

חלק ב פרויקט מסכם דוג

gil grin 214883415

דניאל נגבי 326709144

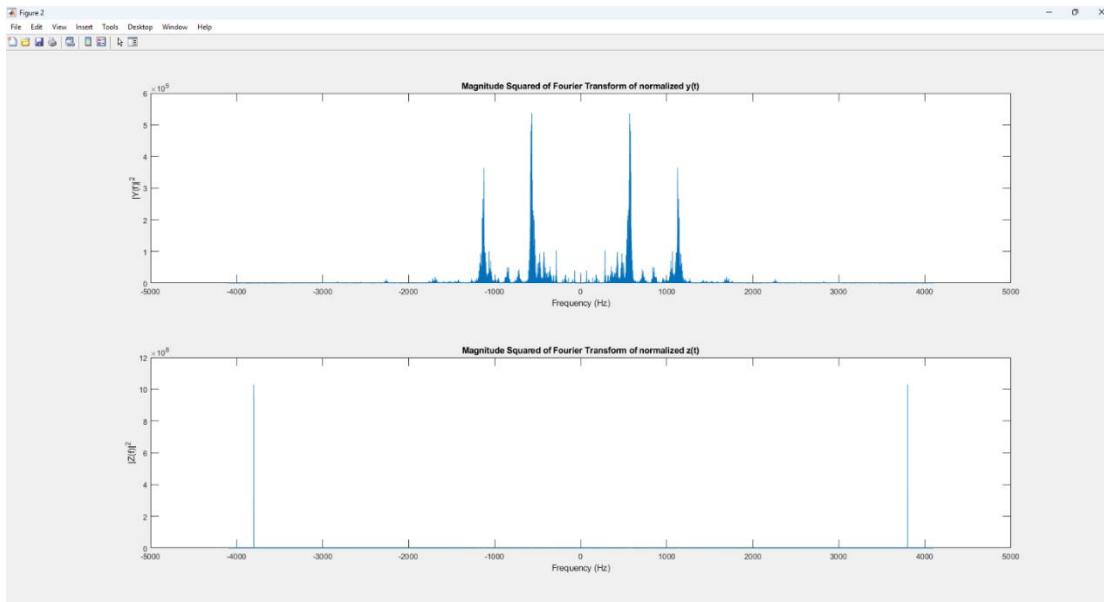
שמעון בן עמי 215489949

حلק א:

1א:

פישוט געשה DFT לשני האותות הנתונים ונציג את הערך המוחלט בריבוע (עם נרמול כਮובן).

קובץ קוד:m1a



האות u אכן נמצא בתוך האות z , אבל קטן בשלושה סדרי גודל מהרעש...

1ב:

בסעיף הקודם צירנו את הערך המוחלט בריבוע של התמרת פורייה של האותות ומזה למדנו ש: האות Z הוא אות מאד רועש לעומת האות Y ללא הפרעות. בעצם האות Z הינו האות Y רק עם רעש גדול מאוד באזור $[3900 \pm 3900] \text{ Hz}$ שגודלו בשלושה סדרי גודל מהמagnetודה של Y .

1ג:

האזנו לאותות בمطلوب בעזרה הקוד שצירפתם לנו.

קובץ קוד ל Y : m1y

קובץ קוד ל Z : m1z

1ד:

לאחר שהאזנו לאותות הבנו כי ההבדל ביניהם הוא:

האות Y הוא שירה נקייה והאות Z הוא אותה שירה רק עם צליל קבוע בתדר מסוים ששומעים בנוסף.

א. בהנחה שהմSENן האנלוגי (s) H_c העומד בדרישות המפורטות מעלה, ב כדי שהמערכת הספרטיבית תהיה שקופה למשן האנלוגי נדרש:

$$H_c(j\Omega) = H \left(e^{\frac{j\omega}{F_s}} \right), |\Omega| \leq \pi * F_s$$

כלומר:

$$\begin{aligned} A_s &= -20 \log \delta \rightarrow \delta = 10^{-\frac{A}{20}} \rightarrow \delta_s = 0.1 \\ A_p &= -20 \log_{10}(1 - \delta_p) \leq 5 \text{ dB} \end{aligned}$$

לפי הנחיה הודיה, נמצא את δ המשסימלי שמקיים את אי השווון הנ"ל:

$$\log_{10}(1 - \delta_p) > -\frac{1}{4} \rightarrow 1 - \delta_p > \frac{1}{\sqrt[4]{10}} \rightarrow \delta_p < 1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}} \rightarrow \delta_p = 1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}} \approx 0.4376$$

$$\Omega_p = 3600 \times 2\pi \text{ Krad/sec} \quad \Omega_s = 3800 \times 2\pi \text{ K rad/sec}$$

או רוצים לתקן משן ספרתי אבל הדרישות הן עברו משן רציף אז נתרגם את הדרישה ונזכור שתדר הדגימה הינו [Hz].

$$\omega_{\text{pass}} = \frac{\Omega_p}{f} = 2.7611 \text{ Krad} \quad \omega_{\text{stop}} = \frac{\Omega_s}{f} = 2.9145 \text{ Krad}$$

דרישות הגליות והניחות הן זהות: $A_p = 5, A_s = 20 \text{ dB}$

*הערה: נשים לב שהוא בעצם צריכים לתקן LPF שגביר את התדרים בסביבת 0 וינחית את התדרים הגבוהים יותר (לערך בתחום [Hz] 3500 – 4000) כי הרוי באזורי התדריות הללו נמצא הרעש באות Z .
לכן, השתמש בדרישת LP.

ב. ב כדי לתקן משן במישור האנלוגי/מדומה נמיר את התדרים הדיגיטליים במישור זה:

מצא את התדרים האנלוגיים:
לפלו ל- Z :

$$s = \frac{2}{T} * \frac{z - 1}{z + 1}$$

ומכיון שאצלנו $s = \frac{z-1}{z+1} = 2$ אז $T = \frac{z-1}{2}$.

הגליות נשארת כמו שהיא, את התדרים נמיר בעזרה הקשר בין התדרים עברו $2 \therefore T =$

$$\begin{aligned} \widetilde{\Omega}_s &= \tan\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = \tan\left(\frac{2.9145}{2}\right) = 8.7691 \text{ rad/sec} \\ , \quad \widetilde{\Omega}_p &= \tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = \tan\left(\frac{2.7611}{2}\right) = 5.192774 \text{ rad/sec} \end{aligned}$$

$$\tilde{\delta}_s = \delta_s = 0.1, \quad \tilde{\delta}_p = \delta_p = 1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}}$$

מכיוון שאנחנו רוצים לתקן LP בעל אותן תכונות מבחינות סימטריות.

שאלה: האם תדרים אלו צריכים להיות זמינים לתדרים במשן האנלוגי?

תשובה : לא . נדרשו לבנות מערכת ספרטנית אשר מתחקה אחרי המערכת האנלוגית. היינו רוצים תדרים זהים לתדרים במערכת האנלוגית, אך מכיוון שאנו שאנחנו עובדים עם אותות דגומים, אז היה צורך במשהו ספרתי והשתמשנו במשפט הדגימה. לאחר מכן, התרמרה הב'-לינארית מבצעת עיות לא לינארי של התדרים בשביל להעביר את המערכת שלנו מהמישור הדיגיטלי Z למישור האנלוגי S . וכן האופי הכללי של תגובת התדרים ישמור אף מיקומם המדוייק ישתנה. מעבר זה מתבצע על ידי שימוש בפונקציית $\text{ch}t$. ולכן הם לא יהיו זהים.

התרמרה הב'-לינארית נועדה לשמר את האופי הכללי של תגובת התדרים אך לא את מיקומם המדוייק, וכן התדרים האנלוגיים המשמשים למסנן Butterworth שונים מההתדרים המקוריים של המסנן האנלוגי.

בקצרה: המיפוי מכניס עיות לא לינארי(warping) של ציר התדר, ולכן הם לא שווים.

ג. נתקנן מסנן LPF עם הפרמטרים הנתונים: $\widetilde{\Omega}_s, \widetilde{\Omega}_p, \delta_s, \delta_p$

נמצא את פרמטרי העזר בעזרת הנוסחאות:

$$\begin{aligned} \kappa = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} &= \frac{5.192774}{8.7691} = 0.592167 < 1 \quad d = \sqrt{\frac{(1 - \delta_p)^{-2} - 1}{\delta_s^{-2} - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right)\right)^{-2} - 1}{0.1^{-2} - 1}} = 0.147788 \end{aligned}$$

כלומר סדר המסנן N הינו:

$$N = \lceil \frac{\log(d)}{\log(\kappa)} \rceil = \lceil 3.649 \rceil = 4$$

מציאת תדר הקיטוען:

נמצא את רוחותם האפשרי עבור Ω_0

$$\begin{aligned} \widetilde{\Omega}_p \left[(1 - \delta_p)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}} &\leq \Omega_0 \leq \widetilde{\Omega}_s [\delta_s^{-2} - 1]^{-\frac{1}{2N}} \\ \widetilde{\Omega}_p \left[(1 - \delta_p)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}} &= 5.192774 \left[\left(1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right)\right)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{8}} = 4.7155 \text{ rad/sec} \\ \widetilde{\Omega}_s [\delta_s^{-2} - 1]^{-\frac{1}{2N}} &= 8.7691 [0.1^{-2} - 1]^{-\frac{1}{8}} = 4.9374 \text{ rad/sec} \end{aligned}$$

כלומר תדר הקיטוען הינו בתחום:

$$4.7155 \leq \Omega_0 \leq 4.9374$$

נבחר למשל $\Omega_0 = 4.72 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ בשירותיות.

מציאת כתבים ומסנן:

הנוסחה למציאת הקטבים הינה :

$$s_k = \Omega_0 * e^{j(N+2k+1) * \frac{\pi}{2N}}, 0 \leq k \leq N-1$$

כלומר יהיו לנו 4 קטבים s_0, s_1, s_2, s_3 :

$$\begin{aligned} s_0 &= 4.72 * e^{j(4+2*0+1)*\frac{\pi}{8}} = 4.72e^{5\pi j} \\ s_1 &= 4.72 * e^{j(4+2*1+1)*\frac{\pi}{8}} = 4.72e^{7\pi j} \end{aligned}$$

$$s_2 = 4.72 * e^{j(4+2*0+1)*\frac{\pi}{8}} = 4.72e^{9\pi j}$$

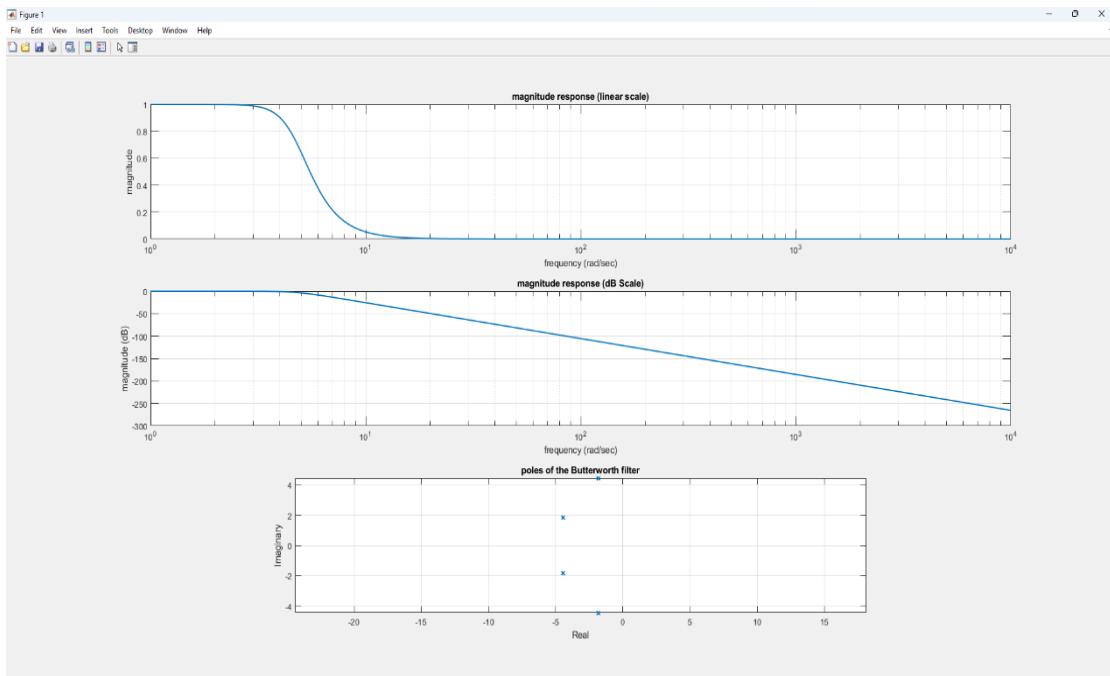
$$s_3 = 4.72 * e^{j(4+2*0+1)*\frac{\pi}{8}} = 4.72e^{11\pi j}$$

לאחר מציאת הקטבים, אם נבטא את הפולינום שמייצג את ה LPF בצורה הבאה:

$$\widetilde{H(s)} = \prod_{k=0}^{N-1=3} -\frac{s_k}{s-s_k}$$

בעזרת הקוד :**seif3.m**

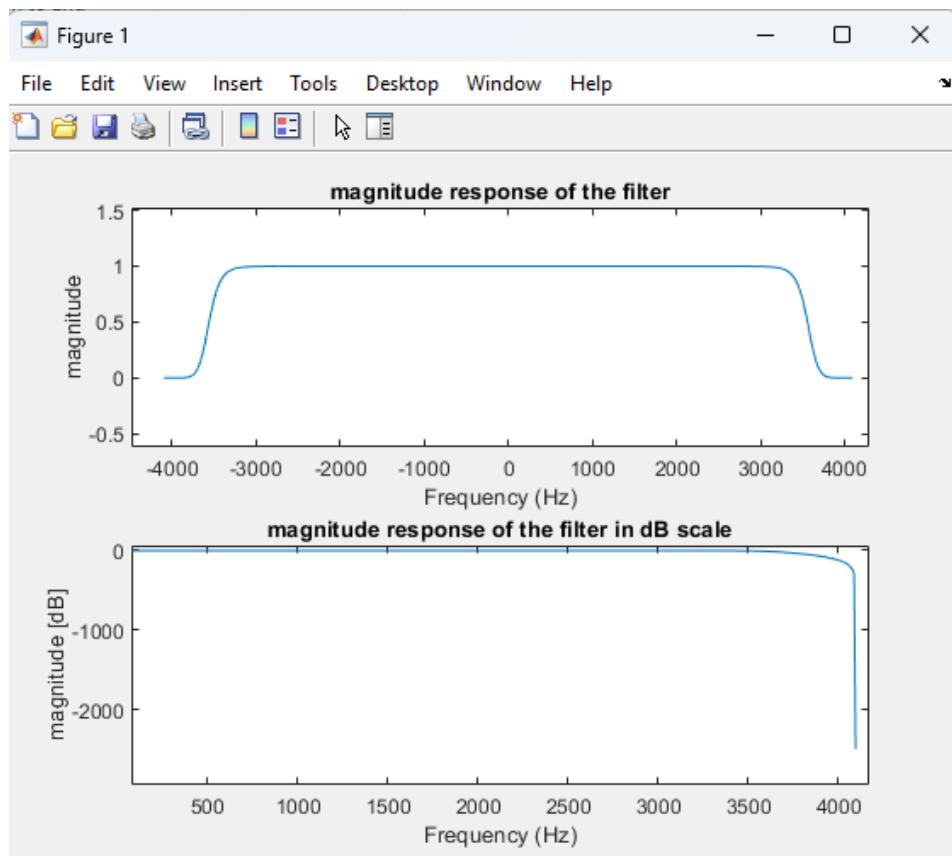
cut נשרטט את תגובת התדר של המסנן האנלוגי ($\widetilde{H(s)}$)



ד. נחצור למישור הדיגיטלי ונמצא $s = \frac{z-1}{z+1}$

נשתמש בנוסחה: $H(z) = \widetilde{H(s)}|_s = \frac{z-1}{z+1}$

ניעזר בקוד: seif4.m



ה. נתכן מסנן LPF עם הפרמטרים הנתונים - $\Omega_s, \Omega_p, \delta_s, \delta_p$

נמצא את פרמטרי העזר בעזרת הנוסחאות:

$$\kappa = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} = \frac{3600}{3800} = \frac{18}{19} < 1 \quad d = \sqrt{\frac{(1 - \delta_p)^{-2} - 1}{\delta_s^{-2} - 1}} = \sqrt{\frac{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right)\right)^{-2} - 1}{0.1^{-2} - 1}} \\ = 0.147788$$

כלומר סדר המסנן N הינו:

$$N = \left\lceil \frac{\log(d)}{\log(\kappa)} \right\rceil = \lceil 35.36295 \rceil = 36$$

מציאת תדר הקיטוען:

נמצא את התוחום האפשרי עבור Ω_0

$$\Omega_p \left[(1 - \delta_p)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}} \leq \Omega_0 \leq \Omega_s [\delta_s^{-2} - 1]^{-\frac{1}{2N}}$$

$$\Omega_p \left[(1 - \delta_p)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}} = 3600 \left[\left(1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt[4]{10}} \right) \right)^{-2} - 1 \right]^{-\frac{1}{72}} \\ = 3561.64765 \times 2\pi \text{ K rad/sec}$$

$$\Omega_s [\delta_s^{-2} - 1]^{-\frac{1}{2N}} = 3800 [0.1^{-2} - 1]^{-\frac{1}{72}} = 3565.0567 \times 2\pi \text{ K rad/sec}$$

כלומר תדר הקיטוען הינו בתוחום:

$$3561.64765 \times 2\pi \text{ K} \leq \Omega_0 \leq 3565.0567 \times 2\pi \text{ K}$$

נבחר למשל $2\pi K \times \frac{\text{rad}}{\text{sec}} = 3563 \times 2\pi \text{ rad/sec}$ בשירותיות.

מציאת כתבים ומסנן:

הנוסחה למציאת הקטבים הינה :

$$s_k = \Omega_0 * e^{j(N+2k+1)*\frac{\pi}{2N}}, 0 \leq k \leq N-1$$

כלומר יהיו לנו 36 כתבים $s_{35}, s_{34}, \dots, s_0$ למשל :

$$s_{10} = 3563 * e^{j(36+20+1)*\frac{\pi}{72}} * 2\pi K = 3563e^{j*\frac{57\pi}{72}} \times 2\pi \text{ K rad/sec}$$

לאחר מציאת הקטבים, אם נבטא את הפולינום שמייצג את ה LPF בצורה הבאה:

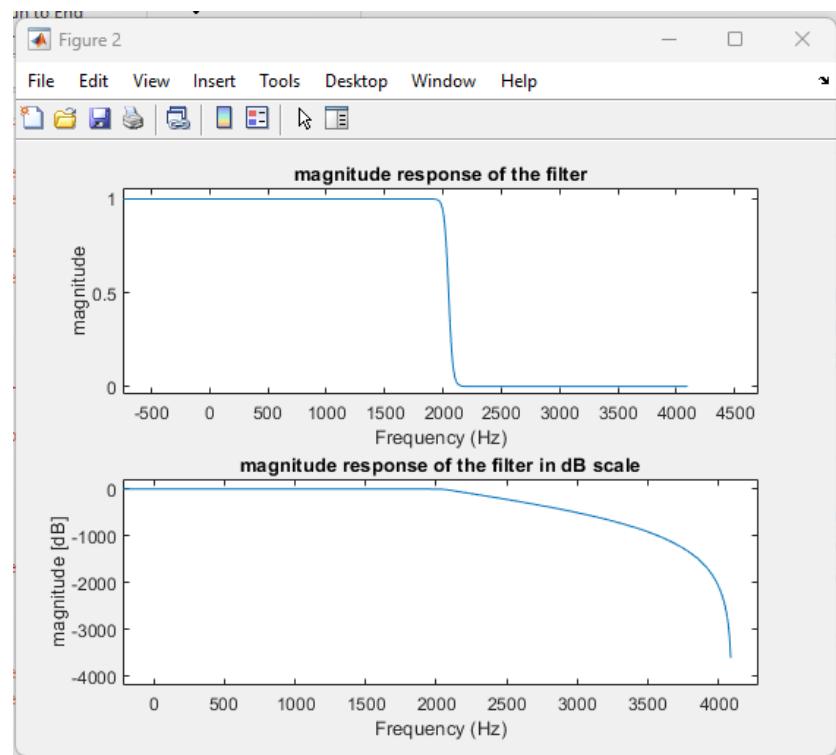
$$H(s) = \prod_{k=0}^{35} -\frac{s_k}{s - s_k}$$

אזי, הפולינום המייצג את ה LPF מתקיים כך:

$$H(s) = \prod_{k=0}^{35} -\frac{s_k}{s - s_k}$$

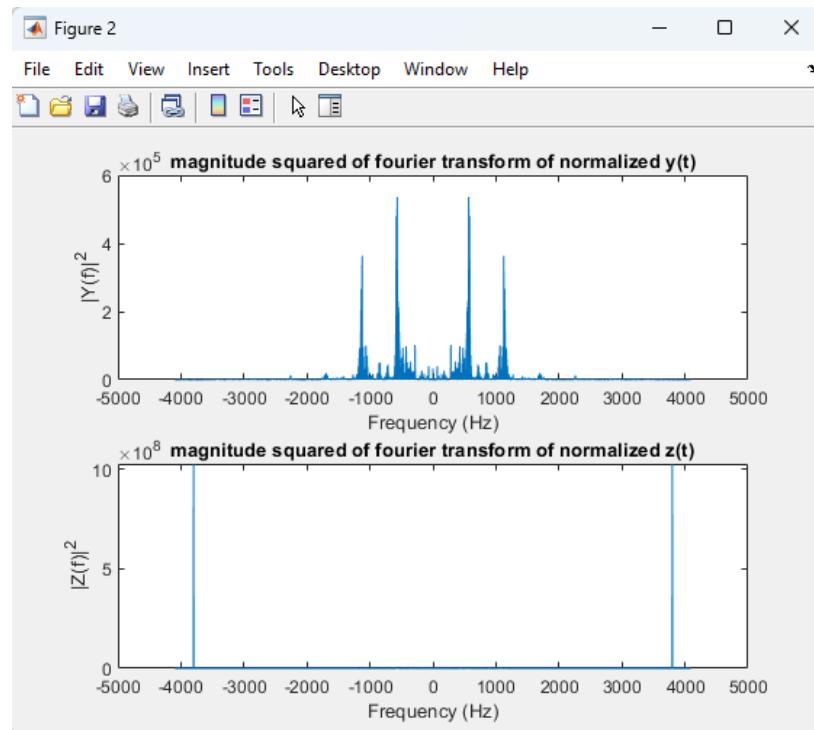
מתוך הקוד: seif5.m

להלן השרטוט של תגובת התדר של המסנן האנalogi השקל ($H_c(\Omega)$):

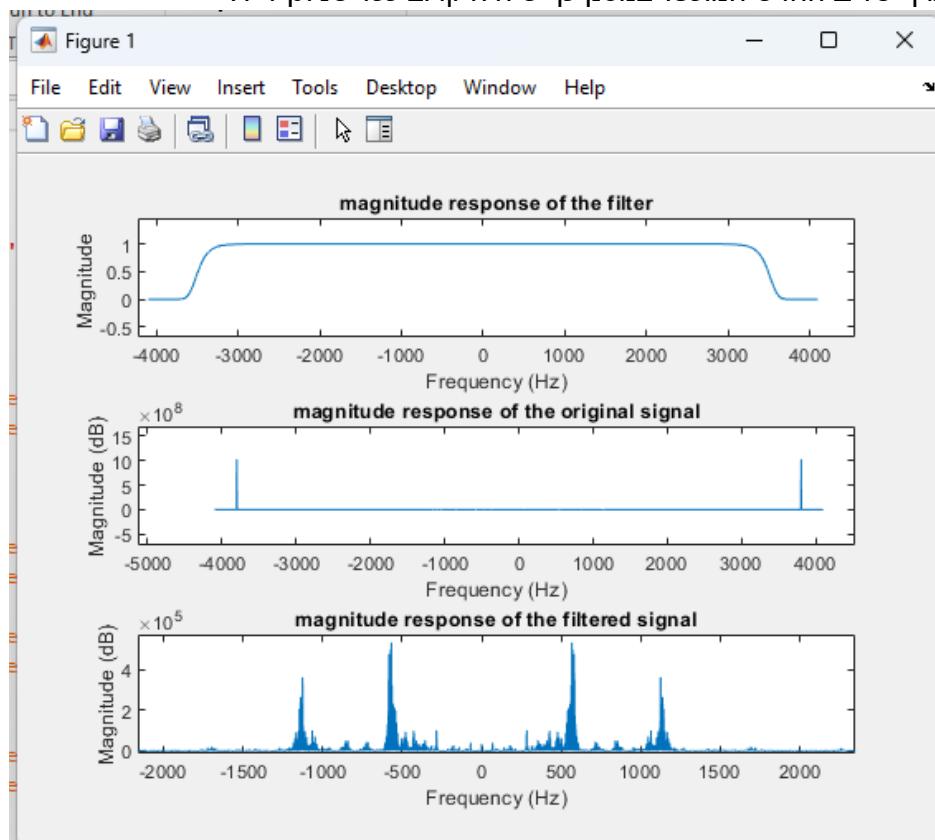


ו. סיננו את האות Z כך שישמע דומה כמו שיווטר אל Y , לקחנו את Z הקיט ומשתמשנו במסנן מסעיף ד. השתמשנו בקוד **mseif6.m**:

גרף של Y המקורי (למעלה) ו Z המקורי (למטה):



וכעת הגרף של Z החדש המוכפל במסנן כך שייהי קרוב ככל שניתן ל Y :



حلק ב:

א.

עבור : $A_0 = A_1$

$$x(t) = A\sin(\Omega_0 t) + A\sin(\Omega_1 t)$$

$$x[n] = x\left(\frac{t}{\Omega_s}\right) = x\left(\frac{t}{6720 * 2\pi}\right) = A(\sin\left(\Omega_0 \frac{t}{6720 * 2\pi}\right) + \sin(\Omega_1 \frac{t}{6720 * 2\pi}))$$

ונרצה להבחן בין התדרים השונים!

נעשה DFTF לאות:

$$\begin{aligned} X[w] \\ = \pi A \frac{\delta\left(w - \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) - \delta\left(w + \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) + \delta\left(w - \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right) - \delta\left(w + \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right)}{i} \end{aligned}$$

הסדרה מכילה רק את האיברים $1 - N \dots 0$ אז זה שקול להכפלה בחילון מלביי ששולק לקונבולוציה ציקלית במישור התדר אזי נקבל :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} X[w] \oplus W[w] \\ = \frac{A}{2 * i} \frac{W\left(w - \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) - W\left(w + \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) + W\left(w - \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right) - W\left(w + \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right)}{1} \end{aligned}$$

$$W(w) = D(w, N) e^{-\frac{i w(N-1)}{2}}$$

קיבלנו את התמרת החילון המלביי בתדרים :

$$\mp \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}, \mp \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}$$

נרצה שהאונה הראשית בתדר $\frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}$ לא תעלה על האונה הראשית שנמצאת בתדר $\frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}$ ולכן נדרש מרחק בין התדרים כך שיתקיים:

$$\Delta w = \left| \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi} - \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| = \left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{4\pi}{N} \rightarrow |\Omega_0 - \Omega_1| > \frac{4\pi}{N} F_S$$

$$N = 16, 32, 64, 128, 256$$

אלו :

$$\Delta\Omega_{16} = \frac{\pi}{4} F_S \quad \Delta\Omega_{32} = \frac{\pi}{8} F_S$$

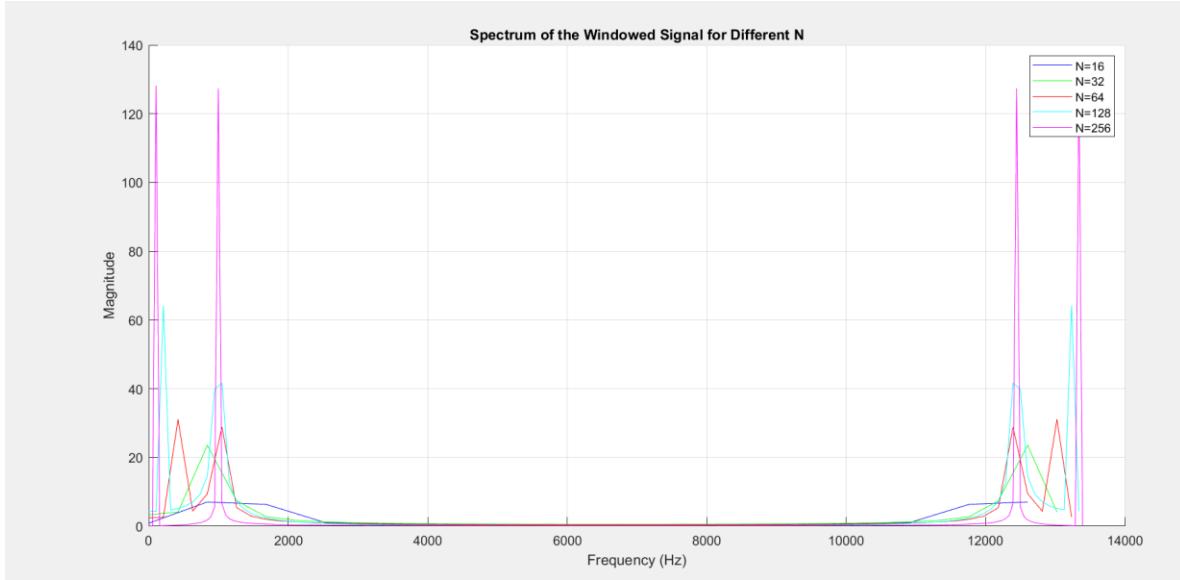
$$\Delta\Omega_{64} = \frac{\pi}{16} F_S \quad \Delta\Omega_{128} = \frac{\pi}{32} F_S$$

$$\Delta\Omega_{256} = \frac{\pi}{64} F_S$$

הציג הספקטרום וה הפרדה:

קטע קוד : (Q2a)

מציג הספקטרום לכל N (גרףצבע שונה עבור כל N)



ניתן לראות בבירור שיש הפרדה בין האותות עבור כל N ☺

ב:

עבור $A_0 = 0.05, A_1 = 1$

$$x(t) = 0.05 \sin(\Omega_0 t) + \sin(\Omega_1 t)$$

$$x[n] = x\left(\frac{t}{\Omega_s}\right) = x\left(\frac{t}{6720 * 2\pi}\right) = 0.05 \sin\left(\Omega_0 \frac{t}{6720 * 2\pi}\right) + \sin\left(\Omega_1 \frac{t}{6720 * 2\pi}\right)$$

ונרצה להבחין בין התדרים השונים!

נעשה DFTF לאות:

$$X[w] = \pi \frac{0.05\delta\left(w - \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) - 0.05\delta\left(w + \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi}\right) + \delta\left(w - \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right) - \delta\left(w + \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi}\right)}{i}$$

כעת נכפיל בחילון HANN כך שכעת הדרישה על הפרשי התדרים תהיה:

$$\Delta w = \left| \frac{\Omega_0}{6720 * 2\pi} - \frac{\Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| = \left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{4\pi}{N} \rightarrow |\Omega_0 - \Omega_1| > \frac{8\pi}{N} * F_S$$

$$N = 16, 32, 64, 128, 256$$

$$\Delta\Omega_{16} = \frac{\pi}{2}F_S \quad \Delta\Omega_{32} = \frac{\pi}{4}F_S$$

$$\Delta\Omega_{64} = \frac{\pi}{8}F_S \quad \Delta\Omega_{128} = \frac{\pi}{16}F_S$$

$$\Delta\Omega_{256} = \frac{\pi}{32}F_S$$

בנוסף כיוון שעכשו המקדים לא שווים $|A_0| > |A_1|$ יתכן כי אונת הצד של התדר הראשוני תאפיל על האונה הראשית של התדר השני ואך לא נוכל להזהות כי קיים תדר נוסף איזי נדרש ב(DB):

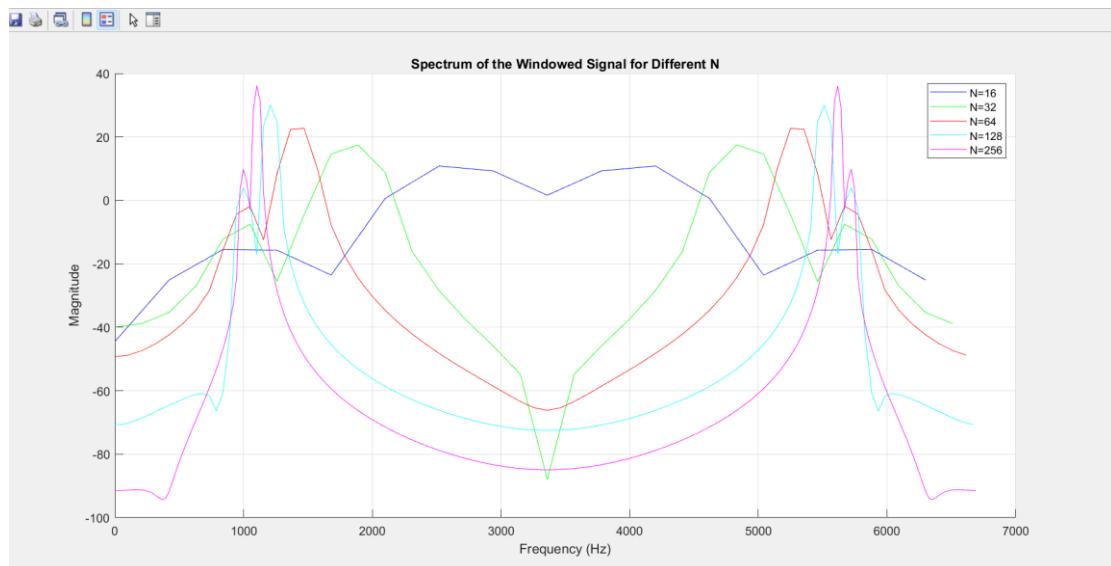
$$20 \log\left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}}\right) = [HANN] = -32 < 20 \log\left(\frac{A_0}{A_1}\right)$$

מה שacademic מתקיים ☺

הציג הספקטרום וה הפרדה:

(**קטע קוד : Q2b**)

מוצג הספקטרום לכל N (גרף בצבע שונה עבור כל N)



ניתן לראות בבירור שיש הפרדה בין האותות עבור כל N ☺

אך

כעת, $A_0 = 0.001$, $A_1 = 1$ ושאליהם האם ניתן להפריד בכלל בין התדרים השונים.

נזכיר בטבלה מהתרוגול:

אז' עברו חלון ריבועי נדרש:

$$\left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{4\pi}{N}$$

וגם

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [square] = -13.5 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

לא מתקיים ולכן חלון ריבועי לא מתאים!

אז' עברו חלון המינגן וברולט נדרש:

$$\left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{8\pi}{N}$$

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [HAMMING] = -43 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

לא מתקיים ולכן חלון המינגן לא מתאים!

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [HANN] = -32 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

לא מתקיים ולכן חלון האן לא מתאים!

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [BARTLETT] = -27 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

לא מתקיים ולכן חלון ברטלט לא מתאים!

אז' עברו חלון בלקמן נדרש:

$$\left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{12\pi}{N}$$

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [BLACKMAN] = -57 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

לא מתקיים ולכן חלון בלקמן לא מתאים!

קיבלו ש愧 חלון מהתרגול אינם מותאים ולכן לא ניתן להבחן בין התדרים השונים

אז' נבנה בעצמו חלון קיזר שיתאים! ככלומר גובה יחס' של אונת צד ראשונה קטן ממש ממיון 60:

בעזרת הטבלה מתרגיל בית 5 נדע שנצטרך $\beta = 6$

$$\left| \frac{\Omega_0 - \Omega_1}{6720 * 2\pi} \right| > \frac{3.8 * 2\pi}{N}$$

$$20 \log \left(\frac{A_{SIDE}}{A_{MAIN}} \right) = [KAIZER] = -63 < 20 \log \left(\frac{A_1}{A_0} \right) = -60$$

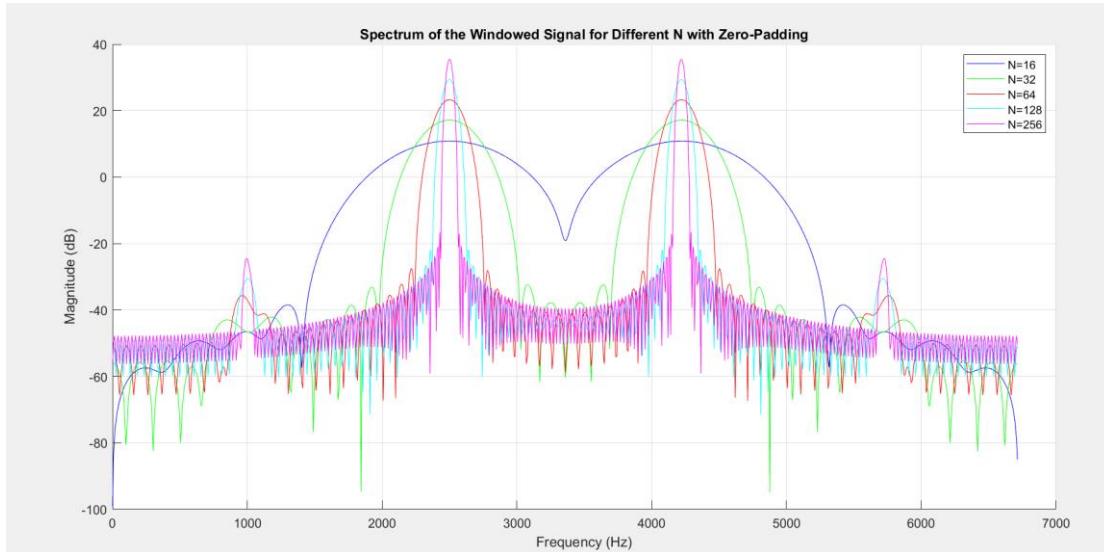
אז' מצאנו חלון שמאידך בין התדרים ☺

הציג הספקטרום וההפרדה:

(קטע קוד : Q2c)

מוצג הספקטרום לכל N (גרף בצבע שונה עבור כל N)

(ריפורטתי באפסים על מנת שההפרדה תהיה ברורה למראוי)



ניתן לראות בבירור שיש הפרדה בין האותות עבור כל N 😊