ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА
Факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра дискретного аналізу

Теорія прийняття рішень
Лабораторна робота №2
Задача розкриття невизначеності протидії двох суб'єктів

Виконав
Студент групи ПМІ-43
Заречанський Олексій
Викладач
Доц. Хімка У.

2023

Варіант 4:

4	$f_{12}(x_1,x_2)$	$(-2x_1^3-4x_1^2-24x_1+17)(2x_2^2-10x_2+15)$	0,02	x_1	1	8
	$f_{21}(x_1,x_2)$	$(3x_2^2-18x_2x_1-33x_2-12)(x_1^2-6x_1+13)$	0,02	x_2	0	6

Класичний метод

$$f_{12}(x_1;x_2)=(-2x_1^3-4x_1^2-24x_1+17)(2x_2^2-10x_2+15)$$

$x_1\in[1;8]$

$x_2\in[0;6]$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_1}=(2x_2^2-10x_2+15)(-6x_1^2-8x_1-24)=0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_2}=(4x_2-10)(-2x_1^3-4x_1^2-24x_1+17)=0$$

$2x_2^2-10x_2+15=0$ або $-6x_1-8x_1-24=0$

$D=100-120=-80<0$ $\qquad$ $D=64-144=-80<0$

$x_2=\emptyset$ $\qquad$ $x_1=\emptyset$

$2x_2^2-10x_2+15>0$ для $x_2\in[0;6]$

$-6x_1^2-8x_1-24<0$ для $x_1\in[1;8]$

$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_1}<0$, тобто спадає на всій області визначення

Тоді максимум буде досягатись в $x_1=1$

$(-2x_1^3-4x_1^2-24x_1+17)<0$, для $x_1\in[1;8]$

$4x_2-10>0$, $x_2\in(2,5;6]$, враховуючи другий множник то спадає

$4x_2-10<0$, $x_2\in[0;2,5)$, враховуючи другий множник то зростає

Мінімум досягається або в $x_2=0$ або $x_2=6$

$f_{12}(1,6)=-351$ => мінімум, отже $x_2=6$

$f_{12}(1,0)=-195$ $\qquad$ $f_{12}^*=-351$

$f_{21}(x_1; x_2) = (3x_2^2 - 18x_2x_1 - 33x_2 - 12)(x_1^2 - 6x_1 + 13)$

$x_1 \in [1;8]$

$x_2 \in [0;6]$

$$\frac{\partial f_{21}}{\partial x_2} = (x_1^2 - 6x_1 + 13)(6x_2 - 18x_1 - 33) = 0$$

$$\frac{\partial f_{21}}{\partial x_1} = (-18x_2)\cdot(x_1^2 - 6x_1 + 13) + (2x_1 - 6)(3x_2^2 - 18x_1x_2 \ldots$$

$$= \cancel{-18x_1^2x_2} + \cancel{108x_1x_2} \cancel{-234x_2} + \cancel{6x_1x_2^2} - 36x_1^2x_2 \cancel{-66x_1x_2}$$

$$\cancel{-18x_2^2} + \cancel{108x_1x_2} \cancel{+198x_2} \cancel{+72} = -54x_1^2x_2 + 6x_1x_2^2 + 150x_1x_2$$

$$-36x_2 - 18x_2^2 + 72 - 24x_1 = 0$$

$$\frac{\partial f_{21}}{\partial x_1} = -9x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + 25x_1x_2 - 6x_2 - 4x_1 - 3x_2^2 + 12 = 0$$

$(x_1, x_2) = (-1{,}756; 0{,}231)$ або $(0{,}317; 6{,}451)$ або $(2{,}495; 12{,}995)$

всі варіанти поза межами області визначення

$(6x_2 - 18x_1 - 33) < 0$, для $x_1 \in [1;8]$, $x_2 \in [0;6]$

$(x_1^2 - 6x_1 + 13) > 0$, для $x_1 \in [1;8]$

$\frac{\partial f_{21}}{\partial x_2} < 0$, спадає на всій області визначання, отже

максимум буде в $x_2 = 0$.

$$\frac{\partial f_{21}(x_1;0)}{\partial x_1} = -12(2x_1 - 6) \begin{cases} \geq 0 & x_1 \in [1;3] \\ \leq 0 & x_1 \in [3;8] \end{cases}$$

Потрібен мінімум, тому або $x_1 = 1$ або $x_1 = 8$, з найдемо менше:

$f_{21}(1;0) = -96$ $f_{21}(8;0) = -348$, тому $x_1 = 8$; $f_{21}^* = -348$

Табличний метод

З кроком 0.02 та в межах області визначення обрахуємо можливі значення f_{12} та f_{21} та знайдемо їх відповідні максимальні мінімуми.

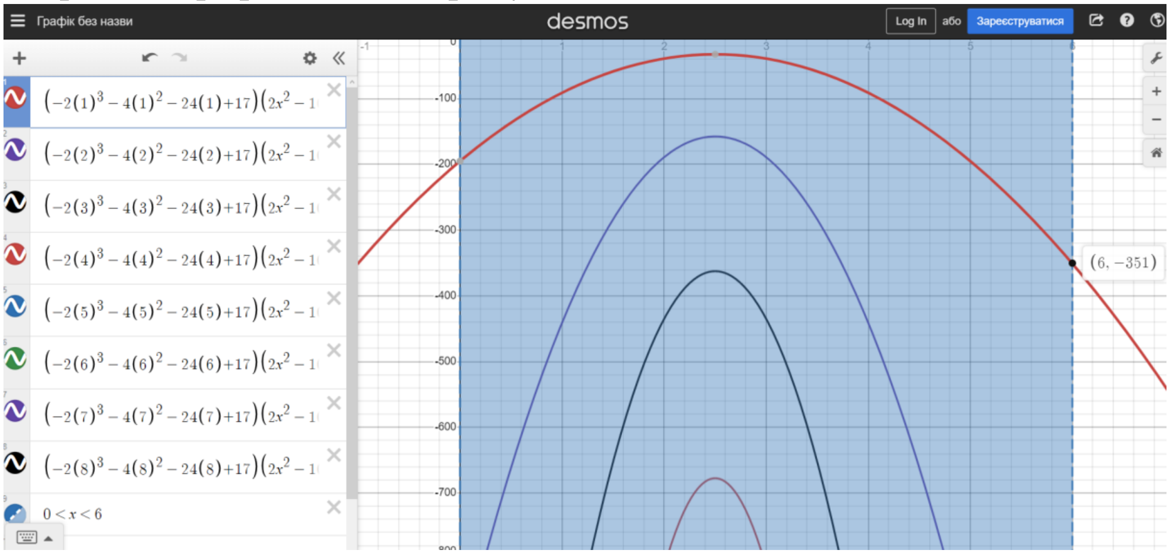
```
Microsoft Visual Studio Debug Console
|       8|    5,64|          -32328,936|         -26530,6848|
|       8|    5,66|          -32695,596|         -26613,6828|
|       8|    5,68|          -33064,584|         -26696,6112|
|       8|     5,7|           -33435,9|           -26779,47|
|       8|    5,72|          -33809,544|         -26862,2592|
|       8|    5,74|          -34185,516|         -26944,9788|
|       8|    5,76|          -34563,816|         -27027,6288|
|       8|    5,78|          -34944,444|         -27110,2092|
|       8|     5,8|           -35327,4|           -27192,72|
|       8|    5,82|          -35712,684|         -27275,1612|
|       8|    5,84|          -36100,296|         -27357,5328|
|       8|    5,86|          -36490,236|         -27439,8348|
|       8|    5,88|          -36882,504|         -27522,0672|
|       8|     5,9|           -37277,1|           -27604,23|
|       8|    5,92|          -37674,024|         -27686,3232|
|       8|    5,94|          -38073,276|         -27768,3468|
|       8|    5,96|          -38474,856|         -27850,3008|
|       8|    5,98|          -38878,764|         -27932,1852|
|       8|       6|              -39285|              -28014|
Guaranteed result f12* = -351:
|      x1|      x2|                 f12|                 f21|
|       1|       6|                -351|               -1680|
Guaranteed result f21* = -348:
|      x1|      x2|                 f12|                 f21|
|       8|       0|              -21825|                -348|
```

f^*_{12}=-351

f^*_{21}=-348

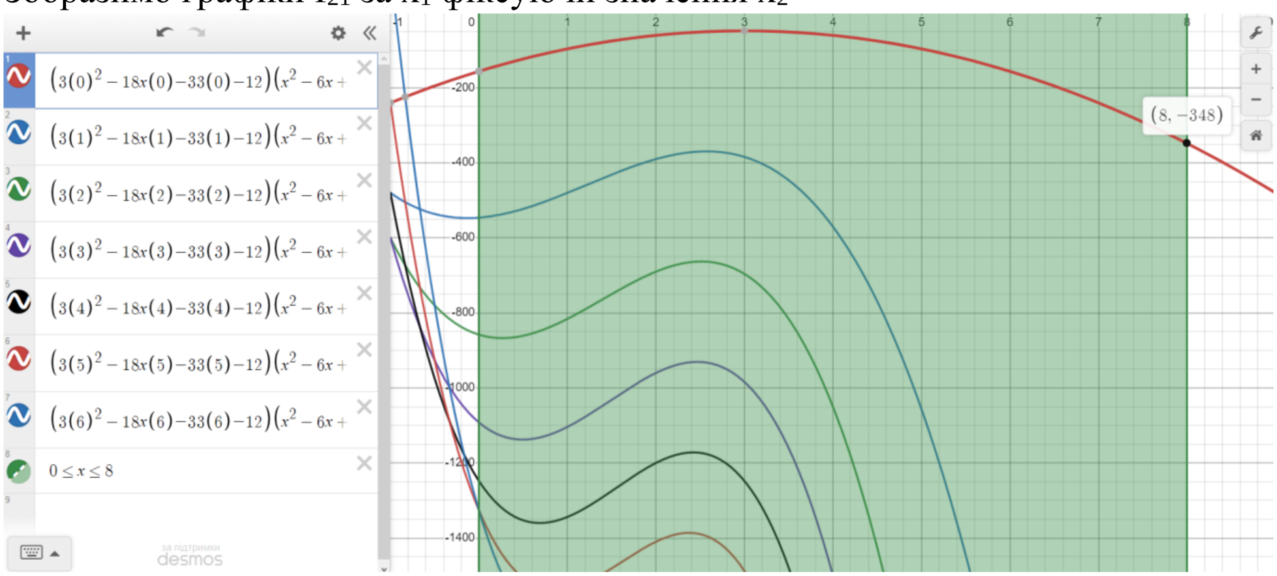
Графічний метод

Зобразимо графіки f_{12} за x_2 фіксуючи значення x_1.



Так як в графіками є параболи гілками вниз, то мінімуми досягаються на межі області визначення x_2=6, при тому максимальний з цих мінімумів належить першому графіку, де x_1=1. f^*_{12}=-351.

Зобразимо графіки f_{21} за x_1 фіксуючи значення x_2



Як видно максимальні значення на області визначення належать графіку зафіксованому на x_2=0, при тому мінімальне з них при x_1=8, f_{21} при цьому має значення -348, тобто f^*_{21}=-348.

Множина Парето

Виходячи з обмежень f^*_{12}>=-351, f^*_{21}>=-348 зобразимо ці області на графіку

Раціональні розв’язки для суб’єктів що протидіють знаходяться там де області перетинаються, оптимальні розв’язки при цьому є точками перетину цих областей, в області визначення така лише одна: при x^*_1=1.642, x^*_2=0.79.