

Федеральное агентство по образованию
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет "ЛЭТИ"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ПО ДИСЦИПЛИНЕ
"ИНФОРМАТИКА"
Вариант №7

КУРСОВАЯ РАБОТА

Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инд. № дубл.	Подп. и дата

СОДЕРЖАНИЕ

1	Вступление	3
2	Основная часть	4
2.1	Задание на курсовую работу	4
2.2	Решение уравнения и исследование функции	5
2.3	Нахождение коэффициентов кубического сплайна	12
2.3.1	Задания и исходные данные для решения	12
2.3.2	Теория и вывод уравнения сплайна	13
2.4	Решение задачи оптимального распределения неоднородных ресурсов	17
3	Заключение	19

Инд. № подл.	Подп. и дата		Взам. инв. №		Инв. № дубл.		Подп. и дата				
		Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа				
		Разраб.	Зацепина МЕ				Пояснительная записка по дисциплине "Информатика" Вариант №7		Лит.	Лист	Листов
		Пров.	Прокшин АН							2	19
		Н. контр.									
		Утв.									

1 ВСТУПЛЕНИЕ

Цель курсовой работы:

уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности

Тема курсовой работы:

решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab" и "Smath".

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										3
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2 ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1 Задание на курсовую работу

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x), \text{ и}$$

$$g(x) = \cos(2x + \pi/3) - 1$$

а) Решить уравнение $f(x) = g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0 ; (5\pi)/6]$.

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах \vec{V}_x и \vec{V}_y .

Построить на одном графике функцию $f(x)$ и функцию $f_1(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций $cspline(V_x, V_y)$, $pspline(V_x, V_y)$, $lspline(V_x, V_y)$ и $interp(V_k, V_x, V_y, x)$.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Используемые ресурсы, a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	И ₁	И ₂	И ₃	И ₄	
Трудовые	2	4	2	9	20
Материальные	5	5	5	6	10
Финансовые	5	6	4	8	30
Прибыль	25	45	60	20	

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	$pspline(V_x, V_y), lspline(V_x, V_y)$ и $interp(V_k, V_x, V_y, x)$.																																	
					3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов.																																	
					Исходные данные представлены в таблице 1.																																	
					Таблица 1																																	
					<table><tr><td rowspan="2">Используемые ресурсы, a_i</td><td colspan="4">Изготавливаемые изделия</td><td rowspan="2">Наличие ресурсов, a_i</td></tr><tr><td>I_1</td><td>I_2</td><td>I_3</td><td>I_4</td></tr><tr><td>Трудовые</td><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>9</td><td>20</td></tr><tr><td>Материальные</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>6</td><td>10</td></tr><tr><td>Финансовые</td><td>5</td><td>6</td><td>4</td><td>8</td><td>30</td></tr><tr><td>Прибыль</td><td>25</td><td>45</td><td>60</td><td>20</td><td></td></tr></table>					Используемые ресурсы, a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i	I_1	I_2	I_3	I_4	Трудовые	2	4	2	9	20	Материальные	5	5	5	6	10	Финансовые	5	6	4	8	30	Прибыль
Используемые ресурсы, a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i																																	
	I_1	I_2	I_3	I_4																																		
Трудовые	2	4	2	9	20																																	
Материальные	5	5	5	6	10																																	
Финансовые	5	6	4	8	30																																	
Прибыль	25	45	60	20																																		
Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	<div>Курсовая работа</div>					Лист																												
										4																												
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата																																		

2.2 Решение уравнения и исследование функции

a) $f(x) = g(x)$

$$\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$

$$\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) = 0 \mid \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 = 0$$

$$\sqrt{3}tg(x) + 1 = 0 \quad \left| \quad 2x + \frac{\pi}{3} = arccos(1) \right.$$

$$tg(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \left| \quad 2x + \frac{\pi}{3} = 0 \right.$$

$$2x = -\frac{\pi}{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad \left| \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \right.$$

где $k \in Z$.	где $k \in Z$.
-----------------	-----------------

б) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0 ; \frac{5\pi}{6}]$.

1. Область определения функции

Выражение имеет смысл при любом значении x на интервале $[0 ; \frac{5\pi}{6}]$.

2. Четность, нечетность функции

Функция четная, если $y(-x) = y(x)$. Функция нечетная, если $y(-x) = -y(x)$.

$$h(x)=\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)-(\cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1)$$

$$h(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - \cos(2x)\cos\frac{\pi}{3} + \sin(2x)\sin\frac{\pi}{3} + 1 \quad (1)$$

$$h(-x) = \sqrt{3}\sin(-x) + \cos(-x) - \cos(-2x)\cos\frac{\pi}{3} - \sin(-2x)\sin\frac{\pi}{3} + 1$$

$$h(-x) = -\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - \cos(2x)\cos\frac{\pi}{3} - \sin(2x)\sin\frac{\pi}{3} + 1 \quad (2)$$

Таким образом, $h(-x) \neq h(x)$, и $h(-x) \neq -h(x)$, следовательно функция $h(x)$ не обладает свойствами четности и нечетности.

3. Нули функции

$$h(x) = 0 \tag{3}$$

Полученные из уравнения (3) значения x - это точки пересечения функции $h(x)$ с осью ОХ.

$$\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - (\cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1) = 0 \quad (4)$$

$$\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) = 2\sqrt{3}\sin(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2}) + \cos^2(\frac{x}{2}) - \sin^2(\frac{x}{2}) \quad (5)$$

Разделим выражение (5) на $\cos^2(\frac{x}{2})$.

$$\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) = 2\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) + 1 - tg^2(\frac{x}{2}) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 &= -(1 - \cos(2x + \frac{\pi}{3})) = -2\sin^2(x + \frac{\pi}{6}) = \\ &= -2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(x) + \frac{1}{2}\cos(x))^2 = \end{aligned} \quad (7)$$

$$= -2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2 = \quad (7)$$

$$= -2(\sqrt{3}\sin(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2}\cos^2(\frac{x}{2}) - \frac{1}{2}\sin^2(\frac{x}{2}))^2$$

Разделим выражение (7) на $\cos^2(\frac{x}{9})$:

$$\cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 = -2(\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}tg^2(\frac{x}{2}))^2 \quad (8)$$

Тогда, подставляя выражения (7) и (8) в (4) :

$$2\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) + 1 - tg^2(\frac{x}{2}) + 2(\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}tg^2(\frac{x}{2}))^2 = 0 \quad (9)$$

Заменяем $tg(\frac{x}{2}) = t$.

$$(2\sqrt{3}t + 1 - t^2) + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)^2 = 0 \quad (10)$$

$$2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2) + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)^2 = 0 \quad (11)$$

$$(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)(2 + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)) = 0 \quad (12)$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div>Курсовая работа</div> <div>6</div>
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

$$\begin{cases} tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{6} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{2}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{2}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{6}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{6}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \end{cases} \quad (17)$$

4. Промежутки знакопостоянства

Если функция положительна на интервале - график расположен выше оси абсцисс; если функция отрицательна - график ниже оси абсцисс.

$$\begin{aligned} h(0) &= \sqrt{3}\sin(0) + \cos(0) - (\cos(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{3}) - 1) = \\ &= 0 + 1 - \cos(\frac{\pi}{3}) + 1 = \frac{3}{2} > 0; \\ h(\frac{5\pi}{6}) &= \sqrt{3}\sin(\frac{5\pi}{6}) + \cos(\frac{5\pi}{6}) - (\cos(2 \cdot \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}) - 1) = \\ &= \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + 1 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} > 0 \end{aligned}$$

Таким образом, функция $h(x)$ положительна на интервале $[0; \frac{5\pi}{6}]$, следовательно, график расположен выше оси абсцисс.

5. Промежутки возрастания и убывания функции.

Если $f'(x) > 0$ на промежутке, то $f(x)$ возрастает на этом промежутке.

Если $f'(x) < 0$ на промежутке, то $f(x)$ убывает на этом промежутке.

Первая производная $h'(x)$ от функции $h(x)$ (с учетом замены на t) имеет вид:

$$(2\sqrt{3}t - 2t)(3 + 2\sqrt{3}t - t^2) + (2\sqrt{3} - 2t)(2\sqrt{3}t + 1 - t^2) = 0$$

$$(2\sqrt{3}t - 2t)(3 + 2\sqrt{3}t - t^2 + 2\sqrt{3}t + 1 - t^2) = 0$$

$$(2\sqrt{3}t - 2t)(4 - 2t^2 + 4\sqrt{3}t) = 0$$

$$2(\sqrt{3}t - t)2(2 - t^2 + 2\sqrt{3}t) = 0 \quad (18)$$

Найдем корни уравнения (18), для этого решим систему:

$$\begin{cases} t(\sqrt{3} - 1) = 0 \\ 2 - t^2 + 2\sqrt{3}t = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Корни уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = \sqrt{3} - \sqrt{5} \\ t_3 = \sqrt{3} + \sqrt{5} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} tg \frac{x}{2} = 0 \\ tg \frac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{5} \\ tg \frac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{5} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} x = 0; x \in [0; \frac{5\pi}{6}] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{5}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{5}); x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \end{cases} \quad (22)$$

$$h'(x) = 2[\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) - tg(\frac{x}{2})] \cdot 2[2 - tg^2(\frac{x}{2}) + 2\sqrt{3}tg(\frac{x}{2})] = 0$$

$$h'(0) = 0 \quad (23)$$

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа				Лист
									9
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

При $[-\infty; 0]$ производная $h'(x) < 0$, следовательно функция $h(x)$ убывает на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$.

При $[0; +\infty]$ производная $h'(x) > 0$, следовательно функция $h(x)$ возрастает на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$.

6. Выпуклость графика функции, точки перегиба

Функция $f(x)$ выпукла вниз, если $f'(x)$ возрастает на промежутке, при этом $f''(x) > 0$.

Функция $f(x)$ выпукла вверх, если $f'(x)$ убывает на промежутке, при этом $f''(x) < 0$.

Вторая производная $h''(x)$ от функции $h(x)$ (с учетом замены на t) имеет вид:

$$h'(x) = 2(\sqrt{3}t - t) \cdot 2(2 - t^2 + 2\sqrt{3}t) = 0 \quad (24)$$

$$h'(x) = 8\sqrt{3}t - 4\sqrt{3}t^3 + 24t^2 - 8t + 4t^3 - 8\sqrt{3}t^2 \quad (25)$$

$$h''(x) = 8\sqrt{3} - 12\sqrt{3}t^2 + 48t - 8 + 12t - 16\sqrt{3}t \quad (26)$$

$\sqrt{D} < 0$, значит точек перегиба нет, $h''(x)$ не обращается в ноль.

$$h''(0) = 8\sqrt{3} - 8 > 0 \quad (27)$$

Таким образом, $h''(x) > 0$ и $h'(x)$ возрастает на промежутке, значит функция $h(x)$ выпукла вниз.

График функции $h(x)$ показан на рисунке 1.

Инь. № подл.	Подп. и дата	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № инв.	Инь. № докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа		Лист
											10

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

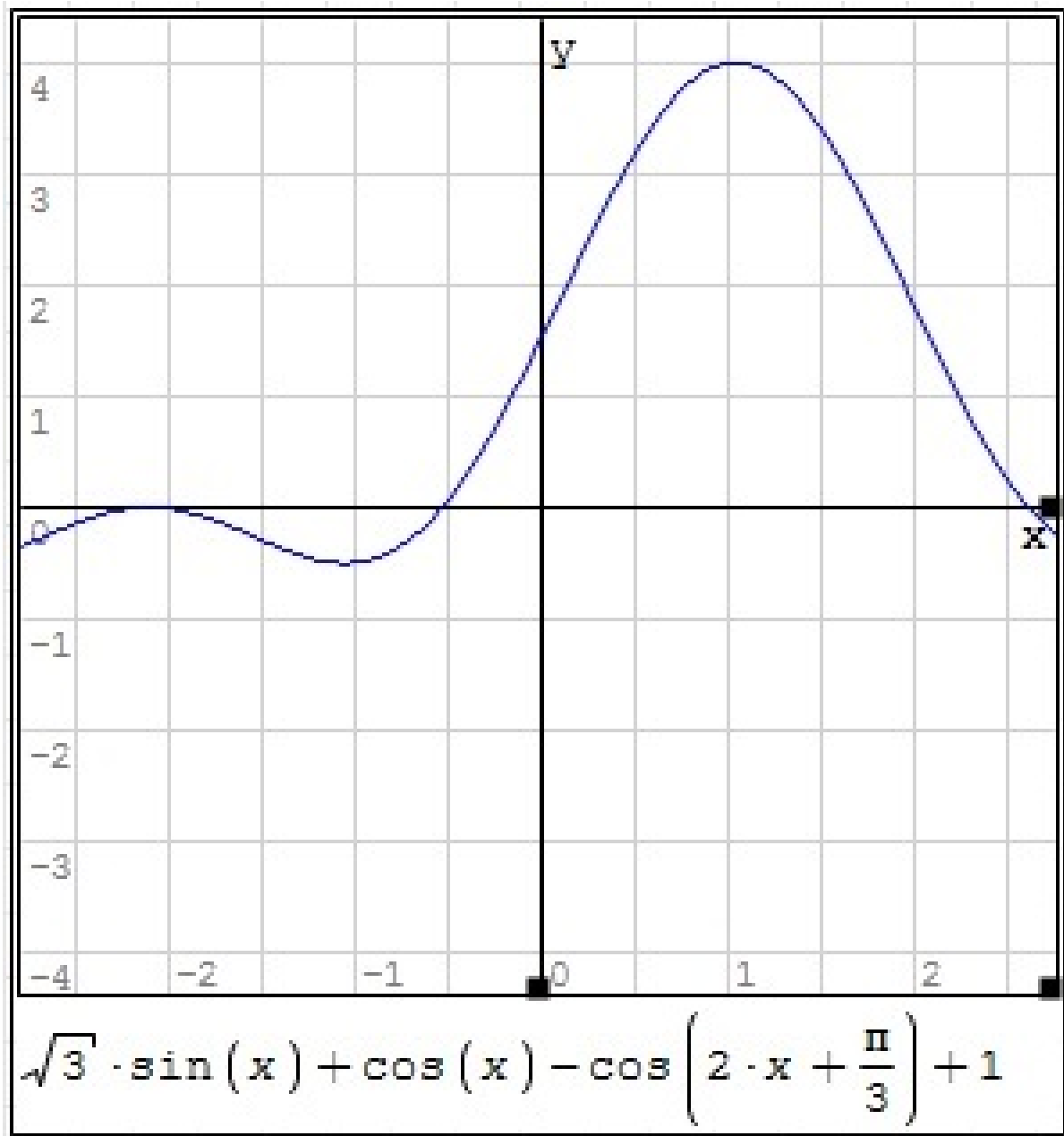


Рисунок 1 - График функции $h(x)$

2.3 Нахождение коэффициентов кубического сплайна

2.3.1 Задания и исходные данные для решения

1. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах \vec{V}_x и \vec{V}_y .

2. Построить на одном графике: функцию $f(x)$ и $f_1(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

3. Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

$$\vec{V}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.4 \\ 2.25 \\ 3.5 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_y = \begin{pmatrix} 3.0 \\ 2.7 \\ 3.7 \\ 3.333 \\ 3.667 \end{pmatrix}$$

Необходимо оценить погрешность в точке $x = 2.4$. Вычислить значение функции в точке $x = 1.2$.

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										12
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2.3.2 Теория и вывод уравнения сплайна

Уравнение сплайна находится по пяти точкам $(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4), (x_5; y_5)$

Представим сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$.

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, \quad (28)$$

$$x \in [x_i, x_{i+1}].$$

Найдем коэффициенты A_{ij} исходя из того, что в точках склейки функция не имеет разрывов, изломов и изгиб ее слева и справа совпадает.

На каждом из отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ график $F_i(x)$ проходит через точки y_i, y_{i+1} .

$$y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3 \quad (29)$$

Получаем 8 уравнений:

$$\begin{aligned}
y_1 &= A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3 \\
y_2 &= A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3 \\
y_2 &= A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3 \\
y_3 &= A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3 \\
y_3 &= A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3 \\
y_4 &= A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3 \\
y_4 &= A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3 \\
y_5 &= A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3
\end{aligned} \tag{30}$$

Производные первого порядка во внутренних точках x_i должны совпадать, т.е. производная слева

$$F_i'(x_i) = A_{i1} + 2A_{i2}x_i + 3A_{i3}x_i^2$$

должна быть равна производной справа

$$F'_{(i+1)}(x_i) = A_{(i+1)1} + 2A_{(i+1)2}x_i + 3A_{(i+1)3}x_i^2$$

Физический смысл равенства производных состоит в том, что в точках склейки у нас нет излома сплайна.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 &= A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2 \\ A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}x_3^2 &= A_{31} + 2A_{32}x_3 + 3A_{33}x_3^2 \\ A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}x_4^2 &= A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}x_4^2 \end{aligned} \quad (31)$$

Производные второго порядка в точках склейки x_i должны совпадать, т.е. вторая производная слева

$$F_i''(x_i) = 2A_{i2} + 6A_{i3}x_i$$

должна быть равна второй производной справа

$$F_{(i+1)}''(x_i) = 2A_{(i+1)2} + 6A_{(i+1)3}x_i$$

Физический смысл равенства вторых производных состоит в том, что в точках склейки изгиб сплайна справа и слева должен быть одинаковым.

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_2 &= 2A_{22} + 6A_{23}x_2 \\ 2A_{22} + 6A_{23}x_3 &= 2A_{32} + 6A_{33}x_3 \\ 2A_{32} + 6A_{33}x_4 &= 2A_{42} + 6A_{43}x_4 \end{aligned} \quad (32)$$

Еще два уравнения - из граничных условий в крайних точках x_1, x_n :

$$\begin{aligned} C_{11}F'x_1 + C_{12} + F''(x_1) &= C_{13} \\ C_{n1}F'n_1 + C_{n2} + F''(x_n) &= C_{n3} \end{aligned} \quad (33)$$

Найдем график сплайна в случае, когда концы сплайна оставлены свободными в граничных точках $(x_1, y_1), (x_5, y_5)$. Соответственно, уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_1 &= 0 \\ 2A_{42} + 6A_{43}x_5 &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

В итоге - 16 уравнений для определения 16 коэффициентов A_{ij} .

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата						
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа					Лист
										14

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2x_2 & 3x_2^2 & 0 & -1 & -2x_2 & -3x_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_2 & 0 & 0 & -2 & -6x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & 0 & -1 & -2x_3 & -3x_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_3 & 0 & 0 & -2 & -6x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & 0 & -1 & -2x_4 & -3x_4^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_4 & 0 & 0 & -2 & -6x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_5 & x_5^2 & x_5^3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{30} \\ A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{40} \\ A_{41} \\ A_{42} \\ A_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 0 \\ y_2 \\ y_3 \\ 0 \\ 0 \\ y_3 \\ y_4 \\ 0 \\ 0 \\ y_4 \\ y_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты A_{ij} :

A_{10}	3
A_{11}	-128.83
A_{12}	217.28
A_{13}	78.42
A_{20}	72.44
A_{21}	-219.64
A_{22}	181.63
A_{23}	-42.67
A_{30}	-50.14
A_{31}	14.16
A_{32}	6.41
A_{33}	-0.95
A_{40}	2.72
A_{41}	0.27
A_{42}	0
A_{43}	0

Инь. № подл.	Подп. и дата	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Инь. № подл.

Уравнение сплайна имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = 78.42x^3 + 217.28x^2 - 128.83x + 3, \text{ где } x \in [0, 0.5]; \\ F_2(x) = -42.67x^3 + 181.63x^2 - 219.64x + 72.44, \text{ где } x \in [0.5, 1.4]; \\ F_3(x) = -0.95x^3 + 6.41x^2 + 14.16x - 50.14, \text{ где } x \in [1.4, 2.25]; \\ F_4(x) = 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0.27x + 2.72, \text{ где } x \in [2.25, 3.5] \end{cases}$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					
Курсовая работа									
					Лист				
					16				

2.4 Решение задачи оптимального распределения неоднородных ресурсов

Постановка задачи.

Для изготовления n видов изделий I_1, I_2, \dots, I_n необходимы ресурсы m видов: трудовые, материальные, финансовые и др.

Известно требуемое количество отдельного i -го ресурса для изготовления каждого j -го изделия - норма расхода a_{ij} .

Пусть определено количество каждого вида ресурса, которым предприятие располагает в данный момент - b_j . Известна прибыль c_j , получаемая предприятием от изготовления каждого j -го изделия.

Требуется определить, какие изделия и в каком количестве должны производиться предприятием, чтобы прибыль была максимальной.

Составим систему уравнений:

Математическая модель задачи выглядит следующим образом.

Целевая функция имеет вид:

$$25x_1 + 45x_2 + 60x_3 + 20x_4 \rightarrow \max$$

:

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 9x_4 &= 20 \\ 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 &= 10 \\ 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 8x_4 &= 30 \\ x_j &\geq 0; \quad j = \overline{1, 4} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										17
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Оптимальное распределение неоднородных ресурсов зафиксировано в векторе . Из полученного решения видно, что

$x_1 = ,$

$x_2 = ,$

$x_3 = ,$

$x_4 = .$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
					Курсовая работа					Лист
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						18

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Курсовая работа состояла из трех частей:

В первой части была исследована функция и построен ее график. Во второй части найдены коэффициенты кубического сплайна. В третьей части решалась задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Курсовая работа					Лист
										19
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						