

showonlyrefs=true

[illegible]

Федеральное агентство по образованию  
Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет "ЛЭТИ"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
"ИНФОРМАТИКА"  
Вариант №7

КУРСОВАЯ РАБОТА

Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инд. № дубл.	Подп. и дата

СОДЕРЖАНИЕ

1	Вступление	4
2	Основная часть	5
2.1	Задание на курсовую работу . . . . .	6
2.2	Исследование и решение функций . . . . .	7
2.3	Нахождение коэффициентов кубического сплайна . . . . .	8
2.3.1	Задания и исходные данные для решения . . . . .	8
2.3.2	Теория и вывод уравнения сплайна . . . . .	9
2.4	Решение задачи оптимального распределения неоднородных ресурсов	13
3	Заключение	14

Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инд. № дубл.	Подп. и дата					
	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа  Пояснительная записка по дисциплине "Информатика" Вариант №7	Лит.	Лист	Листов
Разраб.	Сhhhhhhнт	А. А.						3	14
Пров.	Прокшин А. Я.								
Н. контр.									
Утв.									

# 1 ВСТУПЛЕНИЕ

*Цель курсовой работы:*

*уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности*

*Тема курсовой работы:*

*решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab" или "Reduce-algebra".*

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										4
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

## 2      ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа	Лист
						5

2.1 Задание на курсовую работу

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>Курсовая работа</div>					Лист
										6
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2.2 Исследование и решение функций

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа	Лист			
						7			

## 2.3 Нахождение коэффициентов кубического сплайна

### 2.3.1 Задания и исходные данные для решения

1. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах  $\vec{V}_x$  и  $\vec{V}_y$ .

2. Построить на одном графике: функцию  $f(x)$  и  $f_1(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

3. Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

$$\vec{V}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.4 \\ 2.25 \\ 3.5 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_y = \begin{pmatrix} 3.0 \\ 2.7 \\ 3.7 \\ 3.333 \\ 3.667 \end{pmatrix}$$

Необходимо оценить погрешность в точке  $x = 2.4$ . Вычислить значение функции в точке  $x = 1.2$ .

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										8
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						



### 2.3.2 Теория и вывод уравнения сплайна

Уравнение сплайна находится по пяти точкам  
 $(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4), (x_5; y_5)$

Представим сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$ .

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, \quad (1)$$

где  $x \in [x_i, x_{i+1}]$ .

Найдем коэффициенты  $A_{ij}$  исходя из того, что в точках склейки функция не имеет разрывов, изломов и изгиб ее слева и справа совпадает.

На каждом из отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$  график  $F_i(x)$  проходит через точки  $y_i, y_{i+1}$ .

$$y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3 \quad (2)$$

Получаем 8 уравнений:

$$\begin{aligned} y_1 &= A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3 \\ y_2 &= A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3 \\ y_2 &= A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3 \\ y_3 &= A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3 \\ y_3 &= A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3 \\ y_4 &= A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3 \\ y_4 &= A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3 \\ y_5 &= A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3 \end{aligned} \quad (3)$$

Производные первого порядка во внутренних точках  $x_i$  должны совпадать, т.е. производная слева

$$F'_i(x_i) = A_{i1} + 2A_{i2}x_i + 3A_{i3}x_i^2$$

должна быть равна производной справа

$$F'_{(i+1)}(x_i) = A_{(i+1)1} + 2A_{(i+1)2}x_i + 3A_{(i+1)3}x_i^2$$

Ив. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										9
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Физический смысл равенства производных состоит в том, что в точках склейки у нас нет излома сплайна.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 &= A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2 \\ A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}x_3^2 &= A_{31} + 2A_{32}x_3 + 3A_{33}x_3^2 \\ A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}x_4^2 &= A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}x_4^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Производные второго порядка в точках склейки  $x_i$  должны совпадать, т.е. вторая производная слева

$$F_i''(x_i) = 2A_{i2} + 6A_{i3}x_i$$

должна быть равна второй производной справа

$$F_{(i+1)}''(x_i) = 2A_{(i+1)2} + 6A_{(i+1)3}x_i$$

Физический смысл равенства вторых производных состоит в том, что в точках склейки изгиб сплайна справа и слева должен быть одинаковым.

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_2 &= 2A_{22} + 6A_{23}x_2 \\ 2A_{22} + 6A_{23}x_3 &= 2A_{32} + 6A_{33}x_3 \\ 2A_{32} + 6A_{33}x_4 &= 2A_{42} + 6A_{43}x_4 \end{aligned} \quad (5)$$

Еще два уравнения - из граничных условий в крайних точках  $x_1, x_n$ :

$$\begin{aligned} C_{11}F'x_1 + C_{12} + F''(x_1) &= C_{13} \\ C_{n1}F'n_1 + C_{n2} + F''(n_2) &= C_{n3} \end{aligned} \quad (6)$$

Найдем график сплайна в случае, когда концы сплайна оставлены свободными в граничных точках  $(x_1, y_1), (x_5, y_5)$ . Соответственно, уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_1 &= 0 \\ 2A_{42} + 6A_{43}x_5 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

В итоге - 16 уравнений для определения 16 коэффициентов  $A_{ij}$ .

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата									
					Курсовая работа					Лист			
					Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	10			

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2x_2 & 3x_1^2 & 0 & -1 & -2x_2 & -3x_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_2 & 0 & 0 & -2 & -6x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & 0 & -1 & -2x_3 & -3x_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_3 & 0 & 0 & -2 & -6x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & 0 & -1 & -2x_4 & -3x_4^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_4 & 0 & 0 & -2 & -6x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_5 & x_5^2 & x_5^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{30} \\ A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{40} \\ A_{41} \\ A_{42} \\ A_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 0 \\ 0 \\ y_2 \\ y_3 \\ 0 \\ 0 \\ y_3 \\ y_4 \\ 0 \\ 0 \\ y_4 \\ y_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата

или

$$\mathcal{L}(x) = f_i \frac{x_{i+1} - x}{h_i} + f_{i+1} \frac{x - x_i}{h_i}$$

(8)

$$\mathcal{L}(x) = f_i + \frac{x - x_i}{h_i} (f_{i+1} - f_i)$$

(9)

Инв. № подл.	Подп. и дата		Взам. инв. №		Инв. № дубл.		Подп. и дата	

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

### 3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа	Лист			
						14			