

Лабораторная работа 1.1.4

ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФОНА КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Зайцев Александр

Б03-305

1 Введение

Цель работы: применение методов обработки экспериментальных данных для изучения статистических закономерностей при измерении интенсивности радиационного фона.

Оборудование: счетчик Гейгера—Мюллера, компьютер с интерфейсом для связи со счётчиком.

2 Теория

В данной работе производятся измерения космических частиц, попавших на наполненный газом металлический цилиндр с двумя электродами за каждую секунду (4000 измерений). Число зарегистрированных частиц зависит от времени измерения, размеров счетчика, от давления и состава газа и от материала, из которого сделаны стенки счётчика.

Регистрация частиц однородна по времени и каждое последующее событие не зависит от предыдущего, поэтому количество отсчетов в одном опыте подчиняются распределению Пуассона, которое при больших числах стремится к нормальному.

Если случайные события (регистрация частиц) однородны во времени (не меняют своей средней интенсивности), а каждое последующее событие никак не зависит от того, как и когда произошло предыдущее, то последовательность таких событий принято называть пуассоновским процессом. Для пуассоновского процесса может быть получено теоретическое распределение вероятностей — распределение Пуассона.

Если продолжать проводить измерения, можно ожидать, что выборочное среднее будет стремиться к некоторому конечному пределу, который можно назвать «истинным» средним значением числа регистрируемых частиц (в математике оно называется «математическим ожиданием» случайной величины):

$$\hat{n} = \lim_{N \rightarrow \infty} (\bar{n})$$

Вероятности w_n того, что в эксперименте будет обнаружено n частиц, для распределения Пуассона имеют вид

$$w_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

При N измерениях среднее значение числа частиц за одно измерений равно:

$$\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i$$

Стандартное (среднеквадратичное) отклонение можно оценить по формуле:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2}$$

Из теории погрешностей известно, что погрешность среднего значения \bar{n} при независимых измерениях связана со стандартным отклонением (погрешностью отдельного измерения) формулой:

$$\sigma_{\bar{n}} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}}$$

Таким образом, если среднеквадратичное отклонение σ_n стремится к конечному пределу при больших N , погрешность среднего значения убывает с ростом числа измерений как $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Увеличивая количество измерений, среднее значение можно получать со всё более

возрастающей точностью, приближаясь к «истинному» \bar{n} . А при конечном N можно записать, что истинное среднее с высокой вероятностью лежит в интервале

$$\bar{n} = n \pm \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}}$$

Именно поэтому опыт проводился в течение четырех тысяч секунд, чтобы максимально уменьшить погрешность.

Вычисление частот w_n , с которыми каждое число отсчетов n встречается среди результатов, происходит по формуле:

$$w_n = \frac{n_i}{N_i}$$

Средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду и ее погрешность соответственно вычисляются по формулам:

$$j = \frac{\bar{n}}{\tau} \quad \sigma_j = \sqrt{j}$$

3 Оборудование

Космические лучи обнаруживают с помощью ионизации, которую они производят, используя счетчик Гейгера-Мюллера. Счетчик представляет собой наполненный газом сосуд с двумя электродами. Частицы космических лучей ионизируют газ, выбивают электроны из стенок сосуда. Те, сталкиваясь с молекулами газа, выбивают из них электроны. Таким образом, получается лавина электронов, следовательно, через счетчик резко увеличивается ток.

Погрешность измерения потока частиц с помощью счетчика Гейгера-Мюллера мала по сравнению с изменениями самого потока, то есть его флуктуациями.

4 Ход обработки данных

1. Получен файл с данными (4000 чисел от 0 до 6).
2. Полученные данные переписаны в таблицу обработки данных
3. Данные разделены на 4 части ($\tau_1 = 1000$ секунд, $\tau_2 = 2000$ секунд, $\tau_3 = 3000$ секунд, $\tau_4 = 4000$ секунд)

4. Для каждого τ_n построены ступенчатые гистограммы результатов, откладывая по оси абсцисс число отсчетов n , а по оси ординат столбики, высота которых соответствует частоте w_n
5. Для каждого τ_n вычислены: а) среднее число регистрируемых частиц \bar{n} ; б) среднеквадратичное (стандартное) отклонение σ_n ; в) погрешность среднего значения σ_n^- ; г) средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду и её погрешность.
6. Используя найденные значения \bar{n} и σ_n , поверх экспериментальных гистограмм наложены теоретические распределения Пуассона. Качественно оценено, насколько хорошо экспериментальные гистограммы согласуются с теоретическими.

5 Обработка данных

I. Для $\tau = 1000 \text{ с}$:

Гистограмма (1000 с)

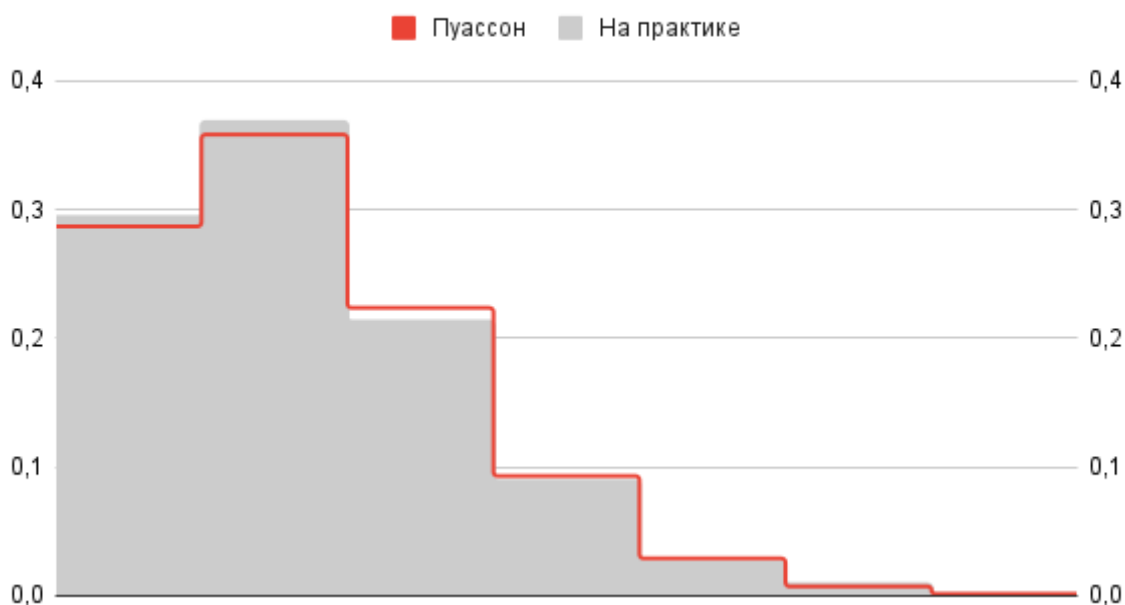


рис.1

На оси ординат гистограммы - w_n , на оси абсцисс - соответствующие n (от 0 до 6, слева направо на каждый столбец соответственно).

Сплошным цветом показаны данные, полученные практическим путем. Красной линией показано теоретическое распределение Пуассона. Для следующих гистограмм обозначения аналогичны.

Среднее число регистрируемых частиц для данной гистограммы:

$$\bar{n} \approx 1,216$$

Среднеквадратичное (стандартное) отклонение для данной гистограммы:

$$\sigma_n \approx 1,10479$$

Погрешность среднего значения для данной гистограммы:

$$\sigma_{\bar{n}} \approx 0,07797$$

Средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду:

$$j \approx 0,00608$$

Погрешность средней интенсивности регистрируемых частиц:

$$\sigma_j \approx 0,07797$$

II. Для $\tau = 2000 \text{ с}$:

Гистограмма (2000 с)

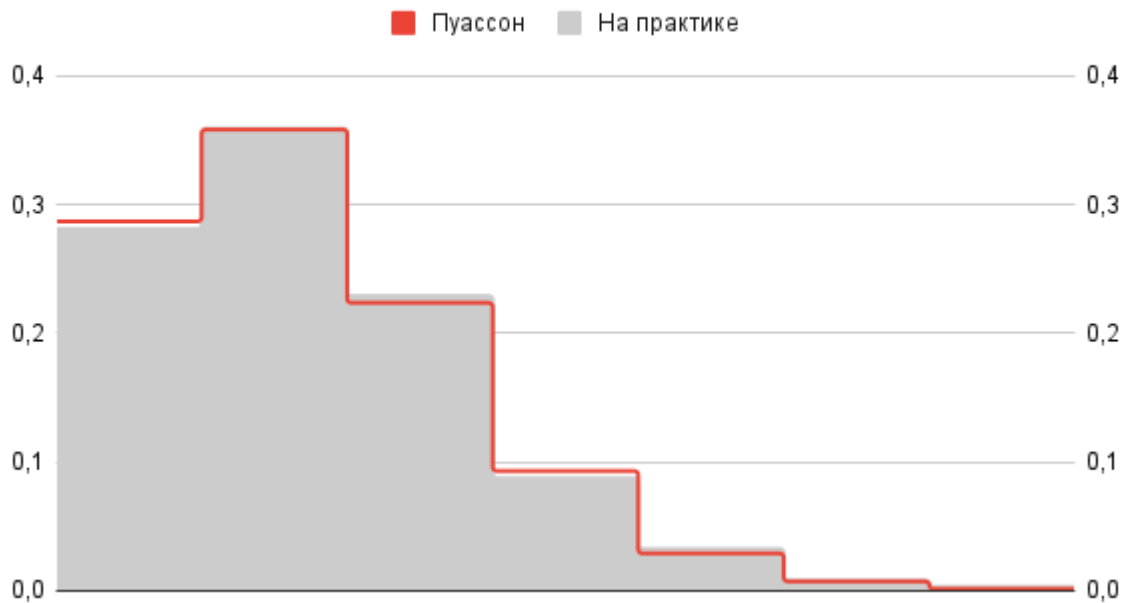


рис. 2

Среднее число регистрируемых частиц для данной гистограммы:

$$\bar{n} \approx 1,2675$$

Среднеквадратичное (стандартное) отклонение для данной гистограммы:

$$\sigma_n \approx 1,1339$$

Погрешность среднего значения для данной гистограммы:

$$\sigma_{\bar{n}} \approx 0,04596$$

Средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду:

$$j \approx 0,00211$$

Погрешность средней интенсивности регистрируемых частиц:

$$\sigma_j \approx 0,04596$$

III. Для $\tau = 3000 \text{ с}$:

Гистограмма (3000 с)

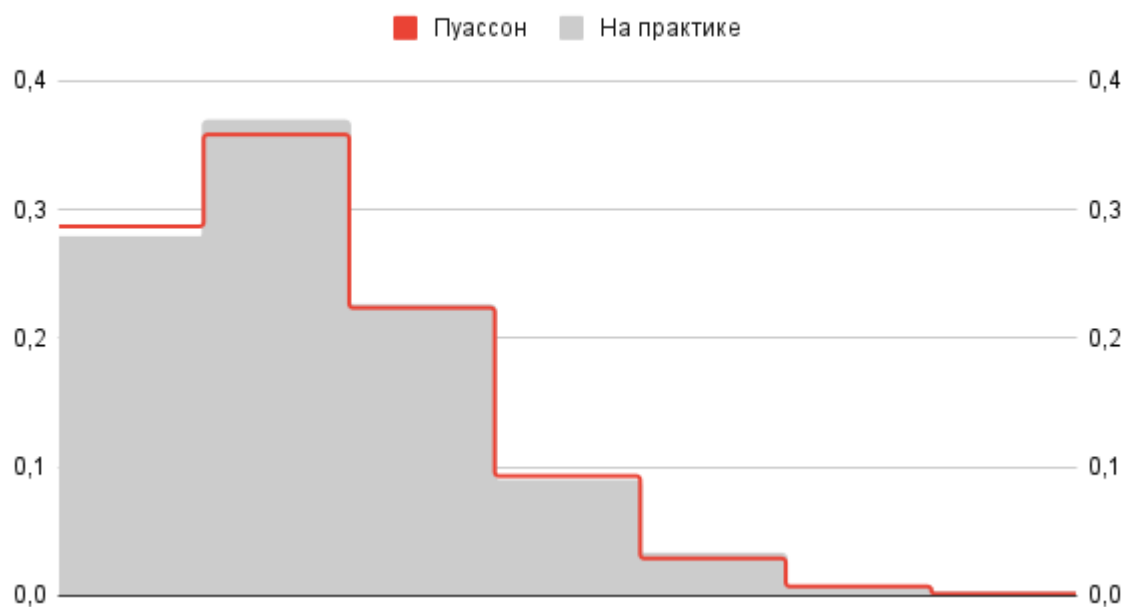


рис. 3

Среднее число регистрируемых частиц для данной гистограммы:

$$\bar{n} \approx 1,256$$

Среднеквадратичное (стандартное) отклонение для данной гистограммы:

$$\sigma_n \approx 1,10974$$

Погрешность среднего значения для данной гистограммы:

$$\sigma_{\bar{n}} \approx 0,03235$$

Средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду:

$$j \approx 0,00105$$

Погрешность средней интенсивности регистрируемых частиц:

$$\sigma_j \approx 0,03235$$

IV. Для $\tau = 4000 \text{ с}$:

Гистограмма (4000 с)

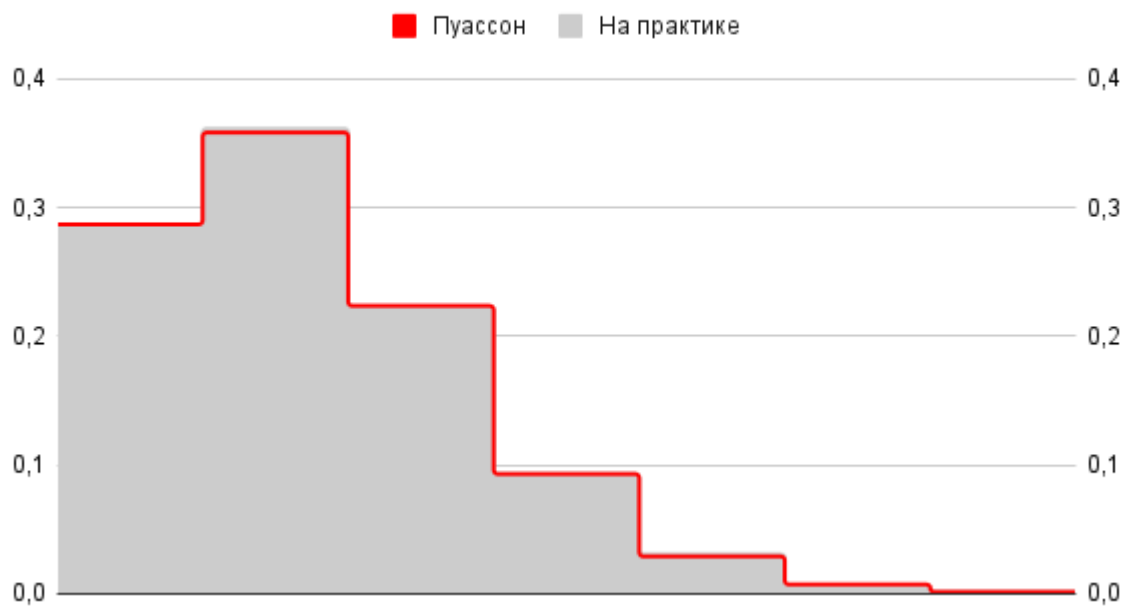


рис. 4

Среднее число регистрируемых частиц для данной гистограммы:

$$\bar{n} \approx 1,24875$$

Среднеквадратичное (стандартное) отклонение для данной гистограммы:

$$\sigma_n \approx 1,10823$$

Погрешность среднего значения для данной гистограммы:

$$\sigma_{\bar{n}} \approx 0,01767$$

Средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду:

$$j \approx 0,00031$$

Погрешность средней интенсивности регистрируемых частиц:

$$\sigma_j \approx 0,01767$$

V. Сравнение четырех предыдущих гистограмм и их параметров

№	\bar{n}	σ_n	σ_n^-	j	σ_j
1	1,216	1,10479	0,07797	0,00608	0,07797
2	1,2675	1,13339	0,04596	0,00211	0,04596
3	1,256	1,10974	0,03235	0,00104	0,03235
4	1,24875	1,10823	0,01766	0,00031	0,01766

таб. 1

С увеличением числа измерений (от 1000 до 4000) среднее количество частиц практически не меняется (меняется незначительно).

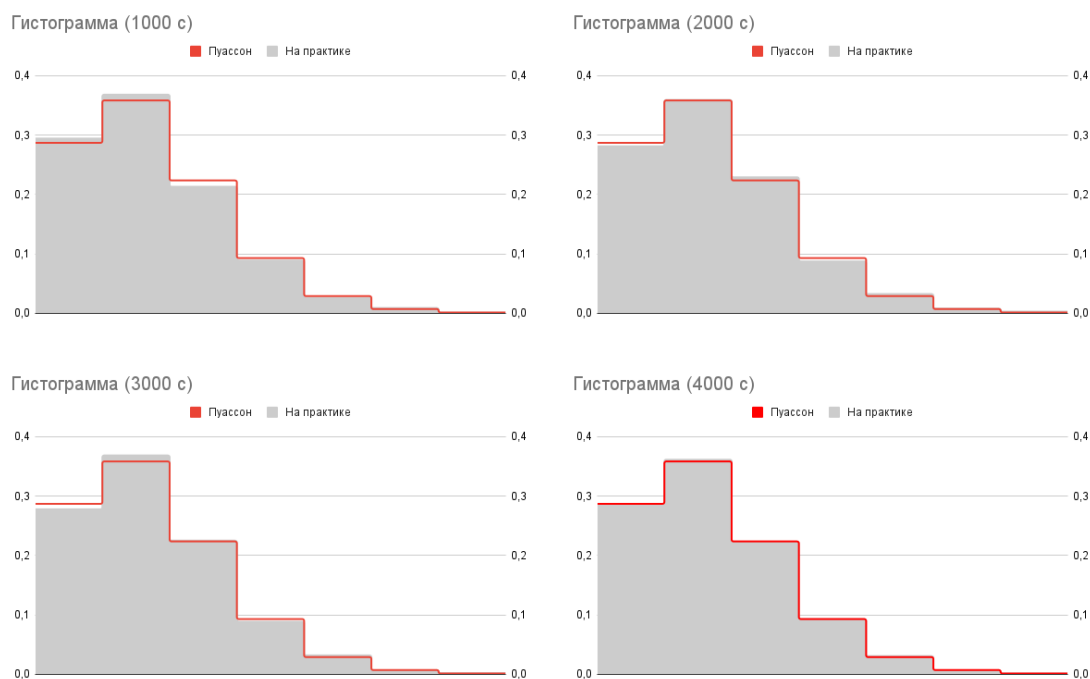
Аналогичное происходит со значением среднеквадратичного отклонения.

Согласно теоретическим данным, отклонение среднего значения с увеличением числа измерений должно уменьшаться. На практике это действительно выполняется: σ_n^- уменьшился.

Аналогичное происходит со значением погрешности средней интенсивности зарегистрированных частиц.

Средняя интенсивность уменьшается с увеличением числа измерений.

VI. Оценка практических данных с данными, полученными теоретической формулой Пуассона



Для удобства пронумеруем гистограммы в таком порядке: 1000 с - первая, 2000 с - вторая, 3000 с - третья, 4000 с - четвертая.

С увеличением числа измерений экспериментальные гистограммы согласовываются с теоретическим распределением Пуассона более точно (на последней гистограмме они почти совпадают). Для наилучшего совпадения можно было бы увеличить число измерений (до 8000 или 16000 секунд).

VII. Проверка справедливости основного свойства распределения Пуассона

$$\bar{n} = \sigma_n$$

\bar{n}	σ_n
1,216	1,10479
1,2675	1,13339
1,256	1,10974
1,24875	1,10823

Значения \bar{n} и σ_n в первом случае отличаются на 0,11121, во втором случае на 0,13411, в третьем на 0,14626, в четвертом на 0,14052.

Это значит, что распределение Пуассона с увеличением числа измерений переходит в так называемое нормальное распределение или распределение Гаусса.

VIII. Определение доли случаев, когда отклонение числа отсчетов n от среднего значения не превышает (по модулю) одного, двух и трех стандартных отклонений

Долю таких случаев от общего количества обозначим за λ

$$|n - \bar{n}| \leq \sigma_n \quad (\lambda_1)$$

$$|n - \bar{n}| \leq 2 \sigma_n \quad (\lambda_2)$$

$$|n - \bar{n}| \leq 3 \sigma_n \quad (\lambda_3)$$

Для τ_1 :

$$\lambda_1 = 0,581; \lambda_2 = 0,964; \lambda_3 = 0,99$$

Для τ_2 :

$$\lambda_1 = 0,588; \lambda_2 = 0,9565; \lambda_3 = 0,989$$

Для τ_3 :

$$\lambda_1 = 0,593; \lambda_2 = 0,9597; \lambda_3 = 0,9917$$

Для τ_4 :

$$\lambda_1 = 0,5845; \lambda_2 = 0,96175; \lambda_3 = 0,9925$$

Теория распределения Гаусса примерно звучит так:

“Примерно в 2/3 случаев (с вероятностью 68%) отдельное измерение отличается от среднего значения не более, чем на одну среднеквадратичную ошибку ($\pm\sigma$), с вероятностью 95% — не более чем на две среднеквадратичные ошибки ($\pm 2\sigma$), и, наконец, теоретическая вероятность отклонения в пределах ($\pm 3\sigma$) равна 99,7%.”

По результатам лабораторной работы, отдельное измерение отличается от среднего значения не более, чем на одну среднеквадратичную ошибку примерно в 58-59% случаев, на две - в 95-96% случаев, на три - в 98,9-99,3%.

О характере распределения регистрируемых частиц можно сказать, что они распределяются соответственно теориям Пуассона и Гаусса. Для более лучшего соответствия рекомендуется увеличить число измерений.

6 Вывод

В результате проведения лабораторной работы частично подтвердились теории распределения Пуассона и Гаусса. Теоретические данные почти полностью совпали с практическими. Вследствие невозможности увеличения числа измерений с 4000 до более высоких чисел, теории подтвердились не полностью. Применены методы обработки данных для изучения статистических закономерностей при изменении интенсивности радиационного фона.