

## חלק א פרויקט: עיבוד אותות ספרתי

גל גryn 214883415

שמעון בן עמי 9215489949

דניאל נגבי 326709144

הבהרה חשובה: את כל קטעי הקוד אנחנו מצרפים בקבצים נפרדים בעובודה שנמצאים בZIP, בכל

חולק נציג את שם קובץ הקוד ☺

### حلק א:

$d_1 + d_2 + d_3: \text{odd number} \rightarrow \text{recursive solution}$

אזי נמשח FFT באופן רקורסיבי.

למעשה זו הנוסחה ל DFT :

$$X[K] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] e^{-\frac{j2\pi ki}{N}}$$

על מנת להפוך את האלגוריתם ליעיל יותר במקומם לחשב DFT באורך N נחשב שני DFT באורך  $\frac{N}{2}$  וכך סיבוכיות הזמן של האלגוריתם יורדת  $O(N \log N) \rightarrow O(N^2)$  נחשב למעשה DFT של האי זוגיים והזוגיים.

קובץ קוד: **FFT\_RECURESIVE.M**

על מנת להשוות לפונקציה מطلب השתמשנו בקובץ הקוד: **testR.m**:  
מימושו את הקוד בمطلوب ומוצרף גרף השוואה בין FFT של מطلب למימוש שלנו:

```
Command Window
Difference between custom FFT and MATLAB FFT:
1.9357e-15

>> testR()
Custom Recursive FFT Result:
 Columns 1 through 7

 36.0000 + 0.0000i -4.0000 + 9.6569i -4.0000 + 4.0000i -4.0000 + 1.6569i -4.0000 + 0.0000i -4.0000 - 1.6569i -4.0000 - 4.0000i

 Column 8

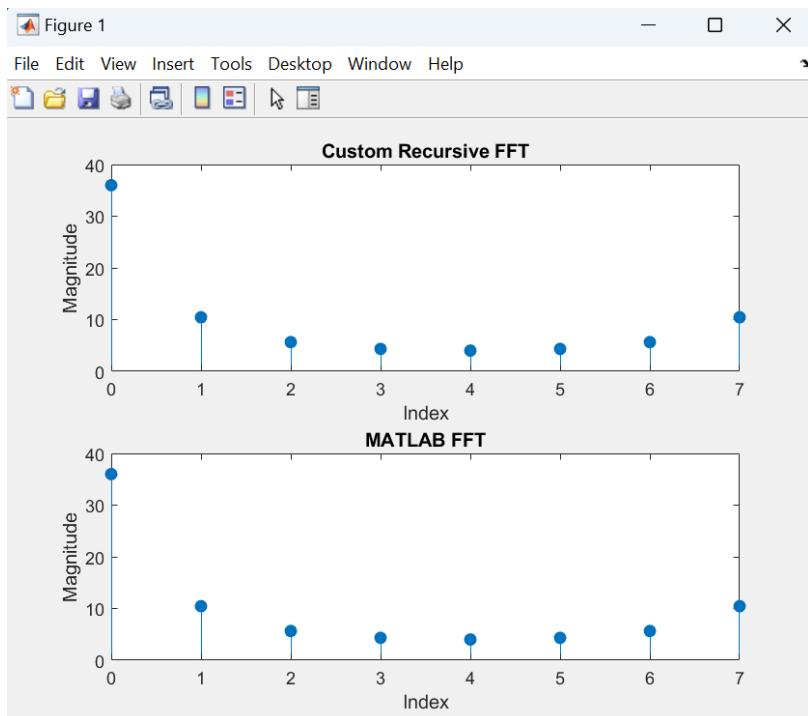
 -4.0000 - 9.6569i

MATLAB FFT Result:
 Columns 1 through 7

 36.0000 + 0.0000i -4.0000 + 9.6569i -4.0000 + 4.0000i -4.0000 + 1.6569i -4.0000 + 0.0000i -4.0000 - 1.6569i -4.0000 - 4.0000i

 Column 8

 -4.0000 - 9.6569i
```



ניתן לראות שיצאו לנו תוצאות מאד טובות: כמעט זהות לפונקציות המובנות של מטלב.

ובדימה לIFFT :

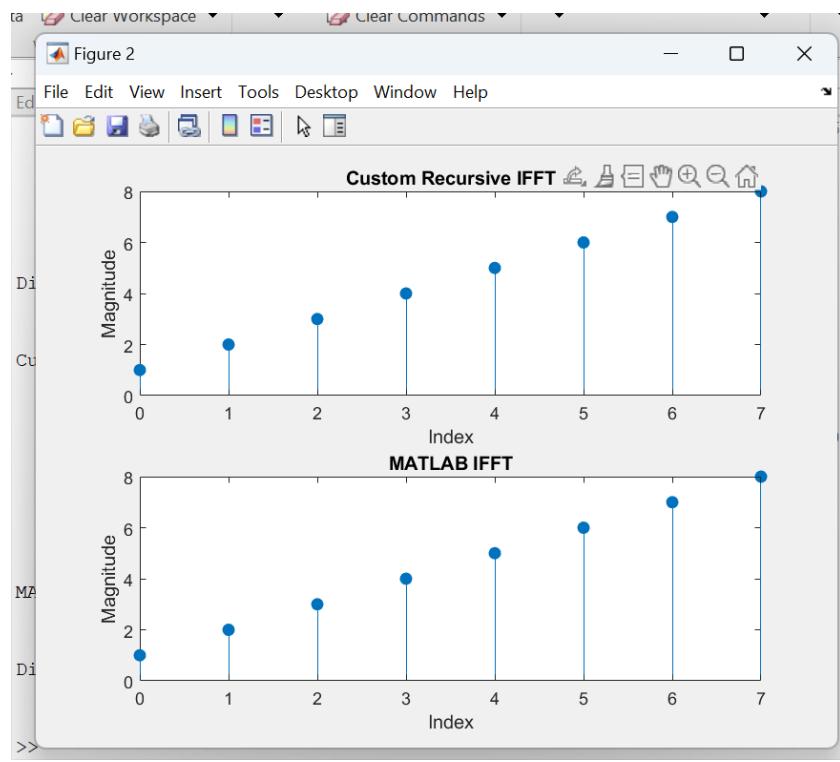
**קובץ קוד: IFFT\_RECURESIVE.M**

על מנת להשוות לפונקציה מטלב השתמשנו בקובץ הקוד: **testR.m**:

ההשווואה:

```
Custom Recursive IFFT Result:
Columns 1 through 5
1.0000 + 0.0000i 2.0000 + 0.0000i 3.0000 - 0.0000i 4.0000 + 0.0000i 5.0000 + 0.0000i
Columns 6 through 8
6.0000 - 0.0000i 7.0000 + 0.0000i 8.0000 - 0.0000i

MATLAB IFFT Result:
1 2 3 4 5 6 7 8
```



ניתן לראות שיצאו לנו תוצאות מאד טובות: כמעט זהות לפונקציות המובנות של מטלב.

## حلק ב:

.א.

אנו רוצים שאות S יעבור לגמרי והאות V יונחת פי A.

אזי עברו האות S :

$$f = 5 \rightarrow \Omega = 2\pi * f = 10\pi, w = \Omega * T_S = 10\pi T$$

רוצים שהאות S יעבור לגמרי אחרי שעבור במסנן כלומר שיטק"ם  $|w| = 10\pi T < \frac{\pi}{4} \rightarrow T < \frac{1}{40}$

עבור האות V :

$$f = 10 \rightarrow \Omega = 2\pi * f = 20\pi, w = \Omega * T_S = 20\pi T$$

רוצים שהאות V יונחת פי A אחרי שעבור במסנן כלומר שיטק"ם  $\frac{\pi}{4} < |w| = 20\pi T < \frac{\pi}{1} \rightarrow \frac{1}{80} < T < \frac{1}{20}$

$$\frac{1}{80} < T < \frac{1}{20}$$

כלומר סהכ צרי להתקיים גם הדרישה עבור אות V וגם הדרישה עבור האות S :

$$\frac{1}{80} < T < \frac{1}{20}, T < \frac{1}{40} \rightarrow \frac{1}{40} < T < \frac{1}{20}$$

$$T = \frac{1}{60} \rightarrow f_s = \frac{1}{T} = 60[\text{Hz}]$$

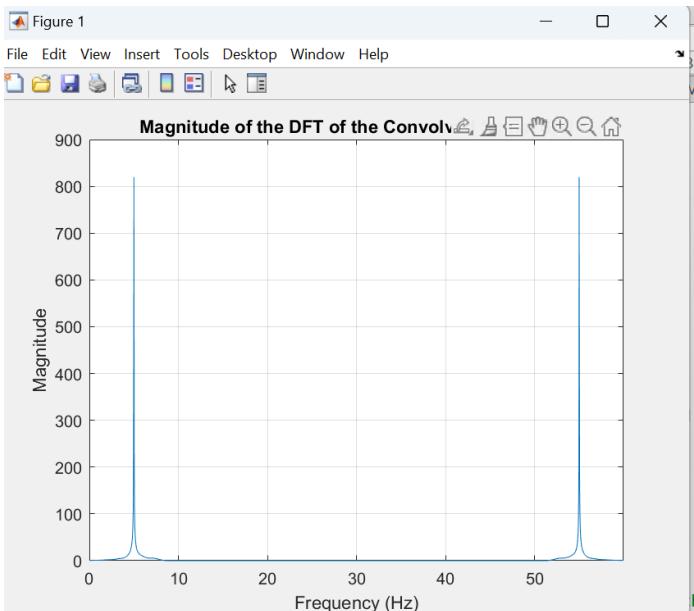
.ב.

על מנת לקבל במושג המסנן 2048 דגימות מסוננות :

נתון שאורך המסנן הוא 102 ומכניסים את האות אליו כלומר ממצאים קובולציה לינארית אזי אורך האות שייצא הינו : (נסמן את מספר הדגימות שניקח ב  $|r| = m$ )

$$|r| + 102 - 1 = 2048 \rightarrow m = 2048 - 101 = 1947$$

כלומר ניקח 1947 דגימות.



.ג.

שם קובץ קוד: samp2048.m:

להלן תוצאות ההרצה:

אכן הגרף שקיבלנו מתאים בדיק לההתמרת הפורייה שציפינו לקבל.

שהיא התמרה של קוסינוס בתדרות  $60[\text{Hz}]$ .

. ד.

כ! נעשה מספר פעולות על מנת לאפשר זאת: (אינטראפומציה ודצימציה)

$$\frac{2\pi 10}{F_S} - 2\pi k = \frac{4\pi}{5} - 2\pi k \text{ כל } S \text{ יוכפל}$$

$$+ S \text{ יוכפל כל } 2\pi k = \frac{2\pi}{5} - 2\pi k$$

נשתמש באינטראפומציה ודצימציה :

$$+ \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{M}{L} + S \text{ יומקם ב } \frac{4\pi}{5} \cdot \frac{M}{L}$$

ובcutת נדרש את התנאים מסעיף א (כי בסעיף א נסנו מעבירים את S וכופלים את V בקבוע קטן מאוד מאוד כלומר למשה מסננים את V):

$$\frac{\pi}{4} \leq \frac{4\pi}{5} \cdot \frac{M}{L} \leq \pi \rightarrow \frac{5}{16} \leq \frac{M}{L} \leq \frac{5}{4} \quad \text{וגם} \quad \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{M}{L} < \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{M}{L} < \frac{5}{8}$$

$$\text{כלומר סך הכל } \frac{5}{16} \leq \frac{M}{L} \leq \frac{5}{4} \quad \text{וגם}$$

אז אם נבחר  $L = 4, M = 2$  אנו בתחום הדרש 😊

. ה.

רוצים לקבל בمطلوب המרכיב  $\cos(2\pi t)$  נרצה בציר התדר הלם ב  $1[Hz]$ .

בנוסף נרצה שהאות יעבור לגמרי במסנן כלומר לא יונחת לנו צורך להתקיימ:

$$\omega = \Omega T = \frac{\Omega}{F_S} = \frac{2\pi f}{F_S} \leq \frac{\pi}{4} \rightarrow F_S \geq 8f \geq 8 \rightarrow F_S \geq 8$$

נסתכל על האפשרויות (הuzzות):

$$20\pi T - 2\pi = 2\pi T \rightarrow T = \frac{1}{9} \rightarrow F_S = 9[Hz]$$

$$10\pi T - 2\pi = 2\pi T \rightarrow T = \frac{1}{4} \rightarrow F_S = 4[Hz]$$

זה לא עומד בתנאי של  $F_S \geq 8$  לכן נפסל

$$-20\pi T - 2\pi = 2\pi T \rightarrow T = \frac{1}{11} \rightarrow F_S = 11[Hz]$$

$$-10\pi T - 2\pi = 2\pi T \rightarrow T = \frac{1}{6} \rightarrow F_S = 6[Hz]$$

זה לא עומד בתנאי של  $F_S \geq 8$  לכן נפסל

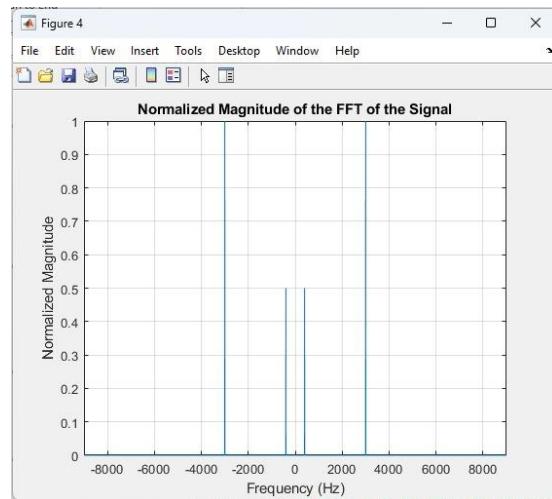
סחכ נשארנו עם שתי אופציות:  $F_S = 9,11[Hz]$

נעדיף את התדר המינימלי מכיוון שדגימה בתדר נמוך יותר זוליה יותר וכן קיבל  $F_S = 9[Hz]$ .

## حلק ג:

א. שמריצים את הקובץ (עשינו למידע FFT וشرطנו) מקבלים :

**קובץ קוד: LOAD\_sig\_x.m**



רואים שהתדרים הפעילים הם :  $400, 3000, 15000, 17600 [Hz]$

הסיגナル הוא סכום של קוסינוסים עם התדרים הפעילים שציינו.

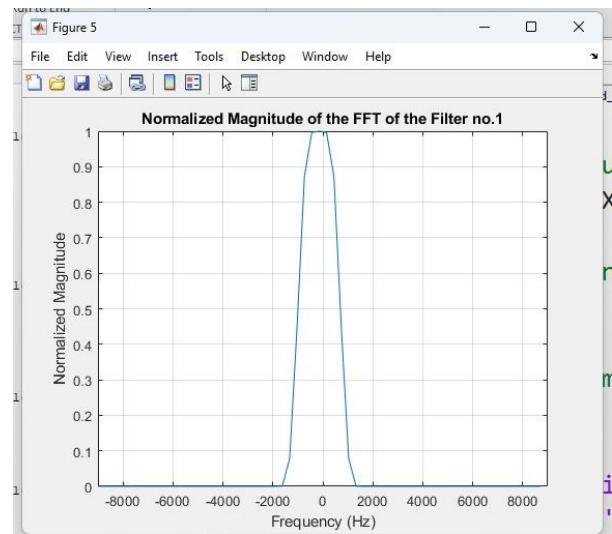
.ב.

בדומה לسؤال א' ב שאלה זו על מנת להבין מה אנו רואים עושים FFT על מנת לראות את המידע  
במישור התדר ונشرط

על מנת לעשות FFT השתמשנו בקוד מסעיף א' ורך שינו את המידע.

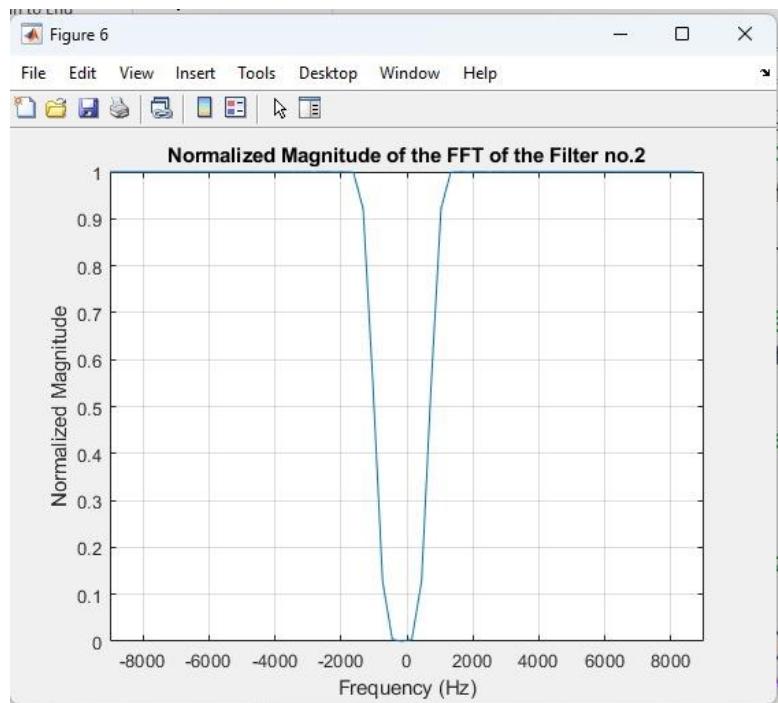
**קובץ קוד: Load\_filter\_1.m**

mosn 1 הוא BPF (מעביר תחום תדרים מסוימים ומוחית את כל השאר)



### **קובץ קוד:** Load\_filter\_2.m

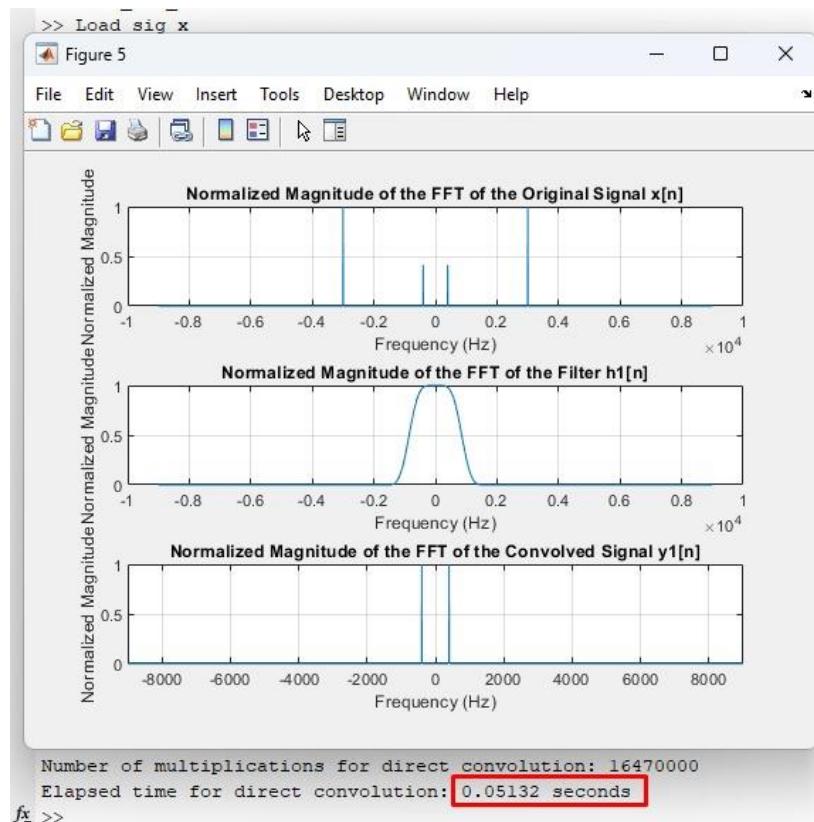
מxon 2 הוא BSF (ברור שמנחית ערכיהם בתדר מסוים ואת השאר מעביר)



.ג.

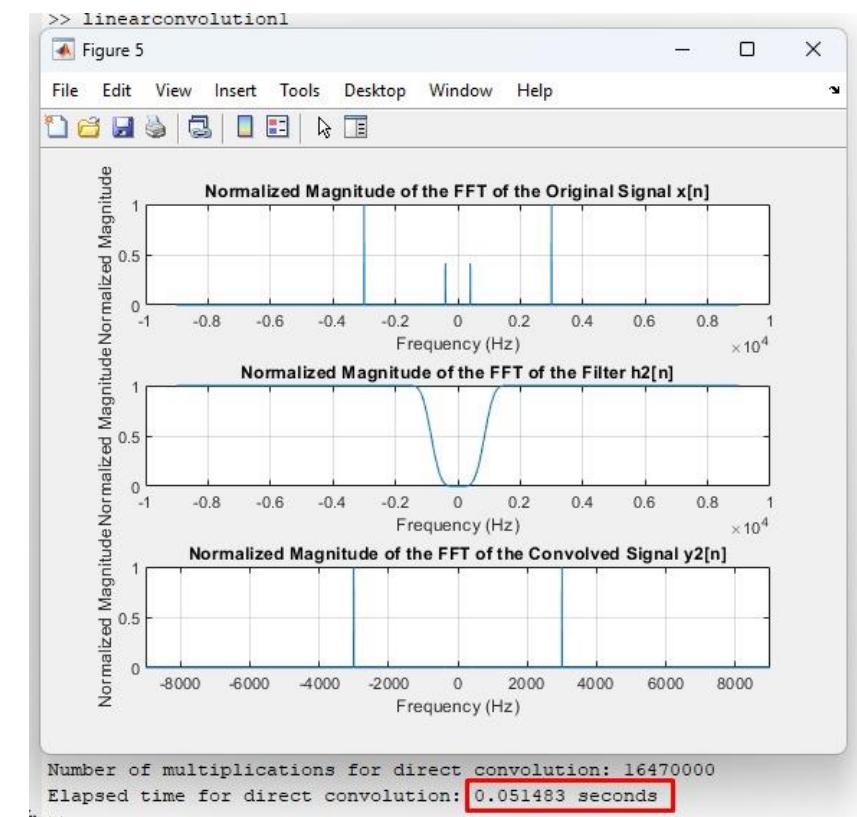
מימוש קונבולוציה לינארית למxon 1:

### **קובץ קוד:** linearconvolution1.m



מימוש קונבולוציה לינארית למxon 2: (אותו קוד כמו למxon 1 רק החלפנו את המxon)

### קובץ קוד: linearconvolution2.m



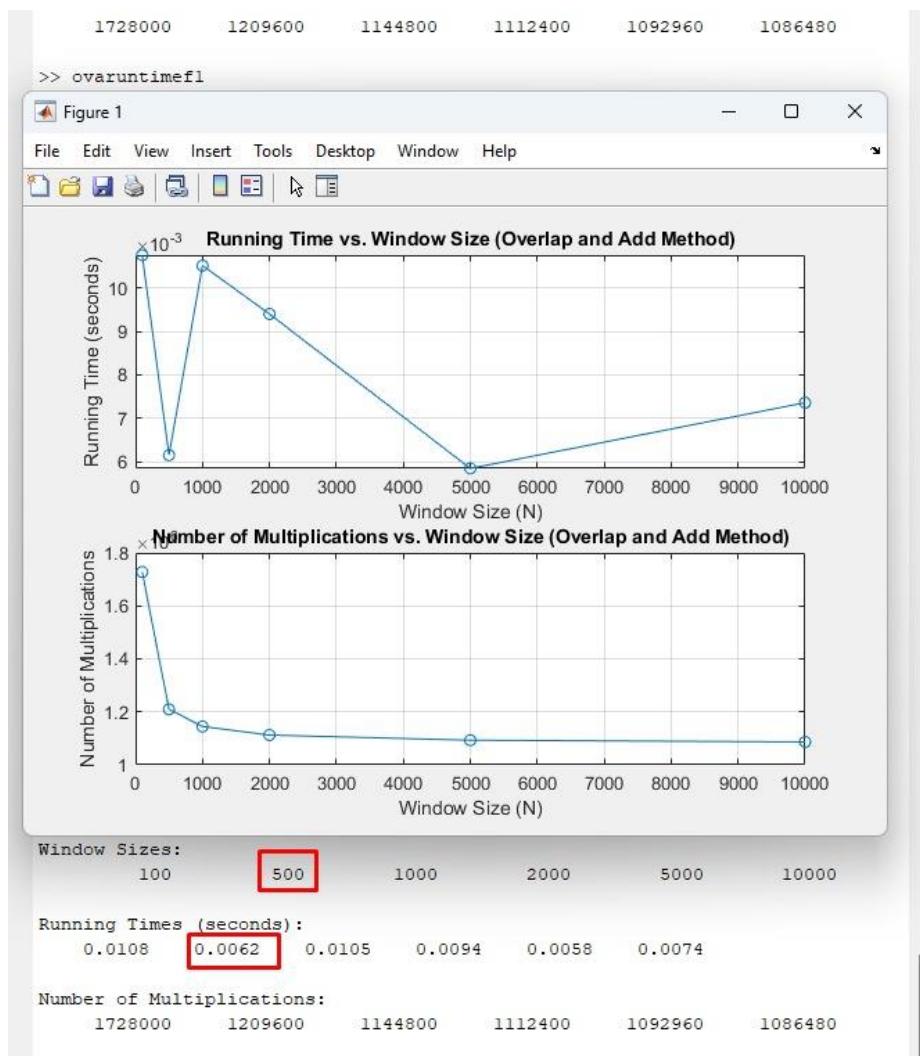
ניתן לראות שבMSN השני אכן רק תחום תדרים מסוים עוצר והשאר עובר ושלעומת זאת בMSN הראשון רק תחום תדרים מסוים עובר והשאר עוצר.

\***חשבנו את זמני הריצה שלהם להמשך.**

.D.

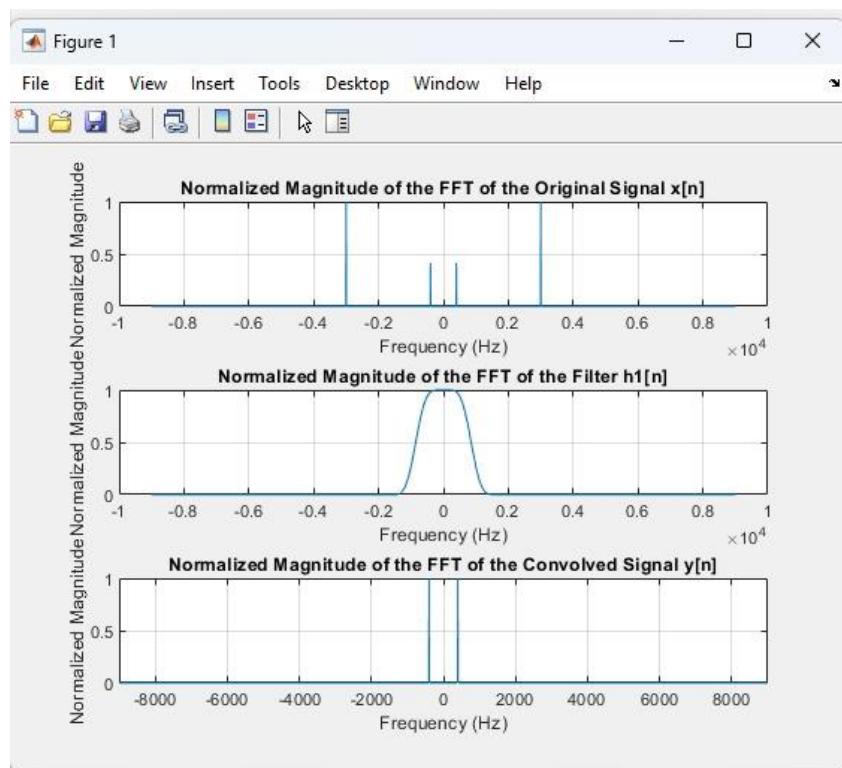
מימשנו קונבולוציה בעזרת OVA לMSN הראשון:

**קובץ קוד: ovaruntimef1.m**



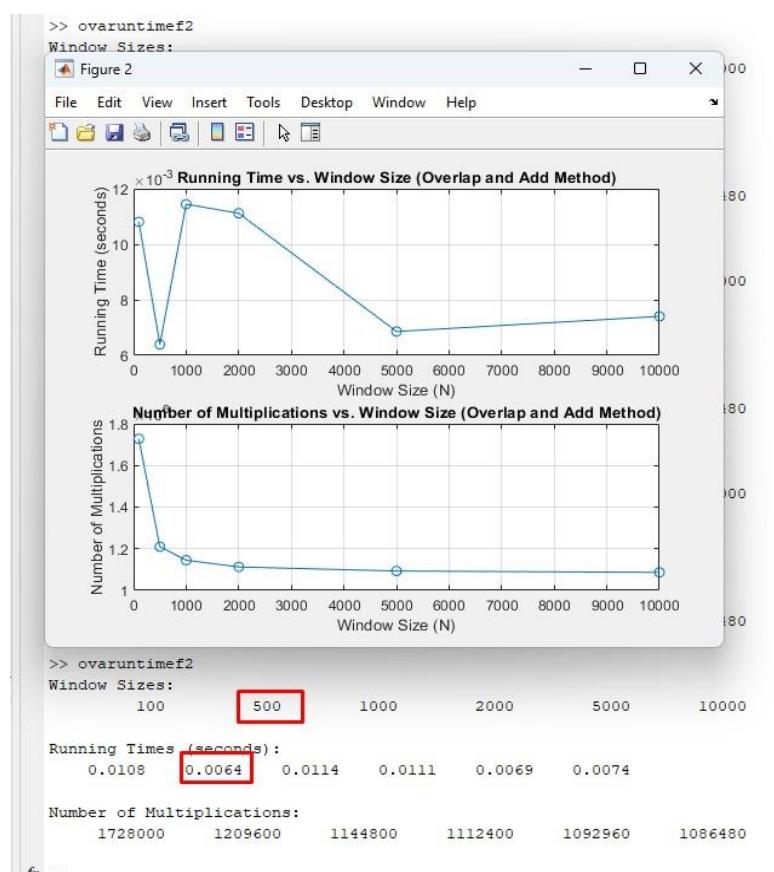
בחרנו בגודל המסגרת המסווגה ( $N=500$ ), הסבר בהמשך.

### קובץ קוד: CONVOVAF1.m



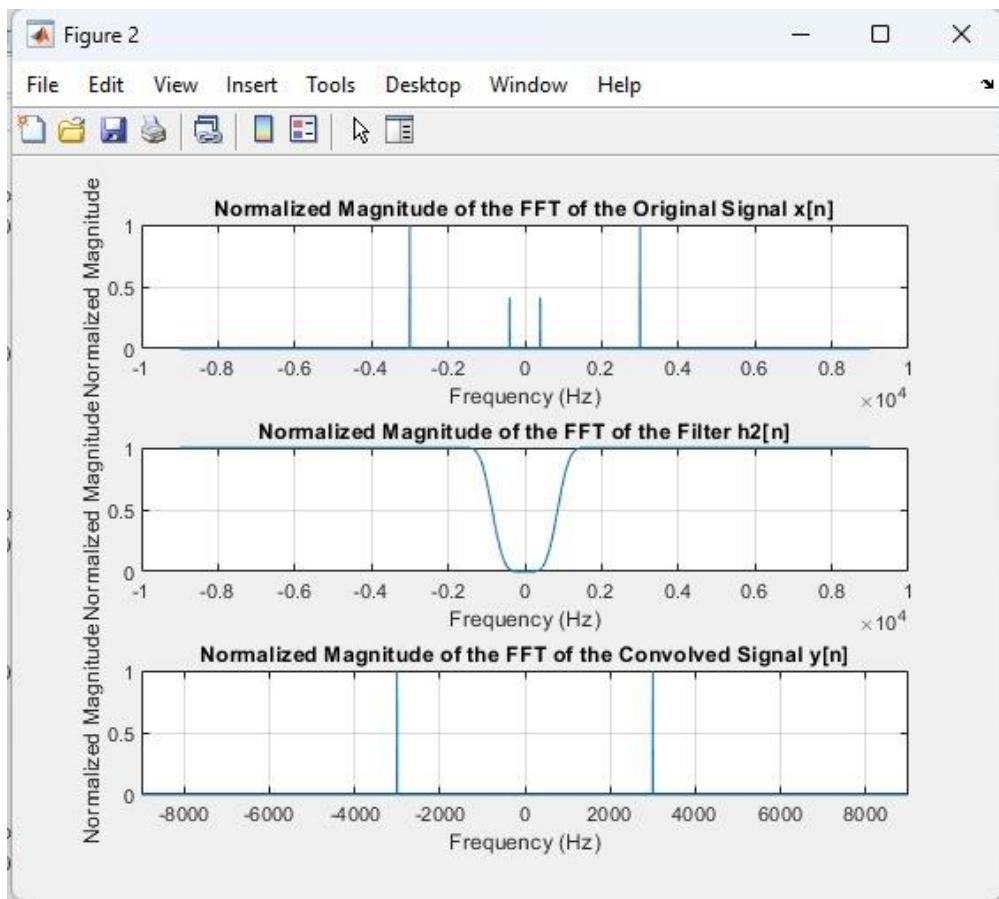
גם למכן השני:

### קובץ קוד: ovaruntimef2.m



בחרנו בגודל המסגרת המסווגן ( $N=500$ ), הסבר בהמשך.

### קובץ קוד: CONVOVAF2.m



כעת, נפרט יותר לעומק בסיבה לבחירה שלנו.

קבענו את פרמטרי האלגוריתם כך כיוון שהם האופטימליים (הסביר בשורות הבאות)

עבור מסן 1:

מהגרף העלון נוכל להבחן כיצד זמן הריצה משתנה בהתאם לשינוי גודל החלון.

עבור זמן הריצה בשניות:

כאשר גודל החלון קטן מאוד (100 דגימות), זמן הריצה הוא גבוה יחסית, וזה מתחילה ירידה. כאשר הוא מגע לגודל חלון של 500, זמן הריצה נמצא במינימום שלו, ולאחר מכן עוליה שוב. כאשר הוא מגע ל-1000, הוא מתחילהשוב לרדת, עד שmagע ל-5000, ומשם מתחילה עלייה נוספת.

זה"כ נוכל לראות כי זמן הריצה האופטימלי (המינימלי) בשניות במסן הראשון הוא כאשר גודל החלון הוא בערך 500 (מינימום מוחלט), ולכן בחרנו בפרמטר זה להיות  $N = 500$ .

עבור מס' המכפלות:

הगראף התחתון מראה את מספר הצלפות שנדרש עבור כל גודל חלון. מספר הצלפות יורד משמעותית כאשר גודל החלון גדול מ-100-500 דגימות. ולאחר מכן, מעבר ל-500 דגימות, מספר הצלפות נשאר יחסית קבוע או יורד בצורה איטית.

אותו הדבר מתרכז עבור המסן השני.

כך או כך, קונבולוציה בשיטת OVA הינה יעילת יותר (כמו שציפינו) מבחינת זמן ריצה מאשר קונבולוציה לינארית קלאסית.

הסבר על OVA(Overlap-Add):

שיטת זו היא טכנית לחישוב קונבולוציה של אותות ארוכים מאוד עם מסננים בעלי אורך מוגבל בצורה ייעילה יותר. בשיטה, אנחנו מחלקים את האות לכמה חלקים קטנים יותר, מבצעים קונבולוציה על כל חלק בנפרד ואז משלבים את התוצאות באמצעות חפיפה ותוספת.

השלבים:

1) חלוקת האות לחולנות

האות הקלט [ח]<sub>N</sub> מחולק לחולנות של N דגימות. כל חלון נקרא [ח]<sub>n</sub> (n- מספר החלון(המקטע)).  
המסן [ח]<sub>h</sub> נשאר קבוע לכל האורך.

2) קונבולוציה של כל חלון

כל מקטע [ח]<sub>n</sub> מאופס בשמאלו ובימינו באורך המסן [ח]<sub>h</sub>, ועליו מבצעים את הקונבולוציה עם המסן [ח]<sub>h</sub>.

התוצאה שנתקבל תהיה קטע זמן [ח]<sub>n</sub> באורך של 1-L+N (L- אורך המסן).

3) חפיפה ותוספת

התוצאה שקיבלנו עבור כל קונבולוציה של חלון [ח]<sub>n</sub> מוחברת לתוצאה הסופית [ח]<sub>u</sub> בצורה של חפיפה ותוספת.

ההיפפה תבוצע ע"י הuzzת התוצאה של כל חלון [ח]<sub>n</sub> לפי המקום המקורי שלו באותה הקלט.  
אם N גדול מ L, אז החלק האחרון של כל חלון יתנגש עם החלק הראשון של החלון הבא.(משם גם משמעות השם: Overlap-Add)

יתרונות:

יחסכו בזמן חישוב- שימוש ב-FFT מקטין את זמן החישוב בהשוואה לקונבולוציה ישירה, במיוחד עבור אותות ארוכים.

ניהול זיכרון טוב יותר- חישוב חולנות קטנים מאפשר ניהול זיכרוןיעיל יותר במערכות עם מגבלות זיכרון.

חסרונות

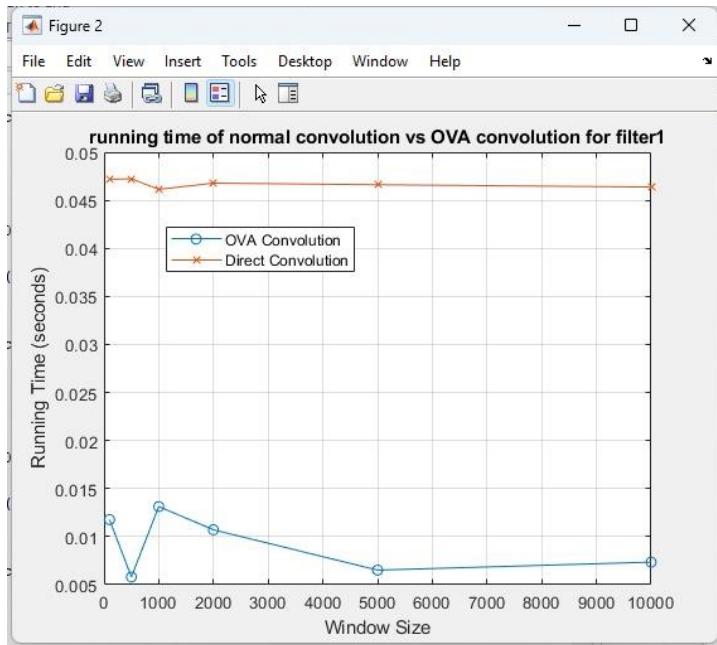
MORECBOT CHISOBIA- ישנה MORECBOT נוספת בניהול חפיפה ותוספת של חולנות.

חפיפה גורמת לרעש- אם החפיפה לא נעשית נכון, תיתכן חפיפה שגויות שיכולה להוביל לרעש בתוצאה הסופית.

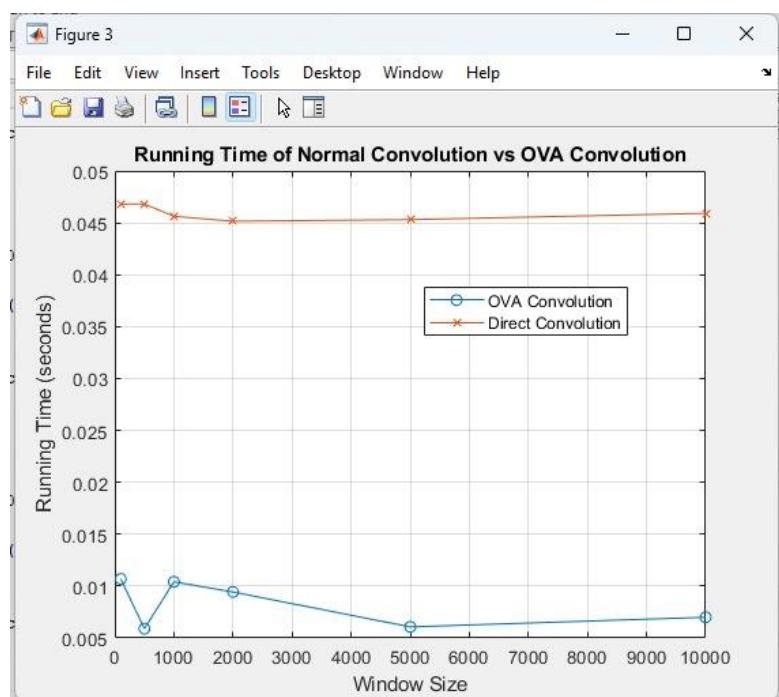
ה.

נשווה בין זמני הריצה של שתי השיטות. נבצע זאת בכך שנכנים אתכם על אותו הגרף כפונקציה של גודל המסגרת עבור כל מסנן בנפרד.

נתחיל מהשוואה עבור המסנן הראשון:



**קובץ קוד:m: convcmp1.m**



**קובץ קוד:m: convcmp2.m**

וכעת, נבצע את אותו הדבר עבור המסנן השני:

### שיטת OVA(קו כחול)

הקו הכהול מייצג את זמן הריצה של שיטת OVA עבור גודלים שונים של חלונות. זמן הריצה בו משתנים בהתאם לגודל החלון. עבור חלונות קטנים מאוד, זמן הריצה גבוהה יחסית, אך הוא יורד בצורה ממשמעוותית כאשר גודל החלון גדול עד איזור מסוים (כמתರחש בין 500 ל-1000 דגימות), אז נשאר יחסית קבוע ויעיל.(הסביר מפורט למתרחש בו בסעיף הקודם)

### קונבולוציה ישירה לינארית רגילה(קו כתום)

הקו הכתום מייצג את זמן הריצה של הקונבולוציה הישירה. זמן הריצה של הקונבולוציה הישירה נשאר קבוע כמעט לאורך כל הגודלים, סביב 0.045 שניות.(שינויים מאוד קטנים וznichim הנגרמים מהמחשב)

### עדיפות הביצועים:

ביצוע השווה בין זמן הריצה מראה בצורה חד משמעית לשיטת OVA NOTNT ביצועים טובים ויעילה יותר משמעוותית מהקונבולוציה הישירה הלינארית. וambilah זמן ריצה אופטימלי כאשר גודל החלון נבחר בצורה נכונה.

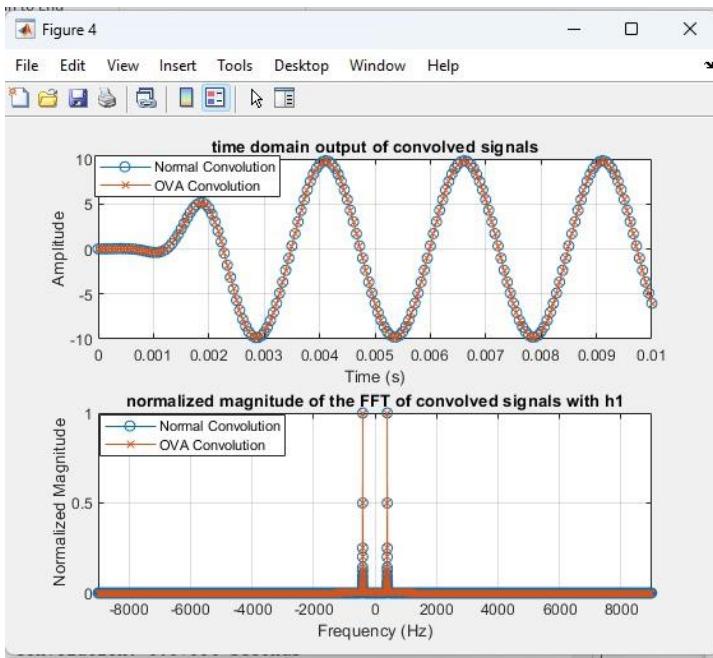
סה"כ עבור גגלי חלון קטנים מאוד או גדולים מאוד, זמן הריצה של שיטת OVA עלול להיות גבוהה יותר, אך במרוחים מסוימים (במיוחד 500-5000 דגימות) היא מבצעת קונבולוציה בצורה הרבה יותר יעילה מאשר הקונבולוציה הישירה.

### סיכום:

בהתבסס על הגרף, ניתן להסיק כי שיטת OVA היא עדיפה מבחינה ביצועים כאשר גודל החלון נבחר בצורה אופטימלית (באיזור של 500-5000 דגימות). היא מציעה חיסכון משמעותי בזמן הריצה בהשוואה לשיטת הקונבולוציה הישירה, ואם נסתכל בסעיף הקודם על מספר הכפלות שנדרש עבור כל גודל חלון, נבחן כי עבור אותו איזור, (באיזור של 500-5000 דגימות) מספר ההכפלות הנדרש עבור שיטת OVA קטן משמעוותית. מה שהופך אותה לאפשרות מעשית ויעילה יותר עבור עיבוד אותן ארוכים.

1.

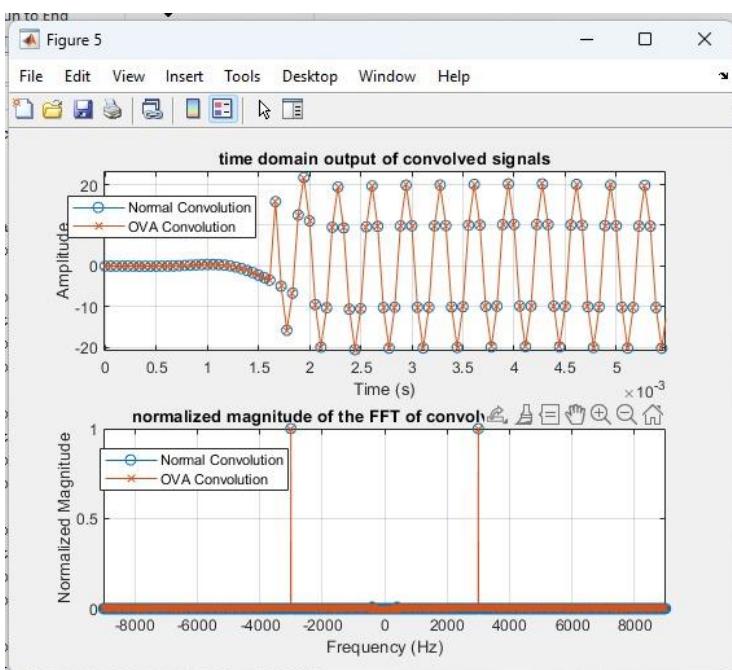
נראה עבור מסן 1 את מוצאי שתי הקונבולוציות באותו גרף:



קובץ קוד: **outputcmp1.m**

נראה עבור מסן 2 את מוצאי שתי הקונבולוציות באותו גרף:

קובץ קוד: **outputcmp2.m**



ניתן לראות שעשינו OVA כראוי כי קיבלנו תוצאות מאוד דומות עד כדי זהות עבור שני המ參נים בציר התדר והזמן, בדיק כפי שציפינו.