



# Tamanho de Portifólio: Uma Análise Exaustiva

Apresentação do Projeto de Monografia

José V. Zobarán

Nº USP 9812051

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# O Projeto

- **Apresentação rápida da questão estudada**
  - **O que faremos**
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# Apresentação da questão

- Risco de portfólio (conjuntos de ativos), por qualquer métrica, cai conforme o tamanho do portfólio aumenta
  - Como essa redução se dá para cada “passo” no tamanho do portfólio?
  - Com que tamanho de portfólio esses ganhos se esgotam?
- Há diversos custos associados a aumentar o tamanho de um portfólio
  - Quais são eles? Como medi-los?
  - Com que tamanho de portfólio os custos superam os ganhos?
- O desempenho de portfólios compostos de formas parecidas pode variar muito
  - Como ele muda conforme se avalie pontos diferentes das distribuições de portfólios? Nossos resultados são consistentes?

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- **Comentários sobre a literatura**
  - **Origem**
  - **Desenvolvimentos**
  - **Análises específicas**
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- **Comentários sobre a literatura**
  - **Origem**
  - Desenvolvimentos
  - Análises específicas
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# A Origem: Markowitz (1952)

- Criou a Teoria Moderna de Portifólios
- Introduz o conceito de *mean-variance*, que permite a comparação de portifólios expostos a níveis de risco diferentes
- Para nossos fins, destacamos:
  - “A rule of behavior which does not imply the superiority of diversification must be rejected both as a hypothesis and as a maxim”
  - “[The] presumption, that the law of large numbers applies to a portfolio of securities, cannot be accepted. The returns from securities are too intercorrelated. Diversification cannot eliminate all variance.”
    - Lei dos Grandes Números e Teorema do Limite Central não valem



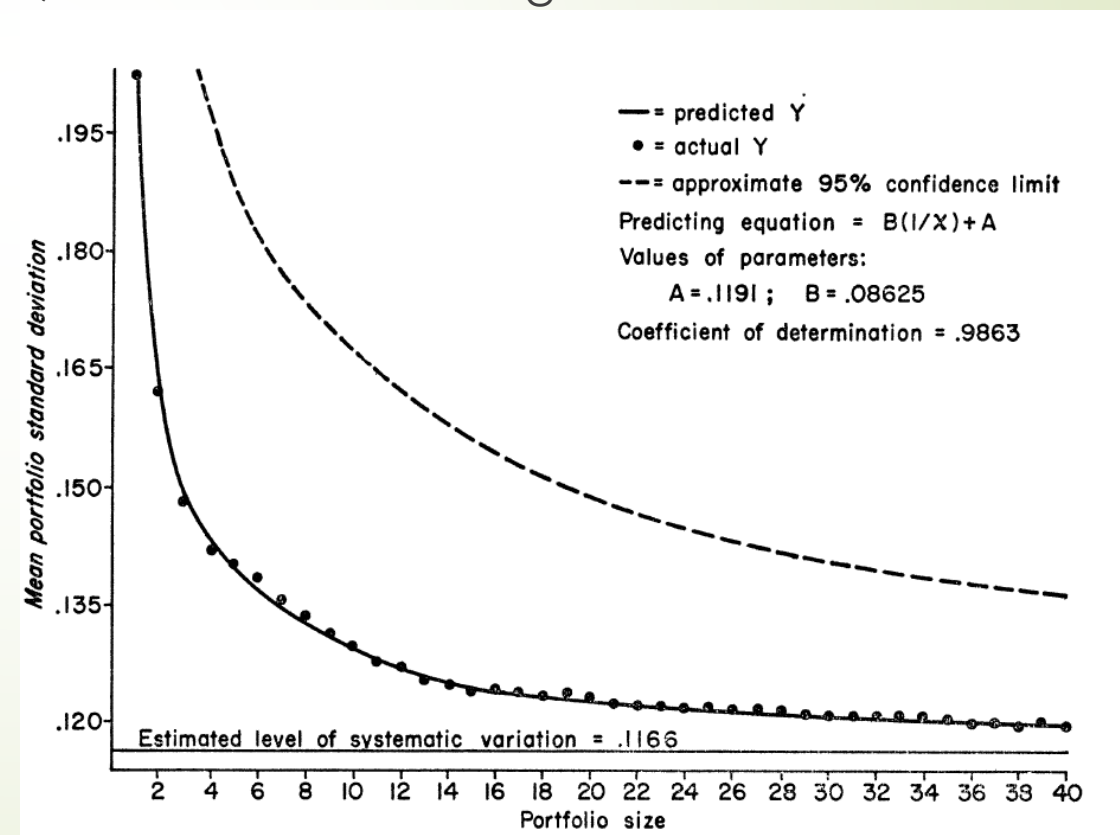
# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- **Comentários sobre a literatura**
  - Origem
  - **Desenvolvimentos**
  - Análises específicas
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser



# Desenvolvimentos: Evans e Archer (1968)

- Demonstração empírica dos ganhos de diversificação
- Apresenta, pela primeira vez, a “curva de convergência”
- Pouco generalizável



# Desenvolvimentos: Fisher e Lorie (1970)

- Conclusões muito palpáveis e “finais”
- Os ganhos de diversificação são baixos a partir de 32 ações no portfólio, e quase nulos com 128 ações.
- Pouco variante no tempo

PERCENT OF POSSIBLE REDUCTION IN RELATIVE DISPERSION ACHIEVED  
THROUGH INCREASING THE NUMBER OF STOCKS IN THE PORTFOLIO  
(Based on portfolios of stocks from NYSE for 1926-65 or as specified)

	Number of Stocks in Portfolio						All
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>8</u>	<u>16</u>	<u>32</u>	<u>128</u>	(Market)
MEASURE OF RELATIVE DISPERSION For holding period(s)							
<u>Coefficient of Variation</u>							
40 one-year	0	43	84	92	96	99	100
20 one-year (1926-45)	0	43	84	92	96	99	100
20 one-year (1946-65)	0	43	84	92	96	99	100
8 five-year	0	42	83	91	96	99	100
4 ten-year	0	38	79	89	94	99	100
2 twenty-year	0	40	81	90	95	99	100
<u>Relative Mean Deviation</u>							
40 one-year	0	42	84	91	95	98	100
20 one-year (1926-45)	0	45	87	94	96	99	100
20 one-year (1946-65)	0	39	80	89	94	99	100
8 five-year	0	37	79	89	95	99	100
4 ten-year	0	35	79	90	96	100	100
2 twenty-year	0	43	91	99	100	100	100

# Desenvolvimentos: Elton e Grueber (1977)

- Solução puramente analítica
- Ganhos marginais convergem rápido, mas ganhos absolutos custam a serem esgotados

*Table 8*  
Effect of Diversification

Number of Securities	Expected Portfolio Variance	Variance in Variance	Total Risk
1 .....	46.619	1,411.041	46.811
2 .....	26.839	201.963	26.934
4 .....	16.948	31.553	16.996
6 .....	13.651	11.184	13.683
8 .....	12.003	5.477	12.027
10 .....	11.014	3.186	11.033
20 .....	9.036	.623	9.045
50 .....	7.849	.075	7.853
100 .....	7.453	.013	7.455
200 .....	7.255	.001	7.256
500 .....	7.137	.000	7.137
1,000 .....	7.097	.000	7.097
Minimum .....	7.070	.000	7.070

NOTE.—Parameters based on 3,290 securities values shown in table 5.

# Desenvolvimentos: Statman (1987)

- Uso de ganhos médios e metodologia teórica para definir os portfólios
- Metodologia para análise de custos marginais de diversificação, permitindo que se defina níveis eficientes.
  - Compara o portfólio de tamanho  $N$  com o portfólio de mercado alavancado até que ambos tenham desvio padrão iguais; compara com Vanguard

Difference between Expected Annual Return of a Portfolio of  $n$  Stocks,  $G(n)$ , and Expected Annual Return of a Portfolio  $P(n)$  That Levers a 500-Stock Portfolio Such That Standard Deviations of Returns of Portfolios  $G(n)$  and  $P(n)$  Are Equal<sup>a</sup>

Number of Stocks in Portfolio ( $n$ )	Return Differences for Borrowing and Lending Investors	
	Borrowing Investor	Lending Investor
10	1.502	1.986
20	0.776	1.027
30	0.517	0.683
40	0.383	0.507
50	0.302	0.399
100	0.135	0.179

Comparison of Returns to Investors in the Standard and Poor's (S&P) 500 Index and Vanguard Index Trust, 1979–1984

Year	(1) Rate of Return on S&P 500 Index (percent)	(2) Rate of Return on Vanguard Index Trust (percent)	Difference (1) – (2)
1979	18.44	18.04	0.40
1980	32.42	31.92	0.50
1981	-4.91	-5.21	0.30
1982	21.41	20.98	0.43
1983	22.51	21.29	1.22
1984	6.27	6.21	0.06
		Mean	0.49

Source: Vanguard Index Trust returns data are from Wiesenberger Financial Services [23]. S&P 500 Index returns data are from Ibbotson Associates [12].

# O Projeto

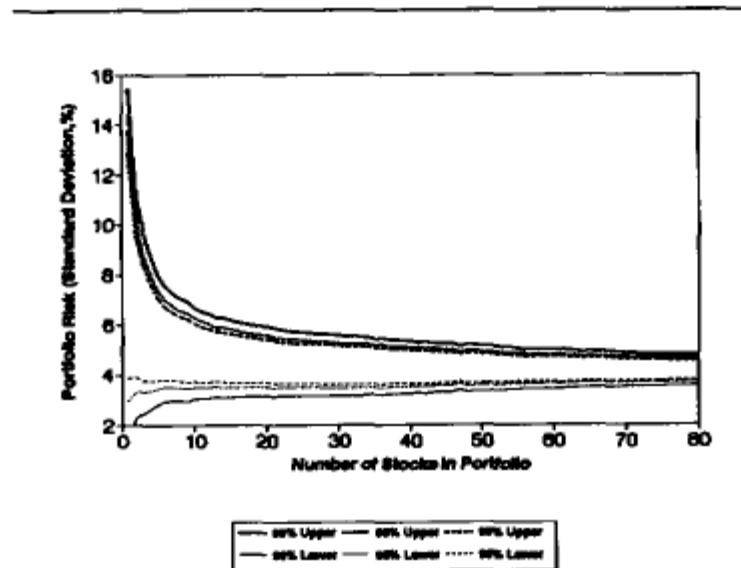
- Apresentação rápida da questão estudada
- **Comentários sobre a literatura**
  - Origem
  - Desenvolvimentos
  - **Análises específicas**
- Programa proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser



# Análises Específicas: Newbould e Poon (1993)

- Fazem análises de amostras de portfólios para cada tamanho de portfólio
- Destacam a falta de robustez do uso do portfólio médio

**Exhibit 3. Upper and Lower Confidence Limits of Portfolio Risk**



**Exhibit 4. Upper Risk Ranges of Mean Portfolio Risk**

# of Stocks	Upper Confidence Limit			Mean Risk <sup>a</sup>
	99%	95%	90%	
1	185	164	154	100
8 <sup>b</sup>	141	131	126	100
10 <sup>b</sup>	137	128	124	100
12 <sup>b</sup>	135	127	123	100
15 <sup>b</sup>	133	125	121	100
20 <sup>b</sup>	130	123	119	100
30	127	121	118	100
40	124	118	115	100
50	121	116	114	100
60	119	114	112	100
70	116	112	110	100
80	115	111	110	100

# Análises Específicas: Chong e Phillips (2012)

- Análises para diversas métricas de risco diferentes, não só desvio padrão
- Maior sofisticação na aleatorização dos portfólios
- “None of our measures converged to the 100-stock portfolio values with fewer than 20 stocks, and only one greater than 50”
- Destaca a inconsistência dos resultados encontrados, tanto entre papers diferentes quanto para métricas de risco diferentes



# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- **Programa proposto**
  - **Objetivo**
  - **Problemas**
  - **Solução**
  - **Algoritmo proposto**
  - **Instrumentos**
- Questões de implementação
- Razões de ser

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- **Programa proposto**
  - **Objetivo**
  - Problemas
  - Soluções
  - Algoritmo proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# Objetivo

- ▶ Traçar a “curva de convergência” para o mercado brasileiro
  - ▶ Determinar o desvio padrão médio do retorno de cada conjunto de portfólios compostos por uma certa quantidade de ações
- ▶ Variar as métricas de risco e algoritmos de formação de portfólio
- ▶ Comparar esses resultados com o desvio padrão do retorno do portfólio de mercado
- ▶ Definir qual é o nível ótimo de diversificação para portfólios aleatórios sob cada uma das estruturas analisadas.

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- **Programa proposto**
  - Objetivo
  - **Problemas**
  - Soluções
  - Algoritmo proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# Problemas

- ▶ A quantidade de portfólios possíveis é muito alta, por se tratar de um problema combinatório
  - ▶ Em um universo de 60 ações, o total de portfólios equally weighted possíveis é um pouco maior do que  $1.1 * 10^{18}$
  - ▶ Calcular isso levaria mais de trezentos mil anos.
- ▶ A média de uma amostra não é representativa; uma investidora não aposta em deter um portfólio “médio”
  - ▶ Além disso, analiticamente sabemos que nem a LGN nem o TLC valem
- ▶ Diversas métricas de risco, sem que haja consenso quanto a qual é melhor

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- **Programa proposto**
  - Objetivo
  - Problemas
  - **Soluções**
  - Algoritmo proposto
- Questões de implementação
- Razões de ser

# Soluções

- Análise por amostragem
  - Amostras suficientemente grandes para os pontos intermediários da curva, nos quais uma análise de todos os portfólios possíveis não é viável
- Testes de normalidade adaptados para amostras grandes
  - Mesmo que analiticamente não possamos afirmar a normalidade dos portfólios, podemos verifica-la de forma empírica
  - Amostras grandes requerem testes de normalidade adaptados
- Análise exaustiva das métricas de risco



# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- **Programa proposto**
  - Objetivo
  - Problemas
  - Soluções
  - **Algoritmo proposto**
- Questões de implementação
- Razões de ser

# Algoritmo

- Geração de uma amostra suficientemente grande de portfólios aleatórios para cada tamanho de portfólio possível
- Simulação dos retornos e riscos de cada portfólio gerado no período contemplado
- Testes estatísticos relevantes sobre a métrica de risco escolhida (no caso mais simples, os desvios padrões) obtidas pela amostragem;
- Extração da média e dos divisores de quartis para os conjuntos da estatística de risco escolhida (no caso mais simples, desvios padrões)
- Análise de ganho marginal, comparando custos a benefícios pelo aumento do portfólio

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- **Questões de implementação**
  - **Dados**
  - **Instrumentos**
- Razões de ser

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- **Questões de implementação**
  - **Dados**
  - Instrumentos
- Justificativa e utilidade futura

# Dados

- Para o desempenho das empresas listadas, vamos nos ater aos dados da B3, facilmente adquiridos
- Dados de custos operacionais por tamanho de portfólio serão estimados por várias formas, entre elas a Tabela Bovespa, custos médios de corretagem, taxas de administração em fundos passivos, entre outras

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- **Questões de implementação**
  - Dados
  - **Instrumentos**
- Razões de ser

# Instrumentos

- Primariamente, a linguagem de programação *R*
  - As bibliotecas principais serão *PortfolioAnalytics*, *xls*, *qgplot*, e as associadas ao *Tidyverse*



# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- **Razões de ser**
  - Justificativa detalhada
  - Méritos
  - Potencial

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- **Razões de ser**
  - **Justificativa detalhada**
  - Méritos
  - Potencial

# Justificativa

- Definir como diversas métricas de risco variam com tamanho de portfólio permite melhor entendimento do risco a que uma investidora está exposta
- Identificar em que ponto os “lucros marginais” por diversificação chegam a zero permite que se calibre portfólios melhor, evitando-se custos operacionais associados a portfólios maiores
  - Além disso, a teoria econômica não prescreve que se persiga algo até que receitas dela sejam zerados; a métrica usada é sempre lucro
- Permitir a formulação de portfólios guiada por parâmetros mais precisos do que simples achismo ou preferências pessoais por métricas de risco, ou achados ao acaso para portfólios específicos

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- **Razões de ser**
  - Justificativa detalhada
  - **Méritos**
  - Potencial

# Méritos

- O nome da Monografia é seu principal mérito: propomos uma **análise exaustiva** da questão posta para o mercado brasileiro
- A resolução, em apenas um trabalho, dos principais problemas apontados pela literatura para esses estudos, trás resultados mais finais
  - Diversas métricas de risco, de amostragem e de percentil dos portfólios analisados
- O uso de testes de normalidade adaptados sanam a dúvida quanto à validade do uso do método de amostragem, e portanto, dos resultados adquiridos

# O Projeto

- Apresentação rápida da questão estudada
- Comentários sobre a literatura
- Programa proposto
- Questões de implementação
- **Razões de ser**
  - Justificativa detalhada
  - Méritos
  - **Potencial**

# Potencial

- Em 2019 fundos de índice atingiram U\$4.3 trilhões de dólares sob “gestão”, 50% do total da capitalização de fundos nos EUA
- Por conterem todas ações possíveis, eles se sujeitam a custos operacionais altos, transmitidos aos investidores na forma de taxas
- Caso obtenhamos sucesso e robustez, teremos um algoritmo capaz de reproduzir as qualidades dos fundos de índice que vieram a dominar o mercado com menos ações, e portanto, um custo menor