

Занятие 2. Методы расчёта цепей.

Метод наложения.

Пример 1.

Методом наложения рассчитать токи в ветвях схемы на рис. 1 а, если задано: $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 40 \text{ В}$; $E_3 = 5 \text{ В}$; $R_1 = 35 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$.

Произвольно примем направления истинных токов в ветвях (см. рис. 32, а) и составим частичные схемы замещения для каждого из источников э.д.с., как показано на рис. 32, б—г.

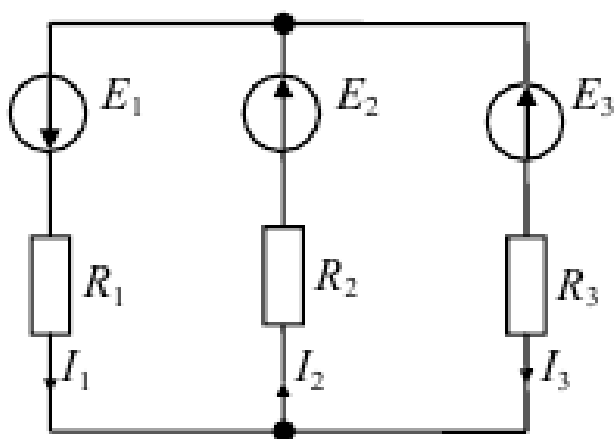


рис.1 а

Для решения методом наложения рассматриваем три схемы в каждой по одному источнику.

Для E_1 .

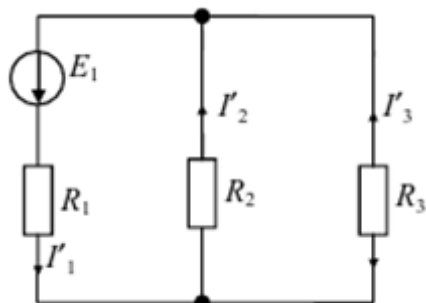
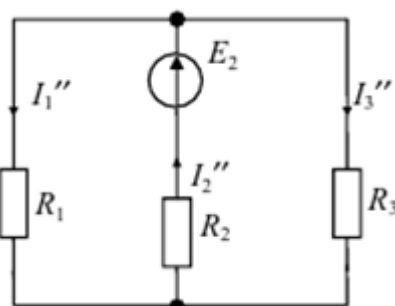


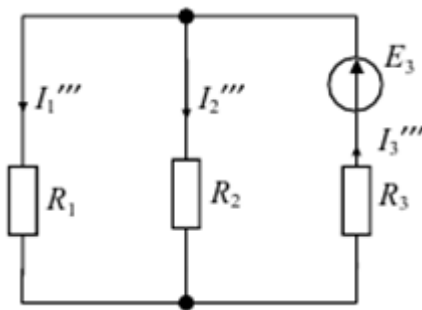
Рис.1 б)

Для E_2 .



в)

Для E_3 .



г)

Определим эквивалентное сопротивление схемы R_3 для источника э.д.с. E_1 и частичные токи в первой схеме замещения (см. рис. 1, б):

$$R_{\text{с1}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3)} = 35 + \frac{5 \cdot 10}{(5 + 10)} = \frac{115}{3} \text{ Ом};$$

$$I'_1 = E_1 / R_{\text{с1}} = 10 \cdot 3 / 115 = 6 / 23 \text{ А};$$

$$I'_2 = \frac{I'_1 R_3}{(R_2 + R_3)} = \frac{6 \cdot 10}{23(5 + 10)} = \frac{4}{23} \text{ А};$$

$$I'_3 = I'_1 - I'_2 = \frac{(6 - 4)}{23} = \frac{2}{23} \text{ А}.$$

Аналогичные вычисления проведем и для двух оставшихся частичных схем замещения:

$$R_{\text{с2}} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{(R_1 + R_3)} = 5 + \frac{35 \cdot 10}{(35 + 10)} = \frac{115}{9} \text{ Ом};$$

$$I''_2 = E_2 / R_{\text{с2}} = 40 \cdot 9 / 115 = 72 / 23 \text{ А};$$

$$I''_1 = \frac{I''_2 R_3}{(R_1 + R_3)} = \frac{72 \cdot 10}{23(35 + 10)} = \frac{16}{23} \text{ А};$$

$$I''_3 = I''_2 - I''_1 = \frac{(72 - 16)}{23} = \frac{56}{23} \text{ А};$$

$$R_{\text{с3}} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} = 10 + \frac{35 \cdot 5}{(35 + 5)} = \frac{115}{8} \text{ Ом};$$

$$I'''_3 = E_3 / R_{\text{с3}} = 5 \cdot 8 / 115 = 8 / 23 \text{ А};$$

$$I'''_1 = \frac{I'''_3 R_2}{(R_1 + R_2)} = \frac{8 \cdot 5}{23(35 + 5)} = \frac{1}{23} \text{ А};$$

$$I'''_2 = I'''_3 - I'''_1 = \frac{(8 - 1)}{23} = \frac{7}{23} \text{ А}.$$

Подсчитаем истинные токи в ветвях:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 + I'''_1 = \frac{(6 + 16 + 1)}{23} = 1 \text{ А};$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 - I'''_2 = \frac{(4 + 72 - 7)}{23} = 3 \text{ А};$$

$$I_3 = -I'_3 + I''_3 - I'''_3 = \frac{(-2 + 56 - 8)}{23} = 2 \text{ А}.$$

Пример 2.

В схеме на рис. 2 определить напряжение на зажимах источника тока, если параметры элементов следующие: $E = 20$ В; $J = 1,5$ А; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 15$ Ом; $R_3 = 10$ Ом.

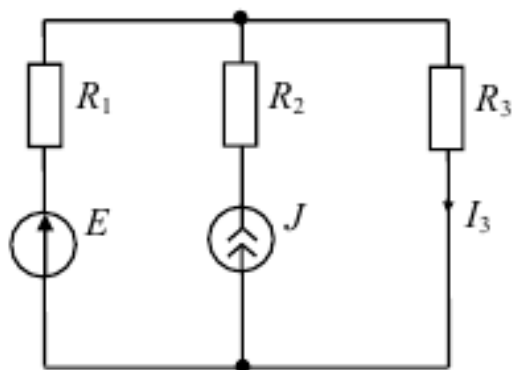


Рис. 2

Рассчитаем ток I_3 методом наложения, используя частичные схемы на рис. 3, а, б.

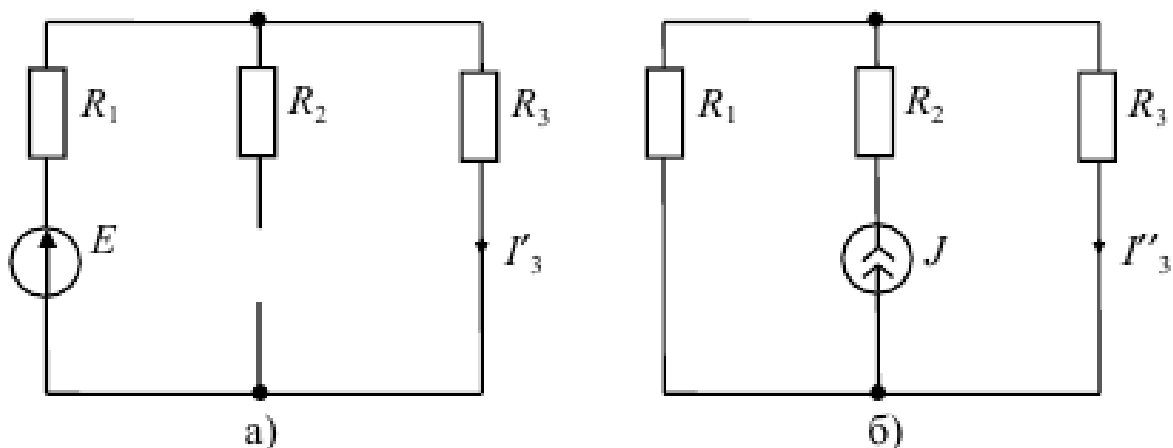


Рис. 3

$$I'_3 = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{20}{10 + 10} = 1 \text{ А};$$

$$I''_3 = J \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1,5 \frac{10}{10 + 10} = 0,75 \text{ А};$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 1 + 0,75 = 1,75 \text{ А}.$$

Рассматривая правый замкнутый контур схемы (см. рис. 33) можно видеть, что напряжение на зажимах источника тока U_J равно сумме напряжений на резисторах R_2 и R_3 , следовательно

$$U_J = U_{R_2} + U_{R_3} = J \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 1,5 \cdot 15 + 1,75 \cdot 10 = 40 \text{ В}.$$

Метод контурных токов.

Пример 1.

Для схемы на рис. 4 задано: $E_1 = 15 \text{ В}$; $E_2 = 5 \text{ В}$; $E_3 = 70 \text{ В}$; $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = 15 \text{ Ом}$; $R_5 = 2,5 \text{ Ом}$.

Требуется определить токи всех ветвей, составить баланс мощности.

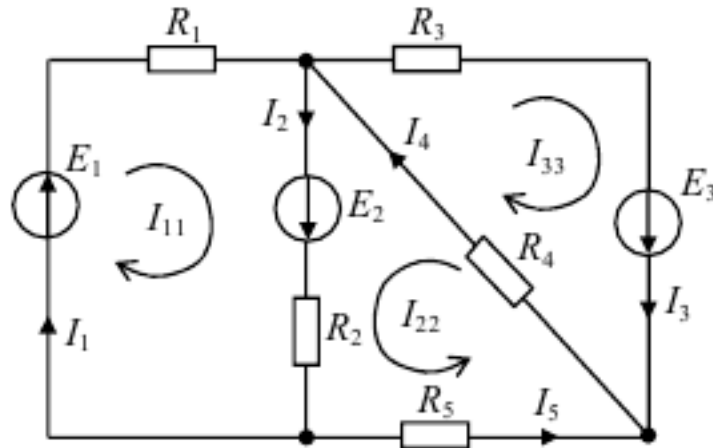


Рис. 4

Решение.

1) Количество контурных токов ($N_{кт}$) равно количеству линейно независимых контуров ($N_{лнк}$) в схеме. И определяется выражением:

$$N_{кт} = N_{лнк} = B - (Y - 1) = 5 - (3 - 1) = 3$$

2) Количество уравнений в системе определяются по формуле:

$$N_{МКТ} = N_{кт} - N_J = 3 - 0 = 3, \text{ где } N_J \text{ — количество источников тока в схеме.}$$

Так как нет источников тока в схеме то нет известных контурных токов.

Т.о. все три тока неизвестно и следовательно будет система состоять из трёх уравнений.

3) Запишем её в каноническом виде:

$$\begin{cases} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} - R_{13} I_{33} = E_{11} \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + R_{23} I_{33} = E_{22} \\ R_{31} I_{11} + R_{32} I_{22} + R_{33} I_{33} = E_{33} \end{cases}$$

Знаки в уравнениях для соседних контурных токов выбираем плюс если их направление через смежную ветвь совпадает с собственным контурным током если нет то минус.

Определяем собственные сопротивления контура т.е. R_{11}, R_{22}, R_{33}

по правилу - сумма всех сопротивлений входящих в данный контур в схеме.

$$R_{11} = R_1 + R_2$$

$$R_{22} = R_2 + R_4 + R_5$$

$$R_{33} = R_3 + R_4$$

Определяем смежные(взаимные) сопротивления контура т.е. $R_{12}, R_{21}, R_{13}, R_{32}, R_{23}, R_{31}$

по правилу - сумма всех сопротивлений ветвей принадлежащих к-му и n -му контурам.

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 10 \text{ Ом}; \quad R_{13} = R_{31} = 0 \text{ Ом} \text{ так как нет общих ветвей};$$

$$R_{23} = R_{32} = R_4 = 15 \text{ Ом}.$$

Определяем суммарные ЭДС контура

по правилу - если ЭДС совпадает с направлением контурного тока то берём в сумме его со знаком плюс если нет то минус

$$E_{11} = E_1 + E_2; \quad E_{22} = E_2; \quad E_{33} = E_3$$

Тогда система запишется так:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} (R_1 + R_2) + I_{22} R_2 &= E_1 + E_2; \\ I_{11} R_2 + I_{22} (R_2 + R_4 + R_5) + I_{33} R_4 &= E_2; \\ I_{22} R_4 + I_{33} (R_3 + R_4) &= E_3. \end{aligned} \right\}$$

4) Подставляя параметры элементов схемы и решаем систему.

$$\left. \begin{aligned} 16I_{11} + 10I_{22} &= 20; \\ 10I_{11} + 27,5I_{22} + 15I_{33} &= 5; \\ 15I_{22} + 20I_{33} &= 70. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(б)} \\ \text{(в)} \end{array}$$

Из уравнений (а) и (в) получим:

$$I_{11} = \frac{20 - 10I_{22}}{16} = \frac{10 - 5I_{22}}{8};$$
$$I_{33} = \frac{70 - 15I_{22}}{20} = \frac{14 - 3I_{22}}{4}.$$

Подставим в уравнение (б):

$$10 \frac{10 - 5I_{22}}{8} + 27,5I_{22} + 15 \frac{14 - 3I_{22}}{4} = 5;$$
$$I_{22} = -6 \text{ A}; \quad I_{11} = 5 \text{ A}; \quad I_{33} = 8 \text{ A}.$$

Соответственно токи в ветвях:

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ A}; \quad I_2 = I_{11} + I_{22} = -1 \text{ A};$$
$$I_3 = I_{33} = 8 \text{ A}; \quad I_4 = I_{22} + I_{33} = 2 \text{ A};$$
$$I_5 = I_{22} = -6 \text{ A}.$$

Отрицательные значения токов I_2 и I_5 говорят о том, что на самом деле эти токи протекают в направлении, противоположном указанному на схеме.

Сумма мощностей источников:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 15 \cdot 5 + 5 \cdot (-1) + 70 \cdot 8 = 630 \text{ Вт}.$$

Сумма мощностей нагрузок:

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 =$$
$$= 6 \cdot 5^2 + 10 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot 8^2 + 15 \cdot 2^2 + 2,5 \cdot (-6)^2 = 630 \text{ Вт}.$$

Пример 2.

Для схемы на рис. 5 задано: $E_1 = 100$ В; $E_2 = 150$ В; $E_3 = 28$ В; $J = 2$ мА;
 $R_2 = 2$ кОм; $R_3 = 4$ кОм; $R_4 = 6$ кОм; $R_5 = 8$ кОм.

Требуется определить токи всех ветвей.

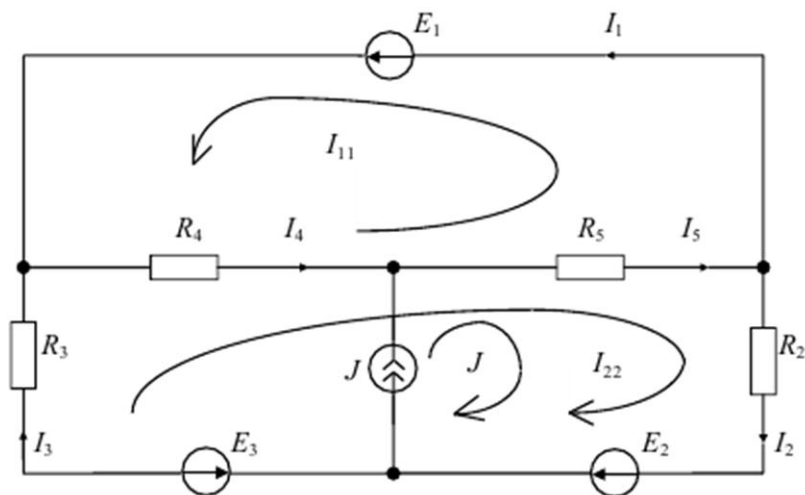


Рис. 5

В схеме шесть ветвей, четыре узла и один источник тока. По второму закону Кирхгофа для этой схемы необходимо составить два уравнения, столько же и по методу контурных токов.

В соответствии с выбранными направлениями контурных токов составляем уравнения, подобные (15) и (15,а). Отличительная особенность заключается в наличии в левых частях уравнений компонентов с током источника тока J .

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(R_4 + R_5) + I_{22}(R_4 + R_5) + JR_5 &= E_1 \\ I_{11}(R_4 + R_5) + I_{22}(R_2 + R_3 + R_4 + R_5) + J(R_2 + R_5) &= E_2 - E_3 \end{aligned} \right\};$$

$$\left. \begin{aligned} 14I_{11} + 14I_{22} + 16 \cdot 10^{-3} &= 0,1 \\ 14I_{11} + 20I_{22} + 0,02 &= 0,122 \end{aligned} \right\};$$

$$I_{11} = 3 \text{ мА}; \quad I_{22} = 3 \text{ мА}.$$

По контурным токам определяем истинные токи ветвей:

$$I_1 = I_{11} = 3 \text{ мА}; \quad I_2 = I_{22} + J = 3 + 2 = 5 \text{ мА};$$

$$I_3 = I_{22} = 3 \text{ мА}; \quad I_4 = I_{11} + I_{22} = 3 + 3 = 6 \text{ мА};$$

$$I_5 = I_{11} + I_{22} + J = 3 + 3 + 2 = 8 \text{ мА}.$$

Решит задачу!!!

Для схемы на рис. 6 задано: $J_1 = 1 \text{ А}$; $J_2 = 2 \text{ А}$; $E = 30 \text{ В}$; $R = 10 \text{ Ом}$.
Требуется определить токи всех ветвей.

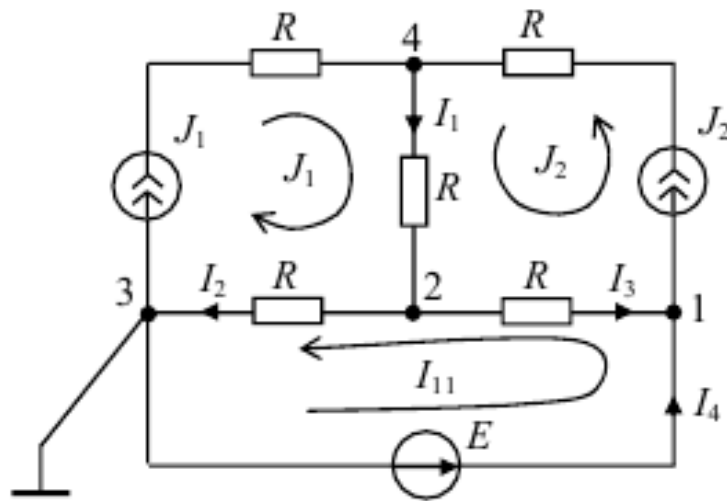
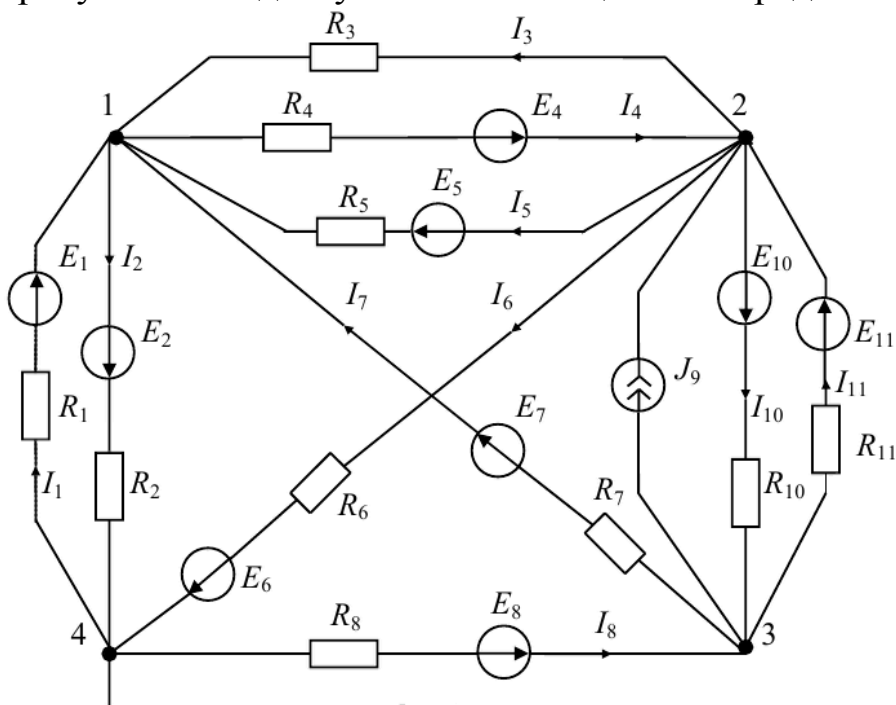


Рис. 6

Метод узловых напряжений (потенциалов)

Пример 1

Для схемы приведённой ниже задано: $E_1 = E_6 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 6 \text{ В}$; $E_4 = 20 \text{ В}$; $E_5 = 30 \text{ В}$; $E_7 = 14 \text{ В}$; $E_8 = 8 \text{ В}$; $E_{10} = 12 \text{ В}$; $E_{11} = 7 \text{ В}$; $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = R_7 = R_8 = R_{11} = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = R_5 = 10 \text{ Ом}$; $R_6 = R_{10} = 4 \text{ Ом}$; $J_9 = 1,5 \text{ А}$.
Требуется методом узловых потенциалов определить токи в ветвях.



Это пример наглядно показывает преимущество решения расчёта цепи узловыми потенциалами (напряжениями). В схеме 11 ветвей и 4 узла.

Следовательно, при решении по МКТ надо составить и решать систему из 7 уравнений, а методом узловых потенциалов надо решить систему из 3-х уравнений.

Решение:

Расставляем направление токов в ветвях. Нам эти направления даны по условию.

Выбираем узел 4 за базисный потенциал, которого приравниваем к нулю.

Указываем на схеме эти потенциалы. Необходимо определить потенциалы оставшихся узлов относительно базисного.

Определяем количество уравнений в системе. Так как нет ветвей только с источниками ЭДС их число равно трём – количеству линейно независимых узлов($U-1$).

Запишем эту систему сначала в каноническом виде:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} - \varphi_3 G_{13} &= I_{11} \\ \varphi_1 G_{21} - \varphi_2 G_{22} - \varphi_3 G_{23} &= I_{22} \\ \varphi_1 G_{31} - \varphi_2 G_{32} - \varphi_3 G_{33} &= I_{33} \end{aligned} \right\}.$$

Подсчитываем проводимости:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7} = \\ &= 1 + 0,5 + 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,5 = 2,4 \text{ См}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{22} &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{11}} = \\ &= 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,25 + 0,25 + 0,5 = 1,4 \text{ См}; \end{aligned}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{11}} = 0,5 + 0,5 + 0,25 + 0,5 = 1,75 \text{ См};$$

$$G_{12} = G_{21} = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4 \text{ См};$$

$$G_{13} = G_{31} = \frac{1}{R_7} = 0,5 \text{ См};$$

$$G_{23} = G_{32} = \left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{11}} \right) = 0,25 + 0,5 = 0,75 \text{ См}$$

(при расчете G_{22} , G_{33} , G_{23} учтено, что проводимость ветви с источником тока J_9 равна нулю).

Определяем узловые токи:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_4}{R_4} + \frac{E_5}{R_5} + \frac{E_7}{R_7} = 10 - \frac{6}{2} - \frac{20}{10} + \frac{30}{10} + \frac{14}{2} = 15 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{E_4}{R_4} - \frac{E_5}{R_5} - \frac{E_6}{R_6} - \frac{E_{10}}{R_{10}} + \frac{E_{11}}{R_{11}} + J_9 = \frac{20}{10} - \frac{30}{10} - \frac{10}{4} - \frac{12}{4} + \frac{7}{2} + 1,5 = -1,5 \text{ A};$$

$$I_{33} = -\frac{E_7}{R_7} + \frac{E_8}{R_8} + \frac{E_{10}}{R_{10}} - \frac{E_{11}}{R_{11}} - J_9 = -\frac{14}{2} + \frac{8}{2} + \frac{12}{4} - \frac{7}{2} - 1,5 = -5 \text{ A}.$$

Подставляем полученные данные в исходную систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 2,4\varphi_1 - 0,4\varphi_2 - 0,5\varphi_3 &= 15 \\ -0,4\varphi_1 + 1,4\varphi_2 - 0,75\varphi_3 &= -1,5 \\ -0,5\varphi_1 - 0,75\varphi_2 + 1,75\varphi_3 &= -5 \end{aligned} \right\}.$$

Решим полученную систему с помощью определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & -0,5 \\ -0,4 & 1,4 & -0,75 \\ -0,5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix} = 3,6;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 15 & -0,4 & -0,5 \\ -1,5 & 1,4 & -0,75 \\ -5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix} = 21,7;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2,4 & 15 & -0,5 \\ -0,4 & -1,5 & -0,75 \\ -0,5 & -5 & 1,75 \end{vmatrix} = 0,2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2,4 & 0,4 & 15 \\ -0,4 & 1,4 & -1,5 \\ -0,5 & -0,75 & -5 \end{vmatrix} = -4;$$

$$\varphi_1 = \Delta_1 / \Delta = 21,7 / 3,6 = 6,03 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \Delta_2 / \Delta = 0,2 / 3,6 = 0,06 \text{ В};$$

$$\varphi_3 = \Delta_3 / \Delta = -4 / 3,6 = -1,11 \text{ В}.$$

Рассчитаем токи в ветвях, обобщенный закон Ома:

$$I_1 = (-\varphi_1 + E_1) / R_1 = (-6,03 + 10) / 1 = 3,97 \text{ A};$$

$$I_3 = (\varphi_2 - \varphi_1) / R_3 = -5,97 / 5 = -1,194 \text{ A};$$

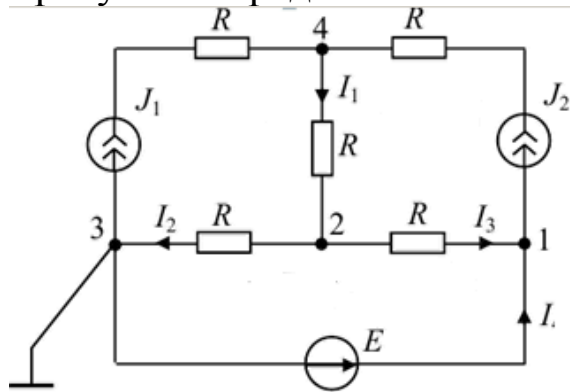
$$I_8 = (-\varphi_3 + E_8) / R_8 = (1,11 + 8) / 2 = 4,555 \text{ A};$$

$$I_{11} = [(\varphi_3 - \varphi_2) + E_{11}] / R_{11} = (-1,11 - 0,06 + 7) / 2 = 2,915 \text{ A}$$

Запишите формулы для остальных токов самостоятельно и рассчитайте их.
Проверти выполнение законов Кирхгофа для полученных токов и для внешнего контура.

Пример 2

Для схемы на рис.6 дано: $E = 30\text{В}$; $J_1 = 1 \text{ А}$; $J_2 = 2 \text{ А}$; $R = 10 \text{ Ом}$.
Требуется определить токи всех ветвей.



В схеме шесть ветвей, четыре узла и два источника тока. По второму закону Кирхгофа необходимо составить одно уравнение, столько же и по методу контурных токов.

Решение: В схеме 6 ветвей и четыре узла. Имеется ветвь, в которой присутствует только э.д.с..

Расставляем направление токов в ветвях. Нам эти направления даны по условию.

Выбираем узел 3 за базисный потенциал, которого приравниваем к нулю.

Указываем на схеме эти потенциалы. Необходимо определить потенциалы оставшихся узлов относительно базисного.

Определяем количество уравнений в системе. Так как имеется одна ветвь, содержащая только источник э.д.с. их число равно двум. По определению

идеального э.д.с., $\varphi_1 = E = 30 \text{ В}$ потому что $\varphi_3 = 0$.

Неизвестными будут потенциалы узлов 2 и 4. Составим для них уравнения и определим неизвестные:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) - \varphi_4 \frac{1}{R} - \varphi_1 \frac{1}{R} &= 0; \\ \varphi_4 \left(\frac{1}{R} + 0 + 0 \right) - \varphi_2 \frac{1}{R} - \varphi_1 \frac{1}{\infty} &= J_1 + J_2; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,3\varphi_2 - 0,1\varphi_4 - 3 &= 0; \\ 0,1\varphi_4 - 0,1\varphi_2 &= 3; \end{aligned} \right\}$$

$$\varphi_2 = 30 \text{ В}; \quad \varphi_4 = 60 \text{ В}.$$

Далее рассчитаем токи ветвей:

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{R} = \frac{60 - 30}{10} = 3 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R} = \frac{30 - 0}{10} = 3 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R} = \frac{30 - 30}{10} = 0 \text{ А}.$$

Ток в ветви с нулевым сопротивлением можно найти только по первому закону Кирхгофа. Из этого закона для узла 3 получим:

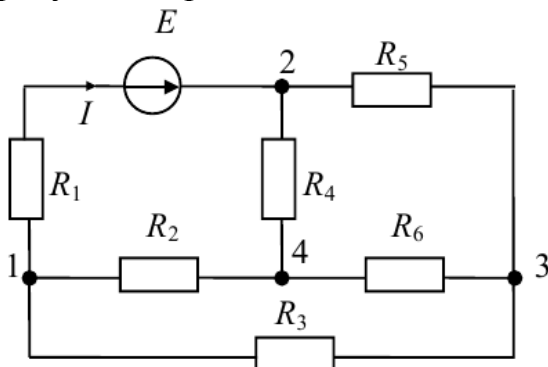
$$I_4 = I_2 - J_1 = 3 - 1 = 2 \text{ А}.$$

Решите задачи!!!

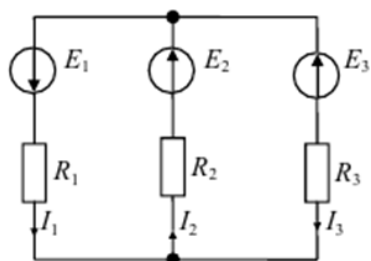
Для закрепления навыков решения методами решите задачи самостоятельно, используя схемы ниже.

Для схемы на рисунке задано: $E = 50 \text{ В}$; $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = R_4 = R_6 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = R_5 = 30 \text{ Ом}$.

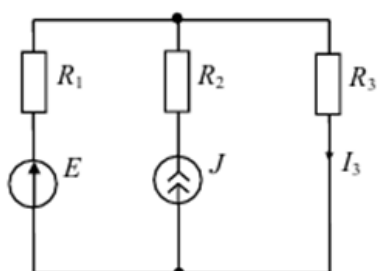
Требуется определить ток все токи.



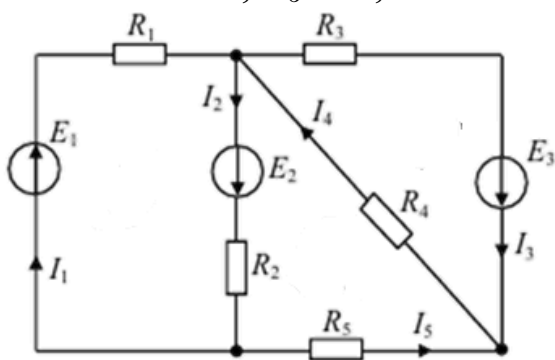
Рассчитать токи в ветвях схемы на рисунке , а, если задано: $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 40 \text{ В}$; $E_3 = 5 \text{ В}$; $R_1 = 35 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$.



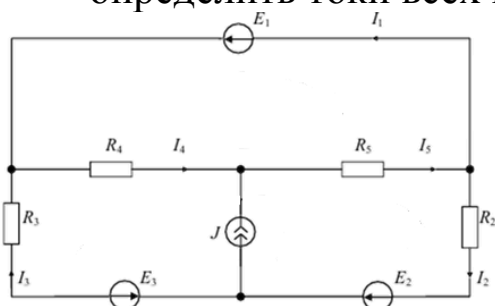
- 1) Рассчитать токи в ветвях схемы на рисунке, если параметры элементов следующие: $E = 20 \text{ В}$; $J = 1,5 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 15 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$.



- 2) Для схемы на рис. определить токи во всех ветвях. Дано: $E_1 = 15 \text{ В}$; $E_2 = 5 \text{ В}$; $E_3 = 70 \text{ В}$; $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = 15 \text{ Ом}$; $R_5 = 2,5 \text{ Ом}$. И составить баланс мощности.



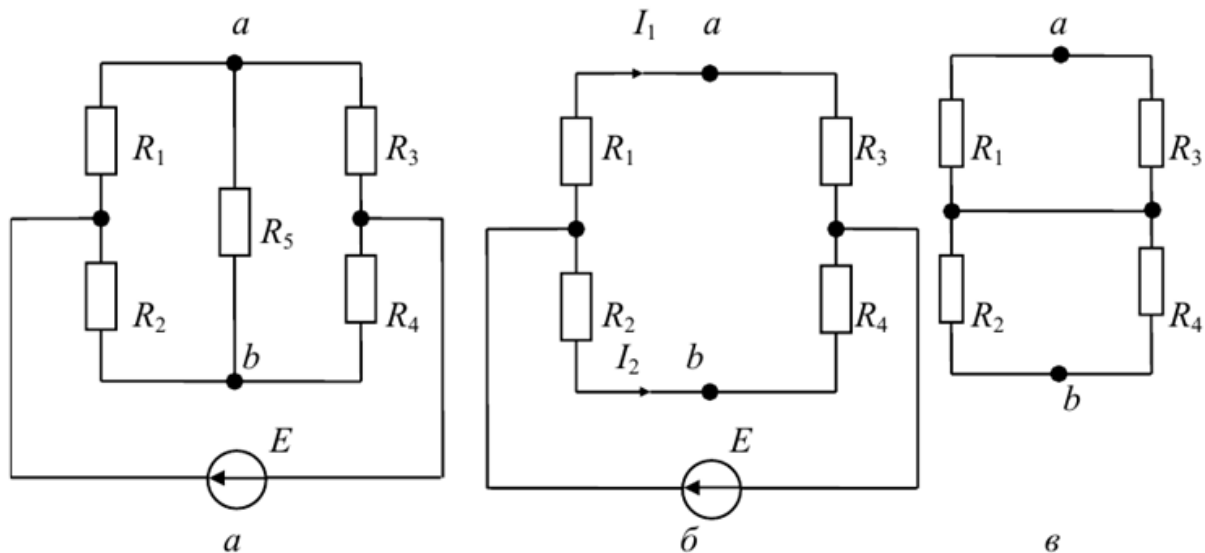
- 3) Для схемы на рис. дано: $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_2 = 150 \text{ В}$; $E_3 = 28 \text{ В}$; $J = 2 \text{ mA}$; $R_2 = 2 \text{ кОм}$; $R_3 = 4 \text{ кОм}$; $R_4 = 6 \text{ кОм}$; $R_5 = 8 \text{ кОм}$. Требуется определить токи всех ветвей.



Метод эквивалентного генератора.

Пример 1.

Для схемы приведённой ниже задано: $E = 10 \text{ В}$; $R_1 = R_4 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 = R_5 = 2 \text{ Ом}$. Определить ток в ветви с R_5 .



Решение: 1) Размыкаем ветвь ab , как показано на рис. б, и работаем с этой схемой.

2) Находим $U_{ab\text{xx}}$ для схемы изображённой на рис. б. Напряжения определяем по разности потенциалов для точек a и b .

$$\begin{aligned}\varphi_a &= \varphi_b + I_2 R_2 - I_1 R_1 = \varphi_b + R_2 E / (R_2 + R_4) - R_1 E / (R_1 + R_3) = \\ &= \varphi_b + 4 \cdot 10 / (4 + 1) - 10 / (1 + 2) = (\varphi_b + 4,67) \text{ В};\end{aligned}$$

$$U_{ab\text{xx}} = \varphi_a - \varphi_b = 4,67 \text{ В}.$$

3)

Рассчитаем сопротивление всей схемы при замкнутом источнике E относительно зажимов a и b . В результате получится схема изображённая на рис. в.

Сопротивление относительно точек a и b это два последовательно включенных участка с параллельным соединением R_1, R_3 и R_2, R_4 .

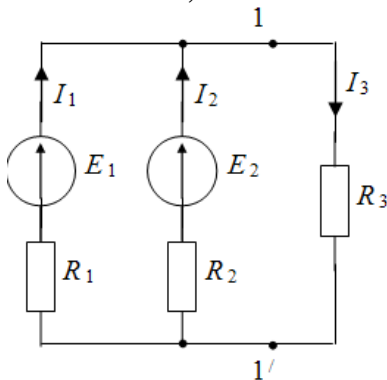
$$R_{ab} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = 2 / (1 + 2) + 4 / (4 + 1) = 1,47 \text{ Ом}.$$

По формуле рассчитываем искомый ток в ветви с R_5 :

$$I_5 = \frac{U_{ab\text{xx}}}{R_{ab} + R_5} = \frac{4,67}{(1,47 + 2)} = 1,346 \text{ А}.$$

Пример 2.

Определить ток I_3 цепи (рис. 5.5), используя метод эквивалентного генератора. Параметры цепи: $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 = 12 \text{ Ом}$; $E_1 = 120 \text{ В}$; $E_2 = 100 \text{ В}$.



Решение. Заменяем часть цепи слева от зажимов $1 - 1'$ источником ЭДС E с внутренним сопротивлением $R_{\text{Э}}$ (рис. а).

ЭДС E равна напряжению на зажимах $1 - 1'$ цепи при отключенной ветви R_3 (рис. б):

$$E_{\text{Э}} = U_{\text{х}} = E_2 + \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} R_2 = 108 \text{ В}$$

Внутреннее сопротивление $R_{\text{Э}}$ равно входному сопротивлению цепи при отключенных источниках E_1 и E_2 :

$$R_{\text{Э}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,4 \text{ Ом}$$

В соответствии со схемой (рис. а)
$$I_3 = \frac{E_{\text{Э}}}{R_{\text{Э}} + R_3} = 7,5 \text{ А}$$

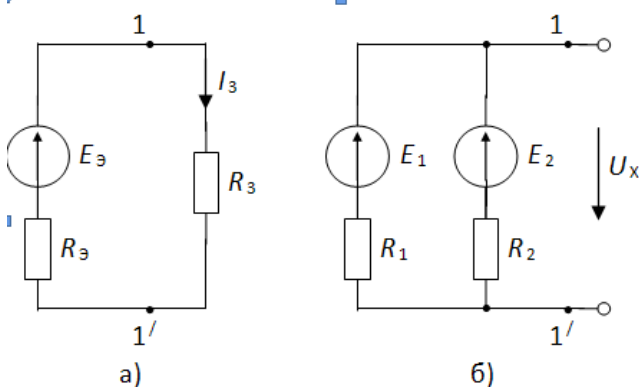
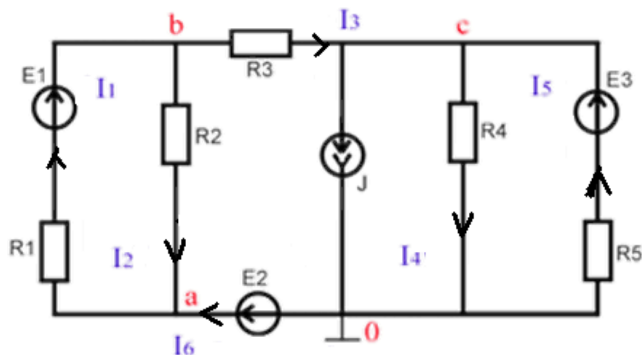


Рис.

Пример 3.

Найти Ток на резисторе R_2 методом эквивалентного генератора:

Дано $E_1=9 \text{ В}$; $E_2=13 \text{ В}$; $E_3=15 \text{ В}$; $J=1,4 \text{ А}$; $R_1=12 \text{ Ом}$; $R_2=16 \text{ Ом}$; $R_3=9 \text{ Ом}$; $R_4=5 \text{ Ом}$; $R_5=10 \text{ Ом}$.



Решение.

По методу эквивалентном генераторе ток в нагрузке можно найти по формуле:

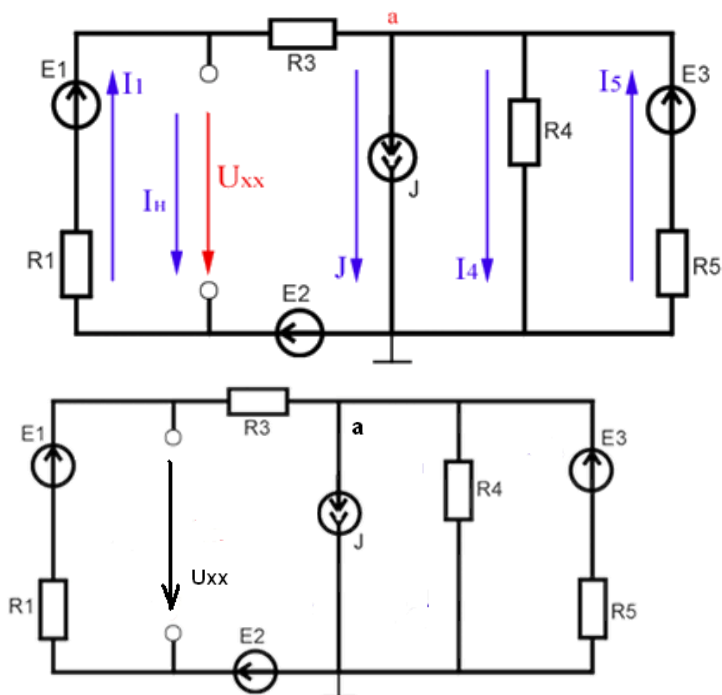
$$I_n = \frac{U_{xx}}{R_n + R_r}, \text{ где}$$

U_{xx} — напряжение холостого хода генератора;

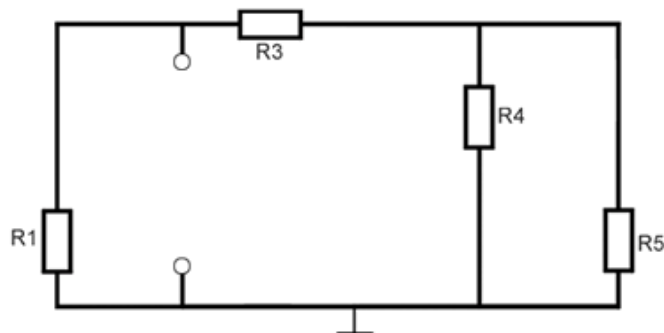
R_n — сопротивление нагрузки;

R_r — сопротивление генератора относительно зажимов нагрузки.

Найдем сопротивление генератора и напряжение холостого хода. При расчете эквивалентного сопротивления учтём, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно нулю, а сопротивление источника тока бесконечно. Рисуем схему эквивалентного генератора:



и схему для нахождения сопротивления:



$$R_r = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{9 + \frac{5 \cdot 10}{5 + 10}}} = 6,08 \text{ Ом}$$

$$U_a = \frac{\frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_3} + \frac{E_3}{R_5} - J}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{\frac{9 + 13}{12 + 9} + \frac{15}{10} - 1,4}{\frac{1}{12 + 9} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = 3,3 \text{ В}$$

$$U_{xx} = U_a - \frac{U_a - (E_1 + E_2)}{R_1 + R_3} R_3 - E_2 = 3,3 - \frac{3,3 - (9 + 13)}{12 + 9} 9 - 13 = -1,686 \text{ В}$$

$$I_n = I_2 = \frac{U_{xx}}{R_2 + R_r} = \frac{-1,686}{16 + 6,08} = -0,076 \text{ А}$$

Ответ: $I_2 = -0,076 \text{ А}$.

Решите задачи ниже методом эквивалентного генератора.

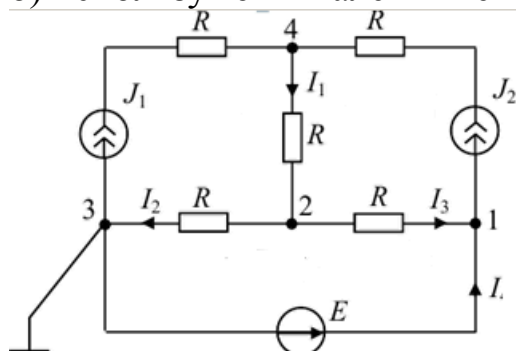
Задание на занятие:

1) Для схемы на рисунке ниже дано: $E = 30 \text{ В}$; $J_1 = 1 \text{ А}$; $J_2 = 2 \text{ А}$; $R = 10 \text{ Ом}$. Требуется определить методом эквивалентного генератора ток I_2 .

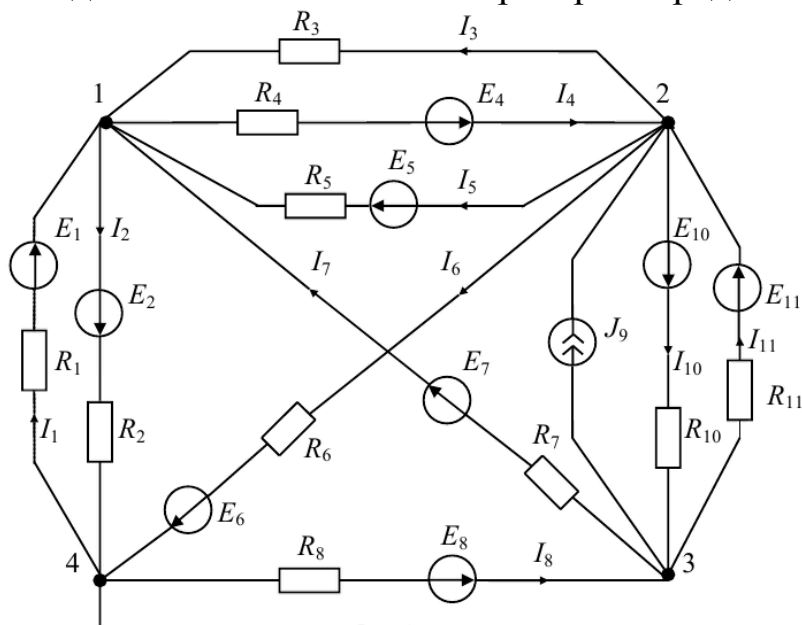
Решить задачу двумя способами:

а) используя порядок определения параметров эквивалентного генератора;

б) используя эквивалентные преобразования.

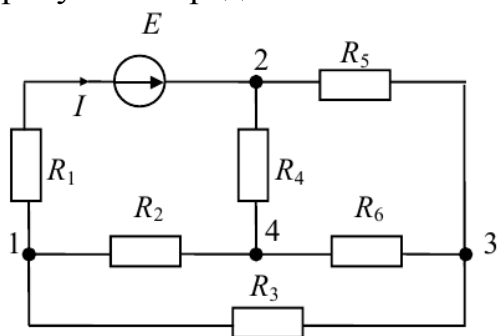


2) Для схемы приведённой ниже задано: $E_1 = E_6 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 6 \text{ В}$; $E_4 = 20 \text{ В}$; $E_5 = 30 \text{ В}$; $E_7 = 14 \text{ В}$; $E_8 = 8 \text{ В}$; $E_{10} = 12 \text{ В}$; $E_{11} = 7 \text{ В}$; $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = R_7 = R_8 = R_{11} = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = R_5 = 10 \text{ Ом}$; $R_6 = R_{10} = 4 \text{ Ом}$; $J_9 = 1,5 \text{ А}$. Требуется методом эквивалентного генератора определить ток I_6 .



3) Для схемы на рисунке задано: $E = 50 \text{ В}$; $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = R_4 = R_6 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = R_5 = 30 \text{ Ом}$.

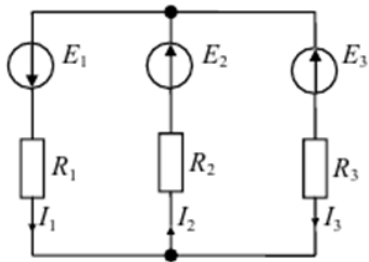
Требуется определить ток I .



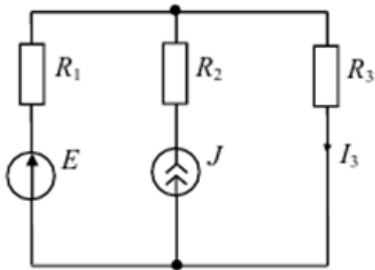
Для закрепления навыков решения МЭГ решите задачи самостоятельно, используя схемы ниже.

Определения параметров МЭГ используя метод эквивалентных преобразований. Сводя схему к одному источнику ЭДС и одному сопротивлению.

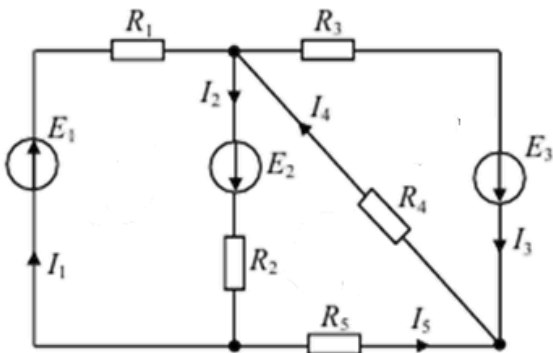
1) Рассчитать ток I_3 схемы на рисунке, а, если задано: $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 40 \text{ В}$; $E_3 = 5 \text{ В}$; $R_1 = 35 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$.



- 2) Рассчитать токи I_1 в схеме на рисунке, если параметры элементов следующие: $E = 20 \text{ В}$; $J = 1,5 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 15 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$.



- 3) Для схемы на рис. определить ток I_4 во всех ветвей. Дано: $E_1 = 15 \text{ В}$; $E_2 = 5 \text{ В}$; $E_3 = 70 \text{ В}$; $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = 15 \text{ Ом}$; $R_5 = 2,5 \text{ Ом}$.



- 4) Для схемы на рис. дано: $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_2 = 150 \text{ В}$; $E_3 = 28 \text{ В}$; $J = 2 \text{ mA}$; $R_2 = 2 \text{ кОм}$; $R_3 = 4 \text{ кОм}$; $R_4 = 6 \text{ кОм}$; $R_5 = 8 \text{ кОм}$. Требуется определить ток I_5 .

