

# Mechanics project

Дано:

Параметры катапульты:

$$\begin{aligned}\alpha_{start} &= 240^\circ \text{ (начальный угол снаряда)} \\ \alpha_{release} &= 30^\circ \text{ (угол вылета снаряда)} \\ h_{frame} &= 0.15\text{м (высота оси вращения рычага)} \\ l_{arm} &= 0.25\text{м (длина всего рычага)} \\ k_{arm} &= 0.5 \text{ (соотношение плеч рычага)} \\ m_{arm} &= 0.018\text{кг (масса всего плеча)}\end{aligned}$$

Параметры запуска:

$$\begin{aligned}m_{missile} &= 0.016\text{кг (масса снаряда)} \\ d &= 0.5\text{м (расстояние которое снаряд должен пролететь от станины)} \\ R_{missile} &= 0.008\text{м (радиус снаряда)}\end{aligned}$$

Введем некоторые переменные: (лучше не читать)

$$\begin{aligned}\beta_{start\_missile} &= \alpha_{start} + 90^\circ = 240^\circ \text{ (Угол рычага снаряда в начальный момент)} \\ \beta_{release\_missile} &= \alpha_{release} + 90^\circ = 120^\circ \text{ (Угол рычага снаряда в момент вылета)} \\ \beta_{start\_weight} &= \alpha_{start} + 270^\circ = 60^\circ \text{ (Угол рычага противовеса в начальный момент)} \\ \beta_{release\_weight} &= \alpha_{release} + 270^\circ = 300^\circ \text{ (Угол рычага противовеса в момент вылета)} \\ l_{missile\_arm} &= l_{missile} * (1 - k_{arm}) = 0.125\text{м (длина плеча снаряда)} \\ l_{weight\_arm} &= l_{missile} * k_{arm} = 0.125\text{м (длина плеча противовеса)}\end{aligned}$$

Теперь рассчитаем положения снаряда и противовеса: (лучше не читать)

$$\begin{aligned}x_{start\_missile} &= \cos(\beta_{start\_missile}) * l_{missile\_arm\_length} \\ y_{start\_missile} &= \sin(\beta_{start\_missile}) * l_{missile\_arm\_length} + h_{frame} \\ x_{start\_weight} &= \cos(\beta_{start\_weight}) * l_{weight\_arm\_length} \\ y_{start\_weight} &= \sin(\beta_{start\_weight}) * l_{weight\_arm\_length} + h_{frame} \\ x_{release\_missile} &= \cos(\beta_{release\_missile}) * l_{missile\_arm\_length} \\ y_{release\_missile} &= \sin(\beta_{release\_missile}) * l_{missile\_arm\_length} + h_{frame} \\ x_{release\_weight} &= \cos(\beta_{release\_weight}) * l_{weight\_arm\_length} \\ y_{release\_weight} &= \sin(\beta_{release\_weight}) * l_{weight\_arm\_length} + h_{frame}\end{aligned}$$

Рассчитаем начальную скорость  $v_0$  под углом вылета:

$$x = x_{start\_missile} + v_0 \cos(\alpha_{release})t$$

$$y = y_{start\_missile} + v_0 \sin(\alpha_{release})t - \frac{gt^2}{2}$$

Выразим  $t$  через  $x$

$$t = \frac{x - x_{start\_missile}}{v_0 \cos(\alpha_{release})}$$

Подставим в  $y$

$$y = y_{start\_missile} + v_0 \sin(\alpha_{release}) \left( \frac{x - x_{start\_missile}}{v_0 \cos(\alpha_{release})} \right) - \frac{g \left( \frac{x - x_{start\_missile}}{v_0 \cos(\alpha_{release})} \right)^2}{2}$$

Упростим

$$y = y_{start\_missile} + (x - x_{start\_missile}) \tan(\alpha_{release}) - \frac{g(x - x_{start\_missile})^2}{2v_0 \cos(\alpha_{release})}$$

Выразим  $v_0$

$$v_0 = \frac{g(x - x_{start\_missile})^2}{2 \cos^2(\alpha_{release}) [(x - x_{start\_missile}) \tan(\alpha_{release}) - (y - y_{start\_missile})]}$$

Посчитаем  $v_0$

$$v_0 = \frac{9.81 \text{ м/с}^2 * (0.5 \text{ м} - (-0.0625 \text{ м}))^2}{2 * 0.75 * [(0.5 \text{ м} - (-0.0625 \text{ м})) * 0,578 - (0 \text{ м} - 0.258 \text{ м})]} = 1.90 \text{ м/с}$$

Теперь выведем время полета, и закон движения:

$$v_x = v_0 \cos(\alpha_{release}) = 1.64 \text{ м/с (скорость снаряда по } x)$$

$$v_y = v_0 \sin(\alpha_{release}) = 0.95 \text{ м/с (скорость снаряда по } y)$$

$$t_{path1} = \frac{v_y}{g} = 0.0967 \text{ с (время полета до наивысшей точки)}$$

$$y_{max} = y_{release\_missile} + v_y t_{path1} - \frac{gt_{path1}^2}{2} = 0.304 \text{ м (наивысшая точка полета)}$$

Из закона движения  $y$  выразим

$$t_{path2} = \frac{\sqrt{2y_{max}}}{g} = 0.249 \text{ с}$$

$$t_{tot} = t_{path1} + t_{path2} = 0.3456 \text{ с}$$

Missile start point: (-0.06250000000000006; 0.041746824526945184)

Weight start point: (0.06250000000000006; 0.2582531754730548)

Missile release point: (-0.06249999999999997; 0.2582531754730548)

Weight release point: (0.06249999999999997; 0.041746824526945156)

239.99999999999997 119.99999999999999

0.21650635094610965

Launching missile with angle: 30.00 degrees and v0: 1.88 m/s

Weight mass: 0.03438221420742506

Vx: 1.6312813025047181, Vy: 0.9418206991251022

first\_path\_time 0.09603898366160742

max\_y 0.3034789268407745

second\_path\_time 0.24878198568090912

total\_time 0.34482096934251655

Flight time: 0.34482096934251655 s, x\_move: 0.5624999999999999 m, y\_move:  
-0.25825317547305493 m

Landed in: (0.4999999999999999; -1.1102230246251565e-16)

