6- Langages reconnaissables par les AF

- Théorèmes
  - Tout langage fini est reconnaissable par un AF
  - Si L est reconnaissable par un AF, X*\L est reconnaissable par un AF
    - NB : X*\L est le complémentaire de L dans X*
  - Si L_1 et L_2 sont reconnaissables par un AF, $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$ et $L_1 \bullet L_2$ sont reconnaissables par des AF
  - Si L est reconnaissable par un AF, L* est reconnaissable par un AF
    - Rappel : $L^* = \cup_{n \in N} L^n$

6- Langages reconnaissables par les AF

- À partir d'un automate M, comment construire l'automate C_M qui reconnait le langage X*\L(M) complémentaire de L(M) dans X* ?
  - Procédure :
    1. Déterminiser M
    2. Compléter l'automate déterministe
    3. Complémenter les états de l'automate obtenu : les états finaux deviennent non finaux, et les états non finaux deviennent finaux

6- Langages reconnaissables par les AF

- Lemme de l'étoile
  - L est reconnaissable par un AF

    $\Rightarrow$

    $\exists n \in N$ / $\forall w \in L$ tel que $|w| \geq n$,

    $\exists x,y,z \in X^*$, avec $y \neq \lambda$ et $w = x.y.z$, et $\forall i \in N$ $x.y^i.z \in L$

  - *Le lemme de l'étoile exprime une <u>condition nécessaire</u> pour qu'un langage soit reconnaissable par un AF*
    - *On utilise donc le lemme de l'étoile pour montrer qu'un langage <u>n'est pas reconnaissable</u> par un AF*

7- Grammaires linéaires à droite et AF

- Une grammaire G = <N, X, P, S> est <u>linéaire à droite</u> si toute règle de production (de P) est de la forme
  - $A \rightarrow \lambda$ $\quad$ $(A \in N)$
  - $A \rightarrow x\ B$ $\quad$ $(A,B \in N,\ x \in X)$

RAPPEL

7- Grammaires linéaires à droite et AF

- Théorème
  - Un langage L est reconnu par un AF $\Leftrightarrow$ $\exists$ une grammaire linéaire à droite G telle que L est engendré par G (L = L(G))

- Preuve : Algorithme de construction de $G_M = \langle N, X, P, S_0 \rangle$ à partir de $M=\langle X,Q,q0,F,t \rangle$
  - $\forall\ q_i \in Q$, à q_i correspond un symbole non terminal S_i dans N
  - L'axiome est le symbole S_0 qui correspond à q_0
  - $\forall\ (q_i,x,q_j) \in Q \times X \times Q$ tel que $q_j \in t(q_i,x)$, $\{S_i \rightarrow x\ S_j\} \subset P$
  - $\forall\ q_i \in F$, $\{S_i \rightarrow \lambda\} \subset P$

  et <u>inversement</u> (construction M à partir de G_M)

7- Grammaires linéaires à droite et AF

- Remarque
  - M déterministe $\Rightarrow$ G_M non ambiguë
  - La réciproque n'est pas vraie : G_M non ambiguë $\not\Rightarrow$ M déterministe

8- Systèmes d'équations de langages – Opérations sur les automates

- Système d'équations de langages
  - Soit M = <X,Q,F,q0,t>
  - On note L_i le langage reconnu à partir de l'état q_i, $\forall q_i \in Q$
  - L'équation du langage L_i est de la forme suivante :

$$\boxed{\mathbf{L_i = \cup_{x \in X}\, x \bullet (\cup_{q \in t(q_i,x)} L_q) \cup \delta(L_i)}}$$

DEF

avec $\delta(L_i) = \varnothing$ si $q_i \notin F$

$\delta(L_i) = \{\lambda\}$ si $q_i \in F$

  - *NB : on note habituellement l'opérateur $\cup$ par + et on omet les { }*

8- Systèmes d'équations de langages – Opérations sur les automates

- Opérations sur les automates
  - Déterminisation
  - Union
    - Rappel : $L \bullet (\cup_{i \in I} L_i) = \cup_{i \in I} (L \bullet L_i)$
  - Intersection
    - Rappel : $L \bullet (L_1 \cap L_2) \neq L \bullet L_1 \cap L \bullet L_2$

      <u>mais</u> $\forall x \in X$, $x \bullet (L_1 \cap L_2) = x \bullet L_1 \cap x \bullet L_2$
  - Produit