Федеральное агентство по образованию
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет "ЛЭТИ"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ИНФОРМАТИКА"
Вариант №7

КУРСОВАЯ РАБОТА

Подп. и дата
Инв. № дубл.
Взам. инв. №
Подп. и дата
Инв. № подл.

2019

СОДЕРЖАНИЕ

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разраб.		Зацепина МЕ		
Пров.		Прокшин АН		
Н. контр.				
Утв.				

Курсовая работа

Пояснительная записка по дисциплине "Информатика" Вариант №7

Лит.	Лист	Листов
	2	17

1 ВСТУПЛЕНИЕ

Цель курсовой работы:

уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности

Тема курсовой работы:

решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"и "Smath".

2 ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1 Задание на курсовую работу

1. Даны функции:

$f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x)$, и

$g(x) = cos(2x + \pi/3) - 1$

a) Решить уравнение $f(x) = g(x)$.

b) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0\ ;\ (5\pi)/6]$.

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах $\vec{V}_x$ и $\vec{V}_y$.

Построить на одном графике функцию $f(x)$ и функцию $f_1(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций $cspline(V_x, V_y)$, $pspline(V_x, V_y)$, $lspline(V_x, V_y)$ и $interp(V_k, V_x, V_y, x)$.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Используемые ресурсы, a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	$И_1$	$И_2$	$И_3$	$И_4$	
Трудовые	2	4	2	9	20
Материальные	5	5	5	6	10
Финансовые	5	6	4	8	30
Прибыль	25	45	60	20	

2.2 Решение уравнения и исследование функции

a) $f(x) = g(x)$

$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = 0$	$cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 = 0$
$\sqrt{3}tg(x) + 1 = 0$	$2x + \frac{\pi}{3} = arccos(1)$
$tg(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	$2x + \frac{\pi}{3} = 0$
	$2x = -\frac{\pi}{3}$
$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$	$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$
где $k \in Z.$	где $k \in Z.$

b) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$.

1.Область определения функции

Выражение имеет смысл при любом значении x на интервале $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$.

2.Четность, нечетность функции

Функция четная, если $y(-x) = y(x)$. Функция нечетная, если $y(-x) = -y(x)$.

$$h(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x) - (cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1)$$

$$h(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x) - cos(2x)cos\frac{\pi}{3} + sin(2x)sin\frac{\pi}{3} + 1 \quad (1)$$

$$h(-x) = \sqrt{3}sin(-x) + cos(-x) - cos(-2x)cos\frac{\pi}{3} - sin(-2x)sin\frac{\pi}{3} + 1$$

$$h(-x) = -\sqrt{3}sin(x) + cos(x) - cos(2x)cos\frac{\pi}{3} - sin(2x)sin\frac{\pi}{3} + 1 \quad (2)$$

Таким образом, $h(-x) \neq h(x)$, и $h(-x) \neq -h(x)$, следовательно функция $h(x)$ не обладает свойствами четности и нечетности.

Подп. и дата | Инв. № дубл. | Взам. инв. № | Подп. и дата | Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа	Лист
						5

3.Нули функции

$$h(x) = 0 \tag{3}$$

Полученные из уравнения (3) значения x - это точки пересечения функции $h(x)$ с осью OX.

$$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) - (cos(2x + \tfrac{\pi}{3}) - 1) = 0 \tag{4}$$

$$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = 2\sqrt{3}sin(\tfrac{x}{2})cos(\tfrac{x}{2}) + cos^2(\tfrac{x}{2}) - sin^2(\tfrac{x}{2}) \tag{5}$$

Разделим выражение (5) на $\cos^2(\frac{x}{2})$.

$$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = 2\sqrt{3}tg(\tfrac{x}{2}) + 1 - \mathrm{tg}^2(\tfrac{x}{2}) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 &= -(1 - cos(2x + \frac{\pi}{3})) = -2sin^2(x + \frac{\pi}{6}) = \\ &= -2(\frac{\sqrt{3}}{2}sin(x) + \frac{1}{2}cos(x))^2 = \\ &= -2(\frac{\sqrt{3}}{2}2sin(\frac{x}{2})cos(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2}cos^2(\frac{x}{2}) - \frac{1}{2}sin^2(\frac{x}{2}))^2 = \\ &= -2(\sqrt{3}sin(\frac{x}{2})cos(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2}cos^2(\frac{x}{2}) - \frac{1}{2}sin^2(\frac{x}{2}))^2 \end{aligned} \tag{7}$$

Разделим выражение (7) на $\cos^2(\frac{x}{2})$:

$$cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 = -2(\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}tg^2(\frac{x}{2}))^2 \tag{8}$$

Тогда, подставляя выражения (7) и (8) в (4) :

$$2\sqrt{3}tg(\tfrac{x}{2}) + 1 - \mathrm{tg}^2(\tfrac{x}{2}) + 2(\sqrt{3}tg(\tfrac{x}{2}) + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}tg^2(\tfrac{x}{2}))^2 = 0 \tag{9}$$

Заменим $tg(\frac{x}{2}) = t$.

$$(2\sqrt{3}t + 1 - t^2) + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)^2 = 0 \tag{10}$$

$$2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2) + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)^2 = 0 \tag{11}$$

$$(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)(2 + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2) = 0 \tag{12}$$

$$(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)(2 + 2(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2) = 0$$

$$(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)(2 + 2\sqrt{3}t + 1 - t^2) = 0$$

$$(\sqrt{3}t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t^2)(3 + 2\sqrt{3}t - t^2) = 0 \qquad (13)$$

Найдем корни уравнения (13), для этого решим систему:

$$\begin{cases} -2\sqrt{3}t - 1 + t^2 = 0 \\ -3 - 2\sqrt{3}t + t^2 = 0 \end{cases} \qquad (14)$$

Корни уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ t_2 = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ t_3 = \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ t_4 = \sqrt{3} - \sqrt{6} \end{cases} \qquad (15)$$

$$\begin{cases} tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ tg\frac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{6} \end{cases} \qquad (16)$$

$$\begin{cases} x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{2});\ x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{2});\ x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{6});\ x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{6});\ x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] \end{cases} \qquad (17)$$

На интервале $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$ график функции $h(x)$ не пересекает ось OX.

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Курсовая работа

4. Промежутки знакопостоянства

Если функция положительна на интервале - график расположен выше оси абсцисс; если функция отрицательна - график ниже оси абсцисс.

$h(0) = \sqrt{3}sin(0) + cos(0) – (cos(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{3}) - 1) =$
$= 0 + 1 – cos(\frac{\pi}{3}) + 1 = \frac{3}{2} > 0;$
$h(\frac{5\pi}{6}) = \sqrt{3}sin(\frac{5\pi}{6}) + cos(\frac{5\pi}{6}) – (cos(2 \cdot \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}) - 1) =$
$= \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ – $1 + 1 = \frac{3-\sqrt{3}}{2} > 0$

Таким образом, функция $h(x)$ положительна на интервале $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$,следовательно, график расположен выше оси абсцисс.

5. Промежутки возрастания и убывания функции.

Если $f'(x) > 0$ на промежутке, то $f(x)$ возрастает на этом промежутке.
Если $f'(x) < 0$ на промежутке, то $f(x)$ убывает на этом промежутке.

Первая производная $h'(x)$ от функции $h(x)$ (с учетом замены на t) имеет вид:
$(2\sqrt{3}t - 2t)(3 + 2\sqrt{3}t - t^2) + (2\sqrt{3} - 2t)(2\sqrt{3}t + 1 - t^2) = 0$
$(2\sqrt{3}t - 2t)(3 + 2\sqrt{3}t - t^2 + 2\sqrt{3}t + 1 - t^2) = 0$
$(2\sqrt{3}t - 2t)(4 - 2t^2 + 4\sqrt{3}t) = 0$

$$2(\sqrt{3}t - t)2(2 - t^2 + 2\sqrt{3}t) = 0 \tag{18}$$

Найдем корни уравнения (18), для этого решим систему:

$$\begin{cases} t(\sqrt{3} - 1) = 0 \\ 2 - t^2 + 2\sqrt{3}t = 0 \end{cases} \tag{19}$$

Корни уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = \sqrt{3} - \sqrt{5} \\ t_3 = \sqrt{3} + \sqrt{5} \end{cases} \tag{20}$$

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Курсовая работа	Лист 8

$$\begin{cases} tg\dfrac{x}{2} = 0 \\ tg\dfrac{x}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{5} \\ tg\dfrac{x}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{5} \end{cases} \tag{21}$$

$$\begin{cases} x = 0;\ x \in [0; \dfrac{5\pi}{6}] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} - \sqrt{5});\ x \in [-\dfrac{\pi}{2}; 0] \\ x = 2arctg(\sqrt{3} + \sqrt{5});\ x \in [-\dfrac{\pi}{2}; 0] \end{cases} \tag{22}$$

$$h'(x) = 2[\sqrt{3}tg(\frac{x}{2}) - tg(\frac{x}{2})] \cdot 2[2 - tg^2(\frac{x}{2}) + 2\sqrt{3}tg(\frac{x}{2})] = 0$$

$$h'(0) = 0 \tag{23}$$

При $[-\infty; 0]$ производная $h'(x) < 0$, следовательно функция $h(x)$ убывает на промежутке $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$.
При $[0; +\infty]$ производная $h'(x) > 0$, следовательно функция $h(x)$ возрастает на промежутке $[0\ ;\ \frac{5\pi}{6}]$.

6. Выпуклость графика функции, точки перегиба

Функция $f(x)$ выпукла вниз, если $f'(x)$ возрастает на промежутке,
при этом $f"(x) > 0$.
Функция $f(x)$ выпукла вверх, если $f'(x)$ убывает на промежутке,
при этом $f"(x) < 0$.

Вторая производная $h"(x)$ от функции $h(x)$ (с учетом замены на t) имеет вид:

$$h'(x) = 2(\sqrt{3}t - t) \cdot 2(2 - t^2 + 2\sqrt{3}t) = 0 \tag{24}$$

$$h'(x) = 8\sqrt{3}t - 4\sqrt{3}t^3 + 24t^2 - 8t + 4t^3 - 8\sqrt{3}t^2 \tag{25}$$

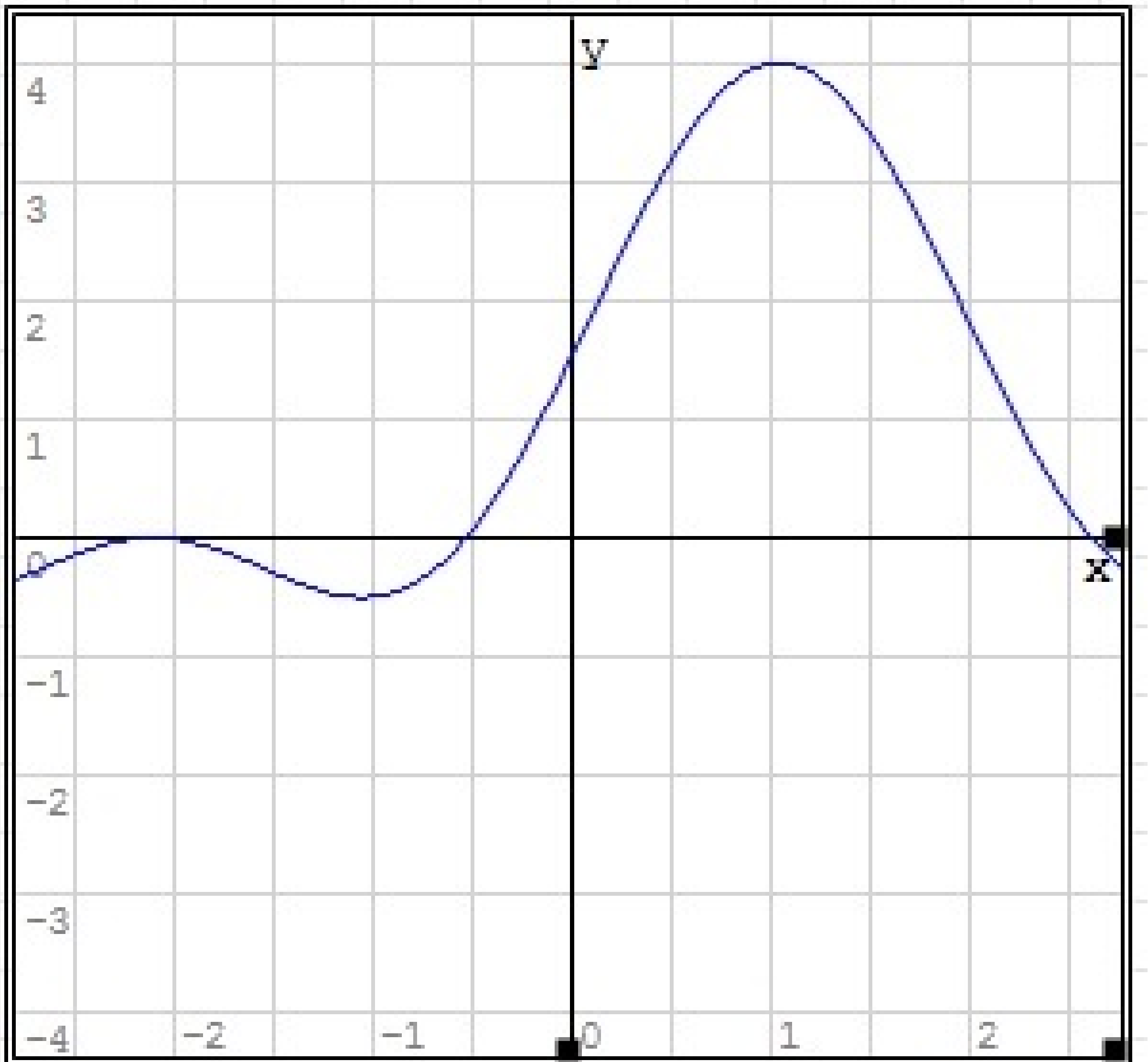
$$h"(x) = 8\sqrt{3} - 12\sqrt{3}t^2 + 48t - 8 + 12t - 16\sqrt{3}t \tag{26}$$

$\sqrt{D} < 0$, значит точек перегиба нет, $h"(x)$ не обращается в ноль.

$$h"(0) = 8\sqrt{3} - 8\ \ > 0 \tag{27}$$

Таким образом, $h''(x) > 0$ и $h'(x)$ возрастает на промежутке, значит функция $h(x)$ выпукла вниз.

График функции $h(x)$ показан на рисунке 1.



$$\sqrt{3}\cdot\sin(x)+\cos(x)-\cos\left(2\cdot x+\frac{\pi}{3}\right)+1$$

Рисунок 1 - График функции $h(x)$

2.3 Нахождение коэффициентов кубического сплайна

2.3.1 Задания и исходные данные для решения

1. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах $\vec{V}_x$ и $\vec{V}_y$.

2. Построить на одном графике: функцию $f(x)$ и $f_1(x)$,полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

3. Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

$$\vec{V}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.4 \\ 2.25 \\ 3.5 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_y = \begin{pmatrix} 3.0 \\ 2.7 \\ 3.7 \\ 3.333 \\ 3.667 \end{pmatrix}$$

Необходимо оценить погрешность в точке $x = 2.4$. Вычислить значение функции в точке $x = 1.2$.

2.3.2 Теория и вывод уравнения сплайна

Уравнение сплайна находится по пяти точкам
$(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4), (x_5; y_5)$
Представим сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$.

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, \tag{28}$$

x$\in$ $[\mathrm{x}_i, x_{i+1}]$.

Найдем коэффициенты A_{ij} исходя из того, что в точках склейки функция не имеет разрывов, изломов и изгиб ее слева и справа совпадает.
На каждом из отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ график $F_i(x)$ проходит через точки y_i, y_{i+1}.

$$y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}{x_i}^2 + A_{i3}{x_i}^3 \tag{29}$$

Получаем 8 уравнений:

$$\begin{gathered}
y_1 = A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}{x_1}^2 + A_{13}{x_1}^3 \\
y_2 = A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}{x_2}^2 + A_{13}{x_2}^3 \\
y_2 = A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}{x_2}^2 + A_{23}{x_2}^3 \\
y_3 = A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}{x_3}^2 + A_{23}{x_3}^3 \\
y_3 = A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}{x_3}^2 + A_{33}{x_3}^3 \\
y_4 = A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}{x_4}^2 + A_{33}{x_4}^3 \\
y_4 = A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}{x_4}^2 + A_{43}{x_4}^3 \\
y_5 = A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}{x_5}^2 + A_{43}{x_5}^3
\end{gathered} \tag{30}$$

Производные первого порядка во внутренних точках x_i должны совпадать, т.е. производная слева

$$F_i^{'}(x_i) = A_{i1} + 2A_{i2}x_i + 3A_{i3}{x_i}^2$$

должна быть равна производной справа

$$F^{'}{}_{(i+1)}(x_i) = A_{(i+1)1} + 2A_{(i+1)2}x_i + 3A_{(i+1)3}{x_i}^2$$

Физический смысл равенства производных состоит в том, что в точках склейки у нас нет излома сплайна.

$$
\begin{aligned}
A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}{x_2}^2 &= A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}{x_2}^2 \\
A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}{x_3}^2 &= A_{31} + 2A_{32}x_3 + 3A_{33}{x_3}^2 \\
A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}{x_4}^2 &= A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}{x_4}^2
\end{aligned}
\tag{31}
$$

Производные второго порядка в точках склейки x_i должны совпадать, т.е. вторая производная слева

$$F_i^{''}(x_i) = 2A_{i2} + 6A_{i3}x_i$$

должна быть равна второй производной справа

$$F^{''}{}_{(i+1)}(x_i) = 2A_{(i+1)2} + 6A_{(i+1)3}x_i$$

Физический смысл равенства вторых производных состоит в том, что в точках склейки изгиб сплайна справа и слева должен быть одинаковым.

$$
\begin{aligned}
2A_{12} + 6A_{13}x_2 &= 2A_{22} + 6A_{23}x_2 \\
2A_{22} + 6A_{23}x_3 &= 2A_{32} + 6A_{33}x_3 \\
2A_{32} + 6A_{33}x_4 &= 2A_{42} + 6A_{43}x_4
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Еще два уравнения - из граничных условий в крайних точках x_1, x_n:

$$
\begin{aligned}
C_{11}F^{'}x_1 + C_{12} + F^{''}(x_1) &= C_{13} \\
C_{n1}F^{'}n_1 + C_{n2} + F^{''}(n_2) &= C_{n3}
\end{aligned}
\tag{33}
$$

Найдем график сплайна в случае, когда концы сплайна оставлены свободными в граничных точках $(x1, y1)$, $(x5, y5)$. Соответственно, уравнения имеют вид:

$$
\begin{aligned}
2A_{12} + 6A_{13}x_1 &= 0 \\
2A_{42} + 6A_{43}x_5 &= 0
\end{aligned}
\tag{34}
$$

В итоге - 16 уравнений для определения 16 коэффициэнтов A_{ij} .

$$
\begin{pmatrix}
1 & x_1 & {x_1}^2 & {x_1}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & x_2 & {x_2}^2 & {x_2}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2x_2 & 3{x_2}^2 & 0 & -1 & -2x_2 & -3{x_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 2 & 6x_2 & 0 & 0 & -2 & -6x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & {x_2}^2 & {x_2}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & {x_3}^2 & {x_3}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_3 & 3{x_3}^2 & 0 & -1 & -2x_3 & -3{x_3}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_3 & 0 & 0 & -2 & -6x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & {x_3}^2 & {x_3}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & {x_4}^2 & {x_4}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_4 & 3{x_4}^2 & 0 & -1 & -2x_4 & -3{x_4}^2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_4 & 0 & 0 & -2 & -6x_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & {x_4}^2 & {x_4}^3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_5 & {x_5}^2 & {x_5}^3 \\
0 & 0 & 2 & 6x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_5
\end{pmatrix}
\mathrm{x}
\begin{pmatrix}
\mathrm{A}_{10} \\ \mathrm{A}_{11} \\ \mathrm{A}_{12} \\ \mathrm{A}_{13} \\ \mathrm{A}_{20} \\ \mathrm{A}_{21} \\ \mathrm{A}_{22} \\ \mathrm{A}_{23} \\ \mathrm{A}_{30} \\ \mathrm{A}_{31} \\ \mathrm{A}_{32} \\ \mathrm{A}_{33} \\ \mathrm{A}_{40} \\ \mathrm{A}_{41} \\ \mathrm{A}_{42} \\ \mathrm{A}_{43}
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\mathrm{y}_1 \\ \mathrm{y}_2 \\ 0 \\ 0 \\ \mathrm{y}_2 \\ \mathrm{y}_3 \\ 0 \\ 0 \\ \mathrm{y}_3 \\ \mathrm{y}_4 \\ 0 \\ 0 \\ \mathrm{y}_4 \\ \mathrm{y}_5 \\ 0 \\ 0
\end{pmatrix}
$$

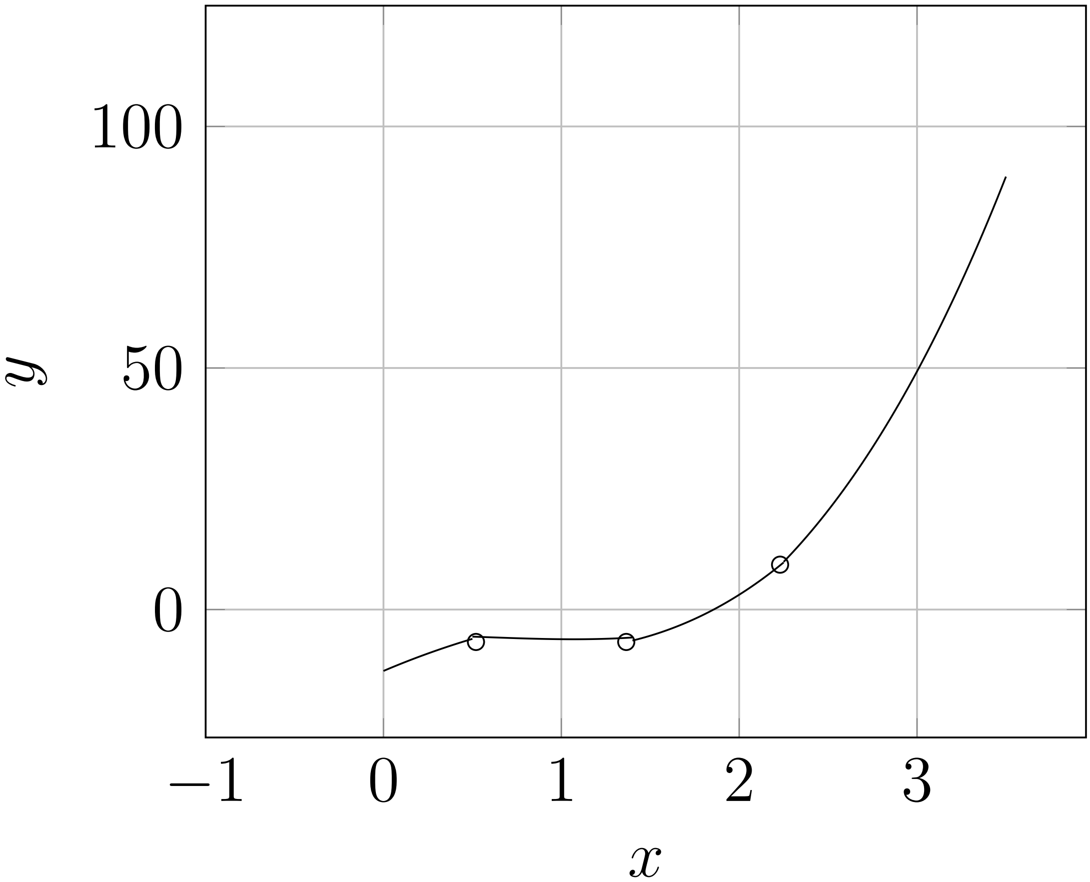
Коэффициенты A_{ij} :

$$
\begin{vmatrix}
A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{30} \\ A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{40} \\ A_{41} \\ A_{42} \\ A_{43}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
-12.708 \\ 15.708 \\ -5.154 \\ 0.634 \\ 2.196 \\ 0.504 \\ -3.258 \\ 1.849 \\ 13.057 \\ -9.357 \\ 2.849 \\ 1.768 \\ 4.12 \\ -0.787 \\ -0.021 \\ 2.569
\end{vmatrix}
$$

Уравнение сплайна имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} \mathrm{F}_1(x) = 0.634x^3 - 5.154x^2 + 15.708x - 12.708, & \mathrm{x} \in [0, 0.5]; \\ \mathrm{F}_2(x) = 1.849x^3 - 3.258x^2 + 0.504x + 2.196, & \mathrm{x} \in [0.5, 1.4]; \\ \mathrm{F}_3(x) = 1.768x^3 + 2.849x^2 - 9.357x + 13.057, & \mathrm{x} \in [1.4, 2.25]; \\ \mathrm{F}_4(x) = 2.569x^3 - 0.021x^2 - 0.787x + 4.12, & \mathrm{x} \in [2.25, 3.5]. \end{cases}$$

$F(1.2) = 19.579$



2.4 Решение задачи оптимального распределения неоднородных ресурсов

Постановка задачи.

. Для изготовления n видов изделий $И_1$, $И_2$, $\cdots$ $И_n$ необходимы ресурсы m видов: трудовые, материальные, финансовые и др.

Известно требуемое количество отдельного i-го ресурса для изготовления каждого j-го изделия - норма расхода $_ij$.

Пусть определено количество каждого вида ресурса, которым предприятие располагает в данный момент - $_j$. Известна прибыль $_j$, получаемая предприятием от изготовления каждого j-го изделия.

Требуется определить, какие изделия и в каком количестве должны производиться предприятием, чтобы прибыль была максимальной.

Математическая модель задачи выглядит следующим образом.

Целевая функция имеет вид:

$25\mathrm{x}_1 + 45x_2 + 60x_3 + 20x_4 \to max$

Ограничения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 20 \\ 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 10 \\ 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 30 \\ x_j \geq 0;\ \ j = \overline{1,4} \quad\quad\quad \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

После решения системы видно, что

$\mathrm{x}_1 = 12,5,$

$x_2 = 0,$

$x_3 = 7,5,$

$x_4 = 0.$

В оптимальном решении Изделие1=12,5; Изделие2=0; Изделие3=7,5; Изделие4=0.

При этом максимальная прибыль будет составлять 100, а количество использованных ресурсов равно: трудовых=20, материальных=7, финансовых=30.

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Курсовая работа состояла из трех частей:
В первой части была исследована функция и построен ее график. Во второй части найдены коэффициенты кубического сплайна. В третьей части решалась задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.