

## QEL n° 1. Relations binaires et graphes (durée 45 minutes)

NOM	Prénom	Groupe	N° étudiant
-----	--------	--------	-------------

I. On considère le graphe dont les sommets sont **TOUS** les sous-ensembles de  $\{a, b, c\}$  et les arcs sont définis par la relation d'inclusion **stricte** entre ensembles ( $(A, B)$  est un arc *ssi*  $A$  est strictement inclus dans  $B$ ).

Question	Réponse
1- Combien y-a-t'il de sommets ?	
2- Combien y-a-t'il d'arcs ?	
3- Quel sommet a le plus fort degré entrant ?	

II. On considère le graphe  $G=(X,U)$  associé au dictionnaire suivant :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Gamma^+(x)$	3	8	1,8	6,7	1,3,7,8	4		1,2,7	2,4,5	4,6,9

1- Calculez  $U^2 = U \circ U$  :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U^2$										

Question	Réponse
2- Donnez la liste des sommets obtenus par un parcours en profondeur à partir du sommet 9 en respectant l'ordre du dictionnaire ci-dessus.	
3- Ce graphe est-il connexe ?	
4- Décrivez les composantes fortement connexe du graphe (en précisant les sommets qu'elles contiennent)	

5- Dessinez le graphe réduit  $G_R$  de  $G$ .

Indiquez si la relation  $U$  vérifie les propriétés suivantes, si la réponse est NON indiquez le **nombre minimum d'arcs à ajouter ou à supprimer** à  $G$  pour que  $U$  vérifie la propriété.

Propriété	OUI/NON	ajouter/supprimer	Nombre d'arcs
6- La relation $U$ est réflexive			
7- La relation $U$ est transitive ( $U^2 \subseteq U$ )			
8- La relation $U$ est symétrique			
9- La relation $U$ est antisymétrique			
10- $G$ est complet			

III. Dessinez un graphe  $G = (X, U)$  où  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  et  $U$  est à la fois symétrique ET antisymétrique.