Урок 3.

1. Даны значения зарплат из выборки выпускников: **100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150**. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) ***среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий*** для данной выборки.

№	X	n	n-1	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$\sigma^2_{\text{смещ}}$	$\sigma^2_{\text{несмещ}}$	σ
1	100	20	19	65,3	34,7	1204	950,1	1000,1158	30,824
2	80				14,7	216,1			
3	75				9,7	94,09			
4	77				11,7	136,9			
5	89				23,7	561,7			
6	33				-32,3	1043			
7	45				-20,3	412,1			
8	25				-40,3	1624			
9	65				-0,3	0,09			
10	17				-48,3	2333			
11	30				-35,3	1246			
12	24				-41,3	1706			
13	57				-8,3	68,89			
14	55				-10,3	106,1			
15	70				4,7	22,09			
16	75				9,7	94,09			
17	65				-0,3	0,09			
18	84				18,7	349,7			
19	90				24,7	610,1			
20	150				84,7	7174			
$\sum$	1306					19002			

2. В первом ящике находится **8 мячей**, из которых **5 - белые**. Во втором ящике - **12 мячей**, из которых **5 белых**. Из первого ящика вытаскивают случайным образом **два мяча**, из второго - **4**. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

РЕШЕНИЕ:

1) 1 белый мяч из первого ящика, 2 – из второго:

$$\boldsymbol{P_1} = \frac{\boldsymbol{C_5^1 \cdot C_3^1}}{\boldsymbol{C_8^2}} \cdot \frac{\boldsymbol{C_5^2 \cdot C_7^2}}{\boldsymbol{C_{12}^4}} = 0{,}227273$$

2) 2 белых мяча из первого ящика, 1 – из второго:

$$\boldsymbol{P_2} = \frac{\boldsymbol{C_5^2}}{\boldsymbol{C_8^2}} \cdot \frac{\boldsymbol{C_5^1 \cdot C_7^3}}{\boldsymbol{C_{12}^4}} = 0{,}126263$$

3) 3 белых мяча из второго:

$$\boldsymbol{P_3} = \frac{\boldsymbol{C_3^2}}{\boldsymbol{C_8^2}} \frac{\boldsymbol{C_5^3 \cdot C_7^1}}{\boldsymbol{C_{12}^4}} = 0.015$$

$P = P_1 + P_2 + P_3$ = 0.227+0.126+0.015 = 0.367

3. На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна **0.9**, для второго — **0.8**, для третьего — **0.6**. Найти вероятность того, что выстрел произведен: а). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.

РЕШЕНИЕ:

Формула Байеса для вероятности события B при условии, что событие A уже произошло:

$$\boldsymbol{P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}}$$

Событие А – попадание. а события B_1, B_2 *и* B_3 *— что выстрел совершил первый, второй или третий спортсмен:*

$P(A|B_1)=0.9$

$P(A|B_2)=0.8$

$P(A|B_3)=0.6$

$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 1/3$ – *вероятность произвести выстрел спортсменами*

$P(A) = 1/3(0.9+0.8+0.6)$– *полная вероятность попадания*

Тогда:

$$\boldsymbol{P(B_1|A) = \frac{\frac{1}{3} * 0.9}{\frac{1}{3} * (0.9 + 0.8 + 0.6)} = \frac{0.9}{2.3} = 0.391}$$

$$\boldsymbol{P(B_2|A) = \frac{0.8}{2.3} = 0.348}$$

$$\boldsymbol{P(B_3|A) = \frac{0.6}{2.3} = 0.26}$$

---

4. В университет на факультеты А и В поступило равное количество студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вероятность того, что студент факультета А сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета В эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета С - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: а). на факультете А б). на факультете В в). на факультете С?

РЕШЕНИЕ:

Формула Байеса для вероятности события B при условии, что событие A уже произошло:

$$\boldsymbol{P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}}$$

Событие А – сдача сессии. а события B_1, B_2 *и* B_3 *— что сдал студент факультета А,В и С соответственно:*

$P(A|B_1)=0.8$

$P(A|B_2)=0.7$

$P(A|B_3)=0.9$

$P(B_1) = P(B_2) =1/4$, *вероятность, что на сдаче присутствует студент факультета А и В*

$P(B_3) = 2/4$ – *вероятность, что на сдаче присутствует студент факультета С*

$P(A) = ¼ * 0.8+¼ * 0.7+ 2/4* 0,9)$ – *полная вероятность сдачи сессии*

Тогда:

$$\boldsymbol{P(B_1|A) = \frac{\frac{1}{4} * 0.8}{\frac{1}{4} * (0.8 + 0.7) + \frac{2}{4} * 0.9} = \frac{0,8}{3,3} = 0.24}$$

$$\boldsymbol{P(B_2|A) = \frac{0.7}{3.3} = 0.21}$$

$$\boldsymbol{P(B_3|A) = \frac{2 * 0.9}{3.3} = 0.545}$$

---

5. Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя:

   а) все детали:
   P_3 = 0.1*0.2*0.25 = 0.005

   б) только две детали:
   P = 0.1*0.2*0.75 + 0.1*0.25*0.8 + 0.9*0.2*0.25 = 0.08

   в) хотя бы одна деталь:
   Вероятность, что ни одна деталь не выйдет из строя:
   P_0 = 0.9*0.8*0.75 = 0.54
   P = 1- P_0 = 1-0.54 =0.46

   г) от одной до двух деталей?
   P = 1- P_0 -P_3 = 1 -0.54 - 0.005 = 0.455