システム制御工学Ⅰ
演習Ⅲレポート作成要領

・「課題達成状況表」を確認して、対象者は指定された問題番号のみについて「演習Ⅲレポート作成要領」に従って解答する（all表記の者は全てについて解答する）。

・本作成要領は**印刷せず**レポートは次ページ以降の要領に沿って「演習Ⅲレポート用紙」にまとめること。この用紙を印刷して書き込むようなものはレポートとして認めない。

・レポートは作成要領の空欄についてのみ答えるのではなく**全体を記述する**。無論、他の解き方で解いても構わないが、その場合も過程を詳述すること。

・必要な用紙のみ印刷して解答してよい。

演習Ⅲ（システム制御工学Ⅰ） レポート用紙	Date	Record	Report Box ②
Number　　　　　　Name			

1. 次の伝達関数$G(s)$について設問に答えよ。$G(s) = \dfrac{11}{s^2+6s+11}$

(1) $G(s)$のインパルス応答$g(t)$を求めよ。

> 一般に、伝達関数が$G(s)$で与えられるシステムに入力$u(t)$が与えられたとき、その出力$y(t)$は、$U(s) = L[u(t)]$とおいて、$y(t) = L^{-1}[G(s)U(s)]$で計算できる。インパルス入力$u(t) = \delta(t)$のラプラス変換は$U(s) = 1$であるから、インパルス応答は$g(t) = L^{-1}[G(s)U(s)] = L^{-1}[G(s)]$で求められる。

$G(s)$の特性方程式は$s^2 + 6s + 11 = 0$であるが、その判別式は$D = 36 - 44 < 0$から虚数解をもつので、因数分解せずに平方完成を行う。

$$g(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1}\left[\frac{11}{(s+\square)^2+\square}\right] = \boxed{}$$

(2) $G(s)$のステップ応答$y(t)$を求めよ。

> ステップ入力$u(t) = I(t)$のラプラス変換は$U(s) = 1/s$であるから、ステップ応答は$y(t) = L^{-1}\left[G(s)\frac{1}{s}\right]$で求められる。

$G(s)$の分母は判別式D<0の2次因子なので、これとsを分母に持つ部分分数に展開する。

$\dfrac{11}{s(s^2+6s+11)} = \dfrac{A}{s} + \dfrac{Cs+D}{s^2+6s+11}$ とおくと、留数の計算より、 $A = \left.\dfrac{11}{s(s^2+6s+11)}\square\right|_{s=\square} = \square$

両辺に$s(s^2+6s+11)$をかけると

$11 = s^2 + \boxed{} = (\square)s^2 + (\square)s + 11 \Rightarrow C = \square, D = \square$

$$y(t) = L^{-1}\left[G(s)\frac{1}{s}\right] = L^{-1}\left[\frac{\square}{s} - \frac{(s+\square)+\square}{(s+\square)^2+\square}\right] = \boxed{}$$

2. $G(s)$の極を全て求め、安定極（根）と不安定極（根）に分けよ。また、全ての極を複素平面上に＋印で示せ。さらに、$G(s)$の安定判別をせよ。 $G(s) = \dfrac{s+4}{s^3-2s+4}$

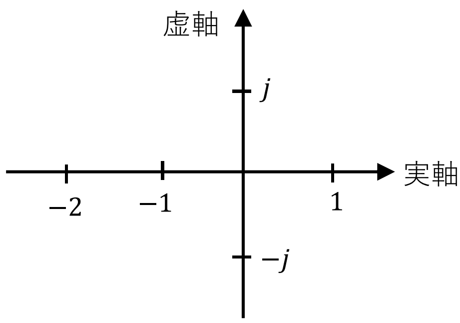
特性方程式は「伝達関数の分母$= 0$」なので、$s^3 - 2s + 4 = 0$の根が極であり、これは3次方程式なので極は3つ存在することになる。全ての極を求めるため因数分解する。先ず、$s = -2$は$(-2)^3 - 2(-2) + 4 = 0$のように、特性方程式を満足するので、左辺は$(s+2)$の因子を持つ。これより以下を得る。

$$s^3 - 2s + 4 = (s+2)(s^2\,\square) = 0$$

よって、$s = -2$と$s^2\,\square = 0$の解（2つ）の合計3つの極を全て求めることができる。

安定極は実部が負の極、不安定極は実部が正の極なので

安定極：$\square$　　不安定極：$\square$, $\square$



3つの極を複素平面に印すと、極の実部を複素平面の横軸（実軸）に、虚部を縦軸（虚軸）に対応させて＋印を描きいれることにより右図のように表すことができる。

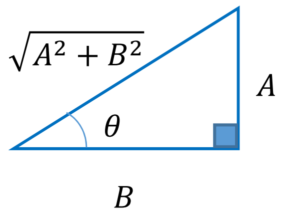
不安定極が一つでも存在すれば$G(s)$は不安定、全ての極が安定極ならば$G(s)$は安定なので、結局$G(s)$は$\square$である。

＜参考＞

$A\cos\omega t+B\sin\omega t$の単振動合成

底辺A 、高さBの直角三角形を考えると

$$
\begin{aligned}
&A\cos\omega t+B\sin\omega t\\
&=\sqrt{A^2+B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos\omega t+\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin\omega t\right)\\
&=\sqrt{A^2+B^2}(\sin\theta\cos\omega t+\cos\theta\sin\omega t)\\
&=\sqrt{A^2+B^2}\sin(\omega t+\theta)=\sqrt{A^2+B^2}\sin\left(\omega t+\tan^{-1}\frac{A}{B}\right)
\end{aligned}
$$

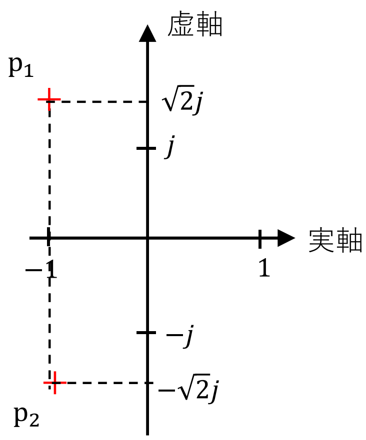


＜参考＞

$s^2+2s+3=0$の根は、2次方程式の解の公式を適用して、

$$\mathrm{s}=\frac{-2\pm\sqrt{4-12}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{2}j}{2}=-1\pm\sqrt{2}j$$

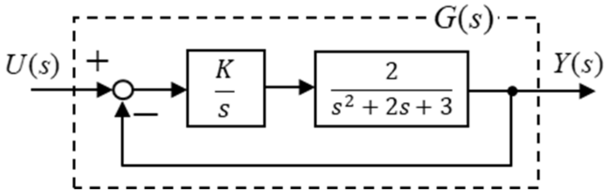
2つの解、$\mathrm{p}_1=-1+\sqrt{2}j$と$\mathrm{p}_2=-1-\sqrt{2}j$は共役複素数で、実部は同じ$-1$で、虚部は$\sqrt{2}j$と$-\sqrt{2}j$と符号が反転している。この2つの解を複素平面上に描き入れると、p_1は実軸が-1、虚軸が$\sqrt{2}j$となる点として、p_2は実軸が-1、虚軸が$-\sqrt{2}j$となる点として印せばよいので、右図のように表すことができる。



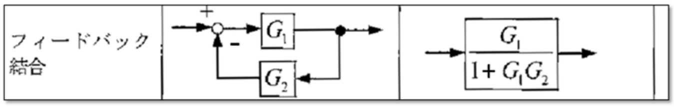
演習Ⅲ（システム制御工学Ⅰ） レポート用紙 Number　　　　　Name	Date	Record	Report Box②

3.次のブロック線図で表されるフィードバック結合系について設問に答えよ。

(1)伝達関数 $G(s)=Y(s)/U(s)$ を求めよ。



$G(s)$ はフィードバック結合による伝達関数なので、右図下のG_1とG_2に対応する伝達関数をそれぞれ次のように求めると



$G_1(s)=\boxed{\quad}\times\boxed{\qquad}=\boxed{\qquad}$

$G_2(s)=1$

$G(s)=Y(s)/U(s)$は

$$G(s)=\frac{\boxed{\qquad}}{1+\boxed{\qquad}}$$

となり、分母と分子に$s(s^2+2s+3)$をかけると

$$=\boxed{\qquad}=\boxed{\qquad}\qquad \therefore G(s)=\boxed{\qquad}$$

(2) $K=5$のとき$G(s)$は安定か判断せよ。その上で安定極はいくつ存在するか答えよ。

$G(s)$の特性方程式は　$s^3+\boxed{\qquad}=0$

これよりラウス表を作ると

s^3	1	$\boxed{\quad}$
s^2	$\boxed{\quad}$	$\boxed{\quad}$
s^1	R_{31}	R_{32}
s^0	R_{41}	

ここで、

$$R_{3,1}=-\frac{1}{\boxed{\quad}}\left|\boxed{\qquad}\right|=\boxed{\qquad}=\boxed{\qquad}$$

$$R_{3,2}=-\frac{1}{\boxed{\quad}}\left|\boxed{\qquad}\right|=\boxed{\qquad}$$

$$R_{4,1}=-\frac{1}{\boxed{\quad}}\left|\boxed{\qquad}\right|=\boxed{\qquad}$$

よってラウス数列は、1，□，□，□となり、これらが全て正の場合安定となるが、□ため結局G(s)は□となる。また、ラウス数列の符号は□回反転しているので、不安定極は□つ存在する。特性方程式は３次なので極は全部で□つ存在することから安定極は□つである。