

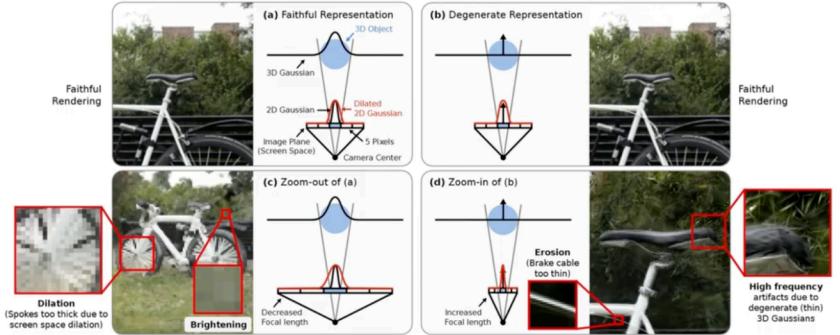
Mip-Splatting

Mip-Splatting: Alias-free 3D Gaussian Splatting

一、动机与创新点

膨胀为了避免在屏幕空间中投影的2D高斯分布过小，即小于一个像素的情况，我们将投影的2D高斯分布按照以下方式进行膨胀：

$$\mathcal{G}_k^{2D}(\mathbf{x}) = e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{p}_k)^T (\Sigma_k^{2D} + s \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{x}-\mathbf{p}_k)} \quad (5)$$



膨胀：密度控制机制创建了大量小高斯，超过了 GPU 容量难以优化，因此3dgs增加了膨胀机制，使得小高斯与固定大小的低通滤波器卷积。

问题：在渲染的采样率与训练不同时，会发生混叠或者伪影。zoom out膨胀，zoom in 变细。

- **3D平滑滤波器**：限制训练时高斯的最大频率-> 预滤波/ 限制较小高斯
- **2D Mip 滤波器**：膨胀增加一个系数，在渲染时覆盖一个像素而不是固定比例

二、3D平滑滤波

(1) 奈奎斯特定理

采样频率 ν 必须大于连续信号中最高频率 v_m 的两倍，即 $\nu \geq v_m$ 。

否则会发生混叠效应，解决办法：预滤波和超采样

(2) 计算高斯多视角下最高频率

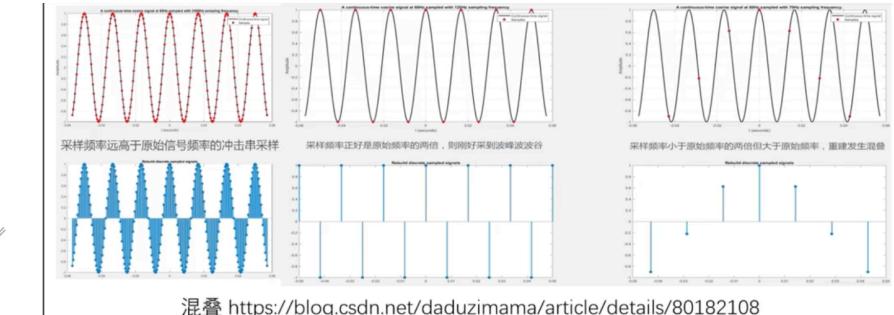
采样间隔为一个像素大小，也为频率的倒数：

$$\hat{T} = \frac{1}{\hat{\nu}} = \frac{d}{f}$$

采样频率已经确定，高斯的最高频率不能超过 $\frac{\hat{\nu}}{2} \frac{f}{2d}$

对所有视图，至少有一个可见即可定义最大频率：

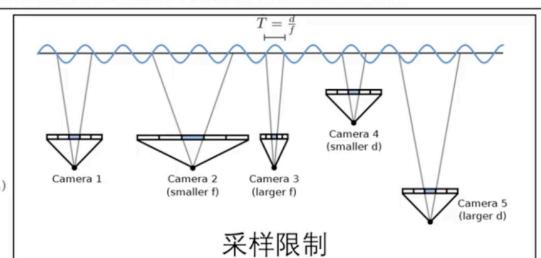
$$\hat{\nu}_k = \max \left(\left\{ \mathbb{1}_n(\mathbf{p}_k) \cdot \frac{f_n}{d_n} \right\}_{n=1}^N \right)$$



(3) 采用低通滤波限制高斯：

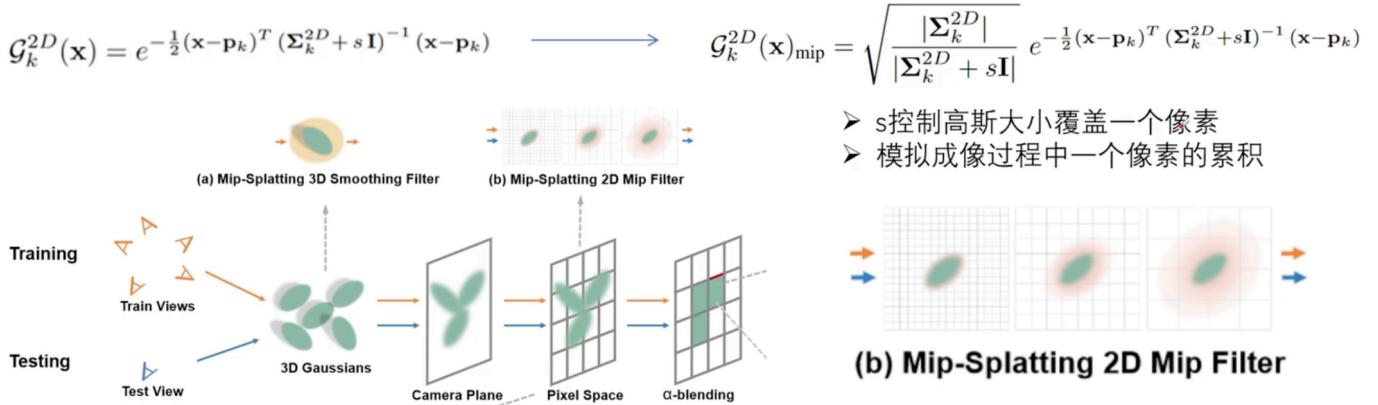
$$\mathcal{G}_k(\mathbf{x})_{\text{reg}} = (\mathcal{G}_k \otimes \mathcal{G}_{\text{low}})(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{G}_k(\mathbf{x})_{\text{reg}} = \sqrt{\frac{|\Sigma_k|}{|\Sigma_k + \frac{s}{\hat{\nu}_k} \cdot \mathbf{I}|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{p}_k)^T (\Sigma_k + \frac{s}{\hat{\nu}_k} \cdot \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{x}-\mathbf{p}_k)}$$



三、2DMip滤波

(1) 将渲染时的膨胀换为2DMip滤波



四、结果和总结

| | PSNR ↑ | | | | |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|-------|
| | 1× Res. | 2× Res. | 4× Res. | 8× Res. | Avg. |
| Instant-NGP [32] | 26.79 | 24.76 | 24.27 | 24.27 | 25.02 |
| mip-NeRF 360 [2] | 29.26 | 25.18 | 24.16 | 24.10 | 25.67 |
| zip-NeRF [3] | 29.66 | 23.27 | 20.87 | 20.27 | 23.52 |
| 3DGs [18] | 29.19 | 23.50 | 20.71 | 19.59 | 23.25 |
| 3DGs [18] + EWA [59] | 29.30 | 25.90 | 23.70 | 22.81 | 25.43 |
| Mip-Splatting (ours) | 29.39 | 27.39 | 26.47 | 26.22 | 27.37 |

| | Full Res. | 1/2 Res. | 1/4 Res. | 1/8 Res. | Avg. |
|----------------------|-----------|----------|----------|----------|-------|
| NeRF [28] | 31.48 | 32.43 | 30.29 | 26.70 | 30.23 |
| MipNeRF [1] | 33.08 | 33.31 | 30.91 | 27.97 | 31.31 |
| TensorRF [4] | 32.53 | 32.91 | 30.01 | 26.45 | 30.48 |
| Instant-NGP [32] | 33.09 | 33.00 | 29.84 | 26.33 | 30.57 |
| Tri-MipRF [17] | 32.89 | 32.84 | 28.29 | 23.87 | 29.47 |
| 3DGs [18] | 33.33 | 26.95 | 21.38 | 17.69 | 24.84 |
| 3DGs [18] + EWA [59] | 33.51 | 31.66 | 27.82 | 24.63 | 29.40 |
| Mip-Splatting (ours) | 33.36 | 34.00 | 31.85 | 28.67 | 31.97 |

