

队伍编号	MC2207180
题号	D

## 基于多目标规划的移动通信网络站址规划设计

### 摘 要

随着移动通信技术的快速发展和运营规模的不断扩大使得通信网络变得越来越复杂，而如何根据现有的弱覆盖点合理规划基站选址和区域聚类一直是一个难题。本文通过建立数学模型，利用计算机模拟的方法对站址选择和区域划分进行了优化设计。

针对问题一，为满足弱覆盖点业务量的 90%被规划基站覆盖，同时考虑到重复覆盖带来的损失和建设成本问题，本文以建设总成本最小和重复覆盖度最低为优化目标，以是否选择宏基站或微基站等为决策变量，以业务量 90%被覆盖、弱覆盖点在基站覆盖范围内和各个基站距离小于门限等为约束条件，在满足业务量高的弱覆盖点优先被覆盖的条件下基于**集合覆盖法**建立了**多目标规划模型**。利用**蒙特卡洛模拟**在可行域生成多组目标函数值，以各目标函数值作为评价指标，采用**基于熵权的 TOPSIS 法**对不同方案进行优化排序。从而得到每个新建站址选择的坐标和基站种类，部分结果见表 2，具体结果见附件。

针对问题二，实际情况下每个站的覆盖区域并不是在问题一中所认为的圆形覆盖，而是在每个基站上都有三个可以调节方向的扇形区域，这就使判断弱覆盖点是否被覆盖的几何关系发生了改变。所以本文先推导出覆盖范围关于旋转角度的**极坐标方程**，然后以总业务量覆盖率最大、建设总成本最小和重复覆盖度最低为优化目标，根据覆盖范围的极坐标方程确定弱覆盖点是否被覆盖和问题一中其他限制因素为约束条件，在满足业务量高的弱覆盖点优先被覆盖的前提下建立了**多目标规划模型**。同样利用问题一的求解方法得到业务量的覆盖率为 91.76%，最佳旋转角度为  $59.8^{\circ}$ ，最优选址部分结果见表 4，具体结果见附件。

针对问题三，在实际基站的过程中，为了更好的解决弱覆盖问题通常会对弱覆盖区域进行聚类，解决信号覆盖差的问题往往只考虑距离的实际地理的分布是不够的，还需要考虑到不同弱覆盖区域的业务需求量问题，所以本文对弱覆盖点的位置和业务量进行聚类。本文采用简单高效的**AP 聚类算法**，偏向参数和阻尼因子是影响 AP 聚类算法聚类效果的两个重要参数，均取固定值。但由于弱覆盖点的数据量过于庞大，原有参数取值不能使算法聚类结果和算法运行效率达到最优。所以本文采用**自适应 AP 聚类算法**，当原数据量很大时，自动改变最优的偏阻尼因子和偏向参数，最终得到最优聚类结果。本文分别对 AP 和自适应 AP 聚类算法进行对比求解，具体结果见表 5、图 10 和图 11。结果表明，采用自适应 AP 聚类算法的聚类质量和运行效率得到了极大的提升。

最后，本文对实际建站情况即问题二的模型进行了**灵敏度分析**。在实际基站选址问题中，扇区主方向旋转角度直接影响着业务总量的覆盖率，而其他环境变量均为题目给定的确定条件。在这里令问题二中最优旋转角度 $\theta = 59.8^{\circ}$ 为初值，令其上下波动 5%，利用 MATLAB 绘制旋转角度 $\theta$ 与业务总量覆盖率 $H$ 之间的关系如图 12 所示。结果表明，业务总量覆盖率对旋转角度的变化不是特别敏感。当 $\theta$ 为问题二求解的最佳旋转角度  $59.8^{\circ}$ 时，业务总量覆盖率最大，当旋转角度不管往哪个方向变化时，业务总量覆盖率都有轻微的减小，但仍然大于 90%，说明问题二的模型稳定且准确。

**关键词：**集合覆盖法；多目标规划；蒙特卡洛模拟；基于熵权的 TOPSIS 法；自适应 AP 聚类算法

# 目录

一、 问题重述 .....	1
1.1 问题背景 .....	1
1.2 问题表述 .....	1
二、 问题分析 .....	1
2.1 问题一的分析 .....	1
2.2 问题二的分析 .....	2
2.3 问题三的分析 .....	2
三、 模型假设 .....	2
四、 符号说明 .....	2
五、 模型的建立与求解 .....	3
5.1 问题一模型的建立与求解 .....	3
5.1.1 站点选址的原则 .....	3
5.1.2 数据预处理 .....	3
5.1.3 站点选址模型的建立 .....	4
5.1.4 站点选址模型的求解 .....	6
5.2 问题二模型的建立与求解 .....	9
5.2.1 覆盖范围分析 .....	9
5.2.2 选址模型的改善 .....	10
5.2.3 改善后选址模型的求解 .....	13
5.3 问题三模型的建立与求解 .....	14
5.3.1 聚类规则以及方法 .....	14
5.3.2 聚类模型的建立 .....	15
5.3.3 聚类模型的求解 .....	16
六、 灵敏度分析 .....	17
七、 模型的评价、改进与推广 .....	18
7.1 模型的优点 .....	18
7.2 模型的缺点 .....	18
7.3 模型的推广与改进 .....	18
八、 参考文献 .....	19

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

随着 5G 的发展，通信的带宽越来越大，但基站覆盖的范围越来越小，使得覆盖同样的区域，需要的基站数量变的更多。另外，基站和天线的种类也更加复杂。这就使得基站站址选择的问题变得越来越复杂。在实际网络规划中，考虑基站的建设成本和一些其他因素，这时候就需要尽量优先解决业务量高的弱覆盖区域。为了便于计算，将给定的区域用很小的栅格进行划分，只考虑每个栅格的中心点，即任给一个区域，都可以划分成有限个点。并且新建站与新建站间不能小于给定的门限值并且新建站所覆盖的范围有一定的界限。

### 1.2 问题表述

根据上述背景以及给出的两个附件，解决以下问题：

(1) 给定区域的大小为  $2500 \times 2500$  个点，依据附件 1、2，给出选择的站址的坐标以及每个站址选择的基站为宏基站还是微基站使得弱覆盖点总业务量的 90% 被规划基站覆盖。这里站点间的门限值为 10。

(2) 当覆盖形状（三个扇形，主方向为  $60^\circ$ ，任意两个扇区的主方向间的夹角不能小于  $45^\circ$ ）发生变化后，在上一问的条件下，进一步考虑得出最优站址和扇区，若新建站不能覆盖弱覆盖点总业务量的 90%，则给出最多可以覆盖的弱覆盖点的总业务量的比例。

(3) 实际解决中需要对弱覆盖点进行聚类，通过对不同的弱覆盖区域分开管理来更好的解决弱覆盖的问题，，要求聚类所用方法的时间复杂度尽量低。

## 二、问题分析

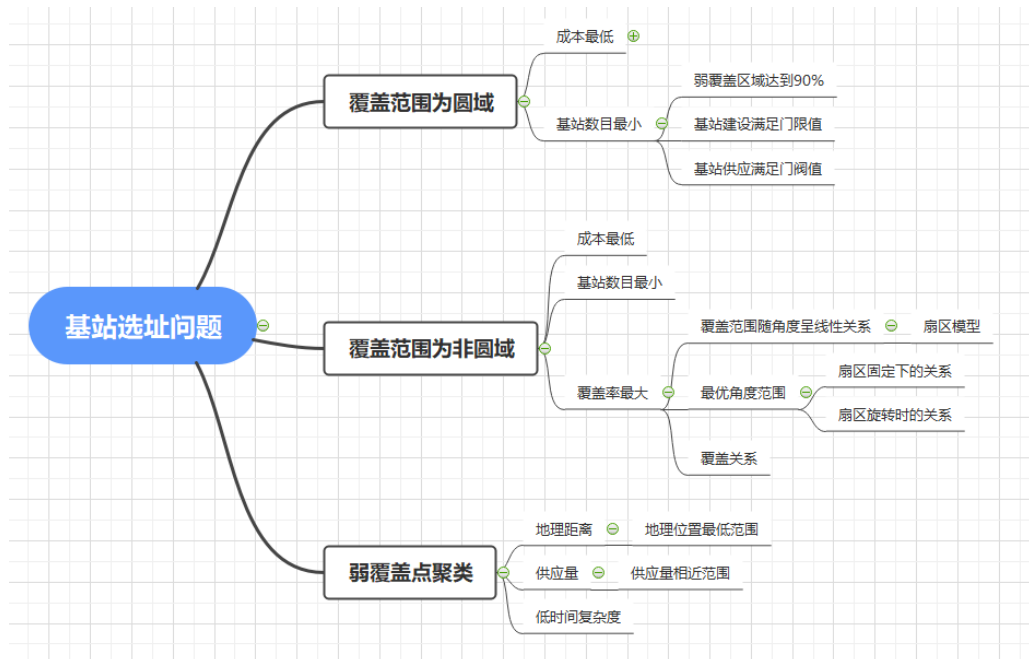


图 1：分析导图

### 2.1 问题一的分析

题目要求在所给定的区域内进行站址规划并且能够满足弱覆盖点总业务量的 90%

被规划基站覆盖。站址规划主要受限于两个方面：第一个方面为规划基站应与现网基站间的距离大于门限值，并且规划基站间的距离也应该大于门限值，第二个方面为规划的宏基站以及微基站的数量问题以及总的供应量应当大于需求点的需求量。对于第一个影响条件，通过计算规划基站与已建基站以及已建基站间的欧氏距离来实现；对于第二个约束条件在满足个基站供应量不大于基站供应量的门阀值得情况下通过总的供应量超过弱覆盖点的需求量值的 90%来满足要求，最后以成本最小，规划基站数目最少为约束条件即可得到所建基站的坐标以及相应基站的种类。

## 2.2 问题二的分析

题目要求在第一问的基础上，当覆盖面积不为圆形的情况下进行站址规划并给出最优的扇区角度。当覆盖面积不为圆形时，首先固定扇区的角度对扇区的模型进行分析，通过对扇区模型的建立得到角度与覆盖范围的关系。接着让扇区的角度发生改变，将关系进行推广得到在角度变化下角度与覆盖范围的关系，此时可以得到新模型下需求点被覆盖的条件并套入到第一问的模型中去，通过在第一问所建模型的基础上增添新的约束目标即弱覆盖点的需求量值最大，即可得到最优站址坐标以及最有角度。

## 2.3 问题三的分析

题目要求对所有弱覆盖点进行聚类，并要求时间复杂度尽量低。依据距离最近以及供应量为准则对弱覆盖点进行聚类，通过分析各聚类方法，选取适合的聚类方式，并通过不同方式下聚类结果的时间复杂度，来选取时间复杂度最低下的聚类方式来得出最终的聚类结果。

# 三、模型假设

- 1.假设信号不会随着距离发生衰弱，即在一个覆盖区内的任意一个点的信号强度是相等的。
- 2.假设重复覆盖可以满足更多的需求量，并且需求量越多需要越多的基站。
- 3.假设信号在重复覆盖区域内，不会因信号的叠加而发生紊乱，即对于重复区域来说不同基站间的信号处于不同的频率，重复区域可以提供更多的供给量。
- 4.假设宏基站以及微基站均有一个供应的最大值，即为宏基站以及微基站的门阀值。

# 四、符号说明

符号	说明	单位
$y_{ij}$	第 $j$ 个宏基站满足需求点 $i$ 的需求量与该点的需求量 $d_i$ 的比值	
$y_{ij'}$	第 $j$ 个微基站满足需求点 $i$ 的需求量与该点的需求量 $d_i$ 的比值	
$B$	新建立的所有宏基站的坐标点的集合	
$B'$	新建立的所有微基站的坐标点的集合	
$C_j$	宏基站供需关系门限的比例系数	
$C_{j'}$	微基站供需关系门限的比例系数	
$B_{all}$	攻击站以及微基站所有坐标点的集合	
$\rho(\alpha)$	覆盖范围和角度的关系	

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题一模型的建立与求解

随着 5G 技术的发展，现网基站很难应对人们对于移动网络的需求，很多区域因为不在覆盖范围或是在覆盖的周边位置，导致终端接收到的信号强度不稳定，空口质量很差，难以维持周围居民或是企业的正常需要。为了对该问题进行改善，现根据现网天线的覆盖情况，给出现网的弱覆盖区域，选择一定数量的点，使得在这些点上新建基站后，可以解决现网的弱覆盖区域的覆盖问题。

#### 5.1.1 站点选址的原则

基站选址选取的合适与否对网络的性能以及网络运行影响很大，不合理的站点选址不仅可能会出现某些区域仍为弱覆盖区域的现象，还会导致后期为解决这一现象随之带来的再次建立基站的成本问题。因此，在基站选址时，应该遵守以下的基本原则 [1]

(1) 基站的站址划分要充分开率网络业务量和业务分布的要求，基站分布与话务密度分布一致，基站应当有限满足业务量高的区域，并且所建立的基站应当满足弱覆盖点总业务量的 90% 被规划基站覆盖。

(2) 建立的基站与现网基站间的距离应当大于门限值，这里的门限值为 10，并且新建立的基站间的距离也应当大于这个门限值。

(3) 建立基站时应当同时选择基站的覆盖范围，假定选择基站的覆盖范围为  $d$ ，基站所规划的点的坐标为： $p(x_0, y_0)$ ，则对于坐标为  $p(x, y)$  的点，若  $|p - p_0| \leq d$ ，则认为该点被该基站覆盖，负责认为没有被覆盖。

(4) 应当在满足需求的情况下减少基站建设的成本问题，并且在此基础上尽可能的减少重复覆盖的区域，基站间信号的重复覆盖还不仅会影响信号的质量还会导致因覆盖区域重复导致的成本增加问题。

#### 5.1.2 数据预处理

给定区域的大小是  $2500 \times 2500$  个点，对于附件 1 中筛选出的弱覆盖点坐标以及附件 2 中给出的现网基站坐标，由于数据量大，很难直接从数据中提取到相应的信息，为了更加直观的进行表示，在这里对数据进行可视化处理：如图 2 所示：



图 2：基站分布图

其中绿色区域为弱覆盖区域，红色的点为现网基站的位置，从图中不难发现，所划定的目标区域很大一部分都未设立基站或是被其覆盖，这就对建立新的基站有了更加迫切的要求。

### 5.1.3 站点选址模型的建立

#### ➤ 单个新基站的建立条件

在弱覆盖区域建立的基站有两类，分别为宏基站（覆盖范围 30，成本 10），微基站（覆盖范围 10，成本 1）；通过附件 1 弱覆盖栅格数据可知，不同需求点的业务量是不一样的，就会导致在建立新基站的选择有不同的需求，对于业务量大的点可能一个基站难以满足该区域的业务水平，这就要求在该点附近建立多个基站来满足周围正常的业务需求。即一个需求点可能来自于多个基站的供应而一个基站也会供应多个需求点。

这里引入两个 0-1 变量  $x_j$ 、 $S_j$ （分别表示是否选择建立宏基站、是否选择建立微基站）；那么对于需求点  $i$  应当满足：

$$\sum_{j \in B} y_{ij} + \sum_{j' \in B'} y_{ij'} = 1 \quad (i \in N) \quad (5-1)$$

其中  $y_{ij}$  为第  $j$  个宏基站满足需求点  $i$  的需求量与该点的需求量  $d_i$  的比值， $y'_{ij}$  为第  $j$  个微基站满足需求点  $i$  的需求量与该点的需求量  $d_i$  的比值，那么将所有的微基站以及宏基站的供给量的比值相加和应等于需求量，即为 1。这里需要注意的是，集合  $N$  为所有需求量  $i$  的集合，即包含所有的需求点；集合  $B$  为新建的所有宏基站的坐标点的集合；集合  $B'$  为新建的所有微基站的坐标点的集合。

并且对于需求点  $i$  能够被服务的前提应当是该服务点能够被所建立的新的基站所覆盖，那么在该点的坐标与所建立的基站，对于宏基站来说这个距离应当小于 30，而对于微基站来说这个距离应当小于 10，即：

$$0 \leq \sqrt{(\alpha_j - \alpha_i)^2 + (\beta_j - \beta_i)^2} \leq 30 \quad (j \in B) \quad (5-2)$$

$$0 \leq \sqrt{(\alpha_{j'} - \alpha_i)^2 + (\beta_{j'} - \beta_i)^2} \leq 10 \quad (j' \in B') \quad (5-3)$$

其中  $(\alpha_i, \beta_i)$  为需求点  $i$  的坐标，对于一个需求点不一定由一个基站来供应，可能来自于多个基站，那么为了满足覆盖条件，需求点  $i$  应当在所有供应基站  $j$  的覆盖范围内。

而在建立新的基站时不仅需要考虑该点需求量的问题而且还应当保证该点所建立的新的基站应当与现网基站间的距离大于门限值，即：

$$\sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_p)^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_p)^2} > 10 \quad (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall p \in P) \quad (5-4)$$

式中  $(\alpha_p, \beta_p)$  代表现网基站的坐标，集合  $P$  代表现网基站的集合。这里需要注意的是不论是宏基站还是微基站在建立的过程中都应该满足门限问题，即与现网基站间的距离大于 10，为了方便表示这里引入了一个新的集合  $B_{all}$ ：

$$B_{all} = B \cup B' \quad (5-5)$$

其中  $B_{all}$  为所有宏基站以及微基站坐标的集合。

#### ➤ 多个新基站的建立条件

当建好一个基站后在建立下一个新基站时，对于下一个新基站来说之前建好的基站就可以认为是现网基站的一部分，那么对于这个基站来说不仅要满足与原先现网基站的门限问题，还应该与它之前建立好的基站间满足一个门限问题，即：

$$\sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2} > 10, (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall (j_{all} + \Delta j_{all}) \in B_{all}) \quad (5-6)$$

这里引入了一个变量 $\Delta j_{all}$ ， $(\alpha_{j_{all}}, \beta_{j_{all}})$ 表示的是现要建立的基站坐标，那么出去该点其余新建基站的坐标为 $(\alpha_{j_{all} + \Delta j_{all}}, \beta_{j_{all} + \Delta j_{all}})$ ，这样就实现了新建基站间的门限问题。

由于每个基站所要供给的站点不唯一，那么就需要考虑到一个门阀的问题，即对于宏基站，微基站来说最大的供给量的问题，不管需求量如何宏基站以及微基站所能供应的量是一定的，那么基站 $j$ 所供应的总量应当小于门阀值，即：

$$\sum_{i \in A} y_{ij} d_i \leq C_j x_j (j \in B) \quad (5-7)$$

$$\sum_{i \in A'} y_{ij'} d_i \leq C_{j'} S_{j'} (j' \in B') \quad (5-8)$$

其中， $y_{ij} d_i$ 表示的是对单个需求点 $i$ 的供给量，集合 $A$ 表示宏基站 $j$ 所供应的所有需求点的集合，那么对于 $\sum_{i \in A} y_{ij} d_i$ 来说，所得出的便是宏基站 $j$ 的总的供应量， $C_j$ 为宏基站供需关系门限的比例系数，那么 $C_j x_j$ 所得的便是宏基站的门阀值。对于微基站来说也是如此。 $C_j$ 以及 $C_{j'}$ 在这里我们给了一个现在范围： $Q \leq C_j \leq 3Q$ ，这里的 $Q$ 为被覆盖区域中业务量最大的弱覆盖点的业务量。

对于新建好的总的基站来说所建立的初衷在于弱覆盖点总业务量的 90%可以被覆盖即宏基站提供的总的业务量的百分比与微基站提供的业务量百分比的和应当大于 90%，即满足：

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in B} y_{ij} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j' \in B'} y_{ij'} S_{j'} \geq 90\% \quad (5-9)$$

#### ➤ 选址模型的建立

基站选址的本质在于如何以最少的成本 $M$ 为优化目标，所以这里以所建基站成本最小为目标函数：

$$\min M = \sum_j 10 x_j + \sum_{j'} S_{j'} (j \in B, j' \in B') \quad (5-10)$$

为了减少基站的重复重复覆盖带来的损失，这里采用对于每一个需求点来说总重复覆盖量 $R$ 最少为优化目标：

$$\min R = \sum_{i \in N} \sum_{j \in D(i)} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j' \in D'(i)} S_{j'} \quad (5-11)$$



式中集合 $D(i)$ 代表为覆盖弱覆盖点 $i$ 的宏基站的集合， $D'(i)$ 代表覆盖弱覆盖点 $i$ 的微基站的集合。

这里认为需求量与基站数目为正比关系，即需求量大时对应的供应的基站数目也会随之增多，所以综上所述总的数学模型为：

该数学模型满足如下关系：

设 $R = f(d_i), \forall d_{i1}, d_{i2}$  有 $R_1 = f(d_{i1}), R_2 = f(d_{i2})$ , 如果 $d_{i1} > d_{i2}$ , 则 $R_1 > R_2$ 。

$$\begin{aligned}
 \min \quad & M = \sum_j 10 x_j + \sum_{j'} S_{j'} \quad (j \in B, j' \in B') \\
 \min \quad & R = \sum_{i \in N} \sum_{j \in D(i)} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j' \in D'(i)} S_{j'} \\
 s. t. \quad & \left\{ \begin{aligned}
 & \sum_{j \in B} y_{ij} + \sum_{j' \in B'} y_{ij'} = 1 \quad (i \in N) \\
 & 0 \leq \sqrt{(\alpha_j - \alpha_i)^2 + (\beta_j - \beta_i)^2} \leq 30 \quad (j \in B) \\
 & 0 \leq \sqrt{(\alpha_{j'} - \alpha_i)^2 + (\beta_{j'} - \beta_i)^2} \leq 10 \quad (j' \in B') \\
 & \sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2} > 10, (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall (j_{all} + \Delta j_{all}) \in B_{all}) \\
 & \sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_p)^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_p)^2} > 10 (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall p \in P) \\
 & \sum_{i \in A} y_{ij} d_i \leq C_j x_j \quad (j \in B) \\
 & \sum_{i \in A'} y_{ij'} d_i \leq C_{j'} S_{j'} \quad (j' \in B') \\
 & \sum_{i \in N} \sum_{j \in B} y_{ij} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j' \in B'} y_{ij'} S_{j'} \geq 90\% \\
 & x_j, S_{j'} = \{0, 1\}
 \end{aligned} \right. \quad (5-12)
 \end{aligned}$$

#### 5.1.4 站点选址模型的求解

因为该多目标规划问题所涉及的约束条件过于繁琐且数据维度过大，所以求解时省略一般优化算法的计算步骤，先用蒙特卡洛模拟生成大量可行解后经过计算得到各目标函数的值后，把各目标函数值当作评价指标利用 TOPSIS 综合评价得到最优解。

➤ 计算步骤：

Step1: 蒙特卡洛模拟得到多组可行解

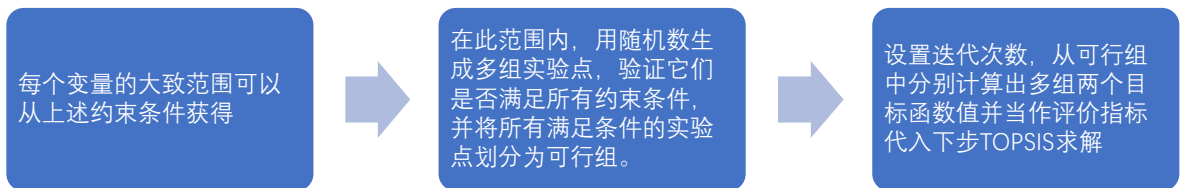


图 3：蒙特卡洛模拟流程



## Step2: 基于熵权的 TOPSIS 法求解

### 1.原始矩阵正向化（如果指标都是极大型指标，这一步可以省略）

表 1: 指标类型说明

指标	指标说明	转化方法	转换解释
极大型	对评价结果来说其值越大越好	无	无
极小型指标	对评价结果来说其值越小越好	$\max - x_i$ 该指标的最大值减去每一行的值	该指标的最大值减去每一行的值
中间型指标	指标值不要太大,也不要太小取某个特定的值最好(如水质质量评估 PH 值)	$M = \max\{ x_i - x_{best} \}$ $x_i^{\sim} = 1 - \frac{ x_i - x_{best} }{M}$	$\{x_i\}$ 是一组中间型指标序列, 且最佳数值为 $x_{best}$
区间型指标	区间落在某个区间最好, 例如人的体温在 36-37 最好	$M = \max\{a - \min\{x_i\}, \max\{x_i\} - b\}$ $x_i^{\sim} = \begin{cases} 1 - \frac{a - x_i}{M}, & x_i < a \\ 1, & a \leq x_i \leq b \\ 1 - \frac{x_i - b}{M}, & x_i > b \end{cases}$	$\{x_i\}$ 是一组区间型指标, 且最佳区间为 $[a, b]$

### 2.标准化

为了保证评价体系的准确性更高，这里对矩阵进行标准化处理，即消除不同指标量纲的影响。

设有  $i$  个待评价的对象， $j$  个待评价的指标，构成的正向化矩阵如下：

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} \end{bmatrix}$$

标准化后的矩阵记作  $Z$ ，对  $Z$  中的每一个元素进行如下处理：

$$z_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \quad (5-13)$$

### 3.基于熵权法给各指标赋权

(1) 判断输入的矩阵是否存在负数，如果有则需要重新标准化新的区间，标准化矩阵如下：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & \cdots & Z_{ij} \end{bmatrix}$$

如果存在负数则对正向化矩阵  $X$  使用另一种标准化方法，对矩阵  $X$  进行一次标准化得到新的 $\tilde{Z}$ 矩阵：

$$\tilde{z}_{ij} = \frac{x_{ij} - \min\{x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{nj}\}}{\max\{x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{nj}\} - \min\{x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{nj}\}} \quad (5-14)$$

(2) 第  $j$  项指标下第  $i$  个点的需求量所占的比重如下：

$$\tilde{Z} = \begin{pmatrix} \tilde{z}_{11} & \cdots & \tilde{z}_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{z}_{i1} & \cdots & \tilde{z}_{ij} \end{pmatrix}$$

计算第  $j$  项指标下第  $i$  个需求点的需求量所占的比重，并将其看作相对熵计算中用到的概率。计算概率矩阵  $p$ ,  $p$  中每一个元素  $p_{ij}$  的计算公式如下：

$$p_{ij} = \frac{\tilde{z}_{ij}}{\sum_{i=1}^n \tilde{z}_{ij}} \quad (5-15)$$

易证： $\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1$  即保证了每一个指标所对应的概率和为 1。

(3) 计算每个指标的信息熵，并计算信息效用值，归一化得到每个指标的权重，对于第  $j$  个指标而言，其信息熵的计算公式为：

$$e_j = \frac{-1}{\ln n} \sum_{i=1}^n \ln(p_{ij}) \quad (j = 1, 2 \dots m) \quad (5-16)$$

令信息效用值  $d_j = 1 - e_j$ ，将  $d_j$  归一化，可以得到每个指标的熵权：

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^m d_j} \quad (5-17)$$

#### 4. 计算得分

设有  $m$  个要评价的对象， $n$  个评价指标。标准化矩阵如下：

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{i1} & \cdots & z_{ij} \end{bmatrix}$$

定义最大值  $z^+ = (z_1^+, z_2^+, \dots, z_m^+) = (\max\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{i1}\}, \max\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{i2}\}, \dots, \max\{z_{1j}, z_{2j}, \dots, z_{ij}\})$ 。这个向量表示求出每一个指标的最大值。

定义最小值  $z^- = (z_1^-, z_2^-, \dots, z_j^-) = (\min\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}\}, \min\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{n2}\}, \dots, \min\{z_{1m}, z_{2m}, \dots, z_{jm}\})$ 。这个向量表示求出每一个指标的最小值。

定义第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 评价对象与最大值的距离

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j (z_j^+ - z_{ij})^2} \quad (5-18)$$

这里表示，每一个需求点的每一个指标与该指标最大值之间的欧氏距离之和。

定义第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个评价对象与最小值的距离：

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j (z_j^- - z_{ij})^2} \quad (5-19)$$

计算得出第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个需求点与未归一化的得分：

$$S = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (5-20)$$

➤ 求解结果：

将上诉计算过程代入 MATLAB 求解得各个点的坐标如表 2 所示，由于数据量较大，这里只展示部分结果，具体结果见附件。

表 2：新建基站的坐标及种类

id	坐标	类型	id	坐标	类型
1	(30,12)	宏基站	11	(310,152)	微基站
2	(51,18)	微基站	12	(459,108)	微基站
3	(32,49)	微基站	13	(383,527)	微基站
4	(67,26)	宏基站	14	(501,26)	宏基站
5	(98,33)	微基站	15	(9,433)	微基站
6	(123,84)	微基站	16	(115,878)	微基站
7	(94,152)	宏基站	17	(1325,95)	微基站
8	(77,268)	宏基站	18	(77,645)	宏基站
9	(458,26)	微基站	19	(645,54)	微基站
10	(356,255)	微基站	20	(653,25)	宏基站

将求解结果进行可视化的地图如图 4 所示，图中红色代表微基站，蓝色代表宏基站。

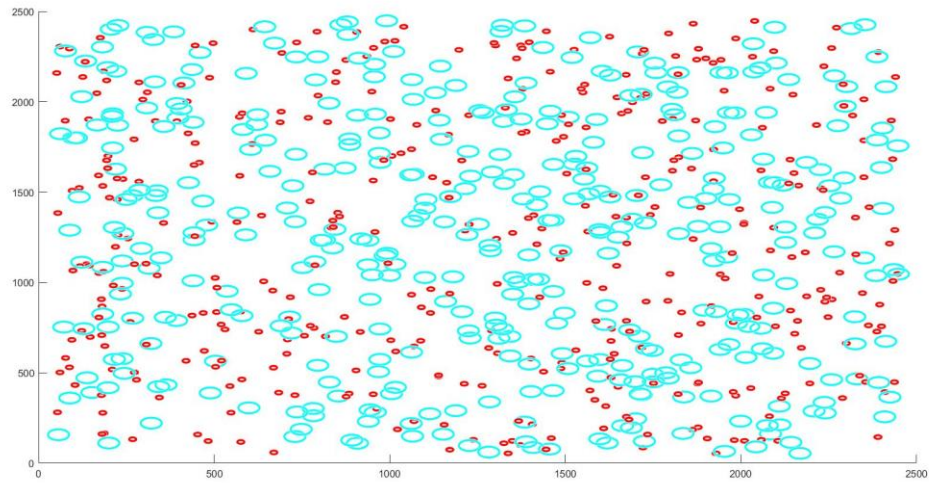


图 4：可视化结果

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 覆盖范围分析

实际情况下，每个站的覆盖区域并不像在问题一当中所认为的圆形覆盖，而是在每个基站上都有三个扇形区域，这三个扇形区域的方向是可以调节的，对于每一个扇形来说，每个扇形指向一个方向，在主方向上的覆盖范围最大，其中在主方向上，宏基站的覆盖范围为 30，微基站的覆盖范围为 10，在该方向左右 60° 的范围内需求点均可以被覆盖，覆盖范围按线性逐渐减小，在 60° 的时候，覆盖范围为主方向的一半。根据上述描述，在这里可以得出覆盖范围的大概模型，如图 5 所示：

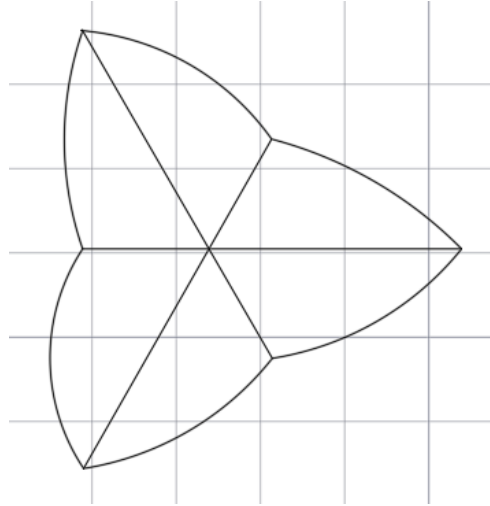


图 5：覆盖范围模型

上图所展示的是当三个扇区主轴的夹角为  $120^\circ$  的情况，在该情况下，如果不考虑弱覆盖区域的分布问题，此时，该情况可以覆盖最大的区域；当主轴间的夹角大于或小于这个值时，此时均会出现两个扇区间重叠的问题。考虑到不同弱覆盖区域不同业务量的情况，那么在这里本文认为，重叠的出现与业务量有关，当弱覆盖区域的业务量很大时，一个扇区难以满足该点的需求量，这时候就会出现多个扇区重叠的情况，甚至不同基站扇区重叠的情况。这里需要注意的是，对于一个基站，不同扇区主轴间的夹角应当大于  $45^\circ$ ，以免造成信号间的干扰等问题。

### 5.2.2 选址模型的改善

#### ➤ Step1:

对于宏基站以及微基站来说，区别点在于两个基站的覆盖区域不一样，而覆盖模型是一致的，在这里讨论一般的情况，由于涉及角度，一般的  $x$ 、 $y$  坐标系难以解决当两扇区主轴夹角变换时带来的变化，故这里引入极坐标系讨论，如图 6 所示：

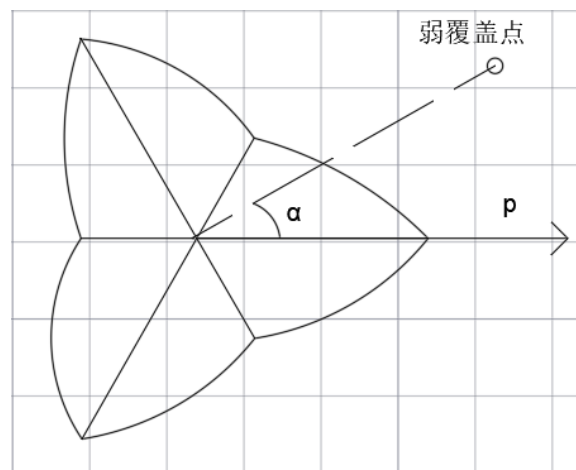


图 6：极坐标系下的覆盖模型

在该坐标系下  $\alpha$  为任意一弱覆盖点与  $\rho$  轴的夹角， $\alpha \in [0, 2\pi]$ 。

#### ➤ Step2:

当不考虑三个扇区转动的问题时，即任意两个扇区的主轴夹角为  $120^\circ$ ，对于任

意一弱覆盖点  $x$  与任意扇区中心轴的夹角  $\alpha$ ，在  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{3}]$  的情况下，当  $\alpha = 0$ ，时，由图可得此时所对应的覆盖区域  $\rho=R$ ，当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时，由题可得，在任意一个扇区在主方向左右  $60^\circ$  时，覆盖范围为主方向覆盖范围的  $\frac{1}{2}$ ，那么此时所对应的覆盖范围  $\rho = \frac{1}{2}R$ 。考虑到从主轴到左右  $60^\circ$  时覆盖范围呈线性减少，在这里引入一个角度与覆盖范围的关系，即：

$$\rho(\alpha) = k\alpha + b \quad (5-21)$$

将  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ， $\alpha = 0$  两种情况带入可得， $k = -\frac{3}{2\pi}R$ ， $b = R$ ，此时关系式为：

$$\rho(\alpha) = \frac{3}{2\pi}R\alpha + R \quad (5-22)$$

这里将式（4-13）进行推广，将  $\alpha$  推广到整个  $[0, 2\pi]$  区间，可得到如下的关系：

$$\rho(\alpha) = \begin{cases} -\frac{3}{2\pi}R\alpha + R, & 0 + nT \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} + nT, \quad n = 1, 2 \dots, \quad T = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{3}{2\pi}R\alpha + \frac{1}{2}R, & \frac{\pi}{3} + nT \leq \alpha \leq \frac{2\pi}{3} + nT, \quad n = 1, 2 \dots, \quad T = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (5-23)$$

这里的  $R$  对于宏基站来说  $R=30$ ，对于微基站来说  $R=10$ 。为了引入角度与覆盖范围的关系，这里先考虑一般情况找到相应的几何关系，后期再考虑不同转角和宏基站以及微基站的分配。

当已知新建基站的位置坐标  $(\alpha_j, \beta_j)$ 、以及任意需求点的位置坐标  $(\alpha_i, \beta_i)$  时，此时可以求得  $\alpha$ ，即满足：

$$\alpha = \arctan \frac{\beta_j - \beta_i}{\alpha_j - \alpha_i} \quad (5-24)$$

那么当新建基站的位置与弱覆盖区域的位置间的距离小于  $\alpha$  对应的覆盖范围  $\rho$  时，即可认为该弱覆盖区域在新站基站的覆盖范围内即：

$$\rho(\alpha) > \sqrt{(\alpha_j - \alpha_i)^2 + (\beta_j - \beta_i)^2} \quad (5-25)$$

### ➤ Step3:

考虑到扇区的旋转时，由于同时讨论三个扇区同时旋转非常的复杂，为了简化运算，本文首先固定了两个扇区的位置，通过转动一个扇区，来找到不同中心轴线夹角下综合率最高的情况，后续根据业务量的分布再整体向业务量高的地方进行转动。

当主轴与  $\rho$  轴重合时  $\theta = 0$ ，其中  $\theta$  为任意弱覆盖点与  $\rho$  轴的夹角。如图 7 所示

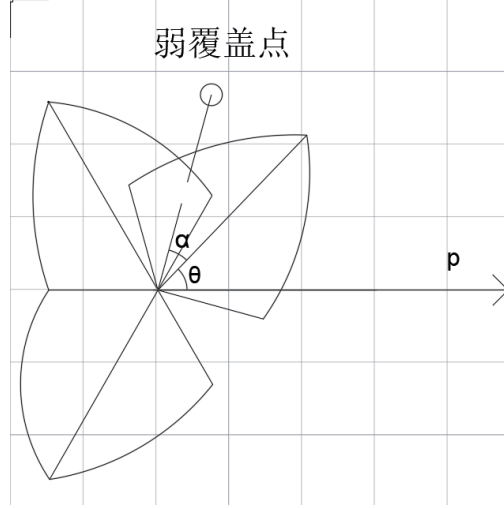


图 7：旋转后的几何关系

当扇区开始转动时， $\theta$ 会随之发生变化，那么 $\alpha$ 也会相应改变，并且满足：

$$\alpha_{new} = \alpha + \theta \quad (5-26)$$

考虑到两个扇区中心轴间的夹角应当大于  $45^\circ$ ，那么 $\theta$ 应当满足  $-75^\circ < \theta <$

$75^\circ$ 。因此修正式（4-16），当中心轴开始转动时的覆盖条件：

$$\rho(\alpha_{new}) > \sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_i)^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_i)^2} \quad j_{all} \in B_{all} \quad (5-27)$$

➤ Step4:

相比于问题一当中的选址问题来说，这一模型所需要考虑的不仅仅是成本最低以及建立的新的基站数最低，还需要考虑因为覆盖面积变化而带来的弱覆盖点被覆盖的总的业务量。为了满足这一区域人们对于通信的需求，那么业务总量覆盖率 $H$ 应当最大，即满足：

$$\max H = \sum_{i \in N} \sum_{j \in B} y_{ij} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in B'} y_{ij'} S_{j'} \quad i \in N \quad (5-28)$$

将这里新增的额优化目标以及改进的约束条件带入到问题一建立的选址模型当中，最终总数学模型为：

该数学模型满足如下关系：

设 $R = f(d_i), \forall d_{i1}, d_{i2}$  有 $R_1 = f(d_{i1}), R_2 = f(d_{i2})$ , 如果 $d_{i1} > d_{i2}$ , 则 $R_1 > R_2$ 。

$$\min M = \sum_j 10 x_j + \sum_{j'} S_{j'} \quad (j \in B, j \in B')$$

$$\min R = \sum_{i \in N} \sum_{j \in D(i)} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in D'(i)} S_{j'}$$

$$\max H = \sum_{i \in N} \sum_{j \in B} y_{ij} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in B'} y_{ij'} S_{j'} \quad i \in N$$

$$\begin{aligned}
s. t. \left\{ \begin{aligned}
& \sum_{j \in B} y_{ij} + \sum_{j' \in B'} y_{ij'} = 1 \quad (i \in N) \\
& 0 \leq \sqrt{(\alpha_j - \alpha_i)^2 + (\beta_j - \beta_i)^2} \leq 30 \quad (j \in B) \\
& 0 \leq \sqrt{(\alpha_{j'} - \alpha_i)^2 + (\beta_{j'} - \beta_i)^2} \leq 10 \quad (j' \in B') \\
& \sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_{j_{all} + \Delta j_{all}})^2} > 10, \quad (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall (j_{all} + \Delta j_{all}) \in B_{all}) \\
& \sqrt{(\alpha_{j_{all}} - \alpha_p)^2 + (\beta_{j_{all}} - \beta_p)^2} > 10 \quad (\forall j_{all} \in B_{all}, \forall p \in P) \\
& \sum_{i \in A} y_{ij} d_i \leq C_j x_j \quad (j \in B) \\
& \sum_{i \in A'} y_{ij'} d_i \leq C_{j'} S_{j'} \quad (j' \in B') \\
& \rho(\alpha_{new}) > \sqrt{(\alpha_j - \alpha_i)^2 + (\beta_j - \beta_i)^2} \quad j \in B \\
& \rho(\alpha_{new}) > \sqrt{(\alpha_{j'} - \alpha_i)^2 + (\beta_{j'} - \beta_i)^2} \quad j' \in B' \\
& x_j, S_{j'} = \{0, 1\} \\
& \rho(\alpha_{new}) = \begin{cases} -\frac{3}{2\pi} R \alpha_{new} + R, & 0 + nT \leq \alpha_{new} \leq \frac{\pi}{3} + nT, \quad n = 1, 2, \dots, \quad T = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{3}{2\pi} R \alpha_{new} + \frac{1}{2} R, & \frac{\pi}{3} + nT \leq \alpha_{new} \leq \frac{2\pi}{3} + nT, \quad n = 1, 2, \dots, \quad T = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \\
& \alpha_{new} = \alpha + \theta \\
& -75^\circ < \theta < 75^\circ
\end{aligned} \right. \quad (5-29)
\end{aligned}$$

### 5.2.3 改善后选址模型的求解

相比于上一问这一问所建立的模型只是在上一问的基础上增添了一个目标函数以及约束条件，因此采用了与上一问一样的求解思路，具体过程见 4.1.4，最终可以得到结果如表 3 所示：

表 3 旋转角度和业务覆盖率

旋转角度 $\theta$	业务总量覆盖率 $H$
59.8°	91.76%

结果表明考虑到实际建站的扇区角度问题，业务覆盖率仍大于 90%，说明模型有效。最优选址部分结果见表 4 所示，具体结果见附件。

表 4 更新模型最优选址结果

id	坐标	类型	id	坐标	类型
1	(34,102)	微基站	11	(435,15)	微基站
2	(68,357)	微基站	12	(1456,18)	宏基站
3	(364,9)	微基站	13	(648,465)	微基站
4	(43,644)	宏基站	14	(1344,2024)	宏基站



5	(98,24)	宏基站	15	(960,285)	微基站
6	(435,68)	微基站	16	(1157,878)	微基站
7	(1056,563)	宏基站	17	(10,687)	微基站
8	(46,544)	微基站	18	(77,1145)	宏基站
9	(28,2060)	宏基站	19	(65,504)	微基站
10	(32,124)	微基站	20	(63,2025)	宏基站

将求解结果进行可视化的地图如图 8 所示，图中红色代表微基站，蓝色代表宏基站。

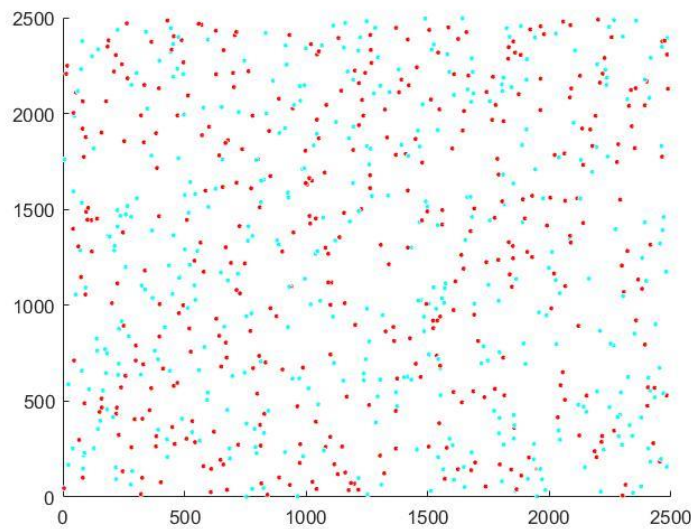


图 8：更新模型选址结果的可视化

### 5.3 问题三模型的建立与求解

#### 5.3.1 聚类规则以及方法

在建立基站的过程中，为了更好的解决弱覆盖问题通常会对弱覆盖区域进行聚类，将距离近的弱覆盖区域聚成一类以便对不同的区域实行不同的基站建立方案。但为了更加方便的解决信号覆盖差的问题往往只考虑距离的实际地理的分布是不够的，还需要考虑到不同弱覆盖区域需求点的需求量问题，将距离近、需求量相当的点归为一类，往往可以更为精准的解决基站建设问题。本文在原有要求的基础上又加入了工业量这一规则来达到聚类的效果。

对于传统的聚类方法，例如 K-means 算法，聚类的数目是由用户自己来设定，不同的数目，由于聚类中心的敏感程度，往往会产生不同的局部最优解，这就会导致结果充满了主观性<sup>[2]</sup>，不适合本文中的基站建设问题。和 K-means 算法相比，AP 聚类算法仅避免了这些问题而且相对与一般算法更为简单，高效。而对于原始的 AP 聚类算法偏向参数  $p$  和阻尼因子  $\lambda$  不同的选择会产生聚类的准确性以及收敛速度。由于一般的 AP 算法一般有固定的取值范围，那么对于数据量大的数组来说采取这种方法不仅会导致聚类结果的准确性降低还会影响算法的收敛程度。

在文献[3]中对自适应算法进行了优化，利用改进后的算法可以通过固定步长对偏向参数  $p$  进行干涉来得到最优的偏向参数，当因数据量过大发生震荡时，该算法也会对震荡进行调节，最终削减了 AP 聚类算法因参数值所带来的影响。但是由于难以对

什么是大数据量进行界定，没有找到相关的门限值，因此本文选取了 AP 聚类算法以及自适应 AP 聚类算法两种方法对数据进行聚类划分，通过结果比较以及时间复杂度分析，来得到最优的方案以及最终的聚类结果。

### 5.3.2 聚类模型的建立

#### ➤ AP 聚类算法：

AP 聚类算法是一种类似于近邻传播数据的方式，通过不同数据之间不断的传递信息，通过对消息的不断更新迭代，从而选出聚类的中心最后得到最优的聚类结果。在这里将附件 1 中弱覆盖的信息当作这里需要聚类的数据集  $X=\{x_1, x_2, x_3\}$ ，对于每一个数据集由该点的  $x$  坐标， $y$  坐标以及工业量三个部分组成，通过这三个元素来达到需求的距离最近以及工业量最大这两个规则。那么对于其中任意两个数据点，这两个点的相似度为：

$$S(m, n) = -||x_m - x_n|| \quad (5-30)$$

其中  $x_m, x_n$  为数据集当中任意的两点，为了更好的表示这个算法的详细流程这里引入了两个新的变量，一个为  $R(m, n)$  即为两个数据点见的吸引程度，另一个变量为  $Z(m, n)$  即为  $m$  对  $n$  的支持程度。初始时，矩阵  $R(m, n)$ ， $S(m, n)$  均为零矩阵，通过式（4-31）来对填充矩阵  $R(m, n)$ ：

$$R(m, n) = \begin{cases} S(m, n) - \max\{Z(m, j) + S(m, j)\} & m \neq j \\ S(m, n) - \max\{S(m, j)\} & m = j \end{cases} \quad (5-31)$$

$$R(m, n) = (1 - \lambda)R(m, n) + \lambda R(m, n)'$$

上述两式当中  $R(m, n)'$  为上一次所得到的  $R(m, n)$  的值， $\lambda$  为阻尼系数，通常取值为（0.5-0.9）在这里的取值为 0.5。再通过式（4-32）来填充矩阵  $Z(m, n)$

$$Z(m, n) = \begin{cases} \min \left\{ 0, R(k, k) + \sum_{m \neq j, k \neq j} \max\{0, R(j, k)\} \right\}, & m \neq k \\ \sum_{k \neq j} \max\{0, R(j, k)\}, & m = j \end{cases} \quad (5-32)$$

$$Z(m, n) = (1 - \lambda)Z(m, n) + \lambda Z(m, n)'$$

上述两式当中  $Z(m, n)'$  为上一次得到的  $Z(m, n)$  的值。

通过不断的循环直到算法收敛或是达到最大值，此时便会得到聚类中心，通过产生的聚类中心将数据点分配给距离最近的聚类中心所属的类，最终便会得到聚类结果。

#### ➤ 自适应 AP 聚类算法：

自适应 AP 聚类算法是在 AP 聚类算法的基础上改进了两个方面，首先是对聚类数目的改进，通过设定一个  $p$  的取值<sup>[4]</sup>，不断的迭代在算法中得到的聚类数目，通过将  $p$  值按步长不断减小，以此得到一些列的  $k$  值，通过轮廓系数<sup>[5]</sup>来得到最优的聚类效果，其次通过不断的改变  $\lambda$  的值来消除震荡的影响，通过引入震荡度的概念来检测是否发生震荡<sup>[6]</sup>，震荡都越大，算法震荡越厉害，反之震荡越小，当发生震荡时，通过增大  $\lambda$  值来减小震荡，不断重复直至算法结束。具体过程如图 9 所示：

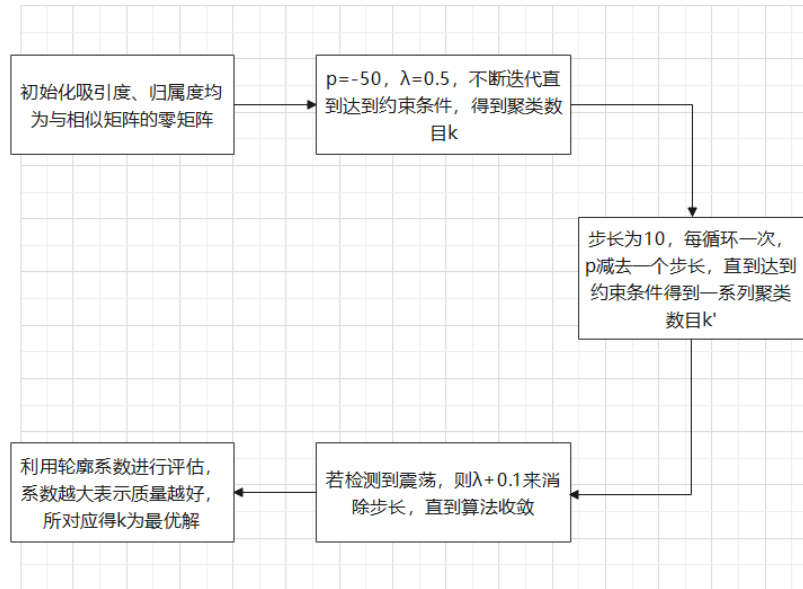


图 9: 自适应 AP 聚类模型流程

### 5.3.3 聚类模型的求解

本文在对弱覆盖点进行聚类时，首先排除了在位置上一些相对独立的点，但是为了更加方便解决信号覆盖差的问题，这里不仅要考虑地理位置上的聚类，也要综合业务量的需求进行聚类，所以对于上述聚类算法的输入为坐标和业务量。将附件 1 中的数据代入上述聚类模型，分别用 AP 聚类算法和改进后的自适应 AP 聚类算法进行求解并进行对比，具体结果如表 5 所示。

表 5 聚类算法结果对比

算法类型	$\lambda$	p	n	sil	迭代次数
AP	0.5	-50	48	0.457	1865
自适应 AP	0.9	-120	20	0.765	55

由表 5 中的数据可知，AP 聚类算法的阻尼因子取 0.5、偏向参数取-50，AP 的聚类数目为 48，而自适应 AP 的聚类数目为 20。而自适应 AP 的聚类质量为 0.765 也明显大于 AP 的聚类质量为 0.457，进而证明 AP 聚类算法大大提高了聚类的准确性。AP 的迭代次数远大于自适应 AP 的迭代次数，所以说明自适应 AP 的收敛速度要明显快于 AP 的收敛速度。由此可以得出：自适应 AP 算法的准确性和聚类效果均得到提高，运行速率也得到了提升。图 10 和图 11 分别为 AP 聚类算法和自适应 AP 聚类算法的坐标对比图。

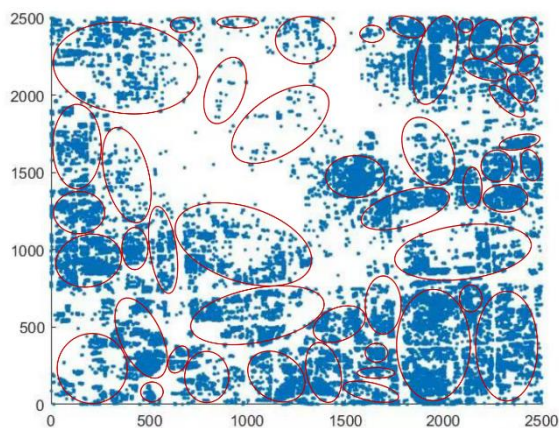


图 10 AP 算法聚类结果

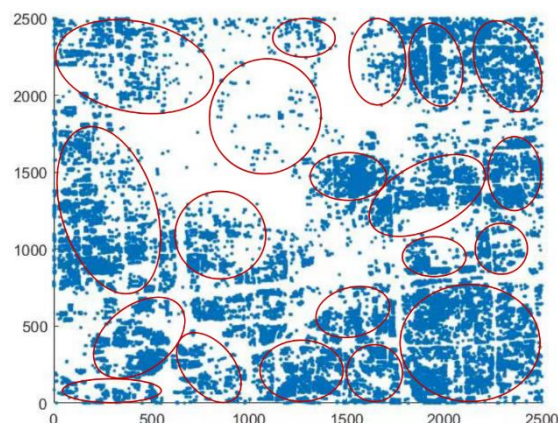


图 11 自适应 AP 算法聚类结果

## 六、灵敏度分析

在实际基站选址问题中，存在着大量的环境变量，比如扇区主方向旋转角度、基站之间的门限、覆盖范围等因素。因为扇区主方向旋转角度直接影响着业务总量的覆盖率，而其他环境变量均为题目给定的确定条件。所以这里令问题二中最优旋转角度  $\theta = 59.8^\circ$  为初值，令其上下波动 5%，利用 MATLAB 绘制旋转角度  $\theta$  与业务总量覆盖率  $H$  之间的关系如图 10 所示：

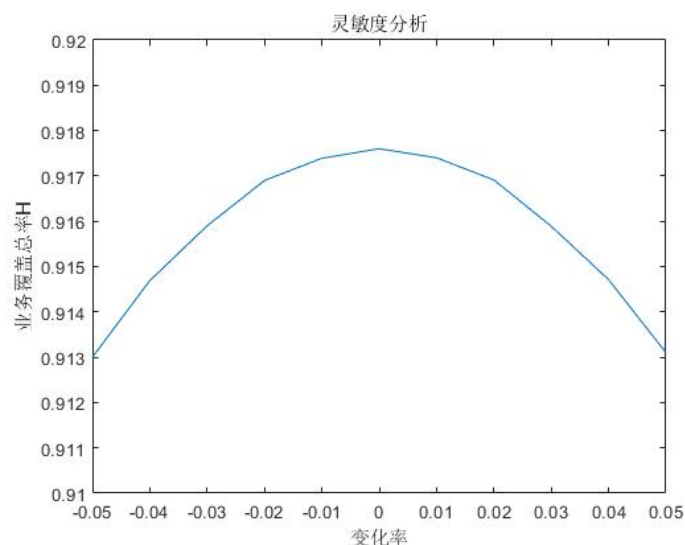


图 12 灵敏度分析结果

结果表明，业务总量覆盖率对旋转角度的变化不是特别敏感。当  $\theta$  为问题二求解的最佳旋转角度  $59.8^\circ$  时，业务总量覆盖率最大，当旋转角度不管往哪个方向变化时，业务总量覆盖率都有轻微的减小，但仍然大于 90%，说明问题二的模型稳定且准确。

## 七、模型的评价、改进与推广

### 7.1 模型的优点

1.模型保证在成本最低的情况下，在居民密集区即业务量大的地区提高了信号的覆盖率，使模型求解的结果更加科学。并且模型在建立的过程中尽可能地减少重复覆盖区域，解决了因信号重复覆盖而导致的信号质量下降和成本增加的问题。

2.当基站的覆盖区域发生改变时，所建立的模型可以根据不同弱覆盖区域的不同需求范围得到不同的策略，更加贴合实际。

3.在聚类的过程中不仅仅考虑到了基站间地理位置最近这个聚类规则，而且在此基础上对分类标准增添了业务量大小这一指标，使得业务量相近的点在一个区域内，方便更好的进行规划。

### 7.2 模型的缺点

1.所建立的模型过于复杂，在实际应用的过程可能会耗费更多的时间。

2.在覆盖范围随线性减少的过程中，仅仅考虑了一种线性关系，对于其余的线性关系没有具体讨论，在实际运用中可能会造成一定的误差。

### 7.3 模型的推广与改进

基站选址优化是 5G 网络建设以及网络优化中的重要组成部分。即在信号质量、建设成本、覆盖限制，以及基站数量和位置已知的情况下，对其他网络参数进行了优化，目标是以较低的基站建设成本实现高覆盖率网络的速率。目前正是 5G 网络建设的重要时期，合理的规划基站位置对于降低成本提高用户满意度十分的重要。该模型在一个特定的区域对弱覆盖区域进行基站选址以及基站选择并建设。参考实际，这里可以认为现网基站为现如今已经广泛建设的 4G 基站，而弱覆盖区要建立的新的基站为 5G 网络所要建设的基站，利用该模型可以对 5G 基站的建设提出建设性的意见。但是该模型需要结合实际的地形以及更为先进的覆盖区域设计来运用到当今的基站建设中，并且对于一些模型中参数的设置可以通过模拟已有的数据来获得合适的指标。

## 八、参考文献

- [1]朱思峰,刘芳,柴争义.基于免疫计算的 TD-SCDMA 网络基站选址优化[J].通信学报,2011,32(01):106-110+120.
- [2]段明秀. 层次聚类算法的研究及应用[D].中南大学,2009.
- [3] 赖健琼. 自适应 AP 聚类算法研究 [J]. 计算机时代 ,2022(04):38-42.DOI:10.16644/j.cnki.cn33-1094/tp.2022.04.010.
- [4]魏宗田,方慧,李银奎.基于网络选址的设施系统可靠性[J].山东大学学报(理学版),2020,55(10):77-82.
- [5] 曹宾,林亮,李云,等.区块链研究综述[J].重庆邮电大学学报 (自然科学版),2020,32(1):1-14
- [6] 李菊雁,马春光,袁琪 . 一种基于 LWE 的 BGN 加密及门限 加密方案[J].电子科技大学学报,2018,47(1):95-98,111

## 附录

### 附录 1

介绍：问题一和问题二蒙特卡洛模拟和 TOPSIS 法联合求解

```
clear;
clc;
rand('state',sum(clock));
water_real=inf;
tic
n = 1000000000000;

for i=1:n
    x1=10;
    s1=1;
    x=randi([0,2],2500,2500);
    if (every_res(1)>= require(1)) & (every_res(2)>=
require(2)) & (every_res(3)>= require(3))& (every_res(4)>=
require(4)) & (every_res(5)>= require(5))
        if n_ge + meigehu_res(1)<=N_ge*beta && n_hu +
meigehu_res(2)<=N_hu*beta + aphla*n_hu

            water_all =
meigehu_res(1)+meigehu_res(2)+n_ge+n_hu

            if water_all < water_real

                water_real = water_all;
                res_real = res;
            end
        end
    end
end

toc
water_real
res_real
scatter(x_ruo,y_ruo, '.')
hold on;
scatter(x_old,y_old, '.')
grid on
x_index=[];
y_index=[];
type=[];
n=845;
```



```

for i=1:n
    a = randi([1,2499],1,2);
    b = randi([1,2499],1,2);
    c=randi([0,1],1,n);
    x_index=[x_index,a(1)];
    y_index=[y_index,a(2)];

    type=[type,c(i)];
end

[x,y] = meshgrid(0:1:2499);
z = peaks(91);
figure(1);
surf(x,y,z); colorbar figure(2);
pcolor(x,y,z); colorbar

for i=1:400
    a = randi([50,2450],1,2);
    b = randi([50,2450],1,2);
    hold on;

    viscircles([a(1) a(2)],10,'Color','r');
    hold on;
    viscircles([b(1) b(2)],30,'Color','c')
end
Z = X ./ repmat(sum(X.*X) .^ 0.5, n, 1);

Judge = input('是否需要权重: ');
if Judge == 1
    Judge = input('熵权法确定权重输入1否则0: ');
    if Judge == 1
        if sum(sum(Z<0)) >0

            for i = 1:n
                for j = 1:m
                    Z(i,j) = [X(i,j) - min(X(:,j))]/
[max(X(:,j)) - min(X(:,j))];
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
        weight = Entropy_Method(Z);

    else

        weight = input(['输入num2str(m)个权数, 权重: ']);

        OK = 0;
        while OK == 0
            if abs(sum(weight) -1)<0.000001 && size(weight,1)
== 1 && size(weight,2) == m
                OK =1;
            else
                weight = input('有误, 重新输入: ');
            end
        end
    end
end
else
    weight = ones(1,m) ./ m ;
end

D_P = sum([(Z - repmat(max(Z),n,1)) .^ 2] .*
repmat(weight,n,1) ,2) .^ 0.5;
D_N = sum([(Z - repmat(min(Z),n,1)) .^ 2] .*
repmat(weight,n,1) ,2) .^ 0.5;
S = D_N ./ (D_P+D_N);
stand_S = S / sum(S)
[sorted_S,index] = sort(stand_S , 'descend')

```