

Exame 1º época

Inteligência Artificial 2024/25

SOLUÇÃO

Duração: 2.5 h

- 1. A prova é sem consulta. Em cima da sua mesa deve ter apenas uma esferográfica e um documento de identificação. Os telemóveis devem estar desligados e guardados na mochila.
- 2. Qualquer troca de informações com colegas implica a anulação imediata da prova e o procedimento disciplinar correspondente.
- 3. Serão dados 10 minutos no início da prova para esclarecimento de dúvidas. Se tiver dúvidas em relação a alguma pergunta considere os pressupostos que entender de forma a justificar a sua resposta. Indique os pressupostos que assumir.
- 4. Sempre que necessário, arredonde os valores com três casas decimais.
- 5. Deve apresentar sempre as fórmulas que usar na resolução das questões. Se não forem apresentadas as fórmulas, será atribuída apenas metade da cotação.
- 6. A utilização de calculadoras gráficas não é permitida e a utilização das mesmas implica a anulação imediata da prova e o procedimento disciplinar correspondente.

Nº Aluno:	Nome:
IN- AIUIIO.	nome.

Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas.

Nota: respostas erradas descontam 1/5 da cotação total da pergunta.

		V/F
a)	Se $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$ e Q(a) são verdadeiras então pode inferir-se que P(a) também é	F
	verdadeiro.	
b)	A regra de Universal Instantiation (UI) permite substituir uma variável universalmente	V
	quantificada por uma constante.	
c)	É possível a partir do algoritmo procura em profundidade primeiro obter a mesma	V
	solução que no de procura em largura primeiro.	
d)	O MinMax apenas pode ser aplicado em jogos com 2 jogadores.	F
e)	O Prolog não é uma linguagem de programação declarativa.	F

2) Representação de conhecimento em lógica de predicados

(2 valores)

Represente o seguinte conhecimento na linguagem de Lógica de Predicados de Primeira Ordem:

- a. (0.25 valores) A médica Rita trabalha no Hospital Santa Maria e é especialista em cardiologia.
- b. (0.5 valores) O paciente João foi atendido por pelo menos dois médicos diferentes num hospital.
- c. (0.5 valores) Todos os pacientes têm um médico que, nos últimos 30 dias, não fez qualquer consulta com eles.
- d. (0.75 valores) Um médico que não realiza consultas há mais de 2 anos já não está ativo.

Na representação, considere **Rita**, **João**, **HospitalSM** e **Cardiologia** como constantes e os seguintes predicados:

Hospital	Hospital(h) – h é um hospital.
Paciente	Paciente(p) – p é um paciente.
Medico	Medico(m) – m é um médico.
Trabalha	Trabalha(m, h) –m trabalha em h.
Especialidade	Especialidade(m, e) – m tem especialidade e.
Atendeu	Atendeu(m, p, h) – m atendeu p em h.
Dias Desde Ultima Consulta	DiasDesdeUltimaConsulta (m, p, d) – d é o numero de dias
	desde a última consulta entre m e p.
AnosSemConsultas	AnosSemConsultas(m, n) – m não realiza consultas há n anos.
Ativo	Ativo(m) – m está está ativo.

Nº Aluno:	Nome:	

- a. Medico(Rita) Λ Trabalha(Rita, HospitalSM) Λ Especialidade(Rita, Cardiologia)Λ Hospital(HospitalSM)
- b. $\exists m_1, m_2, h$ (Medico(m_1) \land Medico(m_2) \land $m_1 <> m_2 \land$ Atendeu(m_1 , João, h) \land Atendeu(m_2 , João, h) \land Hospital(h) \land Paciente(João))
- c. $\forall p \text{ (Paciente(p)} \Rightarrow \exists m,d \text{ (Medico(m)} \land \text{DiasDesdeUltimaConsulta (m,p,d)} \land d > 30))}$
- d. \forall m,a (Medico(m) \land AnosSemConsultas(m,a) \land a>2 $\Longrightarrow \neg$ Ativo(m))

3) Inferência em lógica de predicados

(2.5 valores)

Considere a seguinte base de conhecimento:

- 1. $\forall x [(Planta(x) \lor Animal(x)) \Rightarrow SerVivo(x)] \Delta$
- 2. $\forall x [\neg Animal (x) \Rightarrow Planta(x)]$
- 3. $\forall x [Animal(x) \Rightarrow \exists y Predador(x,y)]$ Δ
- 4. ¬∃y Predador(Monstera,y) Δ

Mostre que se pode inferir: $\exists x \text{ SerVivo}(x)$

5.	Animal(Monstera) ⇒ ∃y Predador(Monstera,y)	UI (3) (x -> Monstera)
6.	¬ Animal(Monstera)	MT (5,4)
7.	¬ Animal(Monstera) ⇒ Planta(Monstera)	UI (2) (x -> Monstera)
8.	Planta(Monstera)	MP (6,7)
9.	Planta(Monstera) ∨ Animal(Monstera)⇒ SerVivo(Monstera)	UI (1) (x -> Monstera)
10.	Planta(Monstera) ∨ Animal(Monstera)	OI (8)
11.	SerVivo(Monstera)	MP (10,9)
12.	∃x SerVivo(x)	EG (11)

Considere a seguinte representação de um campo minado na forma de uma matriz:

Representação:

[[m, m, m, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, m], [m, m, m, m]]

Nota:

A matriz pode ter uma dimensão arbitrária.

Implemente em Prolog os seguintes predicados. Note que só pode utilizar predicados nativos quando for explicitamente indicado e, sempre que necessitar, pode criar predicados auxiliares. A implementação destes predicados auxiliares tem obrigatoriamente de ser incluída na sua resolução. Em cada alínea, pode usar os predicados implementados nas alíneas anteriores.

a) (0.5 valores) *list_index/3*, **list_index(L, I, X)**, tal que X corresponde ao elemento no índice I da lista L. **Nota:** A primeira posição da lista corresponde ao índice 0.

```
?- list_index([m, m, m, 0], 3, X).
X = 0
```

b) (0.5 valores) matrix_index/4, matrix_index(M, L, C, X), tal que X corresponde ao elemento na linha L e coluna C da matriz M.

```
?- matrix_index([[m, m, m, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, m], [m, m, m, m]], 2, 3, X). X = m
```

c) (0.5 valores) *mine_indexes/2*, **mine_indexes(M, lx)**, tal que Ix é uma lista das posições (representadas como um par (Linha,Coluna)) da matriz M que têm uma mina. Use o predicado *findall/3*.

```
?- mine_indexes([[m, m, m, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, m], [m, m, m, m]], Ix). Ix = [(0,0), (0,1), (0,2), (2,3), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3)]
```

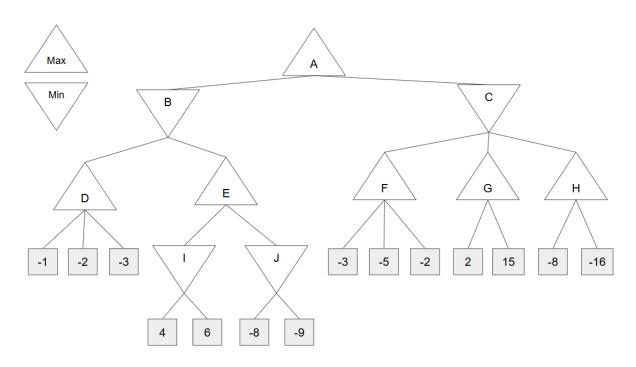
d) (1.0 valor) *cross_mines/4*, **cross_mines(M, L, C, N)**, tal que N corresponde ao número de minas na matriz M que estão na linha L ou na coluna C, mas não em ambas. **Nota:** Se necessitar, pode usar os predicados findall/3, member/2 e length/2.

```
?- cross_mines([[m, m, m, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, m], [m, m, m, m]], 0, 0, N) N = 3
```

Nº Aluno: _____ Nome: ____

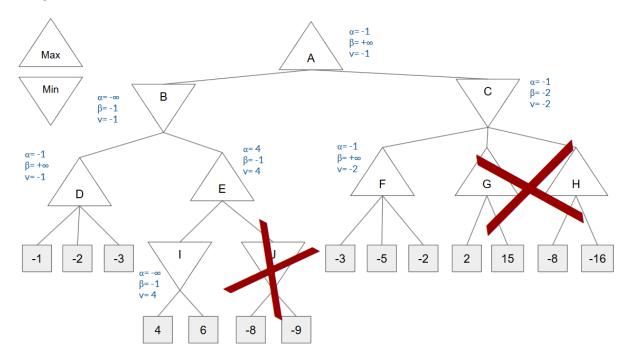
```
a)
list_index([X|_], 0, X).
list index([T], I, X) := list index(T, I1, X), I is I1 + 1.
b)
matrix_index(M, L, C, X) :- list_index(M, L, Row), list_index(Row, C,
X).
ou
matrix_index([Row|_], 0, C, X) :- list_index(Row, C, X).
matrix_index([\_|T], L, C, X) :- matrix_index(T, I, C, X), L is I + 1.
c)
mine_indexes(M, Ix) :- findall((L, C), matrix_index(M, L, C, m), Ix).
d)
cross_mines_aux([], _, _, 0).
cross_mines_aux([(L,C1)|T], L, C, N) :- C \= C1, cross_mines_aux(T, L,
C, N1), N is N1 + 1.
cross_mines_aux([(L1,C)|T], L, C, N) :- L \= L1, cross_mines_aux(T, L,
C, N1), N is N1 + 1.
cross_mines_aux([(L1,C1)|T], L, C, N) :- C \ C1, L \ L1,
cross_mines_aux(T, L, C, N).
cross_mines_aux([(L,C)|T], L, C, N) :- cross_mines_aux(T, L, C, N).
cross_mines(M, L, C, N) :- mine_indexes(M, Ix), cross_mines_aux(Ix, L,
C, N).
ou
in\_cross(L, C, L1, C1) :- L = L1, C \setminus = C1.
in\_cross(L, C, L1, C1) :- L \setminus= L1, C = C1.
cross mines(M, L, C, N) :-
    findall((L1, C1), (matrix_index(M, L1, C1, m), in_cross(L, C, L1,
C1)), Ix),
    length(Ix, N).
```

a) Considere o seguinte espaço de procura no contexto de um jogo com dois jogadores:



Utilize o algoritmo *min-max* com cortes alfa-beta para escolher a jogada do jogador MAXimizador. Indique, para cada nó explorado, o seu valor *min-max*, assim como os valores de alfa e beta. Assinale também quais os ramos que são podados. Pode responder na figura.

Solução:



Nº Aluno:	Nome:

6) Verdadeiros ou Falsos

(1 valor)

Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas.

Nota: respostas erradas descontam 1/4 da cotação total da pergunta.

	a. respostas erradas descontant 1/4 da cotação totar da perganta.	V/F
a)	O Crossover gera sempre pelo menos um indivíduo diferente dos pais.	F
b)	Nos Algoritmos Evolucionários, o caminho até à solução do problema é relevante.	F
c)	Desde que o nosso modelo seja capaz de prever corretamente todos os dados do	F
	dataset utilizado para o seu treino, podemos afirmar que estamos perante um bom	
	modelo.	
d)	Uma rede neuronal com apenas um neurónio na camada de output pode realizar	V
	uma tarefa de classificação.	

7) Algoritmos Evolucionários

(1.5 valores)

Um conjunto de cientistas de Madagáscar encontrou uma população de uma nova espécie de sapos com manchas, na qual alguns eram verdes e outros laranjas, e decidiu estudar o seu comportamento e como evoluíam num ambiente seguro, sem predadores.

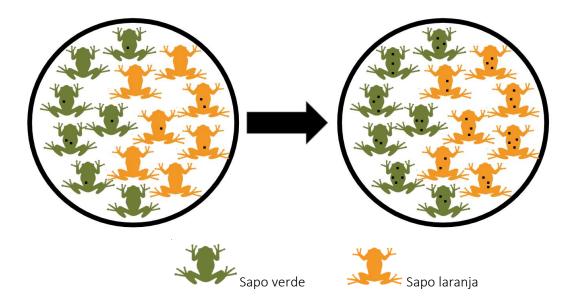
Repararam que o seu processo evolutivo era relativamente rápido e ao fim de 10 gerações decidiram comparar a população inicial com a final. Para compreender melhor o problema usaram um algoritmo de evolução artificial para modelar o problema.

A população inicial era constituída por:

- 2 sapos verdes e 4 sapos laranja sem manchas;
- 4 sapos verdes e 2 sapos laranja com uma mancha;
- 1 sapo verde e 1 sapo laranja com 2 manchas;

Ao fim das 10 gerações obtiveram:

- 2 sapos verdes e 2 sapos laranja com 2 manchas;
- 4 sapos verdes e 4 sapos laranja com 3 manchas;
- 1 sapo verde e 1 sapo laranja com 4 manchas;



Admita que como genótipo, poderá considerar a cor do sapo e o número de manchas em cada sapo, representados num vetor binário, com 4 bits (genes), cuja representação do primeiro gene corresponde à cor e os restantes genes correspondem ao número de manchas em binário, por exemplo:

- Sapo laranja, sem manchas = [1,0,0,0]
- Sapo verde, sem manchas = [0,0,0,0]
- Sapo laranja, com uma mancha = [1,0,0,1]
- Sapo verde, com duas manchas = [0,0,1,0]
- a. [0.25 valores] O que é um indivíduo neste contexto? Não justifique.

Um sapo.

b. [0.35 valores] Tendo em conta a evolução registada, o que lhe parece ter sido a função de fitness para avaliar este problema? Justifique.

O número de manchas nas costas dos indivíduos. Sendo uma função maximizante que beneficia um maior número de manchas. Dado que os indivíduos que vão ficando são os que têm mais manchas.

c. [0.4 valores] Quiseram começar um novo processo evolutivo usando os dois melhores sapos da sua 10ª geração para serem a base de uma nova população, qual o operador genético que aqui está a ser utilizado? E quais os indivíduos que lhes irá dar? Não justifique.

O operador genético é a Seleção.

Neste caso, uma seleção elitista.

Iremos dar os dois sapos com 4 manchas, 1 laranja [1,1,0,0] e 1 verde [0,1,0,0].

d. [0.5 valores] Se numa população inicial gerada aleatoriamente apenas existirem sapos verdes, como pode garantir que volta a surgir um sapo laranja na população? Que operador genético terá de ser usado? Dê um exemplo do mesmo e explique como o aplicaria.

O operador genético é a Mutação.

Um exemplo será a Bit Flip Mutation, que poderá ser aplicada da seguinte forma no 1º gene [0,0,0,0] - > [1,0,0,0] porque queremos que o 1º gene troque de 0 (verde) para 1 (laranja).

Outro exemplo poderá ser a Bit Swap Mutation: Do 1º e do 3º gene [0,0,1,0] -> [1,0,0,0]

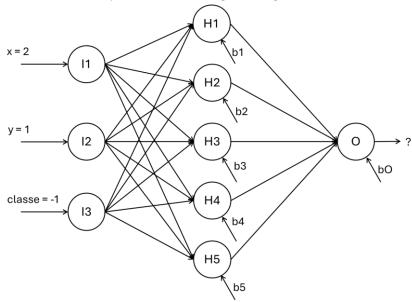
8) Redes Neuronais (2 valores)

Considere uma rede neuronal que representa um controlador de um jogo, cujo objetivo é apanhar flores e alimentar os sapos. Esta rede possui três entradas, as coordenadas x e y dos itens do jogo e a classe a que o item pertence, Flor:1 e Sapo: -1. Possui ainda uma camada intermédia com cinco neurónios. Na camada de output possui um neurónio que devolve a ação do jogador, 1 guardar a Flor e -1 alimentar o Sapo.

Na camada intermédia a função de ativação é a sigmoid e na de output é a função f:

$$sigmoid(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$
 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x \ge 0 \end{cases}$

A rede neuronal encontra-se representada na seguinte figura:



Nas tabelas seguintes encontram-se os valores dos parâmetros da rede.

Valores de Bias:

Bias	b1	b2	b3	b4	b5	bO
Valor	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1

Pesos entre camada de input e camada intermédia:

Neurónios	H1	H2	НЗ	H4	H5
I1	1	-1	1	0	0
12	1	-1	0	1	0
13	1	-1	0	0	1

Pesos entre camada intermédia e camada de output:

Neurónios	H1	H2	Н3	H4	H5
0	0	-1	-1	0	0

Qual o valor de previsão da rede quando o input é um Sapo na posição (2,1)? O valor previsto corresponde a que ação? Indique todos os cálculos efetuados.

Camada input:

- input(I1) = 2 = output(I1)
- input(I2) = 1 = output(I2)
- input(I3) = -1 = output(I3)

Camada intermedia:

 $input(Hi) = \sum input*w + bi$

- input(H2) = -1*2 + -1*1 + -1*-1 + 0.5 =
- = -1.5
- input(H3) = 1*2 + 0*1 + 0*-1 + 0.5 =
- = 2.5

output(Hi) = sigmoid(input(Hi)

- output(H2) = sigmoid(-1.5) =
- = 0.182
- output(H3) = sigmoid(2.5) =
- \bullet = 0.924

Não é necessário calcular output de H1, H4 e H5, pois o w entre esses e o neurónio O é de 0 (zero).

Camada de output:

 $input(Oi) = \sum output(H)*w + bOi$

- input(O) = 0.182*-1 + 0.924*-1 + 1=
- = -0.106

output(Oi) = f(input(Oi)

• output(O) = f(-0.106) = -1

R: O valor previsto é de -1, a ação é alimentar o sapo.

9) Árvores de Decisão

(3 valores)

Considere o seguinte conjunto de dados:

	Nome	Cor	Formato	Classe
1	Maçã	Vermelho	Circular	Fruta
2	Laranja	Laranja	Circular	Fruta
3	Mirtilo	Azul	Circular	Fruta
4	Banana	Amarelo	Curvo	Fruta
5	Pera	Verde	Oval	Bomba
6	Laranja	Azul	Circular	Bomba
7	Maçã	Azul	Circular	Bomba
8	Banana	Vermelho	Curvo	Bomba
9	Maçã	Verde	Circular	Fruta
10	Banana	Azul	Curvo	Bomba
11	Pera	Azul	Oval	Fruta
12	Pera	Amarelo	Oval	Fruta

- a) [2 valores] Use o conjunto de dados para treinar uma árvore de decisão para prever a classe usando o algoritmo ensinado nas aulas. Use um threshold de 60%. Apresente todos os cálculos efetuados e desenhe a árvore obtida. Assuma que os seguintes valores do ganho de informação já foram calculados: **IG(Nome)** = 0,125 e **IG(Cor)** = 0,242.
- b) [1 valor] Use a árvore treinada na alínea anterior para prever a classe da seguinte instância:

Nome: Mirtilo Cor: Azul Formato: Circular

a) Entropia(Set) =
$$-\Sigma i=1$$
, ..., n [P(xi) × log2(P(xi))]

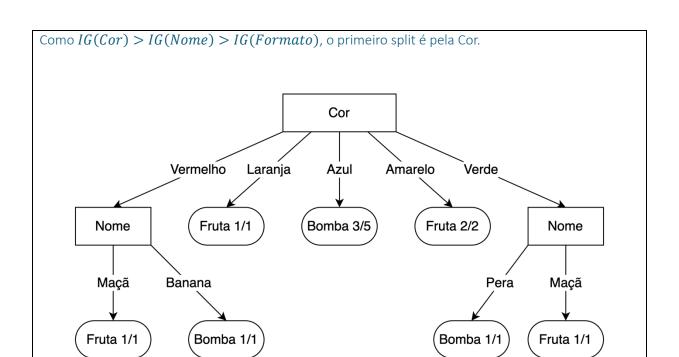
$$P(Fruta) = \frac{7}{12} (< 60\%), P(Bomba) = \frac{5}{12} (< 60\%)$$

$$\text{Entropia(Dataset)} = -\frac{7}{12} \log_2 \left(\frac{7}{12}\right) - \frac{5}{12} \log_2 \left(\frac{5}{12}\right) \approx 0.98$$

Entropia(Formato = Circular) = Entropia(Formato = Curvo) =

= Entropia(Formato = Oval) =
$$-\frac{2}{3}\log_2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}\log_2\left(\frac{1}{3}\right) \approx 0.918$$

$$\begin{split} & \text{IG(Formato)} = \text{Entropia(Dataset)} - 1/12 * (6*\text{Entropia(Formato} = \text{Circular)} + 3*\\ & \text{Entropia(Formato} = \text{Curvo}) + 3 * \text{Entropia(Formato} = \text{Oval)}) = \\ & = 0.98 - \frac{1}{12} * (6*0.918 + 3*0.918 + 3*0.918) = 0.98 - 0.918 = 0.062 \end{split}$$



b) A previsão da árvore para a instância (Mirtilo, Azul, Circular) é **Bomba**.

Nº Aluno:	Nome	:	

10) Lógica fuzzy (2.5 valores)

Um sistema fuzzy foi desenvolvido para avaliar o risco de incêndio florestal com base em dois fatores ambientais:

- humidade (em percentagem)
- vento (em km/h)

A saída do sistema é o nível de risco, que pode ser baixo, médio ou alto.

As regras fuzzy implementadas no sistema são as seguintes:

- 1. IF humidade IS muito baixa OR vento IS alto, THEN risco IS alto
- 2. IF humidade IS baixa OR vento IS médio, THEN risco IS médio
- 3. IF humidade IS alta AND vento IS baixo, THEN risco IS baixo

Variável: humidade

Universo de discurso: {0, 20, 40, 60, 80, 100}

- Muito Baixa: {0/1.0, 20/0.6, 40/0.0, 60/0.0, 80/0.0, 100/0.0}
- Baixa: {0/0.0, 20/0.33, 40/0.67, 60/0.0, 80/0.0, 100/0.0}
- Média: {0/0.0, 20/0.0, 40/0.33, 60/0.67, 80/0.0, 100/0.0}
- Alta: {0/0.0, 20/0.0, 40/0.0, 60/0.44, 80/0.89, 100/1.0}

Variável: vento

Universo de discurso: {0, 10, 20, 30, 40, 50}

- Baixa: {0/1.0, 10/0.5, 20/0.0, 30/0.0, 40/0.0, 50/0.0}
- Média: {0/0.0, 10/0.0, 20/0.33, 30/0.67, 40/1.0, 50/0.0}
- Alta: {0/0.0, 10/0.0, 20/0.0, 30/0.0, 40/0.5, 50/1.0}

Variável: risco

Universo de discurso: {0, 2, 4, 6, 8, 10}

- Baixo: {0/1.0, 2/0.5, 4/0.0, 6/0.0, 8/0.0, 10/0.0}
- Médio: {0/0.0, 2/0.0, 4/0.4, 6/0.8, 8/1.0, 10/0.0}
- Alto: {0/0.0, 2/0.0, 4/0.0, 6/0.2, 8/0.5, 10/1.0}

Suponha que, num determinado instante, o sistema regista os seguintes valores exatos:

- humidade = 20
- vento = 40

As contribuições das Regra 2 e Regra 3 já foram calculadas:

- Regra 2: {0/0, 2/0, 4/0.4, 6/0.8, 8/1, 10/0}
- Regra 3: {0/0, 2/0, 4/0, 6/0, 8/0, 10/0}

Determine o valor exato do nível de risco, aplicando o processo completo de inferência fuzzy com os seguintes métodos:

- AND: min
- OR: probor
- Contribuição de cada regra: truncate
- ELSE-LINK: OR-LINK
- Defusificação: método do centróide

SOLUÇÃO:

Só é necessário calcular a contribuição da Regra 1 :

Proposições atómicas:

- P₁ = humidade IS muito baixa
- Q₁ = velocidade IS alta

1º PASSO: Avaliação das proposições atómicas

Os graus de pertença são calculados com base nas funções triangulares definidas no problema:

- $\mu_{\text{muito baixa humidade}}(20) = 0.6$
- $\mu_{alta_vento}(40) = 0.5$

Logo:

- $\Theta_{P_1}(20) = \mu_{\text{muito_baixa_humidade}}(20) = 0.6$
- $\Theta_{Q_1}(40) = \mu_{alta\ vento}(40) = 0.5$

2º PASSO: Avaliação das condições das regras (usando o método do probor para OR)

$$probor(a,b) = a+b - a*b$$

$$\Theta_{P1 \vee Q1}(20,40) = \text{probor}(0.6, 0.5) = 0.6 + 0.5 - 0.6*0.5 = 0.8$$

3º PASSO: Contribuição das regras (usando truncate)

Truncate(μ_a , Θ) = {e1/Min(d1, Θ), ..., e/Min(d1, Θ)} (o truncate transforma a função de pertença da conclusão da regra, substituindo os graus de pertença da mesma pelo mínimo entre os graus e o valor de verdade da condição da regra)

Como a condição da regra 1 tem um valor de verdade de 0.8, contribui:

• Regra 1: $\mu_{riscoR1}$ = Truncate(alto, 0.8) = {0/min(0.0,0.8), 2/min(0.0,0.8), 4/min(0.0,0.8), 6/min(0.2,0.8), 8/min(0.5,0.8), 10/(1.0,0.8)} = {0/0.0, 2/0.0, 4/0.0, 6/0.2, 8/0.5, 10/0.8}

4º PASSO: Else-link (usando OR-link)

Or-link(μ V.1, μ V.2) = {e1/Max(d1.1, d1.2), ..., en/Max(dn.1, dn.2)}

Nº Aluno:	Nome:	

Já sabemos os valores das regras 2 e 3:

- Regra 2: $\mu_{riscoR2} = \{0/0, 2/0, 4/0.4, 6/0.8, 8/1, 10/0\}$
- Regra 3: $\mu_{riscoR3} = \{0/0, 2/0, 4/0, 6/0, 8/0, 10/0\}$

Usamos o OR-link , ou seja, para cada valor de universo, tomamos o máximo entre os graus de pertença:

Portanto, o conjunto agregado é:

Or-link(R1, R2, R3)

= { $0/(Max(0, 0, 0), 2/Max(0, 0, 0), 4/Max(0, 0.4, 0), 6/Max(0.2, 0.8, 0), 8/Max(0.5, 1, 0), 10/Max(0.8, 0, 0)}$ ={0/0, 2/0, 4/0.4, 6/0.8, 8/1, 10/0.8}

• $\mu_{risco} = \{0/0, 2/0, 4/0.4, 6/0.8, 8/1, 10/0.8\}$

5º PASSO: Defusificação (usando centróide)

Fórmula do centróide: Centroide(μ_{risco})= $\sum_{i=1}^{n} (\mu_{risco}(x_i) * x_i)/\mu_{risco}(x_i)$

Centroide(μ_{risco})

$$= (0*0 + 2*0 + 4*0.4 + 6*0.8 + 8*1 + 10*0.8)/(0 + 0 + 0.4 + 0.8 + 1 + 0.8)$$

= 7,467

O valor exato do nível de risco de incêndio, dadas as condições de humidade = 20% e vento = 40 km/h, é de 7.467.