TensoRF: Tensorial Radiance Fields

张量分解

什么是张量

张量概念是矢量概念和矩阵概念的推广，标量是零阶张量，矢量是一阶张量，矩阵（方阵）是二阶张量，而三阶张量则好比立体矩阵，更高阶的张量用图形无法表达。

矩阵分解

SVD分解

$$A = U\Sigma V$$
$$A \in R^{m\times n}, U \in R^{m\times n}, V \in R^{n\times n}$$

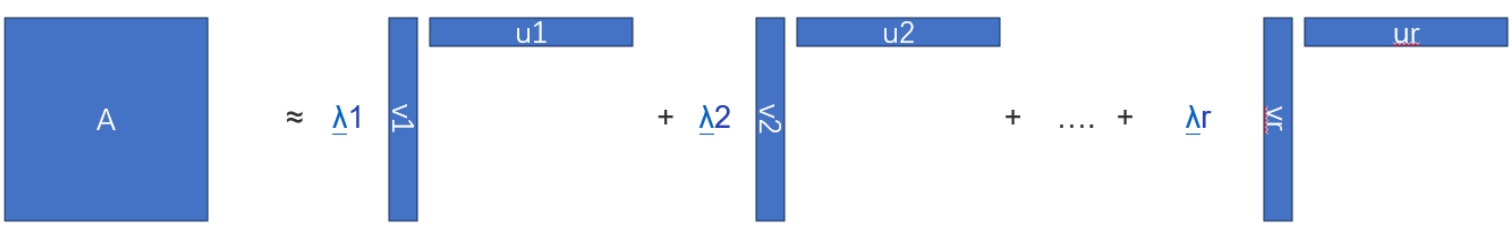
U 与 V 是正交阵，Σ 是对角矩阵。
有(若m>n)：

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & ...u_m \end{bmatrix}$$
$$V = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ ...v_n^T \end{bmatrix}$$
$$\Sigma = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & \lambda_2 & ... & 0 \\ ... \\ 0 & 0 & ... & \lambda_m \\ ... \\ 0 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$$

最后有：

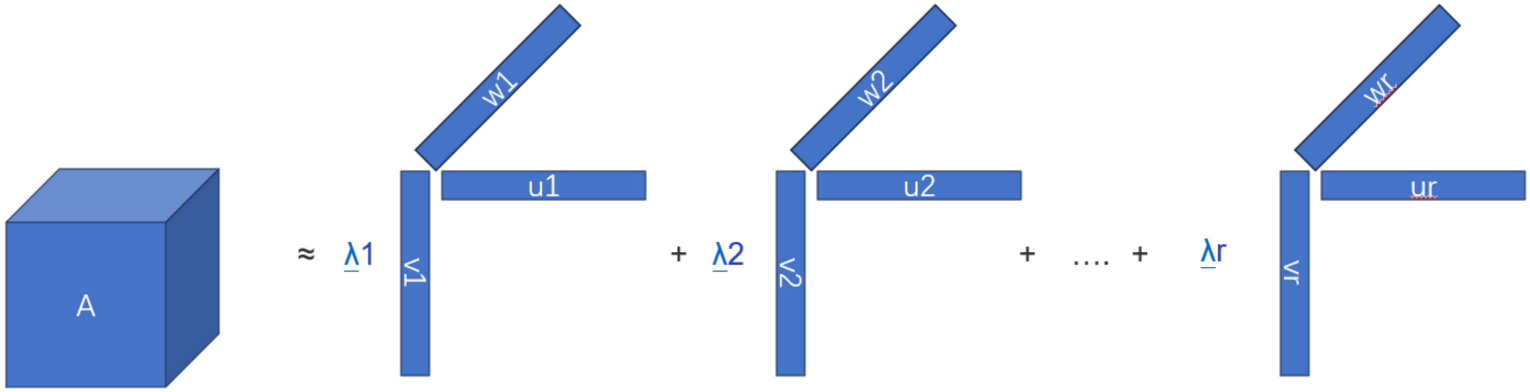
$$A = \lambda_1 u_1 v_1^T + \lambda_2 u_2 v_2^T + ... + \lambda_m u_m v_m^T$$

如果想要对矩阵进行数据压缩，就取 λ 较大的一些项来组成一个新的矩阵就好了。
如果把这个方程做一个几何示例,长成这个样子：



CP分解

有这个基础，那类推一下三维张量的分解是不是可以大概长成这样：

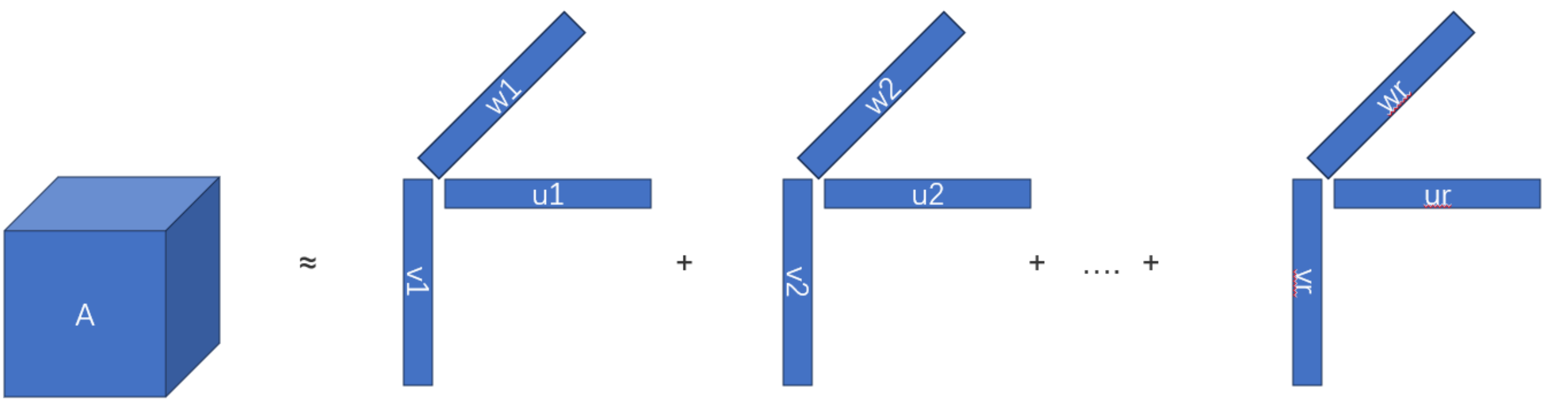


先来```math
理解一下三个向量的外积，我们学过两个向量的外积：

$$a=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} b=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\end{bmatrix}$$

$$a\circ b=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\4 & 6 & 8\\6 & 9 & 12\end{bmatrix}$$

如果再乘以一个z方向的向量时，就是按z方向的数值，与这年矩阵铺一遍。所以三个向量的外积是一个三维的张量。
在SVD中，λ 的值是比较好求的，就是其特征值，但是在高阶张量中很难有解析解，所以实际的张量分解中使用的是以下的例子：

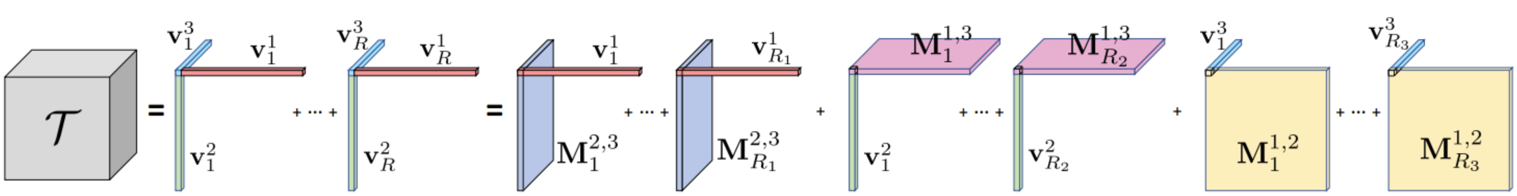


前面不加系数，也是约束w,u,v为单位向量，要求分解的值的话，就直接用数值分析方法去做逼近，把r的值固定，解一个优化问题：

$$argmin_{u,v,w}||A-\sum_{i=1}^{r}u_1\circ v_1\circ w_1||_2$$

以上就是论文里面提到的张量分解的传统分解方式CP分解啦。

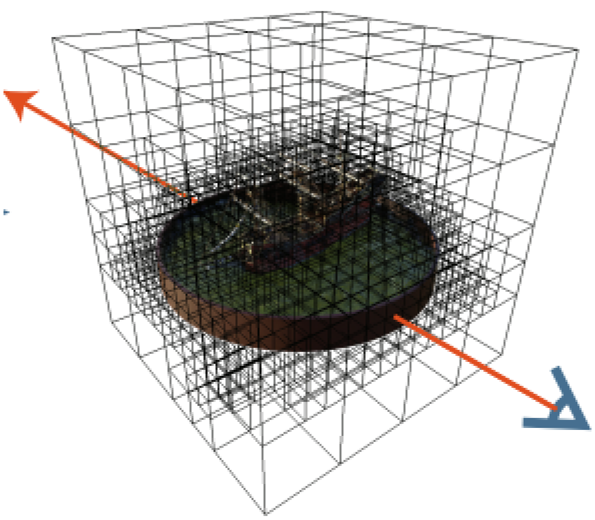
VM分解



Nerf基础

###　最早的Nerf
image.png

Dense Grid Nerf



TensoRF

如何使用颜色特征与密度特征等到某一角度的图像?

要求某一像素点的颜色，就从像素点中心发出一根射线，对射线上的点进行采样。

采样点密度的计算

使用三线性插值进行计算就行

采样点颜色的计算

三线性插值得到某一点的颜色特征值(27维)，把采样点的xyz坐标进行编码（3+viewpe*6），颜色特征值(27维)与观察角度(3+2*pospe*3)放到神经网络中，得到这一点的RGB(3)的输出。

用了这些采样点的颜色值与密度值，就可以使用体渲染公式，得到某一像素点的颜色了。

$$\alpha_n = 1 - e^{-\sigma_n \delta_n}$$

$$\hat{C} = C_0\alpha_0 + C_1\alpha_1(1-\alpha_0) + C_2\alpha_2(1-\alpha_0)(1-\alpha_1) + \ldots + C_n\alpha_n(1-\alpha_0)(1-\alpha_1)\ldots(1-\alpha_{n-1})$$

如何使用张量对训练进行加速

如何利用现有图像对数据进行训练?

对每个grid dense的σ_i和\f_i进行随机初始化，同时对mlp神经网络进行训练。

损失函数

$$\mathcal{L} = \|C - \tilde{C}\|_2^2 + \omega \cdot \mathcal{L}_{reg}$$

L1 loss

$$\mathcal{L}_{L1} = \frac{1}{N}\sum_{r=1}^{R_\sigma}(\|\mathbf{M}_{\sigma,r}\| + \|\mathbf{v}_{\sigma,r}\|),$$

TV loss

$$\mathcal{L}_{TV} = \frac{1}{N}\sum(\sqrt{\triangle^2\mathcal{A}^m_{\sigma,r}} + 0.1 \cdot \sqrt{\triangle^2\mathcal{A}^m_{C,r}}),$$

约束plane的变化缓慢一些，梯度不要太大