Astrofísica Extragaláctica
Lista 1 – Via Láctea Resolução

Henrique Sarti Pires
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Curitiba - 2022

Parte A

1. **População estelares.** Descreva as características das estrelas de População I e População II (idades, metalicidades, tipos espectrais, distribuição espacial na Galáxia).

   R: As populações de tipo I são as mais jovens da galáxia, estão localizadas no disco e braços espirais no plano, ele tem o índice de maior metalicidade cerca de 0,02 como por exemplo o Sol, por serem estrelas relativamente novas são mais quentes comparadas com as estrelas de população II, assim seu espectro tende a ser azulada.
   As populações de tipo II são as velhas das galáxias, estão localizadas na parte do bojo e halo com orbitas mais afastadas do plano, ele tem o índice de metalicidade cerca de 0,001, por serem estrelas mais velhas seu espectro tende a cor vermelha.

2. **Meio interestelar.** Que tipo de observações (comprimentos de onda e mecanismos físicos) precisam ser feitas para se detectar hidrogênio neutro (HI), hidrogênio ionizado (HII), hidrogênio molecular (H2) e poeira no meio interestelar?

   R: O hidrogênio atômico (HI) emite uma linha espectral no comprimento de onda de 21 cm, que é usada para mapear a distribuição de gás e determinar a estrutura espiral da Galáxia.
   São nebulosas onde está acontecendo formação estelar e que contém estrelas jovens massivas, do tipo O e B, chamadas de regiões HII. Essas estrelas, por serem muito quentes, emitem fótons ultravioletas com energias acima de 13,6 eV.
   Já as regiões de H2 (hidrogênio molecular) Como o H2 não emite ondas de rádio, o CO (que emite em rádio) é usado para mapeá-lo, baseado principalmente nas observações das emissões de ondas de rádio do CO, nota-se que as moléculas estão concentradas em nuvens moleculares, com massas de poucas vezes até um milhão de massas solares, e se estendem de alguns até cerca de 600 anos-luz. As estrelas se formam nas partes mais densas destas nuvens moleculares, que aparecem como regiões escuras no céu.
   E a poeira no meio interestelar é composta principalmente de grafite, silicatos e gelo

de água, são grãos sólidos com tamanhos de no máximo um micrômetro, as partículas de poeira, ao interceptarem a luz das estrelas, absorvem parte dela, e espalham (desviam sem absorver) o resto. Devido ao pequeno tamanho dos grãos, a absorção e o espalhamento são mais eficientes para a luz de menor comprimento de onda (luz azul) do que para a de maior comprimento de onda (luz vermelha).

3. **Supernovas.** Quais os progenitores de supernovas do tipo II e do tipo Ia? O Fe é produzido predominantemente em qual delas? E os elementos-α (como O)?

   R: Tipo II são as mais comuns na galáxia, são as estrelas de alta massa que tendem a colapsar o núcleo da estrela e são as que sintetizam os elementos químico mais pesados.
   Já as supernovas do tipo Ia, também se conclui como uma explosão, mas é um sistema binário sendo que umas delas é uma anã branca, e essa vai anexando massa de outra estrela vizinha, e a partir de um momento explode. O elemento FE é produzido em abundância nas supernovas de tipo Ia, o FE também é feito nas supernovas do tipo II no final de sua vida. E o os elementos-α (como O) são produzidos na supernovas do tipo II.

Parte B

4. **Distâncias e magnitudes.**Um aglomerado globular tem magnitude aparente V = +13.0 e magnitude absoluta $M_v = -4.2$. Sua distância é de 9.0 kpc da Terra.

   (a) Qual a extinção interestelar entre esse aglomerado e a Terra?

   $$m - M = 5logd - 5 + A$$
   $$13,0 - (-4,2) = 5log9x10^3 - 5 + A$$
   $$A = 17,2 + 5 - 19,7$$
   $$A = 2,5$$

   (b) aglomerado globular tem ascensão reta 09h25m23s e declinação $-54^{\text{o}}42'55''$. Qual sua distância Galactocêntrica?

   Para realizar este cálculo teríamos que realizar a transformação das coordenadas galáticas dados no exercício para coordenadas equatoriais, para isso é necessário realizar a conversão utilizamos os dados em graus, então primeiro precisamos fazer a conversão obtendo:

   $$\text{ascensão reta} = \text{ra} = \alpha = 141{,}3^{\text{o}} \text{ , ou, ra} = 2.4662 \text{ rad}$$
   $$\text{declinação} = \text{dec} = \delta = \text{-}54{,}72^{\text{o}}\text{, ou, dec} = \text{-}0.954962 \text{ rad}$$

   Realizando as transformações de coordenadas usando como dado δ_{NGP} = 27,13º , α_{NGP}=12h51,4m=192,85º, l_{NCP}=266,4º (dados retirados do livro schneiderpg.46)

$$sinb = sin\delta_{NGP} sin\delta + cos\delta N_{GP} cos\delta cos(\alpha - \alpha_{NGP})$$
$$b = -3,02 \text{ deg}$$
$$sin(l_{NCP} - l) = \frac{cos\delta sin(\alpha - \alpha_{NGP})}{cosb}$$
$$l = 277,33 \text{ deg}$$

Utilizando a lei dos cossenos conseguimos calcular a distancia galactocêntrica da estrela:

$$R^2 = R_0^2 + D_p^2 - 2R_o D_p cosl$$
$$R^2 = 82 + 9^2 - 2.8.9cos277,33$$
$$R = 11,25Kpc$$

5. **Disco estelar.** Considere que o disco estelar da Galáxia tenha densidade volumétrica dada por:

$$\rho(R,z) = \frac{M_d}{4\pi R_0^2 z_0}.exp\left(-\frac{R}{R_0}\right).sech^2\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

onde R_0=3.5 kpc e z_0=0.5 kpc são os comprimentos de escala radial e vertical, e M_d = 5 × 1010 $M_\odot$ é a massa total do disco estelar.

(a) Faça um gráfico comparando a aparência das funções $e^-|x|$ e $sech^2(x)$
Plotando $e^-|x|$ e $sech^2(x)$ no GeoGrab obtemos::

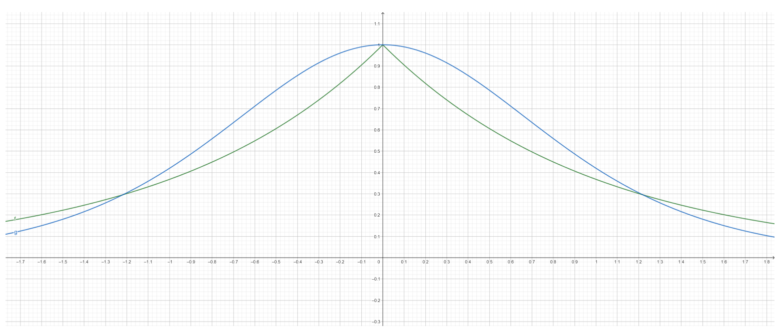


Figura 1: Gráfico comparativo entre as funções: $e^-|x|$ e $sech^2(x)$
Onde a função em verde $e^-|x|$ é e a azul é $sech^2(x)$

(b) Obtenha a densidade superficial de massa $\Sigma(R)$

$$\rho(R,z) = \frac{M_d}{4\pi R_0^2 z_0}.exp\left(-\frac{R}{R_0}\right).\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{z}{0,5}\right)$$

$\rho(R,z) = \frac{M_d}{2\pi R_0^2 z_0}.exp\left(-\frac{R}{R_0}\right)$, lembrando que podemos escrever a função de densidade como: $\rho(R) = \frac{d_{M(R)}}{d_{A(R)}}$

portanto teremos:

$$M_{(R)} = \frac{M_d}{2\pi R_0^2 z_0}.\int_0^R exp\left(-\frac{R}{R_0}\right) 2d_R$$
$$M(R) = M_d[(-\frac{R}{R_o} - 1).exp(-\frac{R}{R_o} + 1)]$$

(c) Na posição do Sol, calcule o valor da densidade volumétrica

Sabendo que a Terra está a 9Kpc, chegamos que:

$$\rho(8) = \frac{M_d}{4\pi R_0^2 z_0}.exp\left(-\frac{8}{R_0}\right)$$
$$\rho(8) = \frac{5x10^10}{2\pi 3{,}5^2}.exp\left(-\frac{8}{3{,}5}\right)$$
$$\rho(8) = 66066446 M_\odot Kpc^-1$$

(d) Calcule o raio efetivo de um disco exponencial

$$M(R) = M_d[(-\frac{R}{R_o} - 1).exp(-\frac{R}{R_o} + 1)]$$
$$\text{suponhamos que } x = \frac{R}{R_0} \text{ então } \frac{e^x}{2} = x + 1$$
$$\text{assim obtemos que}$$
$$R = 1,69 R_0$$
$$R = 5,915 Kpc$$

6. **Curva de rotação.** O perfil de densidade de Hernquist (1990) é conveniente para representar o halo de matéria escura:

$$\rho(r) = \frac{M_h}{2\pi}.\frac{a}{r}.\frac{1}{(r+a)^3}$$

(a) Calcule a massa cumulativa M(r)
Sabemos que $dv = 4.\pi.r^2.dr$

$$\rho = \frac{d_m}{d_v}$$
$$\int dm = \int \rho.dv = M(r) = \int_0^r 4\pi\rho(r)r^2 dr$$
$$M(r) = \int_0^r 4\pi \frac{M_h}{2\pi}.\frac{a}{r}.\frac{1}{(r+a)^3}.r^2.dr$$
$$M(r) = 2.a.M_h.\int_0^r \frac{1}{r}\frac{1}{(r+a)^3}.r^2.dr$$
$$M(r) = 2.a.M_h.\int_{a^3}^{(a+r)^3} \frac{\sqrt{u}-a}{3u^{\frac{5}{3}}} du$$

Calculando o lado da integral irá resultar em:

$$M(r) = \int_{a^3}^{(a+r)^3} \frac{1}{u^{\frac{5}{3}}} du = \frac{3r^2+6ar}{2a.(r+a)^2}$$

Juntando os resultados ficamos com:

$$M(r) = \frac{2aM_h}{3}.(\frac{3r}{a(r+a)} - \frac{3r^2+6ar}{2a.(r+a)^2})$$

Isto no limites de integração de 0-r, assim obtemos a seguinte formulação:

$$M(r) = \frac{M_h r^2}{(r+a)^2}$$

(b) Calcule a curva de rotação $v(r)$ e faça um gráfico
Para isto partimos da seguinte igualdade da força centrípeta com a força gravitacional

$$F_c = F_g$$
$$\frac{m.v^2}{r} = \frac{G.m.M}{r^2}$$
$$v = \sqrt{\frac{G.m}{r}}$$
$$v = \sqrt{\frac{G.M_h.r^2}{(r+a)^2.r}}$$
$$v(r) = \frac{1}{(r+a)}.\sqrt{G.M_h.r}$$

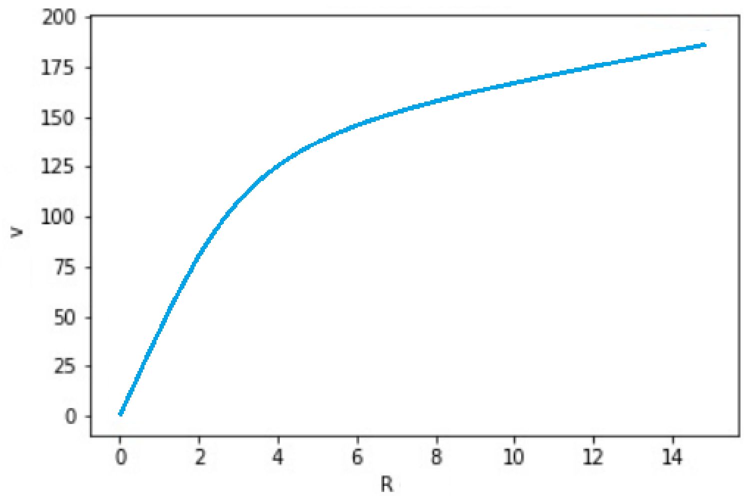


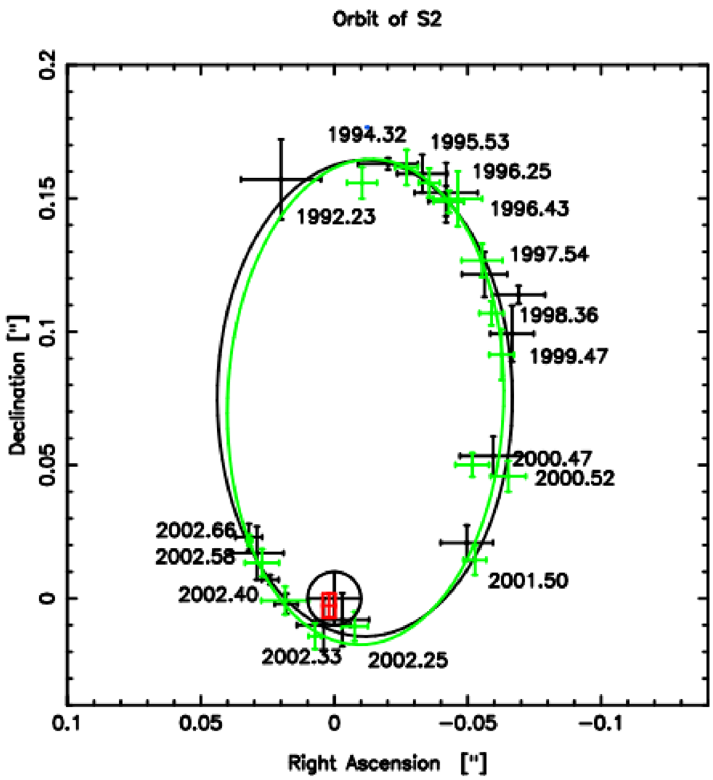
Figura 2: Gráfico de curva de rotação

(c) Encontre alguma combinação plausível de valores para M_h e a que faça a curva de rotação ser vagamente similar à da Via Láctea na vizinhança solar

Para plotar o gráfico na letra anterior foi considerado apenas a massa do halo de matéria escura, utilizando $G = 4.52x10^-39kpc^3s^-1M\odot^-1$, $a = 37kpc$ e $M_h = 1,55x10^12M\odot^-1$

Portanto gráfico não representa curva de rotação da via láctea, isso porque não foi considerada a massa do disco e do bojo para plotar o gráfico. Como o sol está a uma distância de 8kpc a velocidade correspondente seria cerca de $162.30kms^-1$, que corresponde a um erro de aproximadamente 26%.

7. **Centro Galáctico** No centro Galáctico, a estrela S2 tem uma órbita aproximadamente kepleriana ao redor de Sgr A*. A massa do buraco negro pode ser estimada apenas com informações da figura 7 de Schödel et al. (2003), reproduzida a seguir:



(a) Meça o semi-eixo maior da órbita em arcsec e converta-o para AU
O eixo maior é 2a= 0,18", ou seja, $51x10^-6$, neste caso:

$$a = 51x10^-6.\frac{8x10^3.206265\pi}{2.180}$$
$$a = 720AU$$

(b) Estime o período orbital usando as datas das observações
Analisando o gráfico grosseiramente conseguimos ver que o tempo que ele demora para realizar metade da órbita é de 7,93 anos, isto fazendo o simples calculo de de período: $p = 2002,25 - 1994,32 = 7,93anos$, para obter a órbita completa basta multiplicar por 2(dois), obtendo:

$$P_total = 15,86anos$$

(c) Calcule a massa com a terceira lei de Kepler
Utilizando a terceira lei de Kepler relacionando com a lei da gravitação universal temos o seguinte calculo para descobrir a massa:

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$
$$M = \frac{a^3}{P^2}.\frac{4\pi^2}{G}$$
$$M = \frac{740^3}{15,86^2}.\frac{4\pi^2}{39,4322}$$
$$M = 1,613x10^6M\odot$$

(d) Meça a distância pericêntrica de S2 e expresse-a em AU
Calculando da mesma forma que do eixo maior, obtemos que:

$$dp = 0,02'' = 5,55x10^-6$$

ou seja

$$dp = 96AU$$

(e) Calcule o raio de Schwarzschild $r_s = \frac{2G.M}{c^2}$ de um buraco negro com tal massa, em AU

Neste caso é importante usarmos a velocidade da luz 'c' em função de $AUanos^-1$

Assim,apenas alterando os dados que já temos na fórmula:

$$R_s = \frac{2.39{,}4322.1{,}613x10^6}{63240{,}6417^2}$$

$$R_s = 0,0318AU$$

Parte C

8. **Determinação das constantes de Oort usando dados do Gaia**

Neste exercício computacional os resultados serão enviado no arquivo com os códigos com passo a passo, encaminhado em conjunto a este arquivo.