Лекция вторая по п/п

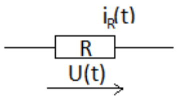
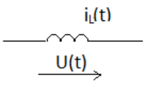
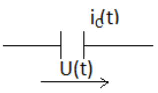
Ст. преподаватель Коваленко В. Е., Томск 2020 г.

Тема: «Переходные процессы в линейных электрических цепях».

Завершаем классический метод: изучим способы получения характеристического уравнения из дифференциального уравнения (составленного из системы дифференциально-интегральных уравнений) и методом полного сопротивления без составления дифференциального уравнения.

Продолжение. Классический метод.

Связи между током и напряжением на элементах для перехода от системы дифференциально интегральных уравнений к одному дифференциальному уравнению n порядка.

Элементы цепи	Напряжение	Ток
	$U_R = i_R \cdot R$	$i_R = \frac{U_R}{R}$
	$U_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L}\int U_L(t)dt$ $+I_0$
	$U_C = \frac{1}{C}\int i_c(t)dt$ $+U_0$	$i_C = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$

Рассмотрим пример получения дифференциального уравнения для цепи на рисунке ниже. Пусть ключ после коммутации размыкается(т.е. стрелочка на ключе направлена в низ, в противном случаи переходим к двум цепям первого порядка) и переходим к схеме без сопртивления R_1 и L.

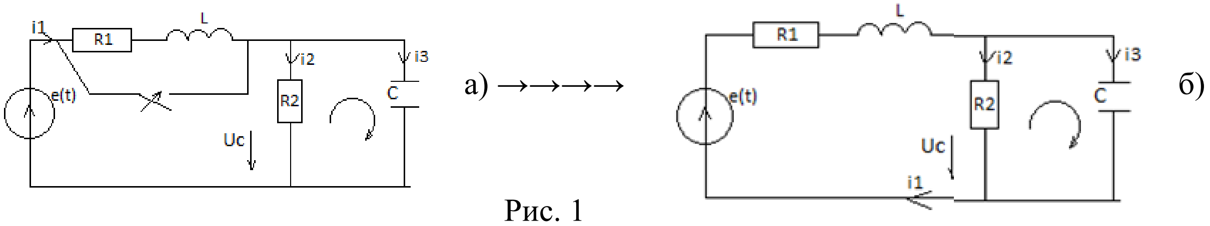


Рис. 1

Составим систему уравнения по правилам Кирхгофа для цепи после коммутации

:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 + U_L + U_C = e(t) \\ U_c - R_2 i_2 = 0 \end{cases}$$

Используем связи из таблице выше. Тока через конденсатор с напряжением на конденсаторе. Напряжения на индуктивности с током через катушку.

$i_3 = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$, $U_L = L \cdot \frac{di_1}{dt}$

Из последнего уравнения в системе выразим i_2: $i_2 = \frac{U_C}{R_2}$,

 тогда для i_1 из перевого уравнения запишем: $i_1 = C \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R_2}$

продифференциируя i_1 и подставляя во второе уравнениие в системе все полученные выражения получаем одно неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относително U_c.

$$\frac{di_1}{dt} = C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^3} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$R_1\left(C \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R}\right) + L\left(C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{dU_C}{dt}\right) + U_C = e(t)$$

$$LC \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1 + R_1R_2C}{R_2} \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R} = 0$$

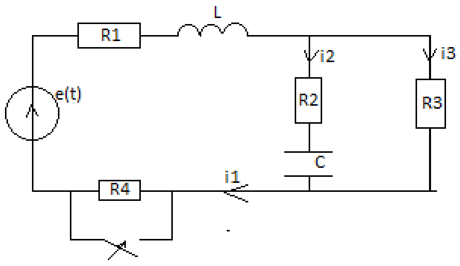
Характерестическое уравнение для этого однородного будет:

$$LCp^2+((1+R_1R_2C)/ R_2)p+(R_1+R_2)/ R_2=0$$

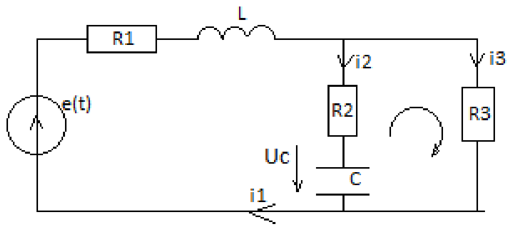
Определение корней характеристического уравнения по методу входного сопротивления.

Для получения характеристического уравнения можно использовать метод полного сопротивления. Доказано что если составить уравнения для полного сопротивления цепи после коммутации относительно любых точек разрыва и приравнять его к нулю. Это выражение будет равно выражению, составленному для однородного дифференциального уравнения (характеристическое уравнение). При чём при расчёте полного сопротивления произведение jω заменяют p(так как скорость изменения неизвестна) и т.о. при составление выражения считают сопротивление катушки индуктивности равно *pL*, сопротивление конденсатора равно *1/pC*. А сопротивление резистора равно также R. Правило по которому определяют сопротивление, как и для расчёта внутреннего сопротивления в методе эквивалентного генератора. Замыкаем источники ЭДС и размыкаем ветви с источниками тока.

Рассмотрим пример составление характерестического уравнения методом полного сопротивления для схемы ниже, ключ замыкается:



→→→→



б)

а)

Рис.2

Сделаем разрыв в ветви с конденсатором и определим полное сопротивление (конденсатор включен последовательно к R_2 а ветки R_3 и $R_{1,}$ L т.к. источник ЭДС замыкается, параллельны друг другу и последовательно к R_2 C), оно равно:

$$\frac{1}{pC}+R_2+\frac{R_3(R_1+pL)}{R_3+R_1+pL}=0$$ и решаем данное уравнение

$$\frac{R_3+R_1+pL+p^2LCR_2+pCR_2(R_3+R_1)+R_3p^2LC+R_3R_1pC}{pC(R_3+R_1+pL)}=0$$

групируем относительно степеней ***p*** числитель вырожения:

$$p^{\cdot 2}L\cdot C\cdot(R_3+R_2)+p\cdot(C\cdot(R_3\cdot R_1+R_2\cdot(R_3+R_1))+L)+(R_3+R_1)=0.$$

Это вырожение и будет характеристическим уравнением для схемы рис. 2.

Рассмотрим пример составление характерестического уравнения методом полного сопротивления и сравним с полученными выше результатом, для схемы изображённой на рис. 2. Найдём полное сопротивление относительно разрыва в ветви с источником *e(t)*.

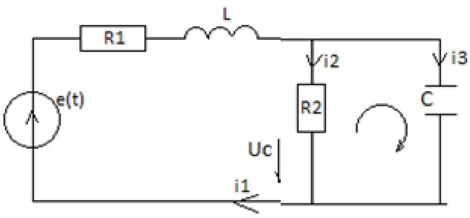


рис.2 б.

$$Z_{12}(p)=(R_1+pL)+\frac{R_2}{R_2pC+1}=\frac{(R_1+pL)(R_2PC+1)+R_2}{R_2pC+1}=\frac{LCR_2p^2+p(L+R_1R_2C)+R_2+R_1}{R_2pC+1}=0$$

$$LCR_2p^2+p(L+R_1R_2C)+R_2+R_1=0$$

Если разделить на R_2 то получаем такое же характерестическое уравнение, как и в решение выше.

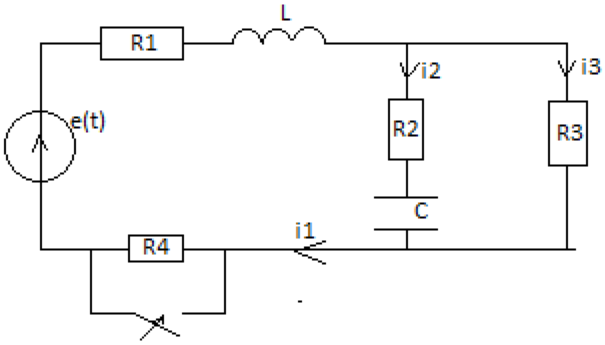
Решим задачу. Определить Граничные условия для схемы ниже.

Дано:

$e(t)=E=100\ В$

$R_1=R_4=10\ Ом$

$R_2 = R_3 = 20$ Ом



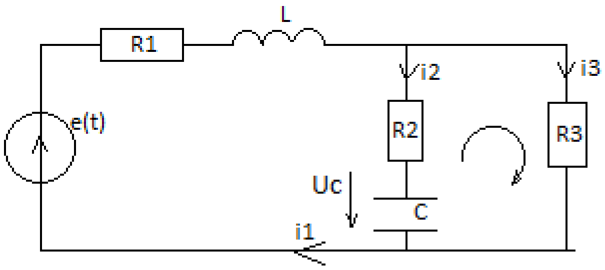
Определяем ННУ.

$$i_L(-0) = i_1(-0) = \frac{E}{R_1 + R_4 + R_3} = \frac{100}{10 + 10 + 20} = 2.5\ A$$

$$U_c(-0) = i_3 R_3 = i_L(-0) R_3 = 2.5 \cdot 20 = 50\ B$$

ННУ $\quad i_L(-0) = i_L(0) = 2{,}5\ A$

$$U_c(-0) = U_c(0) = 50\ B$$



Определяем ЗНУ.

ЗНУ $\quad i_1 - i_2 - i_3 = 0$

$$R_1 i_1 + R_3 i_3 + U_L = E \qquad t = 0$$

$$-i_2 R_2 + i_3 R_3 - U_c = 0$$

$2{,}5 - i_2(0) - i_3(0) = 0$

$25 + 20 i_3(0) + U_c(0) = 100$

$-20 i_2 - 20 i_3(0) - 50 = 0$

$i_2(0) = 0\ A$

$i_3(0) = 2{,}5\ A$

$U_L(0) = 25\ B$

Самостоятельно определить конечные условия (КУ).