

1. Найти производную $y'(x)$ функции:

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y}$$

$$\arctg\left(\frac{y}{x}\right) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \arctg\left(\frac{y}{x}\right) - \ln \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

$$F'_x = -\frac{1}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \frac{y}{x^2} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{-x - y}{x^2 + y^2}$$

$$F'_y = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right)x} - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$$

$$y' = -\frac{\frac{-x - y}{x^2 + y^2}}{\frac{x - y}{x^2 + y^2}} = \frac{x + y}{x - y}$$

- 2.

$$y'_x = \varphi' \cdot (\psi^{-1})' = \frac{y'_t}{x'_t}$$

$$\begin{cases} y = \frac{t^2}{t-1} \\ x = \frac{t}{t^2-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y'_t = \frac{2t(t-1) - t^2}{(t-1)^2} = \frac{t^2 - 2t}{(t-1)^2} \\ x'_t = \frac{t}{t^2-1} = \frac{1(t^2-1) - 2t \cdot t}{(t^2-1)^2} = \frac{t^2 - 2t^2 - 1}{(t^2-1)^2} = \frac{-t^2 - 1}{(t^2-1)^2} \end{cases}$$

$$y'_x = \frac{\frac{t^2 - 2t}{(t-1)^2}}{\frac{-t^2 - 1}{(t-1)(t+1)^2}} = \frac{(t^2 - 2t)((t-1)(t+1))^2}{(t-1)^2(-t^2 - 1)} = -\frac{(t^2 - 2t)(t+1)^2}{t^2 + 1}$$

3. Найти производную с помощью логарифмирования:

$$y' = f(x) \cdot (\ln f(x))'$$

$$y = (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3$$

$$\begin{aligned} y' &= (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3 \cdot \left(\frac{5 \cdot 2x}{x^2 + 2} + \frac{3 \cdot (-3x^2 + 3)}{3x - x^3} \right) \\ &= (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3 \cdot \left(\frac{10x}{x^2 + 2} - \frac{9 \cdot (x^2 - 1)}{3x - x^3} \right) \end{aligned}$$

4. Найти производную с помощью логарифмирования:

$$y = x^x$$

$$y' = x^x \cdot (\ln(x) + x \frac{1}{x}) = x^x (\ln(x) + 1)$$

5. Найти производную с помощью логарифмирования:

$$y = \frac{(2 - x^2)^3 \cdot (x - 1)^2}{(2x^3 - 3x) \cdot e^x}$$

$$y' = \frac{(2 - x^2)^3 \cdot (x - 1)^2}{(2x^3 - 3x) \cdot e^x} \left(\frac{3(-2x)}{2 - x^2} + \frac{2}{x - 1} - \frac{6x^2 - 3}{2x^3 - 3x} - 1 \right)$$

6. * Вывести табличное значение производной для функции:

$$y'_x = \frac{1}{x'_y}$$

$$y = \arctg(x) \Rightarrow tg(y) = x$$

$$x' = \frac{1}{\cos^2(y)} = 1 + tg^2(y) = 1 + tg^2(\arctg(x)) = 1 + x^2$$

$$y' = \arctg'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

7. Найти длину x и ширину y прямоугольника при заданном периметре $P=144$ см, при которых данный прямоугольник имеет наибольшую площадь S .

$$2(x + y) = 144$$

$$S = xy$$

$$y = 72 - x$$

$$S = 72x - x^2$$

$$S' = 72 - 2x$$

$$x = y = 36$$

