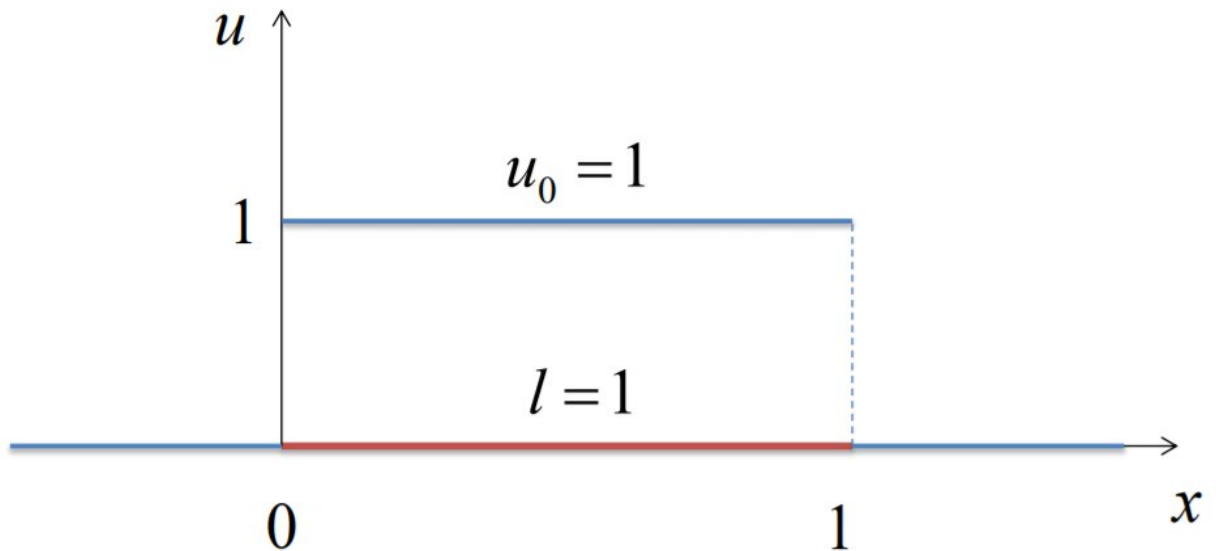


Лабораторная работа №3

Задача о распараллеливании уравнения теплопроводности

Постановка задачи: решить одномерное однородное уравнение теплопроводности с использованием средств распараллеливания MPI.



Стержень длиной $l = 1$ в момент времени $t_0 = 0$ имеет температуру $u_0 = 1$. Температура окружающей среды поддерживается равной 0.

Начальное условие: $u(x, 0) = u_0$.

Граничное условие: $u(0, t) = u(l, t) = 0$.

Необходимо решить одномерное однородное уравнение теплопроводности, которое представлено в виде конечно-разностной схемы:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{k\tau}{h^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$$
$$\frac{k\tau}{h^2} < 1 \Rightarrow \tau < \frac{h^2}{k}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{k\tau}{h^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$$

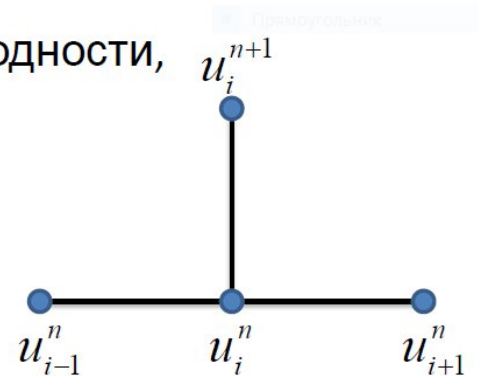
$$\frac{k\tau}{h^2} < 1 \Rightarrow \tau < \frac{h^2}{k}$$

где:

k - коэффициент температуропроводности,

τ - шаг по времени,

h - шаг по пространству



Задача состоит в нахождении распределения температур в момент времени $n+1$, таким образом нижний индекс – это индекс по пространству, а верхний индекс – это индекс по времени.

Как работает формула?

Пусть у нас есть начальный момент времени $n = 0$, в котором у нас задано распределение температуры ($u_{i \in I}^0 = 1$, $u_{i \notin I}^0 = 0$) и мы хотим найти распределение в следующий момент времени ($u_{i \in I}^1$), то есть в момент времени $n+1 = \tau$. Рассмотрим самую первую точку $i = 0$:

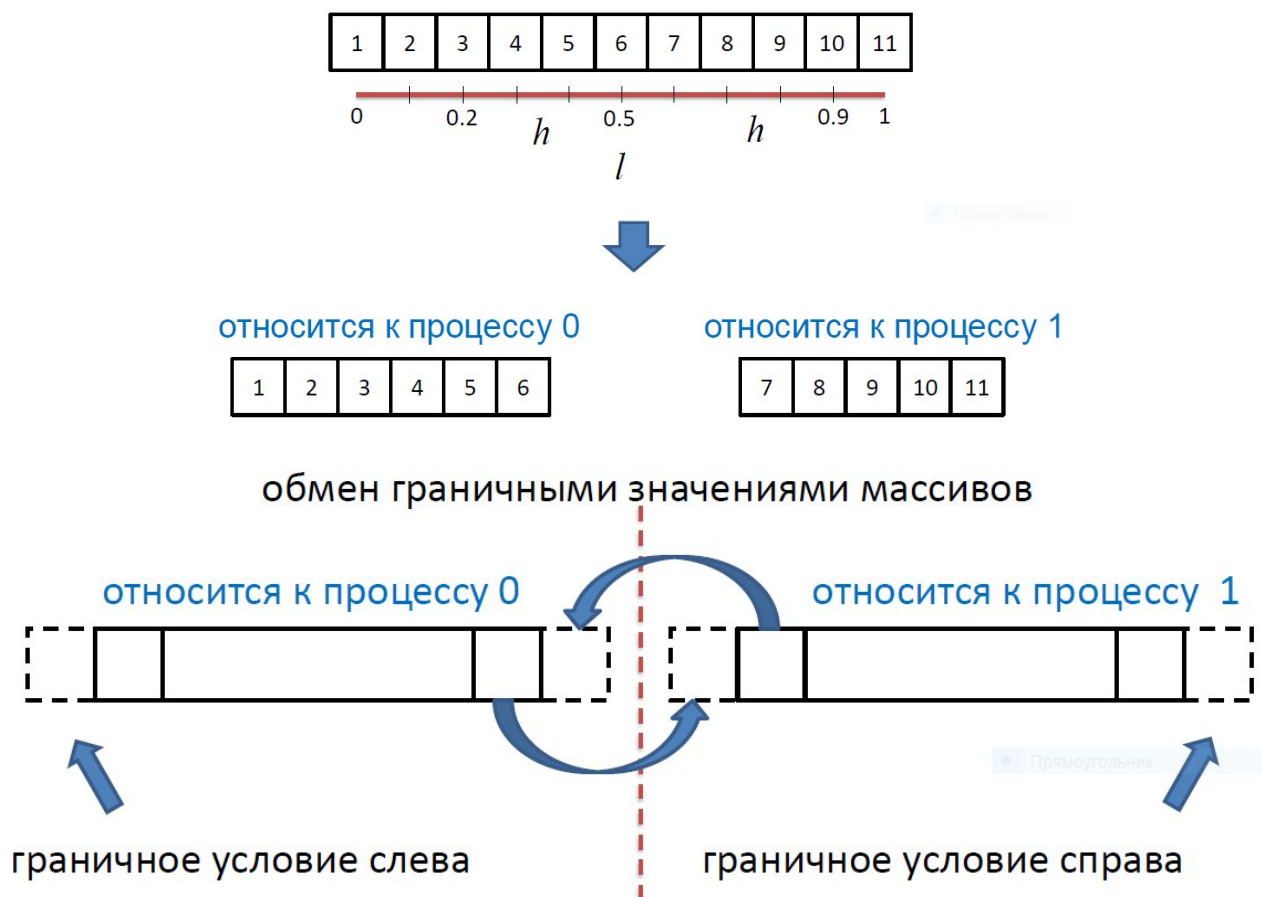
$$u_0^1 = u_0^0 + \frac{k\tau}{h^2} (u_1^0 - 2u_0^0 + u_{-1}^0)$$

$$u_0^1 = 1 + 0.5(1 - 2 + 0)$$

$$u_0^1 = 0.5$$

Таким образом мы получили значение в следующий момент времени для точки $i = 0$.

Как это работает параллельно? Допустим у нас есть 2 процесса и мы разделили весь стержень на 11 точек, соответственно 0-ой процесс будет обрабатывать 6 точек, а 1-ый процесс 5 точек. При расчёте граничных точек нужно воспользоваться передачей с предыдущего или следующего процесса, чтобы получить значение в предыдущей или следующей точке соответственно. В данном примере нужно было бы при расчёте 0 процессом в следующий момент времени в точке $i = 6$ передавать с 1-ого процесса значение в точке $i = 7$.



Содержание отчёта:

- 1) проверка правильной работы алгоритма: получить распределение температуры вдоль стержня на момент времени $T = 0.1$, используя следующие параметры: $k = 1$ (коэффициент теплопроводности), $h = 0.02$ (шаг по пространству); $dt = 0.0002$ (шаг по времени). Посчитать значения температуры в 11-ти точках длиной 0,1 включая начало (0, 0.1, 0.2, ..., 1) и сравнить полученные значения с точным решением:

$$u(x,t) = \frac{4u_0}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\exp\left(-k\pi^2(2m+1)^2 \frac{t}{l^2}\right)}{2m+1} \sin\left(\frac{\pi(2m+1)x}{l}\right)$$

- 2) сравнить время работы программы для одного процесса, для двух, четырёх, восьми и шестнадцати и разного кол-ва точек ($N = 2000$, 10000, 50000, конечное время можно уменьшить до 10^{-4} для уменьшения времени работы), построить 3 графика соответственно кол-ву точек. Ось X - количество процессов, Ось Y - время работы программы.

Примечание по распараллеливанию: разумно будет поделить весь отрезок на NumberOfProc частей, чтобы каждый процессор считал свою часть ($N/$

NumberOfProc), при нахождении на границе между процессами воспользоваться передачей граничных значений “соседнему” процессору.

Ваша программа должна выводить разницу с точным решением. Запускаться программа должна так: `mpirun -np 4 exes`

4 курс присылает на проверку лабораторную Коновалову Евгению (@Cyberogg, evkonovalov@yandex.ru)

3 курс присылает на проверку лабораторную ассистенту Кочергину Владиславу (metrotram102@gmail.com)