

# Zadanie nr 3 – Sieci RBF

Inteligentna Analiza Danych

Przemysław Zdrzalik 224466

Karol Domański 224285

01.06.2020

## 1. Cel Zadania

Celem zadania była implementacja sieci RBF oraz zastosowaniu jej do aproksymacji funkcji i klasifikacji.

## 2. Wstęp Teoretyczny

Sieć RBF to sieć neuronowa z radialnymi funkcjami bazowymi składająca się z dwóch warstw. Pierwsza warstwa to warstwa radialna z neuronami radialnymi z gaussowską funkcją radialną. Neurony obliczają odległość pomiędzy wektorem wejściowym, a wektorem reprezentującym centrum funkcji radialnej.

Druga warstwa składająca się z neuronów z identycznościową funkcją aktywacji. Każdy neuron posiada wagi odpowiadające wejściom danego neuronu. Wejścia te to wyjścia z warstwy radialnej czyli wartości funkcji radialnych.

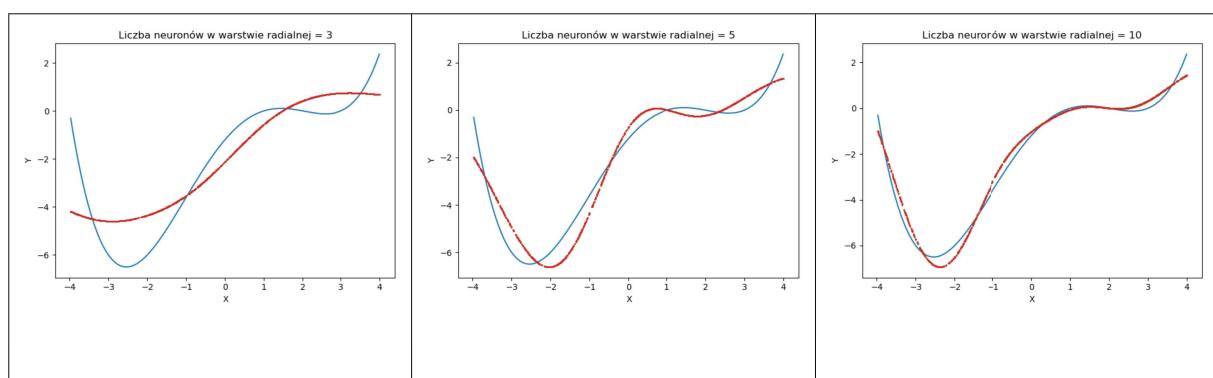
## 3. Eksperymenty i Wyniki

### 3.1. Aproksymacja Funkcji

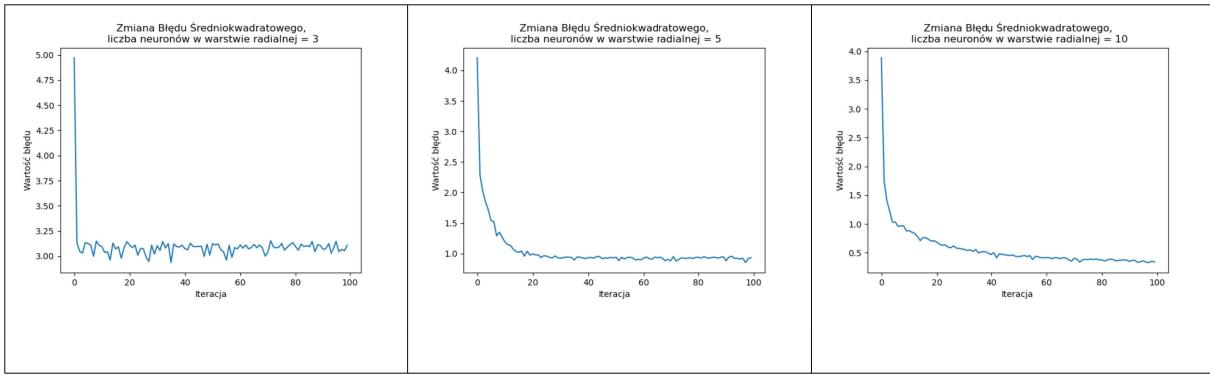
Wykorzystaliśmy sieć RBF do aproksymacji funkcji dla danych treningowych z zadania nr 1. Zgodnie z treścią zadania obie warstwy trenowaliśmy osobno. W przypadku warstwy radialnej wektory centrów dobraliśmy korzystając ze zbioru treningowego w sposób losowy. Po dobraniu parametrów neuronów radialnych wagi neuronów liniowych w drugiej warstwie dobieramy tak jak wagi warstwy wyjściowej w sieci MLP.

#### 3.1.1. Eksperiment nr 1

W tym eksperymencie badamy wpływ liczby neuronów w warstwie radialnej na efektywność nauki sieci. W każdym z przypadków sieć ma takie same parametry, liczba iteracji jest stała i wynosi 100.



Rysunek 1: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej : trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

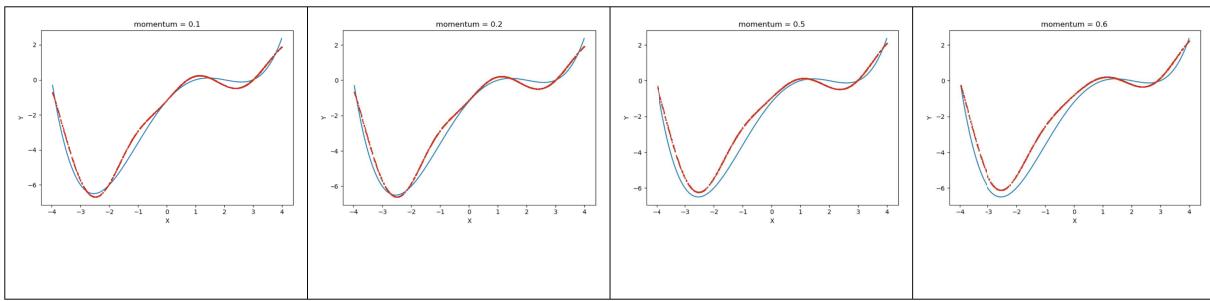


Rysunek 2: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

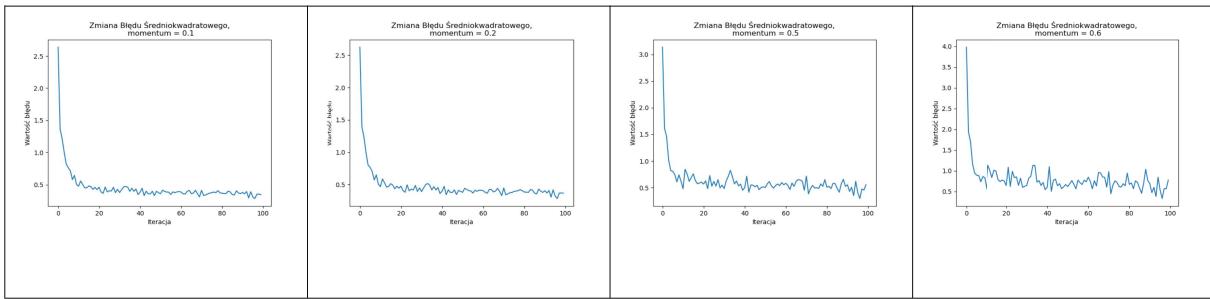
Na rysunku 1 widzimy, że wraz ze wzrostem liczby neuronów w warstwie radialnej aproksymacja staje się coraz dokładniejsza. Rysunek 2 pokazuje zmianę wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Widzimy, że wartość błędu po stu iteracjach maleje wraz ze zwiększeniem liczby neuronów w warstwie radialnej.

### 3.1.2. Eksperyment nr 2

W kolejnym eksperymencie badamy wpływ współczynnika momentum na proces nauki. W tym celu ustalamy stały współczynnik uczenia równy 0.2 oraz stałą liczbę neuronów w warstwie radialnej równą 15. Stopniowo zwiększamy momentum i porównujemy wartość błędu średniokwadratowego.



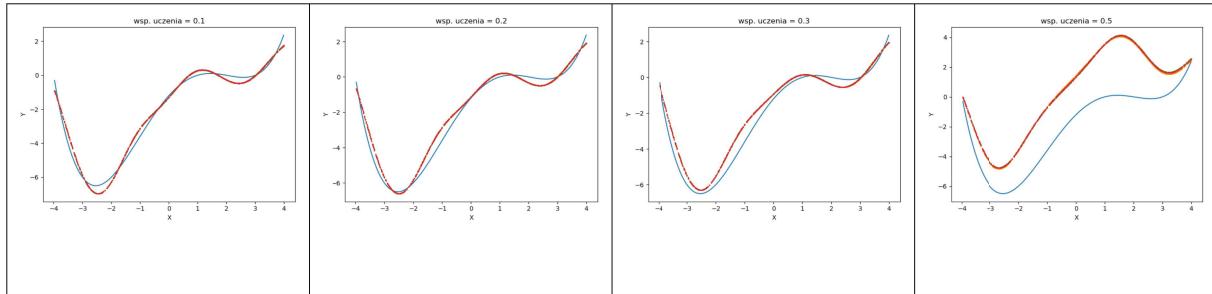
Rysunek 3: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.2, 0.5, 0.6.



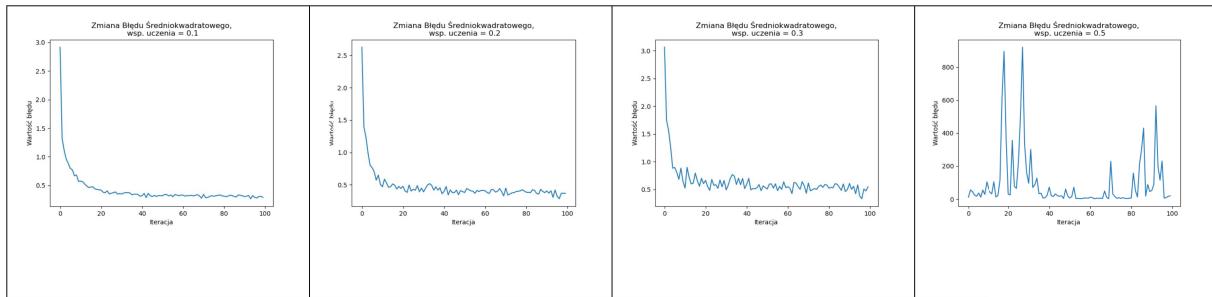
Rysunek 4: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.2, 0.5, 0.6.

### 3.1.3. Eksperyment nr 3

Następnie badamy wpływ współczynnika uczenia na efektywność nauki sieci. Dla stałej wartości momentum równej 0.2 oraz liczby neuronów w warstwie radialnej równej 10, zwiększamy stopniowo współczynnik uczenia.



Rysunek 5: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.2, 0.3, 0.5.



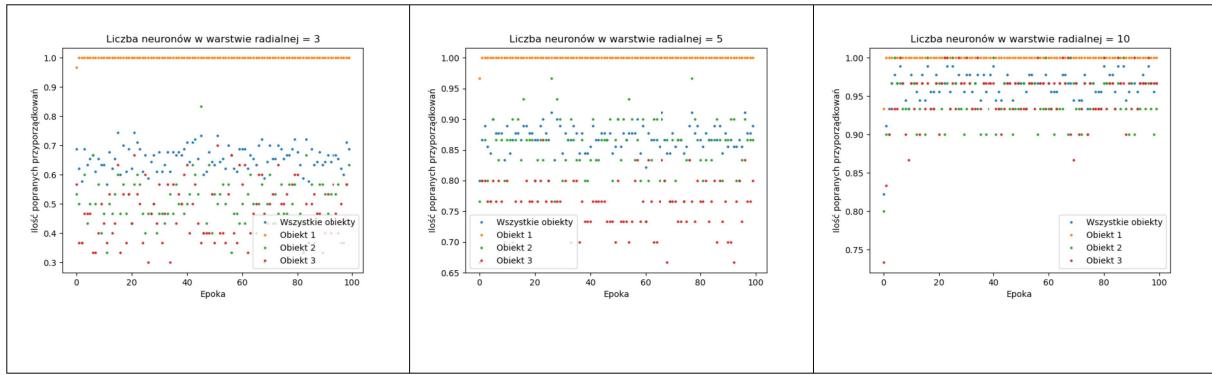
Rysunek 6: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.2, 0.3, 0.5.

## 3.2. Klasyfikacja

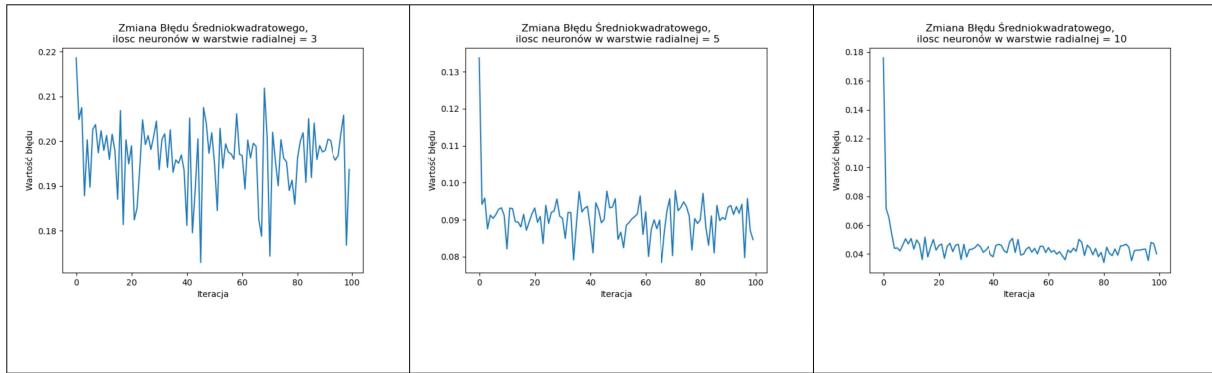
Wykorzystaliśmy sieć RBF do klasyfikacji dla danych treningowych z zadania nr 1. Zgodnie z treścią zadania obie warstwy trenowaliśmy osobno. W przypadku warstwy radialnej wektory centrów dobraliśmy korzystając z algorytmu k-srednich. Po dobraniu parametrów neuronów radialnych wagi neuronów liniowych w drugiej warstwie dobieramy tak jak wagi warstwy wyjściowej w sieci MLP.

### 3.2.1. Eksperyment nr 1

Sprawdzamy wpływ liczby neuronów w warstwie radialnej na efekty klasyfikacji. Ustawiamy stałą wartość współczynnika uczenia równą 0.2 oraz współczynnika momentum równą 0.2.



Rysunek 7: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.



Rysunek 8: Wykres zmiany wartości błędu średniookwadratowego od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

Tabela 1: Macierz pomyłek dla 3 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejścia.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	2	14	15
Klasa 3	0	29	2

Tabela 2: Macierz pomyłek dla 5 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejśc.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	28	3
Klasa 3	0	5	26

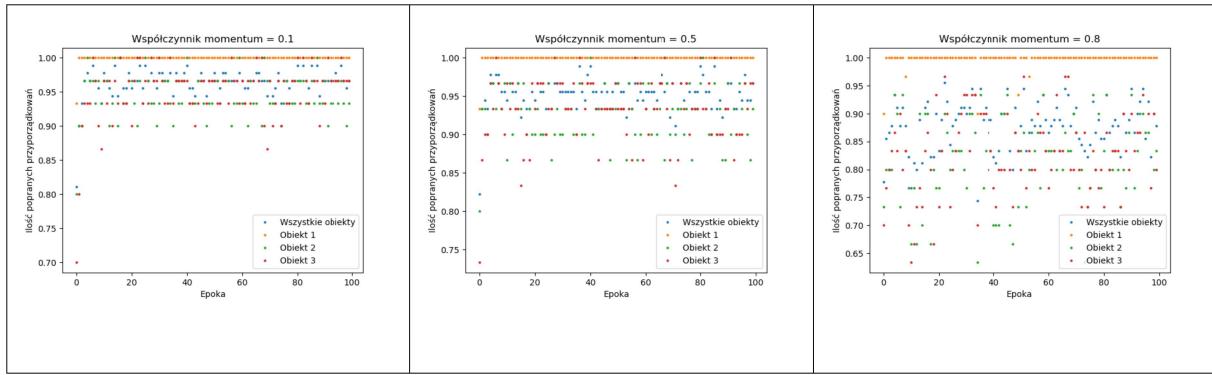
Tabela 3: Macierz pomyłek dla 10 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejśc.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	29	2
Klasa 3	0	0	31

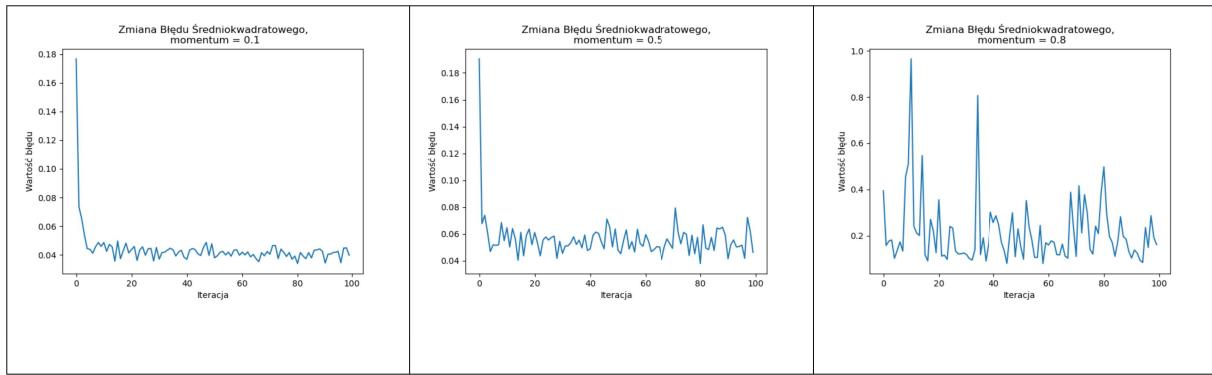
Widzimy, że zwiększanie liczby neuronów w warstwie radialnej korzystnie wpływa na poprawność klasyfikacji.

### 3.2.2. Eksperyment nr 2

Następnie sprawdzamy wpływ współczynnika momentum na otrzymywane wyniki klasyfikacji. W tym celu, ustawiamy stały współczynnik uczenia równy 0.2 oraz stałą liczbę neuronów w warstwie radialnej równą 10.



Rysunek 9: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.8.



Rysunek 10: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.8.

Tabela 4: Macierz pomyłek dla momentum równe 0.1.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0	0
	0	29	2	
Klasa 3		0	0	31

Tabela 5: Macierz pomyłek dla momentum równe 0.5.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	29	2
Klasa 3	0	0	31

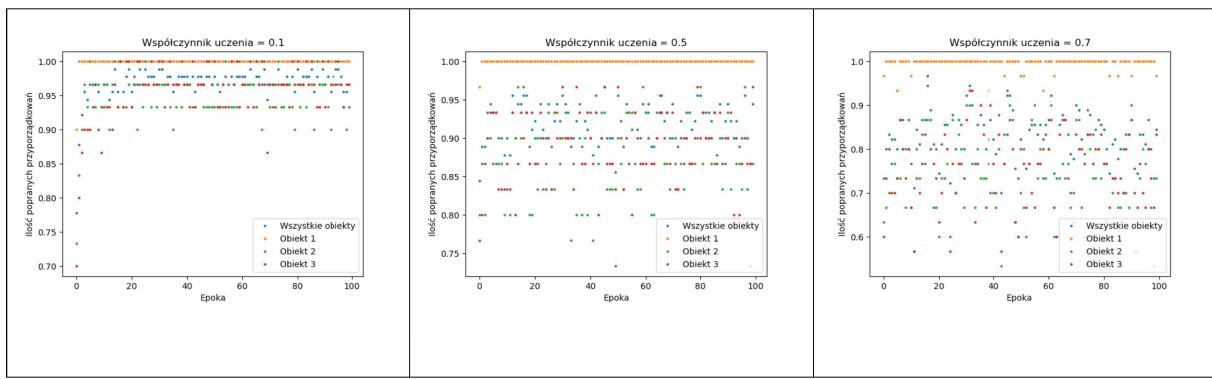
Tabela 6: Macierz pomyłek dla momentum równe 0.8.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	31	0
Klasa 3	0	7	24

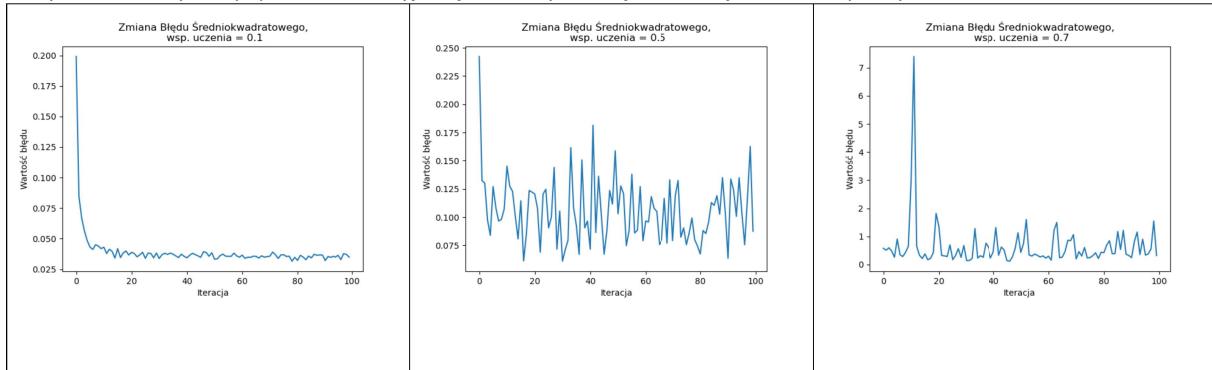
Z rysunku 9 , 10 oraz powyższych tabeli widzimy, że zwiększenie współczynnika momentum niekorzystnie wpływa na proces klasyfikacji.

### 3.2.3. Eksperyment nr 3

W kolejnym kroku sprawdzamy wpływ współczynnika uczenia na efektywność klasyfikacji. Z zachowaniem stałej wartości współczynnika momentum równej 0.2 oraz stałej liczby neuronów w warstwie radialnej równej 10, zwiększamy stopniowo współczynnik uczenia.



Rysunek 11: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.5, 0.7.



Rysunek 12: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.5, 0.7.

Tabela 7: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.1.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1		31	0	0
	Klasa 2	0	29	2
Klasa 3		0	0	31

Tabela 8: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.5.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0	
	0	27	4	
Klasa 3	0	0	31	

Tabela 9: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.7.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0	
	0	18	13	
Klasa 3	0	0	31	

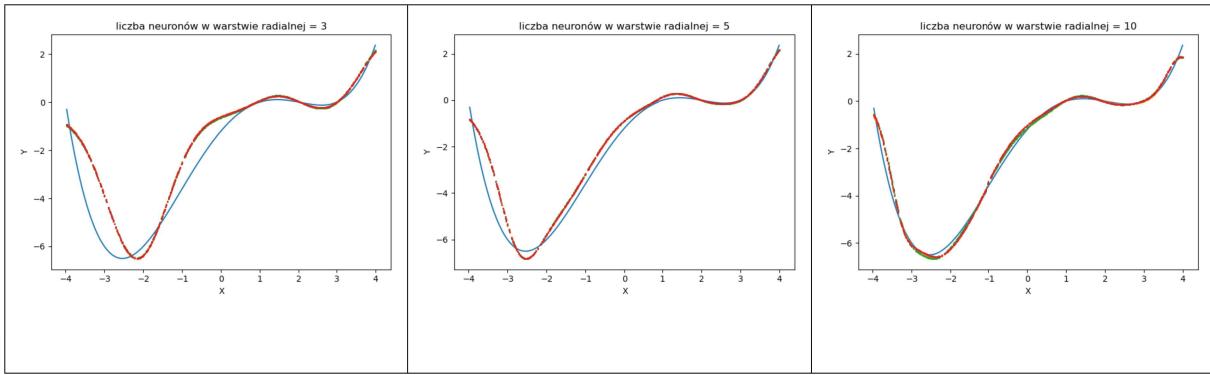
Z rysunku 11 , 12 oraz powyższych tabeli widzimy, że zwiększenie współczynnika uczenia niekorzystnie wpływa na proces klasyfikacji.

### 3.3. Aproksymacja z nauką obu warstw

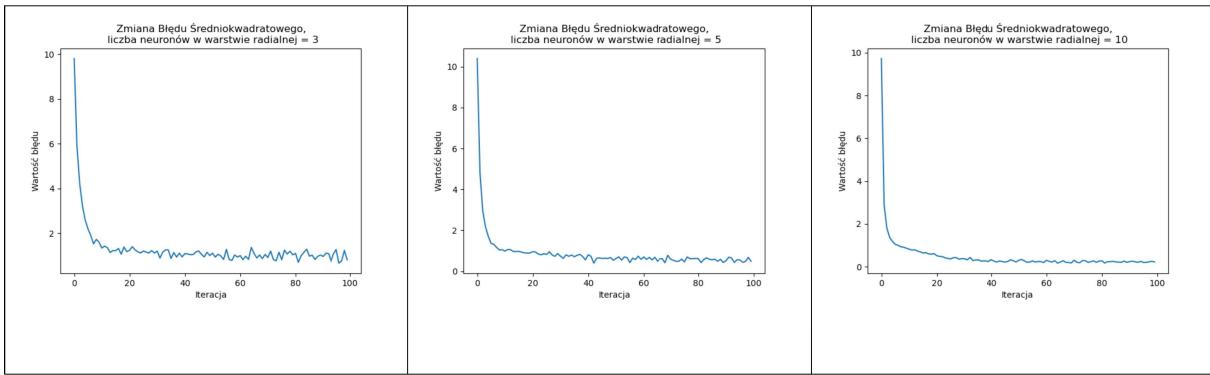
Powtarzamy eksperymenty związane z aproksymacją, tym razem nauka przebiega w obu warstwach jednocześnie. Nauka parametrów neuronów obu warstw odbywa się za pomocą metody najszybszego spadku.

#### 3.3.1. Eksperyment nr 1

W tym eksperymencie badamy wpływ liczby neuronów w warstwie radialnej na przebieg nauki sieci oraz efektywność aproksymacji funkcji. Parametry sieci pozostają stałe w każdej próbie, zwiększamy tylko liczbę neuronów radialnych.



Rysunek 13: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

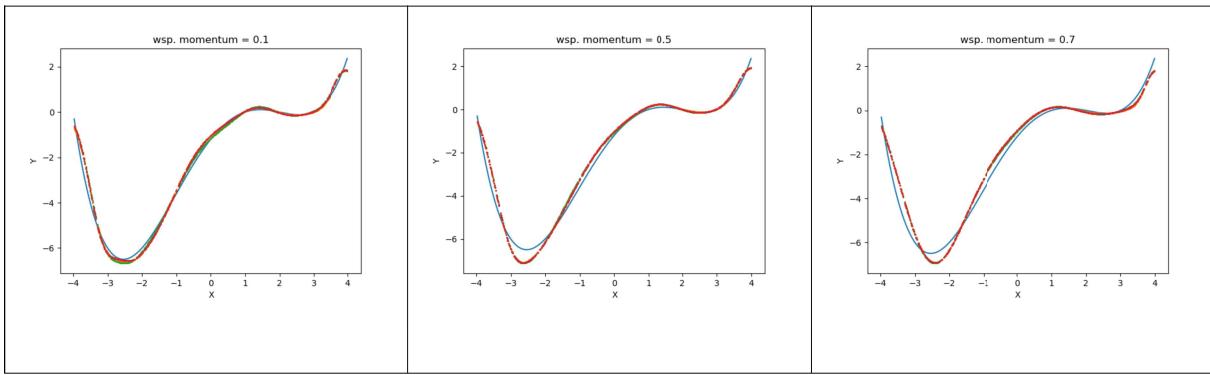


Rysunek 14: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

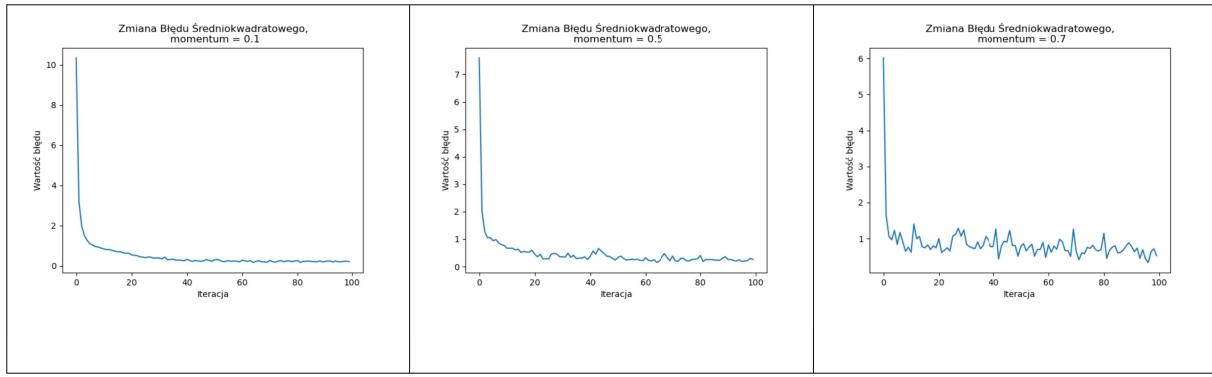
Z rysunków 13 i 14 widzimy, że zwiększenie liczby neuronów w warstwie radialnej korzystnie wpływa na otrzymane wyniki aproksymacji, wartość błędu średniokwadratowego w momencie zakończenia nauki zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby neuronów radialnych.

### 3.3.2. Eksperyment nr 2

Badamy wpływ współczynnika momentum na otrzymane wyniki aproksymacji. Ustawiamy wartość współczynnika nauki na 0.01, liczbę neuronów radialnych na 10.



Rysunek 15: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.7.

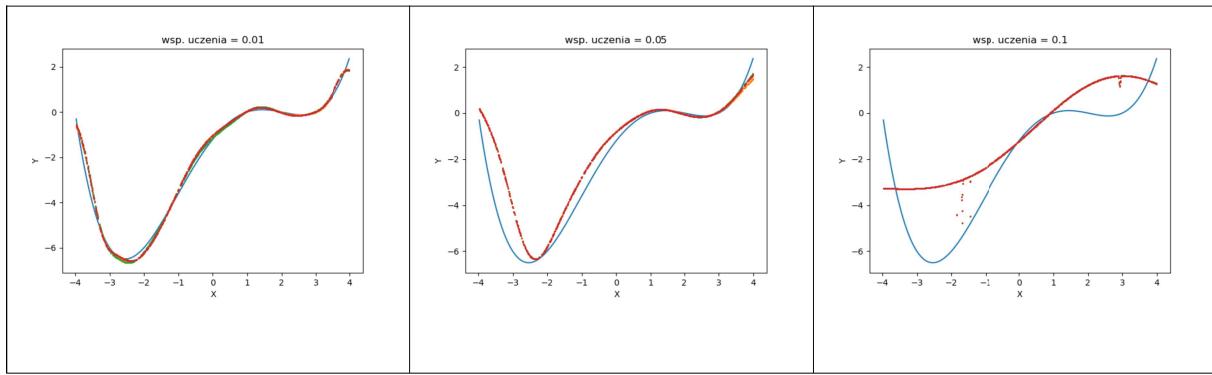


Rysunek 16: Wykres zmiany wartości błędu średniookwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.7.

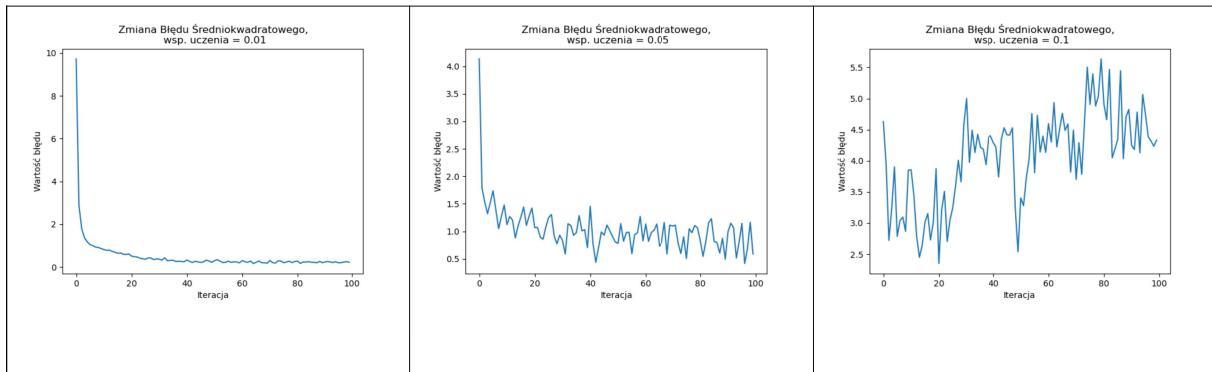
Patrząc na rysunki 15 i 16 widzimy, że wraz ze wzrostem współczynnika momentum otrzymane wyniki aproksymacji stają się mniej dokładne. Wartość błędu średniookwadratowego zwiększa się wraz ze wzrostem współczynnika momentum.

### 3.3.3. Eksperyment nr 3

Następnie sprawdzamy wpływ współczynnika uczenia na jakość otrzymywanych wyników aproksymacji. Przy stałej wartości współczynnika momentum równej 0.2 oraz stałej liczbie neuronów radialnych równej 10, w każdym kroku zwiększamy współczynnik uczenia.



Rysunek 17: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.01, 0.05, 0.1.

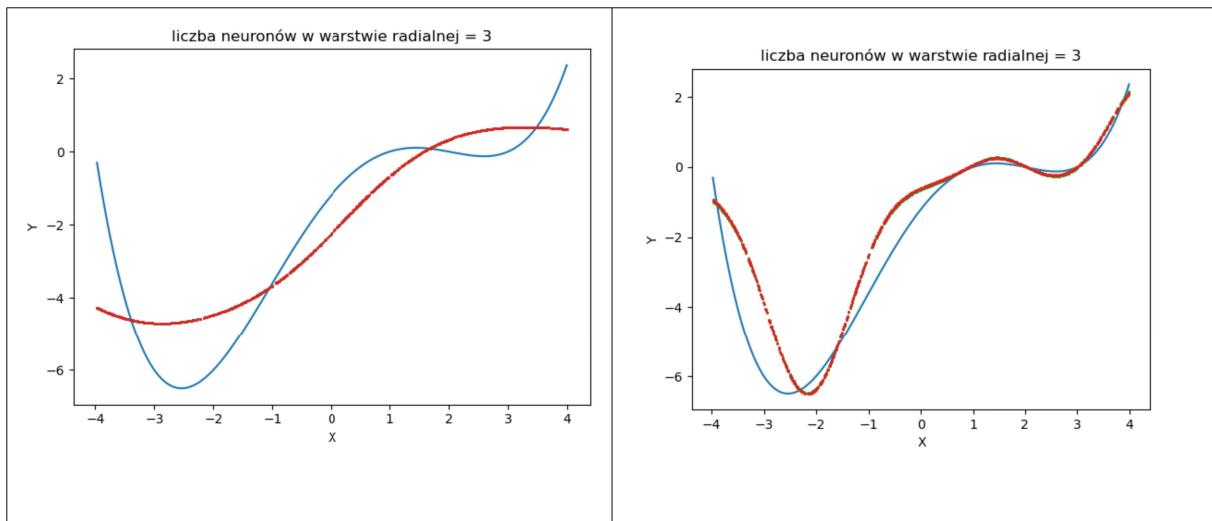


Rysunek 18: Wykres zmiany wartości błędu średniookwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.01, 0.05, 0.1.

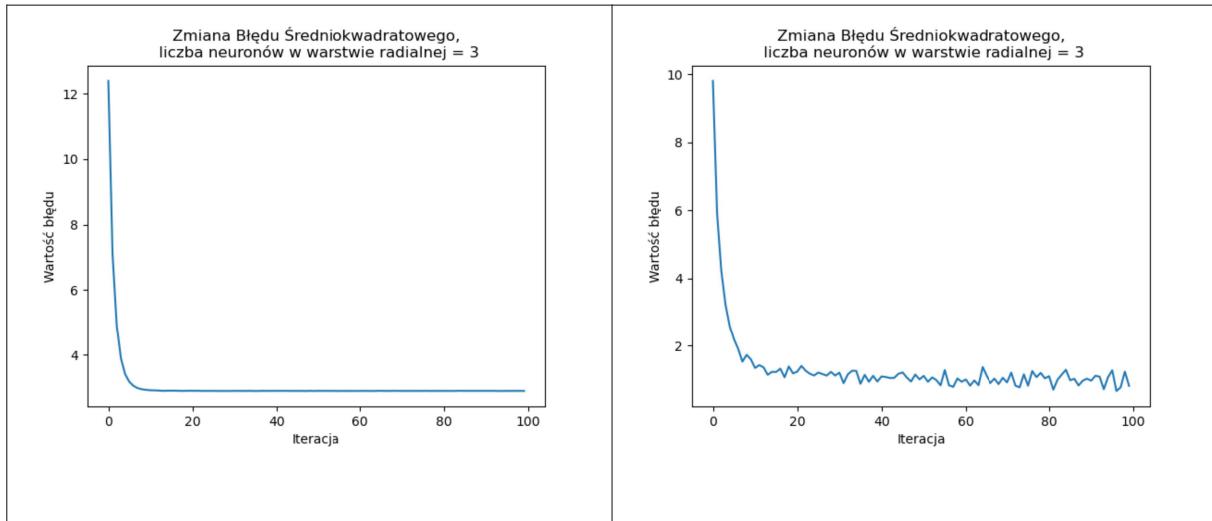
Z rysunków 17 oraz 18 widzimy, że nawet niewielkie co do wartości zmiany współczynnika nauki mają duży wpływ na jakość otrzymywanych wyników aproksymacji.

### 3.3.4. Eksperyment nr 4

W tym eksperymencie dokonujemy porównania wyników aproksymacji otrzymanych z sieci z jednoczesną nauką warstw oraz wyników z sieci z osobną nauką warstw. W tym celu ustawiamy jednakowe parametry obu sieci.



Rysunek 19: Wykres funkcji, kolor niebieski – oryginalna funkcja, kolor czerwony – aproksymacja. Od lewej : sieć z osobną nauką warstw, sieć z jednoczesną nauką warstw.



Rysunek 20: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej : sieć z osobną nauką warstw, sieć z jednoczesną nauką warstw.

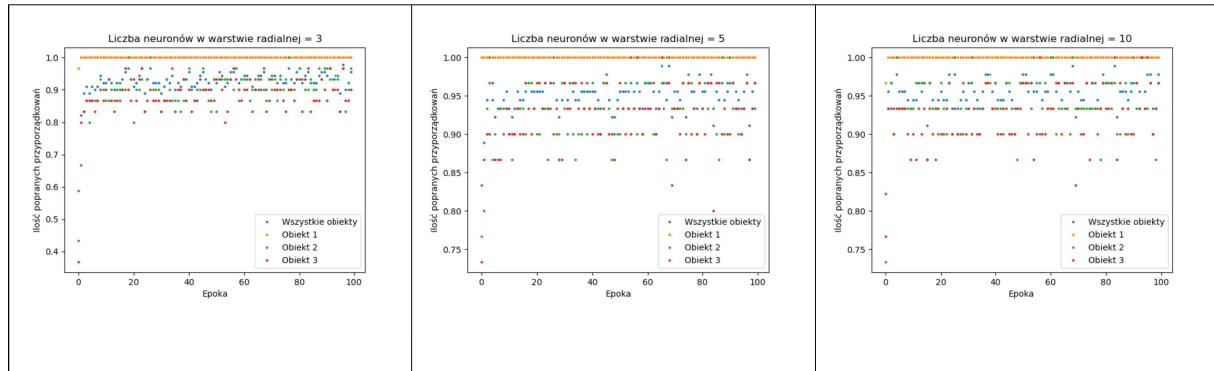
Z rysunku 19 i 20 widzimy, że otrzymany wynik aproksymacji jest podobny pomiędzy sieciami, natomiast wartość błędu średniokwadratowego jest znaczco niższa w przypadku sieci z jednoczesną nauką warstw.

### 3.4. Klasyfikacja z nauką obu warstw

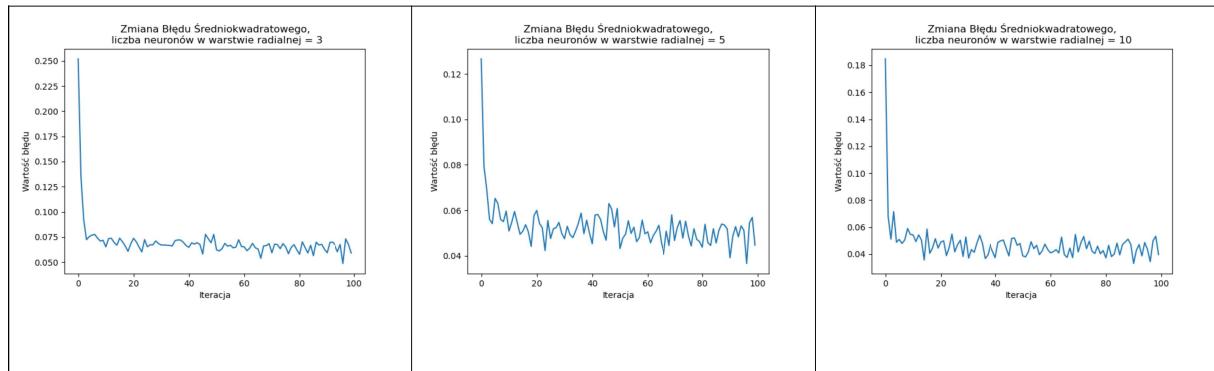
Powtarzamy eksperymenty związane z klasyfikacją, tym razem nauka przebiega w obu warstwach jednocześnie. Nauka parametrów neuronów obu warstw odbywa się za pomocą metody najszybszego spadku.

#### 3.4.1. Eksperiment nr 1

W tym eksperymencie badamy wpływ liczby neuronów w warstwie radialnej na przebieg nauki sieci oraz efektywność klasyfikacji. Parametry sieci pozostają stałe w każdej próbie, zwiększamy tylko liczbę neuronów radialnych.



Rysunek 21: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.



Rysunek 22: Wykres zmiany wartości błędu średniookwadratowego od liczby iteracji. Od lewej: trzy, pięć, dziesięć neuronów w warstwie radialnej.

Tabela 10: Macierz pomyłek dla 3 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejść.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	26	5
Klasa 3	0	0	31

Tabela 11: Macierz pomyłek dla 5 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejść.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	29	2
Klasa 3	0	0	31

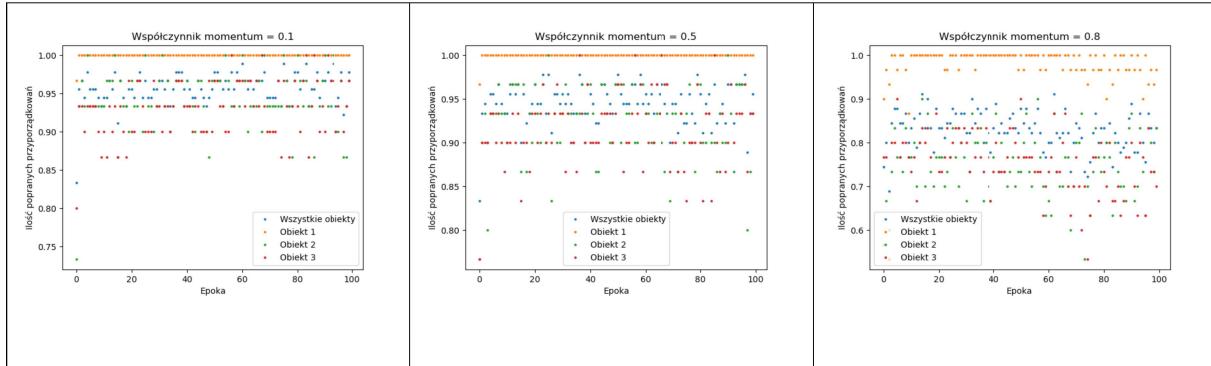
Tabela 12: Macierz pomyłek dla 10 neuronów w warstwie radialnej oraz 4 wejść.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	29	2
Klasa 3	0	0	31

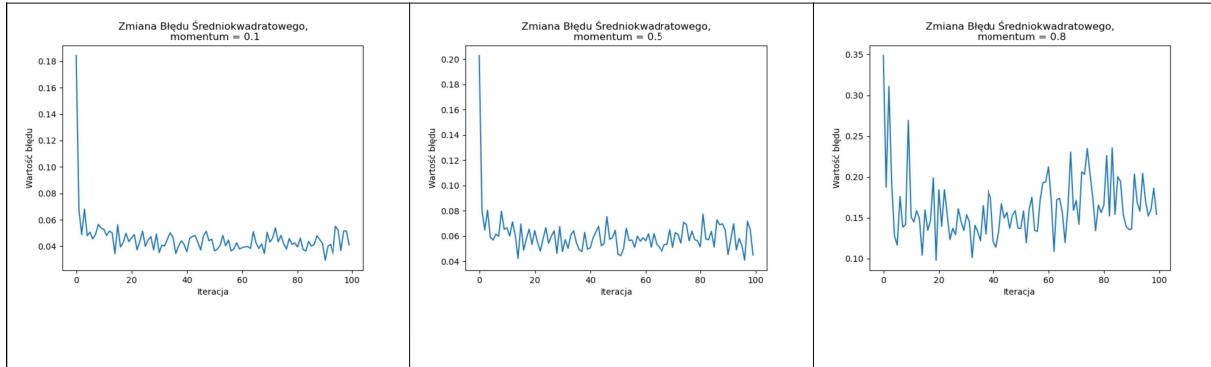
Z powyższych rysunków oraz tabel widzimy, że zwiększenie liczby neuronów w warstwie radialnej korzystnie wpływa na naukę sieci oraz proces klasyfikacji.

### 3.4.2. Eksperyment nr 2

W tym eksperymencie badamy wpływ współczynnika momentum na efektywność nauki sieci oraz poprawność klasyfikacji. Ustawiamy stałą liczbę neuronów w warstwie radialnej równą 10 oraz współczynnik uczenia równy 0.2.



Rysunek 23: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.8.



Rysunek 24: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość momentum : 0.1, 0.5, 0.8.

Tabela 13: Macierz pomyłek dla momentum równego 0.1.

	Przyporządkowane klasy		
	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0
Klasa 2	0	29	2
Klasa 3	0	1	30

Tabela 14: Macierz pomyłek dla momentum równego 0.5.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1		31	0	0
	Klasa 2	0	29	2
Klasa 3		0	0	31

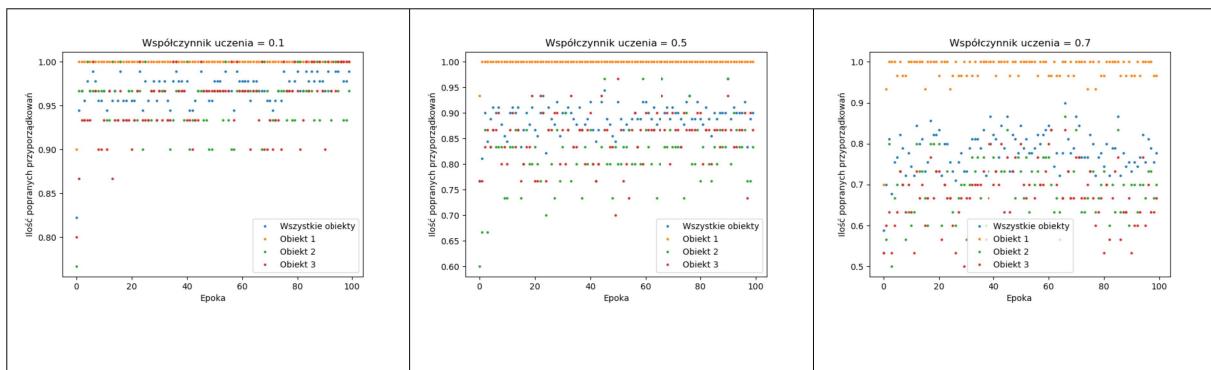
Tabela 15: Macierz pomyłek dla momentum równego 0.8.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1		31	0	0
	Klasa 2	0	27	4
Klasa 3		0	0	31

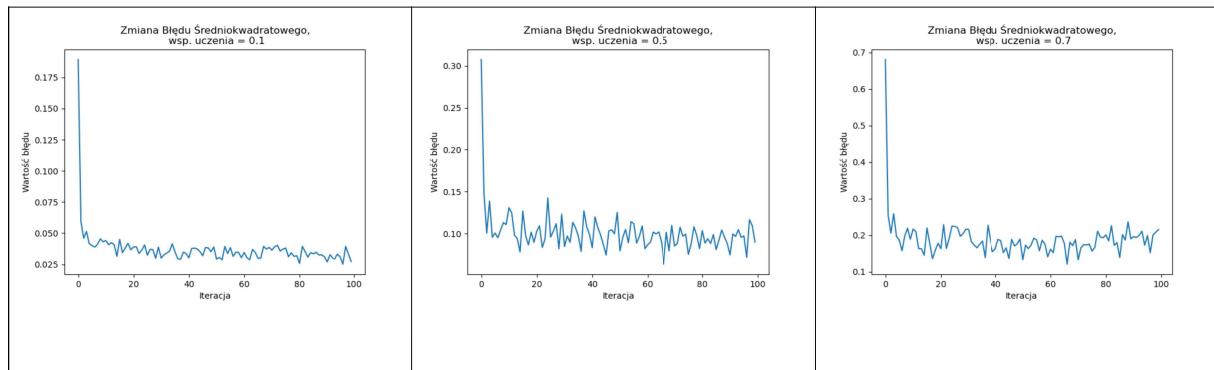
Z powyższych rysunków oraz tabel, możemy zauważyć, że zwiększanie współczynnika momentum niekorzystnie wpływa na proces klasyfikacji oraz naukę sieci.

### 3.4.3. Eksperyment nr 3

W tym eksperymencie badamy wpływ współczynnika uczenia na efektywność nauki sieci oraz poprawność klasyfikacji. Ustawiamy stałą liczbę neuronów w warstwie radialnej równą 10 oraz współczynnik momentum równy 0.2.



Rysunek 25: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.5, 0.7.



Rysunek 26: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej wartość współczynnika uczenia : 0.1, 0.5, 0.7.

Tabela 16: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.1.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0	
	0	29	2	
Klasa 3	0	1	30	

Tabela 17: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.5.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1	31	0	0	
	0	26	5	
Klasa 3	0	0	31	

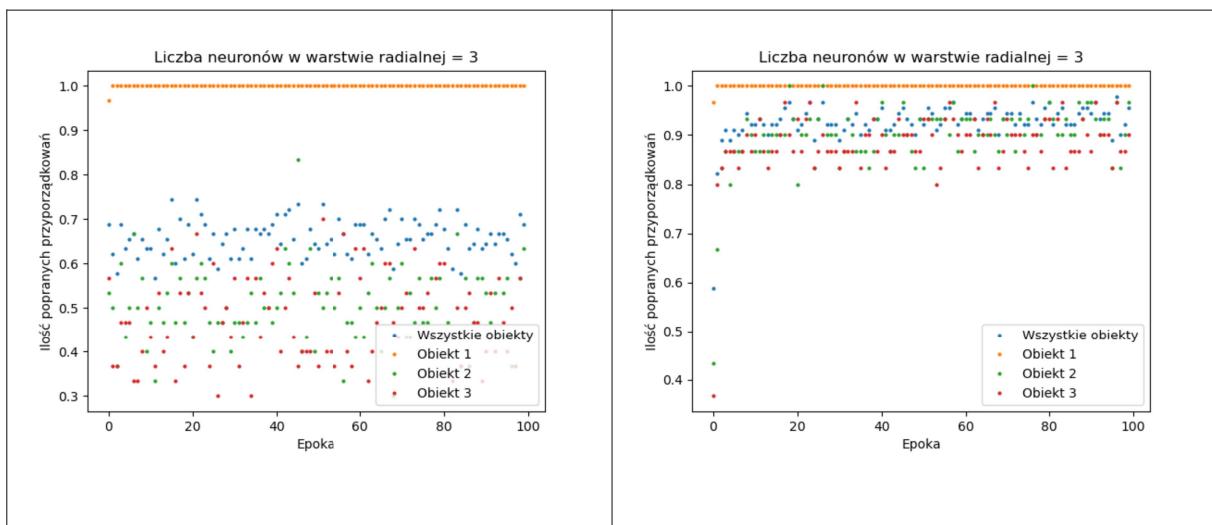
Tabela 18: Macierz pomyłek dla współczynnika uczenia równego 0.7.

		Przyporządkowane klasy		
		Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
Klasa 1		31	0	0
	Klasa 2	0	0	31
Klasa 3		0	0	31

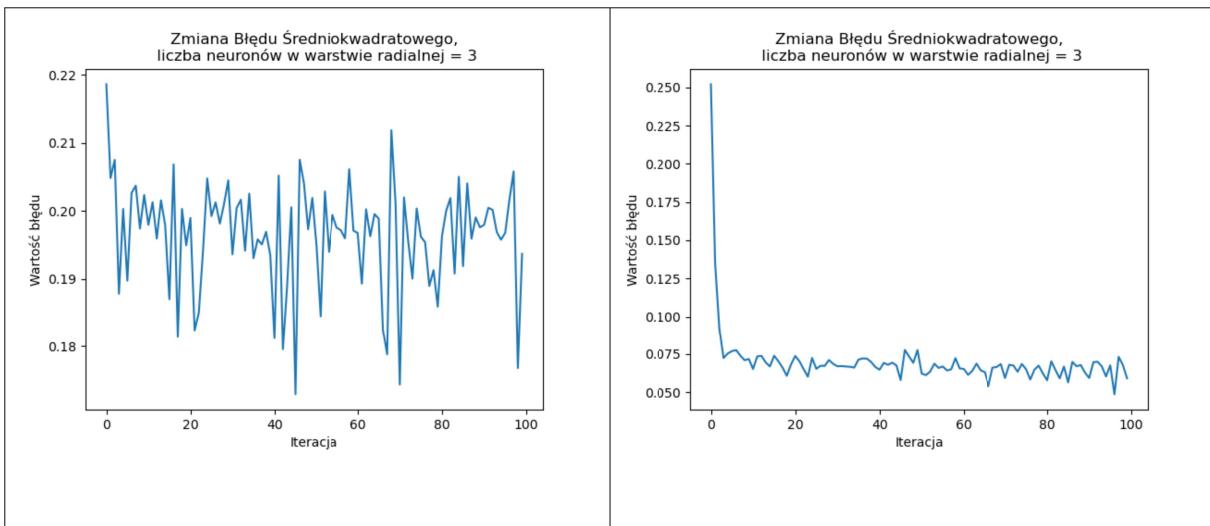
Widzimy, że zwiększanie wartości współczynnika uczenia powoduje spadek efektywności nauki oraz procesu klasyfikacji.

#### 3.4.4. Eksperyment nr 4

Porównanie efektywności sieci z jednocośenną nauką obu warstw do sieci z osobną nauką warstw. W celu porównania sieci ustaliliśmy identyczne parametry nauki obu sieci. Współczynnik uczenia równy 0.2, współczynnik momentum równy 0.2 oraz liczbę neuronów w warstwie radialnej równą 3.



Rysunek 27: Wykres poprawności klasyfikacji od liczby iteracji. Od lewej : sieć z osobną nauką warstw, sieć z jednocośenną nauką warstw.



Rysunek 28: Wykres zmiany wartości błędu średniokwadratowego od liczby iteracji. Od lewej : sieć z osobną nauką warstw, sieć z jednoczesną nauką warstw.

Widzimy, że dla identycznych parametrów obu sieci, to sieć z jednoczesną nauką obu warstw osiąga lepszą efektywność nauki. Dla tej samej liczby iteracji wartość błędu średniokwadratowego jest mniejsza. Z rysunku 27 widać także, że sieć z jednoczesną nauką obu warstw otrzymała lepsze wyniki klasyfikacji.

#### 4. Wnioski

- Wraz ze wzrostem liczby neuronów w warstwie radialnej zwiększa się efektywność nauki sieci.
- Niezwykle ważny jest dobór odpowiednich współczynników nauki, gdyż w każdym przypadku ich zbyt duża wartość powodowała znaczący spadek efektywności nauki.
- Optymalne wartości współczynników nauki różnią się w zależności od tego czy nauka warstw przebiega jednocześnie czy osobno.
- Nauka obu warstw jednocześnie powoduje znaczne usprawnienie procesu nauki sieci oraz lepsze wyniki aproksymacji lub klasyfikacji, niż osobna nauka warstw.

#### 5. Bibliografia

[\[1\] Bartłomiej Stasiak - Inteligentna analiza danych Modele neuronów i sieci neuronowych Algorytmy adaptacji.](#)