

图像质量评价指标之 PSNR 和 SSIM、CD



1. PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) 峰值信噪比

给定一个大小为 $m \times n$ 的干净图像 I 和噪声图像 K ，均方误差 (MSE) 定义为：

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i, j) - K(i, j)]^2 \quad (1)$$

然后 $PSNR(dB)$ 就定义为：

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_I^2}{MSE} \right) \quad (2)$$

其中 MAX_I^2 为图片可能的最大像素值。如果每个像素都由 8 位二进制来表示，那么就为 255。通常，如果像素值由 B 位二进制来表示，那么 $MAX_I = 2^B - 1$ 。

一般地，针对 uint8 数据，最大像素值为 255；针对浮点型数据，最大像素值为 1。

上面是针对灰度图像的计算方法，如果是彩色图像，通常有三种方法来计算。

- 分别计算 RGB 三个通道的 PSNR，然后取平均值。
- 计算 RGB 三通道的 MSE，然后再除以 3。
- 将图片转化为 YCbCr 格式，然后只计算 Y 分量也就是亮度分量的 PSNR。

其中，第二和第三种方法比较常见。

```
# im1 和 im2 都为灰度图像, uint8 类型

# method 1
diff = im1 - im2
mse = np.mean(np.square(diff))
psnr = 10 * np.log10(255 * 255 / mse)

# method 2
psnr = skimage.measure.compare_psnr(im1, im2, 255)
```

[compare_psnr\(im_true, im_test, data_range=None\)](#) 函数原型可见[此处](#)

针对超光谱图像，我们需要针对不同波段分别计算 PSNR，然后取平均值，这个指标称为 MPSNR。

2. SSIM (Structural SIMilarity) 结构相似性

*SSIM*公式基于样本 x 和 y 之间的三个比较衡量：亮度 (luminance)、对比度 (contrast) 和结构 (structure)。

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y+c_1}{\mu_x^2+\mu_y^2+c_1} c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y+c_2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2+c_2} s(x, y) = \frac{\sigma_{xy}+c_3}{\sigma_x\sigma_y+c_3}$$

一般取 $c_3 = c_2/2$ 。

- μ_x 为 x 的均值
- μ_y 为 y 的均值
- σ_x^2 为 x 的方差
- σ_y^2 为 y 的方差
- σ_{xy} 为 x 和 y 的协方差
- $c_1 = (k_1L)^2, c_2 = (k_2L)^2$ 为两个常数，避免除零
- L 为像素值的范围， $2^B - 1$
- $k_1 = 0.01, k_2 = 0.03$ 为默认值

那么

$$SSIM(x, y) = [l(x, y)^\alpha \cdot c(x, y)^\beta \cdot s(x, y)^\gamma] \quad (3)$$

将 α, β, γ 设为 1，可以得到

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (4)$$

每次计算的时候都从图片上取一个 $N \times N$ 的窗口，然后不断滑动窗口进行计算，最后取平均值作为全局的 SSIM。

```
# im1 和 im2 都为灰度图像, uint8 类型
ssim = skimage.measure.compare_ssim(im1, im2, data_range=255)
```

[compare_ssim\(X, Y, win_size=None, gradient=False, data_range=None, multichannel=False, gaussian_weights=False, full=False, **kwargs\)](#) 函数原型可见[此处](#)

针对超光谱图像，我们需要针对不同波段分别计算 SSIM，然后取平均值，这个指标称为 MSSIM。

3.CD

在三维重建领域，CD 通常指的是 **Chamfer Distance**（切夫距离），这是一个常用于衡量两个点云之间相似度的指标，特别是在 3D 表面重建和点云匹配中。Chamfer Distance 评估的是两个点集之间的几何距离，可以帮助量化重建结果与真实表面之间的误差。

Chamfer Distance 的定义如下：

给定两个点集 $P = \{p_i\}$ 和 $Q = \{q_j\}$ ，Chamfer Distance 定义为：

$$CD(P, Q) = \frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} \min_{q \in Q} \|p - q\|^2 + \frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} \min_{p \in P} \|q - p\|^2 \quad (5)$$

其中：

- $\|p - q\|$ 表示点 p 和 q 之间的欧氏距离。
- 第一部分 $\frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} \min_{q \in Q} \|p - q\|^2$ 表示的是每个 P 中的点到 Q 中最近的点的平均距离。
- 第二部分 $\frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} \min_{p \in P} \|q - p\|^2$ 表示的是每个 Q 中的点到 P 中最近的点的平均距离。

Chamfer Distance 的意义在于，它能够衡量两个点云之间的双向匹配误差。如果 Chamfer Distance 越小，说明两个点云越接近，形状越相似，因此在三维重建结果的评估中，CD 越小代表重建效果越好。

Chamfer Distance 的优点是它对点的分布较为敏感，能够反映点云之间的几何结构差异，因此在三维重建、形状生成、点云配准等任务中得到广泛应用。