвижной

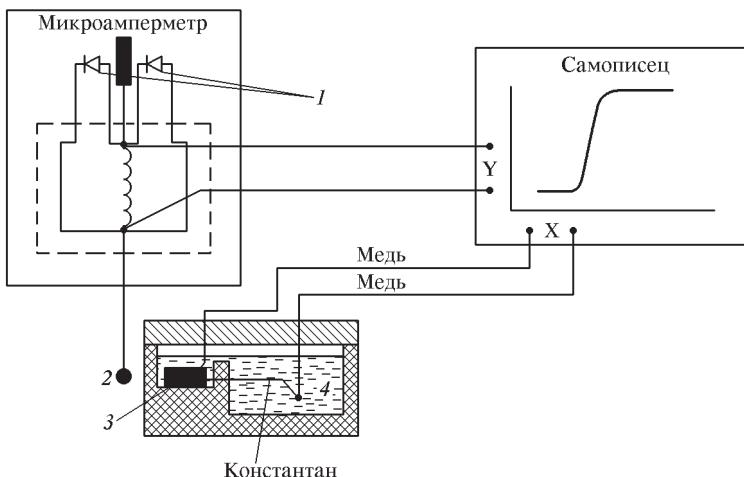


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: 1 — фотодиоды; 2 — магнит; 3 — образец; 4 — жидкий азот

системе прибора со стороны, противоположной стрелке, прикреплен отрезок проволоки длиной 10 см, а к его концу приклейен небольшой постоянный магнит из сплава самарий–кобальт. Для уменьшения колебаний подвижной системы прибора используется масляный демпфер.

Когда вблизи магнита находится образец сверхпроводника, на магнит действует сила отталкивания. При этом изменяется освещенность фотодиодов, и в обмотке прибора появляется ток. Создаваемый током вращающий момент противоположен моменту от взаимодействия магнита с образцом (отрицательная обратная связь). Смещение магнита от начального положения невелико, а ток в обмотке прибора пропорционален магнитному моменту образца.

Напряжение с обмотки прибора подается на вход «Y» самописца. На вход «X» поступает ЭДС термопары медь–константан, измеряющей температуру образца; второй спай термопары находится в жидком азоте. Таким образом, ЭДС термопары пропорциональна разности температур жидкого азота и образца. Для определения температуры нужно знать чувствительность термопары; в области температуры жидкого азота она составляет $\simeq 20 \text{ мкВ/К}$.

Образец находится в небольшом пенопластовом стаканчике, в который заливается жидкий азот. После заливки жидкого азота стаканчик подносят на такое расстояние к магниту, чтобы получить достаточный для измерения сигнал на входе самописца. Взаимодействие образца из высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) с магнитом вызвано неоднородностью поля магнита. Для качественной оценки неоднородности поля используется датчик Холла. Номинальный ток датчика и его чувствительность указаны на установке.

Левитация сверхпроводников. Явление стабильной левитации (свободного парения) сверхпроводника над постоянным магнитом или наоборот магнита над сверхпроводником — яркое проявление квантовых свойств в макроскопическом масштабе, интриговавшее физиков со временем открытия сверхпроводимости. Это явление наблюдается как со сверхпроводниками I рода, так и II рода.

В сверхпроводниках I рода левитация связывается с их подобием идеальным диамагнетикам, так как при температурах $T < T_c$ магнитное поле полностью «выталкивается» из их объема. Во внешнем магнитном поле в сверхпроводнике возникают экранирующие токи в тонком поверхностном слое размером порядка лондоновской длины ($\simeq 0,1 \text{ мкм}$). Равенство нулю магнитной индукции называется *эффектом Мейсснера*, а потому часто говорят, что сверхпроводник I рода при $T < T_c$ и полях меньше критического находится в мейсснеровском состоянии. Левитирующие сверхпроводники I рода имеют только одно устойчивое положение равновесия, относительно которого они могут осциллировать либо вращаться практически без затухания.

Сверхпроводники II рода иначе реагируют на внешнее магнитное поле. Они находятся в мейсснеровском состоянии лишь при магнит-

ных полях $H < H_{c1}(T)$, а нормальными проводниками становятся при $H > H_{c2}(T)$. У ВТСП $H_{c1} \simeq 100$ Гс, а $H_{c2} \simeq 10^6$ Гс. В области магнитных полей $H_{c1} < H < H_{c2}$ в сверхпроводники II рода магнитное поле проникает в виде вихрей, каждый из которых переносит квант магнитного потока $\Phi_0 = 2,07$ Гс · см², и такое состояние называют *смешанным* состоянием. Чем значительнее магнитное поле превышает H_{c1} , тем больше вихрей проникает в образец. Вихри отталкиваются друг от друга, и в идеале образуют в кристалле треугольную решетку, отчетливо наблюдаемую в туннельном микроскопе или методом декорирования,

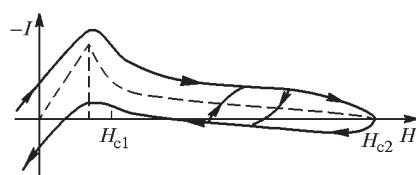
при посыпании поверхности образца мелким ферромагнитным порошком, частички которого собираются в областях сгущения магнитных силовых линий, т. е. там, где вихри выходят на поверхность.

В реальных материалах вихри магнитного потока не свободны, а закрепляются на различных неоднородностях материала, таких как дефекты кристаллической решетки, примеси, границы между областями с различной ориентацией кристаллографических осей. Закрепление вихрей по-другому называют *пиннингом*, и пиннингование вихрей приводит к существенным следствиям. Если пропустить электрический ток через идеальный сверхпроводник (с незапиннингованной вихревой решеткой),

Рис. 4. Зависимость намагниченности реального сверхпроводника II рода от внешнего поля. Пунктиром показана эта же зависимость для сверхпроводника в отсутствие пиннинга. Если внешнее магнитное поле изменяется от $-H_{c2}$ до H_{c2} , то кривая $I(H)$ симметрична относительно нуля; гистерезисная кривая может быть и несимметричной, если циклическое изменение поля происходит вблизи $H \neq 0$

то вихри под действием силы Лоренца начнут двигаться. Движущиеся магнитные вихри в свою очередь создают падение напряжения, и тем самым сверхпроводник оказывается в резистивном состоянии, его основное свойство — нулевое сопротивление — пропадает. Если же решетка запиннингована, то магнитное поле электрического тока до некоторых пор (пока сила Лоренца не станет превышать силу пиннинга) не сможет сдвинуть вихри и, как говорят, ток будет бездиссипативным.

Вторым существенным следствием пиннинга вихревой решетки является гистерезисный характер отклика сверхпроводника на внешнее магнитное поле, т. е. зависимость отклика от предыстории. Как это видно из рис. 4, в возрастающем поле сверхпроводник содержит меньше вихрей, чем при том же значении внешнего поля при его уменьшении. Кроме того, при нулевом внешнем магнитном поле в образце наблюдается ненулевое значение индукции — поток захватывается образцом. Сверхпроводник II рода ведет себя подобно ферромагнетику.



Наличие пиннинга вихрей приводит и к гистерезису магнитных сил. Сила F , действующая со стороны магнитного поля на небольшой сверхпроводник объема V , равна

$$F = V(\mathbf{I}(\mathbf{H}), \nabla \mathbf{H}). \quad (5)$$

На основе этого выражения можно в принципе рассчитать гистерезис магнитных сил, обусловленный гистерезисом $\mathbf{I}(\mathbf{H})$.

Следствием пиннинга также является внутреннее трение вихревой решетки, т. е. диссипативный характер ее движения. При движении сверхпроводника в неоднородном магнитном поле либо при его вращении в однородном поле изменяется пронизывающий его магнитный поток и происходит перестройка вихрей. При небольшом изменении внешнего поля, например при малых колебаниях сверхпроводника вблизи положения равновесия, вихревые нити в большинстве своем упруго изгибаются вокруг центров пиннинга и лишь малая их часть (с малой энергией пиннинга) переходит с одного места на другое. Однако при значительном изменении потока уже большая часть вихрей отрывается от старых центров пиннинга и перескакивают в новые положения равновесия. Эти перескоки связаны с изменением магнитного потока и сопровождаются выделением энергии, так как в центральной части вихря сверхпроводник находится в нормальном состоянии и поэтому движение вихря есть ни что иное как электрический ток в области с ненулевым сопротивлением.

В результате такого «сухого трения» левитирующий сверхпроводник II рода ведет себя подобно пластинке в песке: он может находиться в состоянии устойчивого равновесия в любой ориентации относительно внешнего поля. То же самое относится и к магниту, левитирующему над сверхпроводящей пластиной с сильным пиннингом. Удивительно, как легко наблюдать проявление пиннинга вихрей при левитации: если вы пытаетесь развернуть сверхпроводящую пластинку, она вначале сопротивляется внешней силе (вихревая решетка упруго изгибается), а потом вдруг она перескакивает в новое положение равновесия, что соответствует пространственной перестройке вихревой решетки.

Интересно также наблюдать, как резко меняется величина диссипации с амплитудой колебаний относительно положения равновесия, что качественно легко объяснимо на основе приведенной картины динамики вихревой решетки в сверхпроводнике II рода.

Задание

I. Определение T_c по падению сопротивления

- Установите ток I_0 через образец, не превышающий указанного для данного образца значение.
- Установите на самописце такое усиление «Y», которое соответствует измеряемому значению U_{34} .

3. Залейте азот в дьюар и медленно опустите камеру с образцом в азот. После охлаждения образца до температуры жидкого азота (когда прекратится интенсивное кипение) можно начинать измерения. По мере выкипания азота температура образца будет повышаться, и можно произвести измерения сопротивления в зависимости от температуры (от показаний термопары) в диапазоне от 77 К до примерно 100 К.

4. По графику $U_{34}(T_{\text{терм}})$ определите напряжение на термопаре, соответствующее «исчезновению» сопротивления и, пользуясь градуировочной таблицей, определите величину T_c .

5. Учитывая характеристики используемых приборов, оцените величину падения сопротивления при $T = T_c$.

II. Определение T_c по выталкиванию магнитного поля из сверхпроводника

Схема установки приведена на рис. 2. По катушкам 1 и 3 течет ток, как указано на рис. 2б. Наводимое им в катушке 2 магнитное поле компенсируется за счет подбора тока в катушках 1 и 3 (регулировкой переменных сопротивлений R). Образец находится в катушке 3.

При сверхпроводящем переходе часть магнитного поля выталкивается из катушки 3, компенсация нарушается, и в катушке 2 наводится ЭДС, регистрируемая прибором. Последовательность выполнения опыта следующая.

1. Подайте напряжение на первичные катушки 1 и 3 и скомпенсируйте выходной сигнал с катушки 2, регулируя резисторы R .

2. Подключите синхронный детектор к входу «Y» самописца и установите правильный с вашей точки зрения масштаб.

3. Залейте азот в дьюар, опустите камеру с образцом в азот и проведите измерения, аналогично тому, как это делалось в п.3 предыдущего раздела.

4. Снимите зависимость сигнала с катушки 2 от температуры образца.

5. По полученному графику определите величину T_c образца.

III. Определение T_c по кривой перехода, полученной с помощью магнитоэлектрических крутильных весов

Снимите кривую перехода образца в сверхпроводящее состояние с помощью крутильных весов (рис. 3). Определите температуру перехода как среднее значение температур, при которых магнитный момент образца составляет 0,1 и 0,9 максимального, и температурную ширину перехода. Оцените величину и градиент магнитного поля в месте расположения образца при измерениях, используя датчик Холла.

IV. Наблюдение явления магнитной левитации

В заключение работы вы можете наблюдать опыт, основанный на явлении магнитной левитации. При охлаждении керамического образца до температуры $T < T_c$ над ним может плавать небольшой магнит, часто

именуемый гробом Магомета (по преданию, гроб Магомета парил в воздухе). Это явление основано на эффекте Мейсснера.

1. Залейте азот в дьюар с магнитом. Охладите магнит и «гроб Магомета» до температуры жидкого азота.

2. Постарайтесь «повесить» образец над магнитом. Устойчив ли «гроб Магомета»?

ЛИТЕРАТУРА

1. Ципенюк Ю.М. Физические основы сверхпроводимости. — М.: Физматкнига, 2003.
2. Крылов И.П. Основы квантовой физики и строение вещества. — М.: МФТИ, 1989. Гл. IV.
3. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. Гл. 12.

Работа 12.2.

Проникновение магнитного поля в гранулярный ВТСП

Измеряется температурная зависимость глубины проникновения магнитного поля в керамический образец высокотемпературного сверхпроводника состава $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$. Измерения основаны на изменении с температурой частоты резонансного контура, катушка индуктивности которого намотана на сверхпроводящем кольце. По результатам измерений оценивается значение эффективной величины первого критического магнитного поля.

Сверхпроводниками являются многие чистые металлы (например, Hg, Pb, Sn, Al), сплавы и даже органические соединения. В 1986 г. был открыт новый класс соединений — металлооксиды, которые получили общее название *высокотемпературные сверхпроводники* — ВТСП, так как температура сверхпроводящего перехода в этих соединениях лежит в области 100 К («классические» сверхпроводники имеют T_c меньше 30 К). Высокотемпературные сверхпроводники относятся к сверхпроводникам II рода. Наибольшее распространение в настоящее время имеют ВТСП состава $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ и BiSrCaCuO_x , магнитные свойства которых исследуются в данной работе.

Исследуемые в данной работе образцы ВТСП получены спеканием соответствующих химических компонентов с последующим отжигом в атмосфере кислорода. В результате получается керамический сплав, состоящий из спекшихся сверхпроводящих гранул. Поэтому такие ВТСП называют керамическими или гранулярными. Характерный размер гранул обычно составляет около 10 мкм. Первые эксперименты проводились именно на таких керамических образцах, и лишь потом научились выращивать монокристаллические образцы, что до сих пор является довольно трудной технологической задачей. Следует отметить, что гранулярные сверхпроводники обладают новыми интересными физическими

свойствами, в принципе невозможными в классических негранулярных низкотемпературных сверхпроводниках. Гранулярные сверхпроводники представляют собой случайную среду со слабыми связями между отдельными гранулами, определяющими, в частности, ее крайне необычные электродинамические свойства. Под термином «слабая связь» понимается то, что реально между двумя сверхпроводящими микрокристаллами имеется слой окисла, который является диэлектриком. Поэтому, чтобы пройти из одной гранулы в другую, электронная пара должна протуннелировать сквозь барьер. Такой контакт называется слабым или джозефсоновским, а прослойкой — слабой связью.

Измерение зависимости глубины проникновения магнитного поля $\delta(T)$ от температуры в данной работе производится следующим образом. На кольцо из ВТСП-керамики (состава $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$) с внешним диаметром 13 мм, внутренним 8 мм и толщиной $\simeq 2,5$ мм намотана медная катушка, являющаяся индуктивностью LC -контура. Этот резонансный контур является частью автогенератора, собранного на туннельном диоде непосредственно вблизи ВТСП-образца. Частота генерации зависит от величины индуктивности по известному закону

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}. \quad (6)$$

Так как длина проникновения зависит от температуры, изменяется с температурой и величина индуктивности, а значит, и частота автогенератора. Поэтому измерение зависимости частоты генератора от температуры дает возможность измерить температурную зависимость глубины проникновения.

Следует подчеркнуть, что при используемом методе измеряется фактически не глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник, а глубина скин-слоя в данном материале, который представляет собой реально не кристаллический образец, а спеченные и по-разному ориентированные микрограмулы (керамика), контактирующие между собой не по всей поверхности, а лишь в каких-то точках (либо линиях раздела) и между которыми всегда есть поры. В силу достаточно большой анизотропии кристаллов ВТСП высокочастотные токи проникают вдоль наиболее «выгодных» направлений кристаллитов, причем в те из них, размеры которых сравнимы с величиной λ . Поэтому величина δ есть результат усреднения по всем микрограмулям и отражает не столько свойство ВТСП-материала, сколько в основном его макроструктуру. Более правильно в данном случае говорить не о лондоновской глубине проникновения, а о длине экранирования высокотемпературной керамикой внешнего магнитного поля. Если говорить о микропричине такого проникновения, то следует считать, что измеряется глубина проникновения в случайную сверхпроводящую трехмерную сетку, состоящую из джозефсоновских переходов в области контактов между микрокристаллитами.

Экспериментальная установка

Основой установки является низкотемпературная камера, в которой расположено кольцо из прессованной при высокой температуре керамики $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ с намотанной на нем тонким медным проводом катушкой, конденсатор резонансного контура и небольшой по величине конденсатор для передачи сигнала частотомеру, туннельный диод, являющийся частью автогенератора, и термометр — угольное сопротивление, зависимость от температуры которого в диапазоне $75 \div 100$ К линейна с коэффициентом $\alpha \approx 1,02 \Omega/\text{град}$. Для обеспечения равномерности температуры по объему сверхпроводника кольцо приклесено на медную пластину, которая крепится к верхнему основанию камеры. К этому же основанию припаян один конец угольного сопротивления. Чтобы уменьшить температурный градиент вдоль камеры, она выполнена из латуни, обладающей высокой теплопроводностью, и закрыта латунным цилиндром. Внешний латунный цилиндр предохраняет также детали автогенератора от намерзания водяных паров, что, как правило, приводит к резкому изменению его параметров и может при обледенении привести даже к обрыву радиотехнических цепей или поломке элементов.

Слабый теплоприток извне обеспечивается за счет того, что камера подвешена на тонкой трубке из нержавеющей стали. Внутри

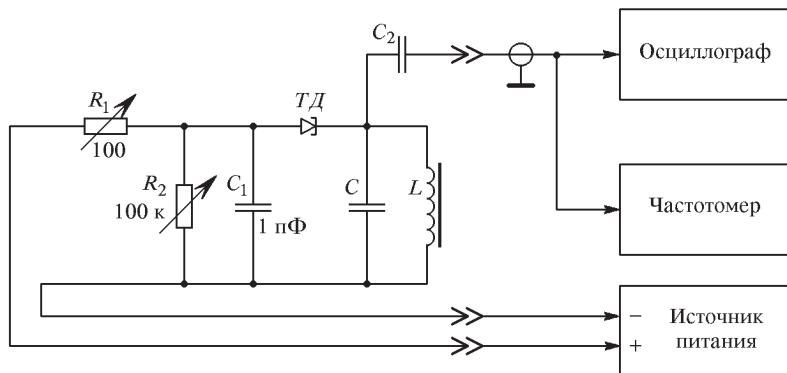


Рис. 5. Автогенератор и схема его подсоединения к источнику питания и измерительным приборам

этой трубы проложены все необходимые для измерений провода, приходящие на радиочастотный разъем. Схематически устройство всего измерительного блока показано на рис. 5.

Порядок проведения работы

При работе с жидким азотом, температура которого равна примерно -196°C , необходимо соблюдать следующие меры предосторожности: ни в коем случае не допускать попадания азота на открытые части тела

(руки, лицо), ибо это может привести к травмам. Следует иметь в виду, что, попадая на теплые предметы, в том числе и при заливке в теплый дьюар при охлаждении измерительной камеры, азот мгновенно испаряется, и под действием паров жидкость может выплыснуться достаточно далеко. Поэтому эти операции должны проводиться медленно и крайне аккуратно.

Измерения температурной зависимости глубины проникновения магнитного поля проводятся как при охлаждении до температуры кипения жидкого азота, так и при отогреве, в следующей последовательности.

1. Соберите измерительную схему и, убедившись в ее правильности, включите частотометр, осциллограф для наблюдения генерации, измеритель сопротивления термометра и подайте напряжение на автогенератор. Плавно меняя регулировочное сопротивление, установленное в верхней части прибора, добейтесь правильной (синусоидальной) формы колебаний.

2. Залейте жидкий азот в дьюар примерно на 1/2 его объема. Переливать жидкий азот из транспортного дьюара нужно достаточно медленно, чтобы не происходило его выплескивания.

3. Чтобы не допускать сильных механических напряжений за счет градиента температуры и быть уверенным в термодинамическом равновесии системы во всем температурном диапазоне, процессы охлаждения и нагревания должны проводиться достаточно медленно. Охлаждение измерительной камеры проводится путем медленного опускания ее с помощью верньерного устройства вначале только до уровня жидкости, и лишь затем можно погрузить ее полностью в жидкий азот. Уровень погружения измерительной камеры легко контролируется визуально через прозрачные окна в дьюаре. По мере охлаждения камеры будет расти сопротивление угольного термометра и изменяться частота генерации. Примерно с температурой 110 К необходимо непрерывно записывать показания термометра и частотометра.

4. В конце охлаждения следует убедиться, что камера полностью погружена в жидкий азот, ибо испарение азота происходит постоянно.

5. Медленно поднимите камеру так, чтобы ее нижний конец находился только в парах жидкого азота примерно на расстоянии 5 мм от уровня жидкости.

6. За счет теплопритока температура камеры будет постепенно повышаться, и в течение этого процесса необходимо записывать температуру камеры и частоту генерации. Измерения заканчиваются при достижении температуры камеры порядка 100 К. Если отогрев системы идет слишком медленно, можно приподнять камеру еще примерно на 5 мм.

7. Постройте график зависимости частоты генерации от температуры, чтобы убедиться, что на графиках имеются особенности при каком-то значении температуры (температуре перехода). Если окажется, что температурные зависимости частоты при охлаждении и при нагреве отличаются, значит процесс измерения проводился в неравновесных усло-

виях и необходимо повторить измерения. Только после этого поднимите камеру из азотного дьюара.

Обработка результатов

1. Постройте зависимость частоты генератора от температуры и из графиков определите критическую температуру сверхпроводящего перехода. При вычислении температуры следует считать, что наименьшей температуре соответствует температура кипения азота (77 К), а при более высоких температурах — воспользоваться температурной зависимостью сопротивления термометра. Оцените по формуле (12.25) величину энергетической щели в данном образце YBaCuO при нулевой температуре.

2. Параметры контура меняются с температурой, тем самым изменяется с температурой и частота генератора. Этот температурный ход хорошо виден в области температур выше критической. Сделав линейную экстраполяцию этого участка на весь диапазон измерений, вычислите изменение с температурой частоты генератора с «пустым» кольцом $\omega_0(T)$.

3. На основе полученных данных постройте зависимость глубины проникновения магнитного поля δ от температуры. Обработка экспериментальных данных производится следующим образом.

Индуктивность длинной катушки пропорциональна площади, занятой проникающим через нее магнитным потоком. Пусть размеры катушки в поперечном сечении равны a_0 и b_0 , размеры сверхпроводника a и b , глубина проникновения равна δ . В таком случае, как легко видно из рис. 6,

$$L = A[a_0 b_0 - (a - 2\delta)(b - 2\delta)], \quad (7)$$

где A — коэффициент пропорциональности.

В соответствии с формулой (7),

$$\frac{1}{\omega^2(T)} - \frac{1}{\omega^2(0)} = CA[2(a + b)(\delta(T) - \delta(0))], \quad (8)$$

где $\omega(0)$ — частота контура при нулевой температуре. При температуре $T > T_c$ сверхпроводник никак не влияет на частоту генерации, и, как указывалось выше, по этой области можно определить температурную зависимость резонансной частоты $\tilde{\omega}$ «пустого» контура

$$\frac{1}{\tilde{\omega}^2} = CAa_0 b_0. \quad (9)$$

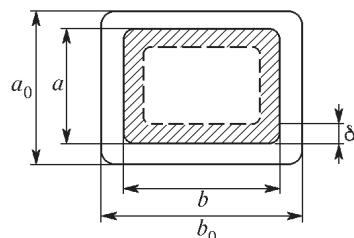


Рис. 6. Поперечное сечение сверхпроводящего кольца с обмоткой; область, в которую проникает магнитный поток от катушки, заштрихована (масштаб не соблюден)

Таким образом,

$$\Delta\delta(T) = \delta(T) - \delta(0) = \frac{a_0 b_0}{2(a+b)} \frac{1/\omega^2(T) - 1/\omega_0^2}{1/\tilde{\omega}^2}. \quad (10)$$

В данной установке $a_0 \simeq a = 2$ мм, $b_0 \simeq b = 2,5$ мм; так как катушка намотана непосредственно на кольцо очень тонким проводом, то

$$\Delta\delta(T) = \frac{1}{2} \frac{1/\omega^2(T) - 1/\omega_0^2}{1/\tilde{\omega}^2} \text{ мм.} \quad (11)$$

Как указывалось выше, в «обычных» сверхпроводниках и в монокристаллических образцах ВТСП температурная зависимость лондоновской глубины описывается формулой (12.29), то есть она линейна в зависимости от параметра $Y_T = [1 - (T/T_c)^4]^{-1/2}$, который называется приведенной температурой Гортера–Казимира. В этих координатах $\lambda(T) = \lambda(0)Y_T$. Именно в зависимости от этого параметра и надо построить функцию $\Delta\delta(T)$. По наклону этой функции при значении параметра Y_T вблизи единицы (в данной работе эта область соответствует области температур вблизи температуры кипения азота) нужно найти значение $\delta(0)$. Оцените, при какой температуре длина проникновения становится равной размеру кольца в поперечнике ($\simeq 1,25$ мм).

4. Оцените по полученным данным значение эффективного первого критического магнитного поля \tilde{H}_{c1} для керамического образца при нулевой температуре, считая, что полученная величина δ эквивалентна в керамике лондоновской глубине (формула (12.7)); в действительности в данном случае мы имеем дело не с абрикосовскими вихрями, а с джозефсоновскими, проникающими через «слабые» места сверхпроводящего материала). Вычислите значения \tilde{H}_{c1} при температуре кипения жидкого азота и при температуре на два градуса меньше критической.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ципенюк Ю. М. Физические основы сверхпроводимости. — М.: Физматкнига, 2003.
2. Крылов И. П. Основы квантовой физики и строение вещества. — М.: МФТИ, 1989. Гл. IV.
3. Иванов А. А. Введение в квантовую физику систем из многих частиц. — М.: МФТИ, 1993. §§ 11, 12.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерением какой-либо физической величины называется операция, в результате которой мы узнаем, во сколько раз измеряемая величина больше (или меньше) соответствующей величины, принятой за единицу. Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно, ибо, во-первых, мы пользуемся вторичными эталонами и, во-вторых, есть принципиальный квантово-механический предел точности измерений. Ясно, что мы, как правило, не можем сделать ошибку меньше, чем та, которая определяется точностью измерительного прибора. С другой стороны, во всяком измерении присутствуют случайные ошибки, т. е. ошибки, обусловленные различными случайными факторами (нестабильность аппаратуры, помехи, флуктуации), которые могут быть присущи и самой измеряемой величине, как это имеет место, например, в случае радиоактивного распада. Поэтому в задачу измерений входит не только нахождение самой величины, но также и оценка допущенной при измерении погрешности.

I. Типы ошибок. Статистические распределения

Различаются три типа ошибок.

1. *Систематические*, величина и знак которых не меняются от измерения к измерению, если все измерения проводятся одним и тем же методом с помощью одних и тех же приборов. В большинстве своем систематические ошибки — это инструментальные ошибки. Приборы, которыми производятся измерения, не могут быть идеальными — может быть неправильным начало отсчета, всегда имеются неточности в изготовлении, параметры прибора могут изменяться со временем, на их показания могут влиять температура, давление, может оказаться неточной градуировка или юстировка измерительной аппаратуры и т. п.

2. *Случайные*. Величина и знак случайных ошибок различны даже для измерений, выполненных одинаковым образом. Случайные ошибки обязаны своим происхождением ряду случайных причин, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено. Случайные величины разделяются на два класса: на дискретные и непрерывные. Дискретная случайная величина может принимать лишь определенные точные значения (например, число зарегистрированных частиц), непрерывная случайная величина может принимать любые значения во всей области существования. Фактически систематическая ошибка определяет тот максимальный предел точности, с которой могут проведены абсолютные измерения.

Следует особо подчеркнуть, что систематическая ошибка определяет именно минимальную абсолютную ошибку, с которой могут быть про-

ведены измерения. Однако, если речь идет об измерении какой-либо функциональной зависимости, точность измерения часто может быть существенно повышена. Например, пусть с помощью металлической линейки, у которой абсолютная точность не превышает 1 мм, мы хотим измерить зависимость длины стержня от температуры, причем максимальное удлинение стержня составляет всего 0,5 мм. Воспользовавшись лупой (или микроскопом с визирной шкалой), мы можем измерять удлинение с точностью до 0,1 и даже 0,01 мм и получить правильные результаты, хотя полную длину стержня с такой точностью измерить нельзя.

Не всегда разброс измерения означает, что мы имеем дело со случайным процессом. Например, если достаточно точным прибором измерять диаметр проволоки, то оказывается что в разных ее местах он разный. Этот разброс не обусловлен изменением диаметра во времени, а отражает случайные процессы, происходившие во время изготовления проволоки, такие как вибрации, постепенный износ оборудования, колебания температуры, неравномерность примесей в исходном материале. Здесь следует напомнить о предельной теореме Ляпунова: если суммарная погрешность появляется в результате совместного действия ряда факторов, каждый из которых вносит малую долю в общую погрешность, то по какому бы закону ни были распределены погрешности, вызываемые каждым из факторов, их суммарное воздействие приведет к гауссовскому распределению погрешностей. Поэтому характеризовать наблюдаемый разброс диаметра проволоки, являющейся проявлением целого ряда случайных факторов, можно средней величиной диаметра и величиной отклонения от этого значения.

3. *Промахи.* Источником последних является недостаток внимания экспериментатора либо сбой измерительной аппаратуры. Наличие грубых ошибок оказывается в том, что среди сравнительно близких результатов есть одно или несколько значений, заметно отличающихся по величине от общего уровня, как говорят, есть «выскакивающие измерения». Однако признать какое-либо измерение промахом только по принципу «выскакивания» недопустимо. Такие измерения либо должны быть повторены, либо к ним должен быть применен вероятностный критерий (см. раздел V).

При измерениях физических величин в тех случаях, когда основную роль играют случайные ошибки, погрешность измерения также является случайной величиной. Действительно, случайные ошибки образуются, как правило, в результате совокупности ряда мелких неучитываемых причин, каждая из которых вносит незначительный вклад в общую ошибку. Следует считать, что часть из этих ошибок положительна, часть — отрицательна. Общая ошибка, которая образуется в результате сложения таких элементарных ошибок, может иметь различные значения, но каждому из них будет соответствовать, вообще говоря, разная вероятность и для построения теории должна быть задана

ее плотность $\varphi(x)$ или функция распределения. Плотность вероятности имеет простой смысл. Пусть какая-то случайная физическая величина принимает непрерывный ряд значений. Тогда вероятность того, что случайная величина примет значение, лежащее в пределах от x до $x + \Delta x$, равна $\varphi(x)\Delta x$. Функция $\varphi(x)$ должна удовлетворять очевидному условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)dx = 1,$$

которое отражает тот факт, что во всем интервале значений параметров случайной величины событие всегда происходит.

Обозначим неизвестное точное значение измеряемой величины через a , произвольный результат измерения — через x . Ошибкой назовем величину

$$\delta = \Delta x = x - a. \quad (\text{I.1})$$

Если случайная ошибка подчиняется нормальному закону распределения, то плотность вероятности случайных ошибок определяется формулой

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\delta^2/(2\sigma^2)}. \quad (\text{I.2})$$

Это означает, что плотность вероятности случайных результатов измерений выражается следующим образом:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)}. \quad (\text{I.3})$$

В этом выражении σ^2 — это дисперсия случайных ошибок, а σ называется средней квадратичной или стандартной ошибкой отдельного измерения.

Нормальный закон распределения ошибок (формула Гаусса) выводится на основе следующих предположений.

1. Ошибки измерений могут принимать непрерывный ряд значений.
2. При большом числе наблюдений ошибки одинаковой величины, но разного знака встречаются одинаково часто.
3. Частота появления ошибок уменьшается с увеличением величины ошибки. Иначе говоря, большие ошибки наблюдаются реже, чем малые.

Вероятностный смысл величины σ известен из общей теории нормального распределения. Так как случайная величина может принимать в принципе любые значения, то для характеристики величины случайной ошибки необходимо задать два числа, а именно величину самой ошибки (или доверительного интервала) и величину доверительной вероятности.

В подавляющем большинстве случаев результат измерений записывают в виде

$$x = \bar{x} \pm s_{\bar{x}},$$

считая, что \bar{x} — среднеарифметическое значение измеряемой величины, близкое к истинному ее значению a , а дисперсия σ^2 совпадает с вычисленным по результатам конечного числа измерений среднеквадратичным отклонением s^2 (см. формулы (I.8) и (I.20)). Как будет показано ниже, это означает, что если мы измерили нашу величину x какое-то конечное число раз, и определили s^2 , то при единичном измерении данной величины тем же методом ее значение с вероятностью примерно 70% будет лежать в интервале $\bar{x} \pm s$, если распределение ошибок подчиняется нормальному закону. Конечно, чем большее число измерений случайной величины мы производим, тем меньше будет ошибка в определении ее средней величины.

Не всегда повторными измерениями можно уменьшить ошибку. Представьте себе, что обычной линейкой вы измеряете длину стола, и оказывается, что никакого разброса не наблюдается, а значит нет никаких случайных ошибок. Что касается случайных ошибок, то такой вывод верен. Действительно, если повторные измерения приводят к одному и тому же значению измеряемой величины, случайной ошибкой можно пренебречь. Но это совсем не означает, что можно повысить точность измерений, скажем, определяя с помощью увеличительного стекла длину с точностью до десятых долей нанесенных на линейку делений. Дело в том, что линейка сделана с определенной точностью и наименьшее нанесенное не ее деление как раз соответствует той точности, т. е. ошибке, с которой могут быть проведены измерения. Ошибка такого рода, как уже выше обсуждалось, называется *систематической*. Эта ошибка является определенной по величине и ее можно, в принципе, узнать, сравнив показания линейки с показаниями более точного инструмента, но если такого сравнения не сделано, то такая систематическая ошибка всегда присутствует при измерениях. Систематическая ошибка (предельная точность измерений) имеется у всех измерительных приборов, ее величина указывается либо на самих инструментах, либо в руководствах по их использованию. Фактически систематическая ошибка определяет тот максимальный предел точности, с которой могут быть проведены абсолютные измерения.

Следует сразу подчеркнуть: по результатам конечного числа измерений мы *принципиально не можем* найти истинное значение a и дисперсию случайной величины σ^2 . Среднеарифметическое значение \bar{x} и среднеквадратичное отклонение s^2 являются лишь их вероятностными оценками. Подробно мы обсудим эти вопросы в следующем разделе.

Рассмотрим свойства нормального закона распределения ошибок. Обозначим через α вероятность того, что результат измерений x отличается от истинного значения a , которое мы отождествляем с \bar{x} , на величину не больше, чем Δx . Это принято записывать в виде

$$P(-\Delta x < x - \bar{x} < \Delta x) = \alpha$$

или

$$P(\bar{x} - \Delta x < x < \bar{x} + \Delta x) = \alpha. \quad (\text{I.4})$$

Вероятность α носит название доверительной вероятности, или коэффициента надежности. Интервал значений от $x - \Delta x$ до $x + \Delta x$ называется доверительным интервалом. Приведенное выражение означает, что с вероятностью, равной α , результат измерений не выходит за пределы доверительного интервала от $x - \Delta x$ до $x + \Delta x$.

Средней квадратичной ошибке σ соответствует доверительная вероятность 0,68, удвоенной средней квадратичной ошибке 2σ — доверительная вероятность 0,95, утроенной 3σ — 0,997. Это означает, в частности, что вероятность появления события в интервале $a \pm \sigma$ равна 68%, что записывается в виде

$$P(|\delta| \leq \sigma) \simeq 0,68.$$

И аналогично

$$P(|\delta| \leq 2\sigma) \simeq 0,95, \quad P(|\delta| \leq 3\sigma) \simeq 0,9973. \quad (I.5)$$

Особое значение нормального распределения определяется следующим обстоятельством: в тех случаях, когда суммарная ошибка появляется в результате совместного действия ряда причин, каждая из которых вносит малую долю в общую ошибку, по какому бы закону ни были распределены ошибки, вызываемые каждой из причин, результат их суммарного действия приведет к гауссовскому распределению ошибок. Эта закономерность является следствием так называемой центральной предельной теоремы Ляпунова, которую мы выше уже обсуждали. Основным условием ее применимости является отсутствие отдельных источников доминирующих ошибок. В ряде случаев экспериментатору приходится выяснить возможность применения нормального распределения и иногда заменять его другим, более подходящим (например, логарифмическим нормальным законом). Вопрос о том, как проверить статистику наблюдаемых ошибок, т. е. какому вероятностному закону они подчинены, мы рассмотрим дальше в разделе V.

Рассмотрим теперь распределение Пуассона — одно из самых распространенных распределений дискретных событий. Мы будем для определенности рассматривать ядерное излучение, которое является дискретным по своей природе. Дискретность излучения и его вероятностный характер означают, что при независимости отдельных актов регистрации излучения количество импульсов, регистрируемых в заданный промежуток времени, подчиняется распределению Пуассона

$$P(N) = \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}}.$$

Закон распределения $P(N)$ определяет связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Иначе говоря, если \bar{N} — среднее число импульсов, регистрируемых

за данный отрезок времени, то $P(N)$ — это вероятность того, что будет зарегистрировано N импульсов. Дисперсия пуассоновского распределения равна

$$\sigma^2 = \bar{N}, \quad (I.6)$$

т. е. закон Пуассона является, в отличие от нормального закона однопараметрическим распределением. Поэтому, аналогично гауссовскому закону, результат измерений записывается обычно в виде

$$N = \bar{N} \pm \sqrt{\bar{N}}.$$

Гауссовский и пуассоновский законы распределения при различных значениях дисперсий приведены на рис. I.1. Подчеркнем следующее принципиальное отличие этих распределений: нормальный закон

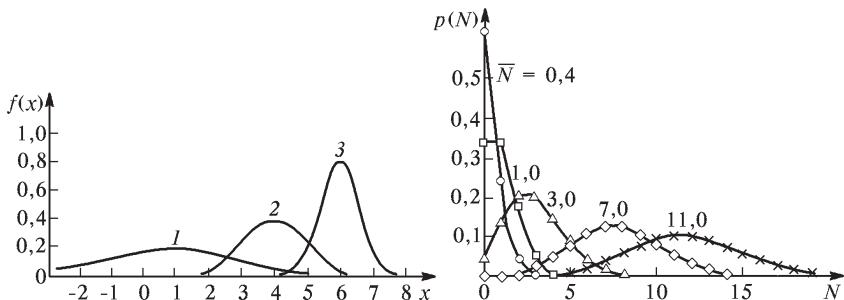


Рис. I.1. Распределение Гаусса (слева) при различных значениях параметров a и σ : 1 — $a = 1, \sigma = 2$; 2 — $a = 4, \sigma = 1$; 3 — $a = 6, \sigma = 0,5$. Распределение Пуассона (справа) при различных числах N ; имеют смысл лишь значения при целочисленных N

является симметричным, т. е. вероятность появления ошибок разного знака одинакова, в то время как пуассоновское распределение является принципиально асимметричным. Асимметрия распределения Пуассона равна $1/\sqrt{\bar{N}}$, и поэтому это распределение практически не отличается от нормального при полном количестве импульсов больше 30.

II. Экспериментальное определение параметров распределения и их ошибок

Функции распределения описывают генеральные совокупности, т. е. гипотетический полный набор всех возможных значений, которые может принимать случайная величина. В эксперименте мы всегда имеем дело с выборкой — конечным числом значений случайной величины. Естественно, что в любой конечной серии измерений нельзя определить точно ни истинное среднее значение, ни дисперсию случайной величины. Каким образом можно получить оценки неизвестных параметров генеральной совокупности и их погрешности, которые, в свою очередь, являются случайными величинами?

Итак, эксперимент проведен, получены n значений случайной величины x . Говорят также, что составлена выборка, и составлена она правильно (как принято говорить, она репрезентативна, т. е. «представительна»).

Для большинства статистических распределений наиболее правдоподобная оценка истинного среднего случайной величины x есть арифметическое среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (\text{I.7})$$

Кроме того, на основе полученных результатов мы можем рассчитать выборочное среднеквадратичное отклонение

$$s_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (\text{I.8})$$

Можно ли утверждать, что вычисленные для этой выборки значения параметров равны тем значениям, которые характеризуют генеральную совокупность? Что касается среднего значения случайной величины, то, как указывалось выше, среднеарифметическое значение является наилучшей несмещенной оценкой истинного среднего значения. Однако для нормального закона распределения усреднение по всем выборкам даст правильное значение генеральной дисперсии σ^2 лишь в том случае, если в качестве выборочной оценки этой дисперсии мы возьмем величину

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (\text{I.9})$$

т. е. при вычислении выборочной оценки дисперсии нужно делить сумму квадратов отклонений не на число всех отклонений n , а на число отклонений, являющихся независимыми. Дело в том, что в силу соотношения (I.7) отклонения связаны условием

$$\sum n_i(x_i - \bar{x}) = 0, \quad (\text{I.10})$$

так что независимо могут быть заданы только $(n-1)$ отклонений — n -е отклонение должно по необходимости быть таким, чтобы выполнялось условие (I.10). Число независимых величин, участвующих в образовании того или иного параметра, называется числом степеней свободы этого параметра и обозначается f . Оно равно общему числу величин, по которым вычисляется параметр, минус число условий, связывающих эти величины. Дисперсия вычисляется по n отклонениям, связанным одним условием (I.10), так что число степеней свободы дисперсии равно $f = n - 1$; среднее значение вычисляется по n вариантам, не связанным каким-либо условием, а поэтому число степеней свободы среднего

значения есть $f = n$. Конечно, при больших n выражения (I.8) и (I.9) эквивалентны.

Как указывалось выше, дисперсия пуассоновского распределения равна N . Однако, в силу асимметрии пуассоновского распределения (еще раз подчеркнем, что эта асимметрия возникает из-за того, что число зарегистрированных событий есть принципиально положительная величина), запись результатов измерений в виде $(N \pm \sqrt{N})$ при малых N оказывается неправильной, так как число значений в интервалах $(\bar{N} + \sqrt{N})$ и $(\bar{N} - \sqrt{N})$ различно.

Пусть, например, зарегистрировано всего 4 события, и пишут $\bar{N} = 4 \pm 2$, подразумевая при этом, что с вероятностью 0,68 истинное значение \bar{N} находится в пределах $2 < \bar{N} < 6$, а на самом деле, в силу асимметрии распределения Пуассона, доверительные пределы для этой доверительной вероятности равны 2,1 и 7,1, т. е. с вероятностью 0,68 истинное значение находится в пределах $2,1 < \bar{N} < 7,1$, а для $p = 0,99$ этот интервал равен $0,67 < \bar{N} < 12,6$.

До сих пор мы все время считали, что все измерения проведены с одинаковой точностью и такие измерения называются равноточными. Однако, такое бывает далеко не всегда — это могут быть измерения одной и той же величины различными приборами, либо меняющейся со временем величины (радиоактивный распад) и т. п. В таком случае говорят, что результаты измерений имеют разный вес, а сами измерения — неравноточны. Веса отдельных измерений w_i обратно пропорциональны их асимптотическим дисперсиям σ_i^2 (реально это, конечно, s_i^2), что совершенно естественно — чем меньше ошибка измерения, тем больше их надежность. При неравноточных измерениях средневзвешенное значение измеряемой величины и среднее взвешенное квадратов отклонений равны

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}, \quad s_w^2 = \frac{\sum w_i (x_i - \bar{x}_w)^2}{\sum w_i}. \quad (\text{I.11})$$

Обратимся теперь к вопросу о сложении ошибок. В реальных опытах присутствуют как систематические, так и случайные ошибки. Пусть они характеризуются стандартными погрешностями $\sigma_{\text{систем}}^2$ и $\sigma_{\text{случ}}^2$. Суммарная погрешность находится по формуле

$$\sigma_{\text{полн}}^2 = \sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{систем}}^2. \quad (\text{I.12})$$

Совершенно ясно, что если систематическая ошибка является определяющей, т. е. ее величина существенно больше величины случайной ошибки, присущей данному методу, то достаточно выполнить измерение один раз. Если же случайная ошибка является определяющей, то измерение следует производить несколько раз. Число измерений целесообразно выбирать таким, чтобы случайная ошибка среднего арифметического была меньше систематической ошибки, с тем чтобы последняя опять определяла окончательную ошибку результата. В том случае,

когда случайная и систематическая ошибка одного порядка, надо пользоваться формулой (I.12).

Общая формула для расчета ошибок при косвенных измерениях некоторой величины A имеет следующий вид. Пусть

$$A = f(B, C, D, \dots), \quad (I.13)$$

где f — произвольная функция величин B, C, D и т. д. Тогда

$$A_{\text{наил}} = f(B_{\text{наил}}, C_{\text{наил}}, D_{\text{наил}}, \dots). \quad (I.14)$$

Эта формула справедлива, когда $B_{\text{наил}}, C_{\text{наил}}, D_{\text{наил}}$ и т. д. непосредственно измерены, так и в том случае, если они найдены по измеренным значениям других величин. В первом случае значения $B_{\text{наил}}, C_{\text{наил}}, D_{\text{наил}}$ равны \bar{B}, \bar{C} и т. д. Погрешность A находится по формуле

$$\sigma_A^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial B} \right)^2 \sigma_B^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} \right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \dots \quad (I.15)$$

Рассмотрим два важных частных случая. Пусть наша измеряемая величина x является суммой (или разностью) большого числа слагаемых

$$x = A + B + C + \dots \quad (I.16)$$

Тогда средняя квадратичная ошибка суммы (или разности) независимых величин равна квадратному корню из суммы дисперсий отдельных слагаемых:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \dots} \quad (I.17)$$

На основе полученного закона сложения ошибок легко определить погрешность среднего арифметического. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n — результаты отдельных измерений, характеризующихся одной и той же дисперсией s^2 . По определению среднего арифметического

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \dots + \frac{x_n}{n}. \quad (I.18)$$

Дисперсия этой величины в соответствии с (I.18) равна

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n^2} + \frac{s^2}{n^2} + \dots + \frac{s^2}{n^2} = \frac{ns^2}{n^2} = \frac{s^2}{n}, \quad (I.19)$$

откуда сразу следует выражение для средней квадратичной погрешности среднего арифметического

$$s_{\bar{x}} = \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}. \quad (I.20)$$

Итак, средняя квадратичная погрешность среднего арифметического равна средней квадратичной погрешности отдельного результата, деленной на квадратный корень из числа измерений. Это фундаментальный закон возрастания точности при росте числа наблюдений. Разумеется, это относится лишь к измерениям, при которых точность результата полностью определяется случайной ошибкой.

При практической работе очень важно строго разграничивать применение средней квадратичной ошибки отдельного измерения s и средней квадратичной ошибки среднего арифметического $s_{\bar{x}}$:

s характеризует точность применяемого метода измерений, т. е. если мы проводим данным методом измерение лишь один раз, то с вероятностью 68% полученный результат будет отличаться от истинного не более, чем на $\pm s$,

$s_{\bar{x}}$ — это оценка погрешности среднего арифметического, т. е. того числа, которое мы получили в результате всех произведенных измерений; с вероятностью 68% истинный результат лежит в интервале $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$.

Пусть теперь искомая величина равна произведению измеряемых величин A, B, C, \dots , так что

$$x = A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots, \quad (I.21)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ — любые числа, целые или дробные, положительные или отрицательные. Тогда ошибка измерения находится по формуле

$$\frac{\sigma_x}{x} = \sqrt{\alpha^2 \frac{\sigma_A^2}{A^2} + \beta^2 \frac{\sigma_B^2}{B^2} + \gamma^2 \frac{\sigma_C^2}{C^2} + \dots} \quad (I.22)$$

Следует подчеркнуть, что излишне большое число приводимых десятичных знаков, легко достижимое при пользовании калькулятором либо компьютером, создает ложное впечатление о большой точности результата. Все оценки ошибок являются принципиально вероятностными оценками! При записи измеренного значения последней должна указываться цифра того десятичного разряда, который использован при указании погрешности.

Итак, всегда есть разница между генеральной σ^2 и выборочной s_n^2 дисперсиями, ибо, как правило, погрешность метода приходится определять в процессе измерений, и мы обычно можем определить только величину s_n , соответствующую тому или иному, но всегда сравнительно небольшому числу измерений n .

Для определения погрешности, с которой выборочная среднеквадратичная погрешность измерения s_n отличается от своего предельного значения σ , можно воспользоваться приближенной формулой

$$\sigma_{s_n} = \frac{\sigma}{\sqrt{2(n-1)}}. \quad (I.23)$$

Из этой формулы следует, что при $n = 5$ отношение $\sigma_{s_n}/\sigma = 35\%$, При $n = 10 - 24\%$, а уже при $n = 25$ стандартная ошибка σ определяется с точностью около 15%. Надо иметь в виду, что при $n < 10$ формула (I.23) дает лишь грубую оценку ошибки.

Точно так же, если мы для оценки доверительной вероятности α будем считать, что полученные нами значения s_n совпадают с величиной σ , то получим неверные (завышенные) значения α .

При малом числе измерений (особенно при $n < 10$) неверно считать, что доверительный интервал $\pm\sigma$ соответствует доверительной вероятности 0,68. На это было впервые указано Стьюдентом (псевдоним В. Госсета). Им было получено распределение выборочных \bar{x} при разных n для случая, когда варианты в генеральной совокупности распределены нормально. Анализ распределения Стьюдента показывает, что при малых n вероятность попадания в заданный интервал меньше, чем это следует из нормального закона, т. е. при $n \rightarrow \infty$. Поэтому доверительные интервалы для принятых доверительных уровней должны быть шире. Это утверждение для $n = 5, 10$ и ∞ иллюстрирует приведенная ниже таблица, в которой даны доверительные вероятности α и коэффициенты Стьюдента

$$t = \frac{\Delta x}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\Delta x \sqrt{n}}{s_n}, \quad (I.24)$$

определяющие доверительный интервал волях среднеквадратичной ошибки.

Таблица I.1. Доверительные интервалы (волях среднеквадратичной ошибки) для различных доверительных вероятностей при разных числах выборки

n	$\alpha = 0,68$	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 0,997$
5	1,2	2,8	7
10	1,1	2,3	3,9
∞	1	2	3

Как видно из таблицы, особенно сильно меняется доверительный интервал для высоких доверительных уровней.

Используя коэффициенты Стьюдента, мы можем переписать равенство (I.2) в виде

$$P\left(\bar{x} - t_{\alpha n} \frac{s_n}{\sqrt{n}} < x < \bar{x} + t_{\alpha n} \frac{s_n}{\sqrt{n}}\right) = \alpha \quad (I.25)$$

Коэффициенты Стьюдента $t_{\alpha n}$, вычисленные по законам теории вероятностей для различных α и n , приведены в табл. I.2.

Рассмотрим два примера.

1) Пусть в результате 5 измерений величины x мы нашли, что $\bar{x} = 31,2$, а $s_n = 0,22$. Мы хотим найти доверительную вероятность того,

что среднеарифметическое отличается от истинного не более чем на 0,2 (на $2\sigma_{\bar{x}} = 2s_n/\sqrt{n} = 0,2$), т. е. будет выполняться неравенство

$$31,0 < \bar{x} < 31,4$$

Значения $t_{\alpha n}$ найдем, подставляя наши величины в формулу (I.25), тогда

$$t_{\alpha n} = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{5}{0,22}} = 2$$

По таблице находим, что доверительная вероятность для этого случая получается равной 0,9, а не 0,95, как это следует из формулы (I.14) для доверительного интервала $\pm 2\sigma$.

Таблица I.2. Границные значения $t_{\alpha n}$ (критерия Стьюдента). Нулевая гипотеза принимается при $t \leq t_{05}$ и отвергается при $t > t_{01}$ при числе степеней свободы f

f	Доверительные уровни					
	70%	80%	90%	95%	99%	99,9%
1	1,96	3,08	6,31	12,71	63,66	—
2	1,39	1,89	2,92	4,30	9,93	31,60
3	1,25	1,64	2,35	3,18	5,84	12,94
4	1,19	1,53	2,12	2,78	4,60	8,61
5	1,16	1,48	2,01	2,57	4,03	6,86
6	1,13	1,44	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,12	1,41	1,89	2,37	3,50	5,41
8	1,11	1,40	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,10	1,38	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,09	1,37	1,81	2,23	3,17	4,59
15	1,07	1,34	1,75	2,13	2,95	4,07
20	1,06	1,33	1,72	2,09	2,85	3,85
25	1,06	1,32	1,71	2,06	2,79	3,73
30	1,06	1,31	1,70	2,04	2,75	3,65
∞	1,04	1,28	1,64	1,96	2,58	3,29

f	Уровни значимости					
	30%	20%	10%	5%	1%	0,1%

2) Пусть в результате $n = 10$ измерений получены результаты $\bar{x} = 5,46$, а $s_{\bar{x}} = 0,62$. Требуется найти 95%-й доверительный интервал для \bar{x} . По таблице находим, что $t_{\alpha n}(\alpha = 0,95, n = 10) = 2,23$. Поэтому доверительные границы для \bar{x} будут равны $5,46 - 2,23 \cdot 0,62 \simeq 4,1 < \bar{x} < 5,46 + 2,23 \cdot 0,6 \simeq 6,9$, т. е. $4,1 < \bar{x} < 6,9$.

III. Графический способ подбора формул. Планирование эксперимента

Как правило, зависимость между переменными величинами получается в опыте как значения некой функции на дискретном ряде точек, то есть в виде таблицы, и на основе эксперимента необходимо найти вид этой функциональной зависимости. Могут понадобиться в дальнейшем значения функции при промежуточных значениях независимой переменной (задача *интерполяции*) или при значениях независимой переменной, лежащих за пределами таблицы (задача *экстраполяции*).

Подбор формул по экспериментальным данным называют *подбором эмпирических формул*. На самом деле, конечно, формула тем лучше, чем больше теоретических представлений вложено в нее, чем в меньшей степени она является эмпирической. В действительности нужно вначале задаться видом формулы, а затем, пользуясь результатами опыта, определять значения различных постоянных величин, входящих в нее.

Перед тем как приступить к подбору формулы, полезно нанести опытные данные на график, после чего на глаз, от руки провести через полученные точки наиболее правдоподобную кривую. При этом сразу выявляются те данные, в которых можно подозревать большие ошибки. Представление результатов измерений в виде графиков является важным вспомогательным методом анализа экспериментальных данных. Графики позволяют представить в легко обозримом виде экспериментальные данные даже очень большого объема, видеть зависимость между исследуемыми величинами, обнаруживать особенности в этих зависимостях, помогают более четко ставить задачи математического анализа результатов опыта.

Очень важно при проведении кривой, кроме экспериментальных точек, использовать общие соображения о том, как должна вести себя кривая при значениях аргумента, весьма близких к нулю, при больших значениях аргумента, проходит ли кривая через начало координат, пересекает ли координатные оси, касается ли их и т. п.

Следует иметь в виду, что при измерении функциональной зависимости ошибки присущи не только измеряемой функции, но и ее аргументу. Простейший пример — измерение температурной зависимости электросопротивления какой-либо проволоки. Как сопротивление, так и температура измеряются с конечной точностью! Это значит, что на графике должны быть указаны как ошибки по оси x , так и ошибки по оси y . Когда ошибка x является значимой, ее можно перевести в ошибку самой функции по правилу переноса ошибок (I.15)

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \sigma_x^2. \quad (I.26)$$

Пусть предполагается, что величины y и x связаны линейно, т. е. $y = kx + b$. Если нанести экспериментальные точки на график, то с помощью линейки нетрудно получить такую прямую, к которой экспериментальные точки лежат ближе всего. Напомним, что в уравнении прямой линии $y = kx + b$ числа k и b имеют простой геометрический смысл: b есть величина отрезка, отсекаемого прямой на оси y , а k есть угловой коэффициент прямой.

Большое преимущество графического способа связано с его наглядностью. Если экспериментальные точки ложатся на прямую, за исключением отдельных выпавших точек, то эти точки наглядно выделяются и видно, какие точки следует проверить. Если экспериментальные точки в целом не лежат на прямой, то это также видно из графика. В этом случае зависимость между величинами x, y имеет более сложный (нежели линейный) вид.

Прямая линия занимает исключительное положение в графическом подборе формул. Никакая другая линия не может быть так просто и вместе с тем так надежно проведена по данным точкам. Всякий, кто в практике лабораторной работы сравнивал определение чисел k и b в уравнении прямой по графику с определением их по методу наименьших квадратов (см. след. раздел), знает, что различие всегда весьма невелико.

Конечно, искомая функциональная зависимость далеко не всегда является линейной. Общая идея графического метода состоит в том, что надо ввести новые переменные так, чтобы в этих переменных интересующая нас зависимость становилась линейной.

Если эмпирическая формула подбрана хорошо, то интерполяция обычно дает хорошие результаты и редко приводит к большим ошибкам. Значительно труднее другая задача: найти, какое значение y следует ожидать из опыта при некотором значении x , лежащем вне исследованного на опыте промежутка изменения аргумента, например при $x > x_p$. Определение такого значения по данным опыта составляет задачу экстраполяции. Решение задачи об экстраполяции в каждом конкретном случае требует глубокого понимания существа изучаемого явления, такую задачу нельзя решать формально, пользуясь подобранной формулой.

Немаловажный вопрос — как нужно правильно проводить эксперимент? Если нам ничего не известно об изучаемом явлении, то, естественно, ответить на вопрос о том, как проводить измерения, невозможно. Однако, пусть нам известен закон, которому подчиняется данное явление, и надо, скажем, лишь найти входящие в него параметры. Пусть, для простоты, мы имеем дело с линейной зависимостью $y = kx + b$, и ставится вопрос о том, при каких значениях переменной x надо проводить измерения. Для этого существует специальная наука — планирование эксперимента. Она говорит, что в данном (только в данном!) случае надо половину измерений делать при $x = 0$ и половину при $x = x_{\max}$.

Тогда ошибка будет в $\sqrt{3}$ раз меньше, чем при равномерном разбиении. Интуитивно это ясно: нужно измерения проводить в «особых» точках, т. е. там, где достигается наибольшая информативность измерений.

Поясним это на простом примере. Пусть искомая зависимость есть $y = kx$, и нам надо определить коэффициент k . Измерения проводились при значениях x_1, x_2, \dots, x_n , получены значения искомой функции y_1, y_2, \dots, y_n , и в каждом случае вычислены значения коэффициентов k_1, k_2, \dots, k_n , а затем по этим результатам получено среднее значение искомого коэффициента $\langle k \rangle$. При таком способе мы получим большую ошибку, чем при том же числе измерений при $x = x_{\max}$ в силу того, что наши измерения имеют разную достоверность.

Казалось бы, обработку полученных результатов можно провести и следующим образом: коэффициенты k_i вычислить по формуле

$$k_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad k_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}, \quad \dots, \quad k_{n-1} = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}, \quad (I.27)$$

а затем вычислить $\langle k \rangle$. Такой способ вообще неприемлем, ибо, если измерения были проведены в равноотстоящих точках, то получается, что

$$\langle k \rangle = \frac{1}{n}(k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1}) = \frac{1}{n} \sum \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x_i} = \frac{y_n - y_1}{n \Delta x} \quad (I.28)$$

и оказывается, что из рассмотрения исключаются все промежуточные измерения.

Конечно, если задачей эксперимента является проверка предполагаемой закономерности (в нашем примере это линейная зависимость), то измерения должны проводиться во всем доступном диапазоне изменения аргумента.

IV. Метод наименьших квадратов

При обработке результатов измерений часто возникает задача о согласовании какой-то теоретической функции с полученными экспериментальными данными. Задача обычно формулируется так: как наилучшим образом провести теоретическую кривую через экспериментальные точки?

Конечно, в тех случаях, когда все константы теоретической функции точно известны, можно производить лишь сопоставление вычисленных по теоретическим формулам величин (или графика теоретической функции) с результатами измерений. Однако нередко как раз константы в теоретических функциях бывают неизвестны и их находят путем согласования с опытом.

Проиллюстрируем рассматриваемую задачу простейшим примером линейной зависимости между какими-то двумя величинами x и y . Предположим, что имеется совокупность экспериментальных данных в виде

пар измеренных чисел $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$, представленная графически на рис. I.2.

Мы рассмотрим лишь такие результаты измерений, в которых точность измерения величин x_1, x_2, \dots , откладываемых по оси абсцисс, во много раз превышает точность измерения величин y_1, y_2, \dots . О том, как

учитываются ошибки по оси абсцисс, мы уже говорили раньше. Пусть нам известно, что зависимость между y и x должна быть линейной, т. е. $y = a + bx$. Спрашивается, как же выбрать константы a и b , чтобы прямая проходила в наилучшем согласии с экспериментальными точками?

Если бы имелись только две измеренные точки $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, то прямую мы должны были бы провести точно через эти точки — другого выбора здесь нет. Когда же число изме-

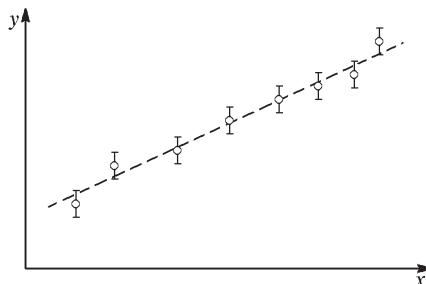
Рис. I.2. Результаты измерений и их аппроксимация прямой линией

ренных точек $n > 2$, искомая прямая должна пройти так, чтобы все экспериментальные точки лежали по возможности ближе к ней. Конечно, особенно важно, чтобы прямая проходила как можно ближе к тем точкам, которые измерены с наибольшей точностью (с малой погрешностью Δy_i). Так же ставится задача, если через экспериментальные точки нужно провести не прямую, а параболу или какую-то другую кривую, функциональное выражение которой задано. Еще раз подчеркнем, что надо всегда переводить искомую зависимость (если она, конечно, заранее известна) в такую систему координат, где она линейна.

Такие задачи решают с помощью предложенного Лежандром метода наименьших квадратов. Сущность метода наименьших квадратов применительно к нашей задаче может быть сформулирована так: неизвестные параметры (константы) функции, приводимой в соответствие с экспериментальными данными, должны быть выбраны так, чтобы сумма помноженных на веса квадратов отклонений от нее экспериментальных точек была минимальна.

Применение метода наименьших квадратов к простейшему случаю нескольких измерений y_1, y_2, \dots, y_n одной и той же величины a , т. е. когда мы должны положить $y = a$ и найти наилучшее в смысле среднеквадратичного отклонения от истинного значение \tilde{y} , приводит к использованному уже нами результату, что $\tilde{y} = \bar{y}$. Действительно, напишем сумму умноженных на веса квадратов разностей

$$S = \sum w_i (y_i - \tilde{y})^2, \quad (I.29)$$



где \tilde{y} — постоянная, которую нам надо определить; она должна быть выбрана так, чтобы сумма S была минимальна по величине. Неизвестную постоянную \tilde{y} , очевидно, нужно найти из уравнения

$$\frac{\partial S}{\partial \tilde{y}} = -2 \sum w_i(y_i - \tilde{y}) = 0, \quad (\text{I.30})$$

откуда сразу получается приведенное ранее выражение (I.11)

$$\tilde{y} = \frac{1}{W} \sum w_i y_i,$$

где $W = \sum w_i$.

Найдем еще дисперсию \tilde{y} :

$$D(\tilde{y}) = \frac{\sum w_i^2 D(y_i)}{W^2} = \frac{D_1}{W}, \quad (\text{I.31})$$

так как в каждом слагаемом числителя $w_i D(y_i) = D_1$, где D_1 — постоянная, которую можно назвать средней дисперсией измерения с весом, равным единице. Так как

$$\overline{s_w^2} = (n - 1) \frac{D_1}{W}, \quad (\text{I.32})$$

то мы можем написать

$$D(\tilde{y}) \simeq \frac{\sum w_i(y_i - \tilde{y})^2}{W(n - 1)}. \quad (\text{I.33})$$

В простейшем виде метод наименьших квадратов применяется к задаче о проведении прямой $y = a + bx$ через систему экспериментальных точек (x_i, y_i) . Нам нужно определить постоянные a и b так, чтобы сумма помноженных на веса квадратов разностей

$$\varepsilon_1 = a + bx_1 - y_1,$$

$$\varepsilon_2 = a + bx_2 - y_2, \quad (\text{I.34})$$

· · · · · · ·

$$\varepsilon_n = a + bx_n - y_n,$$

была минимальна. При каких значениях a и b сумма

$$S = \sum w_i \varepsilon_i^2 = \sum w_i(a + bx_i - y_i)^2$$

достигает минимума, мы находим из уравнений

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum w_i(a + bx_i - y_i) = 0, \quad (I.35)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum w_i x_i(a + bx_i - y_i) = 0,$$

Когда зависимость между y, x и неизвестными коэффициентами можно представить в виде

$$f(y) = a_1 + a_2 f_1(x) + a_3 f_2(x) + \dots + a_r f_{r-1}(x), \quad (I.36)$$

также можно воспользоваться методом наименьших квадратов. Для определения r коэффициентов полинома пишется система нормальных уравнений, аналогичная системе уравнений (I.35). Проиллюстрируем это двумя примерами.

1. *Определение параметров резонансной кривой.* Резонансный характер наблюдаемых процессов проявляется во многих физических явлениях, и он описывается так называемой лоренцовской формулой

$$y = \frac{A}{(x - B)^2 + C^2}. \quad (I.37)$$

В ядерной физике эта формула называется формулой Брейта–Вигнера.

Чтобы сделать эту зависимость пригодной для определения неизвестных коэффициентов по методу наименьших квадратов, перепишем ее в виде

$$\frac{1}{y} = \frac{B^2 + C^2}{A} - \frac{2B}{A}x + \frac{1}{A}x^2. \quad (I.38)$$

Теперь она имеет уже нужный вид: $z = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$, и коэффициенты a_1, a_2, a_3 могут быть найдены по методу наименьших квадратов. Веса в этом случае определяются по формуле

$$w(z_i) = \frac{D_1}{(\Delta z_i)^2} \approx y_i^4 \frac{D_1}{(\Delta y_i)^2} = y_i^2 \frac{D_1}{\delta_i^2}. \quad (I.39)$$

2. *Определение параметров гауссовой кривой.* Прологарифмировав гауссовскую функцию

$$y = Ae^{-h^2(x-x_0)^2}, \quad (I.40)$$

ее приводят к виду

$$z = \ln y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2, \quad (I.41)$$

после чего коэффициенты

$$a_1 = \ln A - h^2 x_0^2, \quad a_2 = 2h^2 x_0, \quad a_3 = -h^2 \quad (I.42)$$

определяются по методу наименьших квадратов с весами

$$w(z_i) = \frac{D_1}{(\Delta z_i)^2} \approx y_i^2 \frac{D_1}{(\Delta y_i)^2} = \frac{D_1}{\delta_i^2}. \quad (I.43)$$

V. Проверка гипотез

В процессе исследований любых явлений, особенно малоизученных, всегда возникает вопрос о согласии между теорией или гипотезой и экспериментом. На разных этапах исследований обнаруживается несогласие или плохое согласие теории с экспериментом или, наоборот, эксперимента с теорией, если теория на каком-то этапе считается лучше разработанной. Конечно, первичным источником информации о новом исследуемом явлении является опыт, однако хорошо разработанная теория, основанная на обобщении всей совокупности взаимно связанных данных, нередко позволяет производить экстраполяции в новые, еще не исследованные области, стимулировать постановку новых экспериментов. Нельзя приуменьшать также важную роль гипотез. В связи с этим анализ вопроса о согласии между теорией и экспериментом всегда является неотъемлемым звеном любого исследования.

Проверка статистики ошибок. Обычно предполагается, что случайные ошибки подчинены гауссовому закону. Это предположение о нормальном законе распределения ошибок в эксперименте может быть проверено. Предположим, что найдены приближенные значения данной физической величины a (среднеарифметическое значение \bar{x}) и дисперсии σ^2 (выборочное среднеквадратичное отклонение s_x^2) с такой точностью, что их можно принять за точные значения. По свойству нормального закона можно вычислить вероятность того, что модуль ошибки находится в любых заданных пределах

$$P(|\delta| < \alpha\sigma) = 2\Phi(\alpha), \quad \alpha > 0, \quad (I.44)$$

где $\Phi(z)$ — интеграл вероятности, таблицы которого приводятся во многих справочниках. Задавая разные значения α в пределах от 0 до 3, подсчитываем число \tilde{n}_α значений δ , удовлетворяющих написанному выше неравенству. Можно вычислить и теоретическое число таких значений

$$n_\alpha = n \cdot 2\Phi(\alpha), \quad (I.45)$$

где n — общее число наблюдений. Сравнение значений n_α и \tilde{n}_α и дает представление о применимости или неприменимости нормального закона (I.3).

Справедливость применимости нормального закона к проведенным измерениям может быть проверена и другим, более простым способом. Для нормального закона распределения среднеквадратичная ошибка

$$s_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (I.46)$$

и простая средняя ошибка

$$\eta = \frac{\sum |\delta_i|}{n-1/2} \quad (I.47)$$

должны практически совпадать.

Аналогичная процедура может проведена и для функциональной зависимости. В данном случае под δ надо понимать

$$\delta_i = f(x_i) - \tilde{f}(x_i), \quad (I.48)$$

где $f(x)$ — искомая функция, а $\tilde{f}(x_i)$ — измеренная величина.

Статистический анализ промахов. Рассмотрим вопрос об исключении грубых ошибок, основываясь на нормальном законе распределения случайных ошибок. Предположим, что в результате нескольких измерений мы нашли приближенное значение измеряемой величины \bar{x} и средней квадратичной ошибки σ одного измерения. Определим приближенную величину ошибки каждого измерения

$$\varepsilon_k = x_k - \bar{x} \simeq \delta_k. \quad (I.49)$$

По свойству нормального распределения

$$P(|\delta| < 3\sigma) = 0,9973. \quad (I.50)$$

Следовательно

$$P(|\delta| > 3\sigma) = 0,0027. \quad (I.51)$$

Обычно считают маловероятным, чтобы модуль ошибки превысил 3σ . Поэтому, если найдется какое-нибудь из ε_k , модуль которого превышает 3σ , то соответствующее измерение считается содержащим грубую ошибку и отбрасывается.

Критерий значимости χ^2 . Один из основных вопросов, возникающих при обработке полученных экспериментальных данных, состоит в следующем: совместима ли с полученными данными имеющаяся теоретическая зависимость либо найденная нами эмпирическая закономерность (например, представление данных в виде полиномиальной

зависимости)? Иначе говоря, как ответить на вопрос о том, насколько экспериментальные точки удовлетворяют предполагаемому закону? Исследование проблемы достоверности гипотез проводится обычно с помощью критерия значимости, носящего название «критерий χ^2 ». В методе χ^2 в качестве такой меры соответствия опыта теории принимается сумма квадратов отклонений от предполагаемой зависимости:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_{i,\text{эксп}} - y_{i,\text{теор}}}{\sigma_i} \right)^2. \quad (\text{I.52})$$

Отклонения экспериментальных точек от ожидаемых значений, как мы видим, выражаются в долях стандартной ошибки данного измерения. Найденное значение χ^2 должно быть сопоставлено с теорией. Это делается с помощью табл. I.3. В таблице для разного числа степеней свободы приведены значения χ^2 для ряда чисел p — вероятности достоверности данной гипотезы. Число степеней свободы равно числу измерений, если гипотеза не содержит определяемых из опыта коэффициентов. Например, если сравниваются полученные экспериментально в n точках значения какой-либо величины с теоретическими значениями в этих же точках, то число степеней свободы равно n . Число степеней свободы равно числу измерений без одного, если из опыта находится один коэффициент и т. д.

Возникает естественный вопрос: при каких значениях χ^2 между теоретическими и экспериментальными значениями исследуемой величины есть согласие, когда согласие сомнительное, и начиная с какого χ^2 мы можем считать, что согласия нет? Ясно, что, в силу вероятностного характера оценки, критерий согласия эксперимента с теорией не может быть детерминированным и определяется характером исследуемой величины, качеством эксперимента и теории и в немалой степени мнением людей, решающих эту задачу.

Пусть, например, в результате расчета по формуле (I.52) было найдено, что $\chi^2 = 3,5$, а число степеней свободы в нашей задаче равно 10. Как следует из таблицы, такое и меньшие значения χ^2 должны наблюдаться более чем в 95% случаев, а это значит, что мы можем считать отклонение наших данных от ожидаемой зависимости несущественным. Если бы мы нашли в результате расчета, что $\chi^2 = 30$, то из таблицы следует, что вероятность получить на опыте такое значение составляет лишь 0,1%, а значит с большой вероятностью проверяемая гипотеза является ошибочной. Следует отметить, что если получается очень малое значение χ^2 , т. е. очень высокая достоверность гипотезы χ^2_p , то это может означать, что либо существенно завышены оценки ошибок, либовольно или невольно произошел «подгон» экспериментальных данных под желаемую теорию.

Приведем для иллюстрации два примера.

1) Посмотрим, достаточно ли аппроксимировать экспериментальные данные, приведенные на рис. I.2, прямой линией. Предположим, что проведенная прямая линия — это теоретическое значение нашей функции, и рассчитаем по формуле (I.52) значение χ^2 . В результате мы получаем, что для $n = 8$ (число измерений) $\chi^2 = 2,72$, а из табл. I.3 мы находим, что с вероятностью 95% этот эксперимент соответствует линейной зависимости.

2) Произведено $n = 800$ наблюдений над случайной величиной x , возможные значения которой $x_i = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$. Это, например, могут быть результаты измерений интенсивности космических частиц N_i , регистрируемых с помощью счетчика Гейгера. Результаты этих опытов и частота регистрации счетчиком N_i числа космических частиц $p_i = N_i/n$ представлены в виде таблицы.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_i	25	81	124	146	175	106	80	35	16	6	6
p_i	0,031	0,101	0,155	0,183	0,219	0,132	0,1	0,044	0,02	0,008	0,008

Требуется оценить правдоподобие гипотезы, состоящей в том, что x распределена по закону Пуассона с параметром a , равным статистическому среднему наблюденных значений случайной величины x . Статистическое среднее значение интенсивности космических частиц равно

$$a = \bar{N} = \sum_{i=0}^{10} x_i p_i \simeq 3,716.$$

Вычислим вероятности $p_i^{(\Pi)}$, соответствующие закону Пуассона, по формуле

$$p_i^{(\Pi)} = \frac{a^i}{i!} e^{-a},$$

и по найденному значению $a = 3,716$ рассчитаем вероятности $p_i^{(\Pi)}$:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_i^{(\Pi)}$	0,0243	0,0904	0,168	0,208	0,193	0,144	0,089	0,047	0,022	0,009	0,0033

Теперь по формуле (I.52) находим χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{10} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i} \simeq 15,2.$$

Число степеней свободы n в данном случае равно числу значений случайной величины (11) минус единица (первое условие: $\sum p_i^{(\Pi)} = 1$) и

Таблица I.3. Распределение χ^2 . Величина p — выраженная в процентах вероятность найти на опыте большее значение χ^2 , чем указано в таблице, n — число степеней свободы.

n	$p=99$	98	95	90	80	70	50	30	20	10	5	2	1	0,1
1	0,00016	0,0006	0,004	0,016	0,0064	0,148	0,46	1,07	1,64	2,71	3,84	5,41	6,64	—
2	0,02	0,04	0,10	0,21	0,45	0,71	1,39	2,41	3,22	4,61	5,99	7,82	9,21	—
3	0,12	0,18	0,35	0,58	1,01	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,84	11,3	—
4	0,3	0,4	0,7	1,1	1,6	2,2	3,4	4,9	6,0	7,8	9,5	11,7	13,3	18,5
5	0,6	0,8	1,1	1,6	2,3	3,0	4,4	6,1	7,3	9,2	11,1	13,4	15,1	20,5
6	0,9	1,1	1,6	2,2	3,1	3,8	5,3	7,2	8,6	10,6	12,6	15,0	16,8	22,5
7	1,2	1,6	2,2	2,8	3,8	4,7	6,3	8,4	9,8	12,0	14,1	16,6	18,5	24,3
8	1,6	2,0	2,7	3,5	4,6	5,5	7,3	9,5	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1	26,1
9	2,1	2,5	3,3	4,2	5,4	6,4	8,3	10,7	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7	27,9
10	2,6	3,1	3,9	4,9	6,2	7,3	9,3	11,8	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2	29,6
11	3,1	3,6	4,6	5,6	7,0	8,1	10,3	12,9	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7	31,3
12	3,6	4,2	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	14,0	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	32,9
13	4,1	4,8	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	15,1	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	34,5
14	4,7	5,4	6,6	7,8	9,5	10,8	13,3	16,2	18,1	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1
15	5,2	6,0	7,3	8,5	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	37,7
16	5,8	6,6	8,0	9,3	11,1	12,6	15,3	18,4	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	39,2
17	6,4	7,3	8,7	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6	24,8	27,8	31,0	33,4	40,8
18	7,0	7,9	9,4	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	42,3
19	7,6	8,6	10,1	11,6	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	43,8
20	8,3	9,2	10,8	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	45,3
21	8,9	9,9	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	46,8
22	9,5	10,6	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	48,3
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	49,7
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	51,2
25	11,5	12,7	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	41,6	44,3	52,6
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	54,0
27	12,9	14,1	16,1	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	55,5
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	56,9
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	58,3
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9	59,7

минус еще единица — совпадение гипотетического математического ожидания (среднего значения случайной величины) со статистическим, т. е. равно 9. По табл. I.3 находим, что $\chi_p^2 \simeq 0,1$, а это означает, что в данном примере гипотеза о пуассоновском распределении случайной величины противоречит опытным данным и ее надо отбросить.

Сравнение двух эмпирических распределений. Рассмотрим в заключение вопрос о том, являются ли два эмпирических распределения

выборками из одной и той же генеральной совокупности. Нахождение величины χ^2 должно в данном случае проводиться несколько иначе, чем при сравнении эмпирического распределения с теоретическим. Дело в том, что два выборочных распределения могут по-разному отклоняться от генерального распределения. Поэтому требование к близости двух эмпирических распределений должно быть «примерно вдвое» менее жестким, чем к близости эмпирического и теоретического распределений; это означает, что метод расчета χ^2 должен быть таким, чтобы при тех же расхождениях между частотами в первом случае получалось меньшее значение χ^2 , чем во втором. Расчет величины χ^2 проводится по той же формуле (I.67), но рассчитываются разности между двумя различными выборками (предполагается, что объем выборок одинаков; метод легко обобщается и на случай выборок разного объема).

ПРИЛОЖЕНИЕ II

МЕТОДЫ РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЦ

Основная трудность регистрации частиц состоит в том, что эффект воздействия отдельной частицы на вещество с макроскопической точки зрения крайне мал. Наиболее заметным эффектом является ионизация вещества заряженной частицей, и поэтому работа подавляющего большинства существующих типов регистраторов заряженных частиц основана на использовании ионизационной способности частиц. Нейтральную частицу можно зарегистрировать только по вторичным процессам, т. е. по заряженной частице, возникшей в результате ядерной реакции.

Из-за малости ионизационного действия отдельной частицы для регистрации необходимо высокоеффективное усиление, но на первой стадии усиления радиотехнические усилители обычно непригодны. Поэтому, как правило, детектор представляет собой то или иное неустойчивое состояние физической системы, для которой регистрируемая частица является, образно говоря, спусковым крючком: переохлажденный пар, перегретая жидкость, газ в предразрядном состоянии и т. п.

I. Газовые счетчики

Прохождение заряженных частиц через вещество сопровождается образованием ионов. Если создать с помощью двух электродов в газе электрическое поле, то положительные и отрицательные ионы будут перемещаться в противоположные стороны, наводя на электродах заряды, которые можно зарегистрировать как импульс напряжения. Движение ионов в газе сопровождается многими процессами (прилипание, диффузия, рекомбинация, ударная ионизация), роль которых зависит от геометрии прибора, состава и давления газа, напряженности поля. В зависимости от назначения газовые счетчики делятся на ионизационные камеры (токовые для измерения интенсивности излучений, а импульсные обычно для регистрации короткопробежных частиц), пропорциональные счетчики, в которых электрический импульс пропорционален числу первичных пар ионов и тем самым энергии частиц, и счетчики Гейгера–Мюллера — приборов для счета отдельных частиц.

Ионизационные камеры. Ионизационная камера — прибор для количественного измерения ионизации, производимой заряженными частицами при прохождении через газ. Камера представляет собой наполненный газом замкнутый объем с электродами (рис. II.1). Так как средняя энергия ионизации атомов составляет около 30 эВ, то частица с энергией 1 МэВ образует на своем пути приблизительно 30000 электронов, что соответствует заряду $5 \cdot 10^{-15}$ Кл. Чтобы столь малое количество заряда вызвало измеримое изменение потенциала, емкость

C между электродами и электродов по отношению к земле должна быть мала. Эта емкость вместе с сопротивлением R , которое включается последовательно с электродами для восстановления потенциала, образует RC -цепочку, влияющую на форму импульса напряжения. Так как подвижность электронов примерно в 1000 раз больше подвижности ионов, то качественно импульс напряжения будет состоять из двух компонент (см. рис. II.1): быстрой (электронной) и медленной (ионной). Наличие RC -цепочки приводит к изменению формы импульса тока на выходе счетчика. Обычно параметры RC -цепи подбирают так, чтобы регистрировалась только быстрая электронная компонента, т. е. чтобы $T_{\text{эл}} \ll RC \ll T_{\text{ион}}$, где $T_{\text{эл}}, T_{\text{ион}}$ — соответственно время сокращения электронов и ионов.

Вычислим изменение потенциала собирающего электрода, вызванного движением одной частицы. Будем считать, что образуемый в газе заряд мал по сравнению с зарядами на электродах, которые создают начальную разность потенциалов V_0 . Пусть проходящая частица на своем пути через чувствительный слой камеры создает

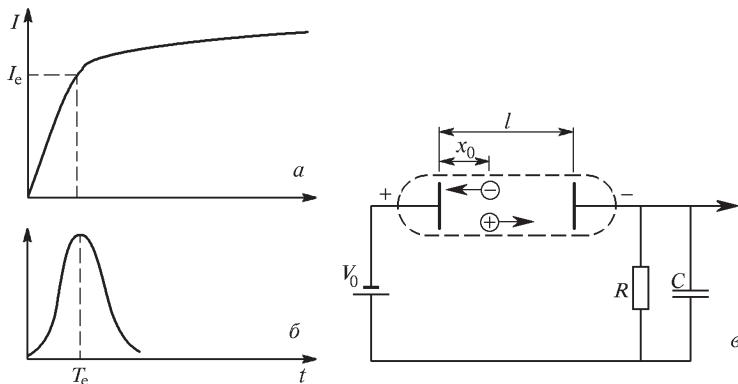


Рис. II.1. Ионизационная камера: *а* — форма тока после прохождения частицы; *б* — импульс на выходе RC -цепочки; *в* — схема включения

в результате ионизации \bar{n} пар ионов на расстоянии x_0 от анода (см. рис. II.1 ν). Для перемещения заряда $\bar{n}e$ на расстояние от x_0 до x требуется работа, которая совершается за счет изменения электростатической энергии камеры. Если расстояние между пластинами камеры равно l , разность потенциалов после перемещения заряда $\bar{n}e$ равна V и если считать напряженность поля равной V/l , то из закона сохранения энергии получим

$$\frac{1}{2}C(V_0^2 - V^2) = \int_{x_0}^x \frac{\bar{n}eV_0}{l} dx = \bar{n}eV_0 \frac{x - x_0}{l}. \quad (\text{II.1})$$

Так как $\Delta V = V_0 - V \ll V_0$, то из (II.1) легко получить выражение

$$\Delta V = \bar{n}e\Delta x/Cl, \quad (\text{II.2})$$

Формула (II.2) определяет зависимость амплитуды импульса от смещения носителей заряда. Полная амплитуда импульса, равная сумме электронной и ионной компонент, определяется только энергией частицы (числом образовавшихся пар ионов), однако при электронном сорбировании амплитуды импульсов ΔV будут согласно (II.2) разными — от 0 до $\Delta V_{\max} = \bar{n}e/C$. Это явление называется *индукционным эффектом*.

Для того чтобы амплитуда электронного импульса практически не зависела от того, в какой точке образовался свободный электрон, используют камеру с цилиндрической геометрией. Это связано с тем, что большая часть падения напряжения приходится на область вблизи центральной нити. Если трек частицы уместился внутри камеры, то число образовавшихся ионов, а значит и амплитуда импульса будут пропорциональны энергии частицы. Еще меньше индукционный эффект в камере со сферической геометрией, но она сложна в изготовлении.

При работе ионизационной камеры с электронным сорбирием специальные требования предъявляются к составу газа, которым заполняется прибор. Дело в том, что в некоторых так называемых электроотрицательных газах (например, в кислороде или в парах воды) электроны с большей вероятностью прилипают к нейтральным молекулам, образуя отрицательные тяжелые ионы (в нашем примере это O_2^- или H_2O^-). Такие ионы тоже пойдут к аноду, но их скорость будет примерно такой же, как у тяжелых положительных ионов, и никакого электронного сорбирования не получится. Поэтому газовые смеси, предназначенные для наполнения ионизационных камер с электронным сорбирием, необходимо тщательно очищать от электроотрицательных газов, так как их присутствие в количестве, даже меньшем 1%, может значительно ухудшить характеристики прибора. Естественно, что в камерах с полным сорбирием ионов газ может быть любым.

Если проходящих через газовую камеру частиц значительное число, то в цепи камеры появится электрический ток, который пропорционален интенсивности потока частиц. Ионизационная камера в этом случае называется токовой камерой.

Пропорциональный счетчик. Пропорциональный счетчик является по существу ионизационной камерой, в которой используется эффект газового усиления. Пропорциональным он называется потому, что амплитуды возникающих во внешней цепи импульсов пропорциональны числу пар ионов, создаваемых частицами, которые пролетают через его рабочий объем. Конструктивно, как правило, пропорциональный счетчик представляет собой металлический цилиндр, по оси которого натянута тонкая проволочка, находящаяся под положительным потенциалом относительно корпуса. Напряженность поля в цилин-

дрическом счетчике $E \propto 1/r$, а соответственно разность потенциалов $U \propto \ln r/r_0$. Образовавшиеся при ионизации первичные электроны дрейфуют под влиянием электрического поля к собирающему электроду нити. Когда энергия, приобретаемая электроном на длине свободного пробега, достаточна для ионизации ударом молекул газа, то происходит процесс размножения первичного электрона. При каждом столкновении число электронов удваивается и образуется электронная лавина. Но так как напряженность поля резко возрастает вблизи нити, то и вторичная ионизация локализована в очень узкой области вблизи нити. Первичная ионизация происходит практически вне этой области, а значит, любой первичный электрон вызывает одну и ту же лавину.

Проанализируем временную характеристику пропорционального счетчика. Доля разности потенциалов, которую проходят электроны лавины в цилиндрическом счетчике с радиусами электродов a и b ($a \ll b$), равна

$$\frac{\ln \left(\frac{a+b}{a} \right)}{\ln b/a} \simeq \frac{\delta a}{\ln b/a} \quad (\text{II.3})$$

где δ — расстояние от места ионизирующих столкновений до нити. Поэтому движение электронов к нити вызывает рост напряжения, составляющий лишь долю полного импульса. Импульс начинает очень круто нарастать в основном, когда положительные ионы, образованные вблизи нити, начинают двигаться из области очень сильного поля у нити. Форма импульса схематически показана на рис. II.2. На

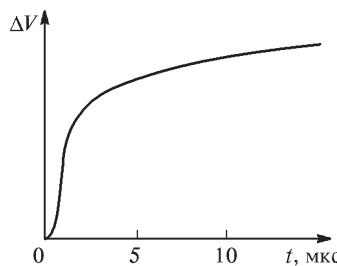


Рис. II.2. Форма импульса в пропорциональном счетчике. На практике погодая часть импульса обычно не регистрируется благодаря включению RC -цепочки или другого фильтра низких частот

этом рисунке виден период задержки (время между прохождением частицы и началом электронной лавины, которое зависит от места трека), затем следует крутое нарастание импульса от положительных ионов, образовавшихся в результате размножения электронов. По мере движения ионов к внешнему электроду их подвижность постепенно уменьшается и нарастание импульса замедляется. При использовании электронного

импульса значительно уменьшается амплитуда выходного сигнала, но укорачивается его длительность ($\approx 10^{-7}$ с). Однако в экспериментах по наблюдению совпадений эффект задержки может оказаться более существенным, чем длительность импульса. Добиться в пропорциональных счетчиках энергетического разрешения лучше 1% не удается из-за флуктуаций числа первичных электронов.

Счетчик Гейгера–Мюллера. Если не принимать специальных мер, то после первой лавины в счетчике возникают повторные лавины, причем за счет двух различных механизмов:

1. В начале развития лавины электроны возбуждают нейтральные молекулы, которые, возвращаясь в исходное состояние, испускают фотоны. Эти фотоны выбивают из катода путем фотоэффекта электроны, которые являются родоначальниками новых лавин. Длительность этого процесса определяется временем дрейфа фотоэлектрона от катода к области развития лавины и обычно составляет около 10^{-6} с.

2. Положительные ионы, доходя до катода, выбивают из него в процессе нейтрализации электроны. Длительность процесса развития повторной лавины тем самым обусловлена временем движения положительных ионов к катоду и имеет порядок 10^{-4} с.

Таким образом, в результате этих процессов появление первичного электрона приводит к образованию большого числа лавин, образуется самостоятельный разряд, который в конечном счете прекращается из-за пространственного заряда положительных ионов, образующих вокруг анода своеобразный положительный «чехол». При этом поле выравнивается, уменьшаясь в окрестности центральной нити, коэффициент газового усиления уменьшается, и разряд гаснет. Суммарный заряд, а следовательно и амплитуда импульса не зависят от первичной ионизации, регистрируется только число прошедших частиц.

Однако после того, как чехол уходит на катод и рекомбинирует, напряжение около нити восстанавливается, а выбитые при рекомбинации электроны могут породить новую лавину и т. д. Необходимо принимать специальные меры для гашения самостоятельного разряда. Это можно осуществить радиотехническими средствами, например, в простейшем варианте, путем подключения последовательно со счетчиком такого сопротивления R , чтобы $RC \gg t_{\text{соб}}$ ($t_{\text{соб}}$ — время собирания положительных ионов), и потенциал на счетчике после ряда лавин падает ниже потенциала зажигания. Другой путь — добавление многоатомных газов, например паров этилового спирта: пары спирта в достаточной степени непрозрачны для фотонов возникающего ультрафиолетового излучения и при столкновениях с ионами рабочего газа нейтрализуют их. Такие счетчики с внутренним гашением называются самогасящимися.

Рассмотренные нами три типа ионизационных детекторов различаются фактически лишь зависимостью выходного импульса от приложенного напряжения. На рис. II.3 показаны эти зависимости и указаны

области работы ионизационной камеры, пропорционального счетчика и счетчика Гейгера–Мюллера.

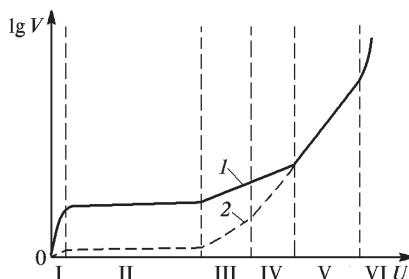


Рис. II.3. Зависимость логарифма амплитуды выходного импульса V от напряжения U на газовом счетчике: 1 — для α -частиц ($\simeq 10^5$ пар ионов); 2 — для β -частиц ($\simeq 10^3$ пар ионов). I — область роста выходного импульса за счет уменьшения вероятности рекомбинации первичных ионов; II — область работы счетчика как ионизационной камеры; III — пропорциональная область; IV — область ограниченной пропорциональности; V — область Гейгера; VI — непрерывный разряд

II. Неорганические сцинтилляторы

При взаимодействии γ -кванта с веществом образуются вторичные электроны, обладающие полной или частичной энергией падающего γ -кванта. Если взаимодействие происходит в сцинтилляторе, то последующее снятие возбуждения и рекомбинация этих электронов превращают их энергию в световые импульсы, или сцинтилляции, яркость которых пропорциональна общей поглощенной энергии.

Рассмотрим принцип работы широко распространенного неорганического кристаллического сцинтиллятора $\text{NaI}(\text{Tl})$. Как известно, в непроводящих чистых неорганических кристаллах электроны в основном состояния расположены в так называемой валентной зоне A (рис. II.4a). Проходя через кристалл, заряженная частица переводит часть электронов из основного в возбужденное состояние, т. е. в зону проводимости B . При диффузии в зоне проводимости электрон может оказаться вблизи свободного уровня валентной зоны — «дырки». Если происходит рекомбинация электронов с «дыркой», то излучаются световые кванты с энергией, определяемой шириной запрещенной зоны кристалла — C . Этой же шириной определяется и спектр поглощения кристалла. Поэтому излученные при рекомбинации световые кванты интенсивно поглощаются внутри кристалла и свет наружу не выходит. На рис. II.4б приведены спектральные зависимости интенсивности излучения $\Phi_0(\lambda)$ неорганических кристаллов $\text{NaI}(\text{Tl})$ и $\text{CsI}(\text{Tl})$ и для сравнения спектральная чувствительность $\gamma(\lambda)$ наиболее распространенного сурьмяно-цеziевого фотокатода, используемого в фотоумножителях для регистрации сцинтилляционных вспышек.

При введении в кристалл небольшого количества активатора (0,1%) в кристалле образуются локальные энергетические уровни, которые называются центрами люминесценции (для кристалл NaI в качестве активатора используется Tl). Если подобрать активатор так, чтобы его уровни располагались в запрещенной зоне кристалла, то оказывается

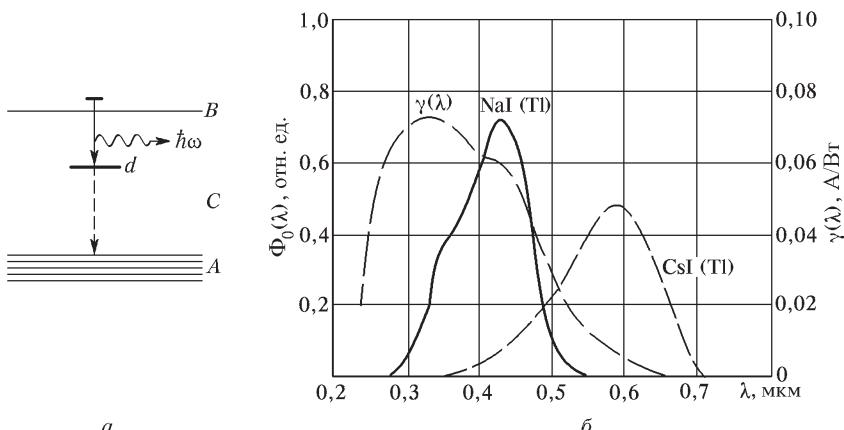


Рис. II.4. Схема уровней неорганического кристалла (а); спектральная чувствительность фотокатода Sb-Cs и спектры люминесценции кристаллов NaI(Tl) и CsI(Tl) (б)

возможным переходы электронов из зоны проводимости на уровни активатора d . Спектр излучаемых при переходах световых квантов не перекрываетяется со спектром поглощения чистого кристалла и может поглощаться только самим активатором. Но так как концентрация последнего очень мала, то малым оказывается и поглощение света — световые кванты выходят из сцинтиллятора. Если энергия возбуждения электронов меньше ширины зоны, то электрон и образующаяся в валентной зоне дырка могут находиться лишь в связанном состоянии (в силу кулоновского взаимодействия они притягиваются). Такое возбуждение (квазичастица) называется экситоном и может перемещаться по кристаллу, не перенося в силу своей нейтральности электрический заряд. При миграции экситоны могут захватываться центрами люминесценции и высвечиваться. Большое время диффузии возбужденных электронов и дырок (или миграция экситонов) приводит к довольно большому времени высвечивания кристаллических сцинтилляторов, например, для NaI(Tl) оно равно 0,25 мкс.

III. Механизм высвечивания органических кристаллов

Органические вещества, являющиеся эффективными сцинтилляторами, относятся в основном к классу ароматических углеводородов. Пластмассовые сцинтилляторы обычно представляют собой раствор органического сцинтилирующего вещества в полистироле или в поливи-

ниттуоле. Оптимальная концентрация их в растворе не превосходит нескольких процентов.

Сцинтиляционные процессы в органических веществах, как в жидких, так и твердых, имеют молекулярную природу. По этой причине они отличаются от процессов в неорганических твердых сцинтилляторах, люминесценция которых связана с зонной структурой ионного кристалла.

В органических кристаллах со слабыми молекулярными связями типа Ван-дер-Ваальса электронные энергетические уровни отдельных молекул практически не возмущены присутствием соседних молекул. Поэтому можно считать, что характер взаимодействия ионизирующих частиц с веществом органического кристалла не зависит от агрегатного состояния сцинтиллирующего вещества и взаимодействие происходит так же, как в газе или в жидкости, т. е. сводится к ионизации и возбуждению отдельных молекул либо непосредственно ионизирующей частицей, либо через посредство образуемых ею δ -электронов. Не исключена и возможность диссоциации сложных молекул сцинтиллятора, возбужденных до высоких энергетических состояний, на составляющие их радикалы.

Можно предположить, что молекулы сцинтиллятора, оказавшиеся в высоких энергетических состояниях в результате рекомбинации положительных ионов и электронов или возбужденные непосредственно ионизирующей частицей, переходят в первое возбужденное состояние путем прямого преобразования энергии электронного возбуждения в колебательную энергию; этот процесс должен происходить за время порядка 10^{-12} с. Возможен и другой механизм диссипации энергии. Действительно, поскольку время жизни молекулы в возбужденном состоянии сильно зависит от энергии возбуждения и для высоких энергетических состояний очень мало, можно предположить, что в течение $10^{-12} \div 10^{-11}$ с все возбужденные молекулы перейдут в основное состояние, излучив фотоны большой энергии. Эти жесткие фотоны будут поглощены окружающими молекулами, которые в свою очередь, возвращаясь в основное состояние, излучают свет. Процесс этот может повторяться несколько раз. В каждом таком цикле молекула, поглотившая квант света, при переходе на соответствующий колебательный уровень передает избыточную энергию возбуждения соседним молекулам, и излучаемый ею квант света имеет несколько меньшую энергию, чем имел поглощенный. Таким образом, через несколько циклов поглощения и испускания света энергия фотонов станет сравнима с энергией первого возбужденного состояния молекулы. В последнем цикле высвечивание молекулы должно происходить с первого возбужденного уровня. Таким образом, за очень короткое время порядка $10^{-12} \div 10^{-11}$ с, большая часть энергии, потерянной частицей в кристалле, тем или иным путем перейдет в энергию теплового движения молекул; малая же часть энергии сохранится в виде энергии возбуждения молекул, находящихся в первом возбужденном состоянии.

Поскольку связи между молекулами в органическом кристалле существенно не нарушают их электронной структуры, процесс высовечивания молекул из первого возбужденного состояния также не должен зависеть от агрегатного состояния сцинтиллятора. Это обстоятельство позволяет рассмотреть процесс высовечивания, основываясь на люминесцентных свойствах отдельной молекулы.

Потенциальная энергия изолированной молекулы U является функцией взаимных расстояний между составляющими ее атомами. Для такой сложной органической молекулы, как, например, антрацен ($C_{14}H_{10}$), число параметров, определяющих расположение атомов в молекуле, очень велико, и изобразить зависимость потенциальной энергии молекулы U от этих параметров практически не представляется возможным. Нетрудно видеть, однако, что кривая потенциальной энергии U для сложной молекулы в общих чертах будет подобна кривой U для простой, двухатомной молекулы, а процессы возбуждения и высовечивания в простой и сложной молекулах протекают, в первом приближении, аналогичным образом.

На рис. П.5 представлена зависимость потенциальной энергии U от расстояния r между центрами атомов для двухатомной молекулы, находящейся в основном и первом возбужденном состояниях (кривые a и b). Потенциальная яма для возбужденного состояния менее глубока, чем для основного, и минимум энергии для кривой b лежит при значении r_1 , несколько превышающем r_0 . При заданной температуре молекула должна находиться на соответствующем колебательном уровне, изображенном горизонтальными отрезками вблизи дна потенциальных ям a и b (большей температуре будет отвечать, естественно, больший размах колебаний атомов друг относительно друга).

Эта простая схема позволяет понять, каким образом может возникнуть заметный сдвиг между спектрами испускания и поглощения, обусловливающий возможность высовечивания в органических сцинтилляторах. Действительно, энергии фотонов, способных перевести молекулу из основного электронного состояния в возбужденное, определяются, грубо говоря, разностью ординат между колебательным уровнем кривой a и кривой потенциальной энергии b ; энергии фотонов, отвечающих соответствующей полосе поглощения, показаны на левом заштрихованном участке рис. П.5 (стрелка вверх). При

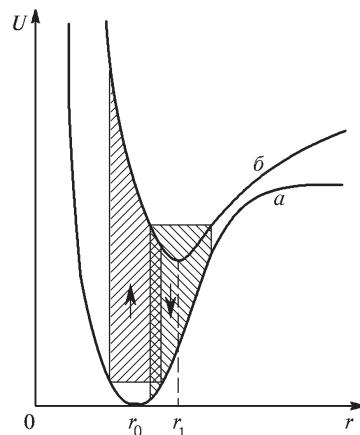


Рис. П.5. Потенциальная энергия атомов двухатомной молекулы в основном (a) и первом возбужденном (b) состояниях

поглощении фотона с энергией, превышающей разность колебательных уровней, отвечающих заданной температуре в основном и возбужденном состояниях, молекула очень быстро отдает избыточную энергию возбуждения соседним молекулам при тепловых соударениях и оказывается на соответствующем колебательном уровне возбужденного состояния.

Через некоторое время, определяемое средним временем жизни, молекула переходит в основное состояние, испустив избыток энергии в виде кванта света. Энергии излучаемых фотонов определяются разностью ординат между колебательным уровнем кривой *b* и кривой потенциальной энергии *a*; энергии фотонов полосы испускания показаны на правом заштрихованном участке рис. II.5 (стрелка вниз). Таким образом, спектр испускания окажется сдвинутым относительно спектра поглощения в сторону меньших энергий фотонов — больших длин волн.

Так как среднее время жизни молекулы в возбужденном состоянии во много раз превышает период тепловых колебаний, может произойти нерадиационный переход молекулы из возбужденного состояния в основное в области сближения кривых *a* и *b*. В этом случае вся энергия возбуждения переходит в энергию теплового движения. Такой процесс называют тушением.

В органических молекулах процессы возбуждения и высыпчивания протекают, естественно, значительно более сложным образом. При этом во многих веществах возникает заметный сдвиг спектра испускания относительно спектра поглощения (для антрацена, например, см. рис. II.6).

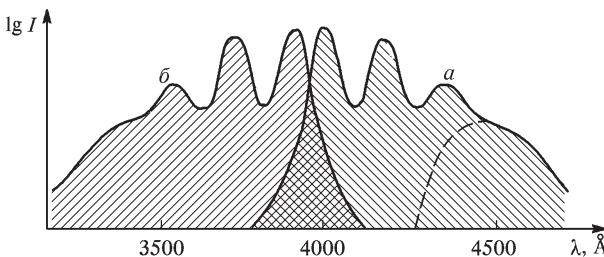


Рис. II.6. Спектры испускания и поглощения антрацена

Такого рода сдвиг спектров обеспечивает требуемую для сцинтиллятора прозрачность к собственному излучению. В хорошем сцинтилляторе перекрытие спектров испускания и поглощения должно быть минимальным.

Нетрудно видеть, однако, что процесс высыпчивания молекул из первого возбужденного состояния может оказаться в сцинтилляторе далеко не последним. Действительно, поскольку спектры испускания и поглощения частично перекрываются, некоторая часть фотонов, излучаемых при переходе в основное состояние, соответствующая коротковолновому концу спектра испускания, может вновь поглотиться здесь же в сцинтилляторе. При неоднократном повторении этого процесса возрастает

вероятность теплового тушения, что вызывает уменьшение интенсивности высвечивания, и центр тяжести полосы испускания сцинтиллятора смешается в сторону больших длин волн, как это указано на рис. П.5 штриховой линией. Более того, повторное поглощение и испускание фотонов молекулами сцинтиллятора существенно затягивает во времени процесс высвечивания. Поэтому время высвечивания кристалла τ всегда больше времени жизни молекулы в возбужденном состоянии τ_0 и зависит от толщины кристалла.

Время высвечивания кристалла τ можно оценить, исходя из следующих простых соображений. Пусть k_0 — вероятность высвечивания возбужденной молекулы, k' — вероятность поглощения фотона в кристалле и k — вероятность выхода фотона из кристалла. Тогда $k = k_0(1 - k')$. Так как вероятность процесса k обратно пропорциональна времени жизни, то, введя вместо k и k_0 пропорциональные им величины $1/\tau$ и $1/\tau_0$, получим, что время высвечивания кристалла $\tau = \tau_0/(1 - k')$. В толстом кристалле, где вероятность поглощения фотонов k' велика, время высвечивания τ может превысить время высвечивания отдельной молекулы τ_0 в несколько раз. При уменьшении толщины кристалла вероятность k' падает, и для совсем тонких монокристаллов, когда $k' \rightarrow 0$, $\tau \rightarrow \tau_0$.

IV. Полупроводниковые счетчики ядерных излучений

Принцип действия полупроводниковых детекторов (ППД) подобен принципу действия ионизационной камеры. Заряженная частица на своем пути в кристалле с низкой собственной проводимостью создает пары носителей зарядов (электронно-дырочные пары), которые разделяются электрическим полем и собираются на электродах счетчика. Однако при подключении к электродам ППД разности потенциалов через него течет постоянный примесный электрический ток, который зависит от удельного сопротивления материала. Чтобы отделить импульсы напряжения при прохождении частицы от импульсов, возникающих при флюктуациях постоянного тока, создают так называемый ($p-n$)-переход.

Равновесный ($p-n$)-переход возникает на границе диэлектриков с разным типом проводимости. В n -полупроводнике концентрируются свободные электроны, а в p -полупроводнике — дырки. Вследствие этого в граничном слое появляется градиент концентрации носителей зарядов разных знаков, что приводит к образованию электрического тока из p -области в n -область. Этот ток прекращается, когда возникает скачок потенциала (рис. П.7), создаваемый нескомпенсированными положительными зарядами ионов-доноров и отрицательными зарядами ионов-акцепторов. Отсутствие свободных носителей тока в обедненной области обуславливает большое удельное сопротивление слоя. Таким образом, ($p-n$)-переход обладает свойствами диода и служит запорным слоем для примесного электрического тока.

Чувствительный слой детектора можно увеличить, прикладывая к нему обратное смещение (рис. П.7), которое удаляет свободные носители тока из области и происходит регистрация ядерных частиц.

В силу большого сопротивления ($p-n$)-перехода практически все напряжение оказывается приложенным к обедненному слою. Ширина обедненного слоя x_0 , мкм, при этом, естественно, изменяется и определяется выражением

$$x_0 = 0,32(\rho V)^{1/2}, \quad (\text{II.4})$$

где ρ — сопротивление кристалла, Ом · см; V — приложенное напряжение, В.

Устройство кремниевого детектора с поверхностным барьером изображено на рис. II.8. Счетчик изготавливается из кремния n -типа. Его

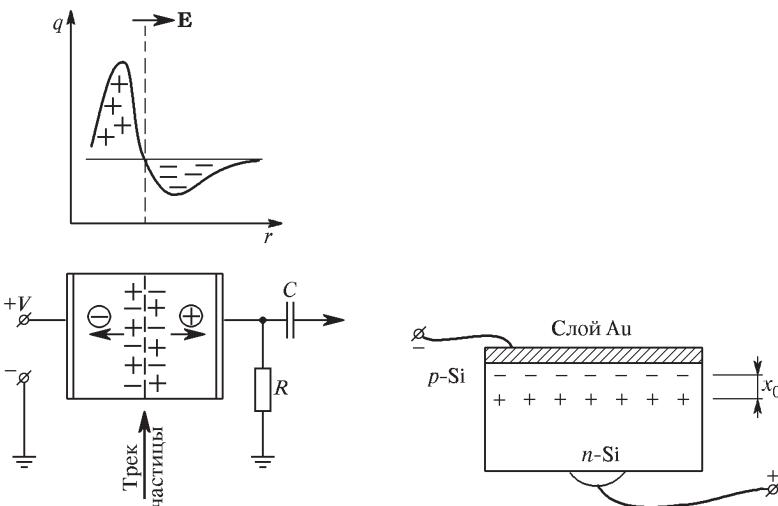


Рис. II.7. Равновесный ($p-n$)-переход и схема его включения

Рис. II.8. Поверхностно-барьерный кремниевый счетчик; x_0 — толщина обедненного слоя

нижняя поверхность защищена слоем алюминия, образующего один из электродов. На верней поверхности кремния в результате окисления образуется слой, очень сходный по свойствам со слоем p -типа. Для поверхностного окисления достаточно оставить гладкую пластинку кремния на 12–36 ч в чистом воздухе при комнатной температуре. Затем на эту поверхность в вакууме напыляется тонкий слой золота (20–50 мкг/см), образующий второй электрод. Так как емкость детектора сильно зависит от напряжения и поэтому плохо известна, для усиления сигнала с полупроводникового детектора применяют специальные зарядочувствительные усилители (усилители с обратной связью через емкость). Выходное напряжение такого усилителя пропорционально заряду, протекающему через детектор, и не зависит ни от емкости детектора, ни от входной емкости усилителя.

Полупроводниковые детекторы заряженных частиц обладают следующими важными преимуществами.

1. Торможение частиц происходит в твердом теле, что существенно уменьшает размеры детектора. Так, толщина обедненного слоя в 300 мкм по тормозной способности эквивалентна почти целому метру газа.

2. Энергия, необходимая для образования электронно-дырочной пары в полупроводнике, на порядок меньше энергии ионизации атома в газе. В полупроводниках одна пара электрон–дырка в среднем возникает на каждые $E_{cp} = 3,6$ эВ, потерянных быстрой частицей, а в газе одна пара ионов образуется примерно на каждые 32 эВ потерянной энергии.*). Поэтому энергетическое разрешение у полупроводниковых детекторов существенно лучше. Например, разрешение для α -частиц с энергией около 8 МэВ составляет 0,3%.

3. Средняя энергия образования электронно-дырочной пары в полупроводнике почти не зависит от плотности ионизации, которую создает регистрируемая частица. Поэтому полупроводниковые детекторы дают хорошие результаты при исследовании сильно ионизирующего излучения, например регистрация α -частиц, осколков деления. Для правильного измерения энергии частиц (т. е. для использования счетчика в качестве спектрометра) необходимо только, чтобы толщина обедненного слоя превышала пробег измеряемых частиц и чтобы обедненный слой располагался как можно ближе к поверхности полупроводника (отсюда возникло и название — поверхностно-барьерные детекторы).

Для многих применений, и прежде всего для регистрации γ -излучений, требуются счетчики с намного большим объемом чувствительного (обедненного) слоя. Реальные кристаллы обладают значительной концентрацией носителей при комнатных температурах либо высокой концентрацией ловушек и центров рекомбинации, что приводит к увеличению потерь носителей тока. Широкое распространение для изготовления детекторов большого объема из Ge или Si получил метод компенсации остаточной примеси в кристаллах атомами другого типа проводимости. Если обе примеси полностью ионизованы, то они в сумме не дадут вклада в концентрацию свободных носителей. Широко развита технология изготовления таких детекторов из кристаллов германия p -типа, скомпенсированных атомами лития путем диффузии последних в объем кристалла, измеряемый десятками кубических сантиметров. Германий-литиевые детекторы приходится хранить и использовать при температуре жидкого азота, так как при повышенной температуре из-за малого удельного сопротивления германия через детектор идет большой

*.) Столь большая разница обусловлена тем, что ионизация в полупроводнике связана не с переходом электрона в непрерывный спектр, а с перескоком из валентной зоны в зону проводимости.

ток и, кроме того, литий начинает диффундировать из толщи материала к поверхности, что приводит в выходу детектора из строя.

В настоящее время технология изготовления высокочистого германия продвинулась настолько, что Ge(Li)-детекторы γ -излучения уступили место детекторам из чистого Ge объемом до 200 см³. Преимуществом детекторов из сверхчистого германия является прежде всего то, что они могут храниться при комнатной температуре без ухудшения спектрометрических характеристик.

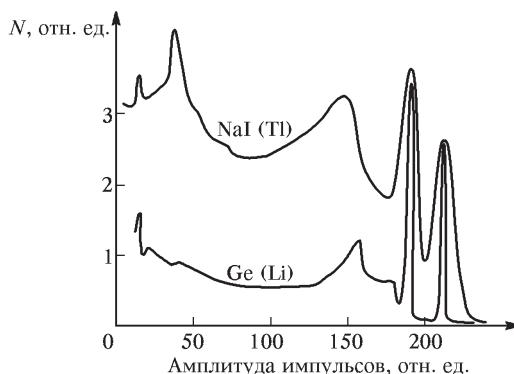


Рис. II.9. Гамма-спектр ^{60}Co , зарегистрированный сцинтилляционным NaI(Tl) и полупроводниковым Ge(Li) детекторами

В настоящее время прецизионная γ -спектрометрия проводится преимущественно с помощью полупроводниковых детекторов, обладающих, как уже указывалось, намного лучшим энергетическим разрешением. На рис. II.9 в качестве примера приведен γ -спектр ^{60}Co , зарегистрированный сцинтилляционным NaI(Tl)- и полупроводниковым Ge(Li)-детекторами.

Как видно из приведенных спектров, в полупроводниковом детекторе значительно уменьшается комптоновский фон и резко увеличивается амплитуда фотопиков, так как то же число импульсов регистрируется в намного меньшем числе каналов. Особенно важна избирательность регистрации в случае большого числа γ -линий анализируемого источника излучений.

ПРИЛОЖЕНИЕ III

ФОТОУМНОЖИТЕЛИ

Фотоэлемент, основанный на явлении фотоэффекта, не позволяет измерять слабые световые потоки, так как фототок получается ничтожно малым. Поэтому в настоящее время широко используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ), позволяющие без всякой дополнительной аппаратуры усиливать слабые фототоки в огромное число раз (до десятков миллионов раз). Внутреннее усиление фототока в фотоумножителях основано на явлении вторичной электронной эмиссии. Бомбардировка поверхности металла, полупроводника или диэлектрика электронным пучком, ускоренным полем, вызывает эмиссию (вылет) вторичных электронов с облучаемой поверхности. Количество испускаемых вторичных электронов зависит от материала эмиттера, их формы, потенциала коллектора, скорости и угла падения первичных электронов. Причем для некоторых поверхностей количество выбиваемых фотоэлектронов больше количества падающих.

Эмиссионные свойства поверхности характеризуются коэффициентом вторичной эмиссии — отношением числа выбитых электронов n_2 к числу падающих первичных электронов n_1 : $\sigma = n_2/n_1$. Величина σ зависит от энергии падающих электронов. Эта зависимость иллюстрируется кривыми рис. III.1. Обычно для сложных поверхностей и сплавов σ больше, чем для чистых металлов. Значения σ могут превышать 10 и зависят от угла падения электронов на поверхность, температуры слоя, его толщины, а также от других факторов. По мере старения слоя σ может меняться. Слои вторично-электронного эмиттера разрушаются при больших плотностях тока. Для некоторых слоев плотность тока до 1 mA/cm^2 предельно допустима.

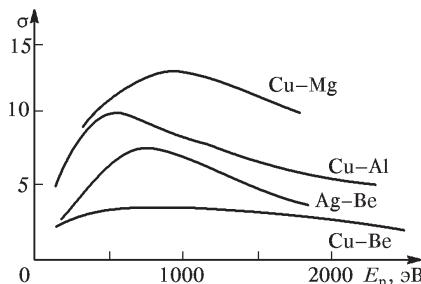


Рис. III.1. Зависимость коэффициента вторичной эмиссии различных материалов от энергии падающих электронов

Схематическое устройство многокаскадного фотоумножителя и принцип его действия приведены на рис. III.2. Фотоумножитель состоит из светочувствительного катода и ряда вторичных эмиттеров (динодов), расположенных так, чтобы наибольшее число фотоэлектронов, испускаемых эмиттером, достигало следующего эмиттера. Эмиттеры изготавливаются из материала с большим коэффициентом вторичной эмиссии, а их форма и расположение задаются выбранным способом фокусировки и ускорения электронов. И то и другое обычно выполняется с помощью электростатического поля. Оно создается в результате приложения к каждому эмиттеру последовательно возрастающего положительного потенциала. Электроны, испускаемые фотокатодом, под действием приложенного электрического поля последовательно попадают на диноды и, размножаясь, попадают окончательно на анод (коллектор). Резисторы последних каскадов шунтируются обычно емкостями, чтобы под действием тока электронов не изменялись потенциалы динодов.

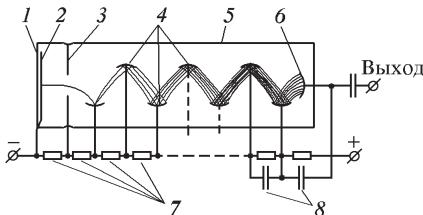


Рис. III.2. Схема фотоумножителя: 1 — входное окно; 2 — фотокатод; 3 — фокусирующий электрод; 4 — диноды; 5 — корпус ФЭУ; 6 — анод (коллектор); 7 — делитель напряжения; 8 — емкости, шунтирующие последние диноды по переменному току

Основные характеристики фотокатодов и фотоэлектронных приборов (фотоумножителей). Вторично-эмиссионная умножительная система фотоэлектрических приборов характеризуется коэффициентом усиления k . Эта величина — основная характеристика усилителя и определяется как отношение тока на выходе ФЭУ i к первичному току i_0 : $k = i/i_0$. Коэффициент усиления одного каскада ФЭУ определяется коэффициентом вторичной эмиссии σ и тем, какая часть эмитированных электронов α достигает следующего эмиттера. Для современных ФЭУ $\alpha = 0,7 \div 0,9$. Коэффициент усиления на один каскад составляет $\alpha\sigma$. Если ФЭУ содержит n эмиттеров и коэффициент усиления для всех одинаков, то общее усиление (коэффициент усиления)

$$k = (\alpha\sigma)^n. \quad (\text{III.1})$$

Наибольшее распространение получили в современных фотоумножителях следующие фотокатоды: кислородно-цезиевый, сурьмяно-цезиевый, медно-серно-цезиевый и некоторые другие с $\sigma \simeq 2 \div 10$. Величина k зависит от приложенного напряжения, регулируя его, можно в широ-

ких пределах изменять усиление. Оптимальное значение не превышает $10^7 \div 10^8$.

Величина фототока зависит не только от интенсивности, но и от длины волны падающего на фотокатод светового потока. Поэтому для характеристики фотокатода фотоэлектронных приборов вводится понятие спектральной чувствительности. Спектральная чувствительность $S_{\lambda k}$ определяется величиной фототока, возникающего в цепи фотокатода под действием монохроматического излучения с длиной волны λ . Для фотоумножителей с коэффициентом усиления k спектральная чувствительность ФЭУ определяется выражением

$$S_{\lambda} = k S_{\lambda k}. \quad (\text{III.2})$$

На практике обычно для характеристики спектральной чувствительности фотокатода используют безразмерную величину

$$S_{0\lambda} = \frac{S_{\lambda}}{S_{\lambda_{\max}}}, \quad (\text{III.3})$$

называемую относительной спектральной чувствительностью фотокатода. Здесь $S_{\lambda_{\max}}$ — максимальное значение спектральной чувствительности фотокатода в интересующем нас спектральном диапазоне, соответствующее длине волны λ , обозначенной через λ_{\max} .

На рис. III.3 приведены кривые спектральной чувствительности некоторых фотокатодов, применяемых в фотоумножителях, электронно-оптических преобразователях и других фотоэлектронных приборах.

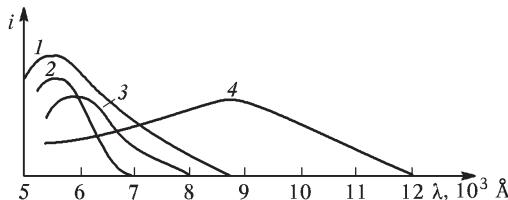


Рис. III.3. Спектральные характеристики фотокатодов: 1 — многощелочной; 2 — сурьмяно-цезиевый; 3 — висмуто-цезиевый; 4 — серебряно-кислородно-цезиевый

Максимальной чувствительностью в видимой области спектра ($\lambda < 7500 \text{ \AA}$) обладает многощелочной фотокатод. Его квантовый выход в области максимальной чувствительности ($\simeq 5300 \text{ \AA}$) достигает $30 \div 40\%$. В длинноволновой области спектра ($\lambda > 8000 \text{ \AA}$) единственным катодом является кислородно-цезиевый, красная граница которого проходит около 12000 \AA .

Один из наиболее важных параметров фотоэлектронных приборов — темновой ток или ток на выходе прибора, находящегося под напряжени-

ем, если прибор не освещен. Темновой ток является результатом термоэмиссии электронов с фотокатода и утечек вследствие несовершенства изоляции между электродами ФЭУ. Следует иметь в виду, что величина темнового тока зависит от напряжения на аноде. Отношение полезного сигнала к уровню помех (шума) — один из основных параметров для любого электронного прибора.

Наименьший световой поток, который может быть зарегистрирован ФЭУ, называется *пороговой чувствительностью*. Основные параметры, определяющие пороговую чувствительность ФЭУ, — квантовый выход и величина темнового тока.

Частотная характеристика, или временная разрешающая способность, выражающая зависимость амплитуды переменной составляющей фототока от частоты модуляции светового потока, тоже является важной характеристикой ФЭУ. Момент появления тока в цепи коллектора ФЭУ не совпадает с моментом освещения фотокатода. Этот сдвиг во времени объясняется тем, что электроны, средняя скорость которых в умножителе невелика и не превышает $\approx 5 \cdot 10^8$ см/с, затрачивает на пролет от фотокатода до коллектора заметное время, составляющее сотые доли микросекунды. Важным обстоятельством является то, что электроны последнего поколения, отвечающие одновременному вылету электронов из фотокатода, возникают на последнем диноде неодновременно. Время пролета испытывает значительные отклонения от среднего значения вследствие разброса начальных скоростей электронов вторичной эмиссии по величине и по направлению, а также вследствие различия в длинах их траекторий. В соответствии с этим мгновенной световой вспышке будет отвечать импульс тока, растянутый во времени до $10^{-8} \div 10^{-9}$ с, форма которого определяется условиями пролета электронов в ФЭУ данной конструкции.

При использовании ФЭУ в сцинтилляционном счетчике с неорганическими кристаллами, время высвечивания которых сравнительно велико и составляет десятые доли микросекунды и больше, временные свойства фотоумножителя практически не играют никакой роли и время разрешения сцинтилляционного счетчика будет определяться только временем высвечивания кристалла. Однако при работе с органическими сцинтилляторами время разрешения ФЭУ может оказаться сравнимым с временем высвечивания сцинтиллятора и при расчете разрешающей способности счетчика по времени должно быть учтено.

В экспериментах, требующих особо высокого разрешения по времени, применяют ФЭУ специальной конструкции, время разрешения которых сведено к $(1 \div 2) \cdot 10^{-10}$ с. Улучшение временной характеристики ФЭУ достигается путем уменьшения расстояния между динодами, придачи электродам специальной формы, обеспечивающей изохронность траекторий электронов и уменьшения числа каскадов при повышении напряжения между ними.

ПРИЛОЖЕНИЕ IV

МЕТОДЫ ОТБОРА СОБЫТИЙ ПО ВРЕМЕНИ И АМПЛИТУДЕ

Появляющийся после детектора электрический импульс характеризуется формой, амплитудой и временем появления. Временная информация либо непосредственно связана с физическими величинами, имеющими размерность времени (например, время распада возбужденного состояния ядра), либо через какие-то промежуточные процессы с такими характеристиками, как энергия частицы, скорость и т. п. Так, например, скорость частицы может быть измерена по времени пролета какого-то фиксированного расстояния.

Информация о временных характеристиках процессов бывает двух видов: 1) распределение временных интервалов между двумя какими-либо событиями; 2) корреляция во времени между двумя или более событиями.

Типичный пример временных измерений — определение среднего времени распада возбужденного состояния ядра, образующегося в результате β -распада. Гамма-квант и β -частица детектируются двумя различными детекторами. Бета-частица является сигналом начала процесса, гамма-квант — его конца. Измеряя распределение во времени запаздывания сигнала от гамма-кванта, мы тем самым определяем время жизни состояния τ_γ по отношению к γ -распаду (рис. IV.1).

Этот же рисунок может служить и иллюстрацией отбора событий, коррелированных во времени (т. е. совпадения событий), который используется при определении интенсивности источника. Пусть N_0 — скорость β -распада (интенсивность источника). Скорость счета β -частиц и гамма-квантов определяется эффективностью детекторов ϵ_β и ϵ_γ , т. е.

$$N_\beta = \epsilon_\beta N_0 \quad \text{и} \quad N_\gamma = \epsilon_\gamma N_0. \quad (\text{IV.1})$$

Скорость счета числа совпадений ($\beta - \gamma$)-импульсов будет равна

$$N_c = \epsilon_\beta \epsilon_\gamma N_0. \quad (\text{IV.2})$$

Поэтому, даже не зная эффективностей детекторов, легко найти интенсивность источника

$$N_0 = N_\beta N_\gamma / N_c. \quad (\text{IV.3})$$

Электронная схема совпадений считает два импульса совпадающими, если время их появления меньше определенного значения τ_c , характеризующего качество самого прибора. Временной интервал $2\tau_c$ (так

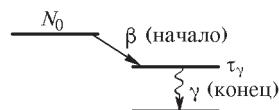


Рис. IV.1. Пример временных корреляций — β -распад на возбужденное состояние дочернего ядра

как один из импульсов может быть раньше или позже другого на τ_c) называется *временным разрешением схемы*. В силу конечности разрешения будут регистрироваться не только истинные совпадения N_c , но и случайные $N_{\text{сл}}$, которые возникают от двух импульсов, принадлежащих разным распадным событиям, но произошедших за время $2\tau_c$. Поэтому

$$N_{\text{сл}} = 2\tau_c N_\gamma N_\beta. \quad (\text{IV.4})$$

Отношение

$$N_{\text{сл}}/N_c = 2N_0\tau_c \quad (\text{IV.5})$$

пропорционально τ_c , т. е. для измерения источников большой интенсивности требуется малое разрешающее время.

В то же время на значение τ_c накладываются ограничения и со стороны малых времен. Ясно, что должно быть выполнено условие $\tau_c \gg \tau_\gamma$, т. е. в нашем примере излучение β -частицы и γ -кванта должно происходить с точки зрения схемы совпадений мгновенно. Кроме того, должны

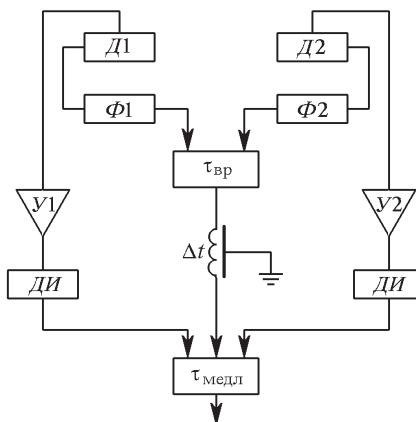


Рис. IV.2. Схема измерений быстро-медленных совпадений: D — детекторы, Φ — формирователи, $\tau_{\text{вр}}$ — схема временных совпадений, Y — усилители, Δt — линия задержки, $ДИ$ — дискриминаторы, $\tau_{\text{меди}}$ — блок тройных совпадений

быть учтены и характеристики детекторов. Сигнал с детектора запаздывает по отношению ко времени появления первичной частицы в силу временных статистических флуктуаций в системе, таких, как время сбора ионов, электронов или дырок, времени высвечивания в сцинтилляторе, времени распространения сигнала в фотоумножителе и др. В какой степени это влияет на разрешение, зависит часто от способов формирования сигнала. Еще одна причина временных неопределенностей — зависимость задержки импульса от амплитуды, если с импульсом производятся какие-то нелинейные операции (ограничение, формирование, дискриминация).

Часто имеет место зависимость и между амплитудой импульса и временем его появления. В основном представляет интерес измерение временной корреляции между импульсами с определенной амплитудой, так что измерение амплитуды должно предшествовать измерению времени. Сейчас электронные системы (дискриминаторы) позволяют выделять импульс данной амплитуды с сохранением его временных свойств с точностью до нескольких наносекунд. Широко распространена для измерения амплитудно-временных корреляций система «быстро-медленных» совпадений, показанная на рис. IV.2. Сигналы с детекторов прежде всего проходят через быстрые формирователи импульсов, после которых мы уже имеем дело со стандартными импульсами, и затем попадают на схему временных совпадений с разрешением $\tau_{\text{вр}}$. Одновременно «медленные» сигналы проходят через линейные усилители, амплитудные дискриминаторы и попадают на схему тройных совпадений с разрешением $\tau_{\text{медл}} \gg \tau_{\text{вр}}$. Выходной импульс после схемы тройных совпадений образуется тогда и только тогда, если одновременно выполнены для исследуемых импульсов временные и амплитудные критерии. Разрешающее время $\tau_{\text{медл}}$ должно быть достаточно большим, чтобы компенсировать различные временные задержки в дискриминаторах.

Примером такого способа измерений может служить установка для измерения времени жизни позитронно-активных ядер. Такие ядра, в частности, часто получаются в результате (γ, n) -реакций. Пусть мы имеем β^+ -активное ядро ^{15}O , период полураспада которого составляет около 2 мин. Для увеличения чувствительности таких измерений удобным оказывается детектировать не сами позитроны, а возникающие аннигиляционные γ -кванты. Схема измерений показана на рис. IV.3.

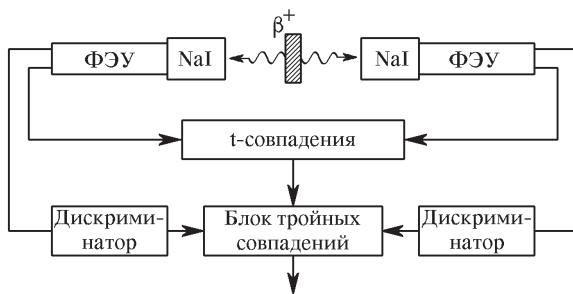


Рис. IV.3. Схема регистрации позитронного распада

В силу того, что γ -кванты рождаются одновременно и имеют энергию 0,511 МэВ, отбор событий по времени и амплитуде позволяет снизить фон установки до одного импульса в 5 мин, т. е. регистрировать практически только акт распада ядра ^{15}O . Преимущество схемы быстро-медленных совпадений состоит в том, что во временном канале не надо заботиться о сохранении информации об амплитуде импульса, и наобо-

рот — в амплитудном канале о времени. Тем самым имеется в распоряжении экспериментатора возможность оптимизации схемы измерений.

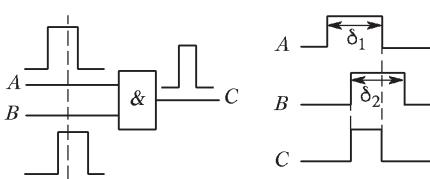


Рис. IV.4. Логический элемент «И» и временная диаграмма входных и выходных импульсов

импульса и временные характеристики элемента «И» намного меньше длительности импульса δ .

Часто складывается и обратная ситуация, когда одновременные импульсы должны быть выброшены из рассмотрения. Наглядный пример — учет космического излучения (рис. IV.5). Пусть детектор D_1

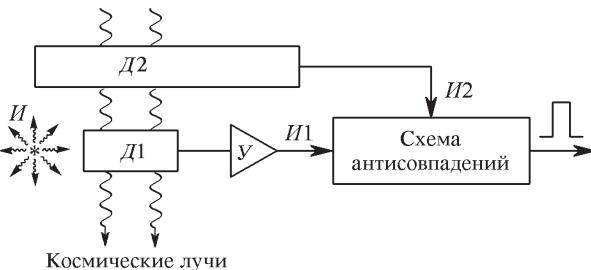


Рис. IV.5. Схема измерений активности за вычетом вклада космического излучения; схема антисовпадений является в данном случае логическим элементом ИЛИ

регистрирует излучение источника I , а сигнал с детектора D_2 служит информацией о прохождении космической частицы. Истинным сигналом от источника мы можем считать только сигнал I_1 , «антисовпадающий» с сигналом I_2 . Такую операцию осуществляют элемент «ИЛИ». И, наконец, иногда требуется регистрировать задержанные совпадения, т. е. совпадения импульсов, разделенных по времени на какой-то промежуток τ . В таком случае в одно из плеч схемы совпадений вводится регулируемая временная задержка сигнала.

Сейчас разработано и применяется большое число специальных электронных устройств для ядерной физики. Иногда это узкоспециализированные приборы, а чаще универсальные блоки, из которых экспериментатор сам набирает требуемую логическую схему отбора событий.

Идеальная схема совпадений — это в то же время идеальный логический элемент «И» для импульсов стандартной формы и амплитуды, как показано на рис. IV.4. Легко видеть, что разрешение $2\tau_c = \delta_1 + \delta_2$, где δ_1, δ_2 соответственно длина входных импульсов. Почти всегда используются стандартные импульсы длиной δ , т. е. $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, $\tau_c = 2\delta$. При этом мы предполагаем, что время нарастания импульса и временные характеристики элемента «И» намного меньше длительности импульса δ .

ПРИЛОЖЕНИЕ V

ТАБЛИЦЫ

Таблица V.1. Основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2,997928 \cdot 10^{10}$ см/с
Постоянная Планка	$h = 6,6254 \cdot 10^{-27}$ эрг · с = $= 6,6254 \cdot 10^{-34}$ Дж · с;
Постоянная Больцмана	$\hbar = h/2\pi = 1,0545 \cdot 10^{-27}$ эрг · с $k = 1,38049 \cdot 10^{-16}$ эрг/К = $= 1,38049 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	$N = 6,0247 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$
Постоянная Стефана–Больцмана	$\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-5}$ эрг · см $^{-2} \cdot K^{-4} \cdot c^{-1}$ = $= 5,6696 \cdot 10^{-8}$ Вт · м $^{-2} \cdot K^{-4}$
Постоянная закона смещения Вина	$\lambda_{\max} \cdot T = 0,297$ см · К
Энергия, соответствующая 1 эВ (электрон-вольт)	$1,6020 \cdot 10^{-12}$ эрг $\simeq 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Постоянная Ридберга для бесконечной массы	$R_{\infty} = 109737,31$ см $^{-1}$
«Радиус первой боровской орбиты» для атома водорода	$a_0 = 5,29173 \cdot 10^{-9}$ см
Атомная единица массы а. е. м.	931,16 МэВ
Комптоновская длина волны электрона	$\Lambda = 2,4265 \cdot 10^{-10}$ см
Магнетон Бора	$\mu_B = 0,92733 \cdot 10^{-10}$ эрг · Гс $^{-1}$
Ядерный магнетон	$\mu_n = 0,50504 \cdot 10^{-23}$ эрг · Гс $^{-1}$
Постоянная тонкой структуры	$\alpha = 7,2976 \cdot 10^{-3}$; $1/\alpha = 137,03$
Масса электрона	$m_e = 9,1086 \cdot 10^{-28}$ г
Заряд электрона	$e = 4,80294 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ \simeq $\simeq 1,601 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса протона	$m_p = 1,67245 \cdot 10^{-24}$ г = $= 1,008142$ а. е. м. = 938,72 МэВ
Магнитный момент протона	$\mu_p = +2,79275 \mu_n$
Масса нейтрона	$m_n = 1,67476 \cdot 10^{-24}$ г = $= 1,008982$ а. е. м. = 939,50 МэВ
Магнитный момент нейтрона	$\mu_n = -1,9128 \mu_n$
Масса α -частицы	$m_{\alpha} = 6,6442 \cdot 10^{-24}$ г
Масса π^{\pm} -мезона	$m_{\pi^{\pm}} = 273,4 m_e$
Среднее время жизни π^+ - и π^- -мезонов	$\tau_{\pi^+} = \tau_{\pi^-} = 2,55 \cdot 10^{-8}$ с
Масса π^0 -мезона	$m_{\pi^0} = 263,7 m_e$
Среднее время жизни π^0 -мезона	$\tau_{\pi^0} = 1,05 \cdot 10^{-16}$ с
Масса μ -мезона	$m_{\mu} = 207 m_e$
Среднее время жизни мюона	$\tau_{\mu} = 2,21 \cdot 10^{-6}$ с

Таблица V.2. Длины волн ярких линий в спектрах неона и ртути

Неон			Ртуть		
Окраска линии	Относительная яркость (визуальная оценка)	$\lambda, \text{\AA}$	Окраска линии	Относительная яркость (визуальная оценка)	$\lambda, \text{\AA}$
Ярко-красная	10	6402	Фиолетовая	2	4046,56
Красно-оранжевая	10	6143		—	4347,50
Оранжевая	5	5945	Синяя	8	4358,343
Желтая	20	5853		—	4398,62
Светло-зеленая	4	5765		—	4487,48
Зеленая	6	5400		—	4825,62
Зеленая	8	5330	Зеленая	10	5460,742
Зеленая	5	5031	Желтая	8	5769,598
Сине-зеленая	8	4849	Желтая	10	5790,659
				—	6100,36
				—	7301,68

Таблица V.3. Пробеги α -частиц различных материалах

$E, \text{ эВ}$	Al, мкм	Биологическая ткань, мкм	Вода, мкм	Воздух, см	Свинец, мкм
0,1	0,950	1,03	1,00	0,113	0,845
0,5	2,56	2,94	2,87	0,309	2,23
1,0	4,05	5,06	4,96	0,499	3,78
1,5	5,63	7,50	7,38	0,714	4,41
2,0	7,38	10,4	10,2	0,966	5,61
2,5	9,32	13,6	13,4	1,25	6,94
3,0	11,5	17,4	17,1	1,58	8,39
3,5	13,9	21,6	21,3	1,96	9,98
4,0	16,5	26,2	25,8	2,37	11,7
4,5	19,2	31,2	30,8	2,82	13,4
5,0	22,2	36,7	36,2	3,29	15,3
5,5	25,4	42,6	42,0	3,82	17,3
6,0	28,8	48,8	48,2	4,37	19,4
7,0	36,2	62,4	61,7	5,58	23,8
8,0	43,4	78,0	76,8	7,19	31,5
9,0	52,2	94,4	93,0	8,66	36,0
10,0	61,6	112	111	10,2	42,7

Таблица V.4. Линейные коэффициенты поглощения γ -лучей в различных веществах (в см^{-1})

$E_\gamma, \text{ МэВ}$	Al	Cu	Fe	Pb	Вода	Бетон	NaI
0,1	0,456	4,117	2,928	62,03	0,171	0,397	6,055
0,2	0,329	1,409	1,149	10,68	0,137	0,291	1,196
0,3	0,281	1,000	0,787	4,275	0,119	0,251	0,602
0,4	0,250	0,839	0,740	2,495	0,106	0,224	0,428
0,5	0,228	0,745	0,661	1,724	0,0966	0,204	0,343
0,6	0,210	0,679	0,605	1,349	0,0896	0,189	0,298
0,8	0,184	0,588	0,526	0,982	0,0786	0,166	0,246
1,0	0,166	0,526	0,471	0,798	0,0706	0,149	0,214
1,5	0,135	0,430	0,382	0,581	0,0575	0,121	0,172
2,0	0,117	0,377	0,337	0,518	0,0493	0,105	0,152
5,0	0,076	0,285	0,246	0,483	0,0301	0,067	0,127

Таблица V.5. Коэффициенты излучения ε_T различных материалов (для направления, совпадающего с нормалью к поверхности)

Материалы	Температура, °C	ε_T
Металлы		
Алюминий полированный	50...500	0,04...0,06
Алюминий с шероховатой поверхностью	20...50	0,06...0,07
Вольфрам	230	0,053
Вольфрам	600...1000	0,10...0,16
Вольфрам	1500...2230	0,31
Вольфрамовая нить	3300	0,39
Железо литое необработанное	925...1115	0,87...0,95
Золото полированное	225...635	0,018...0,035
То же	100	0,02
Медь полированная	50...100	0,02
Медь окисленная	50	0,6...0,7
Молибденовая нить	725...2600	0,096...0,292
Никелевая проволока	185...1000	0,096...0,186
Нихромовая проволока чистая	500...1000	0,71...0,79
Платина	925...1115	0,12...0,17
Чугун расплавленный	1300...1400	0,29...0,29
Разные материалы		
Асбестовая бумага	40...370	0,93...0,95
Бетон	20	0,92
Бумага белая	20	0,96
Вода (слой толщиной более 0,1 мм)	0...100	0,95...0,96
Кирпич силикатный	1230	0,66
Кожа человеческая	36	0,98

Таблица V.6. Основные характеристики проводниковых материалов

Материал	Плотность, г/см ²	Температура плавления, °C	Удельное эл. сопротивление, Ом·мм ² /м	Температурный коэффициент сопротивления, 1/°C·10 ⁻⁴	Теплопроводность, Вт/см·°C	Средняя теплоемкость, ккал/г·K
Алюминий	2,7	657	0,026—0,029	44	2,1	0,21
Бронза	8,3—8,9	885—1050	0,021—0,052	40	0,4—0,8	0,095
Вольфрам	18,0—19,3	3400	0,053—0,55	40	0,92—1,88	0,034
Золото	19,3	1063	0,022—0,23	36	2,92—3,12	0,031
Латунь	8,4—8,7	900—960	0,031—0,079	20	1,09—1,25	0,093
Медь	8,71—8,94	1083	0,0175—0,018	41	3,93—4,1	0,098
Молибден	9,7—10,3	2570—2620	0,048—0,054	49	1,46	0,062
Никель	8,8—8,9	1452	0,068—0,072	68	0,58—0,62	0,106
Олово	7,3	232	0,124—0,116	44	0,64	0,054
Платина	21,45	1755—1778	0,096—0,105	26—40	0,7	0,034
Ртуть	13,55	—38,7	0,943—0,952	90	0,11	0,033
Сталь	7,87	1400—1530	0,103—0,14	60	0,45—0,48	0,12
Серебро	10,5	960	0,015—0,016	36	4,20—4,22	0,055
Свинец	11,35	327	0,217—0,227	40	0,34—0,35	0,03
Цинк	6,86—7,14	419—428	0,053—0,062	0,004	1,12	0,09
Чугун	7,2—7,6	1200	0,5—0,41	0,001	0,49	0,11

Таблица V.7. Свойства полупроводников

		Ширина запрещенной зоны, эВ		Эффективная масса электронов m_e^*		Показатель преломления n		Статическая диэлектрическая проницаемость ϵ		Постоянная решетки a , Å		Подвижность, см ² /(В·с)	
		Δ (0 К)	Δ (300 К)	m_l	m_t	$0,98$	$0,52$	$3,44$	$11,7$	$5,43$	1350	480	μ_n
IV	Si	1,166	1,11	m_l	m_t	0,98	0,52						
	Ge	0,74	0,67	m_l	m_t	1,58	0,3	4,00	16,3	5,66	3900	1900	
α -Sn		-0,2	0,02							6,489	2000	1000	
	Se	1,95	1,74								1		
VI	Te	0,334	0,32	$0,038 \perp c$		$0,26 \parallel c$	$0,071 \parallel c$	$5,0 \parallel c$	$8,5$				
				—		$0,10 \perp c$	$3,72 \perp c$	$2,68 \perp c$					
AlAs		2,24	2,16	0,5		m_l	$1,06$			12	5,66	1000	~ 100
	AlSb	1,6	16	0,11		m_l	$0,49$						
GaN		3,6	3,5	0,2			2,4						
	GaP	2,4	2,25	0,13		0,8	3,37	10		5,450	120	120	
II – VI	GaAs	1,520	1,43	0,07		0,5	3,4	12		5,653	8600	400	
	GaSb	0,81	0,69	0,045		0,39	3,9	15		6,095	4000	650	
InP		1,42	1,28	0,07		0,40	3,37	12,1		5,8687	4000	650	
	InAs	0,43	0,36	0,028		0,33	3,42	12,5		6,058	30000	240	
InSb		0,235	0,17	0,0133		0,18	3,75	18		6,4787	76000	5000	(78 K)

Ширина запрещенной зоны, эВ		Эффективная масса электронов m_e^*		Показатель преломления n для m_h^*		Статическая диэлектрическая проницаемость ϵ		Постоянная решетки $a, \text{ \AA}$		Подвижность, $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	
Δ (0 K)	Δ (300 K)	0,32	0,27	2,2	2,4	8,3	7,9	a 3,2496 c 5,2065	180	дырок μ_n	
II – VI	Zn0	α	0,28	$> 1 \parallel$ $0,5 \perp$	2,4	8,3	a 3,814 c 6,257				
	ZnS	β	0,39		2,4	8,3	5,406				
	ZnSe	2,80	0,17		2,89	8,1	5,667	100			
	ZnTe	2,39	0,15		3,56	9,7	6,101	7			
CdS	CdS	2,58	0,20	$0,7 \perp c$ $5 \parallel c$	2,5	8,9	a 4,299 c 7,010	210			
	CdSe	1,85	0,13	$2,5 \parallel ***$ $0,4 \perp$		10,6	6,477	500			
	CdTe	1,60	1,50	0,11	0,35	2,75	10,9	600			
HgTe	HgSe	-0,24	-0,15	0,045		25	6,085	5500			
	HgTe	-0,28	-0,15	0,029	~0,3	3,7	20	6,42	22000	100 (20 K)	
IV – VI	PbS	0,29	0,37	0,1	0,1	3,7	170	5,936	550	600	
	PbSe	0,15	0,26	$m_l 0,07$ $m_t 0,039$	$m_l 0,06$ $m_t 0,03$	250	6,124	1020	930		
	PbTe	0,19	0,29	$m_l 0,24$ $m_t 0,02$	$m_l 0,3$ $m_t 0,02$	3,8	412	6,460	1620	750	

Таблица V.8. Характеристики магнитных материалов

Элемент	Состав	Тип неспаренных электронов	Температура Юрии T_C , К	Температура Нееля T_N , К	Магнитная индукция насыщения, кГс
Cr	—	3d	—	312	—
Mn	—	3d	—	100	—
Fe	—	3d	1044	—	21,5
Co	—	3d	1388	—	6,1
Ni	—	3d	627,5	—	17,9
Nd	—	4f	—	19	—
Sm	—	4f	—	106	—
Eu	—	4f	—	90	—
Gd	—	4f	293,4	—	—
Tb	—	4f	219,5	230	—
Dy	—	4f	89	179	—
Ho	—	4f	20	132	—
Er	—	4f	20	85	—
Tm	—	4f	32	58	—
Cr ₂ O ₃	—	—	—	307	—
CoO	—	—	—	291	—
MnFe ₂	—	—	—	67	—
Гематит	$\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$	—	—	950	—
Сплав Гейсслера	Cu ₂ MnAl	—	600	—	—
Пермалloy	79Ni, 16Fe, 4Mo	—	573	—	8
Кремнистое железо	3,0 Si	—	973	—	2
Железо-кобальт	50Fe, 50Co	—	1253	—	24,5
Феррит	12NiO, 22ZnO, 0,66 Fe ₂ O ₃	—	423	—	3,2
Самарий-кобальт	SmCo ₅	—	1020	—	30
Неодим-железо-бор	Nd-Fe-H-B	—	585–610	—	12–14

Таблица V.9. Критическая температура, температура Дебая и критическое магнитное поле некоторых элементов при нулевой температуре

Элемент	T_c , К	Θ_D , К	H_c , Э	Элемент	T_c , К	Θ_D , К	H_c , Э
Al	1,19	420	105	Pb	7,2	96	803
Be	0,026	1160		Sn	3,72	195	308
Cd	0,55	300	29,6	Ta	4,46	260	831
Ga	1,09	317	58,9	Ti	0,42	426	56
Hg	4,15	90	390	Tl	2,39	88	179
In	3,4	109	289	V	5,46	340	1167
La	4,88	140	808	W	0,015	390	1,07
Mo	0,92	460	98	Zn	0,85	310	52,5
Nb	9,3	240	1980	Zr	0,55	290	47,7

Таблица V.10. Параметры ВТСП-материалов

Соединение	T_c K	Число CuO-слоев	$\lambda_{a,b}$, нм	λ_c , нм	$\xi_{a,b}$, нм	ξ_c , нм
La _{1,85} Sr _{0,15} CuO ₄	40	1	80	430	3,7	0,7
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	95	2	27	180	3,1	0,4
Bi ₂ Sr ₂ CaCu ₂ O ₈	95	2	25	500	3,8-1,8	0,2
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	115	3	< 25	> 500	3	< 0,2

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

	I	II	III	IV	V
I	H 1 1,00794 ВОДРОД				
II	Li 3 6,941 ЛИТИЙ	Be 4 9,01218 БЕРИЛЛИЙ	B 5 10,811 БОР	C 6 12,0107 УГЛЕРОД	N 7 14,0067 АЗОТ
III	Na 11 22,98977 НАТРИЙ	Mg 12 24,3050 МАГНИЙ	Al 13 26,98154 АЛЮМИНИЙ	Si 14 28,0855 КРЕМНИЙ	P 15 30,97376 ФОСФОР
IV	K 19 39,0983 КАЛИЙ	Ca 20 40,078 КАЛЬЦИЙ	Sc 21 44,95591 СКАНДИЙ	Ti 22 47,867 ТИТАН	V 23 50,9415 ВАНАДИЙ
		Cu 29 63,546 МЕДЬ	Zn 30 65,409 ЦИНК	Ga 31 69,723 ГАЛЛИЙ	Ge 32 72,64 ГЕРМАНИЙ
V	Rb 37 85,4678 РУБИДИЙ	Sr 38 87,62 СТРОНЦИЙ	Y 39 88,90585 ИТТРИЙ	Zr 40 91,224 ЦИРКОНИЙ	Nb 41 92,90638 НИОБИЙ
		Ag 47 107,8682 СЕРЕБРО	Cd 48 112,411 КАДМИЙ	In 49 114,818 ИНДИЙ	Sn 50 118,710 ОЛОВО
VI	Cs 55 132,90545 ЦЕЗИЙ	Ba 56 137,327 БАРИЙ	La-Lu 57-71 178,49 ГАФНИЙ	Hf 72 Ta 73 180,94788 ТАНТАЛ	
		Au 79 196,96657 ЗОЛОТО	Hg 80 200,59 РТУТЬ	Tl 81 204,3833 ТАЛЛИЙ	Pb 82 207,2 СВИНЕЦ
VII	Fr 87 223,0197 ФРАНЦИЙ	Ra 88 226,0254 РАДИЙ	Ac-Lr 89-103 267,1215 РЕЗЕРФОРДИЙ	Rf 104 268,1255 ДУБНИЙ	Db 105
		Rg 111 280,1645 РЕНТГЕННИЙ	Cn 112 285,174 КОПЕРНИЦИЙ		

Лантаноиды	La 57 138,90547 ЛАНТАН	Ce 58 140,116 ЦЕРИЙ	Pr 59 140,90765 ПРАЗЕОДИН	Nd 60 144,242 НЕОДИМ	Pm 61 144,9127 ПРОМЕТИЙ	Sm 62 150,36 САМАРИЙ	Eu 63 151,964 ЕВРОПИЙ
------------	--	-------------------------------------	---	--------------------------------------	---	--------------------------------------	---------------------------------------

Актиноиды	Ac 89 227,0278 АКТИНИЙ	Th 90 232,0381 ТОРИЙ	Pa 91 231,03588 ПРОТАКТИНИЙ	U 92 238,02891 УРАН	Np 93 237,0482 НЕПТУНИЙ	Pu 94 244,0642 ПЛУТОНИЙ	Am 95 234,0614 АМЕРИЦИЙ
-----------	--	--------------------------------------	---	-------------------------------------	---	---	---

ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

VI	VII	VIII			
8 O 15,9994 КИСЛОРОД	9 F 18,99840 ФТОР	Атомный номер Li 3 6,941 ЛИТИЙ			2 He 4,00260 ГЕЛИЙ
16 S 32,065 СЕРА	17 Cl 35,453 ХЛОР	Относительная атомная масса			10 Ne 20,1797 НЕОН
Cr 51,9961 ХРОМ	Mn 54,93805 МАРГАНЕЦ	Fe 55,845 ЖЕЛЕЗО	Co 58,9332 КОБАЛЬТ	Ni 58,6934 НИКЕЛЬ	Ar 39,948 АРГОН
34 Se 78,96 СЕЛЕН	35 Br 79,904 БРОМ				36 Kr 83,798 КРИПТОН
Mo 95,94 МОЛИБДЕН	Tc 97,9072 ТЕХНЕЦИЙ	Ru 101,07 РУТЕНИЙ	Rh 102,90550 РОДИЙ	Pd 106,42 ПАЛЛАДИЙ	
52 Te 127,60 ТЕЛЛУР	53 I 126,90447 ЙОД				54 Xe 131,293 КСЕНОН
W 183,84 ВОЛЬФРАМ	Re 186,207 РЕНИЙ	Os 190,23 ОСМИЙ	Ir 192,217 ИРИДИЙ	Pt 195,084 ПЛАТИНА	
84 Po 208,9824 ПОЛОНИЙ	85 At 209,9871 АСТАТ				86 Rn 222,0176 РАДОН
Sg 271,1335 СИБОРГИЙ	Bh 272,1380 БОРИЙ	Hs 277,150 ГАССИЙ	Mt 276,1215 МЕЙТНЕРИЙ	Mt 281,162 ДАРМШТАДТИЙ	

Gd 64 157,25 ГАДОЛИНИЙ	Tb 65 158,92535 ТЕРБИЙ	Dy 66 162,500 ДИСПРОЗИЙ	Ho 67 164,93032 ГОЛЬМИЙ	Er 68 167,259 ЭРБИЙ	Tm 69 168,93421 ТУЛИЙ	Yb 70 173,04 ИТТЕРБИЙ	Lu 71 174,967 ЛЮТЕЦИЙ
-------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

Cm 96 247,0704 КЮРИЙ	Bk 97 247,0703 БЕРКИЙ	Cf 98 251,0796 КАЛИФОРНИЙ	Es 99 252,0830 ЭЙНШТЕЙНИЙ	Fm 100 257,0951 ФЕРМИЙ	Md 101 258,0984 МЕНДЕЛЕЕВИЙ	No 102 259,1010 НОБЕЛИЙ	Lr 103 262,1096 ЛОУРЕНСИЙ
-----------------------------------	------------------------------------	--	--	-------------------------------------	--	--------------------------------------	--

Учебное издание

*ИГОШИН Федор Федорович
САМАРСКИЙ Юрий Александрович
ЦИПЕНЮК Юрий Михайлович*

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ
Квантовая физика

Набор и верстка выполнены в издательстве «Физматкнига»

Редакторы *А. К. Розанов, Д. А. Свинцов*

Операторы верстки *Н. Д. Бейлин, А. К. Розанов, Р. С. Чарушин*

Рисунки *М. В. Ивановский, А. К. Розанов*

Подписано в печать 16.01.2012. Формат 60×88/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 29. Уч.-изд. л. 29. Тираж 1200 экз. Заказ 37.

Издательство «Физматкнига».

141700, Московская область, г. Долгопрудный, ул. Первомайская, д. 11-а.

Тел. (495) 971-26-04

Интернет-магазин технической литературы

www.fizmatkniga.ru

Отпечатано в ППП Типография «Наука» АИЦ «Наука» РАН
141099, Москва Г-99, Шубинский пер., д. 6