

FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

JOSÉ VIDAL ZOBARAN

TAMANHO DE PORTIFÓLIO: UMA ANÁLISE EXAUSTIVA

Projeto apresentado à disciplina
Técnicas de Pesquisa em Economia
visando a elaboração de uma Monografia
orientada pelo Prof. Dr. Cláudio Ribeiro de Lucinda

SÃO PAULO

2020

Sumário

Resumo	3
Introdução.....	3
Revisão Bibliográfica	4
Objetivo.....	4
Justificativa.....	5
Metodologia	5
Plano de Trabalho	6
Cronograma.....	6
Referências.....	7

Resumo:

O avanço e refinamento da indústria financeira nas últimas duas décadas e o advento dos fundos de índice põs o portfólio de mercado (aquele que contém todas as ações possíveis) ao alcance de qualquer investidor, por menos especialista que ele seja. Em 2019 esse tipo instrumento atingiu US\$4.3 trilhões de dólares sob “gestão”, cerca de 50% do total da capitalização de fundos de ações no mercado americano¹. No entanto, por conterem todas ações possíveis, eles se sujeitam a custos operacionais altos, transmitidos aos investidores na forma de taxas. Esse trabalho se propõe a responder duas perguntas: como o desvio padrão de um portfólio aleatório se comporta conforme o portfólio aumenta ou diminui; e de quantas ações um portfólio aleatório deve ser composto para que o risco a que ele está exposto convirja para o de mercado. Entender o comportamento preciso dessa variável é crucial para que o estudo da composição de portfólios, e, portanto, da alocação de capital, seja guiada por parâmetros mais precisos do que simples achismo, ou achados ao acaso para portfólios específicos. Combinado a uma metodologia consistente para análise de custo-benefício por aumento do tamanho do portfólio, ele trará informações úteis para a formulação de portfólios protegidos de riscos idiossincráticos de ações que, ao mesmo tempo, não se sujeitem a custos de implementação mais altos do que o ótimo. Caso obtenhamos sucesso e robustez, teremos um algoritmo capaz de, a um custo menor, reproduzir as qualidades dos fundos de índice que vieram a dominar o mercado.

Palavras-chave: Portfólios, diversificação, risco, amostragem, mercado de ações brasileiro.

Classificação JEL: G11, G17, C63, C55

Introdução:

Que o risco de um portfólio (medido, normalmente, pelo desvio padrão de seus retornos) tende a diminuir conforme se adicionam ativos a ele é um resultado fundamental da Teoria Moderna de Portfólios. Portfólios ditos diversificados se usam dessa propriedade para, combinando diversos ativos, atingir relações risco-retorno que não seriam possíveis caso eles se restringissem a apenas um ou dois títulos. Igualmente, é sabido que portfólios enfrentam limites práticos ao seu tamanho e, portanto, sua diversificação. Esses limites aparecem na forma de custos operacionais diretos, como taxas de corretagem e custódia, e indiretos, como o custo de oportunidade de se gerir, e, portanto, acompanhar, uma quantidade maior de ativos. Neste trabalho, iremos descrever com precisão como os ganhos de diversificação se comportam no universo do mercado de ações brasileiro. Para isso, simularemos amostras representativas de portfólios possíveis para cada tamanho de portfólio (sendo o menor aquele que contém apenas um ativo e o maior o portfólio de mercado) sob diferentes estruturas de pesagem para cada ativo. De posse desses resultados e de uma metodologia adequada, poderemos também definir níveis ótimos de diversificação para portfólios no universo brasileiro.

¹DAWN, Lim. Index Funds Are the New Kings of Wall Street. **The Wall Street Journal**, 18 de Setembro de 2019. Disponível em: [wsj.com/articles/index-funds-are-the-new-kings-of-wall-street-11568799004](https://www.wsj.com/articles/index-funds-are-the-new-kings-of-wall-street-11568799004)

Revisão Bibliográfica:

Apesar de Markowitz (1952) tratar a questão dos ganhos de diversificação obtidos por aumento de portfólios lateralmente em seu seminal *Portfolio Selection*, o primeiro estudo aprofundado do tema foi realizado por Evans e Archer (1968), que demonstraram empiricamente que cada ativo adicionado contribui para a redução do risco total do portfólio no universo do mercado mobiliário americano, o que equivale a dizer que há benefícios marginais para aumento dele. Em estudos subsequentes, Fisher e Lorie (1970) concluíram que nesse universo, 99% dos ganhos de diversificação possível é obtida em um portfólio que contenha 128 ações, dos quais 95% são atingidos já em portfólios de tamanho 32, e Elton e Grueber (1977) propõe, por meio de uma solução analítica, que apesar de os ganhos marginais serem muito baixos já a partir de 15 ações, os ganhos absolutos de um aumento de, diga-se, 15 para 100, são significativos. Newbould e Poon (1993), por um procedimento similar ao que será usado por nós, descrevem o comportamento do desvio padrão médio de portfólios para diferentes tamanhos, e refinam a análise dos dados obtidos destacando que como uma investidora terá, normalmente, apenas um portfólio, o desvio padrão médio é uma métrica pouco satisfatória para redução de risco, visto que não há garantias que o portfólio escolhido por ela não esteja no quartil superior da distribuição de riscos. Com esse cuidado adicional, eles concluem que os ganhos marginais de diversificação são relevantes mesmo para portfólios de 80 ativos. Os estudos acima partilham, como Newbould e Poon reconhecem, de um problema de análise, destacado por Statman (1983): Ao definir a fronteira em que os ganhos de diversificação se esvaem eles lidam com um dos lados da questão – a de esgotar o benefício marginal possível – mas ignoram o outro – o fato de que aumentos no tamanho de portfólio incorrem em custos. Statman propõe uma metodologia teórica para resolver esse impasse, e conclui que na média os ganhos e custos de diversificação se igualam para portfólios contendo de 30 a 40 ações. Mais recentemente, Chong e Phillips (2012) realizaram um exercício similar ao de Newbould e Poon, aleatorizando também a data de início e de fim do portfólio para vieses temporais, e avaliaram os portfólios médios obtidos segundo diversas métricas de risco além do desvio padrão dos retornos, como perda potencial, co-movimentação, entre outros, mas atendo-se a resultados médios e a portfólios *equally-weighted*. Os autores concluem que a quantidade de ações prescrita para portfólios ótimos muda bastante segundo a métrica de risco escolhida, mas nunca é inferior a 20, e quase nunca supera 50.

Objetivo:

O objetivo desse trabalho é determinar o desvio padrão médio do retorno de cada conjunto de portfólios compostos por uma certa quantidade de ações, assumindo a princípio pesos iguais para cada ação, e comparar esses resultados com o desvio padrão do retorno do portfólio de mercado. Essa análise ocorrerá no mercado de ações brasileiro. Assim, pretendemos traçar uma “curva de convergência” do desvio padrão médio do retorno de um portfólio aleatório e com pesos constantes visualizando a quantidade de ações que ele deve possuir para se aproximar do desvio padrão do retorno do mercado. O mesmo exercício será depois repetido para diferentes estruturas de pesagem (como maximização de índice Sharpe, minimização de risco e minimização de risco sujeito a obtenção do retorno do mercado). Por fim, nos propomos a definir qual é o nível ótimo de diversificação para portfólios aleatórios sob cada uma das estruturas analisadas.

Justificativa:

O interesse do trabalho se justifica em três esferas principais. Em primeiro lugar, o desvio padrão (ou a variância) é a forma mais comum de se definir a volatilidade de portfólios, que por sua vez é das principais métricas de risco, e compõe outras métricas importantes para a avaliação de performance, como *value-at-risk* e o índice Sharpe. Por isso, definir como essa variável se comporta conforme o tamanho do portfólio aumenta permite melhor entendimento do risco a que uma investidora está exposta.

Do outro lado da moeda, identificar em que ponto os ganhos de diversificação (entendidos como a redução do desvio padrão do retorno, ou de acordo com a métrica de risco escolhida) tornam-se irrelevantes permite que se calibre portfólios melhor, evitando-se custos operacionais associados a portfólios maiores.

Por fim, a análise extensiva do comportamento de portfólios é limitada por fatores computacionais. Supondo um universo de 60 ações, o total de portfólios possíveis (sem que se leve em considerações estruturas de pesos diferentes) é um pouco maior do que $1.1 * 10^{18}$. Apesar de cada operação envolvida no cálculo das estatísticas de um portfólio ser computacionalmente simples, repeti-las essa quantidade de vezes não é praticável; se cada uma delas levar um centésimo de segundo, a solução extensiva dos problemas propostos (i.e a em que todas as possibilidades são analisadas) levaria mais de trezentos mil anos. Uma análise por amostragem e a constatação de que as amostras são quase normalmente distribuídas permitem que se contorne esse problema sem perda de generalidade.

Ao combinar formas modernas de cálculo de portfólios, metodologias de definição de custo, e técnicas de amostragem, esperamos atingir resultados que satisfaçam ao mesmo tempo as críticas de Statman – ignorar custos marginais –, Poon e Newbould – analisar exclusivamente portfólios médios –, e Chong e Phillips – ater-se a apenas um critério para risco –, chegando a conclusões mais definitivas quanto ao nível ótimo de ações em portfólios brasileiros.

Metodologia:

O trabalho girará em torno de uma série de exercícios quantitativos, que seguem a seguinte rotina:

1. Obtenção e tratamento dos dados, a saber as séries de preço das ações listadas na B3;
2. Definição de estrutura de pesos dos portfólios analisados;
3. Geração de uma amostra suficientemente grande de portfólios aleatórios para cada tamanho de portfólio possível;
4. Simulação dos retornos e riscos de cada portfólio gerado no período contemplado;
5. Testes estatísticos relevantes sobre a métrica de risco escolhida (no caso mais simples, os desvios padrões) obtidas pela amostragem;
6. Extração da média e dos divisores de quartis para os conjuntos da estatística de risco escolhida (no caso mais simples, desvios padrões);
7. Apresentação e análise dos resultados em forma gráfica e escrita.

O tratamento de dados e os exercícios descritos serão feitos com a linguagem de programação R, usando principalmente a estrutura das bibliotecas que compõe o *tidyverse*, e o *PortfolioAnalytics* para a simulação de portfólios mais complexos.

Plano de Trabalho:

Divisão esperada dos capítulos:

1. Introdução
2. Revisão de Bibliografia
3. Descrição da Metodologia para as Curvas de Convergência
4. Apresentação dos Resultados
5. Descrição da Metodologia e Análise de Custo-Benefício
6. Conclusões

Etapas:

1. Levantamento da literatura e dos dados necessários
2. Redação dos capítulos 1 e 2 e do relatório parcial
3. Redação dos capítulos 3 e 4 para o caso *equally-weighted*
4. Formulação de métodos para a análise e redação do capítulo 5
5. Expansão dos exercícios para outros tipos de portfólio
6. Redação do capítulo 6, redação final e entrega

Cronograma:

Etapas	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro
1	X						
2	X	X					
3		X	X	X			
4			X	X	X		
5				X	X		
6					X	X	X

Já parcialmente feitos, o levantamento de literatura e dados necessários serão concluídos até o final do mês de maio, o que permitirá a escrita dos dois primeiros capítulos e do relatório parcial. A partir de junho, mas com mais intensidade em julho, realizarei a análise estatística e desenho das curvas de convergência de interesse, e escreverei os capítulos que se referem diretamente a elas. Com isso, a parte principal da monografia estará pronta. O estudo será estendido para incluir uma análise de custo benefício ao longo de julho e agosto, principalmente. Feito isso, uma avaliação de progresso será realizada, e caso o plano aqui proposto esteja sendo cumprido, o estudo será ampliado para contemplar outras formas de composição de portfólio, já apresentadas. Por fim, os meses de outubro e novembro são reservados unicamente para a conclusão e redação final do projeto.

Referências:

Chong, James, and Michael Phillips. 2013. "Portfolio Size: Revisited." *The Journal of Wealth Management* 49-60.

Elton, Edwin, and Martin Gruber. 1977. "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution." *The Journal of Business*, October: 415-437.

Markowitz, Harry. 1952. "Portfolio Selection." *The Journal of Finance* 77-91.

Newbould, Gerald, and Percy Poon. 1993. "The Minimum Number of Stocks Needed for Diversification." *Financial Practice & Education* 85-87.

Statman, Meir. 1987. "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio." *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 353-363.