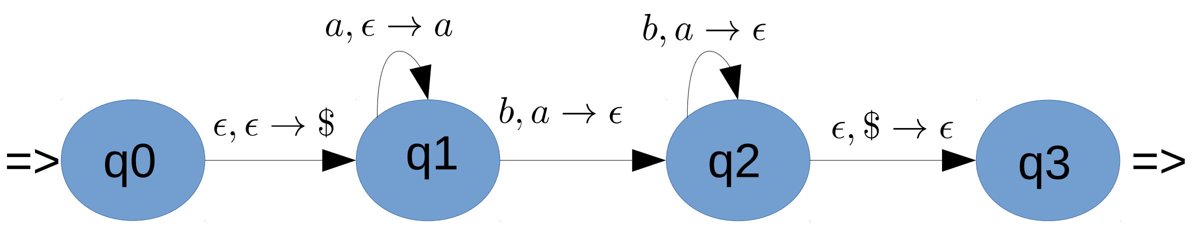
TD1 :

Q1 :
Montrons que le langage L $a^n b^n$ n’est pas rationnel (pour $n \geq 1$) par l’absurde.

Supposons que L est rationnel. Il existe un automate d’état finis qui reconnaît L, soit t la taille de l’automate. Soit $w \in L$ avec $| w | > t$.
Prenons $w = a^p b^p$ avec $2p > t$.
$w = \underbrace{a \dots a}_{p}\underbrace{b \dots b}_{p}$
Selon le lemme de l’itération w admet une décomposition en xyz. $| xy | \leq p$ et $| y | \geq 1$. On en déduit que xy admet que des ‘a’ et ‘z’ que de b.
On a ainsi $w = \underbrace{a \dots a}_{x}\underbrace{a \dots a}_{y}\underbrace{b \dots b}_{z}$
On a $w_i \in L$, prenons w_0 =xz on aura donc moins de ‘a’ que de ‘b’ ce qui est contradictoire avec la définition du langage L. ABSURDE

Selon la contraposé du lemme de l’itération nous en déduisons que L n’est pas rationnel.



Q2 :
Montrons que le langage des mots composés avec autant de ‘a’ que de ‘b’ n’est pas rationnel.

Q1 est un cas particulier de Q2 donc on prend le même mot w. Le langage n’est donc pas rationnel.