U.P.S. / L3 Informatique 2020-
2021

Travaux Dirigés de **Langages & Automates - Feuille d'exercices 1**
LANGAGES ET GRAMMAIRES

1. On considère l'alphabet X = {a, b, c}.

a) Donner les ensembles X^0, X^1, X^2.

b) Caractériser $L1^*$ et calculer les langages $L1 \cup L2$, $L1 \cap L2$, $L1 \bullet L2$, $L2 \bullet L1$ pour :

L1 = {ab, bb}	L2 = {a, ab, bbc, ca}
L1 = {λ}	L2 = {bbc, ca}
L1 = $\varnothing$	L2 = {bbc, ca}
L1 = {ab, bb}	L2 = X^*

c) Soient $L1 = \{w \in X^* \ / \ \exists\, n \in N \text{ tq } |w| = 3n\}$

$L2 = \{w \in X^* \ / \ \exists\, n \in N \text{ tq } |w| = 5n\}$

Caractériser en français les langages $L1 \cap L2$ et $L1 \cup L2$.

2. Soient les langages L1, L2, L3 construits sur l'alphabet X = {a , b}

$L1 = \{w \in X^* \ / \ \exists\, n \in N \text{ tq } w = a^n\, b\, (a + b)^n\}$

$L2 = \{w \in X^* \ / \ \exists\, n \in N \text{ tq } w = (a + b)^n\, b\, a^n\}$

$L3 = \{ w \in X^* \ / \ \exists\, n \in N \text{ tq } w = (a + b)^n\, b\, (a + b)^n\}$

a) Montrer que les langages L1, L2 et L3 ne sont pas égaux.

b) Soit $L4 = \{w \in X^* \ / \ \exists\, n, m \in N \text{ tq } w = (a + b)^m\, b\, a^n\}$

Montrer que $L2 \neq L4$.

c) Donner les grammaires qui engendrent L2 et L4

3. Soit la grammaire G = <N , X , P , S> avec

N = {S}

X = {a , b}

$P = \{ S \rightarrow a S a \ ; S \rightarrow b S b \ ; S \rightarrow \lambda \}$

a) Soit G'= <N , X, P' , S> avec $P' = P \cup \{ S \rightarrow S S \}$.

1- Montrer que le mot aabaab $\in$ L(G').

2- Montrer que G' est ambiguë.

b) Quel est le langage engendré par G ?

c) Pourquoi G n'est-elle pas ambiguë?

4. Donner des grammaires qui engendrent

a) les identificateurs du langage Java ;

b) les formules de la logique des propositions ;

c) les nombres flottants d'un langage de programmation (Java par exemple).

Dans chaque cas, si X est l'alphabet, donner un mot de X^* qui n'appartient pas au langage engendré par la grammaire proposée.

5. Un train est composé d'une locomotive en tête puis d'une suite de voitures (cette suite est non vide, finie et de longueur quelconque) qui contient au moins une voiture ordinaire et au plus une voiture bar.
On représente les trains par des mots sur X = {k,o,b}, où k, o et b représentent respectivement une locomotive, une voiture ordinaire et une voiture bar.

a) Quel langage est engendré par la grammaire G_o définie ci-dessous ?

$$G_o = < X=\{o\}, N_o=\{S\}, P_o=\{S \rightarrow o\ S \mid \lambda\}, S>$$

b) En réutilisant les règles de P_o ci-dessus, donner une grammaire G_T d'axiome T qui engendre les « trains » conformément à la définition ci-dessus. Expliquer.

c) On ajoute à la définition les contraintes suivantes : la suite de voitures (ordinaires et bar) est de longueur impaire et il y a au moins une voiture bar située exactement au centre de la suite de voitures. Donner la grammaire G_U d'axiome U qui engendre les « trains » conformément cette nouvelle définition. Expliquer.

6. Etablir l'ambiguïté de la grammaire

$$<\{S\} , \{if,then,else, a,b\} ,\{S \rightarrow \text{if b then S else S} ; S \rightarrow \text{if b then S} ; S \rightarrow a\} , S>$$

et proposer une solution pour lever l'ambiguïté.