

# Cours de Thermodynamique

M. Nicolas GAUDIN

14 février 2013



# Table des matières

<b>Préambule</b>	<b>i</b>
<b>1 Bases de la thermodynamique</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.2 État de la matière . . . . .	2
1.2.1 Le corps pur . . . . .	2
1.2.2 Les différents états d'un corps pur . . . . .	2
1.2.3 L'état condensé . . . . .	3
1.2.4 État fluide . . . . .	3
1.3 Échelles d'études . . . . .	4
1.4 Grandeurs thermodynamiques . . . . .	4
1.4.1 Vocabulaire . . . . .	4
1.4.2 Équilibre thermodynamique . . . . .	4
1.4.3 Équations d'état . . . . .	5
1.5 Le gaz parfait . . . . .	7
1.6 Dilatation et compressibilité d'un système . . . . .	7
<b>2 Éléments de statique des fluides</b>	<b>9</b>
2.1 Introduction . . . . .	9
2.1.1 Généralités . . . . .	9
2.1.2 Pression dans un fluide . . . . .	9
2.2 Relation fondamentale de la statique des fluides . . . . .	9
2.3 Statique des fluides homogènes et incompressibles . . . . .	12
2.3.1 Présentation . . . . .	12
2.3.2 Exemples . . . . .	12
2.4 Fluides homogènes et compressibles . . . . .	16
2.4.1 Présentation d'un modèle de l'atmosphère . . . . .	16
2.4.2 Altitude caractéristique du modèle . . . . .	16
2.5 Poussée d'Archimède . . . . .	18

<b>3</b>	<b>1<sup>er</sup> Principe de la Thermodynamique</b>	<b>21</b>
3.1	Présentation . . . . .	21
3.2	Énergie d'un système . . . . .	21
3.3	Transfert d'énergie . . . . .	22
3.3.1	Transferts thermiques . . . . .	22
3.3.2	Travail des forces de pression . . . . .	23
3.3.3	Autres formes de travail . . . . .	24
3.4	Premier principe . . . . .	24
3.5	Fonction enthalpie . . . . .	26
3.6	Capacités thermiques . . . . .	27
3.6.1	Définitions . . . . .	27
3.6.2	Cas des gaz parfaits . . . . .	27
3.6.3	Cas des gaz condensées . . . . .	28
3.7	Lois de Laplace . . . . .	29
<b>4</b>	<b>2<sup>e</sup> Principe de la Thermodynamique</b>	<b>31</b>
4.1	Présentation . . . . .	31
4.2	Fonction entropie . . . . .	31
4.2.1	Définitions . . . . .	31
4.2.2	Énoncé du 2 <sup>e</sup> Principe . . . . .	32
4.3	Identité thermodynamique . . . . .	36
4.3.1	Énoncé . . . . .	36
4.3.2	Autre formulation . . . . .	36
4.3.3	Application aux solides . . . . .	37
4.3.4	Application aux gaz parfaits . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Machines Thermiques</b>	<b>39</b>
5.1	Introduction . . . . .	39
5.2	Modélisation . . . . .	40
5.2.1	Définitions . . . . .	40
5.2.2	Machine ditherme . . . . .	40
5.2.3	Étude des moteurs thermiques . . . . .	42
5.2.4	Étude des machines frigorifiques . . . . .	43
5.2.5	Pompes à chaleur . . . . .	44
5.2.6	Cycle de Carnot . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Le corps pur diphasé</b>	<b>51</b>
6.1	Présentation . . . . .	51
6.1.1	Dans la vie quotidienne . . . . .	51
6.1.2	Vocabulaire . . . . .	52
6.1.3	Propriétés . . . . .	52
6.2	Étude thermodynamique . . . . .	52

6.2.1	Enthalpie de changement d'état . . . . .	52
6.2.2	Entropie de changement d'état . . . . .	53
6.3	Diagramme de changement d'états . . . . .	53
6.3.1	Isothermes et diagrammes (P, V) . . . . .	53
6.3.2	Diagramme (P, T) . . . . .	54
6.4	Grandeurs massiques . . . . .	55
6.4.1	Définition . . . . .	55
6.4.2	Grandeurs massiques . . . . .	55
<b>7</b>	<b>Diffusion thermique</b>	<b>57</b>
7.1	Loi de Fourier . . . . .	57
7.1.1	Introduction . . . . .	57
7.1.2	Loi de Fourier . . . . .	57



# Préambule

**Origine de ce support de cours** Ce cours est une retranscription du cours dispensé par M. Nicolas GAUDIN pour l'ECE Paris. Ce dernier a donné son accord pour la libre diffusion du cours aux élèves. Le cours a été retranscrit par des élèves, pour des élèves.

**Gare aux erreurs** Ce cours contient certainement des erreurs ou des notes incomplètes. Si vous remarquez une telle chose et que vous êtes sûr(e) de votre fait (ou mieux, que M. Gaudin a validé votre correction), vous pouvez :

- *Signaler l'erreur* : Le principal correcteur actuellement capable de mettre à jour le document pour vous peut être joint via : Quentin MARQUES - [marques@ece.fr](mailto:marques@ece.fr).
- *Corriger vous-même l'erreur* : Le cours est écrit en  $\text{\LaTeX}$  et publié sur GitHub. Vous pouvez, sous réserve de maîtriser ces deux technologies un minimum, corriger l'erreur et publier le correctif sur GitHub.

**Remerciements** Nous tenons à remercier M. GAUDIN pour avoir autorisé la diffusion de son cours ainsi que les élèves ayant participé à la rédaction ou la correction de ce support !

Bonne lecture !





# Chapitre 1

## Bases de la thermodynamique

### 1.1 Introduction

**Exemple 1** Un paquet de chips gonfle en altitude car les molécules du gaz intérieur du paquet prennent plus de place. En effet, il y a moins de pressions à l'extérieur du paquet car la pression  $P(z)$  diminue quand l'altitude  $z$  augmente. (Voir *Figure 1.1*).

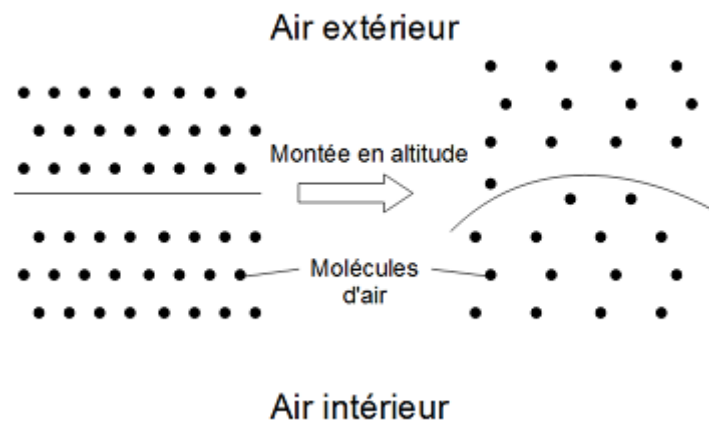


FIGURE 1.1 – Augmentation de l'altitude sur un paquet de chips

**Exemple 2** Dans l'amphithéâtre, la température de la table en bois est différente de celle de la barre en métal. En effet, le bois conduit moins bien la chaleur que le métal. Attention ! La température et l'énergie sont deux notions différentes !

**Exemple 3** La cuisson d'une pizza se fait sur une feuille d'aluminium que l'on peut saisir à mains nues et non sur une plaque de métal. En effet, la capacité thermique de la feuille d'aluminium, c'est-à-dire la capacité d'un système à stocker l'énergie sous forme thermique, est moindre. On peut également citer l'exemple du sauna : humidifier l'air d'un sauna augmente sa capacité thermique, ce qui peut vite le rendre invivable !

**Exemple 4** Pour refroidir une bouteille de soda rapidement, on peut la plonger dans de l'eau froide (avec de la glace par exemple car un mélange d'eau et de glace garantit une eau constamment à 0 °C). Les échanges de chaleurs se feront alors avec l'eau plutôt qu'avec de l'air, ce qui ira plus vite.

**Exemple 5** Une cocotte-minute accélère le chauffage des aliments grâce à son milieu étanche permettant une augmentation de la pression et donc une augmentation de la température d'ébullition. ( $P \nearrow \Rightarrow T_{\text{ébullition}} \nearrow$ )

## 1.2 État de la matière

### 1.2.1 Le corps pur

**Définition** Un *corps pur* est un constituant unique caractérisé par une formule chimique définie.

**Exemples**



Souvent on travaille avec des mélanges (comme l'air)

### 1.2.2 Les différents états d'un corps pur

**Phase solide**

- État compact dont le modèle idéal est la cristal parfait
- Distance interparticules faibles et interactions fortes  $\Rightarrow$  cohésion et rigidité
- Les solides ont un volume propre et ne peuvent pas s'écouler
- Quasi-incompressible et peu dilatable

**Phase liquide**

- Particules sont en contact mais les interactions moins fortes  $\Rightarrow$  mouvement possible
- Ils ont un volume propre mais prennent la forme d'un récipient
- Quasi-compressible et peu dilatable

**Phase gazeuse**

- C'est l'état dispersé de la matière. Les particules sont quasi-libres
- Les particules sont soumises à l'agitation thermique
- Peuvent se dilater ou se comprimer facilement

**1.2.3 L'état condensé****Définition** *État condensé* :

Phase solide ou phase liquide quasi-incompressible.

**N.B.** Les solides et les liquides ont leur volume qui varie peu avec la température et quasi-pas avec la pression.**Caractéristiques**

- Masse volumique :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

 $\rho$  : masse volumique en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  (  $\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  )

 $m$  : masse en kg

 $V$  : volumue en  $\text{m}^3$ 

- Densité :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}}$$

 $d$  : densité (rapport sans unité)

 $\rho$  : masse volumique en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 
 $\rho_{\text{eau}}$  : masse volumique de l'eau (  $10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  )
**1.2.4 État fluide****Définition** *État Fluide* :

Gaz (compressible) ou liquide (incompressible).

**N.B.**  $\rho_{\text{air}} \approx 1.3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  ( $\rho_{\text{gaz}}$  typiquement  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )**Quantité molaire**

- Une mole de gaz contient  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  molécules
- On a :

$$n = \frac{N}{N_A}$$

 $n$  : Quantité molaire

 $N$  : Nombre de molécules

 $N_A$  : Nombre d'Avogadro

- On considère usuellement le volume molaire d'un gaz parfait dans les conditions usuelles de températures et de pression à :

$$\begin{cases} P = 10^5 \text{ Pa} & (\text{soit } 1 \text{ bar}) \\ T = 25^\circ \text{C} \\ V_m = 22.4 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1} & (\text{Volume molaire dans ces conditions usuelles}) \end{cases}$$

En effet, on a

$$PV = nRT \Rightarrow V_m = \frac{RT}{P} = 22.7 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}$$

### 1.3 Échelles d'études

- Échelle microscopique ou moléculaire :  
On a  $1 \text{ L} \rightarrow 10^{22}$  particules  $\rightarrow$  Complexe à étudier (trop d'équations et de conditions initiales)
- Échelle macroscopique :  
ex : Pression et température dans une seringue
- Échelle mésoscopique :  
ex : Température dans l'amphithéâtre :  $T(z, t)$

## 1.4 Grandeurs thermodynamiques

### 1.4.1 Vocabulaire

Un *système thermodynamique* est délimité par une surface fermée  $\Sigma$  (réelle ou fictive). À travers  $\Sigma$  se produisent des transferts d'énergie ou de matière.

**Système fermé** : Aucun transfert de matière ne peut avoir lieu (ex : ballon de foot)

**Système ouvert** : Transfert de matière possible (ex : seringue)

**Système adiabatique** : Pas de transfert thermique (ex : thermos)

**Système isolé** : Pas de transfert d'énergie ou de matière.

### 1.4.2 Équilibre thermodynamique

**Définition** Dans un système thermodynamique à l'équilibre, les différentes grandeurs définies à l'échelle mésoscopique sont constantes.

**Exemple** Champs de pression dans un fluide.

**Propriété** L'expérience prouve que tout système isolé tend vers un état d'équilibre.

### 1.4.3 Équations d'état

#### Paramètres d'état

**Définition** Les grandeurs macroscopiques susceptibles d'être modifiées lors d'une transformation d'un système sont les *paramètres d'état*.

#### Grandeurs intensives et grandeurs extensives

##### Définition

- Les *grandeurs extensives* sont liées à la quantité de matière
- Les *grandeurs intensives* ne sont pas liées à la quantité de matière

##### Exemples

- Grandeurs extensives

 $m$  $V$  $n$ 

- Grandeurs intensives

 $Q$  $T$  $C(\text{mol.L}^{-1})$ 

**Astuce** Imaginez regrouper 2 systèmes identiques :

- Ce qui double  $\Rightarrow$  Grandeurs extensives
- Ce qui ne bouge pas  $\Rightarrow$  Grandeurs intensives

#### Notion de phase

**Définition** Une *phase* correspond à toute partie d'un système dont les grandeurs intensives sont des fonctions continues des variables d'espace.

**Exemple 1** (*Figure 1.2*)

Ici, la masse volumique est discontinue lors des changements de phase.

**Exemple 2** (*Figure 1.3*)

**Définition** La relation entre les paramètres d'état est l'*équation d'état*

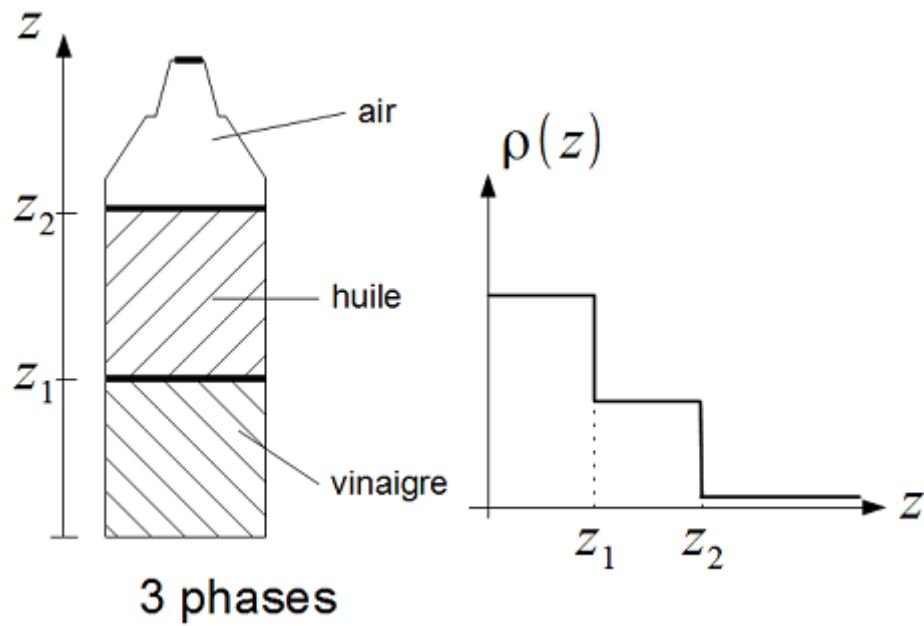


FIGURE 1.2 – Les 3 phases d'une bouteille (air + huile + vinaigre)

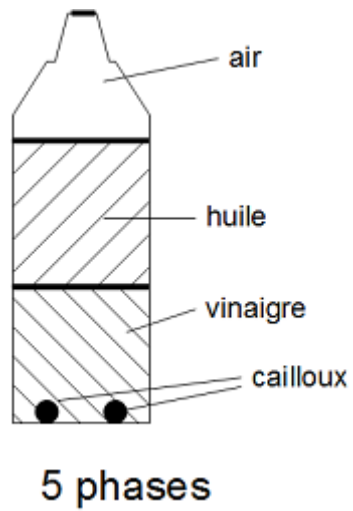


FIGURE 1.3 – Les 5 phases d'une bouteille (air + huile + vinaigre + 2 cailloux)

**Exemples**

- Équation d'état des gaz parfaits :

$$PV = nRT$$

- Équation d'état du gaz de Van der Waals :

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

**1.5 Le gaz parfait**

**Définition** Le *gaz parfait* est un gaz constitué d'un ensemble d'atomes :

- Considérés comme des particules ponctuelles
- Sans interactions entre eux
- Dont les chocs entre eux sont parfaitement élastiques

**Amélioration du modèle du gaz parfait** Pour le gaz de Van der Waals :

$$\left[P + \frac{n^2 a}{V^2}\right][V - nb] = nRT \quad \left| \begin{array}{l} a : \text{rend compte de l'interaction entre les atomes d'un gaz} \\ b : \text{rend compte du volume des particules} \end{array} \right.$$

**1.6 Dilatation et compressibilité d'un système**

- Coefficient de dilatation isobare :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

- Coefficient de compressibilité isotherme :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

- Coefficient de variation de pression isochore :

$$\beta = \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

**N.B.** Ces coefficients permettent de caractériser les variations dans un système.

**Exemple** Pour un gaz parfait, déterminons  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} PV &= nRT \\ \Rightarrow V &= \frac{nRT}{P} \\ \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P &= \frac{nR}{P} \\ &= \frac{V}{T} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \alpha &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{1}{T} \end{aligned}$$

De la même manière, on trouve :

$$\chi_T = \frac{1}{P}$$



## Chapitre 2

# Éléments de statique des fluides

### 2.1 Introduction

#### 2.1.1 Généralités

##### État fluide

- État liquide (quasi incompressible)  
ou
- État gazeux (fortement compressible)

##### Hypothèses

- \* On se place dans ce chapitre au niveau mésoscopique
- \* Le fluide est un milieu continu
- \* Le fluide est parfait, c'est-à-dire sans viscosité

#### 2.1.2 Pression dans un fluide

**Dans un fluide parfait** la force exercée par le fluide sur un solide est perpendiculaire à la surface du solide. Cette force est dirigé vers l'intérieur du solide (Voir *Figure 2.1*).

On a :

$$d\vec{F}_M = P(M) \times dS_M \times \vec{n}_M$$

Avec :

- $dS_M$  Surface élémentaire autour de  $M$
- $\vec{n}_M$  Vecteur unitaire perpendiculaire à la surface dirigé vers l'intérieur

### 2.2 Relation fondamentale de la statique des fluides

Soit  $M(x, y, z)$  un point du fluide sommet d'un cube de cotés  $dx, dy, dz$  (Voir *Figure 2.2*).

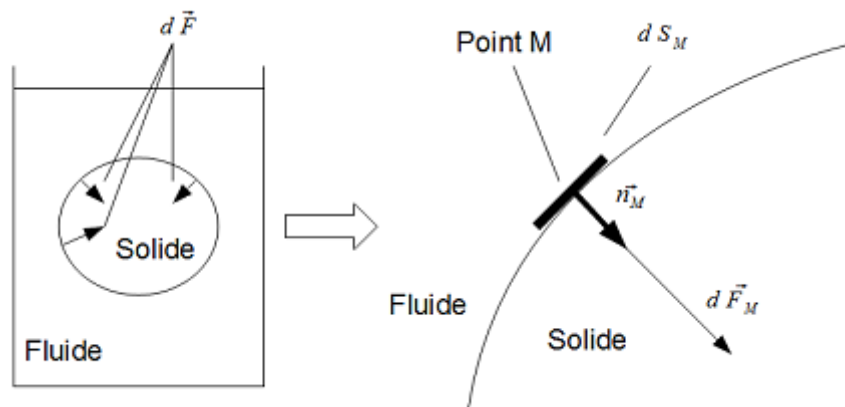


FIGURE 2.1 – Direction des forces de pressions dans un fluide

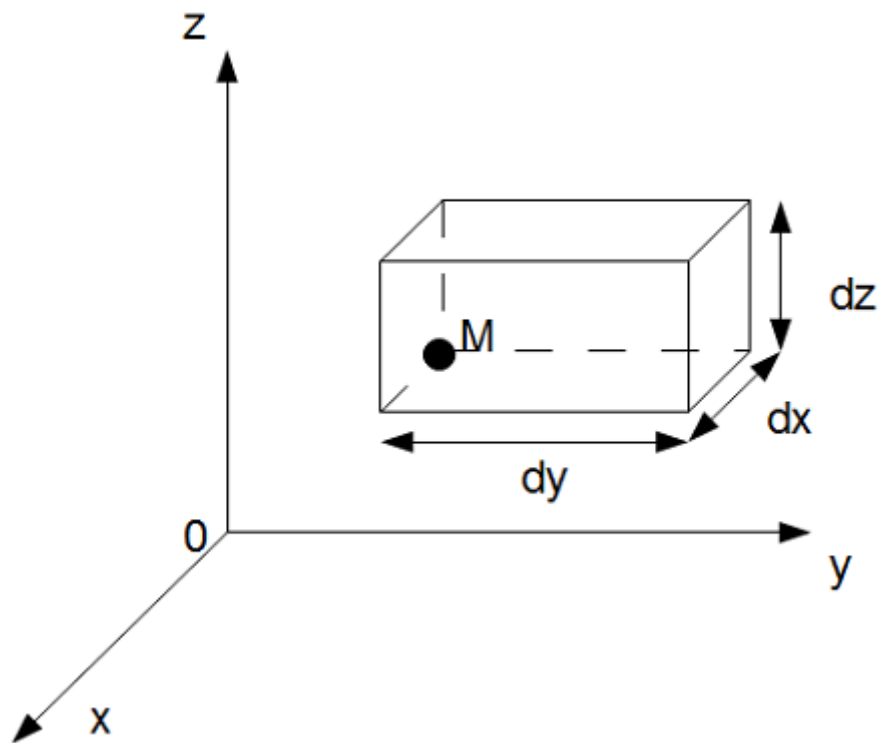


FIGURE 2.2 – Entourage du point M

**Étude des forces de pression** On se place de côté (*Figure 2.3*).

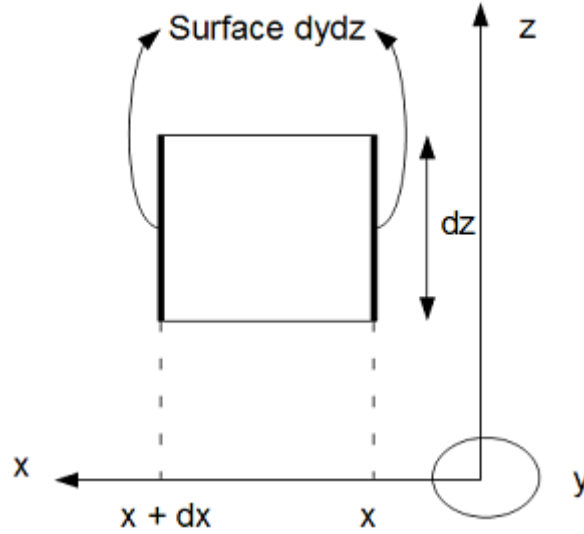


FIGURE 2.3 – Entourage du point M vu de côté

Selon  $\vec{U}_x$  :

$$\begin{aligned} df_x &= P(x, y, z)dydz - P(x + dx, y, z)dydz \\ df_x &= -\frac{\partial P}{\partial x}dxdydz \end{aligned}$$

De la même manière, on trouve :

$$\begin{aligned} df_y &= -\frac{\partial P}{\partial y}dxdydz \\ df_z &= -\frac{\partial P}{\partial z}dxdydz \end{aligned}$$

**Bilan** Avec  $\vec{f}$  = résultante des forces de pression agissant sur le cube, on a :

$$\begin{aligned} \vec{f} &= \underbrace{\left[ -\frac{\partial P}{\partial x}\vec{U}_x - \frac{\partial P}{\partial y}\vec{U}_y - \frac{\partial P}{\partial z}\vec{U}_z \right]}_{-\vec{grad}[P]} dxdydz \\ \vec{f} &= -\vec{grad}[P] \times dxdydz \end{aligned}$$

Or le cube de fluide est immobile. Donc :

$$m\vec{a} = \vec{f} + \vec{P} = \vec{0}$$

Or

$$\vec{P} = -mg\vec{U}_z \text{ avec } n = \rho(M)dxdydz$$

Car  $m = \rho \times d\tau_M = \rho(M)dxdydz$

On a donc

$$\begin{aligned} -g\vec{\text{grad}}[P] \times dxdydz - \rho(M) \times dxdydz \times g \times \vec{U}_z &= 0 \\ \vec{\text{grad}}[P] &= -\rho(M)g\vec{U}_z \\ &= +\rho\vec{g} \end{aligned}$$

**Autre écriture** (Figure 2.4)

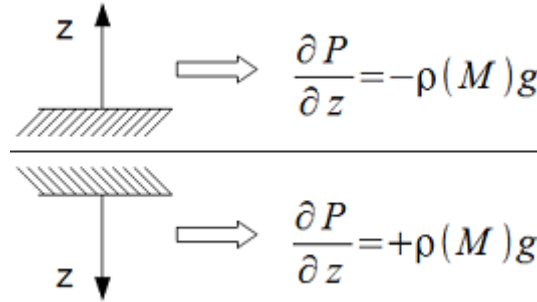


FIGURE 2.4 – Écritures différentes selon le contexte d'étude

## 2.3 Statique des fluides homogènes et incompressibles

### 2.3.1 Présentation

Un fluide *incompressible*  $\Rightarrow \rho = \text{constante}$

On a donc :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \Rightarrow P(z) - P(z_0) = -\rho g(z - z_0)$$

Attention ! On a  $-g$  ou  $+g$  en fonction du contexte d'étude (ici, le contexte d'étude est celui Figure 2.5)

### 2.3.2 Exemples

#### Pression sous-marine

On se place dans le contexte suivant (Figure 2.6).

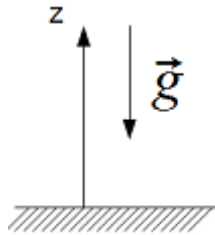
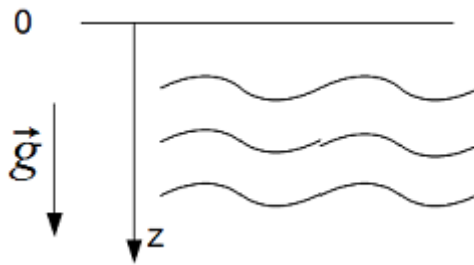
FIGURE 2.5 – Direction du vecteur  $\vec{g}$ 

FIGURE 2.6 – Contexte d'étude de la pression sous-marine

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dz} &= +\rho g \\ P(z) - P(z=0) &= \rho g z \\ P(z) &= P_{\text{atm}} + \rho g z\end{aligned}$$

**Question** A quelle pression résiste une montre étendue à 50 m ?

Ici on a :

$$\begin{cases} z = 50 \text{ m} \\ \rho = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^3 \\ g \approx 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{cases} \quad P(z=50) \approx 10^5 + 5 \cdot 10^5 \approx 6 \text{ bars}$$

**Question** Comment attacher un bateau dans un port ?

On voit (*Figure 2.7*) que l'on a :

$$F = 2 \cdot 10^5 \text{ N} \Longleftrightarrow 20 \text{ tonnes}$$

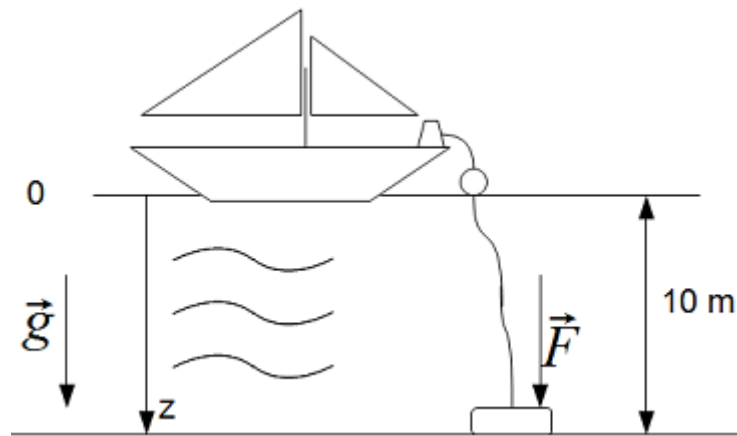


FIGURE 2.7 – Pression sous-marine exercée sur un pneu plein de béton

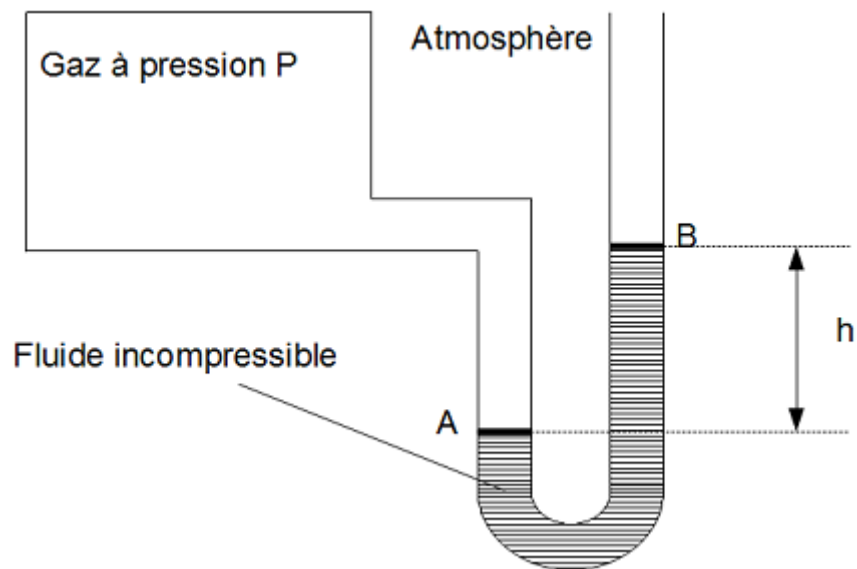


FIGURE 2.8 – Manomètre à air libre

**Manomètre à air libre**

On observe (*Figure 2.8*) :

$$\begin{aligned}\rho &= \text{constante (car le fluide est incompressible)} \\ P_A &= P \\ P_B &= P_{atm} \\ P_A &= P_B + \rho gh \\ \Rightarrow P &= P_{atm} + \rho gh\end{aligned}$$

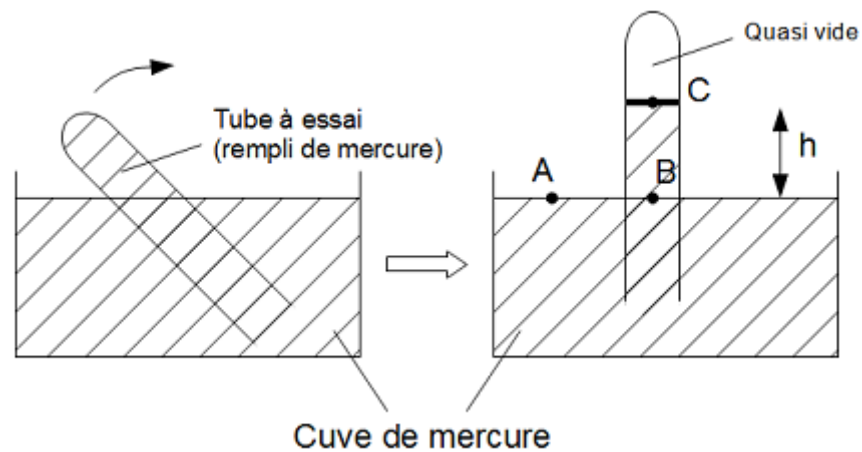
**Baromètre à mercure**

FIGURE 2.9 – Baromètre à mercure

On observe (*Figure 2.9*) :

$$\begin{aligned}P_C &\approx 0 \text{ (quasi vide au dessus de C)} \\ P_A &= P_{atm}\end{aligned}$$

$A$  et  $B$  : même fluide et même altitude  $\Rightarrow P_B = P_A$

$A$  et  $C$  : même fluide  $\Rightarrow P_B = P_C + \rho gh$

$\Rightarrow P_{atm} \approx \rho gh$  et en mesurant  $h$  on mesure  $P_{atm}$

**Application numérique**  $P_{atm} = 101\,325 \text{ Pa}$  correspond à  $h = 760 \text{ mm}$  de mercure

**Question** Pourquoi du mercure et pas de l'eau ?

La raison est que :

$$\begin{aligned}\rho_{Hg} &= 13.6 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \\ \rho_{\text{eau}} &= 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \Rightarrow \text{Si le montage utilisait de l'eau alors } h' \approx 10 \text{ m}\end{aligned}$$

Cette expérience a été réalisé par *Torriceli* en 1643.

## 2.4 Fluides homogènes et compressibles

### 2.4.1 Présentation d'un modèle de l'atmosphère

Ici, on cherche à déterminer  $P(z), \rho(z), T(z), \dots$

**Modèle de l'atmosphère isotherme** hypothèses :

- L'air se comporte comme un gaz parfait de masse molaire  $29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $\vec{g}$  est uniforme  $\left(\vec{g} = \vec{g}_0 \times \frac{R_T^2}{R_T^2 + z^2}\right)$  et  $(z \ll R_1)$
- La température est constante et vaut  $T_0$

### 2.4.2 Altitude caractéristique du modèle

Premièrement, déterminons  $P(B)$  et  $\rho(z)$

On a :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho(z)g$$

Or :

$$* \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V}$$

$$* PV = nRT \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT_0}$$

$$\Rightarrow \rho(z) = \frac{MP(z)}{RT_0} \Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{Mg}{RT_0}P(z)$$

D'où :

$$\Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{Mg}{RT_0}P(z)$$



Soit

$$\begin{aligned}
 \frac{dP}{P} &= -\frac{Mg}{RT_0} dz \\
 d[\ln(P)] &= -\frac{Mg}{RT_0} dz \\
 \int_{z=0}^z (d \ln[(P)]) &= \int_{z=0}^z -\frac{Mg}{RT_0} dz \\
 \ln[P(z)] - \ln[P(0)] &= -\frac{Mg}{RT_0} (z - 0) \\
 \ln\left[\frac{P(z)}{P(0)}\right] &= -\frac{Mg}{RT_0} z \\
 P(z) &= P_0 \exp\left[-\frac{Mg}{RT_0} z\right] \\
 P(z) &= P_0 \exp\left[-\frac{z}{H}\right] \text{ avec } H = \frac{RT_0}{Mg}
 \end{aligned}$$

Puis :

$$\begin{aligned}
 \rho(z) &= \frac{MP(z)}{RT_0} \\
 \rho(z) &= \underbrace{\frac{MP_0}{RT_0}}_{\rho_0} \times \exp\left[-\frac{z}{H}\right] \\
 \rho(z) &= \rho_0 \exp\left[-\frac{z}{H}\right]
 \end{aligned}$$

**N.B.** *Figure 2.10*

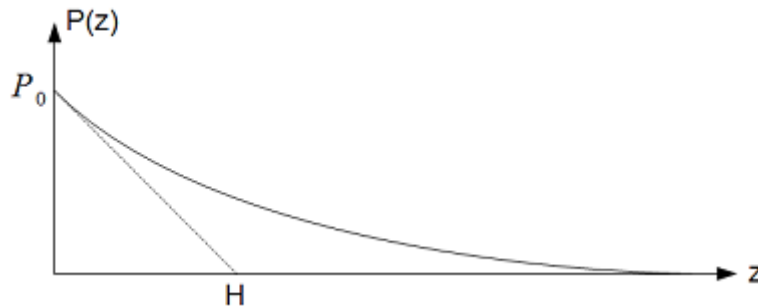


FIGURE 2.10 – Courbe de pression en fonction de l'altitude

$H$  = altitude caractéristique

A.N.

$$H = \frac{8.31 \times 293}{29.10^{-3} \times 9.81} \approx 8 \text{ km}$$

Ici, après  $3H$ , il n'y a presque plus de pression : on atteint les limites du modèle.

Déterminons  $h$  tel que si  $z \leq h$ ,  $P(z) \geq \frac{99}{100}P_0$

On a :

$$P(h) = P_0 \exp\left[-\frac{h}{H}\right] = \frac{99}{100}P_0$$

D'où

$$-\frac{h}{H} = \ln\left[\frac{99}{100}\right] \Rightarrow h = H \ln\left[\frac{100}{99}\right] \Rightarrow h \approx 80 \text{ m}$$

**N.B.** Le modèle  $T = T_0$  est peu réaliste, on peut utiliser  $T(z) = T_0(1-???)$

## 2.5 Poussée d'Archimède

**Définition** On appelle *poussée d'Archimède* la résultante des forces de pression qu'exerce un fluide sur un corps immergé.

**Illustration** Soit une canette de coca immergée dans l'eau (*Figure 2.11*)

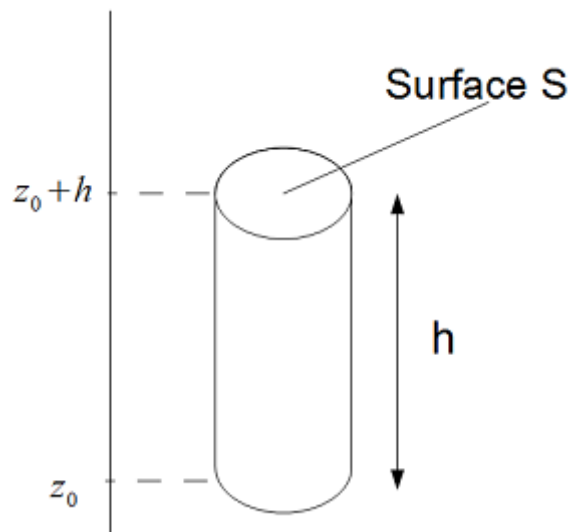


FIGURE 2.11 – Canette de coca immergée dans l'eau

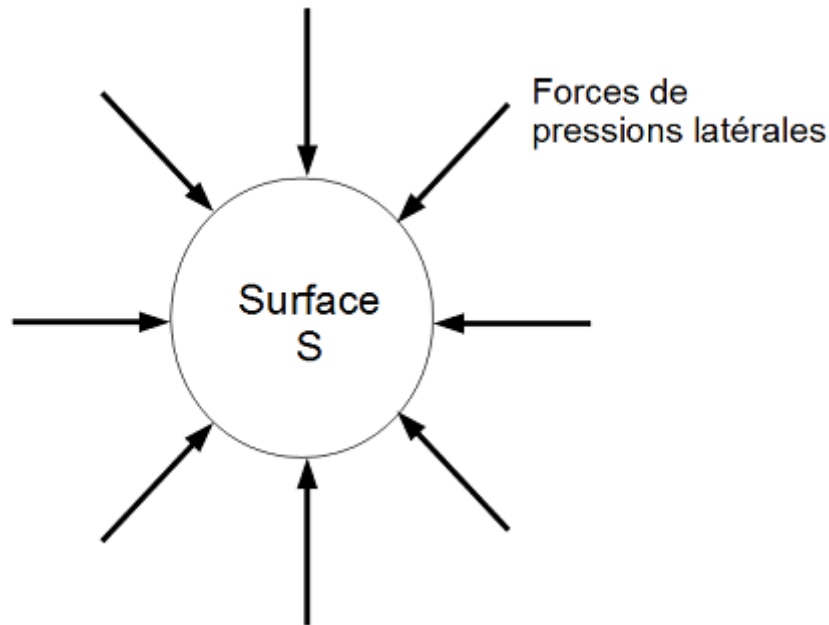


FIGURE 2.12 – Canette de coca immergée dans l'eau (vue du dessus)

**Question** Calculer la résultante des forces de pression.

- Résultante sur la surface latérale =  $\vec{0}$  (Figure 2.12)
- Base supérieure :

$$P(z_0 + h) \times S \times (-\vec{U}_z)$$

- Base inférieur :

$$P(z_0) \times S \times (+\vec{U}_z)$$

Donc,

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_A &= P(z_0)S\vec{U}_z - P(z_0 + h)S\vec{U}_z \\ &= \underbrace{[P(z_0) - P(z_0 + h)]}_{\rho gh} S\vec{U}_z \\ &= \rho \times \underbrace{hS}_{\text{Volume}} \times g\vec{U}_z \end{aligned}$$

**Théorème d'Archimède** Un solide immergé dans un ou plusieurs fluides subit une force égale et opposée au poids des fluides déplacés, c'est la *poussée d'Archimède*. Cette force s'applique au centre d'inertie des fluides déplacés.



# Chapitre 3

## 1<sup>er</sup> Principe de la Thermodynamique

### 3.1 Présentation

On étudie dans ce chapitre l'évolution d'un système d'un état d'équilibre à un autre.

#### Exemple

- Compression d'un gaz dans un piston
- Chauffage d'une casserole d'eau

Les transformations peuvent être :

- Brusques ou brutales, les paramètres ne sont pas définis entre les 2 états d'équilibre. Ces transformations sont nécessairement *irréversibles*.
- Lentes, on est en permanence dans un état d'équilibre. On parle de *transformations quasistatiques*. Une transformation quasistatique est *réversible* si on passe par les mêmes états d'équilibre dans un sens de la transformation ou dans l'autre. Cela suppose l'absence de *phénomène dissipatif*.

Phénomènes dissipatifs :

- Frottements secs ou fluide, inelasticité
- Diffusion de matière, de chaleur, de quantité de mouvement (viscosité).
- Inhomogénéité du système (ex : pression, température)

### 3.2 Énergie d'un système

L'énergie totale d'un système est  $E$  tel que :

$$E = U + E_{\text{macro}} + E_{\text{ext}}$$

Avec :

- $U$  Énergie interne ( $= Ec_{\text{agitation}} + Ep_{\text{int}}$ )
- $Ec_{\text{macro}}$  Énergie cinétique liée au mouvement d'ensemble
- $Ep_{\text{ext}}$  Énergie potentielle du système par rapport à l'extérieur

**N.B.** Exemple d'un ballon de foot rempli d'air et de masse  $m_B$  (Figure 3.1)

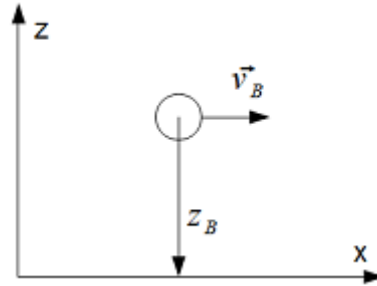


FIGURE 3.1 – Énergie du système "Ballon de foot"

$$Ec_{\text{macro}} = \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$Ep_{\text{ext}} = mgz_B + K$$

$$U = Ec_{\text{agitation}} + Ep_{\text{int}}$$

Avec :

- $Ep_{\text{int}}$  Énergie potentielle d'agitation entre les particules
- $Ec_{\text{agitation}}$  Énergie cinétique des particules en mouvement à cause de l'agitation thermique

Si on a un gaz parfait, on a :

$$U = Ec_{\text{agitation}}$$

### Propriétés de l'énergie interne $U$

- $U$  est une grandeur extensive, c'est-à-dire  $U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = U_{\Sigma_1} + U_{\Sigma_2}$
- $U$  est une fonction d'état c'est-à-dire que  $U$  ne dépend que des paramètres d'état

## 3.3 Transfert d'énergie

### 3.3.1 Transferts thermiques

Il y a 3 modes de transferts thermiques :

- Par *conduction* (ex : louche en argent dans la soupière)
- Par *rayonnement* (ex : chaleur supplémentaire au soleil)
- Par *convection* (ex : mouvement d'air dans une pièce chauffée)

**N.B.**

- On note  $Q$  la quantité d'énergie reçue par le système de la part de l'extérieur au cours de la transformation. Si la transformation est infinitésimale alors on notera  $\delta Q$  la quantité de chaleur reçue
- $Q$  peut être :
  - $> 0$  (effectivement reçue)
  - ou
  - $< 0$  (effectivement donnée)
- Lors d'une transformation adiabatique :
  - $\delta Q = 0$
  - $Q = 0$

**3.3.2 Travail des forces de pression**

Considérons un piston de section  $S$  : (Voir *Figure 3.2*)

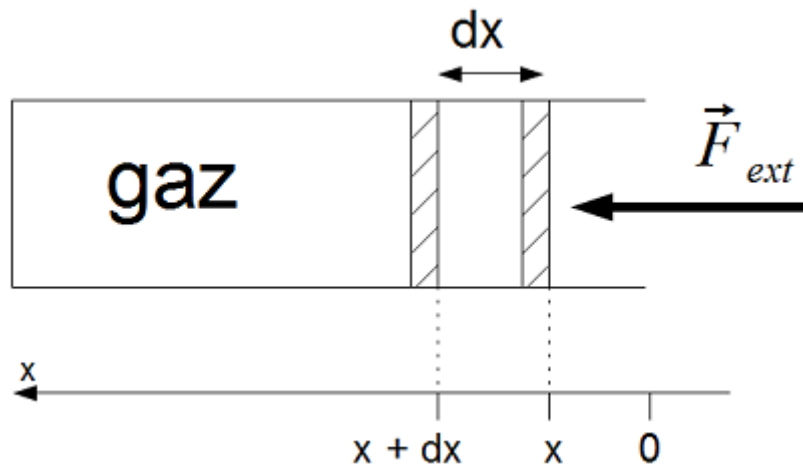


FIGURE 3.2 – Travail des forces de pressions d'un piston

$$\delta W_{\text{ext} \rightarrow \text{piston}} = \vec{F}_{\text{ext}} \times \vec{dl} = \text{travail reçue par le piston}$$

En  $x$  on est à l'équilibre :  $E_c(x) = 0$

En  $x + dx$  on est à l'équilibre :  $E_c(x + dx) = 0$

$$\Delta E_c = 0 = \delta W_{\text{ext} \rightarrow \text{piston}} + \delta W_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}}$$

D'où :

- $\delta W_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}} = \vec{F}_{\text{ext}} \times \vec{dl}$

$$\bullet \quad \delta W_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}} = - \delta W_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}}$$

$$\Rightarrow \delta W_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}} = -\vec{F}_{\text{ext}} d\vec{l}$$

On pose :

$$\vec{F}_{\text{ext}} = P_{\text{ext}} \times S \vec{u}_x$$

$$d\vec{l} = dx \vec{u}_x$$

Puis :

$$\delta W_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}} = -P_{\text{ext}} \underbrace{S dx}_{dV} \Rightarrow \delta W_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}} = \delta W = -P_{\text{ext}} dV$$

On a donc :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 -P_{\text{ext}} dV = \text{travail reçu par le gaz de l'état 1 à l'état 2}$$

**N.B. :**

- Si  $\delta W > 0$  : le gaz est comprimé, il reçoit effectivement de l'énergie.
- Si  $\delta W < 0$  : le gaz se détend, il a donné effectivement de l'énergie.
- Si la transformation est quasi-statique alors  $P = P_{\text{ext}}$  à tout instant donc  $\delta W = -PdV$

### 3.3.3 Autres formes de travail

**Travail électrique :**  $\delta W = Ri^2 dt = \frac{U^2}{R} dt$   
 (Voir Figure 3.3)

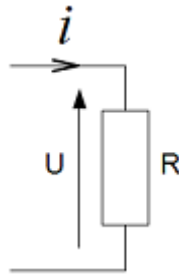


FIGURE 3.3 – Travail électrique sur un circuit

## 3.4 Premier principe

**Énoncé :** Pour un système fermé, le 1<sup>er</sup> principe est un principe de conservation de l'énergie, on a :

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2}$$



$$dU = \delta W + \delta Q$$

**Remarque :**

$$U = C \times T$$

$$dU = C_V \times dT$$

**Exemple 1** Soient 2 briques de capacité thermique  $C_1$  et  $C_2$ , initialement aux températures  $T_1$  et  $T_2$ . On les rassemble et on les isole thermiquement (Voir *Figure 4.2*)

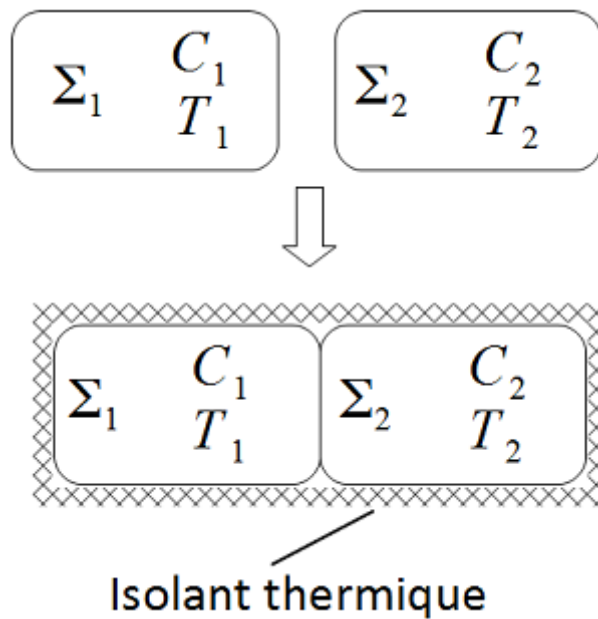


FIGURE 3.4 – État initial du système brique 1 + brique 2

**Question** Trouver  $T_f$

$$\Sigma_1 = \text{brique 1}$$

$$\Sigma_2 = \text{brique 2}$$

$$\Delta U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \underbrace{W_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}}_{=0} + \underbrace{Q_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}}_{=0} = 0$$

$U$  grandeur extensive :

$$\begin{aligned}\Delta U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} &= \Delta U_{\Sigma_1} + \Delta U_{\Sigma_2} \\ &= C_1 [T_f - T_1] + C_2 [T_f - T_2] \\ &= 0\end{aligned}$$

$$T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

**Exemple 2** Dans la brique 1 on a mis une résistance  $R_0$  qui est parcourue par un courant  $I$  pendant une durée  $\tau$

**Question** Trouver  $T'_f$

$$\Delta U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \underbrace{Q_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}}_{=0} + \underbrace{W_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}}_{=R_0 I^2 \times \tau}$$

$$\Delta U_{\Sigma_1} + \Delta U_{\Sigma_2} = R_0 I^2 \times \tau$$

$$C_1 [T'_f - T_1] + C_2 [T'_f - T_2] = R_0 I^2 \times \tau$$

$$\Rightarrow T'_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2 + R_0 I^2 \times \tau}{C_1 + C_2}$$

### 3.5 Fonction enthalpie

**Définition** L'*enthalpie*  $H$  est la fonction d'état extensive, définie par :

$$H = U + PV$$

**propriété** Pour une transformation isobare quasi-statique et où seul le travail des forces de pression intervient, on a :

$$dH = \delta Q$$

et

$$\Delta H = \underbrace{Q}_{1 \rightarrow 2}$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} dH &= dU + d(PV) \\ &= \delta Q - PdV + VdP + PdV \\ &= \delta Q + VdP \end{aligned}$$

Ici

$$\underbrace{dP=0}_{\text{isobare}} \Rightarrow dH = \delta Q$$

**Propriété** Seconde Loi de Joule

Pour un gaz parfait,  $H$  ne dépend que de  $T$  :  $H = H(T)$

**Rappel** Première Loi de Joule

$$U = U(T) \text{ pour un gaz parfait}$$

**N.B.** On a

$$\begin{aligned} H &= U + PV \\ H &= U(T) + nRT \\ H &= H(T) \end{aligned}$$

## 3.6 Capacités thermiques

### 3.6.1 Définitions

On définit :

$$\begin{aligned} C_V &= \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \\ C_P &= \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \end{aligned}$$

### 3.6.2 Cas des gaz parfaits

On a :

$$\begin{aligned} U = U(T) &\Rightarrow C_V = \frac{dU}{dT} \\ H = H(T) &\Rightarrow C_P = \frac{dH}{dT} \end{aligned}$$

On définit :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Avec :  $\gamma = \text{Constante} \approx 1.4$

**Propriété**

$$C_P - C_V = nR$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} H &= U + PV \\ &= U + nRT \\ \frac{dH}{dT} &= \frac{dU}{dT} + nR \\ \Rightarrow C_P - C_V &= nR \end{aligned}$$

**Propriété**

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

$$C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} C_P - C_V &= nR \\ C_P &= \gamma C_V \\ \Rightarrow \gamma C_V - C_V &= nR \\ C_V &= \frac{nR}{\gamma - 1} \\ C_P &= \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \end{aligned}$$

### 3.6.3 Cas des gaz condensées

Ici on a :

$$C_P \approx C_V = C$$

### 3.7 Lois de Laplace

Pour un gaz parfait, lors d'une transformation quasi-statique, adiabatique où seul le travail des forces de pression intervient, on a :

$$\begin{aligned} PV^\gamma &= \text{Constante} \\ P^{1-\gamma} T^\gamma &= \text{Constante} \\ TV^{\gamma-1} &= \text{Constante} \end{aligned}$$

#### Démonstration

$$\underbrace{\frac{dU}{C_V dT}}_{\frac{nRdT}{\gamma-1}} = \underbrace{\delta Q}_{=0} + \underbrace{\delta W}_{-PdV}$$

$$\frac{nRdT}{\gamma-1} = -PdV$$

Or

$$\begin{aligned} nRT &= PV \\ \Rightarrow nRdT &= PdV + VdP \end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned}
 nRdT &= -(\gamma - 1)PdV \\
 &= PdV + VdP \\
 PdV [1 + \gamma - 1] + VdP &= 0 \\
 \gamma PdV + VdP &= 0 \\
 (\gamma PdV + VdP) \times \frac{1}{PV} &= 0 \\
 \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} &= 0 \\
 \gamma d[\ln V] + d[\ln P] &= 0 \\
 \text{On intègre, } \ln [PV^\gamma] &= \ln [P_0 V_0^{\gamma-1}] \\
 PV^\gamma &= P_0 V_0^\gamma \\
 \text{Or, } P &= \frac{nRT}{V} \\
 \Rightarrow TV^{\gamma-1} &= T_0 V_0^{\gamma-1} \\
 V &= \frac{nRT}{P} \\
 P^{1-\gamma} T^\gamma &= P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma
 \end{aligned}$$

# Chapitre 4

## 2<sup>e</sup> Principe de la Thermodynamique

### 4.1 Présentation

Le 1<sup>er</sup> principe est le principe de conservation de l'énergie. Cependant, il ne donne pas d'information sur le sens de la transformation

#### Causes d'irréversibilités

- Phénomènes de diffusion (de particules, thermiques et de quantité de mouvements ou viscosité)
- Frottement (exemple rampe de skate)
- Inélasticité (exemple du ressort ou pare-choc)

### 4.2 Fonction entropie

#### 4.2.1 Définitions

**Source de chaleur** Une *source de chaleur* est défini comme un système fermé qui n'échange de l'énergie avec l'extérieur que sous forme de transfert thermique.

Exemples : Brique chaude dans un bain froid ou thermos fermé.

**Thermostat** Un *thermostat* est une source de chaleur particulière dont la température est constante.

Exemples : Mélange eau/glace ou l'atmosphère

**N.B.** Un thermostat échange de l'énergie avec l'extérieur de façon *réversible*.

### 4.2.2 Énoncé du 2e Principe

#### Énoncé sous forme intégrée

Le second principe postule l'existence d'une *fonction d'état* extensive  $S$ , l'entropie définie par :

$$\Delta S_{A \rightarrow B} = S_{A \rightarrow B}^e + S_{A \rightarrow B}^c$$

Avec :

$$S_{A \rightarrow B}^e = \int \frac{\delta Q_e}{T_e} = \text{entropie d'échange}$$

$$\begin{aligned} S_{A \rightarrow B}^c &= \text{entropie de création} \\ &= 0 \text{ si la transformation de A à B est réversible} \\ &> 0 \text{ si la transformation de A à B est irréversible} \end{aligned}$$

#### N.B.

- $\delta Q_e = \delta Q$  transfert thermique reçu (dans 9 cas sur 10, chaleur reçu) de la part de la ou les sources extérieures
- $T_e$  = température de l'interface (Voir *Figure 4.1*)

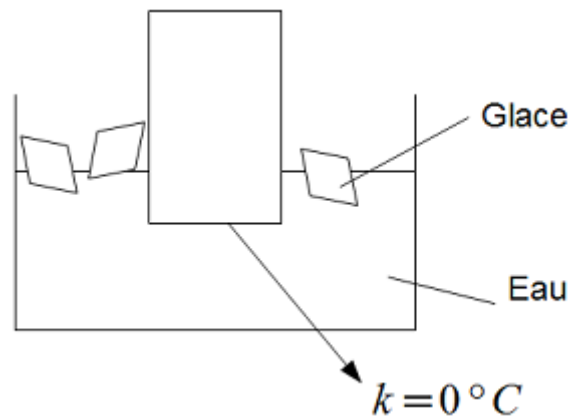


FIGURE 4.1 – Mélange d'eau et de glace (mélange à  $0^\circ \text{C}$ )

$$- [S] = J.K^{-1}$$



**Énoncé sous forme différentielle**

On a :

$$dS = \delta S^e + \delta S^c$$

Avec :

$$\begin{aligned}\delta S^e &= \frac{\delta Q_e}{T_e} \\ \delta S^c &= 0 \text{ si réversible} \\ &> 0 \text{ si irréversible}\end{aligned}$$

**Exemple**

**Énoncé** Soit 2 solides  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ , de capacités thermiques  $C_1$  et  $C_2$ , de températures initiales  $T_1$  et  $T_2$ . On les assemble en les isolant (Voir *Figure 4.2*)

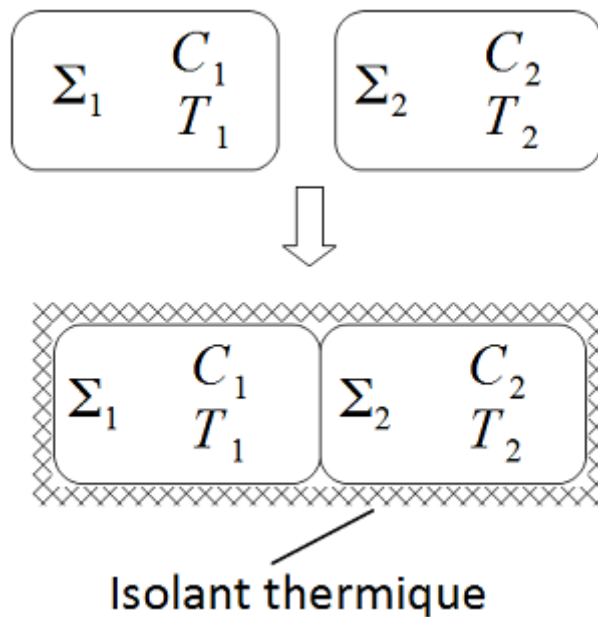


FIGURE 4.2 – Deux briques isolés thermiquement et mis en contact

Q) Montrons que  $S^c > 0$  pour  $T_1 \neq T_2$

On a vu :

$$T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

**Calcul de  $\Delta S_{\Sigma_1}$  ?** État initial de  $\Sigma_1 = T_1$  État final de  $\Sigma_1 = T_f$

On imagine une transformation fictive faisant passer  $\Sigma_1$  de l'état initial (  $T_1$  ) à l'état final (  $T_f$  ) de façon *réversible*.

On a :

$$dS = \delta S^e + \underbrace{\delta S^C}_{=0 \text{ car réversible}}$$

Or

$$\begin{aligned} dU_{\Sigma_1} &= C_1 dT \\ &= \delta Q + \underbrace{\delta W}_{=0} = 0 \end{aligned}$$

D'où :

$$\Rightarrow \boxed{\delta Q = C_1 dT}$$

On a donc :

$$dS = \delta S^e = \frac{C_1 dT}{T_e}$$

Or la transformation est réversible :

$$\Rightarrow T_e = T \Rightarrow dS = C_1 \frac{dT}{T}$$

$S$  est fonction d'état

$$\boxed{\Delta S_{\Sigma_1} = C_1 \ln \left( \frac{T_f}{T_1} \right)}$$

**Calcul de  $\Delta S_{\Sigma_2}$  ?** De la même manière on trouve :

$$\boxed{\Delta S_{\Sigma_2} = C_2 \ln \left( \frac{T_f}{T_2} \right)}$$

**Calcul de  $S^C$  ?** On a :

$$\Delta S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \underbrace{S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}^e}_{=0 \text{ car } \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \text{ isolé}} + \underbrace{S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}^C}_{S^C}$$

On a donc :

$$\boxed{S^C = C_1 \ln \left( \frac{T_f}{T_1} \right) - C_2 \ln \left( \frac{T_f}{T_2} \right)}$$

**Montrons que  $S^C > 0$  si  $T_1 \neq T_2$**

Supposons  $C_1 = C_2 = C$  :

$$\Rightarrow T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$S^C = C \ln \left[ \frac{(T_1 + T_2)^2}{4\pi T_f} \right]$$

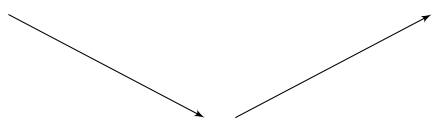
On a aussi :

$$S^C = C \ln \left[ \frac{\left(1 + \frac{T_2}{T_1}\right)^2}{4\frac{T_1}{T_2}} \right]$$

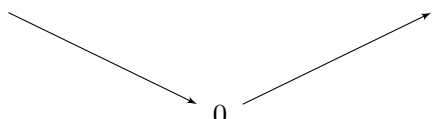
Étudions :  $f(x) = \frac{(1+x)^2}{x}$  pour  $x \in ]0; +\infty[$

On a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2x(1+x) - (1+x^2)}{x^2} \\ &= \frac{(1+x)(x-1)}{x^2} \\ &= \frac{x^2 - 1}{x^2} \end{aligned}$$

$x$	0	1	$+\infty$
$f'$		-	+
$f$			

On a donc :

$\frac{T_1}{T_2}$	0	1	$+\infty$
$S^C$			

$$\begin{aligned}
 S^C &= 0 \text{ si } T_1 = T_2 \text{ réversible} \\
 &> 0 \text{ si } T_1 \neq T_2 \text{ irréversible}
 \end{aligned}$$

### Système isolé

Si le système est isolé alors  $\delta S^e = 0 \Rightarrow dS = \delta S = \delta S^C \geq 0$ . Dans un système isolé l'entropie ne fait que croître.

## 4.3 Identité thermodynamique

### 4.3.1 Énoncé

On a pour une transformation réversible :

$$\boxed{dU = TdS - PdV}$$

**N.B.** Formule utilisable tout le temps

**Justification de l'expression** On a :

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Or

$$dS = \delta S^e = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\text{Réversible} \Rightarrow T_e = T \Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \boxed{\delta Q = TdS}$$

$\delta W = PdV$  ici seulement les forces de pressions

### 4.3.2 Autre formulation

Avec :

$$\begin{aligned}
 H &= U + PV \\
 dH &= dU + PdV + VdP \\
 &= TdS - PdV + PdV + VdP \\
 &= TdS + VdP
 \end{aligned}$$

$$\boxed{dH = TdS + VdP}$$

### 4.3.3 Application aux solides

Soit une transformation quelconque faisant passer de l'état  $(T_A)$  à l'état  $(T_B)$ .

On a

$$\begin{aligned} dU &= C dT \\ &= T dS - P dV \\ &= T dS - 0 \\ dS &= C \frac{dT}{T} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta S_{A \rightarrow B} = C \ln \left( \frac{T_B}{T_A} \right)}$$

### 4.3.4 Application aux gaz parfaits

**Expression de  $\Delta S_{A \rightarrow B}$  en variables  $(T, V)$**

$$dU = \underbrace{C_V}_{\frac{nR}{\gamma-1}} dT = T dS - P dV$$

$$dS = \frac{nR}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + \frac{P dV}{T}$$

Or

$$\frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$$

Donc,

$$dS = \frac{nR}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\boxed{\Delta S_{A \rightarrow B} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left( \frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}} \right)}$$

Expression de  $\Delta S_{A \rightarrow B}$  en variable  $(P, V)$  ou  $(T, P)$



## Chapitre 5

# Machines Thermiques

### 5.1 Introduction

- Moteurs thermiques (essence, diesel, ...)
- Frigo, climatisation
- Pompe à chaleur

**Principe de fonctionnement d'un frigo** (Voir *Figure 5.1*)

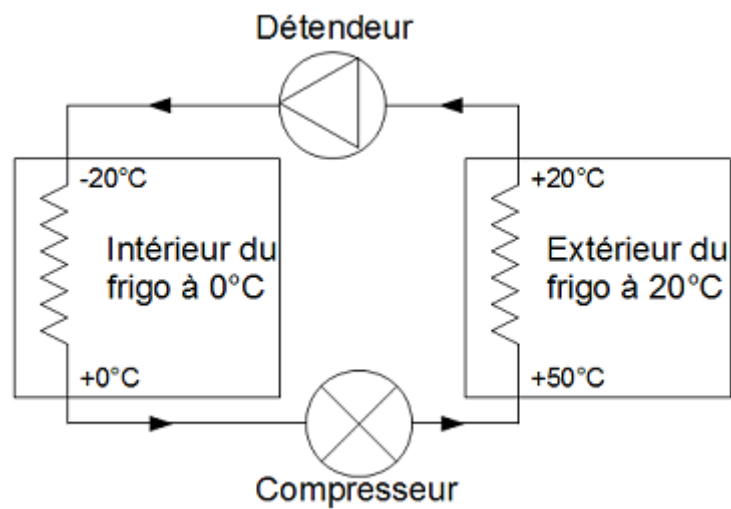


FIGURE 5.1 – Fonctionnement de la machine thermique "Frigo"

## 5.2 Modélisation

### 5.2.1 Définitions

- Source de chaleur et thermostat : cf. Second Principe
- Les sources de chaleur seront ici supposées être des thermostats

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{source}} = \frac{Q_{\text{source}}}{T_{\text{source}}} \text{ Avec : } S_{\text{source}}^C = 0$$

**Source méconique :** Tout système qui échange de l'énergie mécanique sans transfert thermique

**Définition** Une *machine thermique* est un système dans lequel un fluide décrit un cycle

### 5.2.2 Machine ditherme

Une *machine ditherme* est une machine qui échange de l'énergie thermique avec 2 sources de chaleur (Voir Figure 5.2) :

- Source chaude à  $T_C$
- Source froide à  $T_f$

Avec  $T_f < T_C$

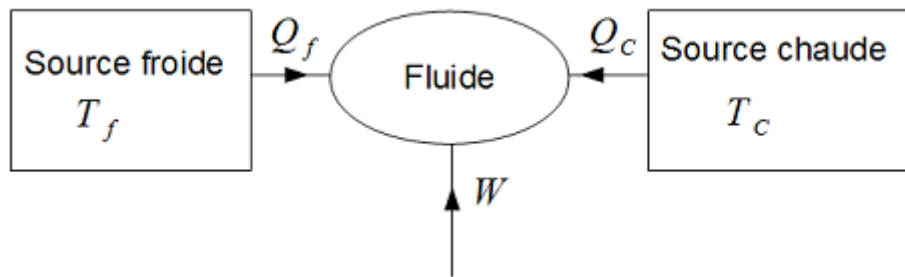


FIGURE 5.2 – Fonctionnement d'une machine dithermique

- $Q_C$  = Chaleur reçue par le fluide de la part de la source *chaude*
- $Q_f$  = Chaleur reçue par le fluide de la part de la source *froide*
- $W$  = Travail reçu par le fluide

**Exemple du frigo**

$$\begin{cases} Q_C < 0 \\ Q_f > 0 \\ W > 0 \end{cases}$$



**Bilan thermodynamique :**1<sup>er</sup> principe :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = Q_C + Q_f + W \quad \underbrace{\equiv 0}_{\text{car } U \text{ fonction d'état}}$$

$$\boxed{Q_C + Q_f + W = 0}$$

Second principe :

$$\Delta S_{\text{cycle}} \quad \underbrace{\equiv 0}_{\text{car } S \text{ fonction d'état}} = S_{\text{chaud}}^e + S_{\text{froid}}^e + S^C$$

or

$$S_{\text{chaud}}^e = \frac{Q_C}{T_C}$$

$$S_{\text{froid}}^e = \frac{Q_f}{T_f}$$

On a donc :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} + S^C = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0}$$

**Diagramme de Raveau** C'est le diagramme des zones de fonctionnement dans le plan  $Q_C, Q_f$  (Voir *Figure 5.3*)

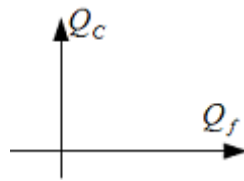


FIGURE 5.3 – Plan d'étude d'un diagramme de Raveau

On a :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_C \leq -\frac{T_C}{T_f} Q_f}$$

On a un fonctionnement moteur si  $W < 0$ , Or :

$$W = -Q_C - Q_f$$

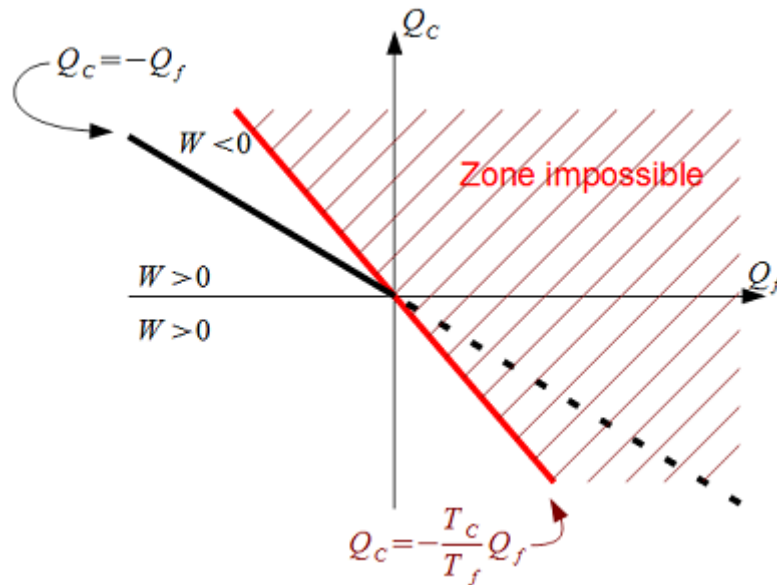


FIGURE 5.4 – Diagramme de Raveau

$$\Rightarrow \text{Fonctionnement moteur si } -Q_C - Q_f < 0 \Rightarrow \boxed{Q_C > -Q_f}$$

On obtient le diagramme *Figure 5.4*

Pour avoir un cycle moteur, il faut :

- $Q_C > 0$  : Le fluide *reçoit* effectivement de l'énergie de la source *chaude*
- $Q_f < 0$  : Le fluide *donne* effectivement de l'énergie à la source *froide*

### 5.2.3 Étude des moteurs thermiques

On a :

$$\begin{cases} Q_C > 0 \\ Q_f < 0 \\ W < 0 \end{cases}$$

**Rendement d'un moteur**

$$\boxed{\eta = \frac{|W|}{Q_C} = -\frac{W}{Q_C}}$$

Or ici

$$-W = Q_C + Q_f$$

Donc,

$$\eta = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C}$$

Donc,

$$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_C}$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_C}{T_C} &\leq 0 \\ \frac{Q_f}{T_f} &\leq -\frac{Q_C}{T_C} \\ \frac{Q_f}{Q_C} &\leq -\frac{T_f}{T_C} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Q_f}{Q_C} \leq -\frac{T_f}{T_C}}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} &\leq 1 - \frac{T_f}{T_C} \\ \Rightarrow \boxed{\eta \leq \frac{T_C - T_f}{T_C}} &= \eta_{\max} \end{aligned}$$

**Exemple** Si :

- $T_f = 20^\circ\text{C}$
- $T_C = 1000^\circ\text{C} \Rightarrow \eta_{\max} = 77\%$

**N.B.**  $\eta_{\max}$  est atteint pour des cycles réversibles (qui n'existent pas)

#### 5.2.4 Étude des machines frigorifiques

On a :

$$\begin{cases} Q_C < 0 \\ Q_f > 0 \\ W > 0 \end{cases}$$

**Efficacité**

$$\boxed{e = \frac{Q_f}{W}}$$

Or,

$$W = -Q_C - Q_f$$

$$\Rightarrow e = \frac{-Q_f}{Q_C + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_f}}$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{Q_C}{T_C} &\leq -\frac{Q_f}{T_f} \\ \frac{Q_C}{Q_f} &\leq -\frac{T_C}{T_f} \\ 1 + \frac{Q_C}{Q_f} &\leq 1 - \frac{T_C}{T_f} \\ \frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_f}} &\geq \frac{1}{1 - \frac{T_C}{T_f}} = \frac{T_f}{T_f - T_C} \\ \Rightarrow e &= -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_f}} \leq \frac{T_f}{T_C - T_f} \end{aligned}$$

$$e \leq e_{\max} = \frac{T_f}{T_C - T_f}$$

**N.B.** Exemple :

- $T_C = 20^\circ\text{C}$
- $T_f = 0^\circ\text{C}$
- $e_{\max} = \frac{273}{20} \approx 13.5$

Si  $e = 4$ , cela signifie que pour refroidir le frigo de 5 kJ il faut payer à EDF 1.25 kJ

### 5.2.5 Pompes à chaleur

#### Présentation

Une *pompe à chaleur* "pompe" de l'énergie gratuite à l'extérieur de l'habitation (dans l'air, le sol, de l'eau ...) pour la transporter à l'intérieur de la maison (*Figure 5.5*)

#### Formalisation thermodynamique

- Source chaude = intérieur maison
- Source froide = extérieur maison

$$\begin{cases} Q_C < 0 \\ Q_f > 0 \\ W > 0 \end{cases}$$

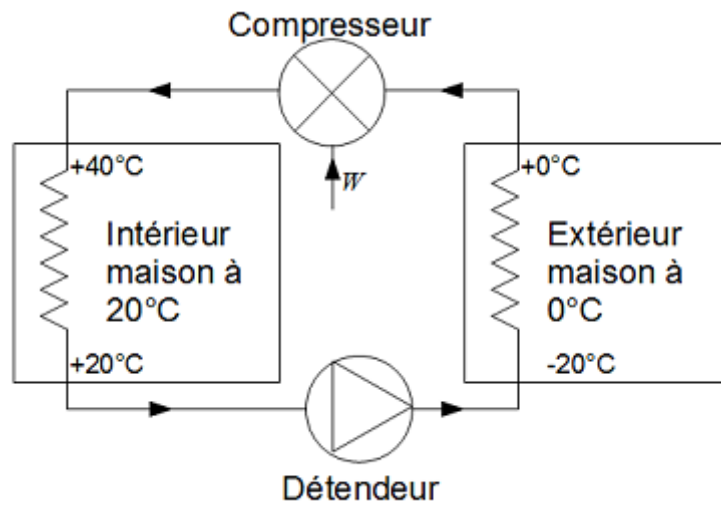


FIGURE 5.5 – Fonctionnement de la machine thermique "Pompe à chaleur"

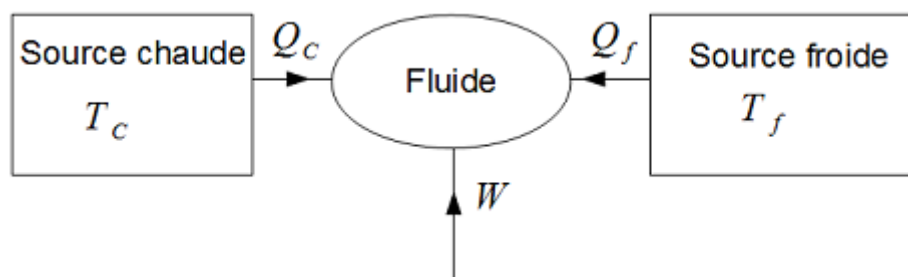


FIGURE 5.6 – Fonctionnement d'une machine dithermique

On a :

$$\begin{cases} W + Q_C + Q_f &= 0 \\ \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} &\leq 0 \end{cases}$$

### Efficacité de la Pompe à Chaleur (PAC)

On a :

$$e = \frac{-Q_C}{W} \quad (Q_C < 0)$$

On a de plus :

$$W = -Q_C - Q_f$$

Donc,

$$e = \frac{Q_C}{Q_C + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_C}}$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} &\leq 0 \\ \frac{Q_f}{T_f} &\leq -\frac{Q_C}{T_C} \\ \frac{Q_f}{Q_C} &\geq -\frac{T_f}{T_C} \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{aligned} 1 + \frac{Q_f}{Q_C} &\geq 1 - \frac{T_f}{T_C} = \frac{T_C - T_f}{T_C} \\ e &\leq e_{\max} = \frac{T_C}{T_C - T_f} \end{aligned}$$

### A.N.

$$- T_C = 20^\circ\text{C}$$

$$- T_f = 0^\circ\text{C}$$

$$- e_{\max} = \frac{293}{20} \approx 15$$

En pratique,  $e \approx 3$  à 4

### Exemple

A la construction d'une maison, on doit installer un chauffage. La puissance est de 6 kW en moyenne pendant les six mois les plus froids.

Il y a deux possibilités :

- Chauffage 100% électrique :  
     Coût d'installation : 0 €  
     Coût de maintenance : 0 €/an
- Pompe à Chaleur, avec une efficacité  $e = 3$  :  
     Coût d'installation : 10 000 €  
     Coût de maintenance : 400 €/an

**Question** Au bout de combien de temps la Pompe à Chaleur est "rentable" ?  
 Donnée : 1 kWh  $\approx$  0,13 €

**Étude du 100% électrique :**

$$6 \text{ kWh} \times \underbrace{24}_{24 \text{ h/j}} \times \underbrace{30}_{30 \text{ j/m}} \times \underbrace{6}_{6 \text{ mois}} \times 0,13 = 3370 \text{ €/an}$$

**Étude de la Pompe à Chaleur :** On a ici :

$$e = \frac{P_{\text{chauffage}}}{P_{\text{EDF}}} \Rightarrow P_{\text{EDF}} = 2 \text{ kW}$$

- Coût total EDF : 1120 €/an
- Coût maintenance : 400 €/an
- Coût total : 1520 €/an

Il faut donc 6 années et demi pour amortir la pompe à chaleur.

### 5.2.6 Cycle de Carnot

**Définition** Un cycle de Carnot est composé de 2 isothermes et de 2 adiabatiques (Ce cycle est réversible).

**N.B.** *Réversible*  $\Rightarrow e$  ou  $\eta$  : maximum

**Représentation dans un diagramme de Clapeyron** (*Figure 5.7*)

**Représentation dans un diagramme entropique** (*Figure 5.8*)

**Diagramme de Clapeyron** C'est une représentation des transformations quasi-statiques. On peut tracer les courbes selon les cas (voir *Figure 5.9*)

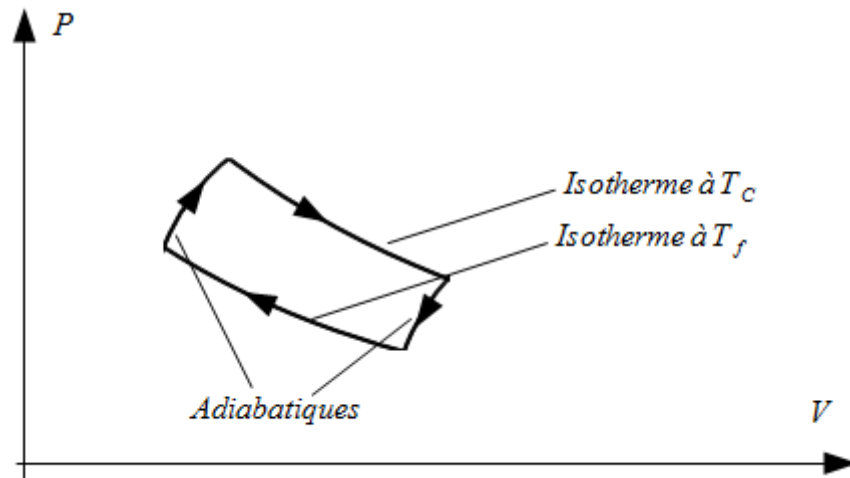


FIGURE 5.7 – Diagramme de Clapeyron d'un cycle de Carnot

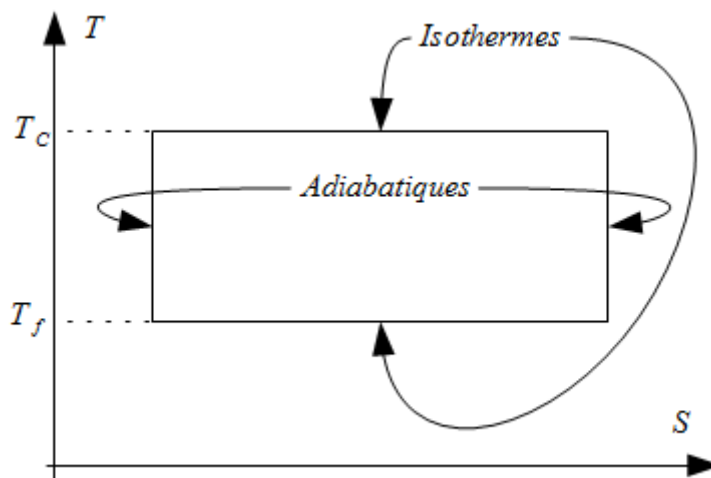
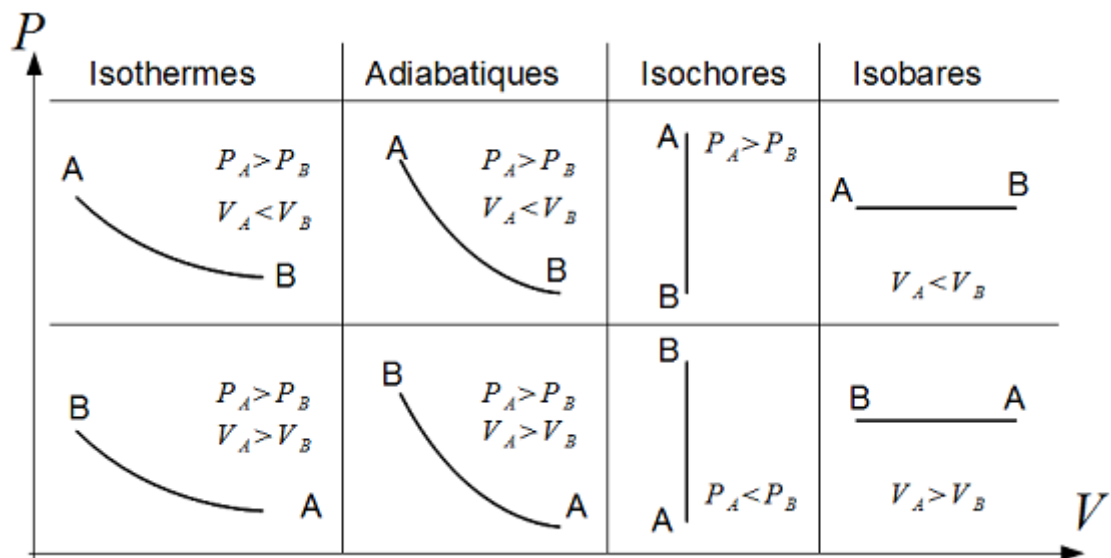


FIGURE 5.8 – Diagramme entropique



FIGURE 5.9 – Courbes d'un diagramme de Clapeyron selon les cas ( $A \rightarrow B$ )



## Chapitre 6

# Le corps pur diphasé

### 6.1 Présentation

#### 6.1.1 Dans la vie quotidienne

- Eau bouillante :  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $P = 1\text{ atm}$ . On a  $T = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$  quel que soit la puissance de chauffage. Attention : l'eau est bouillante à  $95\text{ }^{\circ}\text{C}$  à 4000 m
- Mélange eau / glace :  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  Avec des pieds dans le mélange la température reste à  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  tant qu'il y a des glaçons.
- Au Moyen Âge : "Chauffage à bassines d'eau". Les bassines d'eau dans le sellier "chauffent" l'air qui est en dessous de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Fabrication de sorbets avec une bassine plongée dans un mélange d'eau salée et de glace salée à  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$  (voir *Figure 6.1*)

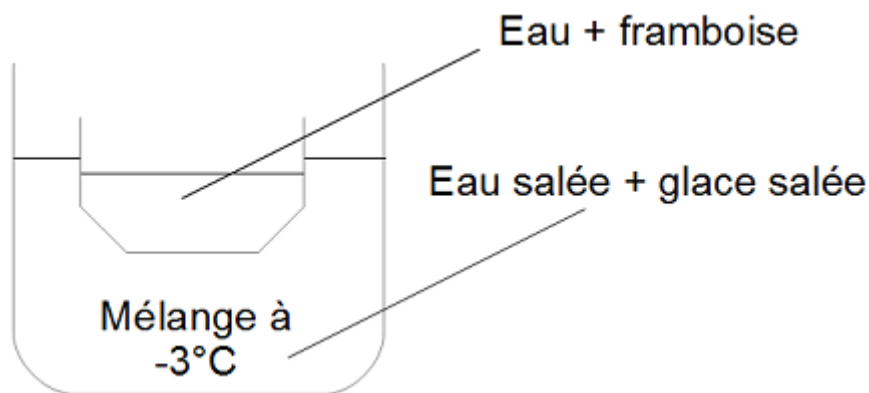


FIGURE 6.1 – Fabrication de sorbets au Moyen-Âge

- Température d'ébullition et de fusion différent selon les corps purs

### 6.1.2 Vocabulaire

Voir *Figure 6.2* pour le vocabulaire des changements d'états de la matière.

Attention ! Il faut faire attention aux notations : l'enthalpie et l'entropie en *minuscules* ( $h(T)$ ,  $s(T)$ ) correspondent à l'enthalpie *massique* et à l'entropie *massique*.

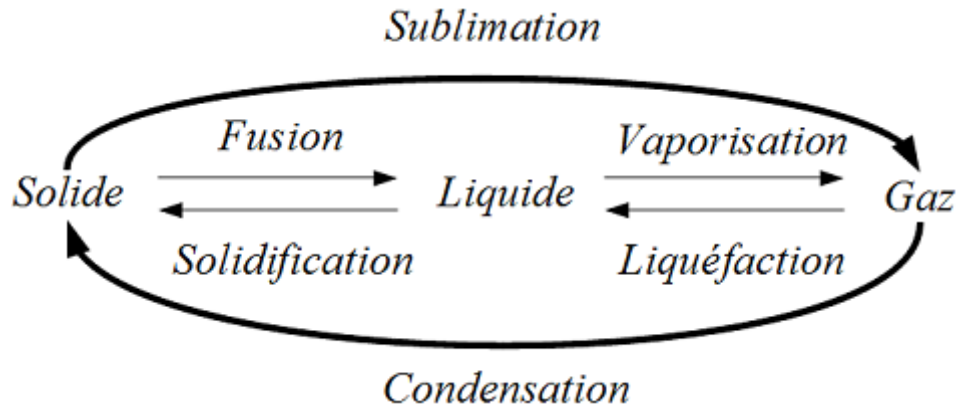


FIGURE 6.2 – Les changements d'états de la matière

### 6.1.3 Propriétés

A pression constante le changement d'état s'effectue également à température constante. Pour de l'eau bouillante, toute l'énergie apportée sert au changement d'état.

On a donc <Laisser de la place ici pour plus tard>

## 6.2 Étude thermodynamique

### 6.2.1 Enthalpie de changement d'état

**Définition** On appelle enthalpie massique de transition de phase, à la température  $T$ , l'énergie thermique transférer réversiblement pour faire passer l'unité de masse du corps pur de la phase 1 à la phase 2.

Cette grandeur s'exprime en  $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$

$$\Delta h(T) = L_{1 \rightarrow 2} = \underbrace{h_2(T)}_{\text{enthalpie massique à l'état 2}} - \underbrace{h_1(T)}_{\text{enthalpie massique à l'état 1}}$$

**N.B.** :

- $L_{1 \rightarrow 2} = \Delta_{1 \rightarrow 2}$  est une grandeur algébrique, positive dans le cas d'un passage d'un état à un état plus désordonné.

– Quelques valeurs :

	$T_f(K)$	$L_f(kJ.kg^{-1})$	$T_V(K)$	$L_V(kJ.kg^{-1})$
$H_2O$	273	334	373	2257
$O_2$	54	14	90	213
$NH_3$	198	452	258	1369

### 6.2.2 Entropie de changement d'état

Le changement d'état peut être considéré comme réversible. On a donc :

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2}(T) = s_2(T) - s_1(T) = \frac{L_{1 \rightarrow 2}(T)}{T}$$

**Exemple** Pour l'eau :

$$\Delta s_{S \rightarrow L}(273 \text{ K}) = 1.22 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta s_{L \rightarrow V}(373 \text{ K}) = 6.05 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On a :

$$\Delta s_{S \rightarrow L} \text{ et } \Delta s_{L \rightarrow V} > 0$$

C'est normal, car le désordre augmente.

## 6.3 Diagramme de changement d'états

### 6.3.1 Isothermes et diagrammes (P, V)

<Insérer diagramme>

Isotherme à température telle que  $T_1 < T_2 < T_3 < T_C < T_4$

**Zone 1** : de  $A_0$  à  $A_2$

- Fortement compressible ( $P$  augmente peu avec  $v$ )
- Milieu gazeux
- En  $A_2$  apparition de la première goutte de liquide

**Zone 2** : de  $A_2$  à  $A_4$

- $P$  reste constante avec  $v$  diminuant. Le changement d'état a lieu quand on comprime le gaz qui devient liquide.
- On a coexistence des 2 états liquides et vapeur
- En  $A_2 \approx 100\%$  gaz mais en  $A_n \approx 100\%$  liquide.
- En  $A_2$  apparition de la première goutte de liquide

**Zone 3** : de  $A_4$  à  $A_6$

- Faible compressibilité (il faut augmenter beaucoup  $P$  pour obtenir une faible diminution de  $v$ )
- On est ici 100% liquide (phase condensés)

**N.B.** Si  $T' > T$  On a la même allure d'isotherme. Mais si  $T' > T_C$  on n'a plus le palier de *transition de phase*.

### 6.3.2 Diagramme (P, T)

<Insérer diagramme>

Les courbes représentent les changements d'état.

**Courbe 1** : équilibre solide / liquide

- Pente positive très raide, illimités vers les hautes pressions.
- La température de fusion varie peu avec la pression

**Courbe 2** : équilibre solide / vapeur

- Pente positive

**Courbe 3** : équilibre liquide / vapeur

- Limité par le point C (point critique) au delà duquel on n'a plus de transition de phase.
- On parle de fluide *hypercritique*
- Pente positive  $\Rightarrow$  température d'ébullition augmente avec  $P$

**Point T** : Au point triple, les trois phases cohabitent.

<Tableau ici>

	Point Triple	Point Critique
--	--------------	----------------

**Cas de l'eau** <insérer schéma>

En comprimant de la glace, on la fait fondre.

**Lien entre les 2 diagrammes** <Diagramme>

## 6.4 Grandeurs massiques

### 6.4.1 Définition

On considère un équilibre liquide / vapeur. On a :

$$m = m_V + m_L$$

Avec :

- $m$  : masse totale
- $m_V$  : masse de vapeur
- $m_L$  : masse de liquide

On définit :

$$x = \frac{m_V}{m} = \text{Titre massique en vapeur}$$

### 6.4.2 Grandeurs massiques

Soit un mélange liquide / vapeur à la température  $T$ .

Calculons  $h(x, T)$  = enthalpie massique à la température  $T$  pour une proportion  $x$  de vapeur.

Soit une masse  $m$  du mélange, on a :

$$\begin{aligned} H(x, T) &= mh(x, T) \\ &= H_V(x, T) + H_L(x, T) \\ &= m_V h_V(T) + m_L h_L(T) \\ h(x, T) &= \underbrace{\frac{m_V}{m}}_x h_V(T) + \underbrace{\frac{m_L}{m}}_{\frac{m-m_V}{m}=1-x} h_L(T) \\ &= x h_V(T) + (1 - x) h_L(T) \end{aligned}$$

On a donc :

$$h(x, T) = [h_V(T) - h_L(T)]x + h_L(T)$$

**N.B.**

- Si  $x = 0$  (100% liquide)  $h(0, T) = h_L(T) \Rightarrow$  Logique
- Si  $x = 1$  (100% vapeur)  $h(1, T) = h_V(T) \Rightarrow$  Logique
- On peut généraliser pour  $u(x, T), \theta(x, T), s(x, T), \dots$





# Chapitre 7

## Diffusion thermique

### 7.1 Loi de Fourier

#### 7.1.1 Introduction

- La chaleur va du chaud vers le froid.
- Considérons une surface  $S$  entre  $t$  et  $t + dt$ , un transfert thermique  $\delta Q$  a lieu.
- On pose

$$\delta Q = \Phi dt$$

Où  $\Phi$  = flux thermique à travers  $S$

**N.B.**

- $[\Phi] = J.s^{-1} = W$
- Sur un mur,  $\Phi$  est la puissance totale traversant le mur d'un point de vue macroscopique.
- Au niveau microscopique, on définit  $\vec{j}_Q$  tel que

$$\Phi = \iint_{P \in S} \vec{j}_Q(P) d\vec{S}_P$$

Avec :

- $\vec{j}_Q$  = vecteur densité de courant de chaleur
- $[j_Q] = Wm^{-2}$  = c'est une puissance surfacique.

#### 7.1.2 Loi de Fourier

**Énoncé** Au voisinage de l'équilibre ( $\vec{\text{grad}}T$  pas trop grand), on a :

$$\vec{j}_Q = -\lambda \vec{\text{grad}}T$$

Avec :

- $\vec{j}_Q$  en  $Wm^{-2}$
- $\lambda$  en  $Wm^{-1}K^{-1}$
- $T$  en  $K$

**N.B.**

- $\lambda$  = conductivité du milieu
  - Si  $\lambda$  grand (ex : métaux), milieu bon conducteur thermique
  - $\lambda$  petit (ex : air, laine de verre, ...), milieu mauvais.