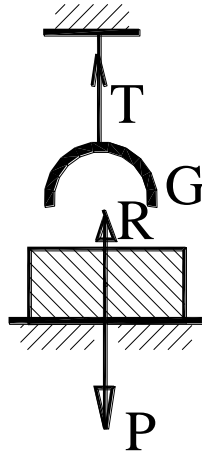


## 1. СТАТИКА 1

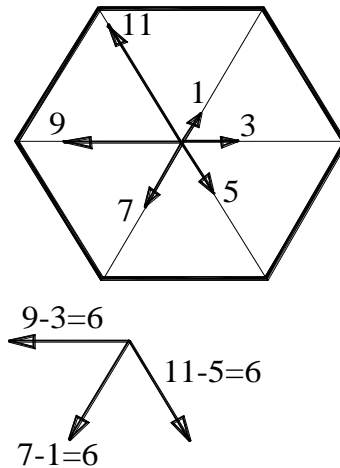
1. Электромагнит весом  $G = 80$  Н после включения притягивает болванку весом  $P = 240$  Н с силой  $F = 150$  Н.

Найти натяжение троса  $T$  и давление болванки на основание при включении и выключении магнита.

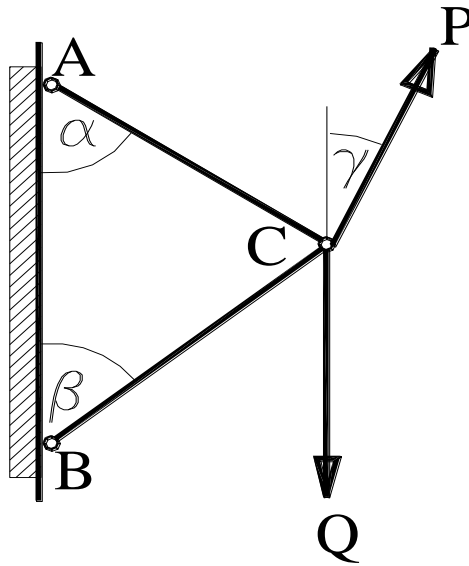


2.1. В центре правильного 6-угольника приложены силы 1, 3, 5, 7, 9, 11 Н по направлению к вершинам.

Найти величину и направление равнодействующей этой системы сил.

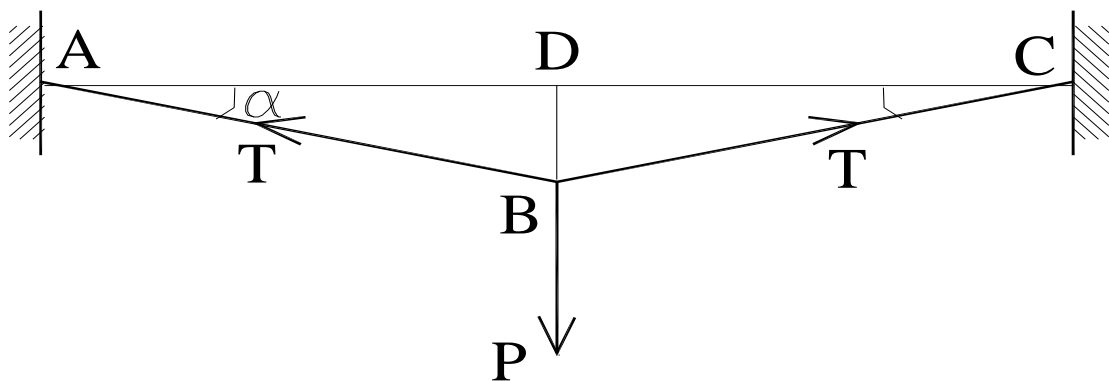


2.6. Найти усилия в стержнях при известных  $P$ ,  $Q$  и углах  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .



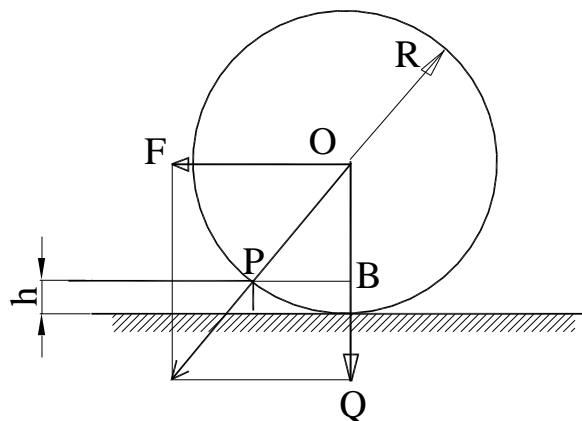
**2.8.** Фонарь весом  $P = 150$  Н висит на тросе ABC длиной 20 м. Прогиб BD троса в его середине составляет 0.1 м.

Найти усилия  $T$  в тросе.



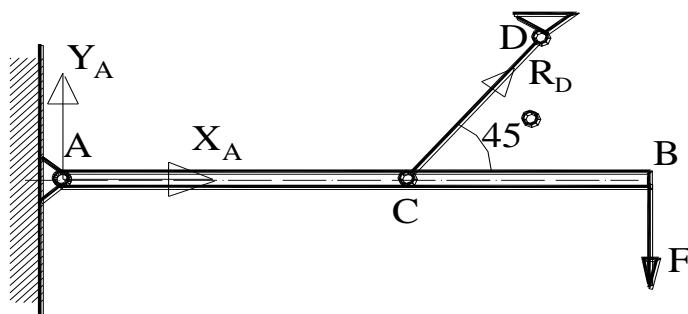
**2.24.** Вес катка  $Q = 20$  кН. Радиус  $R = 60$  см. Высота бордюра  $h = 8$  см.

Какова величина горизонтальной силы  $F$ , чтобы каток заехал без начальной скорости на бордюр?



$$F = \frac{Q\sqrt{R^2 - (R-h)^2}}{R-h} = 11.5kH.$$

**2.29.** Балка АВ длиной 3 м, шарнирно закрепленная в точке А, в точке С поддерживается в горизонтальном положении тросом CD, направленным под углом  $45^\circ$  к вертикали, при этом расстояние AC = 2 м. В точке В подвешен груз  $F = 5$  кН. Найти реакции в точках D и А.



### Решение

Направление реакции троса  $R_D$  известно – к точке подвеса. В точке А направление реакции неизвестно, поэтому рисуем составляющие вдоль оси  $x$  и оси  $y$ . Для определения трех неизвестных составляем три уравнения: равновесия сил в проекциях на оси, и уравнение моментов относительно любой точки, в данном случае относительно точки А:

$$X_A + R_D \cos 45^\circ = 0,$$

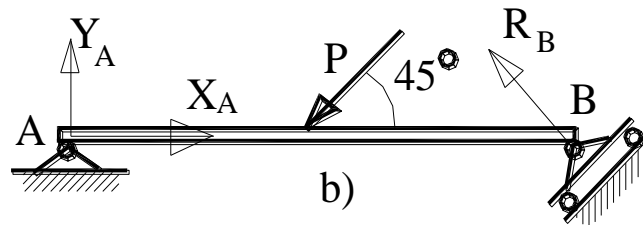
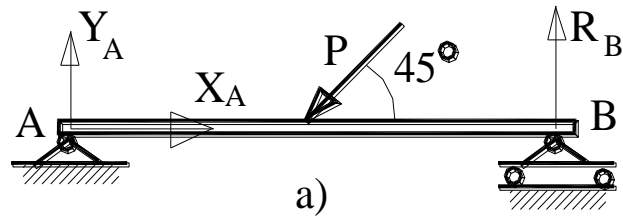
$$Y_A + R_D \sin 45^\circ - F = 0,$$

$$R_D \sin 45^\circ \times AC - F \times AB = 0.$$

Отсюда определяются составляющие реакции, а полная реакция в точке А будет

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}.$$

**2.30.** Найти реакции опор балки, если в точке А шарнир неподвижен, а в точке В – подвижен. Балка нагружена силой  $P = 2$  кН, приложенной в середине балки под углом  $45^\circ$  к горизонту.



a)

$$X_A - P \cos 45^\circ = 0,$$

$$Y_A + R_B - P \sin 45^\circ = 0,$$

$$R_B \times AB - P \sin 45^\circ \times AB/2 = 0;$$

b)

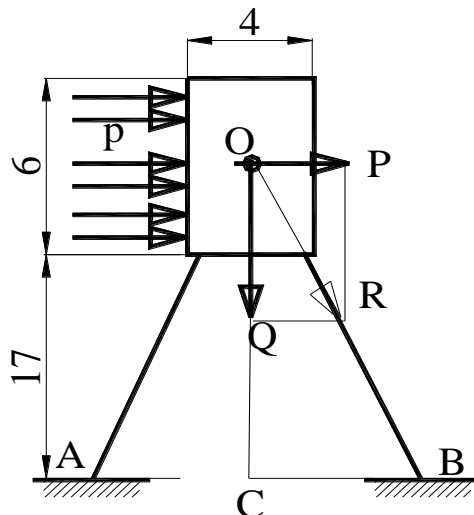
$$X_A - P \cos 45^\circ - R_B \cos 45^\circ = 0,$$

$$Y_A + R_B \sin 45^\circ - P \sin 45^\circ = 0,$$

$$R_B \cos 45^\circ \times AB - P \sin 45^\circ \times AB/2 = 0.$$

**2.55.** Водонапорная башня весом  $Q = 80$  кН и с размерами  $4 \times 6$  м, высотой опор 17 м, при действии горизонтального ветра испытывает удельное давление  $p = 1.25$  кПа.

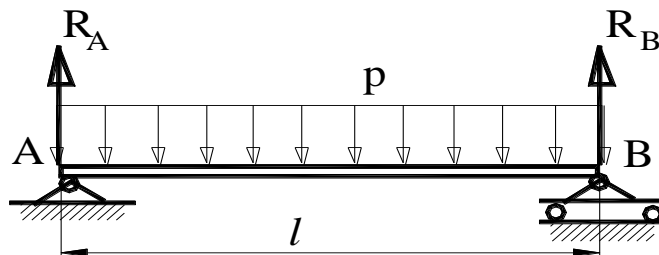
Найти необходимое расстояние между опорами АВ при условии, что башня сохраняет устойчивость за счет собственного веса.



### Решение

Суммарное давление  $P$  получается как  $p \times 4 \times 6 = 30$  кН. Равнодействующая  $R$  силы, проходящей через центр башни, и силы тяжести  $Q$  должна в предельном положении проходить через точку опоры В. В итоге силовой треугольник и геометрический подобны:  $P/Q = BC/OC$ . Отсюда  $BC = 7.5$  м,  $AB = 15$  м.

**3.1.** На балку длиной  $l$  действует распределенная нагрузка интенсивностью  $p$  Н/м. Найти реакции опор.

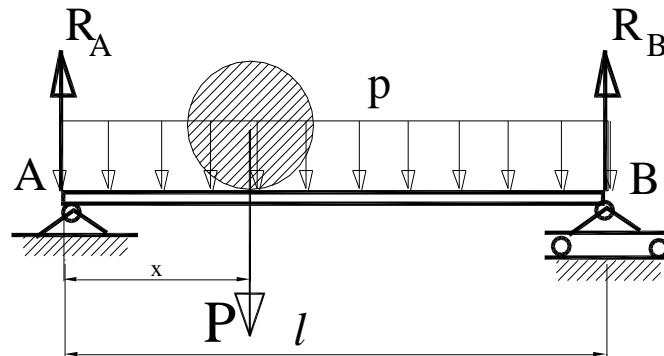


Суммарная нагрузка равна  $P = p \times l$ , и в силу симметрии приложена посередине балки. Очевидно, что реакции опор одинаковы (нет горизонтальной составляющей нагрузки, поэтому обе реакции могут иметь только вертикальную составляющую), и

$$R_A = R_B = p \times l/2.$$

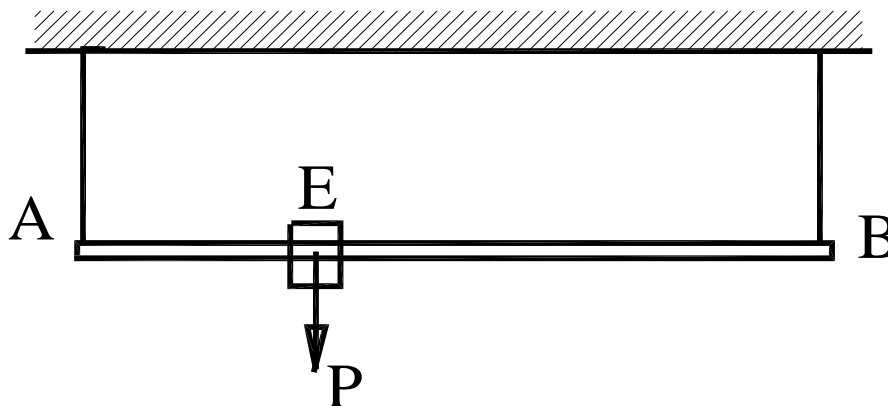
**3.2.** Помимо распределенной равномерно по длине балки нагрузки  $p$  еще приложена сосредоточенная нагрузка  $P$  на расстоянии  $x$  от левого края балки.

Найти реакции опор.



**3.3.** На двух тросах висит балка АВ длиной 1 м и весом 20 Н, в точке Е (АЕ =  $\frac{1}{4}$  м) висит груз  $P = 120$  Н. Найти натяжения тросов.

*Решение*

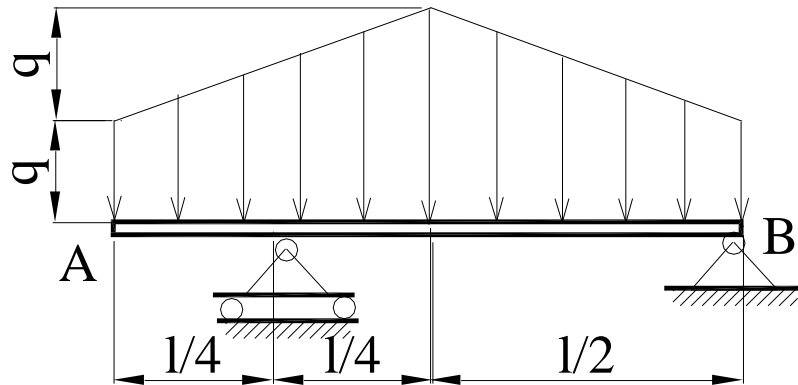


$$R_A + R_B = P_{AB} + P,$$

$$-P \cdot AE - P_{AB} \cdot \frac{AB}{2} + R_B \cdot AB = 0.$$

$$R_B = 40 \text{ Н}, R_A = 100 \text{ Н}.$$

**3.18.** Балка длины  $AB = l$  несет распределенную нагрузку в соответствии с рисунком.



Найти реакции опор B и D.

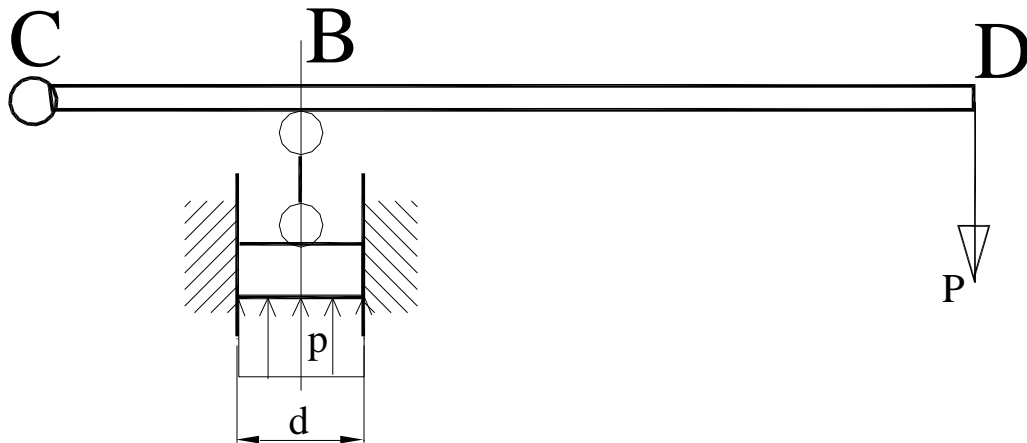
**Решение**

$$R_D + R_B = 3ql/2,$$

$$M_B: 3ql/2 \times l/2 - R_D \times 3l/4 = 0.$$

Отсюда  $R_D = ql$ ;  $R_B = ql/2$ .

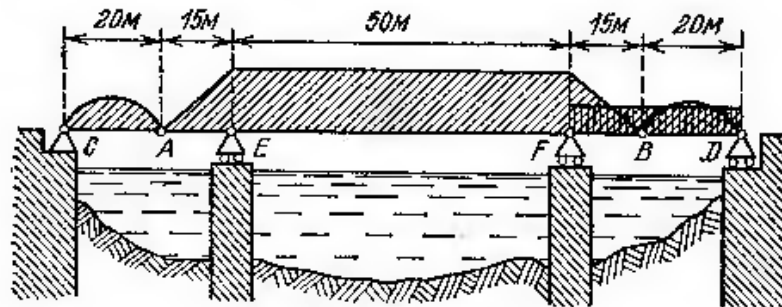
**3.21.** В предохранительном клапане парового котла давление  $p$  уравнивается с помощью груза  $P$ . Длина рычага  $CD = 50$  см, вес его  $P_{CD}$  равен 10 Н,  $BC = 7$  см, диаметр клапана  $d = 6$  см. Клапан должен срабатывать при  $p = 1100$  кПа. Найти  $P$ .



**Решение**

$$M_C: F \times BC - P_{CD} \times CD/2 - P \times CD = 0.$$

Если учесть, что  $F = p \times \pi \times d^2 / 4$ , то в этом уравнении все величины известны, и тогда  $P = 430.2 \text{ Н}$ .



К задаче 3.37

**3.37(3.37).** Консольный мост состоит из главной фермы  $AB$  и двух боковых ферм  $AC$  и  $BD$ . Собственный вес, приходящийся на погонный метр фермы  $AB$ , равен  $15 \text{ кН}$ , а для ферм  $AC$  и  $BD$  равен  $10 \text{ кН}$ . Определить реакции всех опор в тот момент, когда весь правый пролет  $FD$  занят поездом, вес которого можно заменить равномерно распределенной по пролету  $FD$  нагрузкой интенсивности  $30 \text{ кН}$  на погонный метр. Размеры соответственно равны:  $AC = BD = 20 \text{ м}$ ;  $AE = BF = 15 \text{ м}$ ;  $EF = 50 \text{ м}$ .

Ответ:  $R_C = 100 \text{ кН}$ ,  $R_D = 400 \text{ кН}$ ,  $R_E = 542,5 \text{ кН}$ ,  $R_F = 1607,5 \text{ кН}$ .

В задаче рассматривается составная конструкция моста, состоящего из трех тел, или участков – центрального пролета  $AB$  и двух консольных –  $AC$  и  $BD$ . Решение в таком случае можно строить с применением метода декомпозиции, когда рассматриваются условия равновесия каждой из частей.

Так, для участка  $AC$  вес его легко определяется ( $10 \times 20 = 200 \text{ кН}$ ), и в силу симметрии на каждую из опор приходится  $100 \text{ кН}$ . Таким образом, в точке  $C$  реакция опоры  $100 \text{ кН}$ .

Далее эту часть моста можно не рассматривать, но в точке  $A$  центрального пролета моста нужно будет при расчете учесть эту нагрузку ( $100 \text{ кН}$ ) от «отброшенной» консоли, в данном случае действующей по вертикали вниз.

Аналогично рассматривается правая консоль  $BD$ , но там при расчете нагрузки нужно учесть еще и вес части поезда на этом участке. Реакция в точке  $D$  определяется, а такая же по величине нагрузка действует на



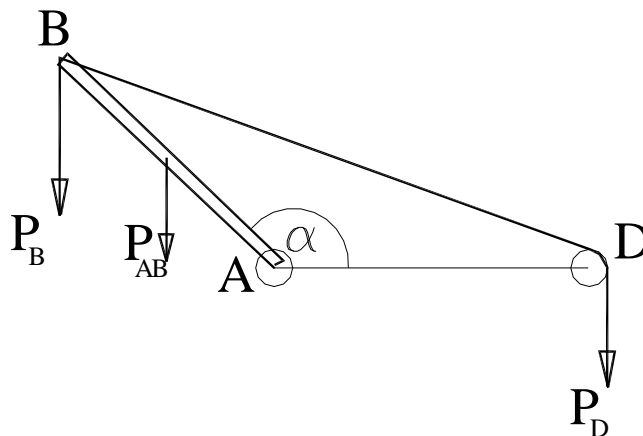
центральный пролет в точке В, и при расчете пролета АВ эту нагрузку необходимо учесть.

После этого можно рассмотреть условия равновесия пролета АВ, при этом нужно учесть еще и вес поезда на участке FB.

$$R_C = 100 \text{ кН}, R_E = 542.5 \text{ кН}, R_F = 1607.5 \text{ кН}, R_D = 400 \text{ кН}.$$

**4.1.** Вес стержня АВ равен  $P_{AB} = 20 \text{ Н}$ . В точке В подвешен груз  $P_B = 10 \text{ Н}$ , в точке D груз  $P_D = 20 \text{ Н}$ .  $AB = AD = l$ .

Найти значение  $\alpha$ , когда стержень АВ в равновесии.



### Решение

Находим момент относительно точки А и приравниваем его нулю для положения равновесия:

$$P_B l \cos(\pi - \alpha) + P_{AB} l / 2 \cdot \cos(\pi - \alpha) - P_D l \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}) = 0.$$

Отсюда

$$10 \cos \alpha + 10 \cos \alpha + 20 \cos \alpha / 2 = 0,$$

$$\cos \alpha + \cos \alpha / 2 = 0 \Rightarrow$$

$$2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - 1 = 0 \Rightarrow$$

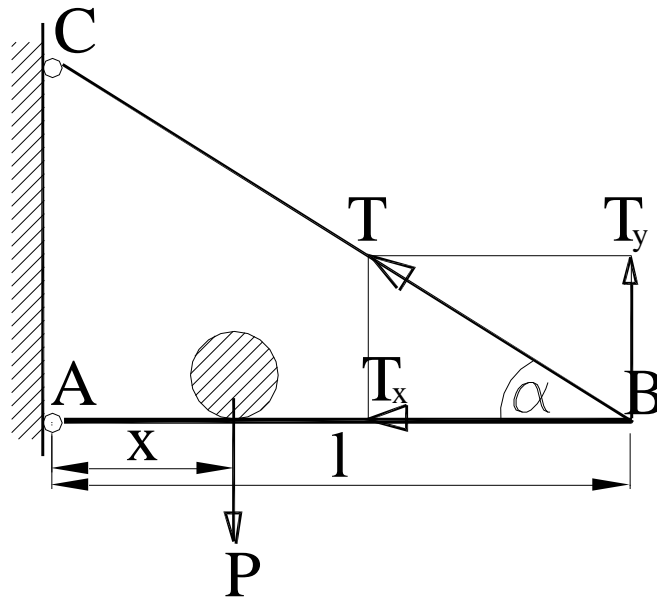
$$\cos \frac{\alpha}{2} \Big|_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = -1, \quad \frac{\alpha}{2} = \pi, \quad \alpha = 2\pi;$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\alpha}{2} = \pi / 3, \quad \alpha = 2\pi / 3 = 120^\circ.$$

Оба решения имеют физический смысл.

**4.2.** Не учитывая вес балки  $AB = l$ , найти натяжение нити  $T$ , когда груз  $P$  находится на расстоянии  $x$  от точки  $A$ .



**Решение**

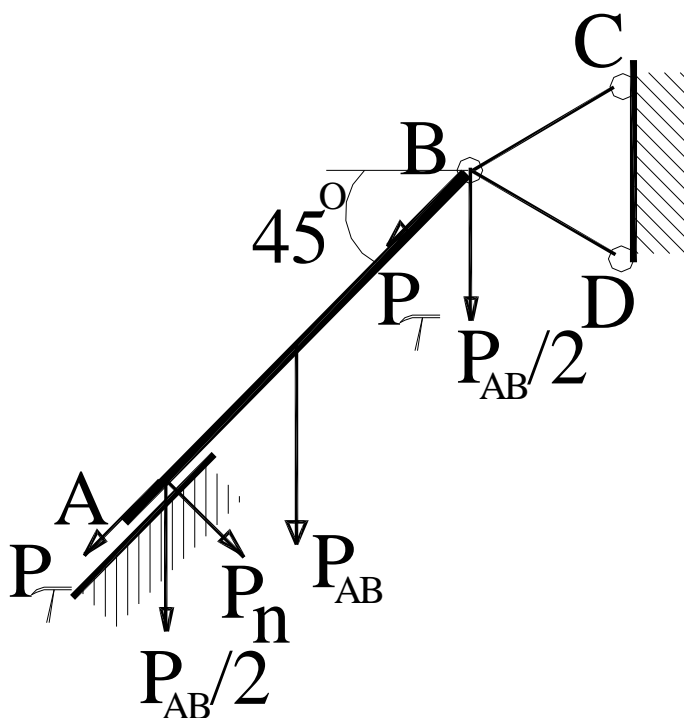
Находим сумму моментов

$$-Px + T \sin \alpha \cdot l = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{Px}{l \sin \alpha}.$$

**4.9.** Однородная плита  $AB$  весом  $P = 100$  Н свободно опирается в точке  $A$  удерживается под углом  $45^\circ$  к горизонту стержнями  $BC$  и  $BD$ , причем треугольник  $BCD$  – равносторонний.

Пренебрегая весом этих стержней и считая их крепления шарнирными, определить реакцию опоры  $A$  и усилия в стержнях.



### Решение

Вертикальная нагрузка в точке  $A$  составляет половину веса балки  $P_{AB}/2$ . Проецируем ее на нормаль, тогда составляющая  $P_n$  и будет реакцией опоры  $A$ . Проекция этой же величины на касательное направление  $P_\tau$  фактически уравнивается в точке  $B$ , т.к. в точке  $A$  реализуется свободное опирание, что означает отсутствие касательного взаимодействия.

Таким образом, в точке  $B$  две нагрузки: половина веса балки  $P_{AB}/2$  и составляющая  $P_\tau$ . Условия равновесия точки  $B$  составляем с учетом этих нагрузок и реакций стержней, которые направим вдоль стержней к точке  $B$ . Тогда

$$-S_C \cos 30 - S_D \cos 30 - P_\tau \cos 45 = 0,$$

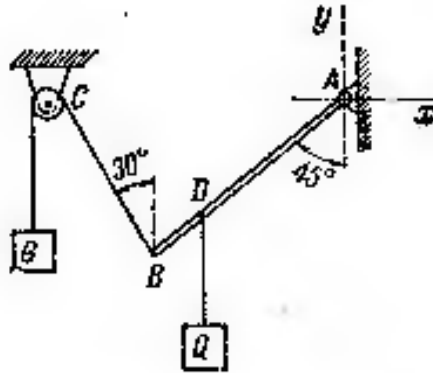
$$-S_C \sin 30 + S_D \sin 30 - P_{AB}/2 - P_\tau \sin 45 = 0.$$

Решая эту систему, получим

$$S_C = -89.4 \text{ Н}, \quad S_D = 60.6 \text{ Н}.$$

**4.15(4.15).** Однородная балка  $AB$  веса  $P = 100 \text{ Н}$  прикреплена к стене шарниром  $A$  и удерживается под углом  $45^\circ$  к вертикали при помощи троса, перекинутого через блок и несущего груз  $G$ . Ветвь  $BC$  троса образует с вертикалью угол  $30^\circ$ . В точке  $D$  к балке подвешен груз  $Q$  веса  $200 \text{ Н}$ . Определить вес груза  $G$  и реакцию шарнира  $A$ , пренебрегая трением на блоке, если  $BD = 1/4 AB$ .

Ответ:  $G = 146 \text{ Н}$ ,  $X_A = 73 \text{ Н}$ ,  $Y_A = 173 \text{ Н}$ .



К задаче 4.15

### Решение

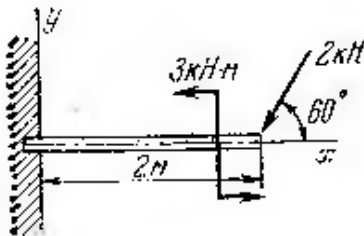
Единственное уравнение моментов относительно точки А (тогда не требуются реакции опоры в этой точке):

$$M_A: \quad Q \cdot 3/4 \cdot l \cdot \sin 45^\circ + P_{AB} \cdot l/2 \cdot \sin 45^\circ - G \cdot \sin 75^\circ \cdot l = 0.$$

Отсюда определяется величина  $G$ , далее  $R_{AX}$  и  $R_{AY}$ , затем полная реакция в точке А.

**4.27(4.27).** Определить реакции заделки консольной балки, изображенной на рисунке и находящейся под действием сосредоточенной силы и пары сил.

Ответ:  $X = 1$  кН,  $Y = 1,73$  кН,  $M = 0,47$  кН·м.



К задаче 4.27

### Решение

Направим составляющие реакции опоры в стене в виде сил вправо  $R_X$ , вверх  $R_Y$  и в виде реактивного момента  $M_R$  против часовой стрелки. Тогда из трех уравнений равновесия

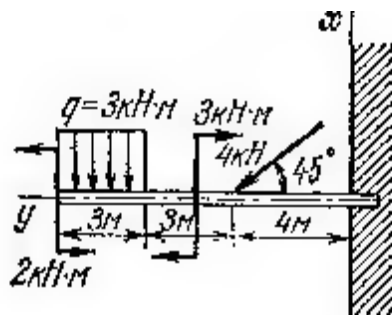
$$R_X = 2 \cdot \cos 60^\circ = 1 \text{ кН},$$

$$R_Y = 2 \cdot \sin 60^\circ = 1.73 \text{ кН},$$

$$M_R = 2 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 - 3 = 0.46 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**4.29(4.29).** Определить реакции заделки консольной балки, изображенной на рисунке и находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки, одной сосредоточенной силы и двух пар сил.

Ответ:  $X = 11,8$  кН,  $Y = -2,8$  кН,  $M = -86,8$  кН·м.



К задаче 4.29

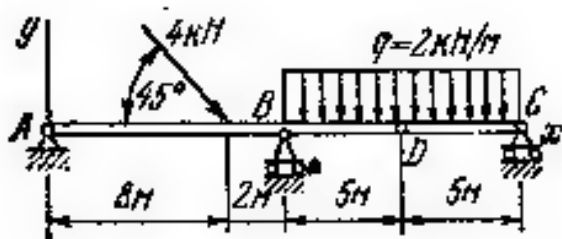
### Решение

*Ошибка на рисунке: неправильно указана размерность  $[q]$ , должно быть кН/м.*

Три уравнения равновесия в проекциях сил на оси  $OX$ ,  $OY$ , и момента относительно заделки дают результат.

**4.33(4.32).** Определить реакции опор  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и шарнира  $D$  составной балки, изображенной на рисунке вместе с нагрузкой.

Ответ:  $X_A = -2,8$  кН,  $Y_A = -4,4$  кН,  $Y_B = 22,2$  кН,  $Y_C = 5$  кН,  $X_D = 0$ ,  $Y_D = \pm 5$  кН.



К задаче 4.38

### Решение

Метод декомпозиции: рассматривается сначала равновесие части  $CD$ , потом после определения реакции в точке  $D$  рассматривается обычным путем равновесие балки  $ABD$ .