

# ICI 514 Optimización Computacional: Sumativa-3

Benjamín Zarate<sup>1</sup>[20.882.488–0] and Kevin Diaz<sup>2</sup>[20.479.055–8]

<sup>1</sup> Universidad de Valparaiso, Gral. Cruz 222, Valparaíso, Chile  
`benjamin.zarate@alumnos.uv.cl`

<sup>2</sup> Universidad de Valparaiso, Gral. Cruz 222, Valparaíso, Chile  
`kevin.diaz@alumnos.uv.cl`

**Abstract.** Este trabajo aborda la optimización de campañas publicitarias para la empresa inmobiliaria ABC, enfrentando el desafío de maximizar la exposición y calidad de los anuncios dentro de restricciones presupuestarias estrictas y a su vez minimizar el costo de la implementación de esta. El problema se plantea como una optimización multiobjetivo que ha sido transformada en un problema monoobjetivo mediante la técnica de scalarizing, facilitando la aplicación del modelo Harris Hawk Optimization (HHO). La solución propuesta utiliza este modelo bioinspirado, ajustado con múltiples configuraciones de pesos para equilibrar los objetivos de coste y calidad. Los resultados demuestran que el modelo HHO es capaz de generar estrategias de publicidad efectivas, respetando los límites presupuestarios y maximizando la calidad de la exposición, con los resultados obtenidos siendo usados para formar la frontera de Pareto. Estos hallazgos subrayan la viabilidad del modelo HHO en problemas complejos de optimización en el ámbito empresarial.

## 1 Introducción

La optimización de recursos en campañas publicitarias es un desafío constante para las empresas que buscan maximizar el retorno de inversión. En este contexto, la empresa ABC, dedicada a la venta de inmuebles, enfrenta la necesidad de optimizar su estrategia publicitaria para un nuevo proyecto de vivienda. El problema reside en cómo maximizar la calidad y exposición de los anuncios, mientras se minimizan los costos, dentro de un conjunto dado de restricciones presupuestarias y limitaciones de exposición en distintos medios.

Para abordar este problema, se ha propuesto el uso del modelo de Optimización Harris Hawk (HHO), una técnica de optimización bioinspirada que simula la estrategia de caza del halcón. Este modelo se adapta para tratar el problema como una optimización monoobjetivo mediante técnicas de scalarizing, permitiendo la aplicación efectiva de HHO para balancear los objetivos de coste y calidad de la exposición publicitaria.

Los resultados obtenidos con este modelo demuestran su capacidad para diseñar estrategias publicitarias que no solo cumplen con todas las restricciones, sino que también optimizan eficazmente los recursos disponibles. La implementación de esta técnica ha permitido a la empresa ABC alcanzar un equilibrio óptimo entre costo y calidad, evidenciado a través de la construcción de la frontera de Pareto.

Este documento está organizado de la siguiente manera: La Sección 2 detalla el desarrollo del modelo HHO y cómo se adapta al contexto de la optimización de campañas publicitarias, además describe el método de resolución empleado y la configuración específica del solver utilizado. La Sección 3 presenta los resultados obtenidos y su análisis. Finalmente, la Sección 4 concluye con las implicaciones de estos resultados y las recomendaciones para futuras investigaciones.

## 2 Desarrollo

### 2.1 Planteamiento del Problema y Estrategia de Análisis

El problema se centra en la optimización de una campaña publicitaria para ABC, una empresa de ventas de inmuebles. La optimización busca maximizar la calidad y la exposición de los anuncios y minimizar los costos asociados, respetando un conjunto de restricciones presupuestarias específicas para diferentes medios de comunicación. La estrategia de análisis empleada involucra la conversión del problema multiobjetivo inicial en un problema mono-objetivo a través del método de scalarizing, lo que permite la aplicación del modelo de optimización Harris Hawk (HHO).

### 2.2 Base del Modelo

El modelo se define con los siguientes componentes:

- **Variables:**  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , Representando la cantidad de anuncios de televisión (tarde y noche), diarios, revistas y radio, respectivamente.
- **Funciones Objetivos:** Maximizar la cantidad de anuncios y minimizar los costos, expresados como:

$$\text{Maximizar } Z = 65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5 \quad (1)$$

$$\text{Minimizar } Z = 160x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5 \quad (2)$$

- **Restricciones:**

$$x_1 \leq 15$$

$$x_2 \leq 10$$

$$x_3 \leq 25$$

$$x_4 \leq 4$$

$$x_5 \leq 30$$

$$160x_1 + 300x_2 \leq 3800 \quad (\text{Televisión})$$

$$40x_3 + 100x_4 \leq 2800 \quad (\text{Diarios y Revistas})$$

$$40x_3 + 10x_5 \leq 3500 \quad (\text{Diario y Radio})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

### 2.3 Desarrollo del Modelo

El modelo se le aplicó la ponderación lineal del método scalarizing resultando en lo siguiente:

- **Variables:**  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , representando la cantidad de anuncios en televisión (tarde y noche), diarios, revistas y radio, respectivamente.
- **Función Objetivo:** Maximizar la calidad de los anuncios y minimizar los costos, expresada como:

- **Parametros:**  $w_q$  equivale a la ponderacion del valor entre "0,1" reforzando la solucion a la calidad mientras mas cercana de 1 se encuentre  
Mientras que  $w_p$  equivale a la ponderacion del valor entre "0,1" reforzando la solucion al costo mientras mas cercana se encuentre de 1.  
Se debe cumplir que  $\sum_{k \in K} \omega_k = 1, \omega_k \geq 0$  para mantener al margen las ponderaciones entre las funciones  
Ademas se presenta  $\hat{c}$  el cual es un valor muy grande para controlar la funcion de minimizar, el cual al hacer los calculos correspondientes de la suma de los costos máximos por canal se llego a la conclusión de que  $\hat{c}$  toma el valor de 6000 .

$$\text{Maximizar } Z = w_q \left( \frac{65x_1 + 90x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 20x_5}{3175} \right) + w_p \left( \frac{\hat{c} - (160x_1 + 300x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 10x_5)}{\hat{c} - 0} \right)$$

- **Restricciones:**

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 15 \\ x_2 &\leq 10 \\ x_3 &\leq 25 \\ x_4 &\leq 4 \\ x_5 &\leq 30 \\ 160x_1 + 300x_2 &\leq 3800 \quad (\text{Televisión}) \\ 40x_3 + 100x_4 &\leq 2800 \quad (\text{Diarios y Revistas}) \\ 40x_3 + 10x_5 &\leq 3500 \quad (\text{Diario y Radio}) \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

## 2.4 Método de Resolución

Se empleó el método Simplex para resolver el modelo de programación lineal. El solver utilizado fue **MiniZinc**, debido a su eficiencia y robustez en problemas de gran escala. La solución se obtiene en el archivo solver "Sacalarized.mnz" del repositorio correspondiente, para que priorice la búsqueda de puntos frontera de Pareto, facilitando así la identificación de soluciones óptimas bajo diferentes configuraciones de pesos  $(w_p, w_q)$ .

## 2.5 Implementación y Tecnologías Utilizadas

Para la realización de este proyecto se utilizaron varias herramientas y librerías de programación en Python, cada una con un papel crucial en diferentes aspectos del proceso de modelado y solución del problema de optimización. A continuación se detallan estas tecnologías:

## Librerías de Python

- **NumPy (np):** Utilizada para la manipulación eficiente de grandes arreglos de datos y matrices, así como para realizar operaciones matemáticas de alto nivel.
- **Pandas (pd):** Empleada para la manipulación y análisis de datos, especialmente útil para estructurar los datos de entrada y salida del modelo de optimización.
- **Random:** Utilizada para generar números aleatorios, necesaria en la simulación de comportamientos estocásticos en el algoritmo HHO.
- **Math:** Proporciona acceso a funciones matemáticas fundamentales como exponenciales, logaritmos y operaciones trigonométricas.
- **Matplotlib.pyplot (plt):** Facilita la creación de gráficos para visualizar los resultados del modelo, incluyendo la convergencia del algoritmo y la representación de la frontera de Pareto.
- **StringIO:** Permite manejar flujos de datos en memoria como si fueran archivos, lo que es útil para la captura de salidas del modelo sin necesidad de acceso a disco.
- **os:** Ofrece una manera de interactuar con el sistema operativo, especialmente para la manipulación de rutas, directorios y archivos.
- **csv:** Usada para leer y escribir en archivos CSV, formato común para la entrada y salida de datos del modelo.
- **itertools:** Proporciona herramientas para la creación y manejo de iteradores complejos, útiles para manipulaciones avanzadas de datos y ciclos la cual fue utilizada para la creación de valores correctos de Pareto.

## 2.6 Solver MiniZinc

Además de las librerías de Python, se utilizó **MiniZinc**, un lenguaje de modelado de alto nivel, principalmente para la definición y solución del problema de programación lineal.

## 2.7 Repositorio de Código

El código fuente completo de este proyecto está disponible en un repositorio público en GitHub, lo cual no solo asegura la transparencia y reproducibilidad del estudio, sino que también promueve la colaboración y mejora continua por parte de la comunidad científica y técnica. El repositorio se puede acceder en el siguiente enlace:

[https://github.com/ZarateBenjamin/Optimizacion\\_HHO.git](https://github.com/ZarateBenjamin/Optimizacion_HHO.git)

Este enlace proporciona acceso directo a todos los scripts, datos de entrada/salida y documentación del proyecto, facilitando su revisión y uso por otros investigadores o interesados en el campo de optimización.

### 3 Resultados

#### 3.1 Resolución del Modelo

Los resultados obtenidos del modelo HHO se evaluaron bajo diversas configuraciones de pesos, permitiendo la observación de cómo varían las soluciones en función de los distintos equilibrios entre costo y calidad. Se generaron diversas soluciones que conforman la frontera de Pareto, demostrando la capacidad del modelo para adaptarse a distintas prioridades estratégicas, tanto de priorización del costo como de la calidad.

#### 3.2 Análisis Estadístico

Se realizó un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en las pruebas. A continuación se presenta un resumen estadístico de la aplicación del modelo HHO:

**Visualización de Resultados** Se presentan gráficos de la convergencia del modelo y la dispersión de las soluciones obtenidas. Estos gráficos ayudan a visualizar la efectividad del modelo y la distribución de las soluciones en la frontera de Pareto.

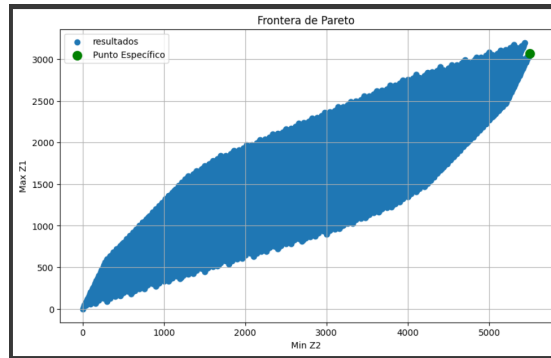


Fig. 1: Frontera de Pareto mostrando el trade-off entre costo y calidad.

**Frontera de Pareto** La Frontera de Pareto [1] ilustra el compromiso entre el costo y la calidad de los anuncios, destacando cómo se pueden obtener diferentes configuraciones óptimas según el peso asignado a cada criterio. Se encuentra en Azul aquellas soluciones validas del modelo y la marca verde muestra la solucion dada por el modelo con los pesos calidad = 1 y costo = 1

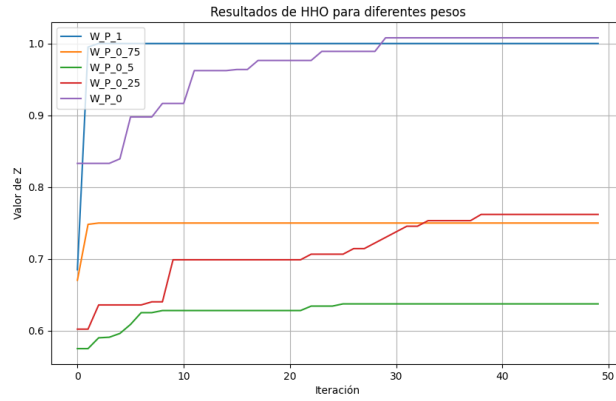
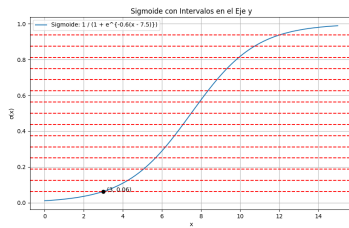
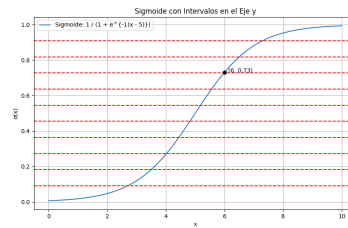


Fig. 2: Resultados con diferentes pesos en HHO

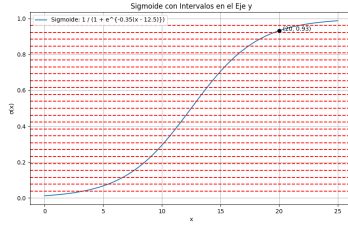
**Resultados de HHO con diferentes pesos:** El grafico [2] demuestra el mejor cambio durante la ejecución del modelo HHO viendo su progreso entre las iteraciones. Este muestra 5 ejecuciones con diferentes pesos cumpliendo con la respectiva restricción.



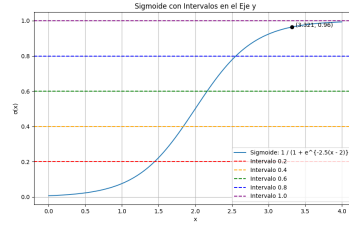
(a) Primera imagen



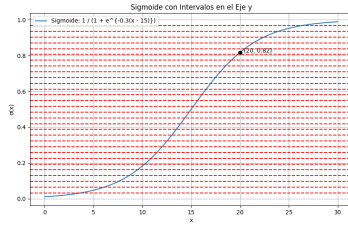
(b) Segunda imagen



(a) 3ra imagen



(b) 4ta imagen



(c) 5ta imagen

**Funciones Sigmoidales** Las funciones Sigmoidales muestran como se truncan los valores decimales durante la ejecucion del modelo HHO, estas funcionan a travez de una sigmoide especial unica para cada valor de  $x$ , la cual está ajustada para cumplir con el rango de valores de cada una y tiene la cantidad de cortes equivalentes a el dominio establecido de cada una de estas variables, por lo que le corresponde a cada una de estas variables la siguiente sigmoide especial

$$\text{Dominio } x_1 = [0, 15] \quad f(x_1) = \frac{1}{1 + e^{-0.6(x_1 - 7.5)}}$$

$$\text{Dominio } x_2 = [0, 10] \quad f(x_2) = \frac{1}{1 + e^{-1(x_2 - 5)}}$$

$$\text{Dominio } x_3 = [0, 25] \quad f(x_3) = \frac{1}{1 + e^{-0.35(x_3 - 12.5)}}$$

$$\text{Dominio } x_4 = [0, 4] \quad f(x_4) = \frac{1}{1 + e^{-2.5(x_4 - 2)}}$$

$$\text{Dominio } x_5 = [0, 30] \quad f(x_5) = \frac{1}{1 + e^{-0.3(x_5 - 15)}}$$

### 3.3 Discusión de Resultados

Los resultados demuestran la eficacia del modelo HHO en la optimización de campañas publicitarias, ajustándose eficientemente a las restricciones presupuestarias y maximizando la exposición y calidad de los anuncios. La capacidad de formar una frontera de Pareto robusta permite a los decisores elegir soluciones que mejor se alineen con sus estrategias comerciales y presupuestarias, tanto como si se decide enfocarse en el costo como en la calidad del resultado.



## 4 Conclusión y Recomendaciones

Este estudio ha demostrado la aplicabilidad y eficacia del modelo Harris Hawk Optimization (HHO) en la optimización de campañas publicitarias para la empresa ABC. Mediante la adaptación de este modelo bioinspirado a un problema de optimización multiobjetivo, transformado en monoobjetivo a través del método de scalarizing, se lograron maximizar la calidad y la exposición de los anuncios minimizando simultáneamente los costos dentro de las restricciones presupuestarias según el peso de cada parámetro que se le indique.

Los resultados obtenidos subrayan la capacidad del modelo HHO para adaptarse y encontrar soluciones óptimas bajo diversas configuraciones, evidenciado por la construcción de una robusta frontera de Pareto. Esto no solo permite a la empresa ABC seleccionar la estrategia publicitaria que mejor se alinea con sus objetivos comerciales y presupuestarios, sino que también ofrece un marco flexible para ajustar las prioridades según las circunstancias del mercado.

De cara al futuro, se recomienda explorar la integración de criterios adicionales en el modelo, como el impacto ambiental de las campañas publicitarias o la percepción de la marca, para ampliar aún más su relevancia y aplicabilidad. Además, sería beneficioso implementar algoritmos de aprendizaje automático para predecir las tendencias del mercado y ajustar las campañas en tiempo real, mejorando así la respuesta de la empresa a las dinámicas cambiantes del mercado.

Respecto al desarrollo general está la publicación del código fuente en GitHub que no solo facilita la verificación y replicación de los resultados obtenidos, sino que también promueve la colaboración y mejora continua del modelo por parte de la comunidad científica y profesional, además dejando en evidencia el desarrollo que se llevó a cabo en el proceso de aprendizaje de esta, tanto del entendimiento del paper original del modelo Harris Hawk Optimization [HHO] como de los datos estadísticos que se consideraron cruciales para el entendimiento de esta.

## 5 Agradecimientos

Quisiera expresar mi profundo agradecimiento al ramo de Optimización computacional y al profesor designado por todas las valiosas lecciones aprendidas a lo largo de este proyecto. La experiencia adquirida no solo ha enriquecido mi conocimiento técnico, sino que también ha ampliado mi comprensión de las complejidades y potencialidades de la optimización aplicada en contextos del mundo real.

**Frase Celebre:** Como dijo el famoso científico e ingeniero, John von Neumann:  
**"La optimización es el verdadero motor del progreso."**

## 6 Bibliografía

### References

1. Repositorio del proyecto en GitHub. Disponible en: [https://github.com/ZarateBenjamin/Optimizacion\\_HHO.git](https://github.com/ZarateBenjamin/Optimizacion_HHO.git)
2. Repositorio Harris Hawks Optimization Algorithm and Applications en GitHub. Disponible en: <https://github.com/aliasgharheidari/Harris-Hawks-Optimization-Algorithm-and-Applications>
3. Sitio web oficial del HHO. Disponible en: <https://aliasgharheidari.com/HHO.html>
4. Google Colab. Disponible en: <https://colab.research.google.com/>
5. Proyecto en Overleaf. Disponible en: <https://www.overleaf.com/project/6678a077368a5b52cfc6f3d8>