

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна **0.8**. Стрелок выстрелил **100 раз**. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно **85 раз**.

**РЕШЕНИЕ:**

Биномиальное распределение. Определение вероятности по формуле Бернулли:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{(n-k)}$$

$$P(X = 85) = C_{100}^{85} \cdot 0.8^{85} \cdot 0.2^{(100-85)} = \frac{100!}{85!(100-85)!} 0.8^{85} \cdot 0.2^{15} = 0.0481 = 4.8\%$$

2. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна **0.0004**. В жилом комплексе после ремонта в один день включили **5000** новых лампочек. Какова вероятность, что **ни одна из них** не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят **ровно две**?

**РЕШЕНИЕ:**

Закон редких событий при малых **p** и больших **n**. Определение вероятности по формуле Пуассона:

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}, \text{ где } M(X) = \lambda = n \cdot p$$

- 1) Вероятность, что 0 лампочек перегорит:

$$P_0 \approx \frac{(0,0004 \cdot 5000)^0}{0!} \cdot e^{-(0,0004 \cdot 5000)} = e^{-2} = 0,135 = 13,5\%$$

- 2) Вероятность, что перегорит ровно 2:

$$P_2 \approx \frac{(0,0004 \cdot 5000)^2}{2!} \cdot e^{-(0,0004 \cdot 5000)} = 2e^{-2} = 0,27 = 27\%$$

3. Монету подбросили **144 раза**. Какова вероятность, что орел выпадет **ровно 70 раз**?

**РЕШЕНИЕ:**

Биномиальное распределение. Определение вероятности по формуле Бернулли:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{(n-k)}$$

Вероятность выпадения орла и решки одинакова и равна 0,5

$$P(X = 70) = C_{144}^{70} \cdot 0.5^{70+74} = \frac{144!}{70! 74!} 0.5^{144} = 0,0628 = 6,28\%$$

4. В первом ящике находится **10 мячей**, из которых **7 - белые**. Во втором ящике - **11 мячей**, из которых **9 белых**. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по **два мяча**.

**РЕШЕНИЕ:** можно через сочетания, можно через теорему умножения

- 1) Какова вероятность того, что все мячи белые?

Вероятность достать из первого ящика два белых мяча:

$$P_1 = 7/10 * 6/9 = 7/15$$

Из второй:

$$P_2 = 9/11 * 8/10 = 36/55$$

Вероятность достать 4 белых мяча:

$$P_3 = P_1 P_2 = 7/15 * 36/55 = 0.3055 = 30.55\%$$

- 2) Какова вероятность того, что ровно два мяча белые?

**a) Вероятность достать 2 белых мяча только из 1 ящика:**

$P_1 = 7/10 * 6/9 = 7/15$  – вероятность достать 2 белых мяча из 1 ящика

$P_2 = 2/11 * 1/10 = 1/55$  - вероятность не достать ни одного белого из 2

$$P_{31} = P_1 P_2 = 7/15 * 1/55 = 0.0085 = 0.85\%$$

**b) Вероятность достать 2 белых мяча только из 2 ящика:**

$P_1 = 9/11 * 8/10 = 36/55$  – вероятность достать 2 белых мяча из 2 ящика

$P_2 = 3/10 * 2/9 = 1/15$  - вероятность не достать ни одного белого из 1

$$P_{32} = P_1 P_2 = 1/15 * 36/55 = 0.0436 = 4.36\%$$

**c) Вероятность достать 2 белых мяча по одному из каждого ящика:**

$P_1 = (7/10 * 3/9) + (3/10 * 7/9) = 7/30 + 7/30 = 7/15$  – вероятность достать один белый и один не белый мяч из 1 ящика

$P_2 = (9/11 * 2/10) + (2/11 * 9/10) = 18/55$  - вероятность достать один белый и один не белый мяч из 2 ящика

$$P_{33} = P_1 P_2 = 7/15 * 18/55 = 0.1527 = 15.27\%$$

**Вероятность достать ровно 2 белых мяча:**

$$P = P_{31} + P_{32} + P_{33} = 0.85 + 4.36 + 15.27 = 20.48 \%$$

- 3) Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

$P_1 = 3/10 * 2/9 = 1/15$  – вероятность не достать ни одного белого мяча из 1 ящика

$P_2 = 2/11 * 1/10 = 1/55$  - вероятность не достать ни одного белого из 2 ящика

Вероятность, что все мячи не белые:

$$P_3 = P_1 P_2 = 1/15 * 1/55 = 0.0012 = 0.12\%$$

Вероятность, что хотя бы один мяч белый:

$$P = 1 - P_3 = 1 - 0.0012 = 0.9988 = 99.88\%$$