преподаватель Коваленко В. Е. ,Томск 2021 г.
Лекция.
Тема: «Переходные процессы в линейных электрических цепях»

Причины возникновения переходных процессов (пп).
Законы коммутации. Методы расчёта переходных процессов.
Классический метод.
Анализ процессов подключения и отключения реактивного элемента к источнику классическим методом.

Под переходным (динамическим, нестационарным) процессом или режимом в электрических цепях понимается процесс перехода цепи из одного установившегося состояния (режима) в другое. При установившихся, или стационарных, режимах в цепях постоянного тока напряжения и токи неизменны во времени, а в цепях переменного тока они представляют собой периодические функции времени. Установившиеся режимы при заданных и неизменных параметрах цепи полностью определяются только источником энергии. Следовательно, источники постоянного напряжения (или тока) создают в цепи постоянный ток, а источники переменного напряжения (или тока) – переменный ток той же частоты, что и частота источника энергии.

Переходные процессы возникают при любых изменениях режима электрической цепи: при подключении и отключении цепи, при изменении нагрузки, при возникновении аварийных режимов (короткое замыкание, обрыв провода и т.д.). Изменения в электрической цепи можно представить в виде тех или иных переключений, называемых в общем случае коммутацией. Физически переходные процессы представляют собой процессы перехода от энергетического состояния, соответствующего до коммутационному режиму, к энергетическому состоянию, соответствующему после коммутационному режиму.

Переходные процессы обычно быстро протекающие: длительность их составляет десятые, сотые, а иногда и миллиардные доли секунды. Сравнительно редко длительность переходных процессов достигает секунд и десятков секунд. Тем не менее, изучение переходных процессов весьма важно, так как позволяет установить, как деформируется по форме и амплитуде сигнал, выявить превышения напряжения на отдельных участках цепи, которые могут оказаться опасными для изоляции установки, увеличения амплитуд токов, которые могут в десятки раз превышать амплитуду тока установившегося периодического процесса, а также определять продолжительность переходного процесса. С другой стороны, работа многих электротехнических устройств, особенно устройств промышленной электроники, основана на переходных процессах. Например, в электрических нагревательных печах качество выпускаемого материала зависит от характера протекания переходного процесса. Чрезмерно быстрое нагревание может стать причиной брака, а чрезмерно медленное отрицательно оказывается на качестве материала и приводит к снижению производительности.

1 Причины возникновения переходных процессов

1.1 Законы коммутации

В общем случае в электрической цепи переходные процессы могут возникать, если в цепи имеются индуктивные и емкостные элементы, обладающие способностью накапливать или отдавать энергию магнитного или электрического поля. В момент коммутации, когда начинается переходный процесс, происходит перераспределение энергии между индуктивными, емкостными элементами цепи и внешними источниками энергии, подключенными к цепи. При этом часть энергия безвозвратно преобразуется в другие виды энергий (например, в тепловую на активном сопротивлении).

После окончания переходного процесса устанавливается новый установившийся режим, который определяется только внешними источниками энергии. При отключении внешних источников энергии переходный процесс может возникать за счет энергии электромагнитного поля, накопленной до начала переходного режима в индуктивных и емкостных элементах цепи.

Изменения энергии магнитного и электрического полей не могут происходить мгновенно, и, следовательно, не могут мгновенно протекать процессы в момент коммутации. В самом деле, скачкообразное (мгновенное) изменение энергии в индуктивном и емкостном элементе приводит к необходимости иметь бесконечно большие мощности $p = dW/dt$, что практически невозможно, ибо в реальных электрических цепях бесконечно большой мощности не существует.

Таким образом, переходные процессы не могут протекать мгновенно, так как невозможно в принципе мгновенно изменять энергию, накопленную в электромагнитном поле цепи. Теоретически переходные процессы заканчиваются за время $t \to \infty$. Практически же переходные процессы являются быстропротекающими, и их длительность обычно составляет доли секунды. Так как энергия магнитного $W_М$ и электрического полей $W_Э$ описывается выражениями

$$W_M = \frac{Li^2}{2};\ W_Э = \frac{CU^2}{2},$$

то ток в индуктивности и напряжение на емкости не могут изменяться мгновенно. На этом основаны законы коммутации.

Первый закон коммутации состоит в том, что ток в ветви с индуктивным элементом в начальный момент времени после коммутации имеет то же значение, какое он имел непосредственно перед коммутацией, а затем с этого значения он начинает плавно изменяться. Сказанное обычно записывают в виде $i_L(0-) = i_L(0)$, считая, что коммутация происходит мгновенно в момент $t = 0$.

Второй закон коммутации состоит в том, что напряжение на емкостном элементе в начальный момент после коммутации имеет то же значение, какое оно имело непосредственно перед коммутацией, а затем с этого значения оно начинает плавно изменяться: $U_C(0-) = U_C(0)$.

Следовательно, наличие ветви, содержащей индуктивность, в цепи, включаемой под напряжение, равносильно разрыву цепи в этом месте в момент коммутации, так как $i_L(0-) = i_L(0)$. Наличие в цепи, включаемой под напряжение, ветви, содержащей разряженный конденсатор, равносильно короткому замыканию в этом месте в момент коммутации, так как $U_C(0_-) = U_C(0)$.

Однако в электрической цепи возможны скачки напряжений на индуктивностях и токов на емкостях.

В электрических цепях с резистивными элементами энергия электромагнитного поля не запасается, вследствие чего в них переходные процессы не возникают, т.е. в таких цепях стационарные режимы устанавливаются мгновенно, скачком.

В действительности любой элемент цепи обладает каким-то сопротивлением r, индуктивностью L и емкостью C, т.е. в реальных электротехнических устройствах существуют тепловые потери, обусловленные прохождением тока и наличием сопротивления r, а также магнитные и электрические поля.

Переходные процессы в реальных электротехнических устройствах можно ускорять или замедлять путем подбора соответствующих параметров элементов цепей, а также за счет применения специальных устройств.

Цепь, находящаяся в переходном состоянии называется динамической.

Для коммутации используем идеальный ключ, сопротивление его приведено ниже:

$$R_{\text{ключ}} = \begin{cases} 0, \text{если ключ замкнут} \\ \infty, \text{если ключ разомкн.} \end{cases}$$

Обозначать идеальный ключ будем в виде:

1) 

2) 

где обозначение в виде 1)- в момент до коммутации ключ разомкнут, а обозначение в виде 2) - в момент до коммутации замкнут.

Т.о. стрелкой показываем положения ключа после коммутации.

2. Основы анализа переходных процессов

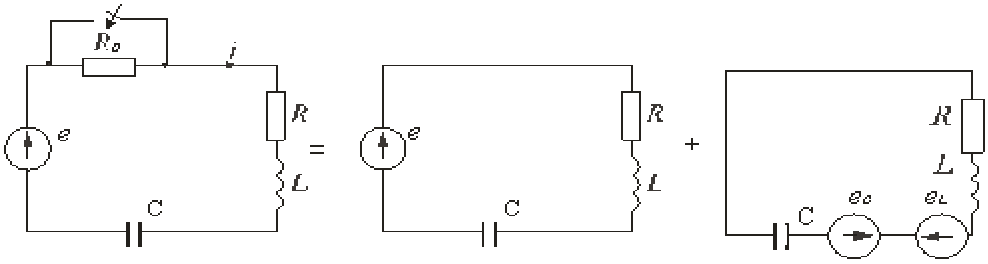
Задача исследования переходных процессов заключается в том, чтобы выяснить, по какому закону и как долго будет наблюдаться заметное отклонение токов в ветвях и напряжений на участках цепи от их установившихся значений. Так, например, если в исследуемой ветви некоторой цепи до коммутации существовал постоянный ток I_1, а в установившемся режиме после коммутации он стал I_2, то нас будет интересовать закон изменения переходного тока i между моментом коммутации ($t=0$) и тем неизвестным нам моментом времени t_1, когда переходный процесс можно считать закончившимся.

При анализе переходных процессов в электрических цепях считается, что:

1. рубильники включаются и размыкаются мгновенно, без возникновения электрической дуги;
2. время переходного процесса, теоретически бесконечно длительное, (переходный режим асимптотически приближается к новому установившемуся режиму), ограничивают условным пределом Тз– длительностью переходного процесса;
3. установившийся режим после коммутации рассчитывают при теоретическом условии $t\to\infty$, т.е. когда после коммутации прошло бесконечно большое время.

Установившийся режим до коммутации рассчитывают обычно в предположении, что к моменту коммутации в цепи закончился предыдущий переходный процесс. Хотя иногда приходится анализировать переходные процессы, возникающие в цепи, когда предыдущий переходный процесс, вызванный прежними коммутациями, еще не закончился. Но это не изменяет теоретическую постановку задачи.

Анализ переходных процессов производят путем решения дифференциальных уравнений, составленных для исследуемой электрической цепи на основе законов Кирхгофа или метода контурных токов.



а) б) в)

Рис. 1

Пусть в некоторой цепи (рис. 5.1 а) внезапно изменяется сопротивление. До коммутации в цепи существовали сопротивления R_0 и R, после коммутации остается только R. Требуется определить переходный ток i. Электрическое состояние схемы после коммутации описывается интегро-дифференциальным уравнением, записанным на основании II закона Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений:

(1)
$$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{c}\int idt=e.$$

Если это уравнение продифференцировать по времени получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка, у которого в качестве постоянных коэффициентов выступают параметры цепи или их комбинации:

(2)
$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=\frac{de}{dt}.$$

Из математики известно, что полное решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами находят в виде суммы частного решения неоднородного и общего решения соответствующего однородного уравнения.

Поскольку в правой части дифференциальных уравнений, описывающих электрическое состояние цепей, обычно находится напряжение (или ток) источника (внешняя вынуждающая сила), то частное решение находят из анализа установившегося режима после коммутации. Отсюда этот режим называют принужденным и соответственно токи или напряжения, найденные в данном режиме, называют **принужденными**. Расчет принужденного режима, когда внешние источники вырабатывают постоянную или синусоидальную э.д.с. (ток), не представляет трудностей и может быть осуществлен любым известным методом.

Однородное дифференциальное уравнение получают из выражения (2) путем "освобождения" его от правой части. Физически это означает, что исследуемая цепь "освобождается" от внешней вынуждающей силы. Токи или напряжения, найденные при решении однородного дифференциального уравнения, называются **свободными**. Свободные токи и напряжения являются результатом действия внутренних источников схемы: э.д.с. самоиндукции, возникающих в катушках, и напряжений на конденсаторах, когда и те, и другие не уравновешены внешними источниками.

Схематически анализ переходного процесса может быть представлен как результат наложения двух режимов: принужденного и свободного. Схема на рис. 1 б должна быть рассчитана в установившемся (принужденном) режиме, а схема на рис. 1 в — в режиме, когда цепь освобождена от внешних источников. Действительный (**переходный**) ток в соответствии с принципом суперпозиции равен сумме установившегося (принужденного) и свободного токов:

$$i = i_у + i_{св}.$$

Заметим, что физически существует только переходные токи и напряжения, а разложение их на свободные и принужденные составляющие является математическим приемом, позволяющим упростить расчет переходных процессов в линейных цепях. Напомним, что принцип суперпозиции применим лишь к линейным цепям.

Существуют различные методы решения однородного дифференциального уравнения, полученного из выражения (2):

(3)

$$\frac{d^2 i_{св}}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di_{св}}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i_{св} = 0.$$

Классический метод анализа переходных процессов заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений. Решение находят в виде суммы экспонент:

(4)

$$i_{св} = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t},$$

где число слагаемых равно порядку дифференциального уравнения.

После подстановки экспонент $A_k \cdot e^{p_k t}$ в исходное уравнение (3) и дифференцирования можно получить характеристическое уравнение, из которого определяют корни p_1, p_2. Если встречаются кратные корни (например, $p_1 = p_2 = P$), решение имеет вид $A_1 \cdot e^{Pt} + A_2 \cdot e^{Pt}$.

Постоянные интегрирования A_1, A_2 находят из начальных условий, которые определяют с помощью законов коммутации. Различают независимые и зависимые (после коммутационные) начальные условия. К первым относят значения токов через индуктивности и значения напряжений на емкостях, известные из до коммутационного режима работы цепи.

Значения остальных токов и напряжений при $t = 0$ в после коммутационной схеме, определяемые по независимым начальным значениям из законов Кирхгофа для схемы после коммутации, называют зависимыми начальными значениями.

Классический метод анализа применяют обычно для анализа процессов в несложных электрических цепях.

3. Алгоритм расчета переходного процесса классическим методом

Для анализа переходного процесса предварительно следует привести схему к минимальному числу накопителей энергии, исключив параллельные и последовательные соединения однотипных реактивных элементов (индуктивностей или емкостей). Система интегро-дифференциальных уравнений, составленных в соответствии с законами Кирхгофа или методом контурных токов, может быть сведена путем подстановки к одному дифференциальному уравнению, которое используется для составления характеристического уравнения.

Порядок дифференциального, следовательно, и характеристического уравнения зависит от числа реактивных элементов приведенной схемы. Главная трудность в решения задачи классическим методом для уравнений высоких порядков состоит в отыскании корней характеристического уравнения и постоянных интегрирования. Поэтому для решения уравнений порядка выше второго применяют другие методы, в частности операторный метод, основанный на применении преобразования Лапласа и исключающий трудоемкую процедуру отыскания постоянных интегрирования.

При анализе переходных процессов классическим методом может быть рекомендован следующий порядок расчёта:

1. Определение граничных условий.
   a) Рассчитать режим до коммутации. Определить токи в ветвях с индуктивностью и напряжения на конденсаторах. Значения этих величин в момент коммутации является независимыми начальными условиями (ННУ). Для этого рассчитываем схему, которая была до коммутации.
   b) Рассчитать режим в момент коммутации. Определяем необходимые для получения решения переходного процесса токи и напряжения в схеме. Значения этих величин в момент коммутации могут изменяться, поэтому их называют зависимыми начальными условиями (ЗНУ). Для этого рассматриваем схему, которая будет после коммутации, но рассчитываем в момент коммутации. Используем законы коммутации (значения определённые в ННУ) для разрешения задачи.
   c) Определяем конечные условия (КУ). Рассчитать принужденный (установившийся) режим при времени, когда все переходные процессы завершены (время условно обозначаем $t \to \infty$). Определяем необходимые для отыскания переходного процесса токи и напряжения для цепи после коммутации.
2. Составить дифференциальные уравнения для схеме после коммутации используя для этого систему уравнений составленных в общем случаи по законам Кирхгофа. Получится неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Решения которого определяется как сумма общего решения однородного уравнения (свободная составляющая) и частного решения неоднородного уравнения (принуждённая составляющая-процесс который установится в цепи после прохождения всех переходных режимов).

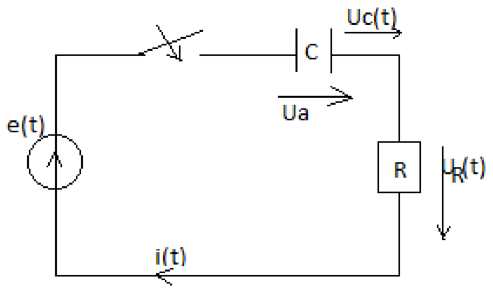
Решение однородного уравнения - составить характеристическое уравнение и найти его корни. Формула общего решения: $\sum A_к \cdot e^{p_к t}$, где $p_к$ -корни характеристического уравнения, $A_к$-постоянная интегрирования, к=1,2,3…n а n- порядок дифференциального уравнения.

Существуют приемы, упрощающие операцию отыскания корней характеристического уравнения, например, приравнивание нулю входного операторного сопротивления цепи, которое получается путем замены в выражении комплексного сопротивления элементов цепи множителя "jω" на оператор "p".

Записать выражения для искомых напряжений и токов в соответствии с видом корней характеристического уравнения в общем виде. Для этого суммируем общее решение однородного уравнения и частное решение неоднородного(принужденная определённое в п.1с).

3. Используя начальные условия в уравнения составленном в общем виде, определяем постоянные интегрирования.
4. Записываем законы изменения требуемых токов и напряжений.

Анализ переходного процесса в цепи с последовательно соединенным сопротивлением и конденсатором



Дано : значения R, C, напряжение на конденсаторе $U_C(-0)= U_0$, источник постоянного ЭДС $e(t) = E$

Найти $i(t)$, $U_C(t)$, $U_R(t)$.

Решение :

1. Определяем граничные условия.

а)Независимые начальные условия (ННУ)

$U_c(-0) = U_0$ следует из условия что кондесатр был заряжен до напряжения U_0

в) Зависимые начальные условия (ЗНУ)

Для цепи после комутации записываем уравнения по второму правилу Кирхгофа. $U_c(t) + U_R(t) = E$ для времени t=0 $U_c(-0) = U_c(0) = U_0$

$U_R(0)= E- U_0$, и следовательно $i(t)= U_R(0)/R= (E- U_0)/R$.

с) Конечные условия. Рассматриваем цепь после коммутации когда все процессы завершены.

Из уравнения по второму правилу Кирхгофа. $U_c(t) + U_R(t) = E$.

Так как ЭДС постоянный то ток не течёт конденсатр для постояных напряжений разрыв цепи. Следовательно $i(t)= U_R(0)/R= 0А$, тогда $U_R(t)= 0$ и $U_C(t)=E$ при $t\to\infty$.

Можно сформулировать правило для определения напряжения на конденсаторе для случая постоянного напряжения: Конденсатор зарядится (разрядится) до напряжение которое присутствует в узлах ветви куда включен конденсатор.

2. Составим дифференциальные уравнения для схеме после коммутации.

$U_c(t) + U_R(t) = E$,заменяем $U_R(t) = i(t)R$ $\quad i(t) = C \cdot \dfrac{du_c(t)}{dt}$

тогда уравнение примет вид

$RC \cdot \dfrac{dU_c(t)}{dt} + U_c(t) = E$ поделем на RC, получим

$\dfrac{dU_c}{dt} + \dfrac{1}{RC}U_c = \dfrac{E}{RC}$ обозначим $\tau = RC$ постоянную переходного режима

$U_c(t) = U_{c\,своб} + U_{c\,принужд}$

$\dfrac{dU_c}{dt} + \dfrac{1}{RC}U_c = 0$ характерестическое уравнение для этого однородного уравнения будет $P + \dfrac{1}{\tau} = 0$ отсюда $P = -\dfrac{1}{\tau}$

тогда $U_{c\,своб} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

$$U_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

$$U_c(0) = Ae^{-\frac{0}{\tau}} + E = U_0$$

$$A = U_0 - E$$

$$\underline{U_c(t) = (U_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}} + E}$$

$i(t) = -\dfrac{C(U_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau}$,потому что $i(t) = C \cdot \dfrac{du_c(t)}{dt}$

$\underline{i(t) = ((E - U_0)/R) \cdot e^{-t/RC}}$

$\underline{U_R(t) = i(t) \cdot R = (E - U_0) \cdot e^{-t/RC}}$.

Так как теретически процесс длится бесконечно длго то будем считать временем завершения переходного процесса время $T = 5\tau$.

Самостоятельно проанализировать по примеру заряда конденсатора

- *цепь разряд конденсатора*
- *схему подключения RC к источнику гармонического ЭДС.*
- *схему подключения R L цепи к источнику постоянного ЭДС*
- *схему подключения R L цепи к источнику гармонического ЭДС*