

Contrôle Terminal– 15 Mai 2017

Durée : 2h

Aucun document autorisé (sauf feuille A4 recto/verso manuscrite)

Calculatrice et téléphone non autorisés

Tout résultat non justifié par les calculs intermédiaires ne sera pas validé

1. Problème (Durée conseillée 40 min) /8,5

Soient deux réservoirs d'eau R1 et R2 dont le niveau pour chacun est contrôlé par un capteur de niveau haut (a pour R1, b pour R2) et un capteur de niveau bas (c pour R1, d pour R2).

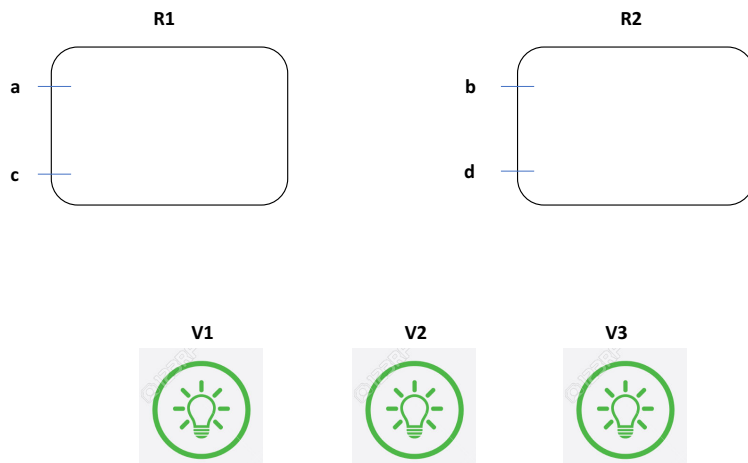
On note a, b, c, d lorsqu'il y a de l'eau en face du capteur et $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$ en l'absence d'eau en face du capteur.

On dispose de trois voyants $V1, V2, V3$, qui fonctionnent dans les conditions suivantes :

- $V1 = 1$ si les deux réservoirs sont pleins.
- $V2 = 1$ si les deux réservoirs sont vides.
- $V3 = 1$ dans tous les autres cas (réservoirs à moitié plein ou un plein et un vide...).

Un certain nombre de combinaisons sont physiquement impossibles, les sorties $V1, V2, V3$, prennent alors une valeur indifférente (*).

1. Dessiner les deux réservoirs et positionner les capteurs. **0,5 pt**



2. Donner les entrées et les sorties de ce système. **0,5 pt**

4 Entrées : a, b, c et d

3 Sorties : $V1, V2, V3$

3. Établir la table de vérité de ce système en plaçant les entrées par ordre alphabétique. **2 pts**
(soit 0.125pt par ligne correcte)

a	b	c	d	$V1$	$V2$	$V3$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1

0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	X	X	X
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	X	X	X
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	X	X	X
1	0	0	1	X	X	X
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X
1	1	1	1	1	0	0

4. Remplir les tableaux de Karnaugh des sorties. **1,5 pt (0.5pt par tableau uniquement le remplissage du tableau)**

(Pour les étudiants qui ont une TV fausse, on comptera la moitié des points pour les questions suivantes si la réponse est juste à partir de leur TV).

V1

cd	00	01	11	10
ab				
00	0	0	0	0
01	X	0	0	X
11	X	X	1	X
10	X	X	0	0

V2

cd	00	01	11	10
ab				
00	1	0	0	0
01	X	0	0	X
11	X	X	0	X
10	X	X	0	0

V3

cd	00	01	11	10
ab				
00	0	1	1	1
01	X	1	1	X
11	X	X	0	X
10	X	X	1	1

5. En déduire les équations logiques simplifiées (en vue de la réalisation sous forme de logigrammes à la question 6). **2,25 pt**

(0.75pt par sortie : soit 0.5pt par simplification et 0.25pt de plus si transformation correcte en vue du cahier des charges de la question 6.)

Pour portes NAND, groupement de 1

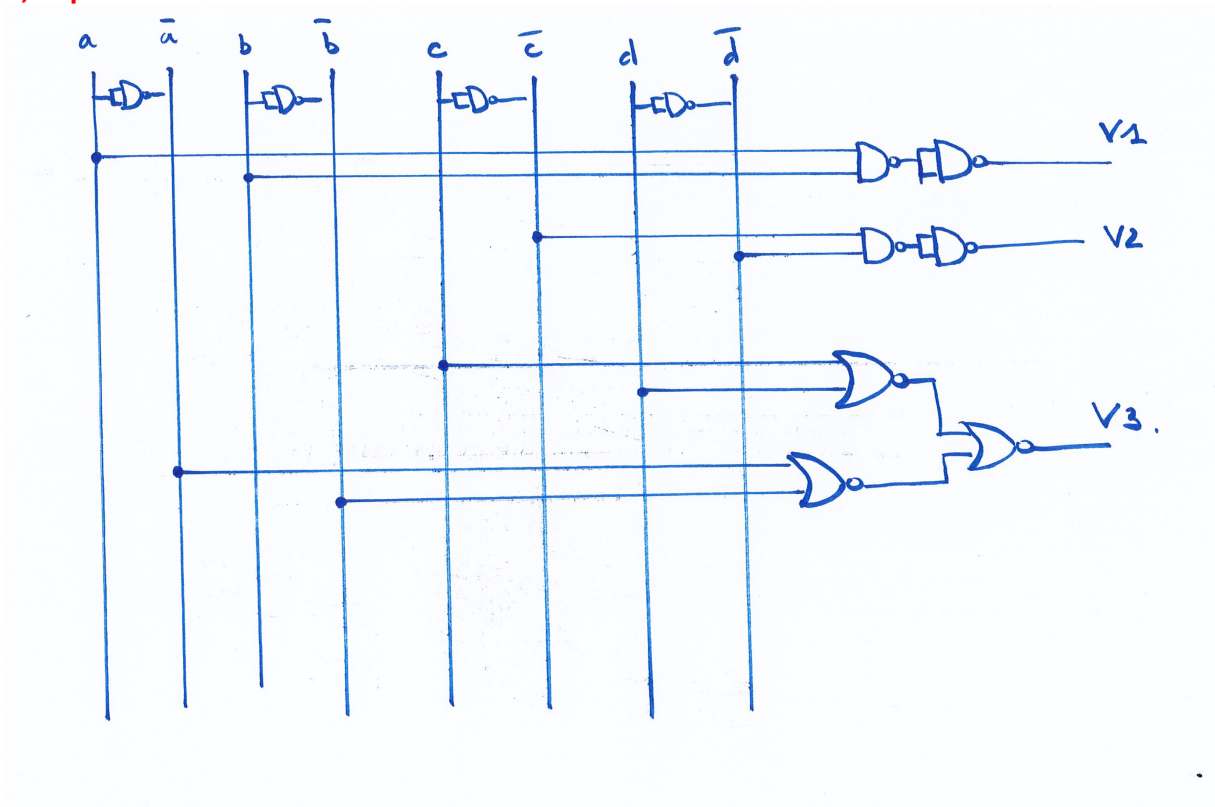
Pour portes NOR, groupement de 0.

$$V1 = a.b = \overline{\overline{a.b}}$$

$$V2 = \bar{c}. \bar{d} = \overline{\overline{\bar{c}. \bar{d}}}$$

$$V3 = (c + d). (\bar{a} + \bar{b}) = \overline{\overline{(c + d). (\bar{a} + \bar{b})}} = \overline{\overline{(c + d)} + \overline{\overline{(\bar{a} + \bar{b})}}}$$

6. Réaliser le logigramme de V1 et V2 avec des portes NAND et celui de V3 avec des portes NOR. **1,75 pt**



2. Exercices indépendants (Durée conseillée 1h20 min) /11,5

- 2.1. Conversion **3,5 pts = 0,25 pt par case juste dans le 1^{er} tableau / 0,25 pt par case juste dans le 2nd tableau**

si les résultats ne sont pas justifiés par des calculs mettre 0

Compléter les tableaux directement sur le sujet et détailler l'ensemble des calculs sur votre copie.

1. Compléter chaque ligne du tableau suivant en convertissant la valeur indiquée vers les codages manquants :

Valeur décimale ↓	Codes de 16 bits exprimés en hexadécimal sur 4 chiffres	
	Codage en « Valeur absolue et signe »	Codage en « Complément à 2 »

144	0090	0090
154	009A	009A
-102	8066	FF9A
-256	8100	FF00

[1] Conversion $(144)_{10} \rightarrow \text{VAS}$

$$144 = 2^7 + 2^4 = (0000\ 0000\ 1001\ 0000)_2 = (0090)_{16}$$

Conversion $(144)_{10} \rightarrow \text{CA2}$

Nombre positif donc représentation en VAS et CA2 identiques

[2] Conversion $(009A)_{16} \rightarrow \text{décimal}$

$$(009A)_{16} = (0000\ 0000\ 1001\ 1010)_2 = 2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 128 + 16 + 8 + 2 = 154$$

Conversion $(009A)_{16} \rightarrow \text{CA2}$

Nombre positif donc représentation en VAS et CA2 identiques

[3] Conversion $(FF9A)_{16} \rightarrow \text{décimal}$

$(FF9A)_{16} = (1111\ 1111\ 1001\ 1010)_2$ = bit de signe à 1, nombre négatif, prendre le CA2

$$\text{CA1}(FF9A)_{16} = (0000\ 0000\ 0110\ 0101)_2$$

$$\text{CA1}(FF9A)_{16} + 1 = (0000\ 0000\ 0110\ 0110)_2 = 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 64 + 32 + 4 + 2 = 102$$

$$\text{Donc } (FF9A)_{16} = (-102)_{10}$$

Conversion $(FF9A)_{16} \rightarrow \text{VAS}$

$$(FF9A)_{16} = (-102)_{10}$$

$$102 = 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 64 + 32 + 4 + 2 = (0000\ 0000\ 0110\ 0110)_2$$

$$\text{VAS}(-102) = (1000\ 0000\ 0110\ 0110)_2 \text{ bit de signe à 1, nombre négatif} \\ = (8066)_{16}$$

[4] Conversion $(-256)_{10} \rightarrow \text{VAS}$

$$256 = 2^8 = (0000\ 0001\ 0000\ 0000)_2$$

$$-256 = (1000\ 0001\ 0000\ 0000)_2 \text{ ajout du bit de signe} = (8100)_{16}$$

Conversion $(-256)_{10} \rightarrow \text{CA2}$

$$256 = 2^8 = (0000\ 0001\ 0000\ 0000)_2$$

$$\text{CA1}(256) = (1111\ 1110\ 1111\ 1111)_2$$

$$\text{CA1}(256) + 1 = (1111\ 1111\ 0000\ 0000)_2 = (FF00)_{16}$$

2. Compléter chaque ligne du tableau suivant, en convertissant chaque nombre fractionnaire vers les bases indiquées, tout en conservant la précision du nombre de départ.

Octal	Hexadécimal	Décimal	Binaire
346,064	E6,1A	230,101	1110 0110,0001 1010
17,0042	F,022	15,0083	1111,00000010001

[1] Hexadécimal \rightarrow Binaire

$$\frac{1}{2^8} = \frac{1}{16^2} < \frac{1}{2^7} \quad \text{2 chiffres après la virgule en base 16 correspond à 8 chiffres après la virgule en base 2.}$$

$2^4=16$ donc on fait des groupements de 4 bits

$$(E6,1A)_{16} = (1110\ 0110,0001\ 1010)_2$$

Binaire \rightarrow Octal (autorisé car la précision est identique entre Hexa et Binaire)

$\frac{1}{8^3} < \frac{1}{16^2} < \frac{1}{8^2}$ 2 chiffres après la virgule en base 16 correspond à 3 chiffres après la virgule en base 8.

$2^3=8$ donc on fait des groupements de 3 bits

$$(11\ 100\ 110,000\ 110\ 10)_2 = (346,064)_8$$

Hexadécimal → Décimal

$\frac{1}{10^3} < \frac{1}{16^2} < \frac{1}{10^2}$ 2 chiffres après la virgule en base 16 correspond à 3 chiffres après la virgule en base 10.

$$(E6,1A)_{16} = (14 \times 16) + 6 + (1 \times 16^{-1}) + (10 \times 16^{-2}) = 230,101$$

[2] Binaire → Hexadécimal

$\frac{1}{16^3} < \frac{1}{2^{11}} < \frac{1}{16^2}$ 11 chiffres après la virgule en base 2 correspond à 3 chiffres après la virgule en base 16.

$2^4=16$ donc on fait des groupements de 4 bits

$$(1111,0000\ 0010\ 001)_2 = (F,022)_{16}$$

Binaire → Octal

$\frac{1}{8^4} < \frac{1}{2^{11}} < \frac{1}{8^3}$ 11 chiffres après la virgule en base 2 correspond à 4 chiffres après la virgule en base 8.

$2^3=8$ donc on fait des groupements de 3 bits

$$(1\ 111,000\ 000\ 100\ 01)_2 = (17,0042)_8$$

Binaire → Décimal

Conversion de la partie entière :

$$(F)_{16} = 15$$

Conversion de la partie fractionnaire :

$\frac{1}{10^4} < \frac{1}{2^{11}} < \frac{1}{10^3}$ 11 chiffres après la virgule en base 2 correspond à 4 chiffres après la virgule en base 10.

$$(0,00000010001)_2 = (1 \times 2^{-7}) + (1 \times 2^{-11}) = 0,0083$$

$$\text{Alors : } (1111,0000\ 0010\ 001)_2 = 15,0083$$

On rappelle les puissances de 2 et de 16 suivantes :

2^8	2^7	2^6	2^5	2^4		2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}
256	128	64	32	16		0,125	0,0625	0,03125
2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}	2^{-9}	2^{-10}		2^{-11}		
0,015625	0,0078125	0,00390625	0,001953125	0,000976562		0,000488281		

16^5	16^4	16^3	16^2		16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}
1048576	65536	4096	256		0,0625	0,00390625	0,000244141	0,000015259

2.2. Algèbre de Boole et tableau de Karnaugh 4 pts

1. Rappeler les résultats des théorèmes suivants : 0 point

ils ont normalement droit à une feuille sur laquelle les théorèmes de la question 1 devraient être notés. Il ne s'agit donc que de recopier, raison pour laquelle nous n'avons pas prévu de points sur cette partie. Néanmoins nous pensons que leur faire écrire ces théorèmes leur permettra de résoudre plus aisément la question suivante.

- $A \cdot B + A \cdot \bar{B} = A$ T1
- $\overline{(A + B + C)} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$ T2
- $A + \bar{A} \cdot B = A + B$ T3
- $A + A \cdot B = A$ T4

2. En utilisant ces théorèmes, simplifier algébriquement – en justifiant votre démarche – la fonction f_1 suivante : **1,5 point : 0,25 point par théorème utilisé**

$$\begin{aligned}
 f_1(w, x, y, z) &= \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + (\bar{w} + x + z) + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} \cdot (y + \bar{y}) + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z \quad \text{T1 + T2} \\
 &= \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= (\bar{w} + w) \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z \quad \text{T1} \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + w \cdot x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot (\bar{w} + w \cdot z) \quad \text{T3} \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot (\bar{w} + z) \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} + x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot (\bar{z} + z) + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} \quad \text{T1} \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} + \bar{w} \cdot x \cdot \bar{y} \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot (1 + \bar{w}) \quad \text{T4} \\
 &= \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}
 \end{aligned}$$

3. Soit la fonction f_2 suivante : **2 pts**

$$f_2(w, x, y, z) = \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y + w \cdot x \cdot y \cdot z$$

a. Donner la première forme canonique de f_2 . **0,5 point**

$$f_2(w, x, y, z) = \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot (y + \bar{y}) \cdot \bar{z} + (w + \bar{w}) \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot (z + \bar{z}) + w \cdot x \cdot y \cdot z$$

$$f_2(w, x, y, z) = \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot z + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot y \cdot z$$

$$f_2(w, x, y, z) = \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot x \cdot y \cdot z + w \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + w \cdot x \cdot y \cdot z$$

$$f_2(w, x, y, z) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 10, 14, 15)$$

b. Donner la table de Karnaugh de f_2 et en déduire les expressions simplifiées conjonctive (produit de sommes) et disjonctive (somme de produits). **1,5 point**

- **0,5 pour la TdK**
- **0,5 pour chaque expression simplifiée**
- **On enlève 0,25 point par erreur de remplissage, de regroupement ou d'expression**

yz	00	01	11	10
wx				
00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	1	0	0	1

$$f_2(w, x, y, z) = (\bar{x} + y) \cdot (x + \bar{z}) \quad \text{Expression simplifiée conjonctive}$$

$f_2(w, x, y, z) = (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot \bar{z})$ **Expression simplifiée disjonctive**

4. Soit la fonction suivante : $f_3(w, x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot y$ **0,5 pt**

a. Donner une expression de f_3 en n'utilisant que des opérateurs NOR.

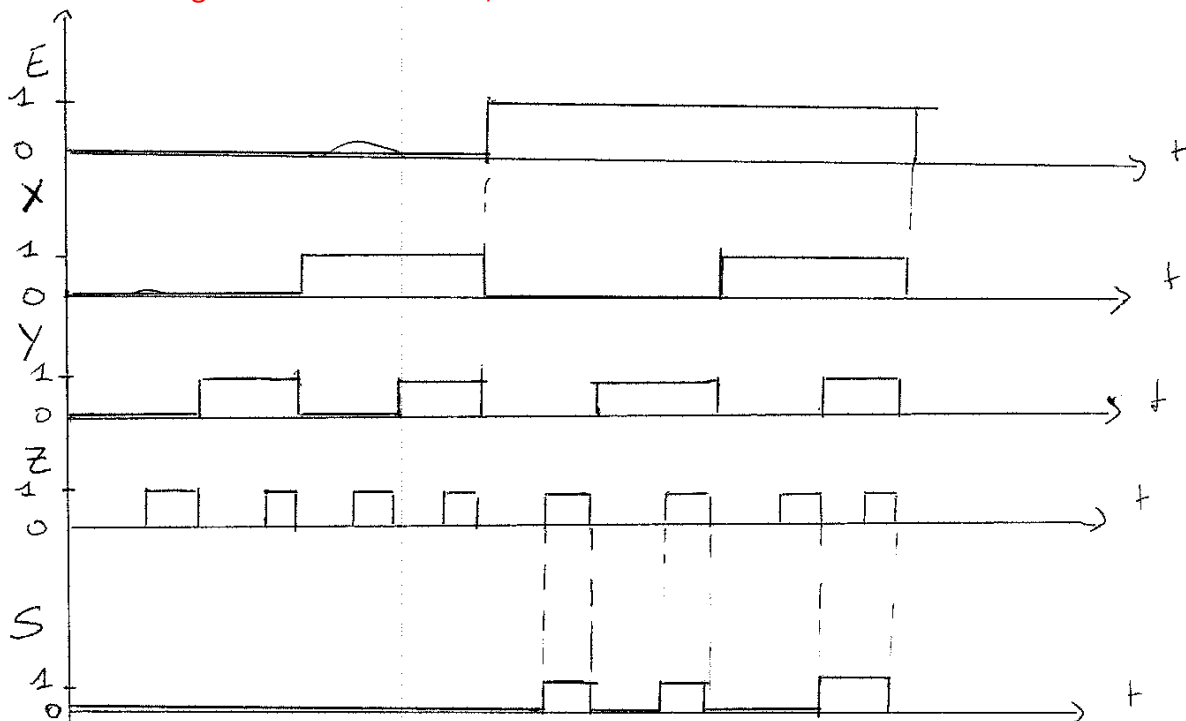
$$f_3(w, x, y, z) = \overline{(\bar{x} + y)} + \overline{(x + \bar{z})} = \overline{(\bar{x} + \bar{y})} + \overline{(x + z)}$$

2.3. Chronogramme et logigramme **2 pts**

On considère la fonction S décrite par la table de vérité suivante :

E	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
X	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
Y	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
S	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1

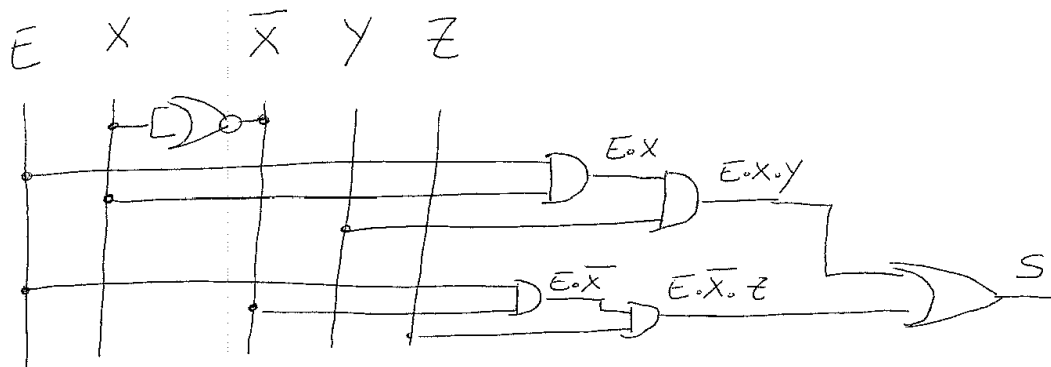
1. À partir de la table de vérité, dessiner le chronogramme de S. **0,5 pt** il faut représenter la sortie S mais également les entrées E, X et Y sinon 0



2. À partir du chronogramme déduire la première forme canonique de S et montrer que l'équation simplifiée est donnée par : $S = E \cdot X \cdot Y + E \cdot \bar{X} \cdot Z$ **0,5 pt : 0,25 pt pour la 1^{ère} forme canonique et 0,25 pt pour la simplification**

$$S = E \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot Z + E \cdot \bar{X} \cdot Y \cdot Z + E \cdot X \cdot Y \cdot \bar{Z} + E \cdot X \cdot Y \cdot Z = E \cdot \bar{X} \cdot Z \cdot (Y + \bar{Y}) + E \cdot X \cdot Y \cdot (\bar{Z} + Z) = E \cdot \bar{X} \cdot Z + E \cdot X \cdot Y$$

3. À partir de l'équation simplifiée, dessiner le logigramme de la fonction logique S en utilisant exclusivement des portes OU, ET, NOR à deux entrées. **1 pt**



2.4. Électronique numérique 2 pts

Soit la fonction C décrite par la Fig. 1. Pour la réaliser on dispose de portes NAND dont les caractéristiques électriques sont données par les tableaux suivants :

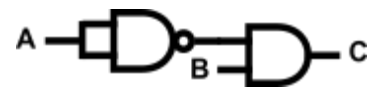


Fig. 1 : Logigramme de C

Recommended Operating Conditions								
Symbol	Parameter	DM54LS00			DM74LS00			Units
		Min	Nom	Max	Min	Nom	Max	
V_{CC}	Supply Voltage	4.5	5	5.5	4.75	5	5.25	V
V_{IH}	High Level Input Voltage	2			2			V
V_{IL}	Low Level Input Voltage			0.7			0.8	V
I_{OH}	High Level Output Current			-0.4			-0.4	mA
I_{OL}	Low Level Output Current			4			8	mA
T_A	Free Air Operating Temperature	-55		125	0		70	°C

Note 1: The "Absolute Maximum Ratings" are those values beyond which the safety of the device cannot be guaranteed. The device should not be operated at these limits. The parametric values defined in the "Electrical Characteristics" table are not guaranteed at the absolute maximum ratings. The "Recommended Operating Conditions" table will define the conditions for actual device operation.

Electrical Characteristics							
over recommended operating free air temperature range (unless otherwise noted)							
Symbol	Parameter	Conditions	Min	Typ (Note 2)	Max	Units	
V_I	Input Clamp Voltage	$V_{CC} = \text{Min}, I_I = -18 \text{ mA}$			-1.5	V	
V_{OH}	High Level Output Voltage	$V_{CC} = \text{Min}, I_{OH} = \text{Max}, V_{IL} = \text{Max}$	DM54	2.5	3.4	V	
			DM74	2.7	3.4		
V_{OL}	Low Level Output Voltage	$V_{CC} = \text{Min}, I_{OL} = \text{Max}, V_{IH} = \text{Min}$	DM54		0.25	V	
			DM74		0.35		
		$I_{OL} = 4 \text{ mA}, V_{CC} = \text{Min}$	DM74		0.25	0.4	
I_I	Input Current @ Max Input Voltage	$V_{CC} = \text{Max}, V_I = 7 \text{ V}$			0.1	mA	
I_{IH}	High Level Input Current	$V_{CC} = \text{Max}, V_I = 2.7 \text{ V}$			20	μA	
I_{IL}	Low Level Input Current	$V_{CC} = \text{Max}, V_I = 0.4 \text{ V}$			-0.36	mA	

- À partir des données du constructeur, compléter le tableau suivant : **1 pt : 0,125 par valeur correcte**

	V_{CC}	$V_{OH\text{Min}}$	$V_{OL\text{Max}}$	V_{IH}	V_{IL}	I_{OH}	I_{OL}	I_{IH}	I_{IL}
74LS00 (NAND)	4,75V	2,7V	0,4V ou 0,5V	2 V	0,8V	-0,4 mA	8 mA	20 μA	-0,36mA
74HC08 (AND)	4,75V	3,98V	0,4V	3,15V	1,35V	$\pm 25\text{mA}$	$\pm 25\text{mA}$	$\pm 1\mu\text{A}$	$\pm 1\mu\text{A}$

- Établir les plages de tensions correspondant aux niveaux "0" et "1" pour une sortie et une entrée 74HC08 (alimentation 4,75 V) **0,5 pt : 0,125 par plage correcte**

« 0 » : $0 \leq V_I \leq 1,35\text{V}$ « 1 » : $3,15\text{V} \leq V_I \leq 4,75\text{V}$

« 0 » : $0 \leq V_O \leq 0,4\text{V}$ « 1 » : $3,98\text{V} \leq V_O \leq 4,75\text{V}$

3. Les portes sont alimentées en 4,75 V, peut-on réaliser le câblage de la Fig. 1 à partir des portes NAND 74LS00 et AND 74HC08 ? Justifier votre réponse. **0,5 pt : si pas justification 0**

Les 4 conditions suivantes ne sont pas respectées donc impossible de câbler

- $V_{OL(NAND)} \leq V_{IL(AND)}$ OK
- $V_{OH(NAND)} \geq V_{IH(AND)}$ NON
- $|I_{OH(NAND)}| \geq |I_{IH(AND)}|$ OK
- $|I_{OL(NAND)}| \geq |I_{IL(AND)}|$ OK