

L2-Info-Calcul scientifique
TD n° 7

Exercice 1

On considère une formule d'intégration numérique de type Newton-Cotes, dont les noeuds sur $[0,1]$ sont données par

$$1/5, 2/5, 3/5, 4/5$$

1. Rappeler l'expression des polynômes de Lagrange associée à ces abscisses.
2. À l'aide d'une des formules programmées au TP précédent calculer le poids ω_0 associé au noeud $1/5$. On justifiera le choix de la formule utilisée.
3. Dédire de la question précédente, la valeur des autres poids.
4. Déterminer le degré d'exactitude de la formule ainsi obtenue. En déduire l'ordre de l'erreur.
5. Dans la classe `IntegrationFormula` du TP précédent (exo1 ou exo2), rajouter une fonction calcule une approximation de l'intégrale $\int_a^b f(x)dx$ par cette formule.
6. Faire une étude du comportement de l'erreur de manière à confirmer les résultats de la question 4, et ainsi valider votre fonction.

Exercice 2 (formule de Gauss à 3 points)

On considère la formule d'intégration numérique de type Newton-Cotes, dont les noeuds sur $[-1,1]$ sont données par

$$-\sqrt{\frac{3}{5}}, 0, \sqrt{\frac{3}{5}}$$

On remarquera que les noeuds ne sont pas équirépartis sur $[-1, 1]$

1. Rappeler l'expression des polynômes de Lagrange associée à ces abscisses.
2. À l'aide d'une des formules programmées au TP précédent calculer le poids ω_0 associé au noeud 0. On justifiera le choix de la formule utilisée.
3. Dédire de la question précédente, la valeur des autres poids.
4. Déterminer le degré d'exactitude de la formule ainsi obtenue. En déduire l'ordre de l'erreur.
5. Dans la classe `IntegrationFormula` du TP précédent (exo1 ou exo2), rajouter une fonction calcule une approximation de l'intégrale $\int_a^b f(x)dx$ par cette formule.
6. Faire une étude du comportement de l'erreur de manière à confirmer les résultats de la question 4, et ainsi valider votre fonction.