新风向？——2DGS（2D高斯泼溅）横空出世

之前读完了3D高斯泼溅，收获颇丰，可没想到的是2D高斯泼溅也在三月份接踵而至。让我们一起解读一下！
论文地址: 2D Gaussian Splatting for Geometrically Accurate Radiance Fields
代码地址: 2d-gaussian-splatting

一. 论文解读

Abstract

作者认为，3D高斯虽然最近很火，但是它也有一个比较大的缺陷——**由于多视图的不一致性，3D高斯泼溅无法很好的表示物体的几何表面。**因此作者
溅，其核心在于 **将3D体积折叠为一组2D定向平面高斯圆盘。** 2D高斯泼溅能够在建模表面时提供视图一致的几何表面。为了精准恢复薄表面和稳定优化，
光线投射和光栅化的视角精确2D泼溅过程，并且加入了深度失真和法向一致性来确保重建的质量。

1.1 Introduction

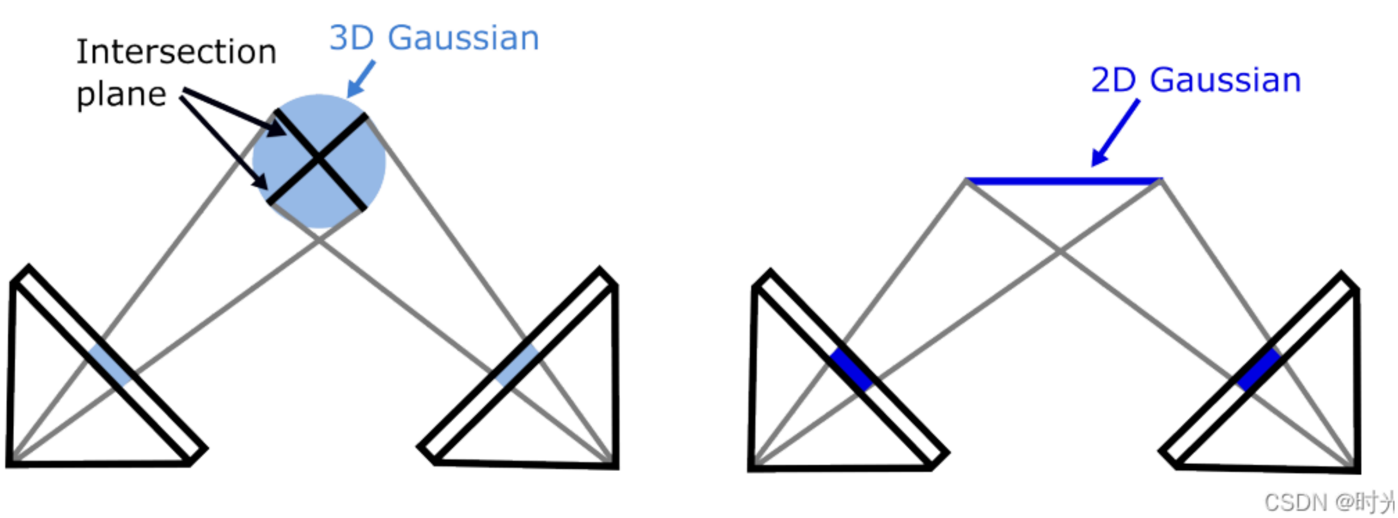
作者首先提出来过去的工作不咋样balabala，然后转而引入自己的2D高斯泼溅。
2D高斯泼溅使用**基元来表示物体，每个基元定义为一个定向的椭圆形圆盘。**
具体来说，3DGS在像素射线和3D高斯的交点处评估高斯值，这导致从不同视点渲染时深度不一致。相反，2DGS的方法利用显式的射线-泼溅交点，导致
溅，**此外，2D高斯基元中的固有表面法线通过法线约束实现了直接的表面正则化。**

然而只依靠光度损失来重建仍然存在问题，为了增强重建并实现更光滑的表面，作者引入了两个 正则化 项：**深度失真和法线一致性。**深度失真项集
在狭窄范围内的2D基元，解决了渲染过程中忽略高斯之间距离的限制。法线一致性项最小化渲染法线图与渲染深度梯度之间的差异，确保由深度和法线定
齐。

总而言之，本篇论文的**contribution**如下：

- 作者提出了一种高效的**可微分2D高斯渲染器**，通过利用2D表面建模、射线-泼溅交点和体积积分，实现了视角准确的泼溅。
- 作者引入了两个**正则化损失**，用于改进和无噪声的表面重建。
- 我们的方法相比其他显式表示方法，在几何重建和新视图合成结果上达到了最新的水平。

如下图所示就是3DGS和2DGS在几何表面的差异。左边是3DGS,右边是2DGS，可以看出，当相机在左边和右边分别观察时，**3DGS的两次观察结果的交
的。而2DGS可以确保看到的是同一个平面。**



1.2 Related Work

1.2.1 新视角合成

作者在这一段中再次总结了NeRF与3DGS的工作，然后再次强调2DGS怎么怎么好。

我这里有一篇快速了解NeRF和3DGS的文章：

NeRF与3DGS速通

1.2.2 3D重建

这部分同样没什么好说的，作者提出2DGS将重建速度提高了一个数量级。但是我认为这很有可能在3DGS中就已经达成。

1.2.3 可微分的基于点的图形

作者提出，本文他们将展示使用2D高斯基元进行详细的表面重建。还强调了在优化过程中额外正则化损失的重要作用，展示了它们对重建质量的显著影响

然后作者礼貌起见，还是把3DGS单列出来提了一嘴hh

1.2.4 最近的工作

最近的工作就是3DGS,SuGaR以及NeuSG。与SuGaR不同，SuGaR使用3D高斯近似2D高斯，而我们的方法直接采用2D高斯，简化了过程并增强了结
额外的精细化。NeuSG联合优化3D高斯基元和隐式SDF网络，并仅从SDF网络中提取表面，而我们的方法利用2D高斯基元进行表面近似，提供了一种更
的解决方案。

1.3 3DGS

在3DGS这篇文章中，相关的作者使用3D基于的形式来表示物体：

$$\mathcal{G}(\mathbf{p}) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\mathbf{p}-\mathbf{p}_k\right)^{\top}\Sigma^{-1}\left(\mathbf{p}-\mathbf{p}_k\right)\right)$$

其中3D维度下，坐标之间的协方差矩阵近似计算公式为：

$$\Sigma = \mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{S}^{\top}\mathbf{R}^{\top}$$

之后，为了最终实现在2D层面的渲染，3D视角通过视图变化矩阵W（先转化为相机视角），再乘以投影矩阵J得到了2D层面的协方差矩阵。

$$\Sigma' = \mathbf{J}\mathbf{W}\Sigma\mathbf{W}^{\top}\mathbf{J}^{\top}$$

最后，实现像素级别的重建：

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K}\mathbf{c}_k\,\alpha_k\,\mathcal{G}_k^{2D}(\mathbf{x})\prod_{j=1}^{k-1}\left(1-\alpha_j\,\mathcal{G}_j^{2D}(\mathbf{x})\right)$$

然而（作者是会写论文的，每隔几段就要批评一下3DGS来凸显自己hh），3DGS在表面重建中遇到了很大的挑战：
首先，**3D 高斯的体积辐射表示与表面的薄性质相冲突**。其次，**3DGS 无法本质上建模表面法线**，但是这一点对于高质量表面重建至关重要。第三，**3DGS**
乏多视图一致性，导致不同视点的 2D 交点平面不同 。此外，使用仿射矩阵将 3D 高斯转换到射线空间仅在中心附近产生准确的投影，在周围区域则牺牲

其实总而言之，作者硬是把一个创新拉成三个。**作者最大的贡献点就是解决了几何表面的重建不准确问题，记住这一点就好。**

1.4 2DGS正式出场

1.4.1 模型 架构

作者通过采用嵌入在3D空间中的“平坦”2D高斯来简化三维建模。在二维 高斯模型 中，2D基元将密度分布在平面圆盘内，并将**法线定义为密度变化最剧**
接下来是2DGS的数学解释，前方高能！！！

首先我们可以找一个三维空间的点Pk作为一个基元建模的中心点，这个Pk同样是二维高斯分布的中心点。此外我们还知道两条主切向量tu和tv。根据tu和
向量及方向：$\mathbf{t}_w = \mathbf{t}_u \times \mathbf{t}_v$,由此得到的旋转矩阵$\mathbf{R} = [\mathbf{t}_u, \mathbf{t}_v, \mathbf{t}_w]$是一个3×3的矩阵。除此之外，会有一个3×3的缩放对角矩阵，且该对角矩阵的最后一
项）为0。

这样，其实我们得到了2D坐标系下的一系列向量，那么可以经过一系列变化得到一个三维空间的点$\mathbf{P(u,v)}$。完整公式如下：

$$P(u,v) = \mathbf{p}_k + s_u \mathbf{t}_u u + s_v \mathbf{t}_v v = \mathbf{H}(u,v,1,1)^\top$$
$$\text{where } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} s_u \mathbf{t}_u & s_v \mathbf{t}_v & \mathbf{0} & \mathbf{p}_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{RS} & \mathbf{p}_k \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

我们举个例子：假设有如下参数，
$\mathbf{p_k} = [1,1,1]$
$\mathbf{t_u} = [1,0,0]$
$\mathbf{t_v} = [0,1,0]$
$s_u = 2$
$s_v = 3$
$u = 0.5$
$v = 0.5$
通过公式计算可以得到：
$P(u,v) = [1,1,1] + 2 \cdot [1,0,0] \cdot 0.5 + 3 \cdot [0,1,0] \cdot 0.5 = [1,1,1] + [1,0,0] + [0,1.5,0] = [2,2.5,1]$

P(u,v)表示在三维空间中的具体点，是通过局部切平面的二维坐标 (u,v) 转换得到的。这个转换考虑了中心点、主切向量和缩放因子的影响，使得二维高斯
三维空间中。最后的(u,v,1,1)则是在齐次四维空间表示的坐标。

需要补充的是，对于uv空间的点(u,v),它的2D高斯可以通过2D标准高斯公式评估：

$$G(\mathbf{u}) = \exp\left(-\frac{u^2+v^2}{2}\right)$$

1.4.2 泼溅

作者通过找到三个位于不同平面上的交点来高效地定位射线-泼溅交点。
给定图像坐标 x=(x,y)，我们将像素的射线参数化为两个正交平面（x平面和y平面）的交点。具体来说，x平面由法向量(−1,0,0) 和偏移量 x 定义。因此，一个四维齐次平面hx=(−1,0,0,x)。类似地，y平面为hy=(0,−1,0,y)。因此，射线r=(x,y) 由x平面和y平面的交点决定。

接下来，我们将这两个平面变换到二维高斯基元的局部坐标系，即uv坐标系，注意，使用变换矩阵 M 在平面上变换点等效于使用逆转置$\mathbf{M}^{-T}$变换齐次平
应用$(\mathbf{WH})^{-1}$等效于使用$(\mathbf{WH})^{T}$,消除了显式矩阵逆运算，并得出：

$$\mathbf{h_u} = (\mathbf{WH})^T \mathbf{h_x} \quad \mathbf{h_v} = (\mathbf{WH})^T \mathbf{h_y}$$

之前我们得知，二维高斯平面上的点可以表示为$(u,v,1,1)$,同时，交点应位于变换后的x平面和y平面上，因此：

$$\mathbf{h_u} \cdot (u,v,1,1)^T = \mathbf{h_v} \cdot (u,v,1,1)^T = 0$$

这导致了交点u(x) 的有效解：

$$u(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{h}_u^2 \mathbf{h}_v^4 - \mathbf{h}_u^4 \mathbf{h}_v^2}{\mathbf{h}_u^1 \mathbf{h}_v^2 - \mathbf{h}_u^2 \mathbf{h}_v^1} \quad v(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{h}_u^4 \mathbf{h}_v^1 - \mathbf{h}_u^1 \mathbf{h}_v^4}{\mathbf{h}_u^1 \mathbf{h}_v^2 - \mathbf{h}_u^2 \mathbf{h}_v^1}$$

其中，h_i^l和h_j^l是四维齐次平面参数的i-th参数。

除此之外，作者考虑到了其他的特殊解情况：

退化解 (Degenerate Solutions)： 当二维高斯从倾斜角度观察时，在屏幕空间中可能会退化为一条线。这意味着在 光栅化 过程中，高斯分布可能会被
染结果的精度降低。
为了处理这种情况，论文引入了一个低通滤波器来稳定优化过程。具体方法如下：
最大值滤波器：定义了一个新的高斯值$\hat{\mathcal{G}}(x)$,它取原始高斯值$\mathcal{G}(\mathbf{u}(x))$和低通滤波器值$\mathcal{G}\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{c}}{\sigma}\right)$的最大值。这样可以确保即使在退化情况下，二维高斯分
处理。

其中,$u(\mathbf{x})$由上面的方程解给出，c是中心pk的投影。直观地说，$\hat{\mathcal{G}}(x)$ 由固定的屏幕空间高斯低通滤波器限定，该滤波器的中心为 ck且半径为σ，在实验 $\sigma=\sqrt{2}/2$以确保在渲染过程中使用足够的像素。

光栅化 (Rasterization):
光栅化是将高斯分布从几何表示转换为屏幕上的像素表示的过程。具体步骤如下：

1. 计算屏幕空间边界框：为每个高斯基元计算屏幕空间的边界框，用于确定哪些像素会被影响。
2. 深度排序和瓦片组织：根据高斯分布中心的深度进行排序，并根据边界框将它们组织成瓦片。这有助于优化渲染过程。
3. 体积 alpha 混合：使用体积 alpha 混合从前到后集成高斯分布的 alpha 加权外观。这种方法确保了最终渲染图像的透明度和深度信息的正确处理。
   alpha 混合过程如下：

$$\mathbf{c}(\mathbf{x})=\sum_{i=1}\mathbf{c}_i\,\alpha_i\,\hat{\mathcal{G}}_i(\mathbf{u}(\mathbf{x}))\prod_{j=1}^{i-1}\left(1-\alpha_j\,\hat{\mathcal{G}}_j(\mathbf{u}(\mathbf{x}))\right)$$

   参数解释如下：

c_i 是第 i 个高斯分布的颜色。

α_i 是第 i 个高斯分布的透明度。

$\hat{\mathcal{G}}_i(\mathbf{u}(x))$ 是处理退化情况后的高斯值。

CSDN @时光诺言

1.5 Training

作者们的二维高斯方法虽然在几何建模上有效，但在仅使用光度损失进行优化时可能会导致重建结果的噪声问题，这是三维重建任务固有的挑战。因此，**真和法线一致性**两个关键术语。

1.5.1 深度失真

问题：当使用三维高斯分布进行渲染时，不同高斯分布可能会在深度上有交叠，这会导致渲染结果中的深度和颜色出现混乱，特别是在不同的高斯分布看上应该有不同深度时。

解决方案：因此，引入深度失真正则化项，**通过最小化交点之间的深度差距**，来确保这些高斯分布在正确的深度位置上。这可以帮助集中权重分布，使得加清晰和准确。
公式如下：

$$\mathcal{L}_d=\sum_{i,j}\omega_i\omega_j\,|z_i-z_j|$$

1.5.2 法线一致性

问题：在渲染过程中，如果二维高斯分布的法线（指向相机的方向）不一致，会导致表面不光滑，看起来不自然。特别是在处理半透明表面时，这个问题
解决方案：引入法线一致性正则化项，通过对齐二维高斯分布的法线和实际表面的法线，确保重建的表面是光滑的，且局部几何形状准确。这意味着二维与由深度图估计的表面法线一致。

作者将二维高斯分布泼溅的法线与深度图的梯度对齐，公式如下：

$$\mathcal{L}_n=\sum_i\omega_i\left(1-\mathbf{n}_i^{\top}\mathbf{N}\right)$$

其中,i表示射线上的交叉泼测索引，ω 表示交点的混合权重，$\mathbf{n}_i$ 代表泼测朝向相机的法线， $\mathbf{N}$是由附近深度点p估计的法线。具体来说，$\mathbf{N}$通过有限差分

$$\mathbf{N}(x, y) = \frac{\nabla_x \mathbf{p} \times \nabla_y \mathbf{p}}{|\nabla_x \mathbf{p} \times \nabla_y \mathbf{p}|}$$

通过将泼溅法线与估计的表面法线对齐，作者确保二维泼溅在局部上逼近实际物体表面。

1.5.3 实验中用到的 损失函数

本实验最终的损失函数公式如下：

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \alpha \mathcal{L}_d + \beta \mathcal{L}_n$$

参数解释如下：

$\mathcal{L}_c$：这是一个RGB重建损失函数，用于度量重建图像与真实图像之间的差异。它结合了 $\mathcal{L}_1$ 损失和 D-SSIM 项（结构相似性度量）。

$\mathcal{L}_d$：这是深度失真正则化项，用于减少高斯分布之间的深度误差，确保深度信息的准确性。

$\mathcal{L}_n$：这是法线一致性正则化项，用于确保高斯分布的法线与实际表面的法线一致，保证表面的光滑和自然。

α **和** β：这些是权重系数，控制正则化项在总损失中的影响。

CSDN @时光诺言

作者通过实验得出，设定 α=1000 用于有界场景，α=100 用于无界场景，β=0.05 适用于所有场景。

时间原因，代码解析以后有空再更吧。