

Introdução à Arquitetura de Computadores

Pedro M. Lavrador

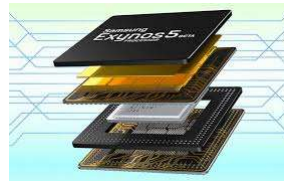
Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática
Universidade de Aveiro
plavrador@ua.pt

Índice

- Introdução
 - Objetivos e Programa
 - Bibliografia
 - Avaliação
 - Princípios Básicos da Arquitetura de Computadores
- Representação da Informação nos Computadores
 - O sistema binário
 - Representação de números inteiros
 - Conversão entre bases
 - Números negativos:
 - Sinal e módulo
 - Complemento para 2
 - Números reais.
 - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
 - O standard IEEE 754
 - Outros Tipos de Dados

Introdução

- Os microprocessadores são o componente que mais contribuiu para a revolução tecnológica do mundo em que vivemos.



09/03/2022

PML – IAC - 2022

3

Introdução

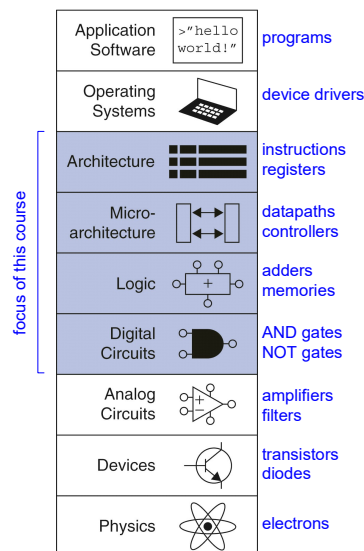
- Hardware ou Software?
 - Não vivem isolados.
 - Um é projetado em função do outro.
- Para ser especialista num dos domínios é preciso ter uma visão das capacidades e limitações do outro.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

4

Introdução



09/03/2022

PML – IAC - 2022

5

Objetivos da Disciplina

- **Conhecer as formas de representação da informação nos computadores digitais**, com relevo para a representação da informação numérica e as operações aritméticas básicas.
- **Conhecer as operações lógicas** e as componentes eletrônicas que as realizam.
- **Compreender o funcionamento dos sistemas com memória e o funcionamento dos principais dispositivos de armazenamento de informação.**

09/03/2022

PML – IAC - 2022

6

Objetivos da Disciplina

- Compreender a organização interna dos computadores digitais.
- Compreender os mecanismos de comunicação do computador com o exterior.
- Adquirir familiaridade com a arquitetura de processadores através da programação em *assembly*.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

7

Programa

- I – Introdução: sistemas de computação de uso geral. Microprocessadores.
- II – Representação da informação e operações básicas
 - Tipos de dados e sua representação
 - O bit como unidade de informação
 - Aritmética Binária
 - Operações lógicas e Álgebra de Boole
- III – Circuitos Lógicos
 - Portas Lógicas: NOT, OR, NOR, AND, NAND
 - Blocos Combinatórios
 - Dispositivos de Armazenamento de Informação. Registos.
 - Memórias.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

8

Programa

- IV – O Modelo de Von Neumann
 - Estrutura de um processador
- V – A arquitetura MIPS
 - Modelo de programação; tipos de instruções
- VI – A linguagem *assembly* e o *assembler*
- VII – Organização interna do processador
 - Unidades Operativas e de Controlo.
 - Implementação *Single* ou *Multi Cycle*
- VIII – Comunicação com o exterior: entrada e saída de dados

09/03/2022

PML – IAC - 2022

9

Bibliografia

- D.M.Harris and S.L.Harris, *Digital Design and Computer Architecture*, 2nd. Edition, Morgan Kaufmann, 2013.
- D.A.Patterson, J.Hennessy, *Computer Organization and Design – the hardware/software interface*, Elsevier.
- Y.N. Patt, S.J.Patel, *Introduction to Computing Systems – from bits & gates to C & beyond*, 2nd edition, McGraw_Hill Education, Indian edition.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

10

Avaliação

- A Nota da disciplina é obtida pela média ponderada das notas da componente teórica e prática.

$$\text{NotaFinal} = 60\% \times \text{NT} + 40\% \times \text{NP}$$

- A nota final da **Componente Teórica** obtém-se da média ponderada de dois elementos de avaliação:
 - Um teste escrito presencial (T1) com um peso de 50% na nota final, a realizar na aula teórica de **6 de Maio** de 2022
 - Um teste escrito presencial (T2) com um peso de 50% na nota final, na época de exames.

$$\text{Nota_Teórica} = \text{Nota_T1} \times 0.5 + \text{Nota_T2} \times 0.5$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

11

Avaliação

- A Nota da disciplina é obtida pela média ponderada das notas da componente teórica e prática.

$$\text{NotaFinal} = 60\% \times \text{NT} + 40\% \times \text{NP}$$

- A nota final da **Componente Prática** obtém-se da média ponderada de três elementos de avaliação:
 - Um teste escrito presencial (TP1) com um peso de 40% na nota final, a realizar nas aulas P de 11 e 12 de Abril
 - Um teste escrito presencial (TP2) com um peso de 50% na nota final, a realizar na época de exames.
 - Uma componente de Avaliação do Desempenho nas Aulas Práticas

$$\text{Nota_Prática} = \text{AC} \times 0.1 + \text{P1} \times 0.4 + \text{P2} \times 0.5$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

12

Avaliação

- Em cada uma das duas componentes de avaliação (Teórica e Prática) é necessário obter pelo menos 7.0 valores para obter aprovação à disciplina.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

13

Regime de Faltas

- Todos os estudantes que, não usufruindo do estatuto de trabalhador-estudante no corrente ano letivo, **faltem injustificadamente a mais de 20% das aulas práticas reprovam automaticamente** à disciplina ficando impedidos de se apresentar a qualquer prova da mesma durante o corrente ano letivo.
- A justificação de faltas deve ser entregue na secretaria do DETI, no prazo máximo de 10 dias de acordo com o regulamento de Estudos, a qual remeterá cópia para o docente coordenador da disciplina.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

14

Princípios Básicos da Arquitetura de Computadores

- **Abstração:**
 - Esconder os detalhes sempre que não são necessários;
- **Disciplina:**
 - Restringir intencionalmente as liberdades (por exemplo usando tensões digitais e não contínuas)
- **Hierarquia**
 - Dividir um sistema em módulos e sub-módulos
- **Modularidade**
 - Cada um dos módulos tem interfaces bem definidos
- **Regularidade**
 - Sempre que possível reutilizar os módulos já disponíveis.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

15

A abstração Digital

- A maioria das grandezas físicas são contínuas:
 - A temperatura da sala;
 - Uma frequência de oscilação;
 - A tensão num circuito;
 - A posição de um corpo;
- A abstração digital leva-nos a considerar apenas um subconjunto discreto de todos os valores possíveis.
 - Se considerarmos um conjunto suficientemente grande podemos ter aproximações boas. (vídeo e áudio).

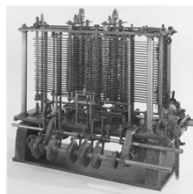
09/03/2022

PML – IAC - 2022

16

Um pouco de história...

- O primeiro computador...
- ... foi projetado por Charles Babbage entre 1834 e 1871.
- Foi o primeiro computador digital, construído com engrenagens mecânicas onde cada “roda” representava um valor discreto entre 0 e 9.
- A máquina consegue calcular 25 dígitos.



09/03/2022

PML – IAC - 2022

17

Um pouco de história...

- Ao contrário da máquina de Babbage, a maioria dos computadores atuais usa uma representação binária.
- A quantidade de informação numa variável discreta com N níveis é medida em número de bits de acordo com a seguinte expressão:

$$D = \log_2 N \quad (\text{bits})$$

- R, Y, G -> 3 níveis -> 2bits $2^2 = 4$
- 7 níveis -> 3 bits $2^3 = 8$
- 0-20 -> 21 níveis $\log_2(21) = 4.12... \rightarrow 2^5 = 32$

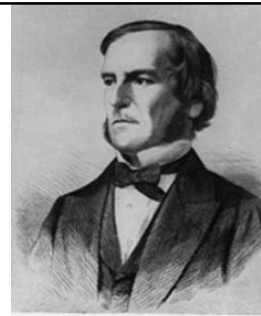
09/03/2022

PML – IAC - 2022

18

Um pouco de história

- **George Boole (1815-1864)**
 - Filho de pais operários, aprendeu por si matemática.
 - Juntou-se depois ao Queen College na Irlanda.
- Introduziu as variáveis binárias e os três operadores lógicos fundamentais: AND, OR e NOT
- Foi o precursor da lógica binária na qual se baseiam atualmente os sistemas digitais.



Scanned at the American
Institute of Physics

09/03/2022

PML – IAC - 2022

19

Índice

- **Introdução**
 - Objetivos e Programa
 - Bibliografia
 - Avaliação
- **Representação da Informação nos Computadores**
 - O sistema binário
 - Representação de números inteiros
 - Conversão entre bases
 - Números negativos:
 - Sinal e módulo
 - Complemento para 2.
 - Números reais.
 - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
 - O standard IEEE 754
 - Outros Tipos de Dados

09/03/2022

PML – IAC - 2022

20

Sistemas de Numeração

- O que é um número?
 - Número é uma *coleção de unidades*, Tales de Mileto, sec. VI a.c.
 - Número é a *relação entre a quantidade e a unidade*, Isaac Newton. sec. XVII.
- Importa distinguir o número da sua representação.
 - 12 é sempre “uma dúzia”
 - Quer seja 12, XII, doze, twelve, C_{16} , 14_8 , 1100_2 , ...

09/03/2022

PML – IAC - 2022

21

Sistemas de Numeração: Decimal

- Sempre trabalhamos com números decimais
 - (porque temos 10 dedos!)
- Em sistemas digitais (com 0's e 1's) o sistema binário ou hexadecimal é mais conveniente.
- No sistema decimal temos 10 dígitos: 0, 1, 2, ..., 9 e o valor de cada um deles depende da posição que ocupa:



09/03/2022

PML – IAC - 2022

22

Sistemas de Numeração: Decimal

- Qual a **gama de representação** que podemos ter num número decimal com N algarismos?
 - Por exemplo:
 - Com 2 algarismos podemos escrever 100 números diferentes: 0, 1, 2, ..., 99.
 - Com N algarismos podemos escrever 10^N números distintos entre 0 e 10^N-1 .
 - Ao conjunto de números que podemos escrever com N algarismos chamamos **gama de representação**.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

23

Sistemas de Numeração: Binário

- Os bits representam dois valores possíveis e podem ser agrupados para formar números binários. (em base 2).
- Um número binário com 4 bits na forma:

$$b_3 b_2 b_1 b_0$$
- Tem o valor:

$$b_3 * 2^3 + b_2 * 2^2 + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

24

Sistemas de Numeração: Binário

- Um número binário geral com N bits na forma:

$$b_{N-1} \dots b_3 b_2 b_1 b_0$$

- Tem o valor:

$$\sum_{n=0}^{N-1} b_n 2^n$$

- A **gama de representação** de um número binário com N bits é 0, 1, ..., $2^N - 1$.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

25

Sistemas de Numeração: Binário/Decimal

- Os números decimais:

$$\begin{array}{cccc} 1000's & 100's & 10's & 1's \\ 5 & 3 & 7 & 4 \end{array}_{10}$$

- Os números binários:

$$\begin{array}{cccc} 8's & 4's & 2's & 1's \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}_2$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

26

Sistemas de Numeração: Binário

- Para trabalhar fluentemente em binário é útil conhecer as potências de 2:

$2^0 =$	1
$2^1 =$	2
$2^2 =$	4
$2^3 =$	8
$2^4 =$	16
$2^5 =$	32
$2^6 =$	64
$2^7 =$	128
$2^8 =$	256
$2^9 =$	512
$2^{10} =$	1024
$2^{11} =$	2048

09/03/2022

PML – IAC - 2022

27

Sistemas de Numeração: Conversão entre bases

- Converter para Decimal:
 - Fazer a soma de cada dígito b_n multiplicado pela potência de 2 correspondente:

$$valor = \sum_{n=0}^{N-1} b_n 2^n$$

- Converter para Binário:
 - Fazer divisões sucessivas por 2 até obter quociente 0.
 - O número em binário é o conjunto dos restos das divisões dispostos pela ordem inversa.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

28

Sistemas de Numeração: Conversão entre bases

- Converter para Decimal:

10011_2

01101_2

- Converter para Binário:

47_{10}

31_{10}

Sistemas de Numeração: Hexadecimal

- Escrever longas sequências binárias é chato e muito suscetível a erros.
- Um grupo de 4 bits, representa uma de $2^4=16$ possibilidades.
- Assim é possível e mais cómodo trabalhar num sistema de base 16, chamado hexadecimal.
- Os algarismos hexadecimais são:
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Sistemas de Numeração: Hexadecimal

Hexadecimal	Decimal	Binário
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

09/03/2022

PML – IAC - 2022

31

Sistemas de Numeração: Hexadecimal

- Conversão binária para hexadecimal:
 - $1111010_2 =$
 - $0111101_2 =$
- Conversão decimal para hexadecimal e binário:
 - $333_{10} = ?_2 = ?_{16}$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

32

Sistemas de Numeração: Jargão

- Um byte é um conjunto de 8 bits:
 - Pode representar $2^8 = 256$ valores diferentes.
- Um *nibble* é um meio byte (4 bits):
 - Pode representar $2^4 = 16$ valores diferentes.
- Um processador opera sobre conjuntos de bits chamados **palavras** (word):
 - O tamanho da palavra depende da arquitectura.
(Atualmente a maioria dos processadores são de 64 bits o que significa que operam sobre palavras de 64 bits.)

09/03/2022

PML – IAC - 2022

33

Sistemas de Numeração: Jargão

- Dentro de um grupo de bits chama-se **bit menos significativo** (*lsb*) ao da direita e **bit mais significativo** ao mais à esquerda (*msb*).
- Dentro de uma palavra chama-se **byte menos significativo** (*LSB*) ao da direita e **byte mais significativo** ao mais à esquerda (*MSB*).
- O prefixo grego *kilo*, que designa 10^3 , é reutilizado em binário para designar $2^{10}=1024$.
 - Mega designa 2^{20} , Giga 2^{30} , e assim sucessivamente.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

34

Adição Binária

- A adição binária funciona do mesmo modo que a adição decimal.
 - É até mais simples de efetuar porque a tabela de somas é menor:
 - $0+0 = 0$
 - $0+1 = 1+0 = 1$
 - $1+1 = 0$ e vai 1 para a esquerda (*carry*).

$\begin{array}{r} 11 \\ 4277 \\ +5499 \\ \hline 9776 \end{array}$	$\xleftarrow{\text{carry}} \quad \xrightarrow{\text{carry}}$	$\begin{array}{r} 11 \\ 1011 \\ +0011 \\ \hline 1110 \end{array}$
---	--	---

09/03/2022

PML – IAC - 2022

35

Adição Binária

- Calcule a soma binária:
 - $0110_2 + 0101_2 =$
 - $1001_2 + 0011_2 =$
 - $1101_2 + 0101_2 =$
- Quantos bits são necessários para representar o resultado?
 - Poderá ocorrer *overflow*?

09/03/2022

PML – IAC - 2022

36

Adição Binária: Overflow

- As máquinas digitais operam com um número fixo de bits.
- Se o resultado da soma exceder o número de bits disponível dizemos que ocorreu *overflow*.
- Por exemplo num sistema de 4 bits $1100_2 + 0110_2$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 1100 \\
 +0110 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

- Não é representável com 4 bits, logo origina um *overflow*.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

37

Índice

- Introdução
 - Objetivos e Programa
 - Bibliografia
 - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
 - O sistema binário
 - Representação de números inteiros
 - Conversão entre bases
 - Números negativos:
 - Sinal e módulo
 - Complemento para 2.
 - Números reais.
 - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
 - O standard IEEE 754
 - Outros Tipos de Dados

09/03/2022

PML – IAC - 2022

38

Representação de Números com Sinal

- Até aqui apenas vimos a representação de números positivos (ou sem sinal).
- Se quisermos tratar números positivos e/ou negativos precisamos de um sistema de numeração diferente.
- Uma representação em Sinal e Módulo é, para nós, a mais intuitiva.
 - Porque é a que estamos habituados.
- Nesta representação o bit mais significativo representa o sinal e os restantes o módulo.
- Implicações:
 - Uma vez que bit mais significativo representa o sinal é preciso fixar o número de bits

09/03/2022

PML – IAC - 2022

39

Representação de Números com Sinal

- Representação sinal e módulo:
 - Um número com N bits em sinal e módulo tem 1 bit (o da esquerda) para representar o sinal e N-1 bits para representar o módulo.
- Qual a representação de +3 e -3, em sinal e módulo com 4 bits?
 - $+3 = 0011$ $-3 = 1011$
- Qual o valor mínimo e máximo que se pode representar em sinal e módulo com N bits?
 - Máximo = $2^{N-1}-1$
 - Mínimo = $-(2^{N-1}-1)$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

40

Representação de Números com Sinal

- Representação sinal e módulo:
- Vantagens:
 - Intuitiva
- Desvantagens:
 - Dupla representação para zero (+0 e -0)
 - A realização de somas não é imediata, por exemplo $+3 + (-3)$, não faz sentido (implica cálculos auxiliares)!

09/03/2022

PML – IAC - 2022

41

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- A representação de um número em complemento para 2 é idêntica à representação de números sem sinal, exceto que o bit mais significativo em vez de valer 2^{N-1} vale -2^{N-1} .
- Por exemplo, em complemento para 2, com 4 bits:

– Zero escreve-se:	0000	$0*(-2^3)+0*2^2+0*2^1+0*2^0$
– O mais positivo é:	0111	$0*(-2^3)+1*2^2+1*2^1+1*2^0$
– O mais negativo é:	1000	$1*(-2^3)+0*2^2+0*2^1+0*2^0$
– -1 escreve-se:	1111	$1*(-2^3)+1*2^2+1*2^1+1*2^0$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

42

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Em complemento para 2, com N bits:
 - O mais positivo é $2^{N-1}-1$
 - O mais negativo é -2^{N-1}
- O bit mais significativo em complemento para dois pode ser visto como o sinal do número:
 - Os números positivos em complemento para dois têm o bit mais significativo 0 e os negativos têm bit mais significativo 1.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

43

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- O valor de um número negativo em complemento para 2 pode ser obtido num processo que chamamos **calcular o complemento para 2** que consiste em inverter todos os bits e somar 1.
 - A representação em complemento para 2 com 4 bits de -3?

$$3_{10} = 0011_2$$
 - O complemento para 2 de 0011_2 é:

$$1100_2 + 1$$
 - Logo -3 em complemento para 2 com 4 bits escreve-se:

$$1101_2$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

44

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Qual o valor de 1001_2 assumindo que está representado em complemento para 2 com 4 bits?
 - O bit mais significativo é 1, logo o número é negativo.
 - Então precisamos de calcular o complemento para 2, negando todos os bits e somando 1:

$$0110_2 + 1 = 0111_2$$

$$= 7$$
 - Concluimos que 1001_2 representa o -7.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

45

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- A **vantagem esmagadora** do complemento para 2 é que as somas funcionam de modo transparente quer se trate de números positivos quer sejam negativos.
- Exemplo $+2_{10} + (-1_{10})$ (com 4 bits)
 - $2_{10} = 0010_2$
 - $1_{10} = 0001$ em complemento para 2: $1110_2 + 1 = 1111_2$

Importante:

Desaparece porque estamos em 4 bits

$$\begin{array}{r}
 1110 \\
 0010 \\
 +1111 \\
 \hline
 10001
 \end{array}$$

→ ~~1~~

09/03/2022

PML – IAC - 2022

46

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Exemplo $+5_{10} + (-3_{10})$ (com 4 bits)
 - $5_{10} = 0101_2$
 - $-3_{10} = 1101_2$
 - $3_{10} = 0011$ em complemento para 2: $1100_2 + 1 = 1101_2$

$$\begin{array}{r}
 1101 \\
 0101 \\
 +1101 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

X

09/03/2022

PML – IAC - 2022

47

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Exemplo $+3_{10} + (-5_{10})$ (com 4 bits)
 - $3_{10} = 0011_2$
 - $-5_{10} = 1011_2$
 - $5_{10} = 0101$ em complemento para 2: $1010_2 + 1 = 1011_2$

$$\begin{array}{r}
 011 \\
 0011 \\
 +1011 \\
 \hline
 1110
 \end{array}$$

- 1110_2 em complemento para 2 é $0001 + 1 = 0010 = 2$
- $1110_2 = -2$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

48

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Detecção de Overflow

- Exemplo $+3_{10} + (5_{10})$ (com 4 bits)

$$- 3_{10} = 0011_2$$

$$- 5_{10} = 0101_2$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 0011 \\ +0101 \\ \hline 1000 \end{array}$$

- A soma de dois números positivos deu um número negativo!
 - Ocorreu overflow!

09/03/2022

PML – IAC - 2022

49

Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Detecção de Overflow:
 - Um **overflow ocorre se a soma de dois números positivos** for maior que o máximo positivo representável ($2^{N-1}-1$), ou seja **originar um número negativo**.
 - Ou se a **soma de dois números negativos** for menor que o menor número representável (-2^{N-1}), ou seja **originar um número positivo**.
 - Nunca ocorre overflow quando somamos números de sinais diferentes. (Porquê?)
- A existência de um carry out no bit mais significativo não é indicadora de overflow.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

50

Representação de Números com Sinal

- Extensão do número de bits.
- Podemos necessitar de mudar o número de bits usado na representação de um número.
- Em números sem sinal:
 - Basta acrescentar zeros à esquerda.
- Em sinal e módulo:
 - Mudamos o sinal para a esquerda e acrescentar zeros no módulo.
- Em complemento para 2:
 - Acrescenta-se o sinal à esquerda:
 - 0's se o número é positivo
 - 1's se o número é negativo

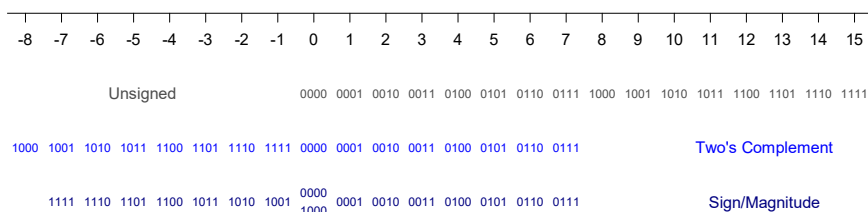
09/03/2022

PML – IAC - 2022

51

Comparação de Representação de Números

Sistema Numeração	Gama
Sem sinal	$[0, 2^N-1]$
Sinal e Módulo	$[-(2^{N-1}-1), 2^{N-1}-1]$
Complemento para 2	$[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$



09/03/2022

PML – IAC - 2022

52

Índice

- Introdução
 - Objetivos e Programa
 - Bibliografia
 - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
 - O sistema binário
 - Representação de números inteiros
 - Conversão entre bases
 - Números negativos:
 - Sinal e módulo
 - Complemento para 2.
 - Números reais.
 - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
 - O standard IEEE 754
 - Outros tipos de Dados

09/03/2022

PML – IAC - 2022

53

Representação da Informação nos Computadores

Representação de Números Reais

- Até aqui vimos como representar quantidades inteiras (positivas e/ou negativas).
- Podemos generalizar a representação de inteiros na base 2, para representar números reais usando a virgula, à semelhança do que fazemos em base 10:

$$\text{Parte_Inteira, Parte_Fracionária}$$

$$x = b_3 b_2 b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} b_{-3}$$

$$x = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0 + b_{-1} 2^{-1} + b_{-2} 2^{-2}$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

54

Representação de Números Reais

- Virgula Fixa: Gama e Erro de Representação
- O Maior (e menor) valor representável é função do número de algarismos da parte inteira
- O erro de representação (absoluto) é função do número de algarismos da parte fracionária:
 - O erro é metade do peso do último algarismo. (Porquê?)

09/03/2022

PML – IAC - 2022

55

O erro de representação

- Qual o comprimento do segmento AB?



- E se mudarmos para uma régua mais fina?



- O erro máximo é sempre metade do valor do último dígito representado!

09/03/2022

PML – IAC - 2022

56

Gama e Erro de representação

- Exemplo:
 - Representação decimal, com sinal mais 3 dígitos na parte inteira e 3 dígitos na parte decimal.
 - Gama de representação =
 - Erro de representação =

09/03/2022

PML – IAC - 2022

57

Representação da Informação nos Computadores

Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária
- A virgula no sistema binário funciona do mesmo modo que no sistema decimal.
 - A função da virgula é identificar as potências de 2 positivas e as potências de 2 negativas.
- Desde que a soma (subtração) seja feita com as virgulas alinhadas **somar números inteiros ou fracionários em complemento para 2 é idêntico.**

09/03/2022

PML – IAC - 2022

58

Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária
- Exemplo:
 - Representar com 8 bits, cinco inteiros e três fracionários os números:
 - 10.25_{10}
 - 4.625_{10}
 - 2.5_{10}
 - Efetuar em complemento para 2 as operações:
 - $10.25_{10} + 4.625_{10}$
 - $4.625_{10} + 2.5_{10}$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

59

Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária: Problemas.
- Representar valores muito grandes (ou muito pequenos) em virgula fixa requer uma enorme quantidade de algarismos.
- Em decimal a solução encontrada foi a notação científica:
 - $6.02 \cdot 10^{23}$
 - $1.6 \cdot 10^{-19}$
- Isto é **Virgula Flutuante**

09/03/2022

PML – IAC - 2022

60

Representação de Números Reais

- Virgula Flutuante Binária:

$$X = \pm 1, m * 2^{exp}$$

- m: mantissa
- exp: expoente

- A mantissa determina precisão.
- O expoente determina a gama de representação.
- A representação em Virgula Flutuante expressa um compromisso entre gama de representação e precisão.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

61

O Formato IEEE 754

- Especifica o modo de representar números binários em virgula flutuante com:
 - Precisão simples: 32 bits
 - Precisão dupla: 64 bits
- As regras da soma, subtração, multiplicação e divisão, raiz quadrada, resto e comparação.
- As conversões entre formatos.
- Os modos de arredondamento.
- As exceções.
 - A representação de 0, $\pm\infty$, NaN, e valores desnormalizados.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

62

O Formato IEEE 754

Simplex 8 bits 23 bits
 Dupla 11 bits 52 bits

S	EXP	MANTISSA
----------	------------	-----------------

$$X = (-1)^S * 1, MANTISSA * 2^{(EXP - BIAS)}$$

- S: sinal (0: positivo 1: negativo)
- EXP: expoente representado em excesso do *Bias*.
 – Bias = 127 em *Single* 1023 em *Double*
- MANTISSA tem um bit escondido pois o algarismo à esquerda da virgula é sempre 1.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

63

O Formato IEEE 754

- Exemplo 1:
- Que número está representado em formato IEEE 754 precisão simples como:

1 011 1111 0 100 0000 0000 0000 0000 0000 (0xBF400000)

- Solução, determinar:

- Sinal: **1**
- Expoente: **011 1111 0**
- Mantissa: **1,100 0000 0000 0000 0000 0000**
- Escrever o número como no slide anterior.

$$X = (-1)^1 * 1,100 * 2^{(126 - 127)} = -1,1_2 * 2^{-1} = -0,75$$

09/03/2022

PML – IAC - 2022

64

O Formato IEEE 754

- Exemplo 2:
- Determinar a representação em formato IEEE 754 precisão simples do número: 5.5
- Solução:
 - Escrever o número na forma canónica.
 - Agrupar cada um dos campos nos 32 bits.

$$X = (-1)^S * 1, MANTISSA * 2^{(EXP-BIAS)}$$

0100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000 (0x40B0 0000)

09/03/2022

PML – IAC - 2022

65

O Formato IEEE 754

- Casos Especiais:

Número	Sinal	Expoente	Mantissa
0	X	00000000	000000000000000000000000
∞	0	11111111	000000000000000000000000
$-\infty$	1	11111111	000000000000000000000000
NaN	X	11111111	Non-zero

09/03/2022

PML – IAC - 2022

66

O Formato IEEE 754

- Adição:
 1. Extrair os bits do expoente e da mantissa.
 2. Acrescentar 1 à esquerda (o bit escondido) para obter a mantissa completa.
 3. Comparar os expoentes
 4. Deslocar à direita a mantissa do número menor para alinhar os expoentes.
 5. Somar as mantissas e ajustar o expoente se necessário.
 6. Arredondar o resultado
 7. Juntar expoente e fração no formato do standard

09/03/2022

PML – IAC - 2022

67

O Formato IEEE 754

- Adição exemplo:
- Somar os números seguintes representados na norma IEEE 754.

$$0x3FC00000 + 0x40500000$$

- Resolução:
- Extrair os bits do exp e mant:

$$1,1_2 * 2^0 + 1,101_2 * 2^1$$
- Alinhar os expoentes:

$$0,11_2 * 2^1 + 1,101_2 * 2^1$$
- Solução (0x4098000)

09/03/2022

PML – IAC - 2022

68

Índice

- Introdução
 - Objetivos e Programa
 - Bibliografia
 - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
 - O sistema binário
 - Representação de números inteiros
 - Conversão entre bases
 - Números negativos:
 - Sinal e módulo
 - Complemento para 2.
 - Números reais.
 - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
 - O standard IEEE 754
 - Outros Tipos de Dados

09/03/2022

PML – IAC - 2022

69

Representação da Informação nos Computadores

Representação de Caracteres

- O código ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- É um código binário que codifica 128 sinais:
 - 95 Gráficos: letras do alfabeto, caracteres de pontuação e símbolos matemáticos
 - 33 Controlo: Esc, Del, mudanças de linhas, tabulações, etc.
- Podemos explorar propriedades da tabela ASCII:
 - Para determinar a ordem alfabética.
 - Para determinar a representação ASCII de um algarismo.
 - Para converter maiúsculas em minúsculas.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

70

Representação de Caracteres: ASCII

Dec	Hex	Name	Char	Ctrl-char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
0	0	Null	NUL	CTRL-@	32	20	Space	64	40	@	96	60	`
1	1	Start of heading	SCH	CTRL-A	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	Start of text	STX	CTRL-B	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	End of text	ETX	CTRL-C	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	End of xmit	EOT	CTRL-D	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	Enquiry	ENQ	CTRL-E	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	Acknowledge	ACK	CTRL-F	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	Bell	BEL	CTRL-G	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	Backspace	BS	CTRL-H	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	9	Horizontal tab	HT	CTRL-I	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	0A	Line feed	LF	CTRL-J	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	Vertical tab	VT	CTRL-K	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	Form feed	FF	CTRL-L	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	Carriage feed	CR	CTRL-M	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	Shift out	SO	CTRL-N	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	Shift in	SI	CTRL-O	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	Data line escape	DLE	CTRL-P	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	Device control 1	DC1	CTRL-Q	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	Device control 2	DC2	CTRL-R	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	Device control 3	DC3	CTRL-S	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	Device control 4	DC4	CTRL-T	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	Neg acknowledge	NAK	CTRL-U	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	Synchronous idle	SYN	CTRL-V	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	End of xmit block	ETB	CTRL-W	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	Cancel	CAN	CTRL-X	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	End of medium	EM	CTRL-Y	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	Substitute	SUB	CTRL-Z	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	Escape	ESC	CTRL-[59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
28	1C	File separator	FS	CTRL-\	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	Group separator	GS	CTRL-]	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
30	1E	Record separator	RS	CTRL-^	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	Unit separator	US	CTRL-~	63	3F	?	95	5F	~	127	7F	DEL

09/03/2022

PML – IAC - 2022

71

Representação de Caracteres

- O código ASCII apenas permite representar o alfabeto latino.
- Para representar outros alfabetos (chinês, cirílico, árabe, etc.) são necessários mais símbolos.
 - Logo mais bits para cada caractere.
- O standard UNICODE representa os caracteres em 8, 16 ou 32 bits. Sendo que a representação de 8 bits (UTF-8) é compatível com o código ASCII.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

72

Outros tipos de dados

- Imagens
 - São tratadas como arrays de pixels
 - Monocromáticas: 1 bit define se é preto ou branco
 - Cor:
 - sistema RGB com 8 bits para a intensidade de cada cor
 - Sistema HSV, etc.
- Som
 - O som é uma sequência de números armazenados que representam a amplitude sonora ao longo do tempo.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

73

Sumário

- Nos computadores os números são representados em **base 2**.
- Para números inteiros positivos é possível com N bits armazenar os valores entre 0 e $2^N - 1$
- Inteiros com sinal representados em complemento para 2, com N bits podemos representar entre -2^{N-1} e $2^{N-1} - 1$
- Os números reais são representados em vírgula flutuante (sinal, expoente e mantissa) em 32 ou 64 bits: norma IEEE 754.
- Caracteres são representados em ASCII (1 byte) ou UNICODE.

09/03/2022

PML – IAC - 2022

74

Próxima Aula...

- Lógica binária. As operações lógicas básicas.
- Álgebra de Boole.