N A2

(1) • $T(n) = 7\cdot T(\frac{n}{3}) + n^2$

$f(n)=1$, $K=2$, $a=7$, $b=3$

$2 > \log_3 7$

$k > \log_b a \Rightarrow T(n) = O(n^k\cdot f(n)) = O(n^2)$

• $T(n)=4\cdot T(\frac{n}{2}) + \log_2 n$

$f(n)=\log_2 n$, $k=0$, $a=4$, $b=2$

$0 < \log_2 4$

$k < \log_b a \Rightarrow T(n) = O(n^{\log_b a}\cdot f(n)) = O(n^2\cdot \log_2 n)$

• $T(n) = \frac{1}{2} T(\frac{n}{2}) + \frac{1}{n}$

Нельзя применить мастер-теорему.

При $k=-1$ => не выполнены условия мастер-теоремы

При $K=1$ => $f(n)=n^{-2}$, а она не монотонно ↗ => не выполнены условия мастер теоремы.

• $T(n) = 3\cdot T(\frac{n}{3})+\frac{n}{2}$

$f(n)=1$, $k=1$, $a=3$, $b=3$

$1 = \log_3 3$

$k = \log_a b \Rightarrow T(n) = O(n^k\cdot f(n)\cdot \log n) = O(n\cdot \log n)$

• $T(n)=T(n-1)+T(n-2)+n\cdot \log_2 n \le 2\cdot T(n-1)+n\log_2 n$

$f(n)=\log_2 n$, $k=1$, $a=2$, $b=1$

$a>1 \Rightarrow T(n) = O(a^{n/b}\cdot n^k\cdot f(n)) = O(2^n\cdot n\cdot \log_2 n)$

(2) $T(n)=\frac{1}{2}\cdot T(\frac{n}{2})+\frac{1}{n}$

Применим метод подстановки:

$T(n)=O(\frac{1}{n})$

$T(n)\le c\cdot\frac{1}{n} \to T(\frac{n}{2})\le c\cdot\frac{2}{n}$

$T(n)\le \frac{1}{2}\cdot c\cdot\frac{2}{n}+\frac{1}{n} \le c\cdot\frac{1}{n}$

$c\cdot\frac{1}{n}+\frac{1}{n}\le c\cdot\frac{1}{n}$

$\frac{1}{n}(c+1)\le c\cdot\frac{1}{n}$

$c+1\le c$

Предположение не верно

$T(n)=O(1)$

$T(n)\le c \to T(\frac{n}{2})\le c$

$T(n)\le \frac{1}{2}\cdot c+\frac{1}{n}\le c$

$\frac{1}{n}\le\frac{c}{2}$

Верно для $\forall n\ge n_0=1 : \forall c\ge 2$

Значит предположение верно