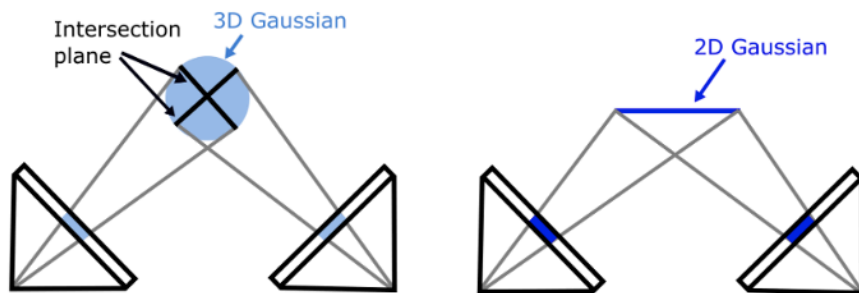


2D GS

2D Gaussian Splatting for Geometrically Accurate Radiance Fields

2DGS(SIGGRAPH 2024)



3DGS在不同视角下不具有几何一致性，因为是通过视线与3d高斯体的交点来决定渲染
使用仿射矩阵将 3D 高斯转换到射线空间只能在中部获得准确的投影，而在周边区域损失了透视准确性

- 二维高斯：使用二维高斯圆盘代替三维高斯体，提出对应的渲染办法 - 》sugar用3维近似2维
- 对齐：增加两个正则项1) 射线内多个圆盘尽可能在一个表面，
2) 深度法向和圆盘固法向一致

2D高斯属性

3D Gaussians 属性:

- 均值:
- 协方差矩阵:
- 颜色:
- 不透明度

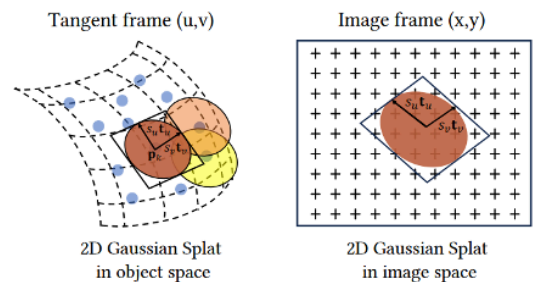
2D Gaussians 属性:

- 均值: 圆盘中心点
- 两个切向量+一个二维的缩放矩阵
- 颜色:
- 不透明度

$$P(u, v) = \mathbf{p}_k + s_u \mathbf{t}_u u + s_v \mathbf{t}_v v = \mathbf{H}(u, v, 1, 1)^\top$$

$$\text{where } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} s_u \mathbf{t}_u & s_v \mathbf{t}_v & \mathbf{0} & \mathbf{p}_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{RS} & \mathbf{p}_k \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{G}(\mathbf{u}) = \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2}\right)$$



2d高斯的参数化

2D高斯投影到相机屏幕

1、透视投影的仿射近似投影 边缘有误差

2、基于齐次坐标:

需要求逆数值不稳定, 变成一条线只能丢弃
从世界坐标系到相机坐标系的变换矩阵W, 圆盘内坐标系H

$$\mathbf{x} = (xz, yz, z, z)^T = \mathbf{WP}(u, v) = \mathbf{WH}(u, v, 1, 1)^T$$

$$\mathbf{M} = (\mathbf{WH})^{-1}$$

3、Ray-splat 交点法

- 由xoz、yoz和圆盘三平面确定交点, 不用求逆
- 退化一条线时, 用给定的方差替换原有方差。

$$\mathbf{h}_x = (-1, 0, 0, x) \quad \mathbf{h}_y = (0, -1, 0, y) \quad \text{x平面、y平面 相机坐标系}$$

$$\mathbf{h}_u = (\mathbf{WH})^T \mathbf{h}_x \quad \mathbf{h}_v = (\mathbf{WH})^T \mathbf{h}_y \quad \text{x平面、y平面 圆盘坐标系}$$

$$\mathbf{h}_u \cdot (u, v, 1, 1)^T = \mathbf{h}_v \cdot (u, v, 1, 1)^T = 0$$

$$u(x) = \frac{h_{u2}^2 h_{u3}^2 - h_{u1}^2 h_{u4}^2}{h_{u1}^2 h_{u3}^2 - h_{u2}^2 h_{u4}^2} \quad v(x) = \frac{h_{v2}^2 h_{v3}^2 - h_{v1}^2 h_{v4}^2}{h_{v1}^2 h_{v3}^2 - h_{v2}^2 h_{v4}^2}$$

求三平面交点

$$\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{x}) = \max \left\{ \mathcal{G}(\mathbf{u}(\mathbf{x})), \mathcal{G}\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{c}}{\sigma}\right) \right\}$$

如果圆盘在相机坐标系退化
为一条直线, 替换方差

$$\sigma = \sqrt{2}/2$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1} c_i \alpha_i \hat{\mathcal{G}}_i(\mathbf{u}(\mathbf{x})) \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \alpha_j \hat{\mathcal{G}}_j(\mathbf{u}(\mathbf{x}))) \quad \text{根据交点累积渲染}$$

正则项使圆盘集中分布

■ 沿射线的交点集中分布

$$\mathcal{L}_d = \sum_{i,j} \omega_i \omega_j |z_i - z_j|$$

$$\omega_i = \alpha_i \hat{\mathcal{G}}_i(\mathbf{u}(\mathbf{x})) \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \alpha_j \hat{\mathcal{G}}_j(\mathbf{u}(\mathbf{x})))$$

z_i 是交点深度

■ 圆盘法向和由深度估计的法向保持一致

$$\mathcal{L}_n = \sum_i \omega_i (1 - \mathbf{n}_i^T \mathbf{N})$$

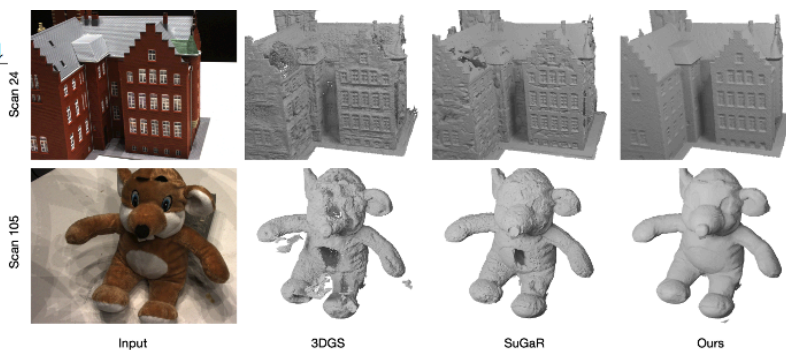
\mathbf{n} 是圆盘法向

\mathbf{N} 是周围深度估计的法向

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\nabla_x \mathbf{p} \times \nabla_y \mathbf{p}}{|\nabla_x \mathbf{p} \times \nabla_y \mathbf{p}|}$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \alpha \mathcal{L}_d + \beta \mathcal{L}_n$$

	CD ↓	PSNR ↑	Time ↓	MB (Storage) ↓
3DGS [Kerbl et al. 2023]	1.96	35.76	11.2 m	113
SuGaR [Guédon and Lepetit 2023]	1.33	34.57	~1 h	1247
2DGS-15k (Ours)	0.83	33.42	5.5 m	52
2DGS-30k (Ours)	0.80	34.52	18.8 m	52



- 在表面分布的路上更进一步
重建精度很高, 速度也快
和sdf方向相比, 速度是十足的优势
轻, 受益于集合的正则项。
- 渲染质量更低了

		24	37	40	55	63	65	69	83	97	105	106	110	114	118	122	Mean	Time
implicit	NeRF [Mildenhall et al. 2021]	1.90	1.60	1.85	0.58	2.28	1.27	1.47	1.67	2.05	1.07	0.88	2.53	1.06	1.15	0.96	1.49	> 12h
	VolSDF [Yariv et al. 2021]	1.14	1.26	0.81	0.49	1.25	0.70	0.72	1.29	1.18	0.70	0.66	1.08	0.42	0.61	0.55	0.86	>12h
	NeuS [Wang et al. 2021]	1.00	1.37	0.93	0.43	1.10	0.65	0.57	1.48	1.09	0.83	0.52	1.20	0.35	0.49	0.54	0.84	>12h
explicit	3DGS [Kerbl et al. 2023]	2.14	1.53	2.08	1.68	3.49	2.21	1.43	2.07	2.22	1.75	1.79	2.55	1.53	1.52	1.50	1.96	11.2 m
	SuGaR [Guédon and Lepetit 2023]	1.47	1.33	1.13	0.61	2.25	1.71	1.15	1.63	1.62	1.07	0.79	2.45	0.98	0.88	0.79	1.33	~ 1h
	2DGS-15k (Ours)	0.48	0.92	0.42	0.40	1.04	0.83	0.83	1.36	1.27	0.76	0.72	1.63	0.40	0.76	0.60	0.83	5.5 m
	2DGS-30k (Ours)	0.48	0.91	0.39	0.39	1.01	0.83	0.81	1.36	1.27	0.76	0.70	1.40	0.40	0.76	0.52	0.80	18.8 m