

Laboratorio Sirius HPC

Tatiana López Guevara

March 7, 2013

Chapter 1

Silicon Photonics

1.1 Teoría de Acoplamiento

1.1.1 Modelo Teórico de Anillo Resonador

En la figura 1.1 se muestra el esquema del caso genérico de un anillo resonador con 2 regiones de acoplamiento representadas por las líneas punteadas. Por simplicidad, el modelo asume que no hay pérdidas por acoplamiento (1.9a) y se ignoran los efectos de reflexión dentro de la guía (sólo se asumen ondas en el sentido de la propagación).

Cada región tiene asociados coeficientes de acoplamiento $(\kappa_1, \kappa'_1, \kappa_2, \kappa'_2)$ y coeficientes de transmisión (t_1, t'_1, t_2, t'_2) que posteriormente serán relacionados entre sí (sección 1.1.2).

La potencia de la onda que se ve en el *puerto*_t está dada por la porción de la onda incidente que atravieza la guía más las $N \rightarrow \infty$ contribuciones que se dan por la otra parte de la onda que se acopló en el anillo (ec. 1.1). Cada una de las contribuciones depende del número de viajes completos que realice la onda acoplada antes de volver a salir a la guía superior.

$$E_t = E_i t_1 + \text{Contrib}_{N=1L} + \text{Contrib}_{N=2L} + \dots + \text{Contrib}_{N=\infty L} \quad (1.1)$$

- Contribución después de una vuelta: $\text{Contrib}_{N=1L}$

El factor escalar $\alpha e^{-j\beta L}$ contiene la información sobre la amplitud de la atenuación debido a efectos de dispersión y a la curvatura de la onda ($\alpha = 1$ si no hay pérdida) y la fase de la onda que ha recorrido una distancia L, donde L representa el perímetro ($2\pi r$) del anillo con radio r . Por lo tanto, al dar una vuelta ($1L$), la propagación de la onda queda expresada como $\alpha e^{-j\beta L}$.

En su recorrido completo, la onda que da una vuelta completa (Figura 1.2) pasa por 3 regiones de interés. En la primera región (acoplamiento 1) una porción (dada por el coeficiente de acoplamiento κ_1) entra desde la guía recta

Figure 1.1: Modelo de un Anillo Resonador

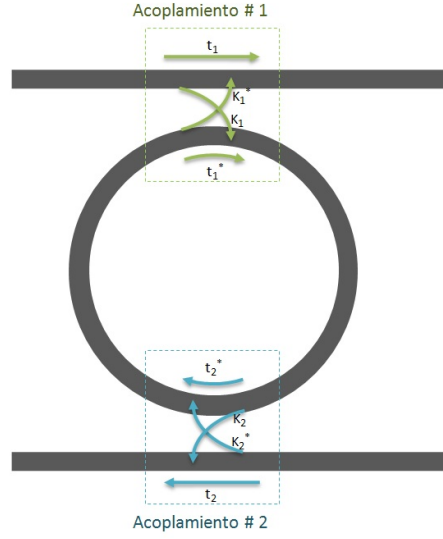
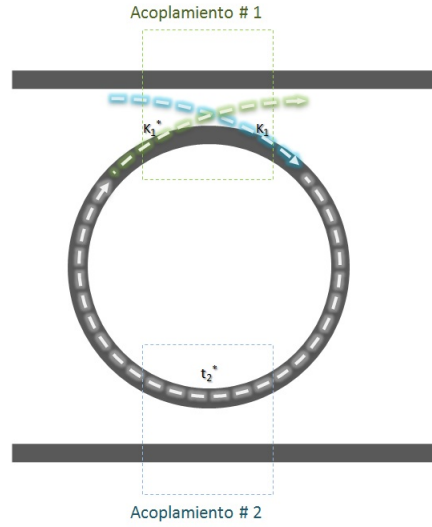


Figure 1.2: Contribución Onda 1 Vuelta



hacia el anillo. En la segunda región (acoplamiento 2), una porción (proporcional al coeficiente de transmisión t_2') continúa su viaje al interior del anillo. Finalmente, en la tercera región (acoplamiento 1) sólo una parte de la onda (coeficiente de acoplamiento κ_1') vuelve a la guía original para salir por el *puerto_t*.

Teniendo en cuenta cada una de estas atenuaciones más el fasor que expresa

la propagación de la onda, se llega a (1.2).

$$Contrib_{N=1L} = E_i \alpha e^{-j\beta L} \kappa_1 t_2' \kappa_1' \quad (1.2)$$

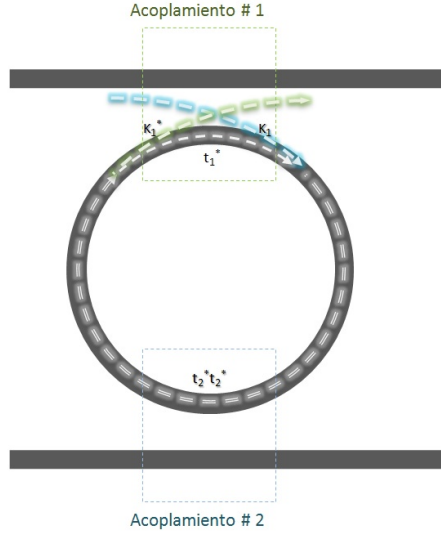
- Contribución después de dos vueltas: $Contrib_{N=2L}$

Se analizará la parte de la onda que no se reintegró a la guía recta tras la primera vuelta y que da otra vuelta antes de volver a la guía recta para salir por el $puerto_t$ (Figura 1.3). La propagación de la onda tras 2 vueltas completas ($2L$), está dada por $\alpha^2 e^{-j\beta 2L}$. La onda atraviesa 2 nuevas regiones (aparte de las 3 regiones mencionadas en la sección anterior) por cada nueva vuelta que deba dar.

La primera es la región de acoplamiento 1 (en una proporción dada por t_1') para seguir su trayectoria dentro del anillo. La segunda es la región de acoplamiento 2, la cual debe atravesar (según el factor de transmisión t_2').

Estas nuevas atenuaciones se ven reflejadas en (1.3). El término $\alpha^2 e^{-j\beta 2L}$ se expresó como $\alpha e^{-j\beta L} \alpha e^{-j\beta L}$ para facilitar su generalización posterior.

Figure 1.3: Contribución Onda 2 Vueltas



$$Contrib_{N=2L} = E_i \alpha e^{-j\beta L} \kappa_1 t_2' \kappa_1' (\alpha e^{-j\beta L} t_1' t_2') \quad (1.3)$$

- Contribución después de N vueltas: $Contrib_N$

Por cada vuelta adicional antes de acoplarse, se deben tener en cuenta los coeficientes de transmisión en estas 2 regiones más el desfase y la atenuación de la onda en cada vuelta (1.4).

$$Contrib_N = E_i \alpha e^{-j\beta L} \kappa_1 t_2' \kappa_1' (\alpha e^{-j\beta L} t_1' t_2')^{N-1} \quad (1.4)$$

Sustituyendo la expresión para cada una de las contribuciones en (1.1) y reorganizando, se llega a (1.5).

$$E_t = E_i \{ t_1 + \kappa_1 \kappa_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L} [1 + (t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L})^1 + (t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L})^2 + \dots] \} \quad (1.5)$$

Al ser una serie geométrica infinita, su solución está dada por (1.6).

$$\sum_{k=0}^{\infty} ar^k = \frac{a}{1-r}, \text{ si } |r| < 1 \quad (1.6)$$

Sea $a = \kappa_1 \kappa_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}$ y $r = t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}$. Por lo tanto:

$$E_t = E_i \left\{ t_1 + \frac{\kappa_1 \kappa_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}}{1 - t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}} \right\} \quad (1.7a)$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{t_1 + (\kappa_1 \kappa_1' - t_1 t_1') t_2' \alpha e^{-j\beta L}}{1 - t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}} \quad (1.7b)$$

El cálculo de la potencia transmitida en el *puerto*_d (1.8) sigue una lógica similar.

$$\frac{E_d}{E_i} = \frac{\kappa_1 \kappa_2' \alpha e^{-j\beta \frac{L}{2}}}{1 - t_1' t_2' \alpha e^{-j\beta L}} \quad (1.8)$$

1.1.2 Relación entre Coeficientes de Acoplamiento

Como se explica en [7], los 4 coeficientes de transmisión más los 4 coeficientes de acoplamiento no son independientes entre si, sino que están relacionados por los principios fundamentales de reciprocidad, conservación de la energía y T-simetría. Adicionalmente, como se mencionó en el apartado anterior, el sistema asume que no hay pérdidas por inserción (1.9a).

$$|t_1|^2 + |\kappa_1|^2 = 1 \quad (1.9a)$$

$$t_1 t_1' - \kappa_1 \kappa_1' = -1 \quad (1.9b)$$

$$t_i = |t_i| e^{j\phi_{t_i}} \quad (1.9c)$$

Por conveniencia, en [7] se define el sistema del acoplamiento 1 mediante una matriz Hermitiana (1.10) con determinante -1. Esto permite relacionar facilmente el coeficiente de transmisión dentro del anillo t_1' en términos de la conjugada compleja del coeficiente de transmisión t_1 .

$$\begin{bmatrix} E_s \\ E_{sk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & \kappa_1^* \\ \kappa_1 & -t_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_{ik} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Por comparación directa de (1.10) con el sistema inicial, se ve que $t_1' = -t_1^*$ y $t_2' = -t_2^*$. Reemplazando estas equivalencias y (1.9b) en (1.7b) se encuentra la expresión para la amplitud normalizada en el *puerto_t* (1.11).

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{t_1 - t_2^* \alpha e^{-j\beta L}}{1 - t_1^* t_2^* \alpha e^{-j\beta L}} \quad (1.11)$$

Cuya función de transmisión (1.12) obtenida al multiplicar por la correspondiente conjugada compleja (recordar que $|\chi|^2 = \chi\chi^*$) es [6]:

$$T_t = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = \frac{\alpha^2 |t_2|^2 + |t_1|^2 - 2\alpha |t_1| |t_2| \cos(\theta + \phi_{t_1} + \phi_{t_2})}{1 + \alpha^2 |t_1|^2 |t_2|^2 - 2\alpha |t_1| |t_2| \cos(\theta + \phi_{t_1} + \phi_{t_2})} \quad (1.12)$$

Donde $\theta = \beta L = \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda} L$. Para el *puerto_d*, se calcula la amplitud normalizada a partir de (1.8) como:

$$\frac{E_d}{E_i} = \frac{\kappa_1 \kappa_2^* \alpha e^{-j\beta \frac{L}{2}}}{1 - t_1^* t_2^* \alpha e^{-j\beta L}} \quad (1.13)$$

De (1.8) y (1.9a) se obtiene también su función de transmisión [1]:

$$T_d = \frac{\alpha^2 (1 - |t_1|^2)(1 - |t_2|^2)}{1 + \alpha^2 |t_1|^2 |t_2|^2 - 2\alpha |t_1| |t_2| \cos(\theta + \phi_{t_1} + \phi_{t_2})} \quad (1.14)$$

1.1.3 Filtro Notch

Un caso especial de (1.11) se da cuando la onda es transmitida completamente dentro del anillo resonador en la región de acoplamiento 2 [7]. En este caso $t_2^* = 1$ y $k_2^* = 0$ por lo que la salida en el *puerto_d* es cero y en el *puerto_t* es (1.15a). El sub-índice de t_1 no es necesario ya que sólo hay un acoplamiento.

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{t - \alpha e^{-j\beta L}}{1 - t^* \alpha e^{-j\beta L}} \quad (1.15a)$$

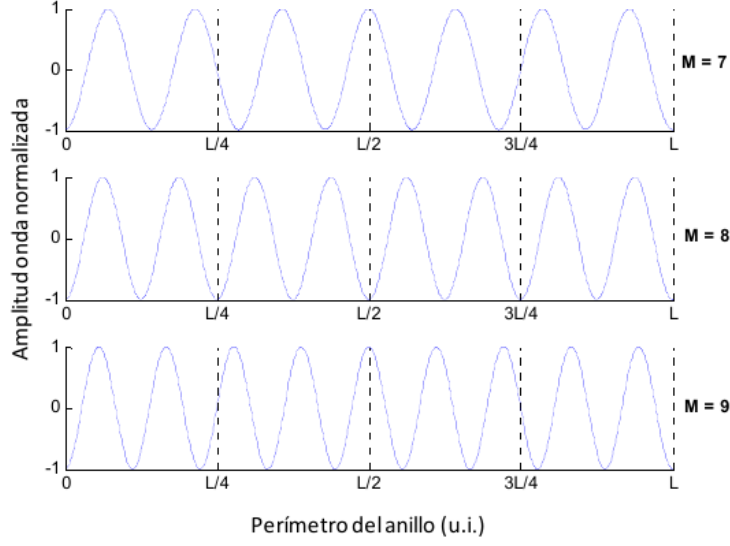
$$T_t = \frac{\alpha^2 + |t|^2 - 2\alpha |t| \cos(\theta + \phi_t)}{1 + \alpha^2 |t|^2 - 2\alpha |t| \cos(\theta + \phi_t)} \quad (1.15b)$$

Acoplo Crítico

Se observa que ocurre una situación especial cuando la suma de los desfases que sufre la onda en su viaje completo al rededor del anillo es un múltiplo entero de 2π (1.16). Esta condición es llamada condición de resonancia (Figura 1.4).

$$\theta + \phi_t = 2\pi * M \quad (1.16)$$

Figure 1.4: Modos Resonantes. Fuente[3]



Bajo esta condición, la ecuación de transmisión en el $puerto_t$ queda:

$$T_t = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2} \quad (1.17)$$

A partir de (1.17) se ve que cuando $\alpha = |t| = \sqrt{1 - |\kappa|^2}$ la transmitancia en el $puerto_t$ es cero. Es decir que cuando las pérdidas en la región de acoplamiento son iguales a las pérdidas en el anillo, se llega a la condición llamada Acoplo Crítico, donde la potencia de salida se anula.

Visto desde el punto de vista de [3] el fenómeno se produce porque la longitud de onda que cumple la condición se acopla, sufre un desfase de $\frac{\pi}{2}$, es decir $\kappa = i|\kappa|$. Luego de completar una vuelta completa sufre un desfase de 2π y cuando se vuelve a acoplar a la guía recta es desfasada nuevamente $\frac{\pi}{2}$. Es decir, que cuando vuelve a la guía inicial, se suma en contrafase en el punto de acoplamiento de la guía, anulándola.

1.1.4 Parámetros

Existen diferentes parámetros que son relevantes a la hora de describir el rendimiento de un anillo resonador. A continuación se realizará la formulación matemática de cada uno acompañado de una breve descripción.

Free Spectral Range (FSR)

El FSR o rango libre de espectro, es la separación que existe entre dos longitudes de onda que resuenan dentro del anillo (modos) y su valor está dado por (1.18).

$$FSR = \frac{\lambda^2}{n_g L} = \frac{\lambda^2}{n_g 2\pi} \quad (1.18)$$

Donde L es el perímetro del anillo ($L = 2\pi R$) y n_g es el índice de grupo que contiene información sobre la dispersión del material.

$$n_g = n_{eff} - \lambda \frac{\partial n_{eff}}{\partial \lambda} \quad (1.19)$$

De (1.18) se puede observar que el FSR es inversamente proporcional a el radio del resonador. Para un anillo con un radio grande el distanciamiento entre las longitudes de onda que resuenan en él es menor. Esto indica su capacidad para manejar una densidad de espectro alta y son principalmente usados como switches de banda ancha.

Por el otro lado, un anillo pequeño tendrá un mayor espaciamiento entre los modos lo que significa que es más selectivo [5] y por eso son muy usados como filtros y moduladores.

FWHM

La anchura a media altura ó Full Width Half Maximum representa el ancho de la resonancia medido en nanómetros cuando ésta decae 3dB o mitad de la potencia [4].

$$FWHM = 2\delta\lambda = \frac{\kappa^2 \lambda^2}{Ln_{eff}\pi} \quad (1.20)$$

Finesse (F)

La finura F permite medir la estrechez de las resonancias [3], donde entre más estrecha, el anillo es más selectivo.

$$F = \frac{FSR}{FWHM} = \frac{\Delta\lambda}{2\delta\lambda} = \pi \frac{t}{1 - t^2} \quad (1.21)$$

En (1.21) se aprecia que entre menos pérdidas existan en el anillo, la finura del anillo es más elevada.

Quality Factor (Q)

El factor de calidad es una relación entre la longitud de onda que resuena en el anillo y el ancho de la resonancia en la mitad de la potencia.

$$Q = \frac{\lambda_0}{2\delta\lambda} = \pi \frac{n_{eff} L}{\lambda_0 \kappa^2} \quad (1.22)$$

1.2 Código MEEP

El código está dividido en X secciones en cada una de las cuales se define:

1. Parámetros de la simulación.
2. Materiales y geometría a simular.
3. Fuente de onda electromagnética.
4. Puntos de medición de flujo de energía.
5. Tiempos y salidas de la simulación.

1.2.1 Parámetros

Listing 1.1: Parámetros Filtro Notch.

```
;Units are measured in microns [a=luc]
(define-param odir          )
(define-param w 0.4) ; width of waveguide
(define-param r 2.9) ; inner radius of ring
(define-param gap 0.1) ; gap between ring and wg
(define-param pad 4) ; padding between wg and edge of PML
(define-param dpml 2) ; thickness of PML
(define-param wavecen 1.550)
(define-param wavewid 0.050)
(define-param freqcen (/ 1 wavecen))
(define-param freq_width (-
  (/ 1 (- wavecen wavewid))
  (/ 1 (+ wavecen wavewid))))
(define-param flux_points 100)

(define sxy (* 2 (+ r w pad dpml))) ; cell size
(define si_mat (make dielectric (index 3.476558)))
```

En esta sección de código (Ver Listing 1.1) se especifican los parámetros necesarios para la ejecución de los programas. Se usaron 2 tipos diferentes de instrucciones: *define* y *define-param*. La primera instrucción, de la forma (*define < variable > < expresion >*), es nativa de Scheme y permite ejecutar una expresión dada por medio de una variable.

Por el contrario, *define-param*, está definida en una librería de extensión llamada LibCtl y permite que la asociación de la variable a la expresión sea modificada desde la línea de comandos desde la que se invoca el programa permitiendo tener un control flexible para las simulaciones.

Los parámetros usados en la simulación del filtro son:(Ver Tabla 1.1)

1.2.2 Materiales y Geometría

Como se aconseja en [?] el tamaño del látice a simular se calcula de forma dinámica a partir de los parámetros del radio, ancho de la guía de onda, espacio de holgura y el borde PML (Ver Listing 1.2).

Parámetro	Descripción	Valor x Defecto
w	Ancho de la guía de onda	4 nm
r	Radio interno del anillo resonador	2.9 μm
gap	Espacio entre la guía de onda y el anillo	1 nm
$dpml$	Ancho de la capa PML	2 μm
$wavecen$	Ancho de banda central de la fuente	1550 nm
$waveid$	Ancho del pulso de la fuente	50 nm
$freqcen$	Frecuencia central de la fuente	$\frac{1}{wavecen}$
$freqwidth$	Ancho del pulso de la fuente (en frecuencia)	$\frac{1}{wavecen-waveid} - \frac{1}{wavecen+waveid}$

Table 1.1: Parámetros

Listing 1.2: Geometría y Materiales Filtro Notch.

```

(define si_mat (make dielectric (index 3.476558)))
(set! default-material air)

(set! geometry-lattice (make lattice (size sxy sxy no-size)))
(set! geometry (list
  (make cylinder
    (center 0 0) (height infinity) (radius (+ r w))
    (material si_mat))
  (make cylinder
    (center 0 0) (height infinity) (radius r)
    (material air))
  (make block
    (center 0 (+ r w gap (/ w 2))) (size sxy w infinity)
    (material si_mat))))

(set-param! resolution 35)

```

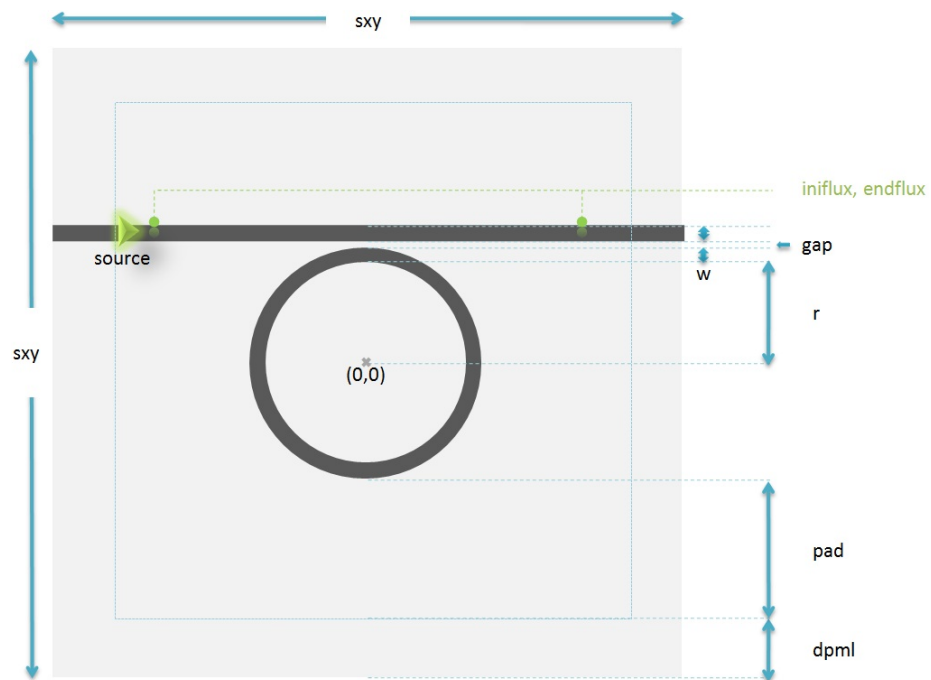
Silicon Photonics utiliza, como su nombre lo indica, silicio como medio para la propagación de ondas electromagnéticas en el espectro C-Band . Por lo tanto, para la longitud de onda de 1500 nm, el índice de refracción del silicio corresponde a 3.4765 ([2]). Adicionalmente, al ser una simulación en 2D, el material que rodea la guía recta y circular es el aire cuyo índice de refracción es 1. La base de dióxido de silicio SiO₂ sobre la cual está montada la guía, sólo se tomó en cuenta para la simulación 3D (??).

La guía de onda se especifica como un rectángulo de Si, mientras que la estructura del anillo se construye a partir de la superposición de un cilindro externo de silicio y un cilindro interno de aire. Las dos estructuras están separadas en su punto más cercano por una distancia de 100nm como se muestra en la Figura 1.5.

Finalmente, se indicó una resolución de

1.2.3 Fuente de Onda Electromagnética

Figure 1.5: Geometría Filtro Notch.



Chapter 2

Redes de Interconexión

Bibliography

- [1] Nabeil Abduljallil Abubaker Abujnah. Numerical modelling of optical micro-cavity ring resonators for wdm networks. 2012.
- [2] M. Bass, C. DeCusatis, J. Enoch, V. Lakshminarayanan, G. Li, C. MacDonald, V. Mahajan, and E. Van Stryland. *Handbook of Optics, Third Edition Volume IV: Optical Properties of Materials, Nonlinear Optics, Quantum Optics (set)*. Handbook of Optics. McGraw-Hill Education, 2009.
- [3] Javier Blasco Solbes. Desarrollo de aplicaciones basadas en la guía nanofotónica de silicio tipo ranura. 2011.
- [4] Robi Boeck, Nicolas A Jaeger, Nicolas Rouger, and Lukas Chrostowski. Series-coupled silicon racetrack resonators and the vernier effect: theory and measurement. *Optics express*, 18(24):25151–25157, 2010.
- [5] Johnnie Chan, Gilbert Hendry, Keren Bergman, and Luca P Carloni. Physical-layer modeling and system-level design of chip-scale photonic interconnection networks. *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, 30(10):1507–1520, 2011.
- [6] George T Palocz. *Polymer integrated optics: device architectures and fabrication methods*. 2005.
- [7] Amnon Yariv and Pochi Yeh. *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications (The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering)*. Oxford University Press, Inc., 2006.