

## **Лекция 1 Основные определения теории цепей.**

### **Основные определения**

#### **Электрическая цепь**

Электрической цепью называется совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которой могут быть описаны с помощью понятий электродвижущей силы, тока и напряжения.

Составные части (элементы) электрической цепи классифицируются в зависимости от отношения к процессу потребления или производства энергии. Их можно разделить на три группы: источники электрической энергии, приемники и вспомогательные элементы.

К источникам относятся различные устройства, в которых происходит производство электрической энергии заданного вида. Источники делятся на первичные и вторичные. К первичным относятся устройства, осуществляющие преобразование химической, тепловой, механической и других видов энергии в электрическую. Источниками электрической энергии являются, например, гальванические элементы, аккумуляторы, солнечные батареи, гидрогенераторы и т. п. К вторичным источникам энергии относятся устройства, преобразующие один вид электрической энергии в другой. К ним относятся различные блоки питания, стабилизаторы, выпрямители, приёмные антенны. Вторичные источники получают электрическую энергию от первичных.

Приемники электрической энергии - это элементы электрической цепи, в которых происходит преобразование электрической энергии в другие виды энергии, а также запасание электрической энергии. Приемниками являются электрические двигатели, лампы накаливания, конденсаторы, индуктивные катушки, резисторы, передающие антенны, громкоговорители и др.

Основные элементы электрической цепи - источники и приемники - соединяют между собой с помощью вспомогательных элементов: соединительных проводников, ключей, разъемов и т. п. Считается, что в этих элементах нет потерь энергии.

Для подключения к остальной части цепи каждый элемент цепи имеет внешние выводы, называемые также зажимами или полюсами.

В теории цепей предполагается, что каждый элемент цепи полностью характеризуется зависимостью между токами и напряжениями на его зажимах, при этом процессы, имеющие место внутри элементов, не рассматриваются. Реальные элементы цепи заменяются их упрощенными моделями, построенными из идеализированных элементов. Идеализированным элементам приписывают определенные свойства, связанные со свойствами реальных элементов.

Используют пять основных типов идеализированных двухполюсных элементов: сопротивление, емкость, индуктивность, идеальный источник напряжения и идеальный источник тока. В простейшем случае модель реального элемента может состоять из одного идеализированного элемента. В более сложных случаях она представляет собой соединение, нескольких идеализированных элементов. Используются также многополюсные идеализированные элементы - управляемые источники тока и управляемые источники напряжения, идеальные трансформаторы и другие.

Электрическая цепь, которую получают из исходной реальной электрической цепи при замене каждого реального элемента его упрощенной моделью, составленной из идеализированных элементов, называют моделирующей, или идеализированной цепью. В теории цепей исследуют процессы, имеющие место именно в таких цепях.

**Электрический ток** проводимости есть упорядоченное движение свободных носителей заряда. При анализе электрических цепей за направление тока независимо от природы носителей электрического заряда принимают направление, в котором перемещаются носители положительного заряда.

В теории цепей о направлении тока судят по его знаку, который зависит от того, совпадает или нет направление тока с направлением, условно принятым за положительное. *Условно-положительное направление тока при расчетах электрических цепей может быть выбрано совершенно произвольно.* Если в результате расчетов, выполненных с учетом выбранного направления, ток получится со знаком плюс, значит его направление, то есть направление перемещения положительных зарядов, совпадает с направлением, выбранным за положительное; если ток получится со знаком минус, значит его направление противоположно условно-положительному.

Количественно ток оценивают зарядом  $q$ , проходящим через поперечное сечение

$$i(t) = \frac{dq}{dt}.$$

проводника в единицу времени:

В международной системе единиц (СИ) заряд выражают в кулонах (Кл), ток - в амперах (А).

## Напряжение

при перемещении единичного положительного заряда между двумя любыми точками А и Б электрического поля силами электрического поля совершается работа, равная разности потенциалов этих точек. Разность потенциалов точек А и Б называется напряжением между этими точками:  $U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B$

Напряжение представляет собой скалярную величину, которой приписывается определенное направление. Обычно под направлением напряжения понимают направление, в котором перемещаются под действием электрического поля свободные носители положительного заряда, то есть направление от точки цепи с

большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом.

При расчетах электрических цепей направление напряжения сравнивается с направлением, условно выбранным за положительное. Если в результате расчетов напряжение на рассматриваемом участке цепи получится со знаком плюс, значит направление напряжения совпадает с направлением, условно принятым за положительное; если напряжение получится со знаком минус - его направление противоположно условно-положительному.

### Электродвижущая сила

При перемещении сторонними силами носителя электрического заряда внутри источника энергия процессов, вызывающих эти силы, преобразуется в электрическую энергию. Источники электрической энергии характеризуются **электродвижущей силой** (э.д.с.), которая может быть определена как работа сторонних сил, затрачиваемая на перемещение единичного положительного заряда внутри источника от зажима с меньшим потенциалом к зажиму с более высоким потенциалом. Независимо от природы сторонних сил э.д.с. источника равна напряжению между зажимами источника энергии при отсутствии в нем тока. Э.д.с. — скалярная величина, направление которой совпадает с направлением перемещения положительных зарядов внутри источника, то есть с направлением тока.

### Мощность и энергия.

При перемещении элементарного электрического заряда  $dq$  через участок цепи между точками А и Б с разностью потенциалов  $u$  силы электрического поля совершают элементарную работу, которая равна:

$$dw = udq = uidt.$$

Энергию, поступившую в электрическую цепь к моменту времени  $t = t_1$ , определяют интегрированием :

$$w = w(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} uidt.$$

Нижний предел  $t = -\infty$  выбирают для того, чтобы учесть все поступления энергии в цепь. Если для любого момента времени  $w(t) \geq 0$ , то рассматриваемый участок цепи является потребителем энергии и называется **пассивным**. Если хотя бы для какого-то момента времени энергия отрицательна, то участок цепи содержит источник энергии и называется **активным**.

Производная энергии по времени, то есть скорость поступления энергии представляет собой мгновенную мощность участка цепи,  $p = dw/dt = ui$ .

Как видно из этого выражения, *мгновенная мощность равна произведению мгновенных значений напряжения и тока*. Если в рассматриваемый момент времени направления тока и напряжения совпадают, то мгновенная мощность положительна. Это означает, что в данный момент времени участок цепи получает электрическую энергию от остальной части цепи. В противном случае, когда мгновенная мощность отрицательно, участок цепи отдает энергию.

Подставляя выражение *мгновенная мощность* в (1.4), выразим энергию, поступившую в участок цепи к моменту времени  $t = t_1$ , через мгновенную мощность

$$w(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} p dt.$$

В системе единиц СИ работу и энергию выражают в джоулях (Дж), а мощность – в ваттах (Вт).

## ***Схема электрической цепи***

**Электрическая схема** – это условное графическое изображение электрической цепи. В электротехнике и радиоэлектронике встречаются различные типы электрических схем: структурные, принципиальные, эквивалентные.

**Структурная схема** - это условное графическое изображение реальной цепи, на котором отражены только важнейшие функциональные части цепи и основные связи между ними.

**Принципиальная схема** – представляет собой графическое изображение реальной цепи, на котором с помощью условных обозначений показаны все элементы цепи и все соединения между ними.

**Эквивалентной (или расчетной) электрической схемой цепи** называется условное графическое изображение моделирующей цепи, то есть цепи, составленной из идеализированных элементов, замещающей исследуемую реальную цепь в рамках решаемой задачи. Каждому идеализированному элементу цепи присваиваются определенные графические и буквенные обозначения (эти обозначения стандартизованы). Эквивалентная схема может быть получена из принципиальной электрической схемы, если каждый изображенный на ней реальный элемент заменить его эквивалентной схемой замещения.

Схема замещения реального элемента представляет собой условное графическое изображение идеализированной цепи, моделирующей данный элемент в рамках поставленной задачи.

В зависимости от обстоятельств (точность расчетов, рабочая частота, используемый метод расчета и т.д.) каждому элементу электрической цепи и всей цепи в целом могут быть поставлены в соответствие различные моделирующие цепи и различные эквивалентные электрические схемы.

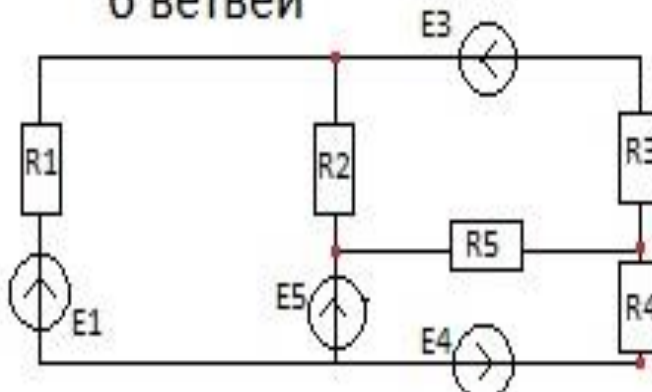
## **Топология электрических цепей**

Параметры электрической цепи:

- Ветвь (В) - участок цепи, по которому протекает один и тот же ток.

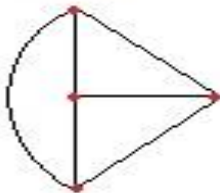
- Узел (У) - место соединения не менее трех ветвей.
- Контур (К) - любой замкнутый участок электрической цепи.
- Граф - условное графическое изображение электрической цепи, не содержащее элементов цепи, но показывающее их соединения.
- Дерево (Д) - незамкнутый граф, соединяющий все узлы электрической цепи и не образующий ни одного замкнутого контура. (Для одной и той же цепи можно юзать несколько деревьев).
- Ветвь связи\Мост (М) - участок цепи, замыкающий какой-либо контур путем соединения двух узлов дерева.
- Линейно независимый контур ( $K_n$ ) - контура отличаются друг от друга присутствием хотя бы одной новой ветви.  $K_n = B - (Y - 1)$
- Линейно независимый узел ( $U_n$ ) - узлы отличаются друг от друга присутствием хотя бы одной новой ветви.  $K_u = Y - 1$

6 ветвей

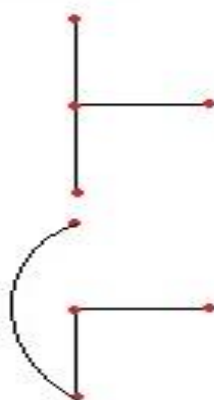


$B=6, Y=4, K=7.$

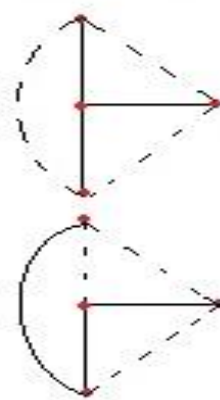
Граф



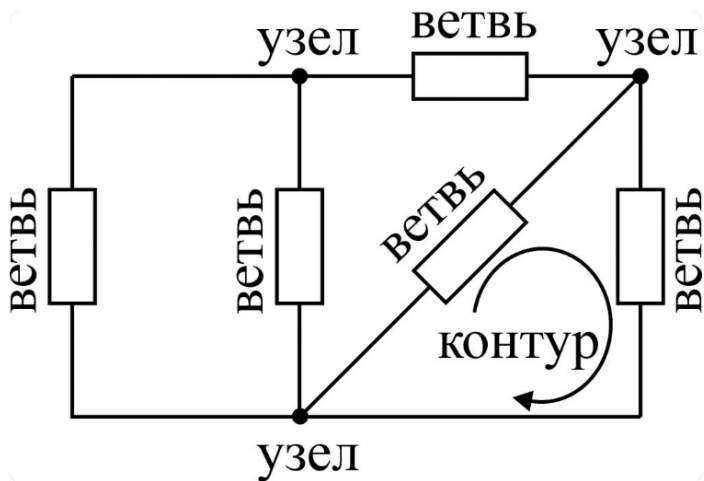
Дерево



Мосты



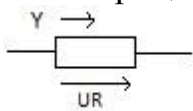
Ещё раз на схеме что такое ветвь, узел, контур.



## Пассивные и активные идеальные элементы.

### Пассивные элементы электрической цепи

- Резистор** - элемент электрической цепи в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую

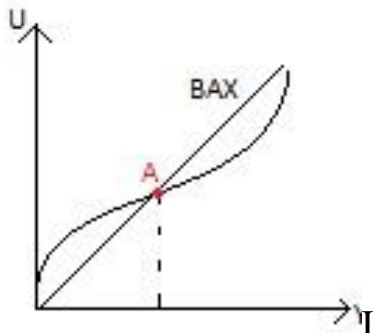


$R$  - [Ом]     $G = 1/R$  [См] - сименс (проводимость)

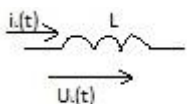
$$R_{ст}^A = \frac{U_A}{Y_A} \quad R \text{ статическое}$$

$$R_{диф}^A = \frac{dU_A}{dY_A} \quad R \text{ - динамическое}$$

$$R_{ст} = R_{диф} \quad \text{Для линейного элемента}$$



- катушка индуктивности** - элемент электрической цепи, в котором накапливается энергия в энергии магнитного поля



$$U_L(t) = \frac{L di_L(t)}{dt} \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int U_L(t) dt$$

Для катушки индуктивности вебер-амперная характеристика  $\psi(I)$ ,  
Где  $\psi$ - потокосцепление (Вб),  $I$ - ток через катушку (А).

$$L_{ст} = \frac{\Psi_A}{i_A(t)} \quad L_{диф} = \frac{d\Psi_A}{di_A}$$

$$L_{\text{ст}} = L_{\text{диф}}$$

Если катушка индуктивности линейная то

- Конденсатор (емкостной элемент) - элемент электрической цепи, запасаящий энергию в электрическом поле.

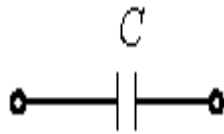
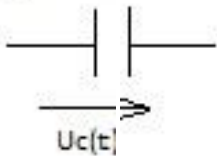
$$C = \frac{q}{u} (\Phi)$$

Параметр конденсатора - ёмкость  $C$ , единица измерения Фарад (Ф).

Для конденсатора кулон-вольтная характеристика  $Q(U)$ ,

Где  $Q$  – количество заряда (К),  $U$ - напряжение на конденсаторе (В).

$i_c(t)$



$C - [\Phi]$

$$U_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt$$

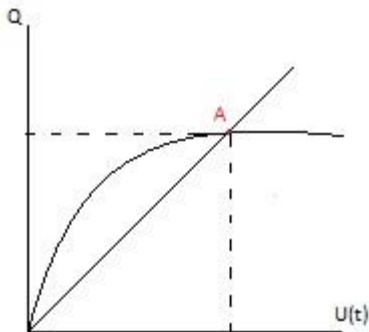
$$i_c(t) = \frac{CdU_c(t)}{dt}$$

$$C_{\text{диф}} = \frac{dQ_A}{dU_A}$$

$$C_{\text{ст}} = \frac{Q_A}{U_A}$$

динамическая ёмкость

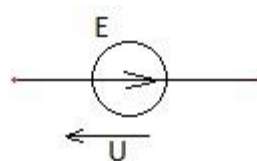
статическая ёмкость



Если емкостной элемент линейный то ,  $C_{\text{ст}} = C_{\text{диф}}$ .

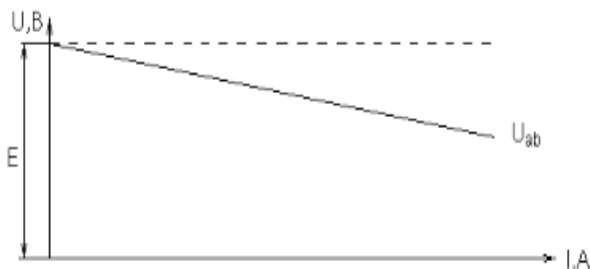
### Активные элементы

**Идеальный источник ЭДС** - активный элемент, напряжение, на выводах которого не зависит от тока, протекающего через источник.

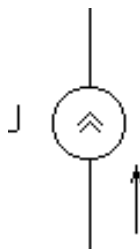


Обозначение идеального источника тока

внутреннее сопротивление  $R_{вн}^E = 0$ . Его вольтамперная характеристика представляет собой прямую, параллельную оси тока (на рисунке пунктирная линия, прямая –реальный источник напряжения).

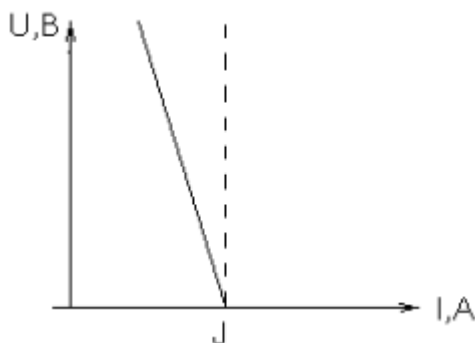


**Идеальный источник тока** - активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его выводах.

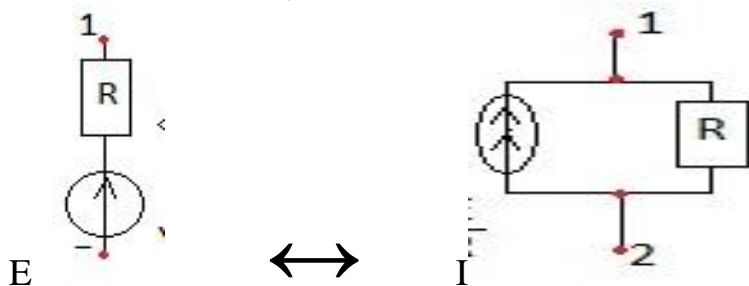


Обозначение идеального источника тока

внутреннее сопротивление  $R_{вн}^J = \infty$ . Его вольтамперная характеристика представляет собой прямую, параллельную оси напряжения (на рисунке пунктирная линия, прямая –реальный источник).



Реальные источники, обладающие сопротивлением могут быть представлены через идеальные в следующем виде:



$$E = IR$$

$\leftrightarrow$  переход

$$I = E/R$$

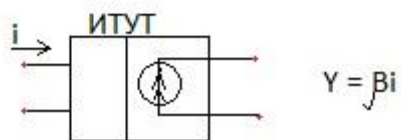
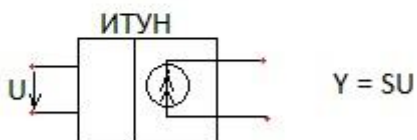
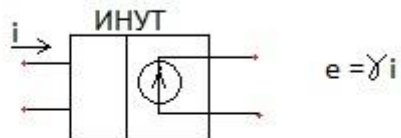
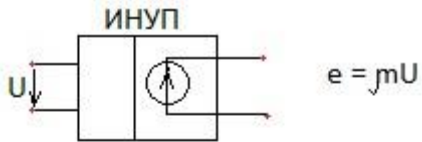
схемы равнозначны и можно заменять одно представления другим. Сопротивление  $R$  в обеих схемах одинаково.



## Зависимый источники напряжения и тока

Источник напряжения управляемый напряжением

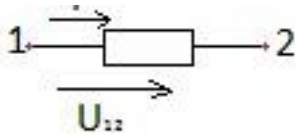
- Источник напряжения управляемый током
- Источник тока управляемый напряжением
- Источник тока управляемый током



## Обобщенный закон Ома для цепи содержащей источники.

I

Ранее сформулирован закон Ома для участка цепи  $I = \frac{U_{12}}{R}$



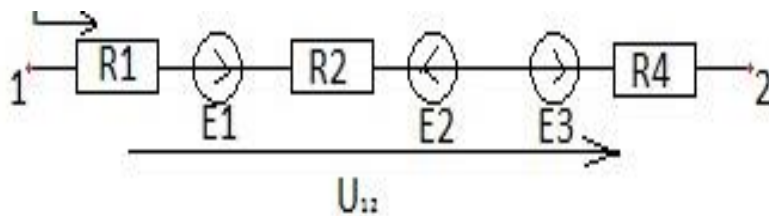
$$I = \frac{\sum_{r=1}^n E_r + U_{12}}{\sum_{k=1}^m R_k}$$

ЭДС и напряжения в сумме берутся в зависимости от направления.

Если направления ЭДС и падения напряжения совпадают с условно положительным направлением тока, то они берутся со знаком +, иначе -.

Пример:

I



$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3 + U_{12}}{R_1 + R_2 + R_4}$$

так как  $E_1$ ,  $E_{13}$  и  $U_{12}$  совпадают с выбранным током  $I$  то они взяты с “+”, а  $E_2$  противоположно ему знак “-”.

## Правила Кирхгофа.

**Первое правило Кирхгофа:** Сумма токов в узле равна нулю.

*Правило знаков.*

$$\sum_{k=1}^n i_k(t) = 0.$$

Токи втекающие в узел берутся со знаком “+”, вытекающие из узла со знаком “-”.

По первому закону можно составить  $N_1 = Y - 1$  линейно независимых уравнений.

**Второе правило Кирхгофа:** Сумма ЭДС приложенная к контуру равна сумме падений напряжений этого контура.

$$\sum_{k=1}^n e_k(t) = \sum_{k=1}^m r_k i_k(t).$$

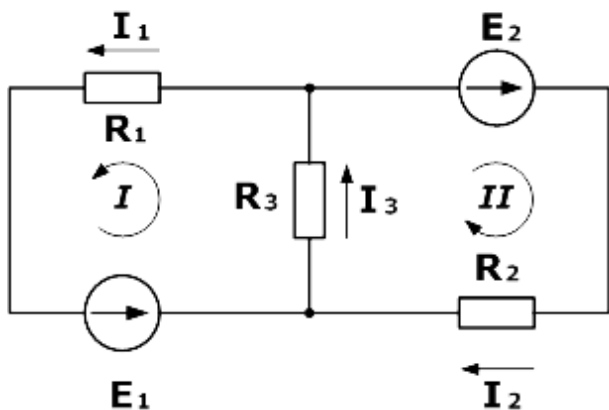
*Правило знаков.*

Если направление ЭДС и токов совпадает с направление обхода контура, то они берутся со знаком “+”, если не совпадают, то со знаком “-”.

По второму закону можно составить  $N_2 = B - (Y - 1)$  линейно независимых уравнений.

Пример определения токов, используя правила Кирхгофа.

Дана схема, и известны сопротивления резисторов и ЭДС источников. Требуется найти токи в ветвях, используя законы Кирхгофа.



### Дано

$$R_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 150 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 150 \text{ Ом}$$

$$E_1 = 75 \text{ В}$$

$$E_2 = 100 \text{ В}$$

$$I_1, I_2, I_3 - ?$$

Решение:

Используя первый закон Кирхгофа, можно записать  $Y-1$  уравнений для цепи. В нашем случае количество узлов  $Y=2$ , а значит нужно составить только одно уравнение.

Напомним, что по первому закону, сумма токов сходящихся в узле равна нулю. При этом, условно принято считать **входящие токи в узел положительными, а выходящими отрицательными**. Значит для нашей задачи

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0$$

Затем используя второй закон (сумма падений напряжения в независимом контуре равна сумме ЭДС в нем) составим уравнения для первого и второго контуров цепи. Контур выбираем произвольно, но линейно независимые. В качестве контура I выберем участки с элементами  $R_1, E_1, R_3$ . Для контура II выберем участки с элементами  $R_2, E_2, R_3$ . Они линейно независимы так как контур II содержит новую ветвь с  $E_2, R_3$ .

Направления обхода выбраны произвольными, при этом если **направление тока через резистор совпадает с направлением обхода, берем со знаком плюс, и наоборот если не совпадает, то со знаком минус**. Аналогично с источниками ЭДС. На примере первого контура – ток  $I_1$  и  $I_3$  совпадают с направлением обхода контура (против часовой стрелки), ЭДС  $E_1$  также совпадает, поэтому берем их со знаком плюс.

Уравнения для первого и второго контуров по второму закону будут:

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2$$

Все эти три уравнения образуют систему

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 \\ I_3 - I_1 - I_2 = 0 \end{cases}$$

Подставив известные значения и решив данную линейную систему уравнений, найдем токи в ветвях (способ решения может быть любым).

$$\begin{cases} I_1 = 0,143 \\ I_2 = 0,262 \\ I_3 = 0,405 \end{cases}$$

Задача решена.

Сформулируем **алгоритм составления системы уравнений** по законам Кирхгофа :

1. Определить число узлов и ветвей цепи  $U$  и  $V$ ;
2. Определить число уравнений по первому и второму законам  $N_1$  и  $N_2$ ;
3. Для всех ветвей (кроме ветвей с источниками тока) можно произвольно задать направления протекания токов. Лучше в ветвях содержащих источники ЭДС задать токи одинакового направления с токами создаваемыми источниками;
4. Для всех узлов, кроме одного, выбранного произвольно, составить уравнения по первому закону Кирхгофа;
5. Произвольно выбрать на схеме замкнутые контуры таким образом, чтобы они отличались друг от друга, по крайней мере одной ветвью (были линейно независимыми);
6. Можно произвольно (или единообразно) выбрать для каждого контура направление обхода и составить уравнения по второму закону Кирхгофа, включая в правую часть уравнения ЭДС действующие в контуре, а в левую падения напряжения на резисторах.

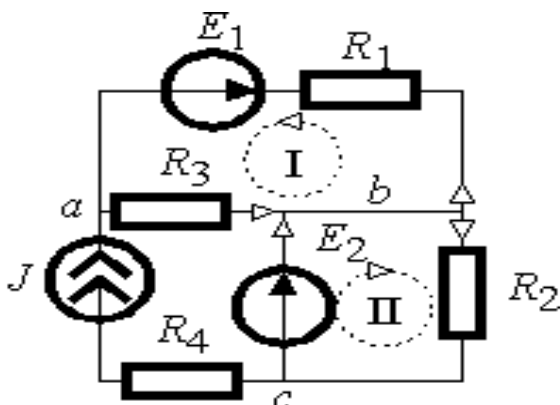
**Примечание:** Знак ЭДС выбирают положительным, если направление ее действия совпадает с направлением обхода контура (если нет то минус); а знак падения напряжения на резисторах принимают положительным, если направление тока в нем совпадает с направлением обхода (если нет то минус).

7. Если в схеме имеются источники тока, тогда вводим обозначение  $U_J$ , напряжения на этом источнике и при записи уравнения по второму правилу со стороны источников ЭДС записываем напряжение  $U_J$ , знак которого определяем соответственно направления источника тока.

Определение напряжений на всех элементах цепи и в том числе  $U_J$ , также является решением прямой задачи (**найти токи и напряжения на элементах цепи по известным параметрам пассивных элементов и значений активных элементов**).

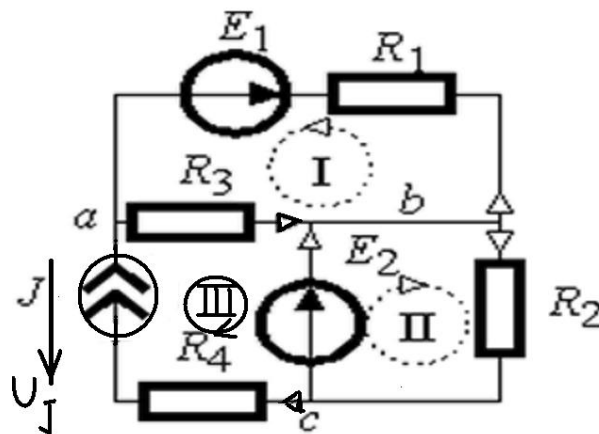
Особо рассмотрим п.7 на примере схемы, с источником тока. Прямая задача при расчёте цепи сводится к определению токов и напряжения в схеме по известным параметрам элементов цепи. И если нет в схеме источника тока, то достаточно определить ток в ветви, а потом можно вычислить по закону Ома напряжения на элементах этой ветви. Если источник тока имеется, то вычислить напряжение на нём не получится, ибо его сопротивление бесконечность. Поэтому составляя уравнения по правилам Кирхгофа вводят неизвестное напряжения на этом источнике

тока которое и определяется(прямая задача).



Рассмотрим цепь изображённую на рисунке. Число ветвей цепи равно 5, а т.к. одна из них содержит источник тока, то нет необходимости определять все пять токов, один уже известен. Но надо определить все напряжения и т.о. общее число уравнений Кирхгофа также пять.

Число узлов цепи равно трем ( $a$ ,  $b$  и  $c$ ).  
 поэтому число уравнений по первому  
 закону Кирхгофа равно двум и их можно  
 составлять для любой пары из этих трех  
 узлов (**задание: составим  
 самостоятельно для всех узлов**).



По второму закону Кирхгофа составить  
 уравнения выберем два контура I и II так,  
 чтобы все ветви, кроме ветви с источником тока попали по крайней мере в один из  
 них, и зададим произвольно направление обхода как показано стрелками. А для  
 контура с источником тока можно создать замкнутый контур из  
 элементов  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $J$  и  $E_2$  введя  $U_J$  - падение напряжения на источнике тока  $J$ .

Тогда получим три уравнения по второму правилу.

$$I_{R1}R_1 + I_{R3}R_3 = -E_1$$

$$I_{R2}R_2 = +E_2$$

$$I_{R3}R_3 + JR_4 = +U_J - E_2$$

*Законы Кирхгофа необязательно использовать в виде систем уравнений. Они справедливы всегда для любого узла и для любого замкнутого контура любой электрической цепи.*