**3-5(2)** $A$ 是正规矩阵，求酉矩阵$U$ 使得 $U^HAU$ 为对角矩阵.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -1 & i \\ 1 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**3-9** 若$S,T$分别是实对称和反实对称矩阵，且 $\det(E-T-iS)\neq 0$, 试证：$(E+T+iS)(E-T-iS)^{-1}$ 是酉矩阵。

**3-13** 设 $A$ 是 Hermite 矩阵，且 $A^2=A$, 则存在酉矩阵 $U$ 使得

$$U^H A U=\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**3-15** 已知 Hermite 二次型，

$$f(X) = -ix_1\bar{x}_2 - x_1\bar{x}_3 + ix_2\bar{x}_1 - ix_2\bar{x}_3 - x_3\bar{x}_1 + ix_3\bar{x}_2$$

求酉变换 $X = UY$ 将 $f(X)$ 化为标准形。

**3-18** 设 $A$是一个正定的 H-阵，$B$ 是一个 H-阵，证明 $AB$ 与 $BA$ 的特征值都是实数.

**3-25** 设 $A$ 是Hermite矩阵，证明：总存在 $t > 0$, 使得 $A+tI$ 是正定矩阵，$A-tI$ 是负定矩阵。

**3-29** 设 $A \in C^{m\times n}$, 证明：$AA^H, A^H A$ 都是半正定矩阵, 且 $AA^H, A^H A$ 的非零特征值相同. (选做)

**3-32** 设 $A \in C^{n\times n}$，那么 $A$ 可以唯一地写成 $A=S+iT$ ,其中 $S, T$ 是 Hermite 矩阵，且 $A$ 可以唯一地写成 $A=B+C$，其中 $B$ 是 Hermite 矩阵，$C$ 是反 Hermite 矩阵.