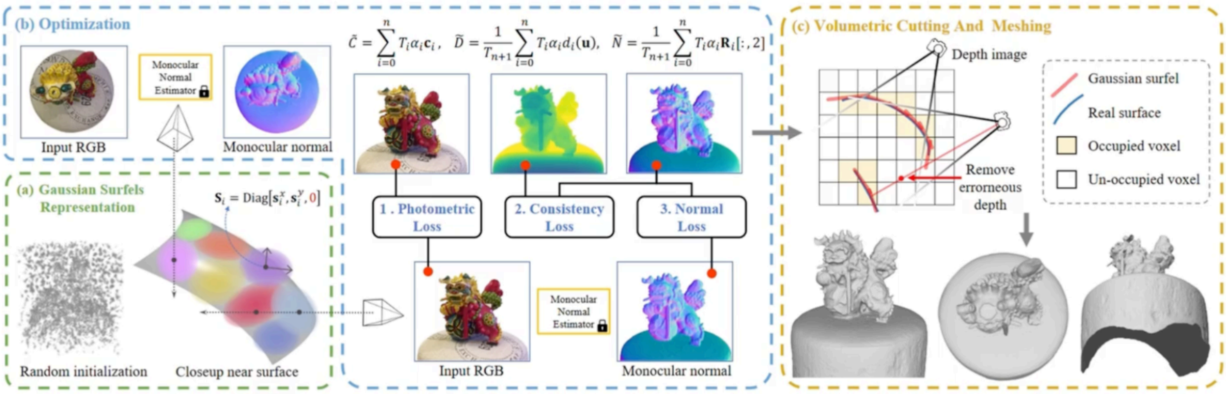
Gaussian Surfel

> High-quality Surface Reconstruction using Gaussian Surfels

一、核心见解与创新点：



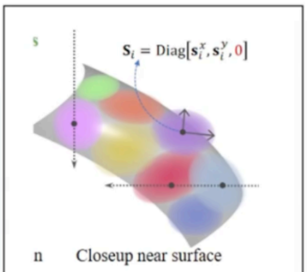
- 对齐：使用高斯曲面来表征，改进对应的渲染方式（交点）
- 正则项：提出更好约束法线的正则项
- 剔除：计算深度时剔除非占据体素

二、高斯曲面的定义与其渲染：

3D Gaussians 属性:
- 均值:sfm初始化
- 协方差矩阵：平移和缩放
- 颜色：球谐函数
- 不透明度

→

高斯曲面 属性:
- 均值:
- 协方差矩阵：缩放矩阵有一维强制设置为0
- 颜色：不变
- 不透明度：不变



高斯曲面示意图

$$\mathcal{L}_s=\|\min(s_1,s_2,s_3)\|_1.$$

NerSG中的正则项

缩放矩阵：

$$\Sigma_i=\mathbf{R}(\mathbf{r}_i)\mathbf{S}_i\mathbf{S}_i^\top\mathbf{R}(\mathbf{r}_i)^\top=\mathbf{R}(\mathbf{r}_i)\mathrm{Diag}\left[(\mathbf{s}_i^x)^2,(\mathbf{s}_i^y)^2,0\right]\mathbf{R}(\mathbf{r}_i)^\top,$$

法向量：旋转向量的第三列 $\mathbf{n}_i=\mathbf{R}(\mathbf{r}_i)[:,2]$

渲染：

$$G'(\mathbf{u};\mathbf{u}_i,\Sigma_i')=\exp\left\{-0.5(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i)^\top\Sigma_i'^{-1}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i)\right\},$$
$$\Sigma_i'=\left(\mathbf{J}_k\mathbf{W}_k\Sigma_i\mathbf{W}_k^\top\mathbf{J}_k^\top\right)[:2,:2],$$

$$\tilde{N}=\frac{1}{1-T_{n+1}}\sum_{i=0}^{n}T_i\alpha_i\mathbf{R}_i[:,2],\quad \tilde{D}=\frac{1}{1-T_{n+1}}\sum_{i=0}^{n}T_i\alpha_i d_i(\mathbf{u}).$$

1. 这个权重针对T接近1时的背景，2.深度中d（u）是交点

二、高斯曲面的定义与其渲染：

根据投影近似求解交点深度：

$$d_i(\mathbf{u}) = d_i(\mathbf{u}_i) + (\mathbf{W}_k\mathbf{R}_i)[2,:]\mathbf{J}_{pr}^{-1}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i),$$

透视投影近似渲染：3d->2d

$$G'(\mathbf{u};\mathbf{u}_i,\Sigma_i') = \exp\left\{-0.5(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i)^\top \Sigma_i'^{-1}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i)\right\},$$

$$\Sigma_i' = \left(\mathbf{J}_k\mathbf{W}_k\Sigma_i\mathbf{W}_k^\top\mathbf{J}_k^\top\right)[:2,:2],$$

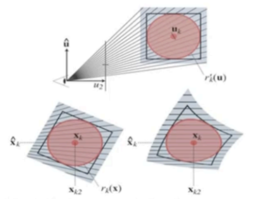
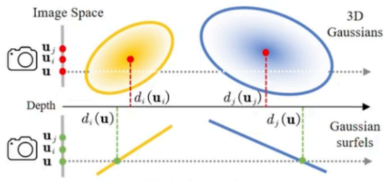


Figure 4: Mapping a reconstruction kernel from camera to ray space. Top: camera space. Bottom: ray space. Left: local affine mapping. Right: exact mapping.



计算高斯深度

直接使用中心点
(sugar)

简化为2维后使用交点
GaussianSurfel、2DGS、GOF

$$u(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{h}_u^2\mathbf{h}_v^4 - \mathbf{h}_u^4\mathbf{h}_v^2}{\mathbf{h}_u^1\mathbf{h}_v^2 - \mathbf{h}_u^2\mathbf{h}_v^1} \qquad v(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{h}_u^4\mathbf{h}_v^1 - \mathbf{h}_u^1\mathbf{h}_v^4}{\mathbf{h}_u^1\mathbf{h}_v^2 - \mathbf{h}_u^2\mathbf{h}_v^1}$$

求三平面交点

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1} \mathbf{c}_i\,\alpha_i\,\hat{\mathcal{G}}_i(\mathbf{u}(\mathbf{x}))\prod_{j=1}^{i-1}(1-\alpha_j\,\hat{\mathcal{G}}_j(\mathbf{u}(\mathbf{x})))$$

根据交点累积渲染

2dgs的交点与渲染
根据三平面交点求出射线与高斯交点，
根据交点进行渲染

GOF：求三维内交线的一维分布最大点

三、正则项约束法向分布：

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{p}} + \mathcal{L}_{\mathrm{n}} + \lambda_{\mathrm{o}}\mathcal{L}_{\mathrm{o}} + \lambda_{\mathrm{c}}\mathcal{L}_{\mathrm{c}} + \lambda_{\mathrm{m}}\mathcal{L}_{\mathrm{m}},$$

光度损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{p}} = 0.8\cdot L_1(\tilde{\mathbf{I}},\mathbf{I}) + 0.2\cdot L_{DSSIM}\cdot(\tilde{\mathbf{I}},\mathbf{I}),$

法向量先验损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{n}} = 0.04\cdot(1-\tilde{\mathbf{N}}\cdot\hat{\mathbf{N}}) + 0.005\cdot L_1(\nabla\tilde{\mathbf{N}},\mathbf{0}),$

不透明度0-1损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{o}} = \exp\left(-(o_i-0.5)^2/0.05\right).$

深度法向一致性损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{c}} = 1-\tilde{\mathbf{N}}\cdot N(V(\tilde{\mathbf{D}})).$

掩膜损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{m}}\ \sum_{i=0}^{n} T_i\alpha_i$ 和背景掩膜的交叉熵

$$\frac{\partial M}{\partial q_r} = 2\begin{pmatrix} 0 & -s_y q_k & s_z q_j \\ s_x q_k & 0 & -s_z q_i \\ -s_x q_j & s_y q_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial M}{\partial q_i} = 2\begin{pmatrix} 0 & s_y q_j & s_z q_k \\ s_x q_j & -2s_y q_i & -s_z q_r \\ s_x q_k & s_y q_r & -2s_z q_i \end{pmatrix}$$

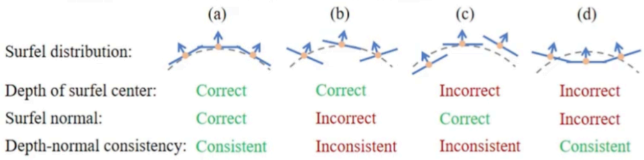
$$\frac{\partial M}{\partial q_j} = 2\begin{pmatrix} -2s_x q_j & s_y q_i & s_z q_r \\ s_x q_i & 0 & s_z q_k \\ -s_x q_r & s_y q_k & -2s_z q_j \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial M}{\partial q_k} = 2\begin{pmatrix} -2s_x q_k & -s_y q_r & s_z q_i \\ s_x q_r & -2s_y q_k & s_z q_j \\ s_x q_i & s_y q_j & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

协方差矩阵对旋转四元数q的偏导数
3dgs附录A

➢ 为什么要加上 法向量先验和深度法向量一致性损失：

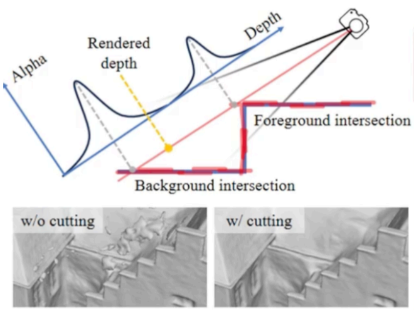
$[\mathbf{s}_i^x, \mathbf{s}_i^y, 0]^\top$ Sz=0，导致R对协方差矩阵的第三列剃度为零，法向量无法通过光度损失更新

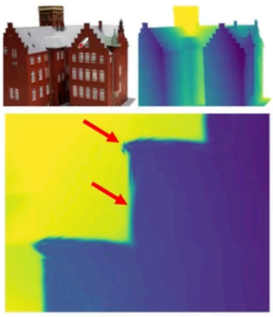
➢ 深度法向量一致性损失的其他好处



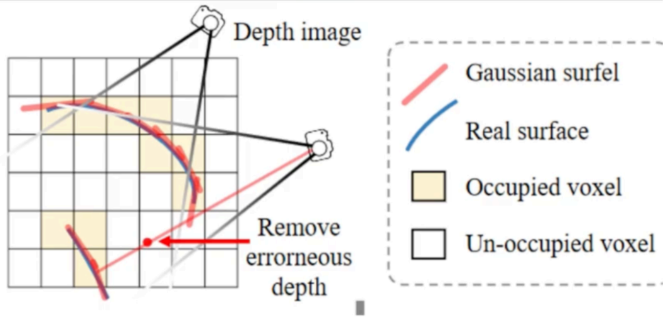
Metrics	Full	w/o $\mathcal{L}_c$	w/o $\mathcal{L}_n$	w/o $\mathcal{L}_o$	w/o $\mathcal{L}_m$	w/o cut
CD ↓	0.882	1.243	1.070	1.085	1.015	1.189
PSNR ↑	32.51	31.56	32.63	32.08	29.10	/

四、体素剔除和网格提取



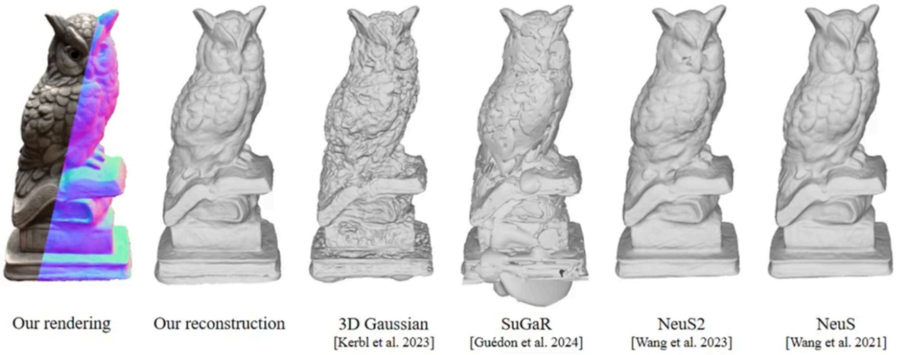


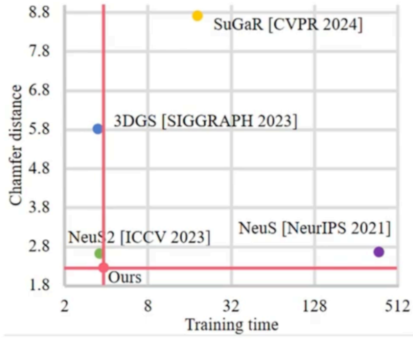
对前后背景重叠部分，深度计算容易受到不透明度的影响



采用512^3的体素来划分空间，计算高斯的占据，去掉累积不透明度低的体素 $G(\mathbf{x};\mathbf{x}_i,\Sigma_i)\cdot o_i$

五、结果和总结：





- 和2dgs同时期的工作，思路上很相似，正则项设计有些过于复杂
- 清除非占据的体素的提升效果很好，
- 对深度和法向的渲染改进也有不错的借鉴
- 速度更快，是因为减少对空体素的渲染？