

Урок 4.

1. Случайная непрерывная величина А имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{200 + 800}{2} = 500$$

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12} = \frac{(800 - 200)^2}{12} = 30000$$

2. О случайной непрерывной равномерно распределенной величине В известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины В и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5?

Если да, найдите ее.

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12} = \frac{(b - 0.5)^2}{12} = 0.2$$

$$x^2 - x - 2.15 = 0$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 1 - 4 \cdot (-2.15) = 9.6$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{9.6}}{2} \Rightarrow b = x_1 = 2.05, x_2 < 0.5 - \text{не подходит по условию правой границы}$$

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{0.5 + 2.05}{2} = 1.275$$

3. Непрерывная случайная величина Х распределена нормально и задана плотностью распределения $f(x) = (1 / (4 * \sqrt{2 * \pi})) * (\exp(-(x+2)**2) / 32)$.

Найдите:

а). $M(X)$

б). $D(X)$

в). $\text{std}(X)$ (среднее квадратичное отклонение)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{где } a = M(X), \sigma^2 = D(X)$$

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$\sigma = 4$$

4. Рост взрослого населения города Х имеет нормальное распределение. Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:

$$M(X) = 174$$

$$\sigma = 8$$

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - M(X)}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M(X)}{\sigma}\right)$$

а). больше 182 см

$$P(182 < x < \infty) = 0.5 - \Phi\left(\frac{182 - 174}{8}\right) = 0.5 - 0.34 = 0.16$$

б). больше 190 см

$$P(190 < x < \infty) = 0,5 - \Phi\left(\frac{190 - 174}{8}\right) \approx 0,5 - 0,48 \approx 0,02$$

в). от 166 см до 190 см

$$P(166 < x < 190) = \Phi\left(\frac{190 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{166 - 174}{8}\right) \approx 0,48 + 0,34 \approx 0,82$$

г). от 166 см до 182 см

$$P(166 < x < 182) = \Phi\left(\frac{182 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{166 - 174}{8}\right) \approx 0,34 + 0,34 \approx 0,68$$

д). от 158 см до 190 см

$$P(158 < x < 190) = \Phi\left(\frac{190 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{158 - 174}{8}\right) \approx 0,48 + 0,48 \approx 0,96$$

е). не выше 150 см или не ниже 190 см

$$P = 1 - P(150 < x < 190) = 1 - \left(\Phi\left(\frac{190 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{150 - 174}{8}\right) \right) \\ \approx 1 - (0,48 + 0,5) \approx 0,02$$

ё). не выше 150 см или не ниже 198 см

$$P = 1 - P(150 < x < 198) = 1 - \left(\Phi\left(\frac{198 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{150 - 174}{8}\right) \right) \\ \approx 1 - 2 \cdot 0,499 \approx 0,002$$

ж). ниже 166 см.

$$P(-\infty < x < 166) = \Phi\left(\frac{166 - 174}{8}\right) - \Phi\left(\frac{-\infty - 174}{8}\right) \approx 0,5 - 0,34 \approx 0,16$$

5. На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(X) = 178$ см и $D(X) = 25$ кв.см?

$$\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{25} = 5 \text{ см}$$

$$n = \frac{|X - M(X)|}{\sigma} = \frac{12}{5} = 2.4$$