

# 7 Modelos lineales y no lineales

Sergio Pérez

2023-04-10

## Contents

### Estudio Observacional frente a Experimental.

- Un *Estudio observacional* mide las variables de interés intentando no influir sobre las respuestas.
- Sin embargo, un *experimento* somete de forma deliberada los individuos a algún tratamiento con el objetivo de observar sus respuestas.

### Relación entre variables cuantitativas.

Cuando trabajamos con variables cuantitativas la pregunta a realizar es si las variables están correlacionadas. Desde luego es muy conveniente recordar que **correlación no implica causalidad**.

El coeficiente de correlación de Pearson mide la fuerza de la relación **lineal** entre las dos variables. Es necesario asumir que la relación es **lineal**. El coeficiente de correlación está en función de las medias y las desviaciones típicas de las variables:

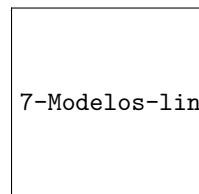
### Coeficiente de correlación de Pearson.

$$\rho = \frac{1}{n-1} \sum \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left( \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right) = \frac{1}{n-1} \sum z_x z_y = \frac{S_{xy}}{s_x s_y} = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SC_x \cdot SC_y}}$$

Los valores del coeficiente se extienden de -1 a 1 y cuanto más cercanos a 0 indican ausencia de correlación.

Por ejemplo, calculemos la fuerza de la relación lineal entre la edad (en años) y el crecimiento (en cm) de una muestra aleatoria de niñas:

```
Edad<-c(11, 11.5, 13, 14,15,15.5,16,17)
Altura<-c(149,155,155,160,157,160,167,165)
plot(Edad,Altura)
```

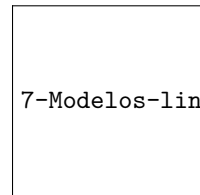


```
cor(Edad,Altura)
```

```
## [1] 0.8923469
```

Calculemos también la fuerza de la relación lineal entre el número de tocones de álamo en una parcela (derribados por los castores) y el número de larvas de coleóptero.

```
Tocones<-c(2,2,1,3,3,4,3,1,2,5,1,3,2,1,2,2,1,1,4,1,2,1,4)
Larvas<-c(10,30,12,24,36,40,43,11,27,56,18,40,25,8,21,14,16,6,54,9,13,14,50)
plot(Tocones,Larvas)
```



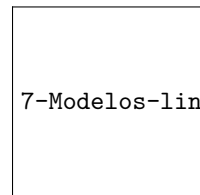
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-2-1.pdf

```
cor(Tocones,Larvas)
```

```
## [1] 0.9160479
```

Podemos observar también la fuerza de la relación lineal entre el tiempo que tarda un nadador en recorrer 1800m y su ritmo cardiaco:

```
Minutos <- c(34.12, 35.72, 34.72, 34.05, 34.13, 35.72, 36.17, 35.57, 35.37, 35.57, 35.43, 36.05, 34.85,
Pulsaciones <- c(152, 124, 140, 152, 146, 128, 136, 144, 148, 144, 136, 124, 148, 144, 140, 156, 136, 1
plot(Minutos,Pulsaciones)
```



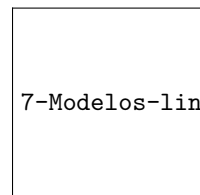
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-3-1.pdf

```
cor(Minutos,Pulsaciones)
```

```
## [1] -0.7459841
```

Por último observaremos la relación que hay entre la velocidad de un Ford Escort (km/h) y su consumo (l/100km):

```
Velocidad <- seq(10, 150, 10)
Consumo <- c(21, 13, 10, 8, 7, 5.9, 6.3, 6.95, 7.57, 8.27, 9.03, 9.87, 10.79, 11.77, 12.83)
plot(Velocidad,Consumo)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-4-1.pdf

```
cor(Velocidad,Consumo)
```

```
## [1] -0.1716216
```

Existen varios métodos para medir la fuerza de la correlación lineal. El coeficiente de correlación de Pearson es uno de ellos aunque también se puede usar su versión no paramétrica, coeficiente de correlación de Spearman (no está basado ni en medias ni desviaciones típicas)

**Coeficiente de correlación de Spearman.**

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Donde los  $d_i$  son las diferencias entre los rangos que toman los valores en ambas variables. También toma valores de -1 a 1.

## Ejercicio 1.

Busca información sobre el coeficiente de correlación de Kendall. Calcula para los 4 ejemplos anteriores los coeficientes de correlación de Pearson, Spearman y Kendall. Compara los valores obtenidos entre si con los gráficos de dispersión.

Comunmente conocido como coeficiente  $\tau$  de kendall. Esta correlación será alta cuando las observaciones tengan un rango similar (Una correlación de 1 significaría que el rango es idéntico) entre las dos variables y cuando las observaciones tienen un rango completamente diferente es -1.

### Coeficiente de correlación de Kendall.

Sea  $(x_1, t_1), \dots, (x_n, y_n)$  un conjunto de observaciones de las variables aleatorias conjuntas  $X$  e  $Y$ , de modo que todos los valores de  $(x_i)$  y  $(y_i)$  son únicos. Cualquier par de observaciones  $(x_i, y_i)$  y  $(x_j, y_j)$ , donde  $i < j$ , se dice que son un **par concordante** si el orden de clasificación de  $(x_i, y_j)$  está de acuerdo: es decir, si ambos  $x_i > x_j$  e  $y_i > y_j$  o ambos  $x_i < x_j$  e  $y_i < y_j$ ; de lo contrario se dice que son **discordantes**.

$$\tau = \frac{(\text{número de pares concordantes}) - (\text{número de pares discordantes})}{\binom{n}{2}}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

```
cor(Edad,Altura,)
```

```
## [1] 0.8923469
```

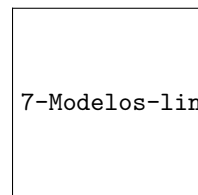
```
cor(Edad,Altura, method = "spearman")
```

```
## [1] 0.9277782
```

```
cor(Edad,Altura, method = "kendall")
```

```
## [1] 0.8153742
```

```
plot(Edad,Altura)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-5-1.pdf

Como se puede observar en la gráfica, en general, la edad aumenta cuando lo hace la altura, por lo que su coeficiente de correlación de Kendall es de 0,8. Cercano a 1. Además, tiene sentido que cuanto más tiempo pasa, más alto se es.

```
cor(Tocones,Larvas)
```

```
## [1] 0.9160479
```

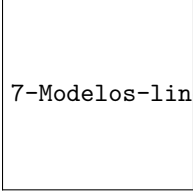
```
cor(Tocones,Larvas, method = "spearman")
```

```
## [1] 0.8583116
```

```
cor(Tocones,Larvas, method = "kendall")
```

```
## [1] 0.7458127
```

```
plot(Tocones,Larvas)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-6-1.pdf

Tiene sentido que cuanto más tocones haya, más larvas vivan en ellas. Por lo que su coeficiente de correlación de Kendall es de 0,75.

```
cor(Minutos,Pulsaciones)
```

```
## [1] -0.7459841
```

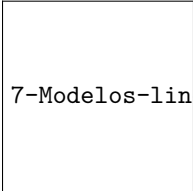
```
cor(Minutos,Pulsaciones, method = "spearman")
```

```
## [1] -0.7794209
```

```
cor(Minutos,Pulsaciones, method = "kendall")
```

```
## [1] -0.6176187
```

```
plot(Minutos,Pulsaciones)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-7-1.pdf

En este caso es visible que cuanto más tiempo tarde el ciclista menos esfuerzo le cueste, lo que significa que tenga menor número de pulsaciones. Por ello el coeficiente de correlación de Kendall es negativo: -0,61.

```
cor(Velocidad,Consumo)
```

```
## [1] -0.1716216
```

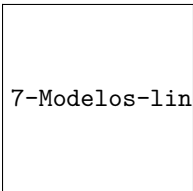
```
cor(Velocidad,Consumo, method = "spearman")
```

```
## [1] 0.06428571
```

```
cor(Velocidad,Consumo, method = "kendall")
```

```
## [1] 0.1619048
```

```
plot(Velocidad,Consumo)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-8-1.pdf

Puesto que la velocidad respecto al consumo dibuja una especie de parábola, es comprensible que el coeficiente de correlación de Kendall esté cercano a 0. Por el carácter de disminución y aumento del consumo según aumenta la velocidad.

## Test de correlación.

Podemos determinar la significación de una correlación. El p valor nos dará la fuerza de dicha significación. La hipótesis nula en este caso es  $H_0 : \rho = 0$ .

Para parejas de variables normales e incorreladas una función del coeficiente de correlación de Pearson sigue una distribución t de Student con  $n - 2$  grados de libertad:

$$t = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

Esto también se cumple de forma aproximada si las variables son no normales y si los tamaños de muestra no son demasiado pequeños.

```
cor.test(Edad,Altura)
```

```
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: Edad and Altura
## t = 4.8428, df = 6, p-value = 0.002873
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.5056045 0.9804809
## sample estimates:
##      cor
## 0.8923469
```

```
cor.test(Tocones,Larvas)
```

```
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: Tocones and Larvas
## t = 10.467, df = 21, p-value = 8.665e-10
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.8095168 0.9641790
## sample estimates:
##      cor
## 0.9160479
```

```
cor.test(Pulsaciones,Minutos)
```

```
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: Pulsaciones and Minutos
## t = -5.1332, df = 21, p-value = 4.379e-05
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.8858047 -0.4819930
## sample estimates:
```

```
##          cor
## -0.7459841
cor.test(Velocidad,Consumo)

##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data:  Velocidad and Consumo
## t = -0.62811, df = 13, p-value = 0.5408
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.6286192  0.3734755
## sample estimates:
##          cor
## -0.1716216
```

## Modelos Lineales.

- Un modelo es una *aproximación* a la realidad de un fenómeno o de un experimento. En matemáticas un modelo es una relación matemática, no necesariamente algebraica, que permite entender el fenómeno.
- No es posible describir la realidad de forma exacta mediante un modelo. Huye de modelos complicados, incomprensibles, con resultados sorprendentes.
- Los modelos matemáticos incluyen un “cajón desastre” para incluir todo aquello que no son capaces de explicar. Estos errores no deben ser sistemáticos. Errores aleatorios.
- Las suposiciones sobre los errores más habituales es que han de tener media cero y varianza constante.

¿Cuál de estos modelos es lineal?

$$\begin{aligned}y &= a + bx + \epsilon \\y &= a + bx + cx^2 + \epsilon \\y &= e^{a+bx} + \epsilon\end{aligned}$$

¿En que se diferencian?

Un modelo se dice lineal cuando puede expresarse en forma matricial:

$$Y = X\beta + \epsilon$$

Los errores deben comportarse con media cero,  $E[\epsilon] = 0$  y varianza constante  $\sigma^2[\epsilon] = \sigma^2 I$ .

## Modelo Lineal de Regresión Lineal.

La esencia de la regresión es utilizar datos de una muestra (aleatoria) para estimar los valores de los parámetros del modelo. Antes de empezar es necesario escoger el modelo que describe la relación entre la respuesta y la o las variables explicativas. El modelo más sencillo es la recta, regresión lineal:

$$y = a + bx + \epsilon$$

Los parámetros del modelo son  $a$  la ordenada en el origen y  $b$  la pendiente.

La estimación de los parámetros resulta bastante intuitiva, buscamos  $a$  y  $b$  que expliquen de la mejor manera posible la relación entre las dos variables. Es decir, aquellos que generen las mejores predicciones posibles:

$$\hat{y} = y + \epsilon = a + bx$$

$$\epsilon = y - \hat{y}$$

Buscamos  $a$  y  $b$  tales que hagan los residuos mínimos. Los residuos son los errores en la predicción de la variable respuesta. Por eso el método se conoce como el método de Mínimos Cuadrados (1805 Gauss y Legendre).

$$\min_{a,b} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min_{a,b} \sum (y_i - a - bx_i)^2$$

Derivando, e igualando a cero el sistema lineal de 2 ecuaciones con dos incógnitas se tiene:

$$b = \rho \frac{S_y}{S_x}$$

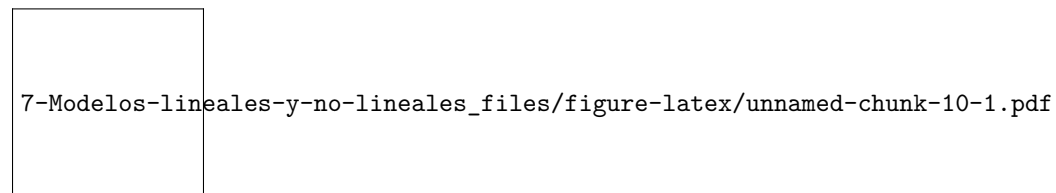
$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

En R la función `lm` linear model nos permite obtener los coeficientes de regresión para el modelo que especifiquemos. Debemos especificar cuál es la variable respuesta y cuál o cuales las variables explicativas.

```
plot(Edad,Altura)
lm(Altura~Edad)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Altura ~ Edad)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Edad
##    124.469      2.409
```

```
abline(lm(Altura~Edad),col="red")
```



El modelo no es perfecto, los residuos son algunos positivos y otros negativos, por encima y por debajo de la recta. R permite obtener las predicciones de los 8 valores de la muestra.

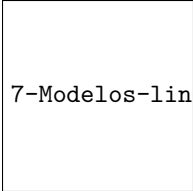
```
predicciones<-predict(lm(Altura~Edad))
predicciones
```

```
##      1      2      3      4      5      6      7      8
## 150.9710 152.1757 155.7896 158.1988 160.6081 161.8127 163.0174 165.4266
```

```
Edad
```

```
## [1] 11.0 11.5 13.0 14.0 15.0 15.5 16.0 17.0
```

```
plot(Edad,Altura)
abline(lm(Altura~Edad),col="red")
for (i in 1:8)
  lines(c(Edad[i],Edad[i]),c(Altura[i],predicciones[i]),col="blue")
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-11-1.pdf

Además los residuos de la regresión tienen la propiedad de tener media cero.

```
residuos<-residuals(lm(Altura~Edad))
mean(residuos)
```

```
## [1] 3.053113e-16
```

```
plot(residuos)
abline(h=0)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-12-1.pdf

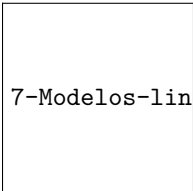
## Ejercicio 2.

Calcula la recta de regresión lineal y los residuos para los datos de Tocones y Larvas, Minutos y Pulsaciones, Velocidad y Consumo.

### Tocones y Larvas

```
plot(Tocones,Larvas)
lm(Larvas~Tocones)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Larvas ~ Tocones)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Tocones
##      -1.286       11.894
abline(lm(Larvas~Tocones),col="red")
```



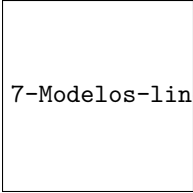
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-13-1.pdf

```
residuosTL<-residuals(lm(Larvas~Tocones))
mean(residuosTL)
```

```
## [1] 2.605856e-16
```

```
plot(residuosTL)
abline(h=0)
```



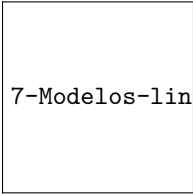


7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-13-2.pdf

## Minutos y Pulsaciones

```
plot(Minutos,Pulsaciones)
lm(Pulsaciones~Minutos)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Pulsaciones ~ Minutos)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Minutos
##    479.934      -9.695
abline(lm(Pulsaciones~Minutos),col="red")
```

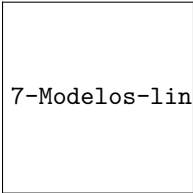


7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-14-1.pdf

```
residuosMP<-residuals(lm(Pulsaciones~Minutos))
mean(residuosMP)
```

```
## [1] -1.133227e-16
```

```
plot(residuosMP)
abline(h=0)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-14-2.pdf

## Velocidad y Consumo

```
plot(Velocidad,Consumo)
lm(Consumo~Velocidad)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Velocidad
##    11.05790      -0.01466
```

```
abline(lm(Consumo~Velocidad),col="red")
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-15-1.pdf

```
residuosVC<-residuals(lm(Consumo~Velocidad))  
mean(residuosVC)
```

```
## [1] 1.037654e-16
```

```
plot(residuosVC)  
abline(h=0)
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-15-2.pdf

## Suma de Cuadrados en la regresión.

Como hemos dicho, la distancia VERTICALES entre cada uno de los puntos y la recta de regresión son los residuos,  $\epsilon_i$ . Estas distancias expresan el error aleatorio del modelo. ¿Hasta qué punto es más importante el efecto de la Edad sobre la Altura que el error de los residuos?

La recta de regresión siempre pasa por el centro de los datos  $(\bar{x}, \bar{y})$ , ese punto se conoce como centroide. Es el centro de gravedad de la nube de puntos.

Si la Edad y la Altura no estuviesen relacionadas entonces el hecho de conocer la Edad no nos daría información para tener una mejor estimación de la Altura. La mejor predicción que podríamos hacer sería predecir la Altura con su media,  $\bar{y}$ , sin tener en cuenta el valor de  $x$ . Este modelo, el más sencillo, es el que vamos a intentar falsar.

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 &: b = 0 \\ \mathcal{H}_1 &: b \neq 0\end{aligned}$$

Para obtener evidencias que nos permitan rechazar la  $\mathcal{H}_0$  vamos a estudiar la variabilidad (INFORMACIÓN) de la variable respuesta.

$$SC_{total} = SC_y = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

```
plot(Edad,Altura)  
abline(h=mean(Altura),col="red")  
for (i in 1:8)  
  lines(c(Edad[i],Edad[i]),c(Altura[i],mean(Altura)),col="blue")
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-16-1.pdf

Esta cantidad es el numerador de la varianza y se puede calcular multiplicando la varianza por los grados de libertad  $n - 1$ .

Esta cantidad puede descomponerse con la información dada por el modelo de regresión.

```
plot(Edad,Altura)
abline(h=mean(Altura),col="red")
abline(lm(Altura~Edad))
for (i in 1:8){
  ### Hasta la recta
  lines(c(Edad[i],Edad[i]),c(mean(Altura),predicciones[i]),col="magenta")
  ### Desde la recta (residuos)
  lines(c(Edad[i],Edad[i]),c(Altura[i],predicciones[i]),col="green")
}
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-17-1.pdf

La suma de Cuadrados total,  $SC_{total}$  puede descomponerse en  $SC_{regresión}$  y  $SC_{residual}$  (Verde).

```
modeloAE<-lm(Altura~Edad)
SCtotales<-sum((Altura-mean(Altura))^2)
SCtotales

## [1] 236

SCregresion<-sum((modeloAE$fitted.values-mean(Altura))^2)
SCregresion

## [1] 187.9228

SCresidual<-sum((Altura-modeloAE$fitted.values)^2)
SCresidual

## [1] 48.07722
```

$$SC_{total} = SC_{regresión} + SC_{residual}$$
$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 + \sum (y - \hat{y})^2$$

Los grados de libertad totales son  $n - 1$ , gastamos un grado de libertad al dar la media,  $\bar{y}$ ,  $SC_{totales}$ .

Los grados de libertad de los residuos son  $n - 2$ , necesitamos a y b para calcular  $SC_{residuos}$ .

Con lo que nos queda 1 grado de libertad para la suma de cuadrados de la regresión  $SC_{regresion}$ . Es el parámetro extra que hemos estimado con b, la pendiente.

Para completar este estudio de cómo se reparte la variabilidad, promediamos las respectivas sumas de cuadrados por sus grados de libertad (Medias de Cuadrados), en definitiva eso es calcular varianzas.

```
n<-length(Altura)
SCregresion/1
```

```
## [1] 187.9228
```

```
SCresidual/(n-2)
```

```
## [1] 8.01287
```

```
SCtotales/(n-1)
```

```
## [1] 33.71429
```

```
var(Altura)
```

```
## [1] 33.71429
```

Nunca seremos capaces de realizar predicciones perfectas, *todos los modelos son falsos*, pero estamos interesados en comparar el **Efecto de la Edad sobre la Altura** con el **Error Aleatorio**:

$$\frac{\text{Efecto de la Edad sobre la Altura}}{\text{Error Aleatorio}} = \frac{\text{Varianza de la Regresión}}{\text{Varianza Error}} = \frac{SCM_{regresion}}{SCM_{error}} = F$$

Esto es lo que se conoce en estadística como un Análisis de la Varianza, ANOVA. Nuestro modelo sencillo que intentamos falsar es  $\mathcal{H}_0 : b = 0$ . Para que podamos falsar dicha hipótesis la Varianza de la Regresión debe ser mayor, cuanto más grande mejor, que la Varianza del Error.

Comparamos entonces el estadístico F obtenido de dividir las dos varianzas con una distribución F con los grados de libertad correspondientes, 1 en el numerador y  $n - 2$  en el denominador.

```
F<-(SCregresion/1)/(SCresidual/(n-2))
F
```

```
## [1] 23.45262
```

```
qf(0.95,1,n-2)
```

```
## [1] 5.987378
```

```
1-pf(F,1,n-2)
```

```
## [1] 0.002872624
```

Con lo que existen evidencias que nos permiten rechazar la  $\mathcal{H}_0$  y por lo tanto la recta de regresión tiene sentido ya que el Efecto de la Edad sobre la Altura es casi 24 veces mayor que el Efecto del Error Aleatorio. La varianza explicada por la regresión es 23 veces mayor que la explicada por los residuos (azar).

```
summary.aov(lm(Altura~Edad))
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Edad       1  187.92   187.92    23.45 0.00287 **
## Residuals   6   48.08     8.01
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

### Ejercicio 3.

Estudia las sumas de cuadrados totales, de la regresión y de los residuos para las regresiones de Tocones y Larvas, Minutos y Pulsaciones, Velocidad y Consumo. ¿Qué conclusiones sacas en cada caso?

Realiza el ANOVA para cada uno de los modelos. ¿Tiene sentido la regresión?

A)

$$SC_{total} = SC_{regresión} + SC_{residual}$$

B)

$$\frac{SCM_{regresion}}{SCM_{error}} = F$$

**Tocones y Larvas.**

```
modeloTL <- lm(Larvas~Tocones)

SCtotalesTL <- sum((Larvas-mean(Larvas))^2)
SCtotalesTL

## [1] 5379.826

SCregresionTL <- sum((modeloTL$fitted.values-mean(Larvas))^2)
SCregresionTL

## [1] 4514.447

SCresidualTL <- sum((Larvas-modeloTL$fitted.values)^2)
SCresidualTL

## [1] 865.3787

nTL <- length(Larvas)

FTL <- (SCregresionTL/1)/(SCresidualTL/(nTL-2))
FTL

## [1] 109.5513

qf(0.95,1,nTL-2)

## [1] 4.324794

1-pf(FTL,1,nTL-2)

## [1] 8.665413e-10
```

El efecto del error aleatorio es practicamente cero. Por lo que hay evidencias que permiten rechazar  $\mathcal{H}_0$  y la recta de regresión tiene sentido.

**Minutos y pulsaciones.**

```
modeloMP <- lm(Pulsaciones~Minutos)

SCtotalesMP <- sum((Pulsaciones-mean(Pulsaciones))^2)
SCtotalesMP

## [1] 1972.957

SCregresionMP <- sum((modeloMP$fitted.values-mean(Pulsaciones))^2)
SCregresionMP

## [1] 1097.935
```

```
SCresidualMP <- sum((Pulsaciones-modeloMP$fitted.values)^2)
SCresidualMP
```

```
## [1] 875.0214
```

```
nMP <- length(Pulsaciones)
```

```
FMP <- (SCregresionMP/1)/(SCresidualMP/(nMP-2))
FMP
```

```
## [1] 26.3498
```

```
qf(0.95,1,nMP-2)
```

```
## [1] 4.324794
```

```
1-pf(FMP,1,nMP-2)
```

```
## [1] 4.379075e-05
```

El efecto del error aleatorio es practicamente cero. Por lo que hay evidencias que permiten rechazar  $\mathcal{H}_0$  y la recta de regresión tiene sentido.

### Velocidad y consumo.

```
modeloVC <- lm(Consumo~Velocidad)
```

```
SCtotalesVC <- sum((Consumo-mean(Consumo))^2)
SCtotalesVC
```

```
## [1] 204.2268
```

```
SCregresionVC <- sum((modeloVC$fitted.values-mean(Consumo))^2)
SCregresionVC
```

```
## [1] 6.015291
```

```
SCresidualVC <- sum((Consumo-modeloVC$fitted.values)^2)
SCresidualVC
```

```
## [1] 198.2115
```

```
nVC <- length(Consumo)
```

```
FVC <- (SCregresionVC/1)/(SCresidualVC/(nVC-2))
FVC
```

```
## [1] 0.394522
```

```
qf(0.95,1,nVC-2)
```

```
## [1] 4.667193
```

```
1-pf(FVC,1,nVC-2)
```

```
## [1] 0.5408099
```

En este caso no se puede falsar  $\mathcal{H}_0$ . Puesto que el efecto del error aleatorio es del orden del efecto del consumo.

### Coeficiente de Determinación, $\mathcal{R}^2$ .

Si comparamos la sumas de cuadrados de nuestro ejemplo:

```
c(SCregresion,SCresidual,SCtotales)
```

```
## [1] 187.92278 48.07722 236.00000
```

Vemos como mucha de la variabilidad total, se ve explicada por la regresión. Esto es un indicador de la bondad de la regresión. Podemos incluso dar la proporción de variabilidad explicado por la regresión, respecto al total:

$$\frac{SC_{regresion}}{SC_{total}} = \mathcal{R}^2$$

Esto es lo que se conoce como coeficiente de determinación,  $\mathcal{R}^2$  y puede expresarse en tanto por cien. Puede tomar valores entre 0 y 1.

```
summary(modeloAE)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Altura ~ Edad)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.6081 -1.8523 -0.6081  2.0569  3.9826
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 124.4691     7.0980  17.536 2.21e-06 ***
## Edad        2.4093      0.4975   4.843 0.00287 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 2.831 on 6 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7963, Adjusted R-squared:  0.7623
## F-statistic: 23.45 on 1 and 6 DF,  p-value: 0.002873
```

En el caso de la regresión lineal coincide con el cuadrado del coeficiente de correlación,  $\rho$ . En el caso de regresión lineal múltiple con el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple. El  $\mathcal{R}^2$  ajustado es una corrección para suavizar el comportamiento de  $\mathcal{R}^2$  que aumenta al incluir en el modelo más variables explicativas.

With four parameters I can fit an elephant and with five I can make him wiggle his trunk (J. von Neumann 1903-1957).

## Ejercicio 4

Calcula los coeficientes de determinación de los modelos de regresión de Tocones y Larvas, Minutos y Pulsaciones, Velocidad y Consumo. Comprueba que coinciden con los cocientes de  $SC_{regresion}$  y  $SC_{total}$ .

**Tocones y Larvas.**

```
summary(modeloTL)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Larvas ~ Tocones)
##
```

```
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -12.501  -3.608   1.392   4.946   8.605
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   -1.286       2.853  -0.451   0.657
## Tocones        11.894       1.136  10.467 8.67e-10 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.419 on 21 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8391, Adjusted R-squared:  0.8315
## F-statistic: 109.6 on 1 and 21 DF,  p-value: 8.665e-10
R2TL <- SCregresionTL/SCtotalesTL
R2TL

## [1] 0.8391437
```

Se comprueba que concuerdan ambos resultados.

### Minutos y Pulsaciones.

```
summary(modeloMP)

##
## Call:
## lm(formula = Pulsaciones ~ Minutos)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -10.0200  -4.4796  -0.4437   5.4736  10.9746
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   479.934     66.228   7.247 3.87e-07 ***
## Minutos       -9.695       1.889  -5.133 4.38e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.455 on 21 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5565, Adjusted R-squared:  0.5354
## F-statistic: 26.35 on 1 and 21 DF,  p-value: 4.379e-05
R2MP <- SCregresionMP/SCtotalesMP
R2MP

## [1] 0.5564923
```

Se comprueba que concuerdan ambos resultados.

### Velocidad y Consumo.

```
summary(modeloVC)
```

```
##
```



```
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -4.2785 -2.7035 -0.6182  1.9364 10.0887
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 11.05790    2.12168   5.212 0.000168 ***
## Velocidad   -0.01466    0.02334  -0.628 0.540810
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.905 on 13 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02945,    Adjusted R-squared:  -0.0452
## F-statistic: 0.3945 on 1 and 13 DF,  p-value: 0.5408
R2VC <- SCregresionVC/SCtotalesVC
R2VC
## [1] 0.02945398
```

Se comprueba que concuerdan ambos resultados.

## Error estándar de la pendiente y la ordenada en el origen.

Además del test F (ANOVA), es importante la varianza residual,  $SC_{residuos}/(n-2)$ . La varianza residual cumple un papel importante para calcular el error estándar de la pendiente, b:

$$EE_b = \sqrt{\frac{SC_{residuos}/(n-2)}{SC_x}}$$

Con este error estandar podemos calcular un intervalo de confianza para la pendiente.

$$b/pmt_{\alpha/2, n-2} \cdot EE_b$$

También la varianza residual es importante para calcular el error estándar de la ordenada en el origen, a:

$$EE_a = \sqrt{\frac{SC_{residuos}/(n-2) \cdot \sum x_i^2}{n \cdot SC_x}}$$

Pudiendo de la misma manera calcular intervalos de confianza para la ordenada en el origen.

Lo más interesante de esto es poder calcular el error estándar de una predicción y poder obtener intervalos de confianza para las predicciones.

$$EE_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{SC_{residuos}}{(n-2)} \left( \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{SC_x} \right)}$$

$$(a + b \cdot x_i) \pm t_{\alpha/2, n-2} \cdot EE_{\hat{y}}$$

Con r podemos obtener intervalos de confianza para predicciones de nuestro modelo:

```
modeloAE
```

```
##  
## Call:  
## lm(formula = Altura ~ Edad)  
##  
## Coefficients:  
## (Intercept)      Edad  
##    124.469      2.409
```

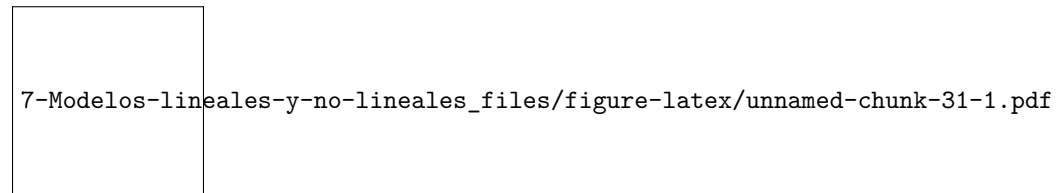
```
nuevosdatos <- data.frame(Edad=c(12,14,16))
```

```
predict(modeloAE,nuevosdatos,interval = "predict")
```

```
##      fit      lwr      upr  
## 1 153.3803 145.5916 161.1691  
## 2 158.1988 150.8506 165.5471  
## 3 163.0174 155.3243 170.7104
```

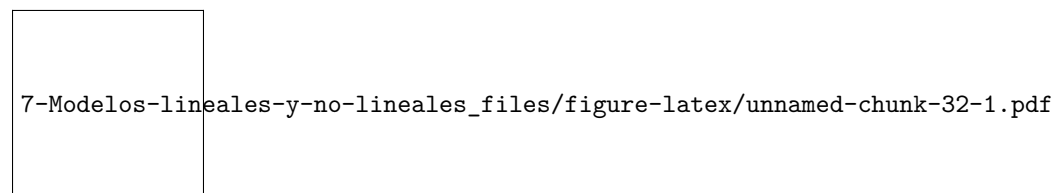
Otras herramientas son las bandas de confianza que algunos paquetes pueden dar a nuestros gráficos de regresión. Estas son bandas de confianza para la respuesta media,  $\bar{y}$  para cada valor individual de la x. Esto significa que tenemos una confianza, habitualmente del 95%, en que la verdadera recta de regresión cae en la región marcada.

```
library(visreg)  
visreg(modeloAE,type="conditional")
```



Otra forma más interesante de ver esta diferencia es construir tu propio gráfico.

```
nuevosdatos<-data.frame(Edad=seq(11,17,length=100))  
pred_conf<-predict(modeloAE,newdata=nuevosdatos,interval="confidence")  
pred_pred<-predict(modeloAE,newdata=nuevosdatos,interval="prediction")  
plot(Edad,Altura,xlim=c(10,18),ylim=c(140,175))  
abline(modeloAE)  
points(nuevosdatos$Edad,pred_conf[,c("lwr")],col="red")  
points(nuevosdatos$Edad,pred_conf[,c("upr")],col="red")  
points(nuevosdatos$Edad,pred_pred[,c("lwr")],col="blue")  
points(nuevosdatos$Edad,pred_pred[,c("upr")],col="blue")
```



Los intervalos de confianza para las predicciones son más amplios que para los intervalos de confianza de la recta.

## Ejercicio 5.

Construye intervalos de confianza para las rectas de regresión y para las predicciones para los modelos de regresión de Tocones y Larvas, Minutos y Pulsaciones, Velocidad y Consumo.

### Tocones y Larvas.

```
modeloTL

##
## Call:
## lm(formula = Larvas ~ Tocones)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Tocones
##      -1.286       11.894
nuevosdatosTL <- data.frame(Tocones=c(2,4))
predict(modeloTL, nuevosdatosTL, interval = "predict")

##          fit      lwr      upr
## 1 22.50136  8.85472 36.14800
## 2 46.28883 32.01603 60.56163
visreg(modeloTL, type = "conditional")
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-33-1.pdf

```
nuevosdatosTL <- data.frame(Tocones=seq(1,5,length = 100))
pred_conf_TL <- predict(modeloTL,newdata=nuevosdatosTL,interval = "confidence")
pred_pred_TL <- predict(modeloTL,newdata=nuevosdatosTL,interval = "prediction")
plot(Tocones,Larvas)
abline(modeloTL)
points(nuevosdatosTL$Tocones,pred_conf_TL[,c("lwr")],col = "red")
points(nuevosdatosTL$Tocones,pred_conf_TL[,c("upr")],col = "red")
points(nuevosdatosTL$Tocones,pred_pred_TL[,c("lwr")],col = "blue")
points(nuevosdatosTL$Tocones,pred_pred_TL[,c("upr")],col = "blue")
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-33-2.pdf

### Minutos y pulsaciones.

```
modeloMP

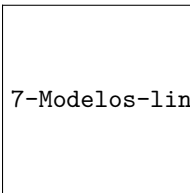
##
## Call:
## lm(formula = Pulsaciones ~ Minutos)
```

```
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Minutos
##      479.934      -9.695
```

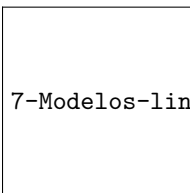
```
nuevosdatosMP <- data.frame(Minutos=c(2,4))
predict(modeloMP, nuevosdatosMP, interval = "predict")
```

```
##          fit      lwr      upr
## 1 460.5443 329.9779 591.1108
## 2 441.1545 318.3972 563.9119
```

```
visreg(modeloMP, type = "conditional")
```



```
nuevosdatosMP <- data.frame(Minutos=seq(34,36,length = 100))
pred_conf_MP <- predict(modeloMP,newdata=nuevosdatosMP,interval = "confidence")
pred_pred_MP <- predict(modeloMP,newdata=nuevosdatosMP,interval = "prediction")
plot(Minutos,Pulsaciones)
abline(modeloMP)
points(nuevosdatosMP$Minutos,pred_conf_MP[,c("lwr")],col = "red")
points(nuevosdatosMP$Minutos,pred_conf_MP[,c("upr")],col = "red")
points(nuevosdatosMP$Minutos,pred_pred_MP[,c("lwr")],col = "blue")
points(nuevosdatosMP$Minutos,pred_pred_MP[,c("upr")],col = "blue")
```



## Velocidad y Consumo.

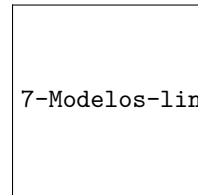
```
modeloVC
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      Velocidad
##      11.05790      -0.01466
```

```
nuevosdatosVC <- data.frame(Velocidad=c(2,4))
predict(modeloVC, nuevosdatosVC, interval = "predict")
```

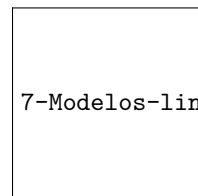
```
##          fit      lwr      upr
## 1 11.02859 1.469974 20.58721
## 2 10.99928 1.481693 20.51686
```

```
visreg(modeloVC, type = "conditional")
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-35-1.pdf

```
nuevosdatosVC <- data.frame(Velocidad=seq(10,150,length = 100))
pred_conf_VC <- predict(modeloVC,newdata=nuevosdatosVC,interval = "confidence")
pred_pred_VC <- predict(modeloVC,newdata=nuevosdatosVC,interval = "prediction")
plot(Velocidad,Consumo)
abline(modeloVC)
points(nuevosdatosVC$Velocidad,pred_conf_VC[,c("lwr")],col = "red")
points(nuevosdatosVC$Velocidad,pred_conf_VC[,c("upr")],col = "red")
points(nuevosdatosVC$Velocidad,pred_pred_VC[,c("lwr")],col = "blue")
points(nuevosdatosVC$Velocidad,pred_pred_VC[,c("upr")],col = "blue")
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-35-2.pdf

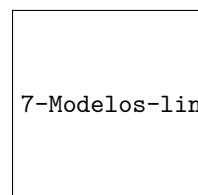
## Supuestos del modelo de regresión.

Los supuestos que deben asumir los datos son:

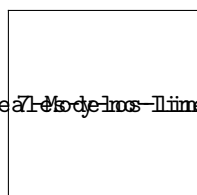
- Normalidad: No solo la variable y debe seguir una distribución normal, sino para cada valor de x los posibles valores de y también deben seguir una distribución normal.
- Linealidad: Relación lineal entre ambas variables.
- Homogeneidad de Varianzas (homocedasticidad): Las varianzas de la variable y para cada valor de x deben ser homogéneas.
- Independencia: Cada observación de la variable y debe ser independiente de las demás. Cuidado con la colinealidad.

Los residuos recojen toda la información que el modelo no ha sido capaz de asimilar. Es muy importante el estudio de los residuales.

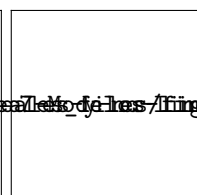
```
plot(modeloAE)
```



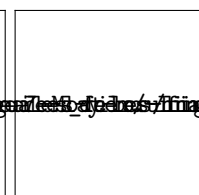
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-36-1.pdf



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-36-2.pdf



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-36-3.pdf



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-36-4.pdf

- El primer gráfico muestra los residuos en el eje vertical y las predicciones en el eje horizontal. Los residuos no deben tener estructura, deben comportarse de manera aleatoria.
- El siguiente gráfico comprueba la normalidad de los residuos.

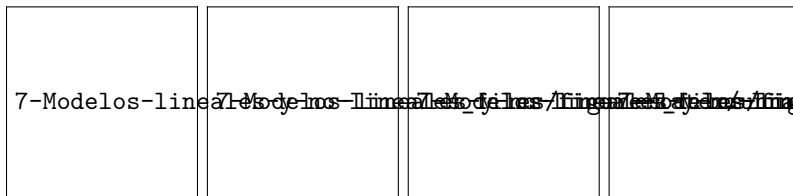
- El tercer gráfico es similar al primero, salvo que representa la raíz de los residuos estandarizados. Debemos vigilar la estructura.
- El último gráfico permite detectar valores atípicos (outlier). Representa el residuo estandarizado frente al la medida de leverage (distancia) (acotado entre 0 y 1) y la Distancia de Cook (los outliers suelen tener  $D > 1$  o al menos  $4/n$ ).

## Ejercicio 6.

Comprueba los supuestos de los modelos de regresión de Tocones y Larvas, Minutos y Pulsaciones, Velocidad y Consumo.

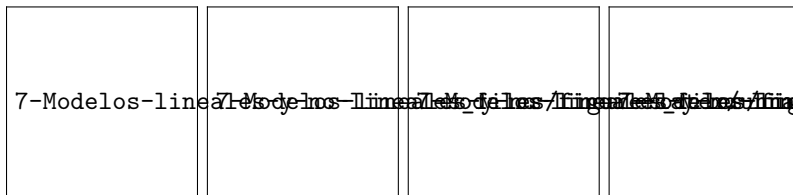
### Tocones y Larvas

```
plot(modeloTL)
```



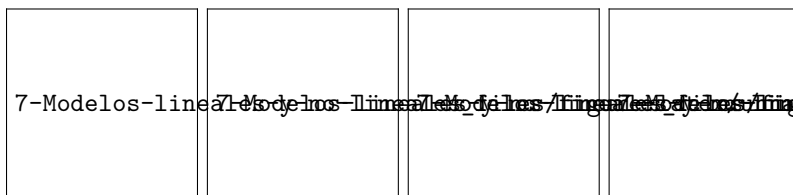
### Minutos y Pulsaciones

```
plot(modeloMP)
```



### Velocidad y Consumo

```
plot(modeloVC)
```



## Test de Shapiro Wilk.

Otra forma de comprobar la normalidad de los residuos es mediante el test de Shapiro-Wilk:

```
residuals(modeloAE)
```

```
##          1          2          3          4          5          6          7
## -1.9710425  2.8243243 -0.7895753  1.8011583 -3.6081081 -1.8127413  3.9826255
##          8
## -0.4266409
```

```
shapiro.test(residuals(modeloAE))
```

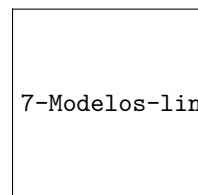
```
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data: residuals(modeloAE)  
## W = 0.95134, p-value = 0.7247
```

La hipótesis nula es la normalidad de los datos sometidos a examen.

## Transformación de los datos.

Existen otros modelos de regresión que pueden ajustarse con la técnica de la regresión lineal mediante transformaciones. Por ejemplo veamos los datos de degradación de una sustancia frente al tiempo:

```
tiempo<-seq(0,30,by = 1)  
degradacion<-c(125.00, 100.25, 70.00, 83.47, 100.00, 65.91, 66.53, 53.59, 61.33, 43.93, 40.30,  
plot(tiempo,degradacion)
```

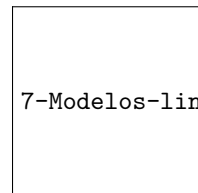


7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-41-1.pdf

Podemos estudiar el ajuste de un modelo de regresión lineal a esos datos:

```
modeloDT<-lm(degradacion~tiempo)  
modeloDT
```

```
##  
## Call:  
## lm(formula = degradacion ~ tiempo)  
##  
## Coefficients:  
## (Intercept)      tiempo  
##      84.553      -2.827  
plot(degradacion~tiempo)  
abline(modeloDT,col="red")
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-42-1.pdf

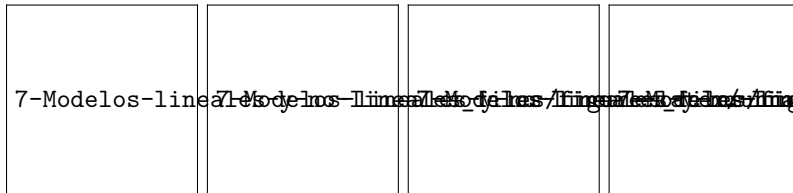
```
summary.aov(modeloDT)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)  
## tiempo      1  19822   19822    96.45 9.93e-11 ***  
## Residuals   29   5960     206  
## ---  
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
summary(modeloDT)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = degradacion ~ tiempo)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -19.066 -10.030  -2.054   5.108  40.447
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  84.5532     5.0276  16.818 < 2e-16 ***
## tiempo      -2.8272     0.2879  -9.821 9.93e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 14.34 on 29 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7688, Adjusted R-squared:  0.7609
## F-statistic: 96.45 on 1 and 29 DF,  p-value: 9.934e-11
```

```
plot(modeloDT)
```



El modelo explica más del 76% de la variabilidad y los p valores son todos significativos. Pero qué ocurre si transformamos nuestros datos.

$$y = a \cdot e^{-bx}$$

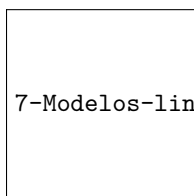
Si el fenómeno que ocurre es una degradación, es muy probable que siga un modelo exponencial. Podemos linealizar la ecuación tomando logaritmos.

$$\log(y) = \log(a) - b \cdot x$$

Podemos sustituir  $\log(y)$  por  $Y$  y  $\log(a)$  por  $A$ :

$$Y = A - b \cdot x$$

```
plot(tiempo,log(degradacion))
modeloDT2<-lm(log(degradacion)~tiempo)
abline(modeloDT2,col="blue")
```





Qué ocurre con este nuevo modelo, comprobemos la bondad del ajuste y los supuestos mediante un análisis de los residuos.

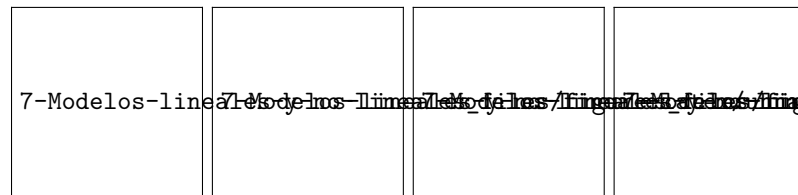
```
summary.aov(modeloDT2)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## tiempo         1 11.645   11.645    142.5 1.03e-12 ***
## Residuals      29  2.371    0.082
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
summary(modeloDT2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = log(degradacion) ~ tiempo)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.59304 -0.20433  0.00661  0.21978  0.62953
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  4.547367   0.100268   45.35 < 2e-16 ***
## tiempo      -0.068526   0.005741  -11.94 1.03e-12 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.2859 on 29 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8309, Adjusted R-squared:  0.825
## F-statistic: 142.5 on 1 and 29 DF,  p-value: 1.033e-12
```

```
plot(modeloDT2)
```



La pendiente  $b$  de nuestro modelo vale  $-0.06852558$ , mientras que la ordenada en el origen  $A$  vale  $4.547367$ . En nuestro verdadero modelo,  $a$  es el antilogaritmo de  $A$ .

$$y = a \cdot e^{-bx}$$

```
a<-exp(modeloDT2$coefficients[[1]])
b<-modeloDT2$coefficients[[2]]
a
```

```
## [1] 94.38355
```

```
b
```

```
## [1] -0.06852558
```

El error estándar para la ordenada  $A$  es de  $0.100295$ . Esto significa que el intervalo  $A \pm EE$  es:

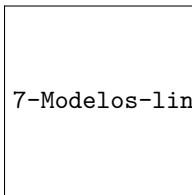
```
superior<-modeloDT2$coefficients[[1]]+0.100295
inferior<-modeloDT2$coefficients[[1]]-0.100295
c(exp(superior),a,exp(inferior))
```

```
## [1] 104.34073 94.38355 85.37658
```

El intervalo  $a \pm EE$  cambia de dirección y ya no resulta ser simétrico, inconvenientes de la transformación.

Para representar graficamente nuestro modelo vamos a pintar la curva generada como segmentos de líneas suficientemente juntos:

```
plot(tiempo,degradacion)
xv<-seq(0,30,by=0.25)
yv<-a*exp(b*xv)
lines(xv,yv,col="red")
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-47-1.pdf

## Regresión Polinómica.

Es muy común que la relación entre las dos variables  $x$  e  $y$  no sea lineal. Solo usaremos una regresión no lineal cuando “complicar” el modelo produzca resultados significativos a la hora de explicar la relación. Vamos a utilizar modelos polinomiales, modelos lineales de regresión no lineal.

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots$$

Vamos a comparar nuestro modelo lineal para describir la relación entre tiempo y degradacion con un modelo parabólico. R utiliza la sintaxis  $y \sim x$  para la regresión simple, la función  $I$  se lee como “as is” y nos permite introducir operaciones aritméticas en el modelo.

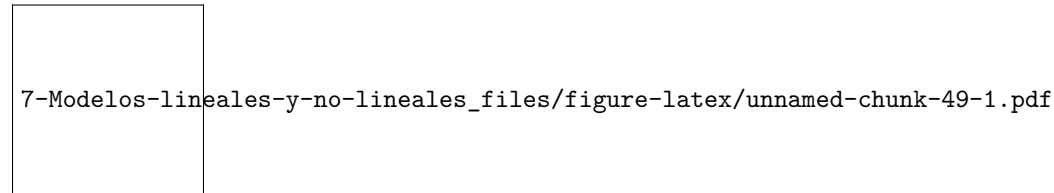
```
modeloDT<-lm(degradacion~tiempo)
modeloDTcuad<-lm(degradacion~tiempo + I(tiempo^2))
a<-modeloDTcuad$coefficients[[1]]
b<-modeloDTcuad$coefficients[[2]]
c<-modeloDTcuad$coefficients[[3]]
summary(modeloDTcuad)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = degradacion ~ tiempo + I(tiempo^2))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -22.301  -6.042  -1.605   4.224  20.581
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  106.38858    4.65595   22.850 < 2e-16 ***
## tiempo       -7.34482    0.71839  -10.224 5.89e-11 ***
## I(tiempo^2)   0.15059    0.02314   6.508 4.72e-07 ***
```

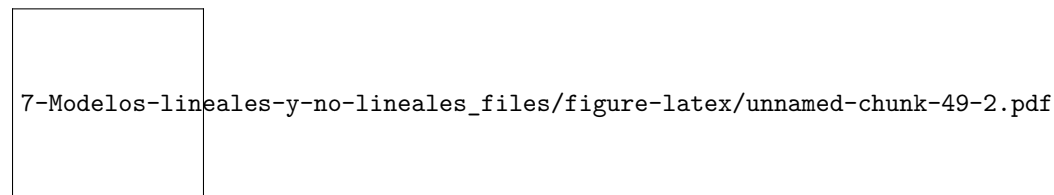
```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.205 on 28 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.908, Adjusted R-squared:  0.9014
## F-statistic: 138.2 on 2 and 28 DF,  p-value: 3.117e-15
```

Para representar graficamente nuestro modelo:

```
curve(a+b*x+c*x^2,0,30,col="red")
points(tiempo,degradacion)
```



```
visreg(modeloDTcuad)
```



Para comprobar cuál de los dos modelos modeloDT o modeloDT2 es mejor, podemos usar el criterio AIC (Akaike), que penaliza la inclusión de parámetros extra en el modelo. Cuando comparamos dos modelos, preferiremos aquél que obtenga un valor inferior en el criterio AIC.

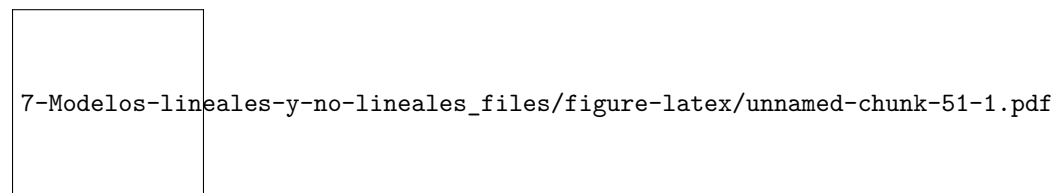
```
AIC(modeloDTcuad,modeloDT)
```

```
##           df      AIC
## modeloDTcuad  4 230.4402
## modeloDT      3 256.9998
```

## Ejercicio 7

Los nematodos son gusanos microscópicos. Tenemos datos de un experimento para estudiar el efecto que producen los nematodos que se encuentran en la tierra en el crecimiento de las plantas. Un investigador preparó 16 contenedores de siembra e introdujo en ellos diferentes cantidades de nematodos. Luego, puso un plantón de tomatera en cada contenedor y a los 16 días midió su crecimiento (en centímetros).

```
Nematodos<-c(0,0,0,0,1000,1000,1000,1000,5000,5000,5000,5000,10000,10000,10000,10000)
Crecimiento<-c(10.8,9.1,13.5,9.2,11.1,11.1,8.2,11.3,5.4,4.6,7.4,5.0,5.8,5.3,3.2,7.5)
plot(Nematodos,Crecimiento)
```



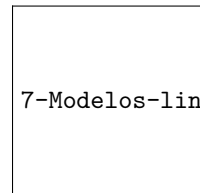
Utiliza un modelo lineal, uno cuadrático o incluso un modelo cúbico para explicar la relación entre el Crecimiento y los Nematodos.

## Modelo Lineal.

```
modLinNC<-lm(Crecimiento~Nematodos)
modLinNC
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Crecimiento ~ Nematodos)
##
## Coefficients:
## (Intercept)    Nematodos
##  10.3264113    -0.0005738
```

```
plot(Nematodos,Crecimiento)
abline(modLinNC,col="red")
```



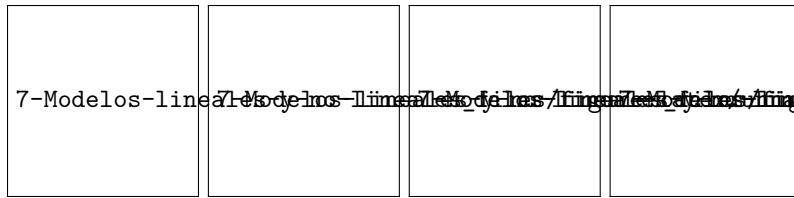
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-52-1.pdf

```
summary.aov(modLinNC)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## Nematodos      1  81.65   81.65    21.85 0.000358 ***
## Residuals     14  52.32    3.74
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
summary(modLinNC)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Crecimiento ~ Nematodos)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.8575 -1.4295  0.2081  1.3474  3.1736
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 10.3264113  0.6889948   14.988 5.15e-10 ***
## Nematodos   -0.0005738  0.0001228   -4.674 0.000358 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.933 on 14 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6094, Adjusted R-squared:  0.5816
## F-statistic: 21.85 on 1 and 14 DF,  p-value: 0.0003584
plot(modLinNC)
```



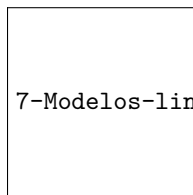
Sin embargo, solo explica el 58% de los datos.

### Modelo Cuadrático.

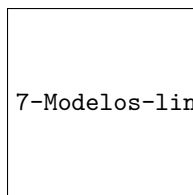
```
modCuadNC<-lm(Crecimiento~Nematodos + I(Nematodos^2))
a<-modCuadNC$coefficients[[1]]
b<-modCuadNC$coefficients[[2]]
c<-modCuadNC$coefficients[[3]]
summary(modCuadNC)

##
## Call:
## lm(formula = Crecimiento ~ Nematodos + I(Nematodos^2))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.1931 -1.3205 -0.2277  1.4258  2.3378
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   1.116e+01  6.959e-01  16.039 6.02e-10 ***
## Nematodos     -1.546e-03  4.262e-04  -3.626  0.00307 **
## I(Nematodos^2)  9.686e-08  4.113e-08   2.355  0.03490 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.68 on 13 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7262, Adjusted R-squared:  0.6841
## F-statistic: 17.24 on 2 and 13 DF,  p-value: 0.0002202

curve(a+b*x+c*x^2,0,10000,col="red")
points(Nematodos,Crecimiento)
```



```
visreg(modCuadNC)
```

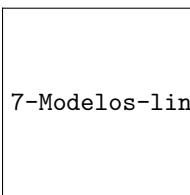


En este caso, el valor de  $R^2$  es 0.689

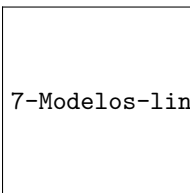
### Modelo Cúbico.

```
modCubNC<-lm(Crecimiento~Nematodos + I(Nematodos^2) + I(Nematodos^3))
a<-modCubNC$coefficients[[1]]
b<-modCubNC$coefficients[[2]]
c<-modCubNC$coefficients[[3]]
d<-modCubNC$coefficients[[4]]
summary(modCubNC)

##
## Call:
## lm(formula = Crecimiento ~ Nematodos + I(Nematodos^2) + I(Nematodos^3))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.250 -1.113  0.000  0.725  2.850
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   1.065e+01  8.333e-01  12.781 2.39e-08 ***
## Nematodos      1.347e-04  1.587e-03   0.085   0.934
## I(Nematodos^2) -3.924e-07  4.474e-07  -0.877   0.398
## I(Nematodos^3)  3.269e-11  2.977e-11   1.098   0.294
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.667 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7512, Adjusted R-squared:  0.689
## F-statistic: 12.08 on 3 and 12 DF,  p-value: 0.0006163
curve(a+b*x+c*x^2+d*x^3,0,10000,col="red")
points(Nematodos,Crecimiento)
```



```
visreg(modCubNC)
```



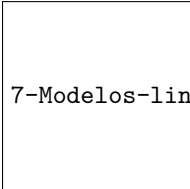
Sin embargo, tiene practicamente el mismo valor de  $R^2$  que en el caso cuadrático.

## Regresión No lineal.

Ya hemos visto que podemos transformar determinados modelos no lineales en modelos lineales. Ahora bien, se puede realizar dicho ajuste directamente.

$$y = a \cdot e^{-bx}$$

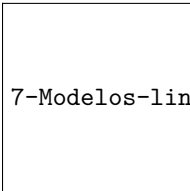
```
plot(tiempo,degradacion)
```



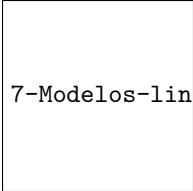
```
modeloNL<-nls(degradacion~a*exp(-b*tiempo),start=list(a=100,b=0.6))
summary(modeloNL)
```

```
##
## Formula: degradacion ~ a * exp(-b * tiempo)
##
## Parameters:
##      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## a 1.081e+02  4.992e+00   21.66  < 2e-16 ***
## b 8.019e-02  5.833e-03   13.75 3.11e-14 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.243 on 29 degrees of freedom
##
## Number of iterations to convergence: 7
## Achieved convergence tolerance: 2.603e-06
```

```
r<-summary(modeloNL)
a<-r$parameters[[1]]
b<-r$parameters[[2]]
curve(a*exp(-b*x),0,30,col="blue")
points(tiempo,degradacion)
```



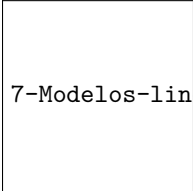
```
x<-seq(0,30,by=0.25)
matplot(x,cbind(a*exp(-b*x),94.38355*exp(-0.06852558*x)),
type="l",col=c("red","blue"),xlab="tiempo",ylab="degradacion")
points(tiempo,degradacion)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-55-3.pdf

### Ejemplo 1 de análisis de Regreión.

```
Velocidad <- seq(10, 150, 10)
Consumo <- c(21, 13, 10, 8, 7, 5.9, 6.3, 6.95, 7.57, 8.27, 9.03, 9.87, 10.79, 11.77, 12.83)
plot(Velocidad,Consumo)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-56-1.pdf

```
cor(Velocidad,Consumo)
```

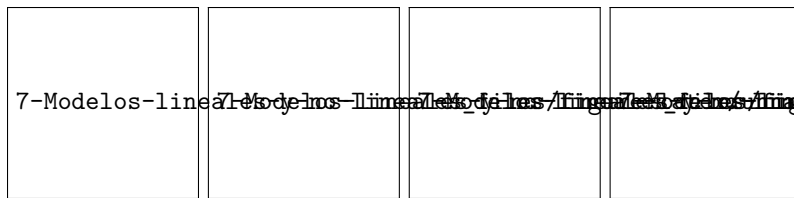
```
## [1] -0.1716216
```

### Modelo de regresión lineal:

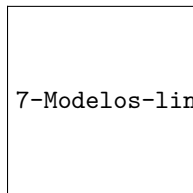
```
modeloVC1<-lm(Consumo~Velocidad)
summary(modeloVC1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -4.2785 -2.7035 -0.6182  1.9364 10.0887
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  11.05790    2.12168   5.212 0.000168 ***
## Velocidad    -0.01466    0.02334  -0.628 0.540810
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.905 on 13 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02945,    Adjusted R-squared:  -0.0452
## F-statistic: 0.3945 on 1 and 13 DF,  p-value: 0.5408
plot(modeloVC1)
```





```
plot(modeloVC1$residuals,main="Residuos de la regresión")
```

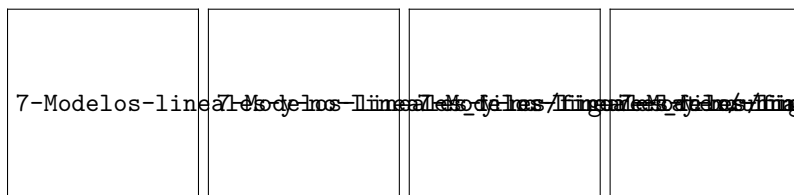


**Modelo de regresión cuadrático:**

```
modeloVC2<-lm(Consumo~Velocidad+I(Velocidad^2))
summary(modeloVC2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad + I(Velocidad^2))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.9532 -1.4365 -0.2974  1.1775  4.1917
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   19.8709451   1.6723713   11.882 5.40e-08 ***
## Velocidad     -0.3257056   0.0480979   -6.772 1.98e-05 ***
## I(Velocidad^2)  0.0019441  0.0002923    6.650 2.36e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.878 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7929, Adjusted R-squared:  0.7584
## F-statistic: 22.97 on 2 and 12 DF,  p-value: 7.896e-05
```

```
plot(modeloVC2)
```



```
plot(modeloVC2$residuals,main="Residuos de la regresión")
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-58-5.pdf

```
AIC(modeloVC1,modeloVC2)
```

```
##           df      AIC
## modeloVC1  3 87.28742
## modeloVC2  4 66.11957
```

### Modelo de regresión cúbico:

```
modeloVC3<-lm(Consumo~Velocidad+I(Velocidad^2)+I(Velocidad^3))
summary(modeloVC3)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Consumo ~ Velocidad + I(Velocidad^2) + I(Velocidad^3))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.51675 -0.47323  0.01376  0.48416  1.51565
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   2.587e+01  1.149e+00  22.507 1.50e-10 ***
## Velocidad     -7.144e-01  6.021e-02 -11.865 1.31e-07 ***
## I(Velocidad^2)  7.826e-03  8.600e-04   9.100 1.88e-06 ***
## I(Velocidad^3) -2.451e-05  3.541e-06  -6.921 2.52e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.8474 on 11 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9613, Adjusted R-squared:  0.9508
## F-statistic: 91.12 on 3 and 11 DF,  p-value: 4.727e-08
```

```
plot(modeloVC3)
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-58-5.pdf 7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-59-1.pdf 7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-59-2.pdf 7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-59-3.pdf

```
plot(modeloVC3$residuals,main="Residuos de la regresión")
```

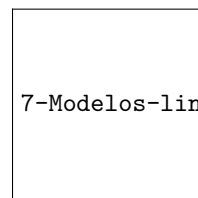
7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-59-5.pdf

```
AIC(modeloVC1,modeloVC2,modeloVC3)
```

```
##           df      AIC
## modeloVC1  3 87.28742
## modeloVC2  4 66.11957
## modeloVC3  5 42.95005
```

### Representación Gráfica de los Modelos:

```
matplot(Velocidad,cbind(
  modeloVC1$coefficients[[1]]+modeloVC1$coefficients[[2]]*Velocidad,
  modeloVC2$coefficients[[1]]+modeloVC2$coefficients[[2]]*Velocidad+modeloVC2$coefficients[[3]]*Velocidad,
  modeloVC3$coefficients[[1]]+modeloVC3$coefficients[[2]]*Velocidad+modeloVC3$coefficients[[3]]*Velocidad,
  type="l",col=c("red","blue","magenta"),xlab="Velocidad",ylab="Consumo")
points(Velocidad,Consumo)
```



7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-60-1.pdf

## Ejemplo 2 Análisis de Regresión Lineal Múltiple.

Cuando disponemos de más de una variable explicativa o independiente (contínuas), entonces nuestro modelo pasa a ser un modelo con múltiples variables. ¿Cuáles? ¿En qué relación?

La regresión múltiple tiene los siguientes retos:

- La mayor parte de los estudios son observacionales, no experimentales.
- Es muy habitual tener demasiadas variables explicativas.
- Es muy habitual tener pocas observaciones, valores de la variable respuesta.
- No disponer de todas las combinaciones posibles de las variables explicativas.

Desde el punto de vista estadístico:

- Cuidado con las variables explicativas correlacionadas o correladas (apartan información redundante).
- ¿Qué variables incluir en el modelo?
- ¿Hay curvatura en la respuesta? Modelo lineal de regresión no lineal.
- Las variables explicativas ¿interaccionan entre sí?
- Todo esto hace que el número de parámetros se dispare Vs pocas observaciones.

Recordemos:

- Todos los modelos son falsos.
- Algunos modelos son mejores que otros.
- El modelo perfecto y exacto no existe.
- En un modelo, la sencillez es un acierto.

Tipos de modelos:

- *Saturado*: Un parámetro para cada observación. Ajuste perfecto. Grados de libertad 0.
- *Maximal*: Contiene p variables y sus interacciones. Muchos de estos términos son despreciables. Grados de libertad  $n - p' - 1$ .
- *Minimal y Adecuado*: Contiene las variables e interacciones significativas. Grados de libertad  $n - p' - 1$ .

- *Modelo “Nulo”*: Único parámetro,  $\bar{y}$ . Grados de libertad  $n - 1$ .

Conjunto de datos Cheese:

```
cheese<-read.csv("http://openmv.net/file/cheddar-cheese.csv")
cor(cheese)
```

```
##           Case    Acetic      H2S      Lactic      Taste
## Case      1.00000000 0.2838356 0.04383232 0.05658513 -0.2148631
## Acetic    0.28383559 1.0000000 0.61795591 0.60434768 0.5495295
## H2S       0.04383232 0.6179559 1.00000000 0.64389703 0.7557630
## Lactic    0.05658513 0.6043477 0.64389703 1.00000000 0.7034822
## Taste    -0.21486308 0.5495295 0.75576301 0.70348216 1.0000000
```

```
pairs(cheese)
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-61-1.pdf

Una estrategia es utilizar árboles de decisión para estudiar la relación entre la variable respuesta y las independientes, así como para detectar posibles interacciones.

```
library(tree)
```

```
## Warning: package 'tree' was built under R version 4.2.3
```

```
modeloT<-tree(Taste~.,data=cheese)
plot(modeloT)
text(modeloT)
```

7-Modelos-lineales-y-no-lineales\_files/figure-latex/unnamed-chunk-62-1.pdf

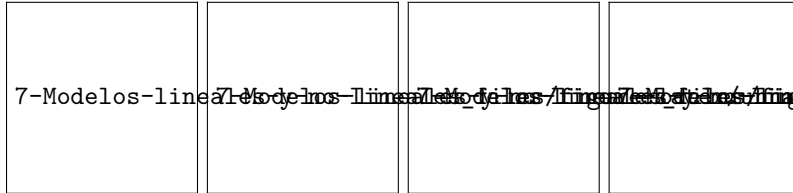
Con la información proporcionada por el árbol de decisión podemos construir nuestro modelo:

```
modeloT1<-lm(Taste~H2S+Lactic,data=cheese)
summary(modeloT1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ H2S + Lactic, data = cheese)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.363   -6.547   -1.161    4.848   25.606
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   -27.622      9.001   -3.069  0.00485 **
## H2S              3.953      1.135    3.483  0.00170 **
## Lactic         19.884      7.970    2.495  0.01902 *
```

```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.946 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6515, Adjusted R-squared:  0.6257
## F-statistic: 25.24 on 2 and 27 DF,  p-value: 6.602e-07
```

```
plot(modeloT1)
```



Podemos comparar este modelo con el modelo con el Maximal:

```
modeloT2<-lm(Taste~Case*Acetic*H2S*Lactic,data=cheese)
summary(modeloT2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ Case * Acetic * H2S * Lactic, data = cheese)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -21.7259  -2.4592   0.0251   4.2500   9.2875
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      155.379    957.351   0.162   0.873
## Case             -12.208     51.461  -0.237   0.816
## Acetic            22.938    210.170   0.109   0.915
## H2S              -210.795    188.432  -1.119   0.282
## Lactic           -409.715    672.832  -0.609   0.552
## Case:Acetic         1.174     10.215   0.115   0.910
## Case:H2S            12.471     11.457   1.088   0.295
## Acetic:H2S          30.932     33.867   0.913   0.377
## Case:Lactic         11.682     36.718   0.318   0.755
## Acetic:Lactic       54.180    143.691   0.377   0.712
## H2S:Lactic          150.031    114.048   1.316   0.209
## Case:Acetic:H2S     -2.065      2.022  -1.021   0.324
## Case:Acetic:Lactic  -2.087      7.168  -0.291   0.775
## Case:H2S:Lactic     -7.421      6.913  -1.073   0.301
## Acetic:H2S:Lactic  -23.780     20.816  -1.142   0.272
## Case:Acetic:H2S:Lactic  1.302      1.228   1.060   0.307
##
## Residual standard error: 9.156 on 14 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8468, Adjusted R-squared:  0.6828
## F-statistic: 5.161 on 15 and 14 DF,  p-value: 0.001913
```

```
AIC(modeloT1,modeloT2)
```

```
##      df      AIC
## modeloT1  4 227.8033
## modeloT2 17 229.1375
```

La función update permite añadir o quitar términos a un modelo dado:

```
modeloT1
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ H2S + Lactic, data = cheese)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      H2S      Lactic
##    -27.622     3.953    19.884
```

```
modeloT3<-update(modeloT1,~.+H2S*Lactic)
summary(modeloT3)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ H2S + Lactic + H2S:Lactic, data = cheese)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.403  -6.302  -1.207   5.020  25.804
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -23.0421    27.8348  -0.828   0.415
## H2S           3.2129     4.4040   0.730   0.472
## Lactic       16.5964    20.5365   0.808   0.426
## H2S:Lactic    0.5084     2.9178   0.174   0.863
##
## Residual standard error: 10.13 on 26 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6519, Adjusted R-squared:  0.6117
## F-statistic: 16.23 on 3 and 26 DF,  p-value: 3.791e-06
```

```
modeloT4<-update(modeloT1,~.+I(H2S^2)+I(Lactic^2))
summary(modeloT4)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ H2S + Lactic + I(H2S^2) + I(Lactic^2), data = cheese)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.9734  -7.3927  -0.9318   5.7823  25.7176
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -7.6991    42.2957  -0.182   0.857
## H2S           7.3383     6.7673   1.084   0.289
## Lactic      -22.1664    65.2688  -0.340   0.737
## I(H2S^2)     -0.2805     0.5295  -0.530   0.601
## I(Lactic^2)  14.6361    22.6295   0.647   0.524
##
## Residual standard error: 10.24 on 25 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6582, Adjusted R-squared:  0.6036
## F-statistic: 12.04 on 4 and 25 DF,  p-value: 1.37e-05
```

Existen paquetes como gvlma que realizan un diagnóstico de varios supuestos necesarios en un buen modelo lineal.

```
library(gvlma)
summary(gvlma(modeloT1))

##
## Call:
## lm(formula = Taste ~ H2S + Lactic, data = cheese)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.363  -6.547  -1.161   4.848  25.606
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -27.622      9.001  -3.069  0.00485 **
## H2S             3.953      1.135   3.483  0.00170 **
## Lactic        19.884      7.970   2.495  0.01902 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.946 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6515, Adjusted R-squared:  0.6257
## F-statistic: 25.24 on 2 and 27 DF,  p-value: 6.602e-07
##
##
## ASSESSMENT OF THE LINEAR MODEL ASSUMPTIONS
## USING THE GLOBAL TEST ON 4 DEGREES-OF-FREEDOM:
## Level of Significance =  0.05
##
## Call:
## gvlma(x = modeloT1)
##
##              Value p-value              Decision
## Global Stat      1.41272  0.8420 Assumptions acceptable.
## Skewness         1.19519  0.2743 Assumptions acceptable.
## Kurtosis         0.03394  0.8538 Assumptions acceptable.
## Link Function    0.01094  0.9167 Assumptions acceptable.
## Heteroscedasticity 0.17265  0.6778 Assumptions acceptable.
```

## Ejercicio 8.

El conjunto de datos distillation contiene información del proceso de destilación de una sustancia. Realizar un estudio que permita construir un modelo de regresión lineal para explicar la variable VapourPressure. La variable Date es una variable “extraña” que contiene la fecha del experimento.

```
distillation<-read.csv("http://openmv.net/file/distillation-tower.csv")
modeloT<-tree(VapourPressure~.-Date,data=distillation)
plot(modeloT)
text(modeloT)
```

## distillation

##	Date	Temp1	FlowC1	Temp2	TempC1	Temp3	TempC2	TempC3
## 1	2000-08-21	139.9857	432.0636	377.8119	100.2204	492.1353	490.1459	180.5578
## 2	2000-08-23	131.0470	487.4029	371.3060	100.2297	482.2100	480.3128	172.6575
## 3	2000-08-26	118.2666	437.3516	378.4483	100.3084	488.7266	487.0040	165.9400
## 4	2000-08-29	118.1769	481.8314	378.0028	95.5766	493.1481	491.1137	167.2085
## 5	2000-08-30	120.7891	412.6471	377.8871	92.9052	490.2486	488.6641	167.0326
## 6	2000-09-02	121.7929	470.8127	374.2480	82.5759	493.7095	491.9402	169.7501
## 7	2000-09-04	120.8903	493.8452	360.8311	84.9464	480.9020	479.2014	169.9978
## 8	2000-09-06	119.4786	429.0580	365.9138	86.5622	480.9136	479.1598	166.9747
## 9	2000-09-09	124.8390	414.0616	367.2358	88.9420	483.9983	482.3827	171.4144
## 10	2000-09-11	121.6020	505.6681	368.3813	85.8770	485.1037	483.5936	169.5163
## 11	2000-09-13	121.8594	498.9423	363.4983	88.3123	479.7561	478.0600	167.9932
## 12	2000-09-16	121.1189	437.2185	367.3486	95.6091	479.3336	477.7845	168.3173
## 13	2000-09-18	121.7611	457.8587	370.1170	89.4791	483.0318	481.8062	167.4377
## 14	2000-09-20	120.8585	479.9308	369.6658	94.6970	481.8801	480.4957	168.2200
## 15	2000-09-23	121.3995	443.2095	370.2038	94.0534	482.2331	480.5443	168.4515
## 16	2000-09-25	119.7303	493.1683	370.2125	88.9744	485.5030	483.9316	167.8636
## 17	2000-09-27	121.7582	477.2260	376.6432	88.2475	490.6190	489.2151	169.1089
## 18	2000-09-30	121.4110	435.8184	371.8122	87.8123	489.0275	487.7449	169.4122
## 19	2000-10-09	118.4661	451.9198	368.6938	105.2115	481.3303	479.5927	160.5674
## 20	2000-10-21	120.3696	391.3474	374.3058	107.1746	481.8106	480.6184	165.1044
## 21	2000-10-23	119.9068	415.0105	369.5269	106.3273	476.6656	474.9066	163.3660
## 22	2000-10-25	120.1584	370.8142	375.3415	107.2949	480.5258	479.0857	149.7134
## 23	2000-10-30	120.1324	401.9813	370.4671	105.0679	486.2901	484.7605	163.9030
## 24	2000-11-18	117.8240	296.5038	378.0838	112.6008	497.1935	495.7513	138.3201
## 25	2000-11-22	118.8509	230.6086	355.3377	114.2583	461.5606	459.7228	143.5885
## 26	2000-11-25	121.8710	289.7983	374.1438	116.3232	489.5599	487.9973	153.0722
## 27	2000-11-27	119.6927	315.5529	366.7498	118.6706	480.2133	478.3401	145.5538
## 28	2000-11-29	117.9715	306.4695	387.2251	83.9278	502.8477	501.0602	175.1435
## 29	2000-12-02	126.0684	309.3942	385.2927	119.8605	501.2736	499.6942	175.2153
## 30	2000-12-09	121.6801	301.8960	374.0686	108.1653	487.8006	485.5084	175.5301
## 31	2000-12-11	112.4260	283.7205	384.9919	104.9661	495.7235	493.4915	158.2503
## 32	2000-12-13	118.0207	286.7377	392.8371	107.2533	506.3607	504.5679	148.8824
## 33	2000-12-16	118.4257	303.4929	396.2130	111.6933	505.7299	504.1558	155.2504
## 34	2000-12-20	135.0188	315.2029	388.8798	112.7397	501.0710	498.7241	188.5854
## 35	2000-12-23	127.6826	305.2922	374.6674	112.2165	485.7982	483.9247	172.5325
## 36	2000-12-25	121.2461	310.8435	384.6563	111.0266	496.8810	494.6515	173.3311
## 37	2000-12-27	124.4340	350.3939	390.3030	108.1144	507.3503	505.4987	180.5833
## 38	2000-12-31	129.8204	330.5261	332.2936	109.8136	442.6475	440.2627	177.7870
## 39	2001-01-01	149.2138	311.8531	347.6978	117.2677	464.2286	462.0335	187.8864
## 40	2001-01-03	144.5911	319.3194	349.0198	118.7308	459.6913	457.9632	185.9975
## 41	2001-01-06	146.4830	297.9734	352.1701	118.0641	465.6060	463.3856	188.4813
## 42	2001-01-08	158.0253	296.3939	359.8013	118.2771	474.6053	472.8043	196.1084
## 43	2001-01-10	120.2626	284.0243	364.4703	114.6842	465.7738	463.8371	162.9215
## 44	2001-01-13	121.6367	265.7736	368.9541	113.6703	473.0196	471.1396	162.1229
## 45	2001-01-15	121.9086	281.5538	362.9111	114.8093	466.7982	465.1082	169.5233



## 46	2001-01-17	120.9626	325.0876	362.7664	113.3231	478.0431	476.2402	167.6344
## 47	2001-01-20	155.4767	396.0742	372.7553	119.5040	493.9873	491.9171	194.9001
## 48	2001-01-22	123.9046	291.7943	375.4977	112.8693	486.9672	484.9087	178.2708
## 49	2001-01-24	118.6166	287.9382	373.6318	112.4017	478.5697	476.8445	166.8775
## 50	2001-01-27	121.5557	235.2863	380.7539	115.0778	485.1094	483.4825	160.7526
## 51	2001-01-29	141.9413	318.6656	381.4858	115.1472	495.4283	493.0446	191.8354
## 52	2001-01-31	159.3068	307.1233	379.4377	119.8049	493.9178	491.5906	198.0899
## 53	2001-02-05	119.1113	265.4525	348.0710	111.2859	453.2904	451.5891	149.0907
## 54	2001-02-10	131.5532	366.4171	371.0022	106.2254	494.3171	492.6418	180.5485
## 55	2001-02-12	120.0022	315.9550	356.6568	102.1650	475.4156	473.7767	163.7872
## 56	2001-02-14	140.5354	379.3017	360.5303	100.3686	483.2170	481.7112	184.8679
## 57	2001-02-19	120.4477	286.6509	365.6910	100.5862	469.6977	468.1459	164.6090
## 58	2001-02-21	117.8413	262.8287	382.4028	99.2435	490.1618	488.4719	135.0771
## 59	2001-02-24	147.6864	255.8397	389.4699	102.1326	498.4609	496.8256	183.9559
## 60	2001-02-26	127.7636	250.7859	383.7074	101.6233	488.5066	487.0388	176.5532
## 61	2001-02-28	127.1793	294.8810	382.4230	100.8038	486.0181	484.2697	174.5972
## 62	2001-03-03	123.3897	318.9896	370.1228	101.2761	471.5207	470.0190	170.9144
## 63	2001-03-05	119.9299	265.4033	373.2384	99.8315	472.4004	470.9983	162.4493
## 64	2001-03-07	120.2828	286.5352	388.7930	98.3314	495.1216	493.6698	141.4497
## 65	2001-03-10	121.3445	282.0398	381.5031	97.7434	486.5736	485.1726	150.8291
## 66	2001-03-12	120.8035	303.8371	383.4471	98.8917	488.7208	487.0388	150.0305
## 67	2001-03-14	128.5505	277.1597	378.3876	100.2575	481.3766	480.2596	163.2340
## 68	2001-03-17	157.8170	304.3838	376.1051	101.3872	485.6882	484.1493	211.4022
## 69	2001-03-19	120.7515	285.6703	358.0540	97.9240	462.6544	461.2740	153.1092
## 70	2001-03-21	121.0986	281.7448	369.8827	95.8220	478.2398	476.6245	157.7989
## 71	2001-03-24	111.0259	342.1754	379.7617	93.8914	496.9678	495.4966	138.8664
## 72	2001-03-26	120.1353	330.4827	378.2053	98.5583	492.9456	491.3267	169.2038
## 73	2001-03-28	120.3349	351.6320	368.2946	96.1554	488.5471	486.4669	158.2874
## 74	2001-03-31	136.6387	367.0709	364.9042	104.2948	485.8907	484.8600	178.1481
## 75	2001-04-02	117.9483	338.8169	361.0568	100.0630	473.0544	471.6512	142.7946
## 76	2001-04-04	131.9090	330.4191	370.6378	103.2993	488.8596	487.3907	175.5509
## 77	2001-04-07	123.8555	251.8765	370.3861	103.0817	491.8459	490.5904	167.8821
## 78	2001-04-09	113.4847	243.4209	373.8661	97.0351	493.3738	491.6022	133.2276
## 79	2001-04-14	116.1288	286.5381	387.0891	98.9889	511.8413	510.1548	135.6234
## 80	2001-04-16	120.7168	273.7982	394.6075	101.4659	516.5696	515.1581	146.3431
## 81	2001-04-18	122.3020	208.6378	395.6837	103.3317	511.8761	510.4997	170.2015
## 82	2001-04-21	121.1565	226.2029	387.1470	103.4104	503.4323	502.3568	165.3382
## 83	2001-04-23	121.5181	227.9588	389.2125	103.2715	505.0296	503.4936	153.7758
## 84	2001-04-25	114.4047	281.6030	406.7400	100.1649	528.0807	526.3920	119.2140
## 85	2001-04-28	120.9482	221.8868	392.9586	103.8827	512.1481	510.9072	165.7757
## 86	2001-04-30	121.4862	260.7545	381.0403	103.6234	496.7479	495.2512	164.5720
## 87	2001-05-02	120.9945	185.2437	383.5975	100.3964	497.3845	496.1472	154.3777
## 88	2001-05-07	120.8267	260.7372	395.8051	98.6416	515.9793	514.5353	147.9958
## 89	2001-05-09	129.4704	261.4430	394.4947	103.6234	510.6549	509.0550	160.5304
## 90	2001-05-12	143.7666	265.9587	388.7062	103.6003	509.3528	507.3764	180.0022
## 91	2001-05-14	127.3818	238.0142	371.2799	84.3723	483.8478	482.2577	163.9910
## 92	2001-05-19	133.2831	285.5256	392.8719	84.7704	513.3287	512.0556	182.8865
## 93	2001-05-21	145.9854	175.9578	386.4672	120.1059	490.4570	489.0508	187.5299
## 94	2001-05-23	144.4493	248.4804	370.1026	131.1389	489.5599	487.8723	183.1087
## 95	2001-05-26	144.3799	286.7695	368.8847	88.9790	491.1283	489.3911	188.4419
## 96	2001-05-28	157.1111	339.0975	372.3387	86.4511	496.7710	495.3669	193.1085
## 97	2001-06-06	149.9919	277.8655	381.6073	89.7615	496.6610	495.1122	190.5553
## 98	2001-06-09	147.0442	263.2742	394.4976	87.8910	507.3445	505.3019	187.8447
## 99	2001-06-11	147.5793	297.1403	385.9783	84.4880	505.4694	504.2461	182.1226

##	100	2001-06-13	120.2655	216.8331	383.0652	82.4833	489.3863	487.7056	158.9633
##	101	2001-06-24	143.0868	370.6435	397.6131	90.5532	526.3503	524.8129	191.0229
##	102	2001-06-25	119.9299	337.3387	385.1596	82.2564	504.6302	502.9194	160.3452
##	103	2001-06-27	120.0225	328.1627	390.1295	89.6411	508.1664	506.6679	159.5535
##	104	2001-06-30	120.7833	342.2709	384.3323	82.7240	507.0841	505.2393	172.9214
##	105	2001-07-02	142.4157	396.6354	384.0054	90.7477	509.8794	508.2585	187.3401
##	106	2001-07-04	135.6668	409.7600	376.8457	92.6876	502.1938	500.7176	182.1388
##	107	2001-07-07	139.7659	392.7417	377.3896	92.5302	503.0098	501.8891	184.6711
##	108	2001-07-09	121.7813	309.7066	380.2187	82.6685	493.1597	491.5189	160.2156
##	109	2001-07-11	123.7773	328.0846	380.7481	104.6651	498.7098	497.2516	177.7754
##	110	2001-07-14	148.1145	394.4918	381.7982	101.4474	506.4128	504.7091	191.5437
##	111	2001-07-16	143.2372	388.1710	372.4515	106.8180	497.5523	495.8670	185.5531
##	112	2001-07-18	168.0402	425.7052	387.9251	108.7163	521.9403	520.1406	198.9371
##	113	2001-07-23	120.5172	361.4705	380.5745	96.3498	495.9839	494.2995	170.1089
##	114	2001-07-25	123.3608	434.2534	387.8760	98.2527	507.2519	505.6955	178.6643
##	115	2001-07-28	137.3099	429.8535	387.7342	97.5119	509.4396	508.0409	184.5184
##	116	2001-07-30	128.4897	382.8222	383.5512	99.6648	497.7375	496.1402	175.9722
##	117	2001-08-07	163.4637	372.9260	401.2928	89.2244	516.5175	514.9729	198.3237
##	118	2001-08-08	166.3884	391.6598	398.3161	86.8400	516.5233	514.8062	200.4903
##	119	2001-08-11	147.4897	363.7818	381.8850	82.4277	503.0966	501.9493	189.2220
##	120	2001-08-13	139.6039	422.9454	380.0278	86.8632	502.8188	501.6460	188.8840
##	121	2001-08-15	140.5209	439.0613	378.5293	84.7797	502.9114	501.4307	189.4303
##	122	2001-08-22	145.3172	417.4780	383.2388	91.6412	501.0536	499.4696	191.4395
##	123	2001-08-25	143.0926	370.2212	382.9900	93.4515	497.3729	495.9295	186.9489
##	124	2001-08-27	145.0250	478.1691	387.0573	96.6276	508.5425	506.7906	190.7798
##	125	2001-08-29	139.9713	405.9560	384.0546	97.7573	497.4944	495.8485	184.9443
##	126	2001-09-01	145.7453	405.9271	385.3506	97.7481	498.9297	497.1173	188.1942
##	127	2001-09-03	129.9564	402.2069	379.1368	96.9564	490.6479	489.1156	177.7500
##	128	2001-09-05	150.5155	456.9793	387.1962	98.2203	507.1072	505.1583	195.1085
##	129	2001-09-08	150.7730	478.0736	386.9966	97.3360	507.2346	505.3528	194.9302
##	130	2001-09-10	123.1299	369.6249	373.2026	92.3303	485.9525	484.5441	172.4368
##	131	2001-09-12	148.1376	492.2484	376.4899	86.9928	496.2964	494.5635	193.8863
##	132	2001-09-15	161.3173	390.1989	379.9236	80.8350	498.7387	497.1312	202.5528
##	133	2001-09-17	134.5501	322.0820	371.5403	79.5572	477.0881	475.4553	183.5531
##	134	2001-09-19	155.4593	348.9215	379.4319	79.5618	492.8992	491.2665	197.8098
##	135	2001-09-22	136.9512	327.8792	372.7900	79.5387	478.8822	477.6224	185.5299
##	136	2001-10-01	144.8890	401.2523	378.7955	82.7657	492.9340	491.3684	190.0831
##	137	2001-10-03	126.8987	342.4040	373.4322	81.3953	484.5076	482.9268	179.0856
##	138	2001-10-08	128.2149	400.7490	373.4611	81.9416	483.8015	482.0446	172.6644
##	139	2001-10-10	137.5558	408.7215	373.3801	82.0897	486.4579	484.9179	183.7892
##	140	2001-10-15	141.4350	411.9007	363.6719	81.5527	474.6169	473.1215	182.0022
##	141	2001-10-17	134.7613	433.0963	356.6857	81.9462	466.3641	464.7077	179.7847
##	142	2001-10-20	125.5304	417.4028	353.6281	83.0065	461.8847	460.3201	174.4422
##	143	2001-10-22	126.1957	361.8321	355.5836	82.3768	457.5557	456.1387	176.4421
##	144	2001-10-29	126.2044	373.9934	369.9782	82.3722	470.6526	469.3429	176.8634
##	145	2001-10-31	119.8952	360.5968	371.7168	80.3072	474.2813	472.9571	170.7756
##	146	2001-11-03	120.3002	383.8145	363.5562	81.4138	463.7309	461.9872	171.2084
##	147	2001-11-05	125.3076	362.8300	361.8899	82.3768	460.9471	459.5816	175.5486
##	148	2001-11-10	145.4994	370.1344	353.1247	81.7332	456.3057	455.0019	187.8401
##	149	2001-11-12	158.5170	351.2878	377.6846	80.4461	486.3885	484.7327	196.3307
##	150	2001-11-14	139.7456	376.0618	350.7642	80.3813	450.8887	449.4915	183.7638
##	151	2001-11-17	144.5014	351.3225	351.7159	79.8581	455.9526	454.4439	187.2197
##	152	2001-11-28	124.6712	377.5284	358.0020	77.8765	473.9456	472.5427	174.3311
##	153	2001-12-01	120.1613	427.9645	358.2768	76.5014	472.9386	471.1905	170.2200

##	154	2001-12-03	120.1613	380.1811	360.3452	76.9691	475.1088	473.8392	169.6760
##	155	2001-12-05	119.9907	383.0508	360.3799	76.2005	477.3023	475.5919	169.3427
##	156	2001-12-17	131.7036	424.1459	351.7969	77.8904	468.4418	466.7775	176.9884
##	157	2001-12-23	124.2662	358.3723	363.0355	76.8070	472.6666	471.2437	173.7755
##	158	2001-12-24	124.6047	328.0123	356.1650	75.5847	471.4570	469.9773	172.6829
##	159	2001-12-29	132.1260	416.0056	370.9328	78.5895	483.2227	481.4913	179.3773
##	160	2002-01-02	147.0673	340.7782	362.4395	77.7839	480.0050	477.8956	188.4535
##	161	2002-01-05	124.2952	394.8245	369.2145	77.8349	484.2298	482.5703	176.4329
##	162	2002-01-21	130.9775	367.4875	371.1064	91.5810	482.1231	480.2781	179.5879
##	163	2002-01-26	128.2785	358.0801	371.8875	80.9739	479.4262	477.7173	174.7755
##	164	2002-03-12	151.6495	458.8220	349.4769	85.8585	460.3394	459.1208	186.0762
##	165	2002-03-15	142.6037	280.0611	354.5132	90.5902	473.6157	472.0634	184.6480
##	166	2002-03-17	164.4994	342.6701	362.0895	99.5815	494.7859	492.9266	194.4418
##	167	2002-03-19	157.2095	336.4188	353.0466	100.7529	480.7573	478.7106	191.1085
##	168	2002-03-24	156.4255	289.1416	341.8601	113.7860	465.9301	464.4553	189.6225
##	169	2002-04-01	157.5103	217.9931	364.7393	81.6730	477.3023	475.6035	207.8930
##	170	2002-04-02	163.7704	293.5966	366.5762	90.3402	489.2706	487.3768	192.8863
##	171	2002-04-04	151.9272	299.5991	364.9447	92.6228	482.7019	481.0537	188.2915
##	172	2002-04-05	146.5958	280.1913	362.8098	95.1646	477.9620	476.0226	185.5531
##	173	2002-04-09	140.4862	248.1535	378.4049	87.0715	485.8445	484.1794	181.1087
##	174	2002-04-14	147.8079	281.3484	388.2404	93.0765	498.9818	496.9390	188.8678
##	175	2002-04-16	127.1127	261.1682	383.1549	96.2156	488.5008	486.9346	174.2500
##	176	2002-04-19	129.7365	233.7849	379.1079	95.3914	481.7296	480.2133	177.6620
##	177	2002-04-21	130.3556	222.1906	385.0468	86.4511	487.2102	485.2074	177.2315
##	178	2002-04-23	127.6363	217.0356	380.0336	85.8863	479.8661	478.1827	174.4769
##	179	2002-04-26	128.3133	234.1494	379.3509	90.6875	478.2224	476.8792	174.2662
##	180	2002-04-28	140.8073	246.1343	379.3856	105.9198	482.0595	480.3823	183.1827
##	181	2002-04-30	127.8822	209.7891	372.6541	86.6826	471.6480	469.8199	176.6805
##	182	2002-05-07	152.8934	236.2525	381.7982	122.6477	484.3918	483.0263	188.1664
##	183	2002-05-11	140.4949	263.2655	384.4538	105.0170	486.4000	484.9295	185.7730
##	184	2002-05-12	133.4046	231.8873	399.7914	88.0114	501.4472	500.1110	175.8681
##	185	2002-05-19	159.0927	221.6120	380.7568	88.2475	483.1707	481.7784	229.4111
##	186	2002-05-21	145.9709	213.8738	383.8984	110.5034	485.0747	483.5982	184.8841
##	187	2002-08-11	142.7713	258.1886	400.0523	126.0055	508.8706	506.8832	179.8703
##	188	2002-08-16	134.0731	291.6468	402.6364	94.5806	508.5425	506.9481	183.7707
##	189	2002-08-18	139.3302	285.8583	397.9821	94.1873	503.4816	501.7942	188.6757
##	190	2002-08-20	128.5960	263.5692	385.1361	96.7614	485.6184	483.9339	174.9144
##	191	2002-08-25	128.9502	289.3991	389.5153	98.5297	496.5591	494.7348	179.6805
##	192	2002-08-27	132.3029	247.2307	386.6439	97.9248	489.0517	487.4972	178.1041
##	193	2002-08-30	133.9536	249.5131	385.7346	97.8627	487.6707	486.1474	178.9699
##	194	2002-09-01	136.4638	251.2777	385.8529	98.1548	487.9263	486.2608	179.9976
##	195	2002-09-03	141.5835	292.9109	381.6132	97.2716	483.2176	481.3177	182.0740
##	196	2002-09-06	134.6606	264.8941	373.9692	96.2987	474.5708	473.0312	177.4560
##	197	2002-09-15	119.0903	206.4074	390.0456	95.8916	485.6057	484.0312	172.7778
##	198	2002-09-17	132.5331	241.1905	391.5983	95.6777	487.6021	486.0270	183.7753
##	199	2002-09-20	136.3621	308.0172	380.7815	117.3736	486.6382	484.7651	180.3657
##	200	2002-09-22	130.1449	218.7684	379.6459	114.7861	478.8128	477.1987	174.1088
##	201	2002-09-24	129.0805	213.2836	380.7217	114.1283	478.7518	477.0228	171.1089
##	202	2002-09-27	127.6677	230.0301	384.7974	111.7620	485.3882	483.8969	171.4422
##	203	2002-09-29	133.9841	230.1198	385.0251	115.8648	485.6616	483.8598	177.4421
##	204	2002-10-06	135.5393	257.0055	370.9490	126.8105	470.0046	467.8403	178.1088
##	205	2002-10-11	120.5756	207.2579	372.7217	117.0955	466.5929	465.0434	146.2112
##	206	2002-10-13	148.6477	216.6856	385.0836	128.8138	483.6262	482.0609	183.7638
##	207	2002-10-15	143.2965	206.1413	380.4483	128.9633	476.6435	475.0362	180.4397

##	208	2002-10-18	140.8193	212.0484	380.1355	129.6625	476.4121	475.0200	178.9976
##	209	2002-10-20	133.0551	251.3095	373.6029	126.3942	472.4041	470.7506	178.8911
##	210	2002-10-22	131.1826	197.2343	370.7849	123.0914	466.7582	465.1313	173.8565
##	211	2002-10-25	131.9151	197.4947	369.5819	123.6664	465.8274	464.0339	175.3033
##	212	2002-10-27	132.8828	217.7848	372.5742	122.9442	470.1890	468.5719	175.4491
##	213	2002-10-29	131.7675	197.4716	358.8275	124.0275	453.2095	452.0360	172.5417
##	214	2002-11-01	135.3638	212.4563	354.5127	129.0093	447.7277	445.9537	174.1945
##	215	2002-11-03	131.3479	202.5253	353.9404	127.5093	445.3524	444.0968	173.1088
##	216	2002-11-05	132.3487	180.9797	356.0387	125.2906	446.0365	444.6872	173.3311
##	217	2002-11-08	131.4700	184.4221	353.7497	123.9585	444.6860	443.1198	172.6112
##	218	2002-11-10	131.3860	194.0956	359.0233	124.1471	451.1025	449.3618	172.5487
##	219	2002-11-12	131.3447	225.6996	383.1239	122.9534	482.9734	480.9287	175.3310
##	220	2002-11-15	148.7621	236.0500	367.0640	132.1994	467.6280	465.5435	185.3193
##	221	2002-11-17	130.1703	206.3496	368.7172	121.7731	465.2120	463.1633	174.2176
##	222	2002-11-19	138.6002	286.0001	366.5528	126.1895	470.5806	468.6830	179.7754
##	223	2002-11-22	130.6790	215.2941	361.8375	120.6994	462.9435	461.0495	174.1621
##	224	2002-11-24	133.9586	241.3670	358.4879	124.1057	459.5026	457.5094	178.6458
##	225	2002-11-26	130.1602	234.8553	357.4062	123.3927	453.8491	451.9642	175.7755
##	226	2002-11-29	130.3261	207.5645	359.7990	122.7257	454.7951	452.8348	173.7871
##	227	2002-12-01	131.3098	230.6694	356.1565	123.0546	454.7977	452.5824	176.8750
##	228	2002-12-03	130.6790	187.1819	358.5947	122.2036	455.1487	453.0617	174.7454
##	229	2002-12-06	130.9918	187.8356	356.0895	120.6806	455.0113	453.2006	175.5509
##	230	2002-12-08	140.0626	227.2154	354.6348	126.7783	455.0291	453.1311	180.5393
##	231	2002-12-10	140.0868	222.7865	351.5599	125.3615	455.2326	453.3395	179.9976
##	232	2002-12-15	146.5876	234.4098	339.2044	123.6204	446.1357	443.9162	185.1989
##	233	2002-12-17	141.9612	214.1370	337.3452	123.0086	442.9389	440.9874	182.4420
##	234	2002-12-20	136.1624	219.8676	319.6830	123.3329	420.7777	419.0175	176.2083
##	235	2002-12-22	139.5044	223.4113	318.4470	124.1195	424.2567	422.5136	179.3541
##	236	2002-12-27	129.6134	174.7428	329.7076	119.6253	425.6631	423.9189	169.9978
##	237	2002-12-29	128.0988	186.7045	347.3672	119.6805	443.9689	442.0431	172.3195
##	238	2002-12-31	128.3468	182.5534	352.9320	119.9381	448.0240	446.6251	173.3889
##	239	2003-01-03	127.0319	213.7436	364.6987	118.6524	462.3484	460.3618	173.2061
##	240	2003-01-05	129.7405	241.5810	353.9519	118.1901	459.7849	457.6992	173.7732
##	241	2003-01-07	129.6668	236.1426	353.3745	117.5277	458.6480	457.1088	173.2454
##	242	2003-01-10	126.8233	193.7080	361.5094	116.9849	460.1892	457.9724	173.7500
##	243	2003-01-12	130.3023	191.0987	361.8833	119.1055	461.0094	459.2250	175.3310
##	244	2003-01-14	128.4205	204.9900	361.3415	117.5139	461.0666	459.4265	174.6389
##	245	2003-01-17	125.5936	209.9800	363.3330	117.7025	461.1862	459.5700	172.2269
##	246	2003-01-19	138.5455	278.4846	375.4659	121.5688	480.8092	479.8914	182.6642
##	247	2003-01-21	125.1536	257.9138	365.2837	119.9151	467.4932	466.1431	176.9745
##	248	2003-01-24	131.0465	229.0812	366.1790	122.8058	467.3127	466.1825	178.4398
##	249	2003-01-26	130.8138	212.6385	341.5964	121.4354	468.3401	467.0299	174.7639
##	250	2003-01-28	128.9673	225.1412	349.8965	118.8604	479.7665	478.4652	176.2176
##	251	2003-01-31	130.5328	223.5965	345.9366	120.4027	474.5378	473.1145	176.3310
##	252	2003-02-03	128.5248	213.5613	343.4950	119.6989	469.3802	467.9954	174.6435
##	253	2003-02-04	131.0491	217.4117	346.1960	119.0825	474.6599	473.0381	177.1088
##		Temp4 PressureC1	Temp5	Temp6	OC1	Temp7	Temp8	TempC9	
##	1	187.4331	215.0627	489.0043	488.6745	3.1033	1129.6040	522.4728	86.6133
##	2	179.5089	205.0999	479.0443	479.5883	4.7408	1082.9395	516.0140	97.6100
##	3	172.9262	205.0304	485.1326	485.6129	4.2925	1076.9067	514.6193	88.4967
##	4	174.2338	205.2561	490.4338	489.8262	4.4558	1078.9117	519.3823	95.3483
##	5	173.9681	205.0883	486.1049	485.5724	3.4600	1087.4271	508.6756	82.9533
##	6	176.3803	203.8242	493.2928	491.1167	4.5900	1081.7068	521.8651	93.5633
##	7	176.8023	204.1858	477.7016	478.1935	4.1296	1106.8098	514.3184	99.8533

## 8	173.6503	204.3738	478.2398	477.9389	3.7133	1090.3263	505.1801	85.8233
## 9	178.0371	204.1163	484.0909	480.2018	3.0900	1126.8611	509.5611	82.6411
## 10	176.3334	204.1510	484.8201	482.2794	4.6217	1087.4791	521.9056	99.9829
## 11	174.8356	200.0809	478.5581	476.4862	4.6708	1087.1493	512.1075	99.6483
## 12	175.0804	200.0809	478.2977	475.8091	3.5200	1098.3901	507.4892	87.3567
## 13	173.9577	199.9507	481.7296	479.7272	4.1700	1080.2920	510.0125	92.5622
## 14	174.7861	200.1040	480.2018	479.1079	3.8525	1096.1158	507.3272	95.5533
## 15	175.2602	200.0895	479.2005	477.9504	3.5983	1116.1411	504.6245	88.0333
## 16	174.5803	199.8234	482.8582	482.9044	4.2889	1091.7671	509.6364	99.5933
## 17	175.8802	210.0350	488.6397	487.7137	5.3433	1056.8033	512.6342	96.6578
## 18	176.0807	209.9164	486.5968	484.9648	3.4017	1111.2975	509.1039	88.1467
## 19	167.7762	211.9356	480.1439	477.6553	5.2400	1046.9514	499.9483	90.2933
## 20	171.5950	250.0772	480.0860	476.8798	4.1850	1021.6660	479.9471	79.4267
## 21	170.1024	249.9297	475.1725	472.8228	5.4850	1005.0956	474.8658	86.1967
## 22	157.1246	249.9239	479.5420	475.9770	4.7675	990.9902	473.4016	74.5900
## 23	170.7875	250.0772	484.8432	481.9438	4.0850	1056.3173	504.3814	85.7267
## 24	141.9170	249.9586	493.2928	492.5173	3.0000	1101.0636	496.0707	59.5044
## 25	150.0131	249.9355	458.4702	456.7976	6.2792	990.8687	458.4297	46.2400
## 26	159.6097	250.0627	486.1396	485.6882	3.4683	1068.2612	492.0022	57.7900
## 27	151.3729	249.9326	478.2224	476.8798	2.9792	1077.7747	489.4500	62.8900
## 28	181.6996	249.8979	501.9218	499.8441	3.5233	1071.3427	510.4292	61.5267
## 29	182.3248	249.9731	499.1438	498.4899	2.8383	1086.0642	508.1374	63.6867
## 30	182.7494	229.9288	482.9912	483.7610	2.8500	1138.9960	508.8724	63.1067
## 31	165.5334	249.9326	488.9523	492.1353	3.1667	1062.4889	492.2974	57.1800
## 32	155.1240	250.0772	499.1959	502.9114	2.7567	1113.7714	510.6318	57.6233
## 33	161.8083	249.9384	504.2020	502.5642	3.8400	1047.1163	502.5005	60.2600
## 34	195.3234	249.9384	499.0570	497.6391	3.1817	1092.7827	492.8356	63.6733
## 35	179.4046	220.0557	483.9925	482.5283	2.8000	1088.5294	491.8517	64.8533
## 36	180.0455	234.9131	495.0869	493.3275	3.1983	1093.6941	496.3080	64.9400
## 37	187.5867	250.0599	506.1060	504.9254	2.9250	1122.7727	523.1904	71.9333
## 38	184.9427	250.0396	439.0246	439.2792	2.9383	1137.4943	466.1732	66.1600
## 39	194.8962	245.2028	460.2064	460.8893	3.0672	1137.8936	478.4308	63.3767
## 40	193.1431	245.3851	455.5070	456.9191	3.1017	1116.3840	469.5240	63.9600
## 41	195.4016	250.2450	461.7285	461.8094	3.0058	1114.1445	473.8414	60.2400
## 42	202.9507	250.3839	471.1387	471.5959	2.7733	1110.2039	483.4774	64.2600
## 43	168.3519	250.0830	458.9331	462.0583	6.3021	987.2144	464.5295	56.6600
## 44	168.5968	249.9528	470.5484	469.1594	6.9614	983.8638	471.5496	53.4067
## 45	176.6330	250.0743	464.2807	462.6081	5.1183	1007.6302	461.9021	56.2767
## 46	174.5204	249.9384	476.1043	474.8773	3.0267	1119.5785	487.3202	65.8783
## 47	201.7472	250.0165	490.1329	491.2383	3.6967	1131.2098	514.7177	79.2850
## 48	185.1798	250.0772	484.5076	482.7366	3.6333	1119.1792	492.4247	57.8467
## 49	173.9786	249.9152	477.5685	475.0452	5.8925	1002.8474	472.6897	57.6433
## 50	166.8697	249.9384	480.6937	480.4738	6.1183	992.6221	467.7994	46.8800
## 51	198.8713	250.4706	491.3830	491.2209	3.5767	1111.0892	500.5039	63.7233
## 52	205.1232	250.6326	492.4247	489.7509	3.5067	1124.2917	499.3464	60.8433
## 53	155.3715	249.9239	445.9231	448.7010	8.5017	965.2622	448.6895	52.7700
## 54	187.6337	250.0772	492.5636	491.6434	3.0006	1161.0870	512.3564	74.2267
## 55	170.4671	250.0772	473.0891	471.9547	2.8517	1130.0554	484.5770	65.3467
## 56	191.4655	250.0627	482.7482	481.0351	2.9967	1172.6924	513.7685	76.0600
## 57	170.3629	246.7765	457.8741	466.2889	5.6133	1024.6780	465.6407	56.9733
## 58	141.1668	249.9384	477.0245	485.9312	6.7333	991.5978	478.5581	52.2783
## 59	190.7465	249.6925	486.3017	494.8843	6.3756	1009.8784	485.4798	50.8667
## 60	183.6950	250.4041	475.4445	484.0330	6.5833	996.5543	472.0878	50.5322
## 61	181.3818	250.9335	474.9584	482.9855	6.8217	981.5201	477.9910	59.3017

## 62	177.9771	250.9422	467.8457	468.5344	5.6997	1003.1077	464.7900	63.3033
## 63	168.8651	250.2074	467.4232	468.0020	6.8317	969.0034	452.6307	53.1000
## 64	147.4968	250.0772	488.2231	492.3958	6.0100	995.7209	478.6565	57.6033
## 65	157.0465	249.9384	478.1183	482.4530	6.9650	971.0519	472.6434	56.6333
## 66	156.1139	249.9152	481.5676	485.5956	6.7650	969.8366	475.0626	60.8500
## 67	170.0425	231.7050	474.1482	478.3324	6.4867	972.6143	463.4994	55.3367
## 68	216.9236	225.8731	479.9587	482.9218	6.0600	1001.9533	479.7851	60.4400
## 69	159.0627	249.9152	454.6100	459.3672	5.2392	1013.3157	453.6551	56.9400
## 70	164.0746	250.1929	471.2834	474.4317	2.6883	1075.0057	462.9843	59.3600
## 71	144.3891	250.3549	491.5103	493.4606	2.8067	1102.4872	484.0909	67.6600
## 72	175.7395	249.9384	488.0436	490.1676	5.0133	1079.5193	494.3692	66.7167
## 73	163.7047	249.8226	482.6324	485.4914	5.1442	1084.3456	488.8018	69.5533
## 74	184.9167	250.0772	480.6937	482.9218	3.8083	1131.9738	496.2964	75.9933
## 75	149.5755	250.0772	467.8052	469.5703	4.5500	1059.7372	469.4488	74.3633
## 76	182.2102	250.1929	482.5283	486.5910	3.7925	1098.8589	499.6068	67.0667
## 77	174.0228	250.0772	488.7960	488.8770	3.7975	1108.5198	497.3787	50.4283
## 78	139.6351	249.9384	490.8621	490.1676	3.8750	1098.1818	499.8557	49.4533
## 79	141.7633	250.1004	505.2842	509.1502	3.0100	1149.1084	521.2227	56.7167
## 80	151.9981	249.8226	514.2952	513.9537	3.0333	1140.9838	526.0031	55.3033
## 81	176.5366	249.5449	508.4673	508.2937	2.9717	1121.9568	506.0250	42.0833
## 82	172.0145	250.0772	500.5907	500.4807	2.9942	1107.7908	500.1393	45.2433
## 83	160.3079	250.0772	503.0793	502.1359	3.1100	1097.8867	502.1649	45.8533
## 84	124.5994	250.2161	524.7877	525.3143	3.0500	1136.1923	527.5541	57.4533
## 85	172.2385	249.9384	505.0296	508.7798	3.1067	1137.2773	505.3768	45.5100
## 86	171.0141	249.9384	490.9778	493.9178	3.0200	1117.9205	501.0942	51.8067
## 87	160.7220	250.0772	489.8667	493.7558	3.5483	1062.3586	476.5441	37.0233
## 88	154.4415	250.0772	513.4676	513.0336	3.0133	1116.2279	512.8947	52.9200
## 89	167.4688	250.0772	508.9882	507.7612	2.9089	1101.2112	509.5900	53.5733
## 90	186.3989	249.5449	507.2519	506.1466	3.0367	1108.3983	505.8745	52.4567
## 91	170.0347	236.4695	480.4101	480.3696	2.9850	1079.4586	473.1585	48.2900
## 92	189.2435	235.6595	509.2312	510.8633	3.5600	1125.3855	519.6774	57.6400
## 93	194.0418	252.1138	488.1883	486.5852	5.5383	991.1378	466.6188	35.3700
## 94	189.7931	249.6606	487.3781	486.6142	3.4517	1108.1727	498.0558	50.7933
## 95	195.0004	250.3318	487.3087	487.5575	3.4783	1142.3119	500.4923	58.7400
## 96	199.7466	249.9384	492.9108	494.6528	2.9767	1138.8572	511.9744	68.1000
## 97	197.3865	239.8020	494.5776	493.9178	3.1317	1100.4474	497.2108	54.7600
## 98	196.4409	240.3574	505.1743	504.7113	4.7383	1026.4835	504.8328	53.7767
## 99	187.4357	238.8531	499.9193	501.8002	4.1217	1072.5579	497.0488	59.9133
## 100	165.2677	239.9408	486.0701	484.7622	5.8967	977.5881	469.3330	43.8433
## 101	197.4386	239.9495	522.6232	524.0932	2.9711	1179.2026	539.7538	75.6800
## 102	166.2627	239.7181	500.3650	502.0144	3.0317	1098.2426	502.9346	66.4400
## 103	166.6587	240.1838	503.1892	504.8502	3.0200	1105.0912	506.0019	65.6800
## 104	179.6469	239.9235	499.0917	504.4914	2.9883	1123.6581	510.7012	69.2600
## 105	193.9662	239.0556	504.5145	507.6686	3.0622	1155.9397	525.8815	80.0000
## 106	188.8840	239.9264	496.5916	499.4853	3.0100	1161.4863	522.2123	80.7200
## 107	191.1347	240.2185	500.5502	499.5721	2.9550	1159.4985	522.0619	78.3000
## 108	166.8306	240.7740	488.4314	489.1259	3.1889	1042.8456	483.8825	62.0600
## 109	184.3671	239.4693	491.9906	495.6714	2.9233	1122.7120	509.6653	67.2600
## 110	198.2305	240.8636	501.2447	504.3120	2.9971	1166.6250	527.6698	80.1200
## 111	192.3382	240.5194	494.3866	495.0695	2.9850	1163.8300	523.5260	78.9600
## 112	205.6859	239.3883	518.1207	520.2736	3.0067	1170.6006	557.3591	85.8200
## 113	176.7320	239.1193	490.4280	493.2118	2.9617	1098.4509	503.8142	73.0800
## 114	185.1980	239.0932	502.1938	505.0238	2.9983	1158.6913	531.3969	85.5800
## 115	191.4160	240.2272	504.6129	507.3908	2.9583	1157.7018	531.8541	88.1000

## 116	182.5827	240.0710	491.0531	495.0869	2.9658	1100.6643	503.3513	77.6000
## 117	204.9382	250.6182	514.7350	513.8032	8.0179	959.7242	537.7745	75.2200
## 118	207.3139	249.8487	514.4052	513.2014	7.9475	970.5745	539.7828	77.3800
## 119	195.8236	249.6606	500.1335	499.5200	3.0933	1097.2791	502.2343	72.0400
## 120	195.5735	249.5015	500.3071	499.8557	3.0342	1131.0884	521.9634	83.5400
## 121	196.0919	250.5863	500.2087	500.7585	3.0408	1131.0276	524.2668	89.8400
## 122	198.1993	250.4186	495.7929	498.7792	3.0750	1107.9122	513.1551	82.4800
## 123	193.6042	249.9065	491.4292	495.0348	2.9800	1082.5922	495.9839	75.1800
## 124	197.3709	250.0425	501.2099	505.7067	2.9758	1129.9600	527.7277	97.1313
## 125	191.5567	250.0772	494.8554	495.1795	2.9817	1084.4758	501.1231	80.3600
## 126	194.9144	250.0772	492.4189	496.1055	3.0061	1090.6908	501.3199	80.5200
## 127	184.2446	249.9239	485.0342	487.7369	2.8883	1077.2799	495.8277	81.5983
## 128	201.8253	250.4793	500.7585	504.1036	2.9483	1114.4310	521.5410	90.2400
## 129	201.6977	250.3491	501.9333	504.8386	2.9850	1121.3145	517.5129	97.3400
## 130	179.1029	250.8308	479.7570	482.1463	2.9861	1073.9120	489.5560	73.8064
## 131	200.6792	254.5900	490.1676	494.0046	3.0500	1136.9475	516.3323	98.6200
## 132	209.2807	249.3569	492.0775	495.5846	3.1300	1096.6106	502.1475	78.4600
## 133	190.2907	249.8834	469.2983	471.2024	4.8333	1003.9150	466.8561	63.9800
## 134	204.4381	249.6462	486.0239	489.1664	3.5433	1052.2202	486.9556	69.7200
## 135	192.1037	249.5218	471.5901	473.2858	4.3192	997.6046	466.8329	65.4367
## 136	196.8707	250.0251	488.3619	489.8319	3.4933	1056.5516	491.8980	81.5600
## 137	185.6956	249.9615	478.2572	480.8036	3.8000	1032.0475	481.2087	69.3200
## 138	179.4672	249.6606	472.7592	480.0050	2.9317	1048.6266	478.0489	79.4400
## 139	190.6033	249.9673	483.6394	483.9867	2.9017	1075.5613	488.8018	83.7600
## 140	188.7407	249.1023	465.0851	471.3528	3.0650	1050.2151	470.2012	81.7200
## 141	186.4484	249.8226	457.6773	464.0434	3.2700	1037.6982	478.1357	87.4600
## 142	181.1317	249.7966	453.1168	459.1357	3.2178	1031.5006	473.0428	83.5200
## 143	183.0073	250.3376	453.4641	454.2454	5.0883	969.9235	445.7206	71.7400
## 144	183.1818	249.6606	466.2484	465.6754	5.4200	953.3530	460.1890	74.7600
## 145	177.4692	250.3578	469.3504	469.6050	5.6317	962.2155	460.3857	71.8400
## 146	177.7557	249.9065	460.6867	459.3440	5.8683	958.8128	448.9846	76.4400
## 147	182.2102	249.9962	456.3115	456.9944	6.2367	930.9841	442.5896	72.4600
## 148	194.5419	250.7483	451.1375	453.2325	5.6417	934.0656	445.7090	74.4000
## 149	202.7475	248.3907	479.2989	482.0884	5.4517	983.5773	478.1299	71.1400
## 150	190.5356	250.3231	441.8835	447.3179	5.6483	933.1542	443.6197	74.7400
## 151	193.9871	249.7908	448.5217	451.3228	5.6333	942.8066	446.3803	70.4600
## 152	180.8504	250.2016	469.5761	470.2590	4.5133	1027.3602	484.6696	75.2217
## 153	176.7658	250.0743	467.5911	470.1896	4.4167	1020.3987	480.6995	86.0800
## 154	176.2709	250.2074	467.5968	471.4860	4.0542	1044.0348	478.4308	76.9600
## 155	175.9270	249.9355	470.3748	473.4073	4.0633	1044.9290	481.5328	76.1000
## 156	183.8226	250.3376	461.9079	465.7159	3.9992	1038.6965	478.3093	85.5000
## 157	180.2044	250.7570	469.2694	468.7485	3.8967	1025.2943	472.8402	72.4400
## 158	179.5141	250.8901	466.7172	465.9359	3.5817	1039.0610	464.8189	65.4200
## 159	185.8831	251.0347	481.2782	479.9471	3.5433	1056.5083	483.2343	84.6800
## 160	195.4823	250.2450	477.7074	475.1609	3.6217	1067.2456	478.3035	69.3800
## 161	182.9760	251.3124	476.5210	479.7966	3.5317	1060.7529	484.8548	80.1000
## 162	186.1019	250.1524	478.9517	477.3196	3.1233	1037.2209	473.5520	73.5600
## 163	181.1005	249.9384	474.9931	475.1031	5.1683	1003.0037	466.2194	72.9400
## 164	192.2366	238.6448	457.9203	456.8555	1.8583	1078.0437	463.8640	97.1000
## 165	191.1373	240.3950	472.1168	471.2255	3.0158	1083.2692	479.3857	57.2567
## 166	200.9475	240.3400	492.0369	492.5115	2.9933	1094.4233	502.5642	66.8800
## 167	197.6965	239.8974	475.2767	477.7942	3.0133	1087.8523	485.7345	65.3400
## 168	196.3393	239.7615	463.0480	463.8929	3.0433	1073.6689	475.2014	55.7600
## 169	215.1548	230.4958	471.5438	473.8009	5.7162	965.2709	470.8088	43.5000

## 170	199.5903	240.1896	487.8411	486.7935	2.5472	1096.4891	502.3848	58.5600
## 171	194.8233	240.2185	480.7573	480.5432	3.9817	1059.9196	491.1399	58.2600
## 172	191.8849	239.7991	475.5140	474.0382	3.9483	1058.2529	482.2215	55.3800
## 173	187.9645	240.5715	483.4369	482.4878	3.6417	1044.5557	481.2666	50.7200
## 174	195.3859	239.9264	496.6900	495.0984	3.5067	1074.8234	501.4646	57.5000
## 175	181.0666	240.4933	486.5447	484.7217	3.5658	1050.4581	485.0226	52.6000
## 176	184.4921	239.7817	479.7156	477.9215	3.9033	1024.7126	475.4677	47.9000
## 177	184.0050	239.2089	484.3860	481.9611	4.5467	1010.3036	475.5660	45.6200
## 178	180.9963	238.5378	478.3556	476.7004	5.0311	971.6334	468.6385	43.9200
## 179	180.6472	239.9553	476.7293	474.9584	4.3383	1000.4777	467.6952	45.7400
## 180	189.8374	240.0623	480.5490	479.6809	3.4433	1040.3284	481.0236	50.0600
## 181	183.7523	241.4104	469.9292	468.4244	5.8542	960.1669	460.1427	41.1800
## 182	194.6201	250.0772	483.1186	482.0305	3.5367	1039.8596	481.4981	49.4000
## 183	192.2235	250.0627	484.9474	483.6279	3.6508	1031.0667	483.6452	50.8600
## 184	181.7882	250.3578	497.5523	497.9806	4.7372	994.3928	484.5886	46.6000
## 185	235.6244	248.7639	481.1509	479.1485	4.5533	969.0728	469.0611	43.6983
## 186	191.5567	249.7850	481.2782	481.9495	4.9600	989.5840	475.0973	43.7800
## 187	186.2356	250.1228	505.8798	507.1183	3.1433	1062.3026	503.5020	53.6200
## 188	190.0951	245.0978	508.3136	506.4037	4.0967	1048.9357	514.5368	56.0433
## 189	194.9185	245.1602	502.1439	501.4369	4.1300	1061.7229	509.8955	59.0200
## 190	181.2278	225.0710	484.1993	483.7848	4.0617	1022.3850	490.1961	50.7000
## 191	186.7442	229.2662	495.0756	494.8310	3.5844	1074.3191	509.8192	55.6400
## 192	184.4362	224.7963	487.1748	487.2307	3.4833	1026.7605	489.1712	51.2800
## 193	185.3708	225.1842	486.1049	486.3928	3.4025	1031.6357	492.7430	49.9400
## 194	186.7824	224.9438	486.7018	486.1677	3.5175	1042.6528	491.5669	52.5400
## 195	188.8806	225.2109	481.8367	481.8443	3.5367	1051.1388	489.2729	56.7200
## 196	184.1642	225.2350	473.2281	473.1263	3.4817	1038.9258	479.6521	51.1600
## 197	179.3194	224.2304	483.4669	483.4567	5.8067	956.1017	475.7076	41.8000
## 198	190.4245	244.9713	485.6565	485.6158	5.5850	982.4941	485.4505	47.2000
## 199	186.9452	225.4729	484.8741	484.7181	3.9833	1050.4349	488.6193	60.2700
## 200	180.5563	225.1212	476.7681	476.3231	5.4008	974.5632	472.4651	44.4933
## 201	176.8634	225.2223	476.7969	476.6893	5.7706	961.5664	471.8395	42.9000
## 202	177.7434	225.2376	483.5915	483.3778	5.3400	973.1899	480.4939	45.6450
## 203	184.4027	225.4709	484.3959	483.6779	5.0650	980.1099	479.9878	45.6200
## 204	184.9023	224.9438	467.9662	467.4398	3.4150	1027.7981	462.4679	51.2400
## 205	154.2099	225.6821	464.7516	464.2074	5.0706	983.6729	459.6475	41.6933
## 206	190.4715	225.2223	481.5213	481.4336	5.0467	972.8580	476.6995	42.4467
## 207	187.1792	224.7874	474.5708	474.8658	4.8933	960.3113	464.8627	40.4000
## 208	185.3848	225.2999	474.5183	473.8969	5.0483	972.0150	470.4636	41.4767
## 209	185.7151	224.7404	471.1071	470.7484	3.2383	1050.3243	478.3042	49.9800
## 210	180.4050	224.6946	464.1642	463.7942	4.8167	962.8901	462.3064	39.5967
## 211	181.8992	225.0443	463.2639	462.9562	5.2617	954.9249	461.2548	39.9800
## 212	182.0696	225.0875	468.4554	468.0807	5.4550	965.0226	462.8494	42.2800
## 213	179.1117	225.0697	451.4662	451.3161	6.0717	943.4119	453.9559	39.4300
## 214	180.8310	223.8337	445.5177	445.2405	6.5800	941.2490	452.3537	41.8600
## 215	178.8319	225.4945	443.2899	442.7007	6.5908	937.3846	446.9927	41.4111
## 216	179.3813	224.6653	443.9172	443.7820	7.3367	903.2521	443.0152	36.4400
## 217	178.9574	224.8688	442.3133	441.8835	6.4750	914.3740	439.3378	37.0967
## 218	179.0100	224.9038	448.9331	449.1951	6.9967	923.5638	446.3416	39.7433
## 219	181.6449	225.0723	480.0107	479.6241	5.9550	973.6820	479.1180	45.8200
## 220	191.8564	225.7990	465.2527	465.1993	6.0617	973.4799	470.9722	46.7900
## 221	180.7496	224.6628	462.4755	462.4679	6.0608	942.9084	447.1924	40.4350
## 222	185.9584	225.0723	467.9917	468.3909	6.0550	986.3928	473.0450	55.9533
## 223	180.2477	225.0850	460.4410	460.1790	5.9725	962.3293	451.8502	44.1233



##	224	184.8215	224.4644	456.4431	456.4037	5.6800	997.6730	481.4145	49.0800	
##	225	181.8916	224.9604	451.1203	451.1457	5.5933	954.7570	442.3082	45.6867	
##	226	180.0456	225.0824	451.7400	451.4229	6.0850	930.7241	448.9814	40.0250	
##	227	183.4494	224.2495	452.3232	451.7739	5.7000	968.5512	454.9299	45.8200	
##	228	180.8986	225.2223	452.0790	451.6645	6.4367	924.6052	449.1010	37.9000	
##	229	181.8318	225.0710	452.3410	452.3537	6.7950	936.3470	453.7118	38.8700	
##	230	186.8511	225.4105	452.3537	451.9087	4.5283	996.3264	455.9866	44.1600	
##	231	186.3026	224.2546	452.4690	452.2621	4.5917	991.7297	449.7266	45.3667	
##	232	191.4316	225.8302	443.1551	443.1779	4.1033	1008.1255	445.5253	46.1133	
##	233	188.9951	224.5140	440.3754	440.1109	4.8100	991.6725	441.8326	43.3800	
##	234	182.2947	225.3571	418.6194	419.2950	4.5717	973.1862	426.7338	43.5389	
##	235	185.5565	230.0852	421.7492	422.4104	3.9983	1000.6257	437.0286	44.0000	
##	236	176.2988	229.2319	422.3850	422.1103	7.3100	890.1084	423.3412	34.5100	
##	237	178.6412	230.0242	440.8230	440.2635	6.9433	896.1243	421.4542	36.9500	
##	238	179.4025	230.2073	443.4653	443.9460	7.0067	913.2258	439.1674	36.6267	
##	239	179.5339	229.2128	458.8388	456.8398	6.3800	937.5105	455.1283	41.6600	
##	240	180.1201	228.8288	456.8398	455.4335	4.5658	1001.3695	450.9626	47.2650	
##	241	179.4182	230.3891	455.1131	454.3374	5.5711	980.5638	457.0815	46.4600	
##	242	180.1443	228.5287	456.8398	454.2611	7.1058	923.9644	451.5908	37.4656	
##	243	181.6779	230.0585	457.5647	455.9421	5.9267	948.4741	450.2327	39.0300	
##	244	180.8691	229.6821	458.5514	457.4960	8.0217	921.2635	461.6541	40.1333	
##	245	178.4886	229.9421	458.4293	457.6143	8.1983	911.4519	461.8296	41.3633	
##	246	188.1583	229.8156	478.6628	477.6938	6.0050	993.8125	486.4169	54.1267	
##	247	182.8288	229.6490	465.1026	464.6258	6.0542	978.8510	472.3659	52.3000	
##	248	184.2251	230.0795	464.8813	464.0396	6.0250	960.7004	467.1295	47.0800	
##	249	180.7649	229.7393	465.4282	464.5406	6.1983	942.7787	462.5747	41.9133	
##	250	182.3646	230.5049	477.2564	476.0382	5.7817	957.7898	472.9839	45.6567	
##	251	182.2578	230.6638	471.4597	470.1584	5.9500	944.7319	456.1964	44.8278	
##	252	180.5093	230.5226	466.4124	464.2125	6.2583	942.6909	459.8052	41.7078	
##	253	183.1810	225.6420	471.3944	469.9880	5.9867	944.5793	462.0991	43.5767	
##		FlowC2	Temp9	Temp10	FlowC3	FlowC4	Temp11	Temp12	InvTemp1	InvTemp2
##	1	69.9017	461.2371	513.9653	8.6279	10.5988	30.8983	489.9900	2.0409	2.6468
##	2	69.6900	450.3000	504.5145	8.7662	10.7560	31.9099	480.2888	2.0821	2.6932
##	3	70.5867	458.8101	508.9997	8.5319	10.5737	29.9165	486.6190	2.0550	2.6424
##	4	70.2167	462.5252	514.1794	8.6260	10.6695	30.6229	491.1304	2.0361	2.6455
##	5	69.6567	460.7509	511.0948	8.5939	10.4922	29.4977	487.6475	2.0507	2.6463
##	6	71.1467	463.8689	514.9607	8.4507	10.4359	29.8406	492.5148	2.0304	2.6720
##	7	72.6067	445.3766	503.5075	8.4093	10.0906	35.5254	478.9996	2.0877	2.7714
##	8	72.0667	449.7862	501.0479	8.4414	10.1504	31.1274	479.0630	2.0874	2.7329
##	9	71.5083	452.2374	505.4058	8.3289	10.2842	31.7608	482.6684	2.0718	2.7230
##	10	71.4267	452.7339	506.4996	8.5193	10.4781	32.3697	483.9492	2.0663	2.7146
##	11	70.4600	447.1647	501.0305	8.4336	10.5086	32.5914	478.2151	2.0911	2.7510
##	12	69.4700	447.6439	501.3430	8.3687	10.4978	31.6898	477.8062	2.0929	2.7222
##	13	69.8200	452.9978	504.7171	8.3687	10.4797	30.0340	481.5737	2.0765	2.7018
##	14	69.8900	449.6230	504.8444	8.3738	10.5319	32.2571	480.4214	2.0815	2.7051
##	15	69.0000	450.8937	503.5943	8.4050	10.5133	31.3394	479.9821	2.0834	2.7012
##	16	69.1283	454.5012	508.7971	8.4957	10.5103	31.0018	483.7993	2.0670	2.7012
##	17	69.5700	462.7161	510.9964	8.4068	10.4929	27.9029	489.0469	2.0448	2.6550
##	18	68.3800	458.0705	510.2151	8.4657	10.5961	30.9570	487.0835	2.0530	2.6895
##	19	67.9656	453.7755	500.0698	8.5040	10.5697	27.5547	479.6805	2.0847	2.7123
##	20	67.2267	458.6538	498.8197	6.4398	7.9745	23.1568	479.8487	2.0840	2.6716
##	21	67.2167	453.0221	493.3680	6.2726	7.9064	23.6435	474.8919	2.1057	2.7062
##	22	67.5833	459.1573	496.8462	6.4184	7.6372	21.3686	478.7826	2.0886	2.6642
##	23	68.3967	458.7754	505.7935	8.0761	9.6190	27.5147	484.4594	2.0642	2.6993

## 24	68.0333	469.8929	518.7573	6.7310	8.2245	27.3006	494.6887	2.0215	2.6449
## 25	66.9233	438.5575	478.7780	6.1028	8.2183	23.0031	459.1378	2.1780	2.8142
## 26	67.1367	464.9730	509.5032	6.8059	8.1885	24.5869	487.3462	2.0519	2.6728
## 27	69.6000	455.2720	499.6647	6.9986	8.2798	24.9413	478.4139	2.0902	2.7267
## 28	71.3533	483.1909	521.8014	6.2523	7.9444	19.6568	501.4185	1.9943	2.5825
## 29	73.0967	479.9238	521.6336	6.4530	8.0331	21.3498	499.6504	2.0014	2.5954
## 30	73.6500	463.3342	507.8423	6.2394	7.9683	24.4664	485.0153	2.0618	2.6733
## 31	73.2900	475.8892	514.2315	6.3252	7.9622	19.8343	492.5756	2.0301	2.5975
## 32	73.9567	487.6838	525.5285	6.4447	7.9735	18.6769	503.2590	1.9870	2.5456
## 33	75.2633	489.5726	524.0874	5.5862	6.9459	16.1572	504.1630	1.9835	2.5239
## 34	75.1133	482.7639	520.9275	5.5567	6.8676	18.3071	499.1228	2.0035	2.5715
## 35	73.9567	467.3132	506.0771	6.8085	8.5243	18.4850	484.0609	2.0659	2.6690
## 36	74.9950	478.5696	516.3265	6.5582	8.4557	18.3113	494.9867	2.0203	2.5997
## 37	75.7567	487.0068	529.4291	6.7270	8.5990	20.3435	505.9701	1.9764	2.5621
## 38	74.0400	412.8016	464.9925	6.4536	8.4998	29.8458	440.3035	2.2712	3.0094
## 39	74.6633	438.5054	486.5968	6.3794	8.4771	25.7232	461.8394	2.1653	2.8761
## 40	73.9500	436.3527	480.9252	5.5229	7.4793	23.3386	457.5201	2.1857	2.8652
## 41	74.4400	442.5156	486.4406	5.5196	7.5691	23.0903	463.1324	2.1592	2.8395
## 42	73.2733	450.9250	497.6970	5.8263	7.8722	23.6804	472.5361	2.1162	2.7793
## 43	73.2867	447.4564	485.0747	5.4418	7.5245	18.3174	462.6506	2.1615	2.7437
## 44	72.8033	456.2512	490.2544	5.4378	7.4291	16.7685	470.9668	2.1233	2.7104
## 45	74.1333	447.4355	486.4405	5.7686	7.9803	19.3626	464.6988	2.1519	2.7555
## 46	74.4733	454.4734	499.8846	7.7234	10.5071	23.5696	476.3162	2.0994	2.7566
## 47	76.1967	470.6498	518.0628	7.5952	9.2575	23.3374	491.8189	2.0333	2.6827
## 48	74.6033	466.4868	507.7728	6.1475	7.5383	20.4803	484.7800	2.0628	2.6631
## 49	73.5117	462.2995	497.1125	5.4782	7.2405	16.2702	477.0070	2.0964	2.6764
## 50	73.1467	469.6916	504.1094	5.1038	7.2611	15.4179	482.4398	2.0728	2.6264
## 51	74.9833	474.8232	515.2733	5.5092	7.4051	20.6051	492.7692	2.0293	2.6213
## 52	73.6933	473.9518	513.9305	5.5892	7.7620	19.9661	491.9210	2.0328	2.6355
## 53	72.5883	432.7383	470.6815	6.2977	8.4987	20.5522	449.8759	2.2228	2.8730
## 54	75.0167	468.4659	516.1645	7.3753	10.0721	25.8513	492.7915	2.0293	2.6954
## 55	73.5133	449.5709	496.0129	7.6934	10.6607	25.8447	473.5590	2.1117	2.8038
## 56	75.7833	456.1956	506.0308	7.7128	10.5388	27.0214	482.1779	2.0739	2.7737
## 57	77.1700	451.9805	487.0945	5.2689	7.4643	17.7172	465.5016	2.1482	2.7345
## 58	76.6467	473.8511	506.6964	5.3659	7.4093	16.3107	485.3974	2.0602	2.6150
## 59	75.9433	483.9791	515.5974	5.2562	7.5872	14.4818	494.1181	2.0238	2.5676
## 60	77.0100	472.5838	505.3653	4.7629	6.7258	15.9229	483.7557	2.0672	2.6062
## 61	77.7750	469.5596	503.0966	4.9781	6.9966	16.4585	482.0579	2.0744	2.6149
## 62	78.3700	453.3207	488.6803	4.7432	6.8961	18.2000	469.4799	2.1300	2.7018
## 63	76.6467	455.8484	489.1837	4.6170	6.8007	16.5520	469.7060	2.1290	2.6793
## 64	81.3000	479.8751	512.3622	5.4017	7.5070	15.2465	492.3525	2.0311	2.5721
## 65	76.9275	470.4485	503.1660	5.4045	7.4689	16.1252	483.0794	2.0701	2.6212
## 66	77.4967	472.8754	505.7009	5.3905	7.4477	15.8453	485.7307	2.0588	2.6079
## 67	76.5433	466.6223	498.9008	5.4340	7.4735	14.7543	478.5292	2.0897	2.6428
## 68	79.5450	472.8025	502.9693	5.5475	7.5284	12.8857	483.1795	2.0696	2.6588
## 69	78.3067	442.4774	481.2435	6.5192	9.0181	20.1770	459.4764	2.1764	2.7929
## 70	73.8000	459.2128	496.5569	6.3976	9.0400	19.0270	475.1449	2.1046	2.7036
## 71	74.5267	474.2296	517.4840	7.4773	8.9751	22.7382	494.3588	2.0228	2.6332
## 72	75.0367	472.9588	513.2476	6.7535	9.0276	19.9868	490.6209	2.0382	2.6441
## 73	74.6100	464.4279	509.1213	7.5845	10.3899	24.1192	485.7845	2.0585	2.7152
## 74	75.4533	460.6537	507.1188	7.7038	10.5603	25.2370	483.5916	2.0679	2.7404
## 75	74.2267	448.6230	491.4061	7.3409	10.4816	24.4313	470.5203	2.1253	2.7696
## 76	78.3867	465.4834	509.6306	7.4312	10.3331	23.3763	486.3424	2.0562	2.6981
## 77	81.1700	467.0180	511.0658	7.2893	10.5571	24.8279	490.0273	2.0407	2.6999

## 78	77.7967	468.6534	511.8297	7.5600	10.4900	24.7204	491.5014	2.0346	2.6748
## 79	81.1033	487.2741	531.0959	7.8242	10.5769	24.5672	509.1076	1.9642	2.5834
## 80	80.7100	494.7252	535.9920	7.4611	9.9157	21.8445	514.9942	1.9418	2.5342
## 81	79.7233	492.2357	529.0240	6.6026	8.9803	19.6404	509.7842	1.9616	2.5273
## 82	78.8550	482.1042	522.3628	6.7049	8.9256	21.3281	501.7151	1.9932	2.5830
## 83	81.0800	485.0208	522.1544	6.5239	8.9235	20.0088	503.4346	1.9864	2.5693
## 84	80.5233	507.3149	547.1328	6.8928	9.0651	20.7658	526.1437	1.9006	2.4586
## 85	79.6200	490.7601	531.8078	6.7671	8.9587	21.3880	509.2162	1.9638	2.5448
## 86	80.6967	475.0385	516.5928	7.1600	9.0148	21.7094	494.2237	2.0234	2.6244
## 87	76.7800	476.3822	515.7941	6.6423	8.9245	21.0022	494.2885	2.0231	2.6069
## 88	80.4600	495.1210	535.0950	6.8126	9.0089	20.8583	514.2539	1.9446	2.5265
## 89	79.3533	490.3087	528.7926	6.9175	9.0361	20.3462	509.1148	1.9642	2.5349
## 90	79.5867	487.3609	527.7335	7.0671	9.0103	21.9918	507.5319	1.9703	2.5726
## 91	78.2167	461.1919	501.0247	7.0238	8.9290	22.6559	481.7213	2.0759	2.6934
## 92	75.1933	490.1907	533.5671	7.3508	8.9902	23.1380	511.3697	1.9555	2.5454
## 93	70.8500	471.4519	505.4752	5.8018	7.4652	19.0051	488.5703	2.0468	2.5875
## 94	71.3000	461.6086	507.8423	8.1645	10.5535	27.9514	487.8561	2.0498	2.7020
## 95	71.8400	460.4176	509.8736	8.1923	10.5005	30.7107	488.8464	2.0456	2.7109
## 96	72.9433	467.9798	515.1401	8.2028	10.4487	28.7912	494.9254	2.0205	2.6857
## 97	72.3333	474.2712	512.7673	7.4199	9.6554	22.3898	495.0672	2.0199	2.6205
## 98	72.5217	486.9686	521.7203	7.2327	9.0164	20.3760	505.6330	1.9777	2.5349
## 99	73.6267	481.5348	522.2065	7.0102	9.0136	23.9346	502.8588	1.9886	2.5908
## 100	71.2678	470.1568	503.6464	5.5122	6.9492	19.2295	486.9810	2.0535	2.6105
## 101	73.6267	496.8015	545.8074	8.0423	9.9873	29.5488	524.4699	1.9067	2.5150
## 102	73.1467	478.6009	520.6613	8.1132	9.9693	26.0294	502.4823	1.9901	2.5963
## 103	72.9233	482.8542	524.4578	7.9726	9.9804	25.3122	505.7184	1.9774	2.5633
## 104	72.9700	479.7536	523.7691	7.8849	10.0917	27.3305	503.9766	1.9842	2.6019
## 105	76.4317	479.3265	527.2820	7.8622	9.9205	30.5529	507.5803	1.9701	2.6041
## 106	74.8000	470.1533	519.8105	8.4341	10.4909	32.0404	499.7470	2.0010	2.6536
## 107	73.2000	471.2713	521.0606	8.2303	10.3555	31.7384	501.2553	1.9950	2.6498
## 108	72.2067	470.7610	507.0841	6.8088	8.3307	22.3987	490.5590	2.0385	2.6301
## 109	72.9400	469.8513	514.6598	6.8460	8.4867	28.8585	495.9058	2.0165	2.6264
## 110	73.3333	476.4829	522.8953	7.6114	9.2491	29.9299	504.1696	1.9835	2.6192
## 111	73.1400	465.6257	514.1447	8.5350	10.5199	31.9266	495.7189	2.0173	2.6849
## 112	75.3800	494.0863	539.0363	8.6130	10.5040	27.8540	520.1188	1.9226	2.5778
## 113	73.1467	468.7749	512.1249	8.5401	10.4599	27.2090	493.4808	2.0264	2.6276
## 114	73.7833	476.4413	524.8918	8.5210	10.4678	30.8107	505.0412	1.9800	2.5781
## 115	73.0133	477.6877	527.2184	8.4093	10.4250	31.7519	507.3710	1.9709	2.5791
## 116	72.2417	470.4693	512.7789	8.5455	10.4942	27.2682	495.0044	2.0202	2.6072
## 117	73.3967	496.7008	529.9905	6.6825	7.8078	19.8167	515.0072	1.9417	2.4919
## 118	74.3033	495.8779	529.9269	6.9801	8.4618	20.6454	514.7340	1.9428	2.5106
## 119	72.7367	476.9065	519.0408	8.0307	9.7963	26.1901	501.1748	1.9953	2.6186
## 120	73.3283	471.5804	519.8684	8.1517	9.9591	31.2384	501.1569	1.9954	2.6314
## 121	74.0933	471.4484	519.7180	8.1338	9.9410	31.4630	501.3273	1.9947	2.6418
## 122	73.1583	473.2122	516.9400	8.2656	9.9010	27.8414	498.7739	2.0049	2.6093
## 123	72.5400	471.8546	512.2986	8.3956	10.0292	25.5182	494.9416	2.0204	2.6110
## 124	73.8700	477.0627	525.5285	8.6493	10.4663	31.4798	505.5624	1.9780	2.5836
## 125	73.1567	471.0769	512.3448	8.7070	10.5137	26.4175	495.8444	2.0168	2.6038
## 126	73.4333	473.4900	513.7917	8.6742	10.4085	25.4397	496.1428	2.0155	2.5950
## 127	73.2767	463.9348	505.6662	8.8219	10.5279	26.7131	488.1337	2.0486	2.6376
## 128	74.0700	476.9898	523.5839	8.6689	10.4445	30.1174	504.2819	1.9830	2.5827
## 129	74.4167	476.9655	524.0758	8.7592	10.5116	30.2691	504.8398	1.9808	2.5840
## 130	72.2957	458.6227	501.2715	8.7127	10.4780	27.3298	483.1000	2.0700	2.6795
## 131	75.1367	465.3029	513.0393	8.5931	10.5088	30.9936	493.7580	2.0253	2.6561

##	132	74.6367	476.6669	513.7222	5.6876	6.9019	22.0718	495.8830	2.0166	2.6321
##	133	72.0567	457.6469	490.4743	5.6615	6.9663	19.4412	473.2610	2.1130	2.6915
##	134	73.1011	471.6220	507.7844	5.6220	6.9254	21.2772	489.8390	2.0415	2.6355
##	135	72.8917	459.3205	492.7083	5.6972	7.0034	19.5618	475.3451	2.1037	2.6825
##	136	74.6967	471.1151	507.6223	7.1940	8.9622	21.8189	490.6241	2.0382	2.6399
##	137	72.5700	461.8412	499.1265	7.3026	8.9605	22.6664	481.6238	2.0763	2.6779
##	138	73.1167	460.9246	497.8648	7.3874	8.9939	22.8770	479.6526	2.0848	2.6777
##	139	73.5900	463.2960	500.8858	7.5018	9.0153	23.1619	484.7505	2.0629	2.6782
##	140	69.9033	452.2548	487.8295	7.3284	8.9136	22.3622	471.0441	2.1229	2.7497
##	141	70.5367	442.1858	479.9529	7.3858	9.0395	24.1784	463.1981	2.1589	2.8036
##	142	70.7517	437.5922	475.6181	7.3523	8.9360	24.2925	458.6143	2.1805	2.8278
##	143	69.5933	437.6443	470.8667	5.7857	7.0164	19.9114	455.3510	2.1961	2.8123
##	144	69.7800	452.0499	483.6915	5.4493	6.6114	18.6026	467.9798	2.1368	2.7029
##	145	71.3933	454.8033	487.8527	5.6363	6.7726	19.4780	471.5484	2.1207	2.6902
##	146	72.9200	444.4808	476.4862	5.7874	6.7341	19.2501	461.4372	2.1671	2.7506
##	147	69.5000	442.9774	473.4189	5.1166	6.1093	17.9697	458.4586	2.1812	2.7633
##	148	70.0133	437.7832	469.2231	4.9448	5.9078	18.5225	453.9194	2.2030	2.8319
##	149	69.1067	466.6986	500.6312	5.0887	5.8813	19.6898	483.1271	2.0698	2.6477
##	150	69.2200	432.0196	463.6093	5.0187	5.9409	18.8691	447.3954	2.2352	2.8509
##	151	68.5933	436.7728	468.9800	5.1963	6.0210	19.1798	452.5602	2.2097	2.8432
##	152	69.2067	446.3939	489.7856	8.4353	10.0483	27.5517	471.5808	2.1205	2.7933
##	153	69.1100	445.0121	488.2346	8.3947	10.0922	27.9265	470.4774	2.1255	2.7911
##	154	69.2733	447.5120	490.4396	8.4431	10.0966	27.5969	472.0077	2.1186	2.7751
##	155	68.7111	449.2306	492.4420	8.4940	10.0910	28.0717	474.1691	2.1090	2.7748
##	156	69.4100	439.9914	484.4034	8.8473	10.6273	28.4503	465.7108	2.1473	2.8425
##	157	68.3733	449.1855	487.7485	7.1211	8.5326	23.4811	470.4821	2.1255	2.7546
##	158	61.1367	442.4045	485.8502	7.1953	8.5149	29.0525	468.5218	2.1344	2.8077
##	159	70.6200	459.4107	497.6391	7.0463	8.5521	23.8120	481.4848	2.0769	2.6959
##	160	68.2433	456.0428	495.1679	6.8948	8.5047	23.9622	477.6922	2.0934	2.7591
##	161	69.1867	458.5531	499.2075	7.2448	8.5134	25.6766	480.7794	2.0800	2.7085
##	162	68.8433	460.5287	495.7119	6.3271	7.4561	21.5944	479.6681	2.0848	2.6946
##	163	70.9300	459.9628	492.9166	6.3376	7.4869	19.4634	476.8099	2.0973	2.6890
##	164	70.9067	437.0575	474.4607	6.2541	7.4429	23.2819	458.5590	2.1807	2.8614
##	165	70.1000	447.1613	489.0970	7.1992	8.5259	26.4545	472.2553	2.1175	2.8208
##	166	71.4778	470.2818	511.0716	7.7370	9.1108	24.5042	493.0652	2.0281	2.7617
##	167	70.7800	452.3937	496.8578	7.6716	9.0508	28.3636	478.1347	2.0915	2.8325
##	168	70.6867	441.1997	480.9483	6.4208	7.5371	24.7303	464.3316	2.1536	2.9252
##	169	69.5300	462.1710	489.4500	5.2841	6.4414	15.1313	474.5626	2.1072	2.7417
##	170	71.0117	469.0944	502.7262	7.2041	8.5476	20.1762	487.8205	2.0499	2.7279
##	171	71.1917	460.3065	495.9029	7.3220	8.8385	22.3954	481.2640	2.0779	2.7401
##	172	71.8867	454.6783	490.6711	7.2855	8.6209	23.2837	475.8842	2.1014	2.7563
##	173	71.1283	466.3549	498.3799	7.1262	8.5847	19.4896	483.9871	2.0662	2.6427
##	174	70.1833	479.6494	512.2465	7.1010	8.6088	19.3323	496.9273	2.0124	2.5757
##	175	72.2300	468.3687	501.3662	7.0732	8.5655	20.1322	486.6754	2.0548	2.6099
##	176	70.5300	464.0564	494.4445	5.9817	7.0183	17.6732	479.8950	2.0838	2.6378
##	177	70.4450	470.7575	497.7838	5.9181	6.9441	16.4528	484.6912	2.0632	2.5971
##	178	71.2400	463.5321	491.6202	5.8648	7.0057	16.3340	478.2762	2.0908	2.6313
##	179	70.5083	460.2371	490.6885	5.9104	6.9974	17.9854	476.6973	2.0978	2.6361
##	180	72.2700	463.8376	494.3287	5.9946	6.8903	18.2218	480.6679	2.0804	2.6358
##	181	70.4967	455.0602	482.6035	6.0549	7.0031	16.5878	469.9554	2.1279	2.6835
##	182	72.8133	466.8375	496.1055	6.2181	7.0449	17.5543	483.1418	2.0698	2.6192
##	183	71.6833	468.5388	498.7271	6.1347	7.0405	17.8612	484.9762	2.0620	2.6011
##	184	71.1961	484.9443	513.1030	6.3166	7.0371	16.5029	499.2728	2.0029	2.5013
##	185	70.7400	466.2299	494.6239	6.2194	6.8879	16.9408	481.3121	2.0777	2.6263

##	186	75.2533	469.5839	496.6495	5.9802	7.0431	15.4908	482.9752	2.0705	2.6049
##	187	77.0233	494.2171	519.4019	6.8231	7.9604	14.6535	507.1880	1.9717	2.4997
##	188	76.9850	492.7301	519.5900	6.9512	8.0527	15.8124	507.5520	1.9702	2.4836
##	189	77.3967	488.2127	514.6690	7.0591	8.0606	15.2689	502.2141	1.9912	2.5127
##	190	76.3925	469.3767	496.5896	6.9309	7.9927	16.2417	484.3841	2.0645	2.5965
##	191	77.0267	478.0146	507.9983	6.8277	7.8544	18.5445	495.3001	2.0190	2.5673
##	192	83.5933	471.3477	500.3026	6.8120	7.9291	17.7040	487.7386	2.0503	2.5864
##	193	81.2300	469.7401	498.8861	6.8039	7.9670	17.9307	486.5789	2.0552	2.5925
##	194	82.3622	469.3187	498.9547	6.7336	7.9266	18.6076	486.7641	2.0544	2.5917
##	195	82.2767	465.1952	494.2830	6.9139	7.9903	18.0224	482.0541	2.0745	2.6205
##	196	79.7133	455.1512	485.8337	6.8755	8.0824	19.4196	473.4891	2.1120	2.6740
##	197	74.4633	470.1202	496.0632	5.3883	6.4037	15.4854	484.1401	2.0655	2.5638
##	198	75.9800	472.1659	497.9273	5.7274	6.4924	15.4361	486.2253	2.0567	2.5536
##	199	77.3367	468.0363	498.3546	6.4798	7.4902	18.6019	485.2489	2.0608	2.6262
##	200	74.4592	463.5250	489.5984	5.5664	6.4204	15.2878	477.2757	2.0952	2.6340
##	201	75.4867	463.8257	488.3192	5.5645	6.4393	14.9261	477.3152	2.0951	2.6266
##	202	74.3867	470.6866	496.0428	5.5901	6.4232	14.7016	484.0636	2.0658	2.5988
##	203	74.9167	470.7354	495.8699	5.5307	6.4609	14.9262	484.3988	2.0644	2.5972
##	204	74.8333	451.6628	481.2162	5.6123	6.3713	18.3418	468.3127	2.1353	2.6958
##	205	74.4033	447.5454	476.6715	5.9096	6.3765	19.0475	465.1488	2.1498	2.6830
##	206	75.1833	469.3202	493.8303	5.5835	6.4703	14.3060	482.1605	2.0740	2.5968
##	207	75.0267	462.5479	487.1595	5.6104	6.4764	14.0956	475.2791	2.1040	2.6285
##	208	74.6367	462.0670	487.1265	5.5145	6.4464	14.3450	474.9618	2.1054	2.6306
##	209	74.9700	453.4001	483.2405	5.6129	6.4418	19.0039	471.2525	2.1220	2.6766
##	210	74.0083	451.2857	477.5820	5.6959	6.4594	15.4725	464.9620	2.1507	2.6970
##	211	74.3033	450.3606	476.5062	5.4715	6.3476	15.4669	464.0204	2.1551	2.7058
##	212	74.5600	455.2520	480.9898	5.6408	6.4127	14.9370	468.8242	2.1330	2.6840
##	213	73.3500	437.4205	464.3448	5.6930	6.4317	15.7890	452.0069	2.2124	2.7869
##	214	73.7183	430.4620	458.5196	5.5597	6.3402	17.2657	446.1099	2.2416	2.8208
##	215	73.9767	427.8483	456.5334	5.4799	6.5863	17.5040	443.8599	2.2530	2.8253
##	216	73.5011	431.1709	456.1379	5.4538	6.3602	14.8656	444.6057	2.2492	2.8087
##	217	73.4900	429.1246	455.4742	5.5476	6.3923	15.5614	443.0006	2.2573	2.8269
##	218	74.1722	435.4572	461.4888	5.5322	6.4475	15.6452	449.6481	2.2240	2.7853
##	219	73.4733	467.1172	493.5760	5.6900	6.5221	15.8562	480.8842	2.0795	2.6101
##	220	74.1200	450.4888	478.8739	5.7075	6.3464	17.1392	465.9059	2.1464	2.7243
##	221	73.4800	449.2308	475.6237	5.5228	6.3972	15.9811	463.3297	2.1583	2.7121
##	222	74.5700	449.4781	483.1706	6.3430	7.4504	21.1024	468.9116	2.1326	2.7281
##	223	73.5133	445.4035	473.8910	6.2661	7.4436	17.5400	461.1532	2.1685	2.7637
##	224	74.2800	439.4441	470.2322	5.6556	6.4320	20.0584	457.4647	2.1860	2.7895
##	225	73.5233	435.2137	464.9322	5.3120	6.1837	18.6353	452.0198	2.2123	2.7979
##	226	72.7533	438.7258	465.2908	5.3994	6.1482	16.0693	452.6982	2.2090	2.7793
##	227	72.9233	435.3099	466.2470	5.1263	5.8470	19.4878	452.8693	2.2081	2.8078
##	228	72.4500	439.0022	465.6011	5.1554	5.8818	16.1465	452.9885	2.2076	2.7887
##	229	70.2700	438.2251	466.5344	5.2153	5.9938	16.7862	453.2266	2.2064	2.8083
##	230	72.9333	435.5855	466.0639	4.9636	5.8935	19.4437	453.1057	2.2070	2.8198
##	231	71.7567	434.8763	467.1066	5.0528	5.9413	20.3562	453.3258	2.2059	2.8445
##	232	73.1967	425.2927	457.3358	4.9838	5.9433	20.8430	444.0962	2.2518	2.9481
##	233	73.8467	422.9691	454.2751	4.9611	5.8903	19.9698	441.1031	2.2670	2.9643
##	234	73.8867	400.3164	432.4483	5.2774	5.9340	20.4612	419.4274	2.3842	3.1281
##	235	73.5483	402.8308	435.8587	5.0894	5.9073	21.4259	422.7325	2.3656	3.1402
##	236	72.3600	409.3772	435.7392	5.5644	6.4219	16.2859	423.5193	2.3612	3.0330
##	237	71.9233	426.8667	454.4289	5.6204	6.4461	17.1022	441.7746	2.2636	2.8788
##	238	72.9067	431.8909	458.7142	5.3942	6.4059	16.1330	445.5151	2.2446	2.8334
##	239	71.6267	445.8523	473.6502	5.4996	6.4832	16.4960	459.5972	2.1758	2.7420

##	240	71.7933	439.8174	471.2749	6.7149	8.0841	19.9675	457.4394	2.1861	2.8252
##	241	71.3200	439.5670	470.9315	6.5093	7.7253	19.0810	456.3018	2.1915	2.8299
##	242	71.6000	444.2142	470.6365	5.3403	6.4135	15.9750	457.3156	2.1867	2.7662
##	243	72.1967	444.5844	472.5719	5.4929	6.3789	16.4250	458.4353	2.1813	2.7633
##	244	71.8811	444.9348	468.9174	5.5777	6.4708	16.1318	459.1351	2.1780	2.7675
##	245	72.2567	444.8737	472.5719	5.5687	6.4081	16.3124	459.1999	2.1777	2.7523
##	246	72.9850	459.8076	492.6629	5.5179	6.4399	21.0017	479.2643	2.0865	2.6634
##	247	73.1200	446.6477	479.1816	5.6314	6.4550	20.8455	465.8412	2.1467	2.7376
##	248	73.0267	448.3102	478.9807	5.3545	6.4016	19.0024	465.6040	2.1477	2.7309
##	249	72.2767	451.9269	479.0290	5.5590	6.4470	16.4131	466.3347	2.1444	2.9274
##	250	72.1567	462.5281	491.2362	5.6342	6.4360	17.2385	477.8816	2.0926	2.8580
##	251	72.5500	457.5511	485.8786	5.4810	6.3575	16.9866	472.3176	2.1172	2.8907
##	252	72.2250	452.7025	480.2879	5.4727	6.4175	16.6778	467.0001	2.1413	2.9113
##	253	72.3600	457.7832	486.0253	5.4597	6.3291	16.8766	472.2701	2.1174	2.8885
##		InvTemp3	InvPressure1	VapourPressure						
##	1	2.1681	4.3524	32.5026						
##	2	2.2207	4.5497	34.8598						
##	3	2.1796	4.5511	32.1666						
##	4	2.1620	4.5464	30.4064						
##	5	2.1704	4.5499	30.9238						
##	6	2.1558	4.5762	30.7826						
##	7	2.2453	4.5687	32.5790						
##	8	2.2233	4.5648	34.5996						
##	9	2.2112	4.5701	34.6329						
##	10	2.2088	4.5694	31.8927						
##	11	2.2363	4.6560	33.8014						
##	12	2.2339	4.6560	34.8923						
##	13	2.2075	4.6588	34.0389						
##	14	2.2241	4.6555	33.9831						
##	15	2.2178	4.6558	33.9934						
##	16	2.2002	4.6616	32.7455						
##	17	2.1612	4.4498	31.4356						
##	18	2.1831	4.4521	32.5001						
##	19	2.2037	4.4124	34.0893						
##	20	2.1803	3.7768	38.5297						
##	21	2.2074	3.7789	40.2702						
##	22	2.1779	3.7790	40.0870						
##	23	2.1797	3.7768	38.8862						
##	24	2.1281	3.7785	35.1761						
##	25	2.2802	3.7788	50.3194						
##	26	2.1507	3.7770	35.9798						
##	27	2.1965	3.7789	39.6292						
##	28	2.0696	3.7794	30.9402						
##	29	2.0837	3.7783	31.2894						
##	30	2.1583	4.0879	34.1631						
##	31	2.1013	3.7789	32.8465						
##	32	2.0505	3.7768	29.5425						
##	33	2.0426	3.7788	28.0671						
##	34	2.0714	3.7788	28.0504						
##	35	2.1399	4.2598	30.3515						
##	36	2.0896	4.0063	29.3428						
##	37	2.0534	3.7771	27.8542						
##	38	2.4225	3.7774	64.2744						
##	39	2.2805	3.8477	50.3172						

## 40	2.2917	3.8450	48.8601
## 41	2.2598	3.7744	48.4691
## 42	2.2177	3.7724	42.5255
## 43	2.2349	3.7767	42.5123
## 44	2.1918	3.7786	39.8345
## 45	2.2350	3.7769	42.5989
## 46	2.2003	3.7788	40.6399
## 47	2.1247	3.7777	31.4028
## 48	2.1437	3.7768	35.7244
## 49	2.1631	3.7791	37.9229
## 50	2.1291	3.7788	34.2886
## 51	2.1060	3.7712	27.9127
## 52	2.1099	3.7689	32.2779
## 53	2.3109	3.7790	53.1295
## 54	2.1346	3.7768	34.6087
## 55	2.2243	3.7768	42.9974
## 56	2.1920	3.7770	39.8422
## 57	2.2125	3.8245	41.4156
## 58	2.1104	3.7788	36.1824
## 59	2.0662	3.7823	29.1776
## 60	2.1160	3.7722	33.3462
## 61	2.1297	3.7646	34.0628
## 62	2.2059	3.7645	40.4772
## 63	2.1937	3.7750	40.0652
## 64	2.0839	3.7768	31.9529
## 65	2.1256	3.7788	34.4621
## 66	2.1147	3.7791	33.3491
## 67	2.1431	4.0584	33.3213
## 68	2.1150	4.1568	32.6827
## 69	2.2600	3.7791	42.5107
## 70	2.1776	3.7752	38.3497
## 71	2.1087	3.7729	34.2811
## 72	2.1143	3.7788	32.4759
## 73	2.1532	3.7805	36.5374
## 74	2.1708	3.7768	35.7014
## 75	2.2290	3.7768	40.4562
## 76	2.1483	3.7752	35.6782
## 77	2.1412	3.7768	34.6668
## 78	2.1338	3.7788	35.8379
## 79	2.0522	3.7765	27.9961
## 80	2.0213	3.7805	25.9983
## 81	2.0315	3.7844	27.9127
## 82	2.0742	3.7768	30.0126
## 83	2.0618	3.7768	30.3107
## 84	1.9712	3.7748	27.0864
## 85	2.0377	3.7788	27.3021
## 86	2.1051	3.7788	30.7549
## 87	2.0992	3.7768	31.9010
## 88	2.0197	3.7768	26.0273
## 89	2.0395	3.7768	26.0870
## 90	2.0519	3.7844	28.2905
## 91	2.1683	3.9814	33.7396
## 92	2.0400	3.9943	26.6229
## 93	2.1211	3.7480	42.9009

## 94	2.1663	3.7828	37.1997
## 95	2.1719	3.7732	37.0776
## 96	2.1368	3.7788	34.8119
## 97	2.1085	3.9293	32.7257
## 98	2.0535	3.9207	27.4437
## 99	2.0767	3.9440	29.7374
## 100	2.1269	3.9272	32.4644
## 101	2.0129	3.9270	25.1560
## 102	2.0894	3.9306	29.3943
## 103	2.0710	3.9234	29.0456
## 104	2.0844	3.9274	29.6302
## 105	2.0863	3.9409	29.8194
## 106	2.1270	3.9274	32.6728
## 107	2.1219	3.9229	32.4276
## 108	2.1242	3.9144	31.0614
## 109	2.1283	3.9344	32.8010
## 110	2.0987	3.9130	30.7367
## 111	2.1476	3.9183	34.4059
## 112	2.0239	3.9357	25.8118
## 113	2.1332	3.9399	33.2323
## 114	2.0989	3.9403	31.7572
## 115	2.0934	3.9227	30.2396
## 116	2.1255	3.9252	32.6808
## 117	2.0133	3.7691	25.3188
## 118	2.0166	3.7801	25.9747
## 119	2.0968	3.7828	31.5129
## 120	2.1205	3.7850	33.3457
## 121	2.1211	3.7696	33.7138
## 122	2.1132	3.7720	32.9326
## 123	2.1193	3.7793	33.5385
## 124	2.0962	3.7773	31.7152
## 125	2.1228	3.7768	33.6992
## 126	2.1120	3.7768	32.9508
## 127	2.1555	3.7790	36.2368
## 128	2.0965	3.7711	31.5886
## 129	2.0966	3.7729	31.7365
## 130	2.1804	3.7661	38.2699
## 131	2.1491	3.7135	33.0723
## 132	2.0979	3.7871	31.9808
## 133	2.1851	3.7796	38.9281
## 134	2.1203	3.7830	33.4695
## 135	2.1771	3.7848	38.0865
## 136	2.1226	3.7776	33.7208
## 137	2.1652	3.7785	37.1608
## 138	2.1696	3.7828	37.5225
## 139	2.1584	3.7784	37.8462
## 140	2.2111	3.7908	41.2297
## 141	2.2615	3.7805	45.5674
## 142	2.2852	3.7808	47.5367
## 143	2.2850	3.7731	47.9844
## 144	2.2121	3.7828	42.3269
## 145	2.1988	3.7728	40.1429
## 146	2.2498	3.7793	42.3706
## 147	2.2575	3.7780	45.2644



## 148	2.2842	3.7673	47.7862
## 149	2.1427	3.8010	36.9685
## 150	2.3147	3.7733	50.6280
## 151	2.2895	3.7809	48.6803
## 152	2.2402	3.7750	43.5030
## 153	2.2471	3.7769	45.3048
## 154	2.2346	3.7750	43.6849
## 155	2.2260	3.7788	42.7736
## 156	2.2728	3.7731	46.8331
## 157	2.2263	3.7671	43.2496
## 158	2.2604	3.7653	43.3947
## 159	2.1767	3.7632	38.5154
## 160	2.1928	3.7744	39.7456
## 161	2.1808	3.7593	38.7442
## 162	2.1714	3.7757	40.9820
## 163	2.1741	3.7788	37.9706
## 164	2.2880	3.9473	40.7860
## 165	2.2363	3.9202	42.4414
## 166	2.1264	3.9210	34.0883
## 167	2.2105	3.9278	39.3857
## 168	2.2665	3.9299	43.5044
## 169	2.1637	4.0784	35.1528
## 170	2.1318	3.9233	33.7628
## 171	2.1725	3.9229	37.2940
## 172	2.1994	3.9293	38.2859
## 173	2.1443	3.9175	34.2881
## 174	2.0849	3.9274	29.0263
## 175	2.1351	3.9187	33.2620
## 176	2.1549	3.9296	34.4477
## 177	2.1242	3.9385	32.9560
## 178	2.1573	3.9489	34.8528
## 179	2.1728	3.9269	36.0404
## 180	2.1559	3.9253	34.5999
## 181	2.1975	3.9046	38.6039
## 182	2.1421	3.7768	34.9535
## 183	2.1343	3.7770	34.8497
## 184	2.0621	3.7728	31.9906
## 185	2.1449	3.7956	35.1437
## 186	2.1295	3.7810	34.1002
## 187	2.0234	3.7762	26.5295
## 188	2.0295	3.8492	26.5479
## 189	2.0483	3.8483	27.8677
## 190	2.1305	4.1707	31.1238
## 191	2.0920	4.0990	32.2378
## 192	2.1216	4.1755	30.7453
## 193	2.1288	4.1687	30.8765
## 194	2.1307	4.1729	31.2063
## 195	2.1496	4.1683	32.2763
## 196	2.1971	4.1679	36.0323
## 197	2.1271	4.1854	31.2690
## 198	2.1179	3.8511	31.6002
## 199	2.1366	4.1637	31.6657
## 200	2.1574	4.1698	33.2634
## 201	2.1560	4.1681	33.0152

## 202	2.1246	4.1678	30.6151
## 203	2.1243	4.1638	30.6245
## 204	2.2140	4.1729	37.3363
## 205	2.2344	4.1601	38.3952
## 206	2.1307	4.1681	30.8035
## 207	2.1619	4.1757	33.4861
## 208	2.1642	4.1667	33.6691
## 209	2.2056	4.1765	36.6612
## 210	2.2159	4.1773	38.0614
## 211	2.2204	4.1712	37.8471
## 212	2.1966	4.1704	36.9011
## 213	2.2861	4.1707	43.7621
## 214	2.3231	4.1924	44.0626
## 215	2.3373	4.1634	47.4158
## 216	2.3193	4.1778	45.7207
## 217	2.3303	4.1742	47.2427
## 218	2.2964	4.1736	45.0156
## 219	2.1408	4.1707	31.0176
## 220	2.2198	4.1581	38.1245
## 221	2.2260	4.1778	40.1241
## 222	2.2248	4.1707	37.6231
## 223	2.2452	4.1705	40.8039
## 224	2.2756	4.1813	42.2749
## 225	2.2977	4.1726	44.6285
## 226	2.2793	4.1705	43.0842
## 227	2.2972	4.1851	44.3923
## 228	2.2779	4.1681	43.1091
## 229	2.2819	4.1707	43.4364
## 230	2.2958	4.1648	44.4360
## 231	2.2995	4.1850	44.7115
## 232	2.3513	4.1576	49.2542
## 233	2.3642	4.1804	51.0110
## 234	2.4980	4.1657	64.2496
## 235	2.4824	4.0853	64.3135
## 236	2.4427	4.0996	61.3798
## 237	2.3427	4.0863	50.3487
## 238	2.3154	4.0832	47.8131
## 239	2.2429	4.0999	41.1565
## 240	2.2737	4.1064	43.4220
## 241	2.2750	4.0802	43.8887
## 242	2.2512	4.1114	42.0116
## 243	2.2493	4.0857	41.2867
## 244	2.2475	4.0920	41.2680
## 245	2.2478	4.0877	41.2811
## 246	2.1748	4.0898	34.5282
## 247	2.2389	4.0926	40.5895
## 248	2.2306	4.0854	39.5276
## 249	2.2127	4.0911	38.8507
## 250	2.1620	4.0783	34.2653
## 251	2.1855	4.0756	36.5717
## 252	2.2090	4.0780	38.1054
## 253	2.1844	4.1608	35.6298