



Revista Brasileira de Finanças

ISSN: 1679-0731

rbfin@fgv.br

Sociedade Brasileira de Finanças

Brasil

Nascimento de Oliveira, Fernando; Lana de Paula, Eduardo  
Determinando o Grau Ótimo de Diversificação para Investidores Usuários de Home Brokers  
Revista Brasileira de Finanças, vol. 6, núm. 3, 2008, pp. 437-461  
Sociedade Brasileira de Finanças  
Rio de Janeiro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305824735005>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Determinando o Grau Ótimo de Diversificação para Investidores Usuários de *Home Brokers*

Fernando Nascimento de Oliveira\*

Eduardo Lana de Paula\*\*

## Resumo

Este artigo tem como objetivo determinar o número de ações que diversificam uma carteira de ações do Bovespa de usuários *home broker*. Encontramos o número ótimo de ações igualando o benefício com o custo de se incluir mais um ativo na carteira. Para encontrarmos o benefício, utilizamos metodologia semelhante a Statman (1987). Para encontrarmos o custo, utilizamos uma metodologia original que se baseia na ponderação da função de custo das principais corretoras de *home brokers* pelo volume negociado por cada uma delas. O número ótimo de ações encontrado é 12.

**Palavras-chave:** carteira; diversificação; *home brokers*.

**Códigos JEL:** G11; G12; G24.

## Abstract

This paper has the objective of determining the number of stocks that diversify a portfolio of Bovespa stocks of home brokers investors. We find the number of stocks that diversifies the portfolio by equalizing the benefit with the cost of including one more stock in the portfolio. To find the benefit, we use a methodology that is similar to Statman (1987). To find the cost we use an original methodology, in which we weight the costs of major brokers taking in consideration the volume transacted by them. The number of stocks that diversify our portfolio is 12.

**Keywords:** portfolio; diversification; home brokers.

---

Submetido em Novembro de 2007. Aceito em Agosto de 2008. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Newton Costa Jr.

\*Banco Central do Brasil e IBMEC/RJ. E-mail: fernando.nascimento@bcb.gov.br

\*\*Light S/A. E-mail: eduardo.paula@light.com.br

## 1. Introdução

A busca por investimentos mais atrativos<sup>1</sup>, bem como por facilidades tecnológicas surgidas nos últimos anos, vem popularizando o investimento em renda variável. Recentemente, sistemas que permitem negociações on line de ativos financeiros, vem agregando ao mercado um público que se encontrava pouco explorado: as pessoas físicas, situadas em todas as faixas de renda. Tais operações são realizadas por meio de sites denominados *home brokers*. Estes permitem o acompanhamento e a negociação de ações, opções, câmbio e outros produtos financeiros, em tempo real.

Após a popularização da internet as corretoras de valores começaram a investir nestas ferramentas. Para se ter uma idéia deste avanço, em dezembro de 2005 das 86 corretoras cadastradas na Bolsa de Valores de São Paulo, 49 possuíam este serviço<sup>2</sup>

Com o aumento desta demanda, pequenos investidores tentam, cada vez mais, aprimorar suas estratégias de investimentos. Uma das principais preocupações diz respeito à quantidade de ações que se deve manter em carteira. Esta decisão torna-se importante uma vez que a diversificação é um instrumento de redução do risco diversificável.

Uma pergunta naturalmente surge: qual nível ótimo de diversificação de uma carteira de ações no mercado de *home-broker* no Brasil?

Este artigo tem como objetivo tentar responder esta questão. Para tanto precisamos comparar os benefícios com os custos de se colocar mais uma ação na carteira dos investidores *home-brokers*. Para encontrar os benefícios, utilizamos metodologia semelhante à Statman (1987). Seleccionamos os retornos diários das ações pertencentes ao Ibovespa no mês de dezembro de 2005. Em seguida, criamos diversas carteiras contendo desde uma única ação até cinquenta e quatro ações. O objetivo foi identificar a redução do risco diversificável conforme o incremento dos ativos. Ao observar a curva formada pelas médias dos desvios-padrão das carteiras, fica visível que a diversificação a partir da décima ação gera um benefício pequeno.

No entanto, para encontrarmos o número ótimo de ações na carteira precisamos também encontrar o custo de colocarmos mais uma ação no portfólio. O objetivo, portanto, passa a ser a construção de uma função de custos de modo a retratar as

<sup>1</sup>Nos últimos anos, o interesse nos investimentos em renda variável vem aumentando dia após dia. Um dos principais motivos para o aumento desta parcela é que a taxa de juros tem mantido uma trajetória decrescente durante anos, diminuindo sua atratividade. Assim, os investidores estão cada vez mais atraídos por aperfeiçoar suas estratégias de investimento a fim de conseguir melhores retornos, estimulando os investidores buscarem modelos que moldem seus investimentos da melhor maneira possível.

<sup>2</sup>Conforme reportagem da Revista Época, em maio de 2006, existiam 174.000 pessoas com conta aberta na Bovespa para investir por meio destes sistemas. "A adesão vinha crescendo lentamente, mas disparou porque o mercado sobe quase sem parar desde 2003. O caminho tradicional para as pessoas físicas entrarem na Bolsa é o dos fundos de ações, mas as taxas de administração podem ser caras e a liberdade para escolher papéis é nenhuma. No *home broker*, paga-se apenas a corretagem".

corretagens cobradas por operações em sistemas de *home broker*. A comparação de fundos indexados com o índice, conforme proposto por Statman (1987), pode não ser a estratégia mais adequada, pois os custos vinculados a grandes bancos, que são os gestores dos principais fundos indexados, são diferentes daqueles cobrados das pessoas físicas que realizam operações via internet. Para a construção desta função, pesquisamos os custos cobrados pelas 49 corretoras que oferecem este serviço. Tais valores foram ponderados pelos volumes operados por cada uma das corretoras, chegando a uma corretagem média para cada operação.<sup>3</sup> Aplicando esta tarifa para cada uma das transações em todas as carteiras simuladas obtemos a curva de custo de se incluir mais uma ação na carteira.

Após construirmos as duas curvas, de benefícios e custos de se colocar mais uma ação na carteira, foi possível analisar a quantidade ideal que um investidor, usuário de *home broker*, deve manter em carteira. Enquanto a curva do benefício está acima da curva de custo há necessidade de uma maior diversificação. Isto é observado até a décima segunda ação. A partir deste ponto os benefícios gerados pela diversificação são menores que os custos decorrentes dela. O ótimo de números de ações na carteira é aquele que iguala o benefício com o custo de se colocar mais uma ação na carteira. O número que encontramos foi de 12 ações.

O restante deste artigo está estruturado da seguinte forma. Na seção 2, serão discutidos os aspectos mais relevantes da literatura que estuda o grau de diversificação ideal de uma carteira de ações. Na seção 3, descreveremos a metodologia utilizada para se chegar aos resultados esperados. Na seção 4, realizaremos a análise empírica sobre a metodologia apresentada. Na seção 5, desenvolveremos alguns testes de robustez sobre a análise empírica. Finalmente, a seção 6 conclui nosso trabalho.

## 2. Revisão da Literatura

Markowitz (1952) apresentou uma contribuição seminal relacionada à escolha ótima de uma carteira por parte de um investidor. Sua contribuição fundamental foi a distinção entre a variabilidade do retorno de um ativo financeiro e seu impacto no risco de uma carteira de investimento. O trabalho de Markowitz (1952) supõe que um investidor racional escolhe minimizar o risco de seu portfólio tomando como dado um certo retorno esperado.

Modelando o investidor desta forma, Markowitz (1952) observou que a satisfação do investidor não é maximizada investindo no ativo de maior retorno, mas sim investindo em ativos que possuem a melhor relação entre risco e retorno. A combinação ótima de retornos e risco é conhecida como fronteira eficiente.

A diversificação entre ações com baixas correlações entre os retornos dos títulos minimiza o risco da carteira. À medida que o coeficiente de correlação se reduz, o risco para determinado nível de retorno diminui, podendo até chegar a zero quando a correlação for -1. Ou seja, à medida que a correlação entre os

---

<sup>3</sup>Uma operação é definida como a compra ou venda de uma quantidade de ações do mesmo ativo.

ativos diminui, ocorre aumento do benefício da diversificação, aumentando o retorno para um mesmo nível de risco, ou diminuindo o risco para um igual nível de retorno.

Sharpe (1964) estende o modelo de Markowitz (1952). Seu modelo é conhecido como Capital Asset Price Model (CAPM). Nele as combinações ótimas de retorno esperado e risco estão localizadas na Linha de Mercado de Capitais, que é a tangente à fronteira eficiente passando pelo ativo livre de risco. O ponto de tangência é conhecido como portfólio de mercado.

Após Markowitz (1952) e Sharpe (1964), diversos estudos analisaram o efeito da diversificação como estratégia de redução de risco. Um outro ponto também explorado foi a análise relacionada à quantidade de ações que torna um portfólio suficientemente diversificável, que é justamente o assunto abordado neste trabalho.

Evans e Archer (1968) foram os primeiros a estudar esta questão. Eles construíram 60 carteiras de  $n$  ações ( $n = 1, 2, \dots, 40$ ), selecionando ações aleatoriamente das taxas de rentabilidades semi-anuais de 470 títulos. O estudo abrangeu um período de 10 anos. Para cada uma das 60 carteiras de tamanho  $n$ , Evans e Archer calcularam a taxa de retorno médio e o desvio-padrão. Um dos resultados de suas investigações foi a identificação de que o risco é uma função decrescente do número de ações. Além disto, concluíram que a partir da décima ação o benefício da diversificação é praticamente extinto.

Após Evans e Archer (1968), diversos autores exploraram este tema. Em uma mesma linha de pesquisa, Elton e Gruber (1977) publicaram artigo relacionando o risco do portfólio com sua quantidade de ações. Os resultados encontrados mostraram que 51% do risco da carteira eram eliminados quando o número de ativos aumentava de 1 para 10. Já uma carteira com 20 ativos era possível eliminar 56% de seu risco, ou seja, apenas 5 pontos percentuais a mais que a carteira com 10 ativos. E adicionando mais 30 ações este número subia inexpressivos 2 pontos percentuais. Praticamente o mesmo risco de uma carteira com 1000 ativos.

Blume et alii (1975) estudaram a quantidade de ativos que os investidores americanos possuíam em suas carteiras. Surpreendentemente 34,1% dos investidores possuíam uma única ação em carteira, e 50% apenas duas ações. Somente 10,7% dos investidores possuíam 10 ou mais ações.

Klemkosky e Martin (1975) determinaram o impacto do Beta e da variância no processo de diversificação da carteira por meio da medida do risco não sistemático. Assim, mensuraram a variância residual do portfólio, subtraindo o risco de mercado do risco total da carteira. A importância prática do efeito do Beta na diversificação do portfólio foi determinada comparando o risco residual de um portfólio composto por ativos com altos valores de Beta a um portfólio composto por ações de Betas baixos. Esta comparação concluiu que os valores dos Betas das carteiras estão diretamente ligados com o grau de diversificação necessário. Concluíram substanciais reduções no risco não sistemático quando a carteira possuía entre 12 e 14 ativos.

Tole (1982) utilizou 1.500 carteiras recomendadas por empresas de consul-

tórias ou bancos, formando 55 portfólios entre 2 e 76 ações. Com estas carteiras concluiu que os modelos até então existentes indicaram que o benefício da diversificação de carteiras não aleatórias é superior à diversificação de um processo aleatório. Este trabalho foi reconhecido por ser o pioneiro na análise da diversificação de carteiras formadas por um processo não aleatório.

Fisher e Lorie (1970) também estudaram o efeito da diversificação comparando o risco de carteiras aleatórias em relação às carteiras estruturadas com ações multi-setoriais, num universo de 1000 portfólio. Como resultado, não foram encontradas significativas diferenças entre estes conjuntos de carteiras. Porém, até o momento, os artigos citados acima estavam relacionados apenas com o benefício da diversificação, desconsiderando qualquer custo de transação. O maior problema ocorre em virtude de tais custos incidirem por cada operação executada, e os custos marginais crescem de maneira mais rápida que o benefício de se colar mais uma ação na carteira, gerando uma diversificação finita, e inferior quando apenas são analisados seus custos.

Blume e Friend (1975) foram os primeiros a comparar os benefícios da diversificação com os custos decorrentes dela, por meio de uma metodologia similar a de Statman (1987). Eles concluíram que 70% dos investidores possuem um número menor de ações que o considerado ótimo pelos testes. Os resultados empíricos mostraram que muitos investidores, particularmente aqueles que possuem meios limitados, não possuem seus portfólios bem diversificados. A análise dos retornos confirma que os investidores se expõem a riscos desnecessários.

Mayshar (1979) descreveu um modelo que sugere um padrão de diversificação limitada quando há presença de custos de transações, mesmo que estes custos sejam relativamente baixos. Também expôs que modelos anteriores como os de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Diamond (1984), não levavam em consideração tais custos, induzindo os investidores a tomar decisões imperfeitas.

Statman (1987) selecionou os 500 ativos que compunham o índice SP500 para realizar sua análise. Construiu carteiras aleatórias contendo desde uma única ação até carteiras contendo cem ativos. Para cada carteira aleatória comparou o retorno esperado desta carteira com o retorno esperado de uma carteira com mesmo risco na linha de mercado de capitais. O benefício de se colocar mais uma ação na carteira é a diferença entre os dois retornos.

Já os custos de se colocar mais uma ação na carteira referem-se aos custos de transações, ou seja, os custos das corretagens cobradas pelas corretoras. Para levantar os custos de transações foram selecionados alguns fundos de ações indexados ao índice de mercado. A diferença entre a performance média dos fundos e do índice definiu os custos marginais de transações.

A partir dos dados selecionados e das carteiras construídas, compararam-se os benefícios com os custos de se colocar mais uma ação em cada carteira. Enquanto o benefício for superior ao custo de se colocar mais uma ação na carteira, permanece a necessidade de uma maior diversificação. O ponto ótimo de equilíbrio foi atingido quando uma carteira possuía 30 ações para um investidor que tomava

dinheiro emprestado e com 40 ações para um investidor que emprestava dinheiro.

Alguns estudos também testaram o grau de diversificação para ativos negociados no mercado brasileiro. Sanvicente e Bellato (2003), utilizando a mesma metodologia de Statman (1987), fizeram os testes para o período de 1997 a 2002. Os resultados obtidos foram bem semelhantes aos resultados americanos, apesar dos custos de transação serem quase cinco vezes maiores que os norte-americanos.

Outros autores também contribuíram para o tema utilizando as ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Brito (1989), seguindo os mesmos passos de Evans e Archer (1968) e Sharpe (1972), concluiu que o benefício causado pela diversificação atingia um valor adequado quando uma carteira possuía 8 ações, e que o benefício de acrescentar um ativo em uma carteira com mais de 15 ações era desprezível. Concluiu também que era possível suprimir cerca de 60% do risco de uma carteira por meio da diversificação.

Eid Jr. (1991) realizou um estudo onde a carteira deveria ser diversificada até que a redução do risco decorrente do acréscimo de uma ação fosse inferior a 1%. O resultado obtido foi de 12 ações, onde era possível eliminar cerca de 87% do risco diversificável da carteira.

Finalmente, Ceretta e Costa Jr. (2000) realizaram um estudo comparativo entre algumas metodologias já existentes, tais como: análise dos efeitos da diversificação por meio da regressão do número de ações contra seus desvios padrões (Evans e Archer, 1968); análise em relação ao risco de uma ação típica (Sharpe, 1972); análise da dispersão ao redor da linha de regressão e cálculo da amplitude entre os desvios padrão e taxa de rentabilidade (Tole, 1982). Como conclusão, por meio da equação de regressão, entenderam que uma carteira igualmente ponderada com 12 ações, é possível eliminar cerca de 52% do risco de uma ação típica e 83% do desvio padrão de uma carteira. Pôde ainda concluir que, a partir da décima oitava ação, praticamente não são impactantes os benefícios da inclusão de ações adicionais.

No capítulo seguinte será apresentada a metodologia proposta para a construção da curva de benefício e custo de se incluir mais uma ação na carteira de *home broker*.

### 3. Metodologia

O presente artigo avalia o grau ótimo de diversificação, por meio da comparação de custos e benefícios da inclusão de uma ação adicional à carteira. No entanto, vale ressaltar que o benefício do acréscimo de uma determinada ação a uma carteira é decrescente, conforme destacado por Evans e Archer (1968) até o ponto onde a inclusão de um novo ativo gera um benefício próximo de zero.

Paralelamente, ao se aumentar o número de ativos de uma carteira verifica-se um aumento do custo de manutenção global da mesma, em função das despesas decorrentes de corretagens cobradas pelas operações executadas.

Vamos utilizar metodologia semelhante a Statman (1987) para encontrar o benefício da diversificação. Para os custos, utilizaremos metodologia original que

será descrita a seguir. Começaremos com os benefícios da diversificação.

### 3.1 Benefício da inclusão de uma nova ação na carteira

Conforme destacado por Ross et alii (2002) o risco de toda a carteira é dividido em duas partes distintas: risco sistêmico (não diversificável) e o risco não-sistêmico (diversificável).

O risco sistêmico é a parcela do risco total que o processo de diversificação não consegue eliminar, ou seja, é o risco de mercado. Já o risco não-sistemático ou diversificável é a parcela que pode ser eliminada aumentando o número de ativos em carteira.

Desta forma, o processo de diversificação dos ativos de uma carteira gera benefícios decorrentes da redução do risco diversificável, isto é, quando se aumenta o número de ações em uma carteira a tendência é que o seu desvio padrão reduza. Markowitz (1952) propõe que o risco não depende apenas da volatilidade dos preços das ações, mas também da maneira como elas se correlacionam. Na medida em que o coeficiente de correlação diminui, o risco não-sistemático para determinado nível de retorno reduz, podendo até chegar a zero se a correlação for igual a -1.

Para a construção das carteiras, selecionamos aleatoriamente os ativos.<sup>4</sup> O objetivo foi formar carteiras contendo diferentes números de ativos por meio de uma seleção aleatória, para não tendenciar a amostra, e simples, a fim de obter resultados práticos. Assim, construímos carteiras aleatórias com 1 ativo até 50 ativos. O número de carteiras para cada quantidade de ações foi o maior possível de maneira que, como mostra o Teorema Central do Limite, o desvio padrão médio amostral do conjunto de carteiras converge para o desvio padrão populacional. Inicialmente, construímos 150 carteiras aleatórias para cada quantidade de ações. Obtivemos a média dos desvios padrões destas carteiras. O benefício de se colocar mais uma ação na carteira pode ser encontrado facilmente utilizando-se este desvio-padrão médio de modo simples como mostra Statman (1987).

A carteira com maior grau de diversificação pode ser alavancada, ou seja, o investidor pode aplicar seus recursos tanto no ativo livre de risco quanto no mercado de ações, ou fazer um empréstimo e aplicar em ações. Para as ações. Para calcular o benefício de uma carteira com  $n$  ações basta combinar o retorno com o risco de acordo com a equação:

$$E[RP(n)] = (RF + \alpha) + \left\{ \frac{E[RP(N)] - (RF + \alpha)}{\sigma P(N)} \right\} \sigma P(n) \quad (1)$$

onde:

$E[RP(n)]$  = retorno esperado da carteira  $P(n)$ ;

$R_f$  = taxa livre de risco;

$\alpha$  = diferença entre a taxa de captação e a de aplicação no mercado livre de risco,

<sup>4</sup>Construímos um programa de Matlab para selecionar os ativos.



para o investidor que toma recursos emprestados, e zero para o investidor que aplica parte de seus recursos no ativo livre de risco;

$E[RP(N)]$  = retorno esperado da carteira suficientemente diversificada<sup>5</sup>;

$\sigma P(n)$  = desvio padrão da carteira  $P(n)$ ;

$\sigma P(N)$  = desvio padrão da carteira suficientemente diversificada.

A equação (1) pode ser interpretada como sendo a linha de  $N$  ações, e todas as carteiras  $P(n)$  encontram-se sobre ela. Esta linha pode ser dividida em duas partes, a primeira indo de  $Rf$  até  $P(n)$ , representando todas as carteiras possíveis para um investidor que aplica parte dos seus recursos na taxa livre de risco, e a segunda indo de  $P(n)$  a  $P(N)$ , sendo  $P(n)$  a carteira que alavanca  $P(N)$ , possuindo retorno esperado maior que  $G(n)$ , que representa uma carteira com  $n$  ações escolhidas aleatoriamente, porém com o mesmo grau de risco. Este segundo segmento representa a combinação das carteiras para um investidor que toma dinheiro emprestado à taxa livre de risco.

Para calcular os benefícios da redução de risco, comparamos a carteira  $G(n)$ , a uma carteira  $P(n)$ , que se encontra na linha de  $N$  ações e possui o mesmo desvio padrão da carteira  $G(n)$ .

O diferencial de retorno entre a carteira alavancada  $P(n)$  e  $G(n)$  pode ser interpretado como o benefício que o investidor obtém pelo aumento do número de ações de  $n$  para  $N$ . Em geral, o benefício do aumento do número de ações de  $n$  para  $N$  é:

$$E[RP(n)] - E[RG(n)] = \left\{ \frac{\sigma P(n)}{\sigma P(N)} - 1 \right\} \{E[RG(n)] - (RF + \alpha)\} \quad (2)$$

Esta equação permite observar o risco de uma carteira em unidades de retorno, e ao aplicá-la para todas as carteiras será traçada a curva de benefício de se colocar mais uma ação na carteira.

### 3.2 Custo de se incluir uma nova ação na carteira

Em relação à obtenção da curva de custo de se incluir mais uma ação na carteira, precisamos desenvolver uma metodologia original e própria para este contexto. Foi necessário construir uma função de custos que considere as várias corretagens cobradas pelas diversas corretoras de *home brokers*. É importante ressaltar que as corretagens são divididas em duas parcelas, uma fixa e uma variável. Isto é, ao ser realizada uma operação de compra ou venda de ações existe a incidência de um custo fixo independente do montante operado mais um custo variável que é um percentual sobre valor total negociado. Para se chegar a um custo de transação médio, estas parcelas devem ser ponderadas pelo volume operado no mercado à

<sup>5</sup>Statman (1987) considerou o índice Standard and Poor's 500 (S&P 500) como benchmark de uma carteira bem diversificada. Porém, ele ressaltou que esta carteira não pode ser considerada uma proxy do mercado de ações, muito menos que não se pode ter carteiras melhores diversificadas.

vista de cada corretora, a fim de que os custos se assemelhem à média do mercado. A equação 3 abaixo descreve o custo total médio sem impostos a ser pago por cada operação executada.<sup>6</sup>

$$CT = \frac{\sum C_{Fn} \times M_n}{\sum M_n} + \frac{\sum C_{Vn} \times M_n}{\sum M_n} \quad (3)$$

onde:

$C_T$  = Custo total médio sem impostos por ativo;

$C_{Fn}$  = Custo fixo cobrado pela corretora  $n$  por ativo;

$C_{Vn}$  = Custo variável cobrado pela corretora  $n$  por ativo;

$M_n$  = Volume total operado no mercado à vista na corretora  $n$ .

Neste artigo, procuramos aferir o nível ótimo de diversificação de uma maneira genérica, sem que seja necessário entrar nas particularidades de cada investidor. Assim, é necessário arbitrar um valor médio que os investidores possuem em carteira. Uma outra hipótese que também é assumida é que o volume aplicado em cada ação deve ser o mesmo, ou seja, se um investidor possui 10.000 reais para aplicar em ações, e ele mantém 2 ações em carteira, no momento da compra foram aplicados 5.000 reais em cada ativo.

Ao acrescentar aos custos médios de transação sem impostos os custos dos impostos temos os custos totais. Entretanto, este valor refere-se ao custo incidente em uma operação, sem que seja levado em consideração o tempo que o investidor manterá este ativo em carteira. É importante lembrar que a unidade de comparação escolhida para ser realizada esta pesquisa é unidade de retorno diário. Desta forma, é necessário transformar os custos totais médios em custos diários médios. Diversas hipóteses podem ser levadas em consideração para se chegar ao tempo médio de manutenção de uma ação em carteira. A hipótese mais correta é o período de revisão da carteira. Quando um investidor decide uma estratégia de investimento, ele observa as ações que se encontram mais baratas e estipula um tempo de maturidade na carteira para cada ação. Este tempo de maturidade parece ser a melhor hipótese para a realização deste estudo. Porém, por intermédio de um colaborador de uma das maiores corretoras do país tivemos acesso ao tempo médio de manutenção de uma ação em carteira para o mercado brasileiro que é de 210 dias, e é este valor que consideramos em nossa pesquisa. A equação (4) abaixo, calcula o custo total diário de uma operação com impostos para cada uma das carteiras.

$$Cd = \frac{[CT \times (1 + T)] \times n}{d} \quad (4)$$

<sup>6</sup>A escolha de uma função de custo linear se deve ao fato, observado em praticamente todas as corretoras que pesquisamos, do custo marginal não ser uma função do montante aplicado na carteira.

onde:

$C_d$  = Custo de transação médio diário com impostos;

$C_T$  = Custo total médio por operação sem impostos;

$T$  = Taxa e impostos cobrados;

$n$  = Número de ações em carteira;

$d$  = número médio de dias da maturidade / revisão da carteira.

Cabe ressaltar que esta operação teve de ser realizada para as mais de 6.000 carteiras criadas na presente pesquisa. Para isto, foram utilizados os custos calculados por meio das equações (3) e (4) e aplicados para todas as carteiras.

Deve ser observado o impacto que tais custos possuem sobre os retornos de cada carteira. Enquanto a curva de benefício está acima da curva de custo de colocarmos mais uma ação na carteira, há possibilidade de obtermos maiores benefícios com a diversificação. A seguir, mostraremos nossos resultados empíricos e encontraremos o nível ideal de diversificação de uma carteira para usuários de *home broker*.

#### 4. Resultados

Utilizamos os retornos diários das 54 ações<sup>78</sup> pertencentes ao Ibovespa no segundo quadrimestre de 2006. Como o ano de 2002 foi marcado por um grande aumento do risco país, o que refletiu intensamente na Bolsa de Valores de São Paulo, resolvemos escolher como período amostral aquele que se inicia em 1º de janeiro de 2003 indo até 30 de junho de 2006, que foi a data de coleta dos dados.

Para construir carteiras aleatórias consideramos pesos iguais. Foram criadas 150 carteiras para cada quantidade de ações. Estes possuem desde uma única ação até 54 ações. Cabe ressaltar que, para as carteiras contendo 1, 2, 53 e 54 não foram possíveis a construção de 150 carteiras distintas, porém foram formadas o maior número possível.

A média dos desvios padrões de cada grupo que possui a mesma quantidade de ações foi calculada. Com isto podemos visualizar os benefícios da diversificação conforme o aumento do número de ações. Estes valores também foram comparados ao risco da carteira teórica do Ibovespa.

<sup>7</sup>Os preços de fechamento de cada ação foram extraídos da base de dados do Economática. A taxa de retorno diário foi calculada comparando o preço de fechamento do ativo no instante  $T$  com o instante  $T - 1$ .

<sup>8</sup>Não usamos o IBX devido ao fato deste índice possuir diversas ações com muita pouca liquidez ao longo do nosso período amostral.

**Tabela 1**

Desvio padrão dos retornos diários das carteiras

Número de ações na carteira	Desvio padrão médio dos retornos diários da carteira	Proporção do desvio padrão da carteira em relação ao desvio padrão de uma única ação	Proporção do desvio padrão da carteira em relação ao desvio padrão do Ibovespa
1	2,5607%	1,00	1,55
2	2,0870%	0,81	1,27
3	1,9620%	0,77	1,19
4	1,8406%	0,72	1,12
5	1,7893%	0,70	1,09
6	1,7034%	0,67	1,03
7	1,6827%	0,66	1,02
8	1,6738%	0,65	1,02
9	1,6497%	0,64	1,00
10	1,6194%	0,63	0,98
11	1,6283%	0,64	0,99
12	1,6304%	0,64	0,99
13	1,6025%	0,63	0,97
14	1,5801%	0,62	0,96
15	1,5781%	0,62	0,96
16	1,5790%	0,62	0,96
17	1,5639%	0,61	0,95
25	1,5582%	0,61	0,95
35	1,5368%	0,60	0,93
45	1,5280%	0,60	0,93
54	1,5215%	0,59	0,92

Conforme descrito na metodologia, os benefícios marginais e os custos marginais da diversificação devem ser comparados em uma mesma unidade de medida, que neste caso é o retorno diário da carteira. Esta comparação pode ser realizada facilmente comparando duas carteiras, conforme proposto por Blume e Friend (1978).

Para a construção de uma carteira considerada suficientemente diversificada,  $E[RP(N)]$ , foram selecionadas as ações que compunham o IBX-100 no segundo quadrimestre de 2006, formando uma carteira que todas as ações possuíam pesos iguais. Assim, chegamos a um retorno médio diário de 0,17096% e a um risco de 1,14783%. Cabe ressaltar que não podemos considerar esta carteira como uma *proxy* para o mercado de ações.

Um outro ponto levado em consideração foi o poder de alavancagem do investidor. No Brasil, as taxas de empréstimos financeiros são extremamente altas, superando qualquer investimento em renda variável. Porém, uma forma que as corretoras utilizam para permitir que um investidor aplique além do que possui são as contas margens. Por meio destas contas as corretoras abrem um empréstimo para seus clientes tomando como garantia as próprias ações que eles possuem em carteira. Entretanto, este mecanismo não é utilizado por todas as corretoras e o limite de crédito depende muito da relação que cada cliente possui com o seu *broker*. Assim, prosseguimos a análise sem considerarmos o poder de alavancagem dos investidores, ou seja, eles não podem aplicar montante maior que possuem.

O desvio padrão médio das carteiras que contém apenas uma ação é 2,5607%. Ao aplicar este valor na equação 1, conforme exposto abaixo, obtém-se um retorno esperado de 0,1799% para a carteira que contém um único ativo.

$$E[RP(1)] = (0,02478\% + 0,00) + \left\{ \frac{0,17096\% - (0,02478\% + 0,00)}{1,14783\%} \right\} 2,5607\% = 0,1799\%$$

Aplicando os dados de todas as carteiras contidas na tabela 1 na equação 1, transformando os riscos em unidades de retorno, nos permitindo enxergar os benefícios da diversificação, conforme exposto na tabela 2 abaixo.

**Tabela 2**

Retorno diário esperado e benefício conforme o aumento da diversificação

Número de carteira	retorno esperado da carteira composta por $n$ ações	Benefício marginal esperado pelo aumento do número de ações na carteira
1	0,3509%	0,0017994
2	0,2906%	0,0011960
3	0,2746%	0,0010368
4	0,2592%	0,0008823
5	0,2526%	0,0008169
6	0,2417%	0,0007076
7	0,2391%	0,0006812
8	0,2379%	0,0006698
9	0,2349%	0,0006391
10	0,2310%	0,0006006
11	0,2321%	0,0006119
12	0,2324%	0,0006145
13	0,2289%	0,0005791
14	0,2260%	0,0005505
15	0,2258%	0,0005479
16	0,2259%	0,0005491
17	0,2239%	0,0005299
25	0,2232%	0,0005226
35	0,2205%	0,0004953
45	0,2194%	0,0004842
54	0,2185%	0,0004759

Uma vez traçada a curva de benefício de inclusão de mais uma ação na carteira, iniciamos o processo de construção da curva de custos. Diferentemente de Statman (1987), onde os custos de transação foram calculados por meio da diferença entre fundos indexados e o índice de mercado, construímos uma função de custo de se colocar mais uma ação na carteira. O objetivo desta função é delimitar apenas as corretagens incidentes sobre uma determinada operação, pois são diferentes para cada tipo de operação. Por exemplo, existem corretoras que cobram taxas diferentes para negócios realizados pela internet e pela mesa de operações. Além disso, as tarifas incidentes aos fundos de investimentos são diferentes das aplicadas às pessoas físicas. Assim, ao utilizar uma função de custo, o investidor pode adequar a gestão de seus investimentos apenas considerando os custos incidentes em suas aplicações, que em nosso caso, foram considerados corretagens cobradas por operações em *home broker*.

Com a finalidade de levantar as tarifas cobradas por cada corretora, iniciou-se um processo de pesquisa com todas as corretoras que possuem *home broker* cadastradas na Bovespa. Esta pesquisa foi realizada por meio da internet e, para as corretoras que não possuíam suas tarifas publicadas em seus sites, entramos em contato pelo telefone ou email. Além das corretagens, também foram levantadas em consideração outros custos incidentes sobre as operações, tais como emoluentes, taxa de custódia e impostos. Tais valores encontram-se na tabela 3 abaixo.

Corretora	Volume negociado R\$ Mil	Market Share de operações em <i>home broker</i>	Corretagens		Outros Custos	
			Fixa R\$	Variável	Emoluentes	ISS
ÁGORA-SENIOR	6.698.803	13,92%	20,00	0,00%	0,035%	5,00%
CSFB	4.918.836	10,22%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ITAÚ	4.246.239	8,82%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
FATOR	3.951.046	8,21%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
HEDGING-GRIFFO	3.439.967	7,15%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
FINABANK	1.651.229	3,43%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
BRASCAN	1.582.435	3,29%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
INTERFLOAT HZ	1.539.700	3,20%	15,00	0,00%	0,035%	5,00%
SCHAHIN	1.438.015	2,99%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
TÍTULO	1.409.595	2,93%	10,00	0,00%	0,035%	5,00%
BRDESCO	1.383.047	2,87%	0,00	0,25%	0,035%	5,00%
UNIBANCO INVESTSHOP	1.257.207	2,61%	39,90	0,50%	0,035%	5,00%
GRADUAL	1.146.924	2,38%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SOCOPA	991.135	2,06%	20,00	0,20%	0,035%	5,00%
UMUARAMA	884.193	1,84%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
CONCÓRDIA	852.088	1,77%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
INTRA	831.673	1,73%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SLW	755.529	1,57%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
HSBC	723.384	1,50%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
BANESPA	671.968	1,40%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
NOVINVEST	665.539	1,38%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
PLANNER	595.304	1,24%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
COINVALORES	560.152	1,16%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ATIVA	518.188	1,08%	15,00	0,00%	0,035%	5,00%
SOLIDEZ	516.200	1,07%	14,99	0,00%	0,035%	5,00%
CRUZEIRO DO SUL	505.247	1,05%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ELITE	457.291	0,95%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SOUZA BARROS	448.854	0,93%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ABN AMRO REAL	418.648	0,87%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SAFRA	404.033	0,84%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
BANIF PRIMUS	393.607	0,82%	15,99	0,00%	0,035%	5,00%
THECA	381.400	0,79%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
INDUSVAL	302.770	0,63%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
WALPIRES	261.326	0,54%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
MAGLIANO	218.564	0,45%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SÃO PAULO	210.700	0,44%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SPINELLI	175.889	0,37%	19,00	0,00%	0,035%	5,00%
ISOLDI	112.964	0,23%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
AMERICAINVEST	108.163	0,22%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
LEROSA	84.380	0,18%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
TALARICO	68.959	0,14%	32,80	0,50%	0,035%	5,00%
SITA	63.941	0,13%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ALFA	50.956	0,11%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
SOLIDUS	50.723	0,11%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
PRIME	46.718	0,10%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
CODEPE	38.359	0,08%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
ALPES	31.135	0,06%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
BANRISUL	28.409	0,06%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%
GERAL	25.866	0,05%	25,21	0,50%	0,035%	5,00%

Aplicando os dados da tabela 3 na equação 3 chegamos a um custo por operação executada composto por uma parcela fixa de 22,96 reais e a uma parcela variável de 0,41% sobre o montante aplicado.

Pela existência de uma parcela variável, o montante investido em cada ativo

impacta diretamente nos custos de transação da carteira. Um outro ponto que deve ser levado em consideração é que os recursos de cada investidor são finitos, ou seja, cada investidor possui um montante específico para aplicar *PersonNameProductID* ações. Porém ações. Por hipótese, foi sugerido um valor médio de cinquenta mil reais por investidor. Cabe ressaltar que este valor foi arbitrado, porém não parece destoar da realidade quando nos limitamos ao universo de pessoas físicas usuárias de *home broker*. Este montante é o total disponível em carteira, ou seja, se uma carteira possui 10 ativos, significa que, no momento da compra, foi aplicado cinco mil reais em cada ação.

Um outro ponto levado em consideração é que os custos de transação são cobrados por operação executada, definida como a compra ou venda de um montante de ações da mesma empresa, e toda a análise está sendo realizada por meio da comparação dos retornos diários das carteiras. Assim, é necessário transformar os custos totais em custos diários. Isto seria facilmente realizado se fosse fornecido o tempo médio de maturidade de cada carteira. Uma das opções razoáveis para conseguir este valor é observar o tempo de maturidade das carteiras recomendadas pelas corretoras. No caso desta pesquisa tivemos o apoio de um colaborador<sup>9</sup> que trabalha em uma das maiores corretoras do Brasil, que nos forneceu este dado. O número de dias médios indicado por este colaborador é de 210 dias. Cabe ressaltar que, para chegar a este resultado, não foram consideradas as operações de *day-trade*, que não são o objetivo da pesquisa.

As taxas e impostos<sup>10</sup> cobrados também foram levantados, totalizando um valor de 5,035% sobre a corretagem cobrada. Essas taxas e impostos são referentes aos emolumentos cobrados pela CBLC e pela BOVESPA e ao ISS (Imposto Sobre Serviço). O Imposto de Renda não foi considerado, uma vez que ele incide apenas sobre os ganhos provenientes da aplicação, e pelo fato dele não ser recolhido na fonte.

Utilizando-se das mesmas carteiras que formaram a tabela 1, e aplicando-as na equação 3, chegamos a um custo diário de transação (tabela 4). Por exemplo, para a carteira contendo 10 ativos o custo de diário é de 2,17 reais, conforme exemplificado abaixo:

$$\frac{[(22,96 + 0,41\% \times \frac{50.000}{10}) \times (1 + 0,0504)] \times 10}{210} = 2,1738$$

Para traçar a curva de custo de inclusão de mais uma ação na carteira é necessário observar o impacto dos custos dispostos na Tabela 4 sobre os montantes finais de cada carteira, que são compostos pelo valor inicial mais os retornos decorrentes da aplicação. O custo pode ser interpretado como sendo o retorno que o investidor deixou de ganhar por causa da incidência dos custos de transação.

<sup>9</sup>O colaborador pediu sigilo em relação ao seu nome e em relação ao nome da Corretora em que trabalha.

<sup>10</sup>No Apêndice A, encontram-se o detalhamento de todas as taxas e impostos incidentes em operações realizadas por intermédio de *home broker*.



**Tabela 3**

Custo de manutenção diário das carteiras em reais

Número de ações na carteira	Custo de manutenção médio diário da carteira - R\$
1	1,14
2	1,26
3	1,37
4	1,48
5	1,60
6	1,71
7	1,83
8	1,94
9	2,06
10	2,17
11	2,29
12	2,40
13	2,52
14	2,63
15	2,75
16	2,86
17	2,98
25	3,90
35	5,04
45	6,19
54	7,23

**Tabela 4**

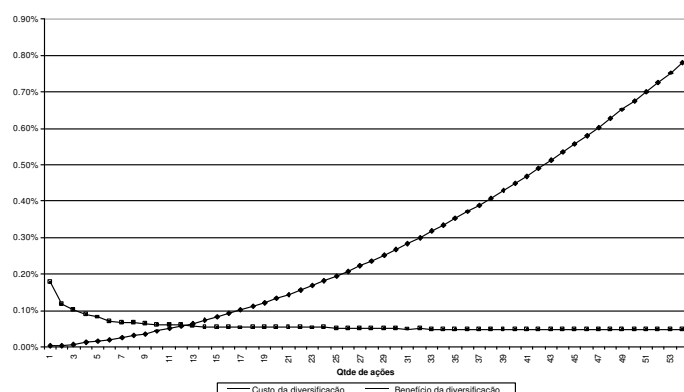
Custo de transação medidos pela diminuição do retorno esperado da carteira

Número de ações na carteira	Custo marginal de transação em diminuição do retorno da carteira
1	0,00228%
2	0,00501%
3	0,00821%
4	0,01186%
5	0,01597%
6	0,02054%
7	0,02557%
8	0,03106%
9	0,03700%
10	0,04340%
11	0,05027%
12	0,05759%
13	0,06537%
14	0,07361%
15	0,08230%
16	0,09146%
17	0,10107%
25	0,19450%
35	0,35256%
45	0,55647%
54	0,77921%

Enquanto a curva de benefício está acima da curva de custo inclusão de mais uma ação há necessidade de uma maior diversificação. Este comportamento pode ser observado até a carteira conter 12 ativos.

Observando o ponto de intercessão entre as curvas de benefício e custo de inclusão de mais uma ação é possível aferir que a taxa do benefício é decrescente ao longo do tempo. Enquanto a curva de benefício está acima da curva de custo, sua taxa média de decrescimento é de 8,75%. Após as curvas se cruzarem esta taxa cai para apenas 0,59%.

Com o aumento da diversificação o desvio padrão da carteira diminui constantemente, porém como pode ser observado, a partir da décima ação o benefício gerado por este acréscimo é praticamente nulo, tornando a curva quase horizontal. De acordo com a Tabela 1 é possível eliminar 33,4% do risco da carteira aumentando a quantidade de ativos de 1 para 6. Se acrescentarmos mais 40 ativos o benefício adicional é de apenas 6 pontos percentuais. Além disso, é importante destacar que, devido a grande concentração de ativos, o Ibovespa possui o mesmo grau de risco que a carteira com apenas 9 ativos.



**Figura 1**  
Equilíbrio de mercado – grau ideal de diversificação de uma carteira

De acordo com a Tabela 3 foi encontrado um custo de transação de R\$ 22,26 de parcela fixa e 0,41% de variável. Este valor é cobrado por operação executada, independente do tempo que o investidor mantém o ativo em carteira. Porém, é importante lembrarmos que a unidade de medida escolhida para desenvolver este trabalho é a unidade de retorno diário da carteira. Assim, foi importante analisarmos o tempo médio que um investidor mantém seu ativo em carteira para podermos chegar na mesma unidade de medida do benefício de se colocar mais uma ação na carteira.

Uma outra hipótese que também teve que ser assumida é que cada investidor possui um montante de R\$ 50.000 em carteira. Assim, como existe uma parcela fixa cobrada por ordem executada, a curva de custo de se colocar mais uma ação na carteira assumiu um formato exponencial, conforme pode ser visto na figura 1.

De acordo com a Tabela 5 se aumentarmos o número de ações em carteira de 1 para 10 os custos de transação aumentam 18 vezes. Isso ocorre justamente pela existência de uma parcela de corretagem fixa. Caso a corretagem existente fosse apenas uma parcela variável os custos deveriam aumentar na mesma proporção que a quantidade de ações.

Os resultados encontrados mostram que a quantidade de ações que um investidor usuário de *home broker* deve manter em carteira é 12. É importante destacar que esta pesquisa foi realizada para o mercado de *home broker* de uma maneira geral, contemplando todas as corretoras que disponibilizam este serviço, bem como todas as ações pertencentes ao índice, não levando em consideração as qualidades das empresas nem se os papéis possuem liquidez.

Statman (1987) encontrou um grau de diversificação ideal muito acima do encontrado neste trabalho. Este fato se deve aos baixos custos de corretagens existentes no mercado norte americano. Entretanto, Evans e Archer (1968) analisando apenas a redução do risco da carteira conforme o aumento da diversificação, encontrou um resultado semelhante ao desta pesquisa, isto é, 10 ativos. A mesma metodologia proposta por Evans e Archer foi utilizado por Brito (1989), onde foi testado no mercado brasileiro. O resultado encontrado também foi semelhante ao desta pesquisa.

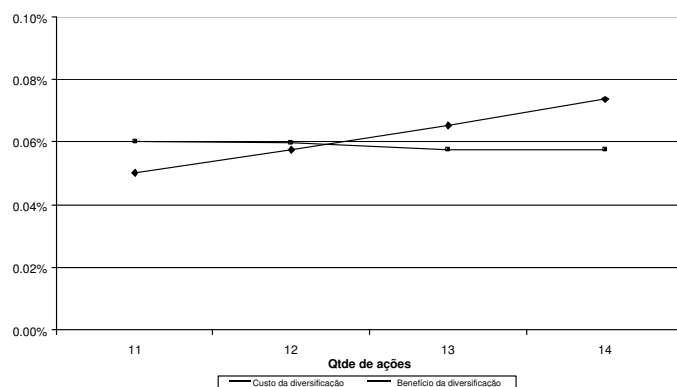
## 5. Análise de Robustez

Com a finalidade de verificar a robustez dos resultados encontrados, realizamos alguns testes de robustez sem alterar a essência da metodologia apresentada acima.

### 5.1 Aumentando o número de carteiras para $N = 500$

A definição da quantidade de carteiras para o desenvolvimento de um trabalho empírico é fundamental para proporcionar algumas inferências para o mercado através dos resultados obtidos. Aumentamos, então, para 500 o número de carteiras.

De acordo com a figura 2 o benefício é maior que o custo de se incluir mais uma ação na carteira até ela possuir 12 ativos, o mesmo valor encontrado na análise empírica deste trabalho. Isto mostra que os resultados anteriores se mostram robustos.

**Figura 2**

Aumentando o número de carteiras para 500 para cada quantidade de ações

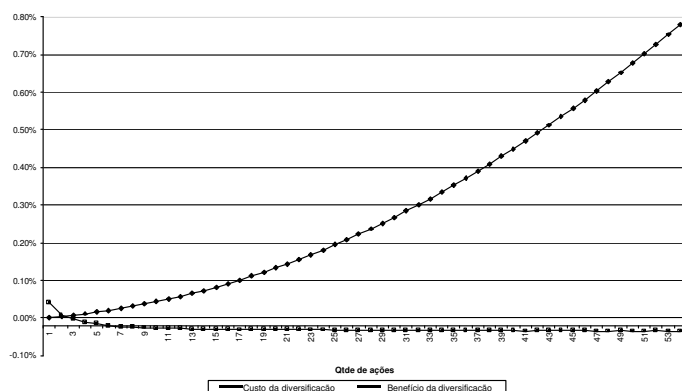
## 5.2 Utilizando o Ibovespa como a carteira suficientemente diversificada para o mercado

Uma outra forma de testarmos nossos resultados é considerar o índice Ibovespa como sendo uma carteira suficientemente diversificada. O Ibovespa é composto por 54 ações, porém existe uma grande concentração incidindo em poucas ações de grandes empresas, conforme pode ser verificado na tabela 6 abaixo.

**Tabela 5**

Código	Ação	Tipo	Qtde. Teórica	Part. Ibov (%)
VALE5	VALE R DOCE	PNA	36,6602	12,02%
PETR4	PETROBRAS	PN	98,4705	11,28%
TNLP4	TELEMAR	PN ED	70,1238	6,57%
USIM5	USIMINAS	PNA	26,4750	5,22%
BBDC4	BRADESCO	PN	21,5928	4,26%
CSNA3	SID NACIONAL	ON EDJ	20,5759	3,66%
GGBR4	GERDAU	PN	35,3768	3,16%
BRKM5	BRASKEM	PNA	80,5773	2,94%
Demais ações do índice			—	50,91%

As 54 ações que compõe o índice são referentes a 46 empresas, onde as cinco maiores representam 44,89% do índice. Além disso, é importante ressaltar que as covariâncias entre esses ativos são positivas, o que torna o índice em uma carteira pouco diversificada. Comparando com as carteiras aleatoriamente criadas e com pesos iguais, o Ibovespa possui o mesmo risco que uma carteira de 6 ações, ou seja, muito pouco diversificada para ser utilizado na metodologia proposta. Assim, os resultados encontrados indicam que o ponto ótimo de diversificação são apenas duas ações.

**Figura 3**

Considerando o Ibovespa como carteira suficientemente diversificada

A análise empírica realizada na seção 4 considera como carteira suficientemente diversificada uma carteira formada por 100 ações distintas pertencentes ao IBX-100 e distribuídas igualmente na carteira, isto é, com pesos iguais. Ao se comparar esta carteira com o Ibovespa é observado que o índice da BOVESPA possui seu desvio-padrão 14,72% maior que o da carteira com 100 ativos. Além disso, a grande concentração de ativos do índice, o torna uma carteira pouco diversificada para ser utilizada nesta análise.

A BOVESPA possui um número reduzido de ações negociadas. Apenas nos últimos anos esse número começou a aumentar, porém, geralmente quando uma empresa emite ações em bolsa, esta ainda não possui um grau de liquidez necessário para pertencer a um índice de mercado. Apesar de não realizarmos testes semelhantes com outros índices, é importante destacar que estes possuem um alto grau de concentração, impossibilitando suas utilizações para esta análise. O ideal é considerar como uma carteira suficientemente diversificada, ou seja, uma carteira com um número grande de ações e com uma distribuição de pesos iguais, conforme proposto na seção 4 acima.

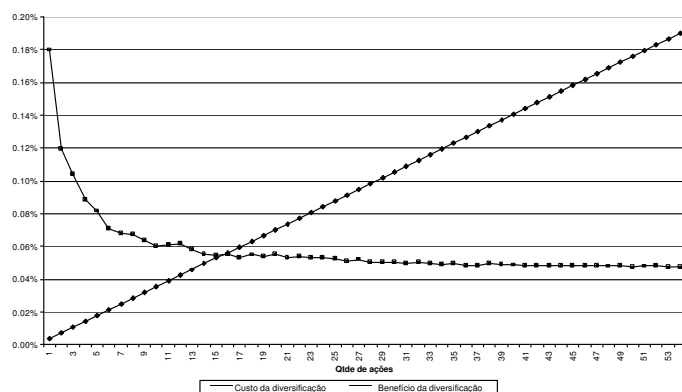
### 5.3 Valor médio por operação executada de R\$ 7.800

De acordo com o relatório anual da BOVESPA de 2005, o montante médio que um investidor movimenta em cada operação executada via *home broker* é de R\$ 7.800.

Na seção 4 foram consideradas algumas hipóteses para a realização dos testes. Uma dessas hipóteses é que cada investidor possui um montante de R\$ 50.000 para aplicar no mercado de ações. Para a realização deste terceiro teste de robustez esta hipótese é desconsiderada, uma vez que o montante aplicado em cada ações é fixo, isto é, os R\$ 7.800 indicado pelo Relatório Anual da BOVESPA. Por exemplo: se o investidor possuir uma ação em carteira, ele possui R\$ 7.800 aplicados; se o

investidor possuir duas ações em carteira, ele possui um montante de R\$ 15.600, e assim sucessivamente. Já, o nível ideal de diversificação indicado pela seção 4 é de 12. Isto significa que em cada ação foi aplicado o valor de R\$ 4.167, que é o resultado da divisão dos R\$ 50.000 pelo nível de diversificação de 12 ações.

É importante destacar que, devido ao valor de cada operação executada ser fixo, o montante em carteira cresce na mesma proporção que os custos de transação, tornando a curva de custo de se incluir mais um ativo na carteira linear.



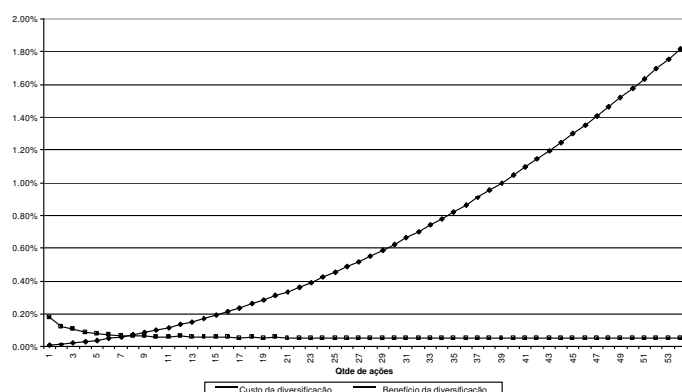
**Figura 4**

Aplicação média de R\$ 7.800 por operação executada

#### 5.4 Alterando o período de manutenção de uma carteira para 90 dias

Uma das hipóteses assumidas anteriormente foi que o tempo médio de manutenção de uma ação em carteira é de 210 dias. Este valor foi obtido por meio de uma análise realizada em um universo de clientes de uma das maiores corretoras do país. Porém, diversos relatórios criados por bancos e consultorias que recomendam a compra de uma determinada carteira, possuem um período de maturidade de 90 dias. Sendo assim, analisamos como seriam os resultados desta pesquisa se considerássemos este período em vez dos 210 dias propostos.

Com a diminuição do período de maturidade da carteira, o impacto dos custos marginais nos retornos das carteiras aumenta, elevando a curva de custo marginal. Ao transformar os custos totais em custo diário, os valores dos custos de transação são divididos pelo número de dias que a ação permanece em carteira. Quando esse número de dias reduz, maior é o impacto das corretagens nos retornos diários das carteiras.

**Figura 5**

Período médio de manutenção de uma carteira igual a 90 dias

Assim, reduzindo o tempo médio de permanência de uma ação em carteira de 210 dias para 90 dias, o nível ideal de diversificação passa a ser 7 ações em carteira, em vez das 12 encontrados na seção 4.

## 6. Conclusão

Este artigo teve como objetivo analisar a quantidade de ações que um investidor usuário de *home broker* deve manter em carteira. O formato logarítmico da curva de benefício incremental de mais uma ação sugere que a partir de um certo ponto o aumento da diversificação gera um benefício muito pequeno. Entretanto, se não for levado em consideração os custos de transação, um investidor poderia assumir uma estratégia de diversificação infinita.

Sabemos que existe a incidência de corretagens na compra e venda de ações, e este fator deve ser levado em consideração para uma melhor decisão dos investidores. Entretanto, os altos custos de transação no mercado brasileiro contribuem para um baixo nível de diversificação, deixando claro a alta sensibilidade do número de ações aos custos de transação.

Porém, é importante modelar a curva de custo apenas com as corretagens incidentes sobre as aplicações de cada investidor. A comparação entre fundos indexados e o índice de mercado, conforme proposto por Statman (1987), para medir os custos de transação não parece ser a melhor maneira, pois as tarifas incidentes sobre os bancos e administradores de fundos são diferentes das cobradas por operação de pessoas físicas. Com a definição de uma função de custo que leva em consideração tarifas cobradas a pessoas físicas por corretoras de *home brokers* foi possível adequar o modelo para qualquer investidor, considerando suas características e particularidades.

Após construirmos as duas curvas, de benefícios e custos de se colocar mais

uma ação na carteira, foi possível analisar a quantidade ideal que um investidor, usuário de *home broker*, deve manter em carteira. O número ótimo de ações que encontramos foi 12 ações.

Por último, é importante destacar que a utilização do *home broker* para operar títulos e ações vem crescendo a cada dia, chegando no final de 2006 com uma parcela de 25% do total operado pela BOVESPA. Já existem corretoras brasileiras que se especializaram tanto nestas operações que não disponibilizam mais seus serviços pela tradicional mesa de operação.

Como sugestão para a realização de novos trabalhos, sugerimos explorar o nível de diversificação ideal para outros ativos financeiros, como derivativos e câmbio. Isto seria bastante útil para o mercado de investimentos no Brasil.

## Referências

- Blume, M. E., Crockett, J., & Friend, I. (1975). Stock ownership in the United States: Characteristics and trends. *Journal of Finance*, 30:585–603.
- Blume, M. E. & Friend, I. (1975). The asset structure of individual portfolios and implications for utility functions. *Journal of Finance*, 30:585–603.
- Blume, M. E. & Friend, I. (1978). *The Changing Role of the Individual Investor: A Twentieth Century Fund Report*. John Wiley & Sons, New York.
- Brito, N. R. O. (1989). *O Efeito Da Diversificação Do Risco No Mercado Acionário Brasileiro*. Atlas, São Paulo. (org.).
- Ceretta, P. S. & Costa Jr., N. C. A. (2000). *Quantas Ações Tornam Um Portfólio Diversificado No Mercado de Capitais Brasileiro? Mercado de Capitais: Análise Empírica No Brasil*. Atlas, São Paulo. Coleção Coppead de Administração.
- Diamond, D. W. (1984). Financial intermediation and delegated monitoring. *The Review of Economics Studies*, 51:393–414.
- Eid Jr., W. (1991). A redução do risco das carteiras de investimento através de diversificação aleatória. Dissertação (Mestrado em Administração), EAESP-FGV, São Paulo.
- Elton, E. J. & Gruber, M. J. (1977). Risk reduction and portfolio size: An analytical solution. *Journal of Business*, 50:415–437.
- Evans, J. L. & Archer, S. H. (1968). Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis. *Journal of Finance*, 23:761–767.
- Fisher, L. & Lorie, J. H. (1970). Some studies of variability of returns on investments in common stocks. *Journal of Business*, 43:99–133.
- Klemkosky, R. C. & Martin, J. D. (1975). The effect of market risk on portfolio diversification. *Journal of Finance*, 30:147–154.



- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47:13–37.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7:77–91.
- Mayshar, J. (1979). Transaction cost in a model of capital market equilibrium. *Journal of Political Economy*, 87:673–700.
- Ross, S. A., Westerfield, R. W., & Jaffe, J. F. (2002). *Administração Financeira – Corporate Finance*. Atlas, São Paulo.
- Sanvicente, A. Z. & Bellato, L. L. N. (2003). *Determinação Do Grau Necessário de Diversificação de Uma Carteira de Ações No Mercado de Capitais Brasileiro*. FAPESP, São Paulo.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19:425–442.
- Sharpe, W. F. (1972). Diversification and portfolio risk. *Financial and Analyst Journal*, 23:74–79.
- Statman, M. (1987). How many stocks make a diversified portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22:353–363.
- Tole, T. M. (1982). You can't diversity without diversifying. *The Journal of Portfolio Management*, 8:5–11.

## A. Apêndice

### **Taxas e Impostos Incidentes sobre Operações realizadas por meio de *Home Broker***

#### 1. Emolumentos

Os emolumentos são cobrados pela BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo) e pela CBLC (Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia) por meio de taxa fixa para cada tipo de operação ou produto. As operações normais têm incidência de 0,035

#### 2. ISS (Imposto sobre serviços)

A taxa de corretagem é líquida de ISS. A alíquota depende do município onde o serviço é prestado ao cliente. Para fins de cálculo foi considerado uma taxa de 5% sobre a corretagem. Este valor representa a alíquota dos Municípios do Rio de Janeiro e São Paulo, onde estão localizados a maior parte das Sociedades Corretoras.

#### 3. Taxa de Custódia

Não foi considerada taxa de custódia, pois esta taxa é apenas cobrada quando não há nenhuma ordem executada no período de um mês, ou seja, é cobrada apenas para carteiras que não possuem movimentação dentro deste período.

#### 4. IR (Imposto de Renda)

Tendo em vista que o IR não é retido na fonte, e é calculado apenas sobre o ganho apurado, o imposto não foi considerado na base de cálculo desta pesquisa.