Fundamentos de Telecomunicações

Ano Lectivo 2008/2009
3ºAno, 2ºSemestre

Exercícios Propostos

Parte C

U.T.A.D. – Departamento de Engenharias
Carlos Serôdio/Pedro Mestre @1990-95; @1999-2009
Raul Morais @1995/96/97/98/99; @2005/06/07/08/09

3.- Modulação Analógica – Sistemas FM

Exercício 3.1

Considere um sinal modulado em frequência com as seguintes características :

$$f_m = 20KHz,\ \beta = 1,\ E_0 = 100V,\ f_0 = 30KHz$$

Escreva a expressão da frequência do sinal modulado.

Exercício 3.2

Uma portadora $e_0(t) = 100\cos(2\pi 10^8 t)$ é modulada em **FM** por um cosseno de **1KHz** e de amplitude **40Vpp**, num circuito com $\mathbf{K_f = 10\pi}$ **rad/s**. Determine o índice de modulação, a expressão do sinal modulado, o espectro das amplitudes do sinal modulado e a potência que esse modulador entregará, nessas condições, a uma antena com impedância total de **100Ω**.

Exercício 3.3

Um circuito modulador de **FM**, com a entrada de sinal modulante ligada à terra oscila a uma frequência de **90MHz**. Se colocarmos um sinal modulante contínuo de **10V** à sua entrada, circuito oscilará à frequência de **90.05MHz**. Determine a constante do circuito modulador.

Exercício 3.4

Um sinal de **1MHz** de amplitude **3V** é modulado em frequência por um sinal de **500Hz** de amplitude **1V**. O desvio de frequência é de **1KHz**. Se o nível do sinal modulante passar a ser de **5V** e a frequência de **2KHz**, escreva a expressão do novo sinal **FM**. Determine a largura de banda, **B**, do sinal modulado nas duas situações descritas.

Exercício 3.5

Desenhe o espectro de amplitudes de um sinal **FM**, com as seguintes características:

$$f_m = 1{,}5KHz,\ \Delta f = 3KHz,\ E_0 = 5V$$

Determine também o índice de modulação β, o número de pares de bandas laterais e a largura de banda do sinal modulado.

Exercício3.6

Considere um sinal de **FM** cuja portadora possui uma amplitude de **10V**, sem modulação, onde o desvio de frequência é de **5KHz** e a frequência do sinal modulante é de **2,5KHz**. Para um sinal modulante de **50mV**, calcule a constante do circuito modulador, $\mathbf{K_f}$, o índice de modulação $\boldsymbol{\beta}$, o número máximo de pares de bandas laterais, **n**, a largura de banda, **B**, e a amplitude da portadora modulada e das bandas laterais.

Exercício3.7

Um sinal **FM** de banda estreita é produzido indirectamente por variação de fase de uma portadora de frequência **13MHz**, sendo que o máximo desvio de fase de **0,5 rad**. Mostre que um sinal **FM** de banda larga pode ser produzido multiplicando a frequência da portadora modulada. Se o sinal modulante tem uma frequência de **1,5KHz**, determine o desvio de frequência da portadora após uma multiplicação de **x15** na frequência.

R: 11.25 kHz.

Exercício3.8

Um sinal cossenoidal **2KHz** e **10V** de amplitude modula em **FM**, uma portadora de **10MHz** e **100Vpp** num circuito com uma constante de modulação igual a **125,66rad/Vs**. Determine:

a) A expressãoque rege o comportamento das frequências $f(t)$.

b) O espectro de amplitudes do sinal modulado

c) A potência entregue por esse modulador, nessas condições a uma antena de **50Ω**.

EXAME Rec Set96

Exercício3.9

Um sinal **FM**, gerado pelo método indirecto, tem as seguintes características :

$$f_m = 4KHz,\ \beta = 3,\ f_c = 10MHz,\ f_{c1} = 100KHz \text{ (obtido a partir de)}$$

Projecte um diagrama de blocos, que lhe permita obter este sinal usando somente 6 triplicadores de frequência, de modo que à saída destes a frequência não exceda os **12MHz**. Indique a frequência de desvio, assim como o índice de modulação do sinal modulado em cada instante.

2ª Cham Jul96 - EXAME Rec Set96

Exercício 3.10

Um sinal **RF** é dado por:

$$500\cos[(W_c t + 20\cos(W_1 t))],\ W_1 = 2\pi f 1,\ f_1 = 1KHz,\ f_c = 100MHz$$

d) Se a constante do desvio de fase for igual a **100rad/s**, determine a expressão matemática que corresponde à modulação em fase do sinal **m(t)**. Qual é o valor de pico e a sua frequência.

e) Se a constante do desvio de frequência for igual a **10^6rad/s**, determine a expressão matemática que corresponde ao sinal **FM**. Qual é o valor de pico e a sua frequência.

f) Se o sinal RF for aplicado a uma carga de **50Ω**, determine a potência média por unidade de carga.

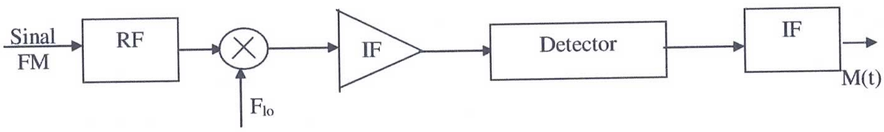
1ª Cham Jul96

Exercício 3.11

Um rádio **FM**, representado na figura, é sincronizado para receber uma emissão na frequência **96.9MHz.** O rádio é do tipo superheterodino com oscilador local operando acima dos **96.9MHz** de entrada e usa um amplificador de banda passante nos **10.7MHz.**

a) Determine a frequência do oscilador local.

b) Se o sinal de **FM** tiver largura de banda de **180KHz**, determine as caracteristicas para os filtros de **RF** e **IF**.



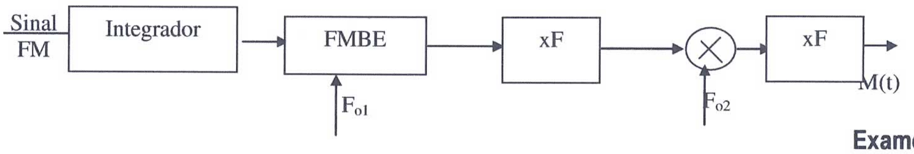
Exame Rec Set95

Exercício 3.12

O circuito da figura ilustra um diagrama de blocos simplificado de um emissor **FM** tipico, baseado no método indirecto, usado para transmitir sinais audio contendo gamas de frequência entre os **100Hz** e os **15KHz.** O modulador de banda estreita, é tal que a sua saída é uma portadora de **0.1MHz** possuindo um índice de modulação de **0.2**. O sinal **FM** desejado para a transmissão deverá ter as seguintes características:

$$fc = 100MHz, \Delta f = 75KHz$$

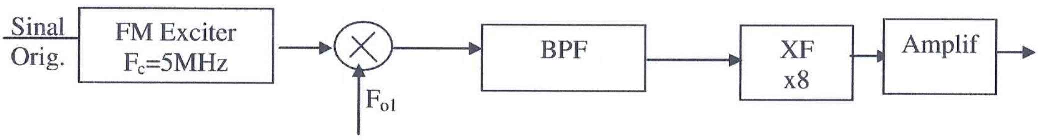
Determine o factor de cada bloco de multiplicação.



Exame Rec Out95

Exercício 3.13

Um transmissor FM possui o diagrama de blocos da figura:



O sinal audio possui frequências na gama **20Hz** e os **15KHz.** O sinal FM de saída possui uma portadora de **103.7MHz** e um desvio de frequência de **75KHz.**

a) Determine a largura de banda do filtro passa banda e a frequência central.

b) Calcule a frequência do oscilador local e o máximo desvio produzido pelo emissor FM.

1ª Cham Jul95

Exercício 3.14

Considere um sinal modulado em frequência, cuja portadora possui uma amplitude de **10V**, sem modulação, onde o desvio de frequência final é de **10kHz** e a largura de banda do sinal modulante é de **3kHz**. Para um sinal modulante de **50mV**, calcule:

a) A constante do circuito modulador, $\mathbf{K_f}$.

b) O índice de modulação $\boldsymbol{\beta}$.

c) O número máximo de pares de bandas laterais, **n**.

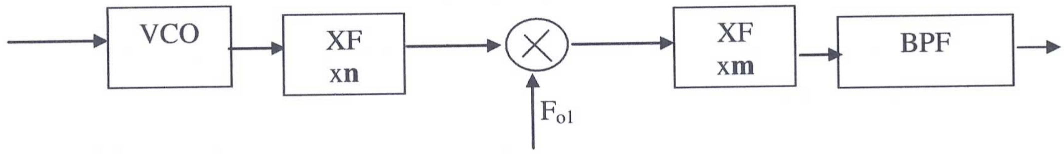
d) A largura de banda, **B**.

e) A amplitude da portadora modulada e das bandas laterais.

2ª Cham Jul98

Exercício3.15

Pretende-se implementar um modulador de frequência para uma emissora comercial a trabalhar nos **107.5MHz**, utilizando o diagrama da figura seguinte. A largura de banda do sinal modulante é de **15kHz** e a frequência central do ***VCO*** é de **100kHz**. O desvio de frequência máximo à saída é de **75KHz**.



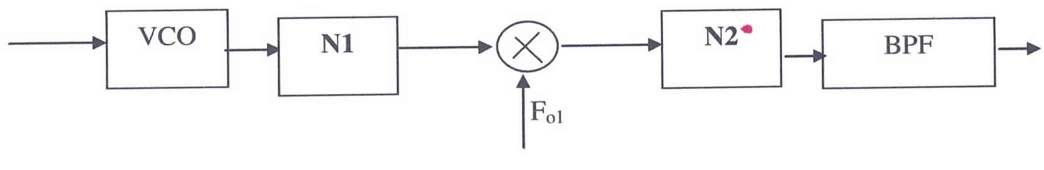
Considere que os blocos de multiplicação usados são constituídos por **triplicadores** e/ou **duplicadores** de frequência e que a frequência do oscilador do misturador é sempre inferior à frequência de saída do bloco de multiplicação **n**.

Determine os valores a usar nos diversos blocos, nomeadamente os factores de multiplicação **n** e **m**, a frequência do oscilador do misturador, F_{osc}, as características do filtro passa-banda e os valores do índice de modulação à saída de cada bloco. Justifique todos os cálculos.

Exame Rec Set98

Exercício3.16

Suponha que lhe foi pedido para projectar um modulador de FM para uma emissora comercial, utilizando o método indirecto representado pelo diagrama seguinte. O sinal audio em banda base, m(t), tem uma largura de banda **15kHz** e a saída doo VCO apresenta um desvio de frequência de **160Hz** em torno de uma frequência de **2MHz**. Pretende-se que o sinal de saída esteja centrado nos **107.5MHz** e a sua largura de banda não exceda os **140kHz**.



a) Projecte os valores a usar nos diversos blocos, nomeadamente factores de multiplicação **N1** e **N2**, frequência do oscilador do misturador, F_{osc}, e especificar o filtro passa-banda. Considere que apenas dispõe de duplicadores e triplicadores de frequência e de que a frequência do oscilador é sempre superior à frequência gerada pelo de multiplicação **N1**.

b) Diga qual a justificação de se utilizar normalmente este método para gerar sinais FM.

2ª Cham. Jul99

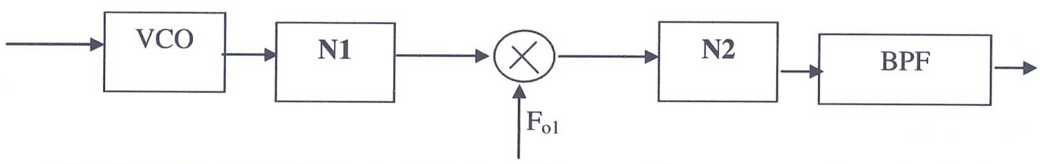
Exercício3.17

Outro tipo de modulação de onda contínua que estudou foi o da ***Modulação em Frequência*** em que se faz variar a frequência de uma portadora de acordo com um sinal de informação que se quer transmitir, chamdo sinal modulante.

a) O que distingue o **FM** de banda larga do **FM** de *Banda Estreita*? Justifique.

b) Em que consiste gerar sinais pelo método directo e pelo método indirecto? Explique suscintamente.

c) Suponha que lhe foi pedido para projectar um modulador de ***FM-stereo*** para uma emissora comercial, por exemplo a TSF, e pretende usar o esquema da figura seguinte. O sinal audio em banda base, ***m(t)***, tem uma largura de banda **56kHz** e a saída doo ***VCO*** tem um índice de modulação de **0.3**. Pretende-se que o sinal de saída esteja centrado nos **107.5MHz** e a que tenha um desvio máximo de frequência de **75kHz**.



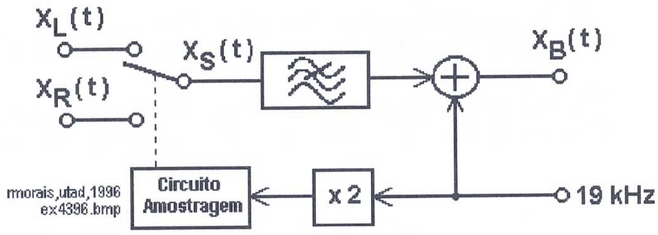
c.1) Projecte os valores a usar nos diversos blocos, nomeadamente factores de multiplicação **N1** e **N2,** frequência do oscilador do misturador, $\mathbf{F_{osc}}$, e especificar o filtro passa-banda. Considere que apenas dispõe de duplicadores e triplicadores de frequência e de que a frequência do oscilador é sempre superior à frequência gerada pelo de multiplicação **N1**.

c.2) Diga como é que poderia construir o sinal ***m(t)***.

1ª Cham. Jun99

Exercício 3.18

O sinal banda base FM *stereo* obtido pelo circuito da figura é :



$$x_B(t) = [x_L(t) + x_R(t)] + [x_L(t) - x_R(t)] \cdot cos(\omega_0 t) + cos(\frac{\omega_0}{2} t)$$

O filtro passa-baixo tem um ganho $\mathbf{K_1}$ para frequências iguais ou inferiores a **15KHz**, ganho $\mathbf{K_2}$ para frequências de **23** a **53 kHz** e rejeita para frequências iguais ou superiores a **99KHz**.

Sendo : $x_S(t) = x_L(t) \cdot S(t) + x_R(t) \cdot (1 - S(t))$, onde **S(t)** é um trem de impulsos unipolar com *duty-cycle* de **50%**, determine os valores correctos de $\mathbf{K_1}$ e $\mathbf{K_2}$.

R : $K_1 = 2$, $K_2 = \pi/2$

Exercício 3.19

Um sinal **AM *stereo*** modulado num sistema ***FDM*** é dado pela expressão :

$$x(t) = A_c[\cos(\omega_C t) + x_L(\cos\phi_0 \cdot \cos\omega_C t + \sin\phi_0 \cdot \sin\omega_C t) + x_R(\cos\phi_0 \cdot \cos\omega_C t - \sin\phi_0 \cdot \sin\omega_C t)]$$

Desenvolva um diagrama de blocos do sistema ***FDM*** receptor capaz de promover a desmodulação do sinal ***x(t)***.

3 - Modulação Analógica - Sistemas FM

3.1 Considere um sinal modulado em frequência com as seguintes características: $f_m = 20\,KHz$; $\beta = 1$; $E_0 = 100V$; $f_0 = 30KHz$ Escreva a expressão da frequência do sinal modulado

NOTA: Quando não é dito nada considere-se modulação sinusoidal.

Expressão de frequência:

$f(t) = f_0 t + K_f \cdot A_m \cos(w_m t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(t) = f_0 t + \Delta f \cdot \cos(w_m t) \Leftrightarrow$ e como $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$

$\Leftrightarrow f(t) = f_0 t + \beta f_m \cos(w_m t)$

Velocidade Angular:

$w(t) = w_0 t + K \cdot f \cdot e_m(t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow w(t) = 2\pi f_0 t + K f A_m \cos(w_m t)$

$2\pi f(t) = 2\pi f_0 t + \Delta w \cdot \cos(w_m t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(t) = f_0 t + \frac{\Delta w}{2\pi} \cos(w_m t)$

$\begin{cases} w = 2\pi f \\ \Delta w = 2\pi \Delta f \rightarrow \Delta f = \frac{\Delta w}{2\pi} \end{cases}$

Δw: desvio da velocidade.

Passando para o domínio das frequências

$f(t) = f_0 t + \Delta f \cos(w_m t)$; f_0: frequência fundamental.

$\Leftrightarrow f(t) = f_0 t + \beta f_m \cos(w_m t)$

$\Delta f = \beta f_m$
$\beta = \Delta f / f_m$
$\Delta f = \Delta w / 2\pi$
$\Delta f = K \cdot f \cdot E_m$

$$\boxed{f(t) = 30^{\times 10^3} t + 20^{\times 10^3} \cos(2\pi \cdot 20\times 10^3 t)}$$

3,2 Uma portadora $e_0(t) = 100\cos(2\pi 10^8 t)$ é modulada em FM por um cosseno de 1KHz e de amplitude 40Vpp, num circuito com $K_f = 10\pi$ rad/s. Determine o índice de modulação, a expressão do sinal modulado, o espectro das amplitudes do sinal modulado e a potência que esse modulador entregará, nessas condições, a uma antena com impedância total de 100Ω.

K ← constante de sensibilidade à frequência.

- Índice de modulação

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad \text{com} \quad \Delta f = K \cdot f \cdot A_m$$

$$FM = \begin{cases} f_m = 1KHz \\ V_{pp} = 40 \end{cases} \Rightarrow e_m(t) = 20\cos(2\pi 10^3 t)$$

Eo

$$\beta = \frac{K \cdot f \cdot A_m}{f_m} = \frac{5 \cdot 20}{1000} \Leftrightarrow \boxed{\beta = 0{,}1}$$

$$K_f = 10\pi \text{ rad/s} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ Hz/V}$$

$\beta < 0{,}3 \Rightarrow$ FM-BE

se fosse $\beta > 0{,}3 \Rightarrow$ FM-BL

- Expressão do Sinal Modulado

$A_m \cos(w_m t)$

Se fosse um sinal AM $\Rightarrow$ $e_{AM}(t) = A_c[1 + \mu\, m(t)]\cos(w_0 t) =$

$$= A_c\cos(w_0 t) + \mu A_c A_m \cos(w_0 t)\cos(w_m t) =$$

$$= A_c\cos(w_0 t) + \frac{\mu A_c A_m}{2}\left(\cos((w_0 - w_m)t) + \cos((w_0 + w_m)t)\right)$$

Mas como é um sinal FM temos:
(A expressão é a mesma, com a particularidade da BLI estar invertida.

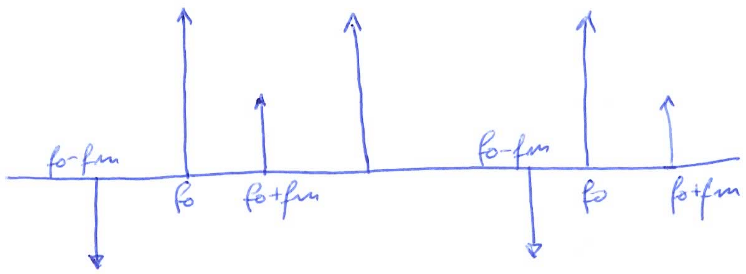
DÚVIDA:

$$e_{FM}(t) = A_c\cos(w_0 t) + \frac{A_c\mu}{2}\cos((w_0 + w_m)t) - \frac{A_c\mu}{2}\cos((w_0 - w_m)t)$$

$$= 100\cos(2\pi 10^8 t) + \frac{20 \cdot 0{,}1 \cdot 100}{2}\cos((10^8 + 10^3)t) - \frac{20 \cdot 0{,}1 \cdot 100}{2}\cos((10^8 - 10^3)t)$$

EXERCICIOS 2008/2009 (2) CAP.3

- Espectro das Amplitudes



- Potência que esse modulador entregará:

NOTA:
$$(a+b-c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2(a+b)c + c^2$$

$$P = \overline{s^2(t)} = \overline{\left[100\cos(w_0 t) + 5\cos(w_0+w_m) - 5\cos(w_0-w_m)\right]^2} =$$

$$= \overline{100^2\cos^2(w_0 t) + 2\cdot 500\cos(w_0 t)\cos((w_0+w_m)t) + 25\cos^2((w_0+w_m)t)} -$$

$$- \overline{2\left(100\cos(w_0 t) + 5\cos((w_0+w_m)t)\right)5\cos((w_0-w_m)t) + 25\cos^2((w_0-w_m)t)} \Leftrightarrow$$

NOTA
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\theta)$$

$$\overline{\cos^2(\theta)} = \frac{1}{2} + \cancel{\overline{\frac{1}{2}\cos(2\theta)}}$$

0 valor médio cos é 0

$$\Leftrightarrow P_{AMBE} = \frac{100^2}{2} + 0 + \frac{25}{2} + 0 + \frac{25}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_{AMBE} = 5025\ W}$$

$$\frac{P_T}{Z} = \frac{5025}{100} = 50,25\ (W/\Omega)$$

3,3 Um circuito modulador de FM, com a entrada de sinal modulante ligada à terra, oscila a uma frequência de 90MHz. Se colocarmos um sinal modulante contínuo de 10V à sua entrada, circuito oscilará à frequência de 90,05 MHz. Determine a constante do circuito modulador.

$f_m = 90\,MHz$

$E_m = 10\,V$

$f_m' = 90{,}05\,MHz$

Modulação em frequência: $\Delta f = f_2 - f_1 =$

$= 90{,}05 \times 10^6 - 90 \times 10^6 =$

$= 50\,KHz$

• Constante do circuito modulador (K_f)

$$\underbrace{\Delta f}_{\text{Variação da frequência da portadora}} = K_f \cdot \underbrace{E_m}_{\text{Amplitude do Sinal Modulante}} \iff K_f = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{50 \times 10^3}{10} = 5\,KHz/V$$

$\boxed{3,4}$ Um sinal de 1MHz de amplitude 3V é modulado em frequência por um sinal de 500 Hz de amplitude 1V. O desvio de frequência é de 1KHz. Se o nível do sinal modulante passar a ser de 5V e a frequência de 2KHz, escreva a expressão do novo sinal FM. Determine a largura de banda, B, do sinal modulado nas duas situações descritas.

Portadora: $E_0 = 3V$; $f_0 = 1MHz$

Sinal modulante: $f_m = 500\,Hz$; $E_m = 1V \Longrightarrow E_m = 5V$; $f'_m = 2KHz$

Desvio de frequência: $\Delta f = 1KHz$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{100\cancel{0}}{50\cancel{0}} = 2 > 0,3 \longrightarrow FM\text{-}BL$$

$$K_f = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{1000}{1} = 1KHz/V$$

Nos FM-BL $\Longrightarrow e_{FM}(t) = E_0 \cos\left[2\pi f_0 t + \beta \,\text{sen}\,(2\pi f_m t)\right]$

Inicial: $e_{FM}(t) = 3\cos\left[2\pi 10^6 t + 2\,\text{sen}\,(2\pi 500 t)\right]$

"Como a constante de sensibilidade à frequência se mantém inalterada, quando se muda o sinal modulante, podemos calcular a nova variação de frequência da portadora"

$$\beta' = \frac{\Delta f'}{f'_m} \quad \text{com} \quad \Delta f' = K_f \cdot E'_m \quad e \quad K_f = \frac{\Delta f}{E_m}$$

$$\hookrightarrow \Delta f' = \frac{\Delta f}{E_m} \cdot E'_m = \frac{1000}{1} \cdot 5 = 5KHz$$

$$\beta' = \frac{5000}{2000} = 2,5 > 0,3 \Longrightarrow FM\,BL$$

<u>Novo</u>: $e_{FM}(t) = 3\cos\left[2\pi 10^6 t + 2,5\,\text{sen}\,(2\pi \cdot 2\times10^3 t)\right]$

⇒ Largura de Banda

$$LB_{FM} = B = 2(\beta+1) f_m$$

$$LB_T = 2(2+1)\,500 = 3\,KHz$$

$$LB_T' = 2(2{,}5+1)\cdot 2000 = 14\,KHz$$

FM: modulação sinusoidal ⇒ REGRA DE CARSON

$$LB(FMBL) = 2\Delta f$$

$$LB(FMBE) = 2 f_m$$

$$LB_T = 2\Delta f + 2 f_m \quad \text{como } f_m = \frac{\Delta f}{\beta}$$

$$LB_T = 2\Delta f\left(1+\frac{1}{\beta}\right) = 2(\beta+1) f_m$$

$\boxed{3{,}5}$ Desenhe o espectro de amplitudes de um sinal FM, com as seguintes características: $f_m = 1{,}5\,KHz$; $\Delta f = 3\,KHz$; $E_0 = 5V$.
Determine também o índice de modulação β, o número de pares de bandas laterais e a largura de banda do sinal modulado.

$f_m = 1{,}5\times10^3\,Hz$

$\Delta f = 3\times10^3\,Hz$

$E_0 = 5V$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{3\times10^3}{1{,}5\times10^3} = 2 \quad > 0{,}3 \Rightarrow \underline{FM\text{-}BL}$$

• Número de pares laterais

$$n = \beta + 1 = 2 + 1 = 3 \text{ pares de bandas laterais}$$

• Largura de Banda do sinal modulado:

$$LB_T = 2(\beta+1) f_m = 2\cdot(2+1)\cdot 1{,}5\times10^3 = 9\times10^3\,Hz$$

<u>ou</u>

$$LB_T = 2\cdot n\cdot f_m = 2\cdot 3\cdot 1{,}5\times10^3 = 9\,KHz$$

• Espectro de amplitudes do sinal FM.

$J_0(\beta=2) = 0{,}2239$

$J_1(\beta=2) = 0{,}5767$

$J_2(\beta=2) = 0{,}3528$

$J_3(\beta=2) = 0{,}1289$

Pela tabela de Bessel.

$$\text{Se} \begin{cases} n \text{ impar} \Rightarrow J_{-n}(\beta) = -J_n(\beta) \\ n \text{ par} \Rightarrow J_{-n}(\beta) = J_n(\beta) \end{cases}$$

$E_0 = 5\,V$

Portadora: $E_0 \cdot J_0(\beta=2) = 5 \times 0{,}2239 = 1{,}12\,V$

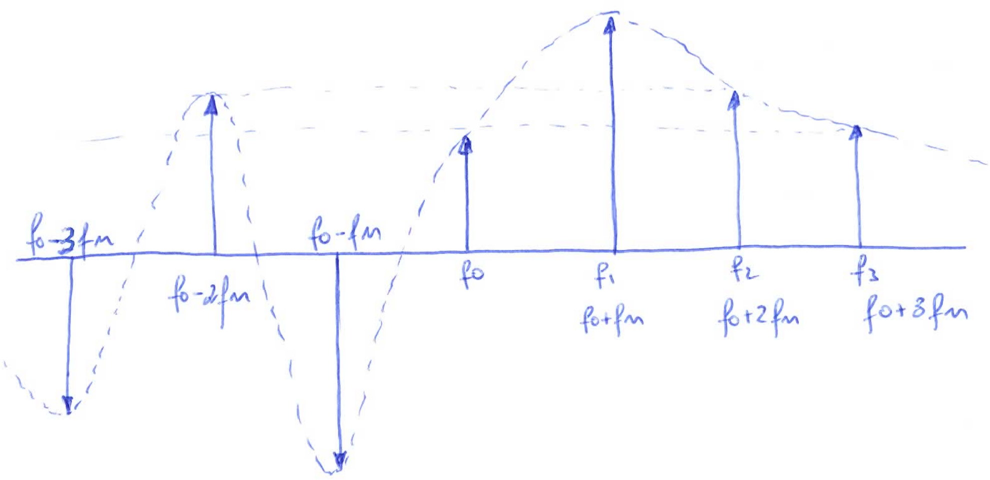
1º Par BL: BLS $= E_0 \cdot J_1(\beta=2) = 5 \times 0{,}5767 = 2{,}885\,V$

BLI $= -E_0\, J_1(\beta=2) = -5 \times 0{,}5767 = -2{,}885\,V$

2º Par BL $\longrightarrow$ BLS $=$ BLI $= E_0 \cdot J_2(\beta=2) = 5 \times 0{,}3528 = 1{,}765\,V$

3º Par BL $\longrightarrow$ BLS $= E_0 \cdot J_3(\beta=2) = 5 \times 0{,}1289 = 1{,}695\,V$

$\longrightarrow$ BLI $= -E_0 \cdot J_3(\beta=2) = -5 \times 0{,}1289 = -1{,}695\,V$



$\boxed{3,6}$ Considere um sinal de FM cuja portadora possui uma amplitude de 10V, sem modulação, onde o desvio de frequência é de 5KHz e a frequência do sinal modulante é de 2,5KHz. Para um sinal modulante de 50mV, calcule a constante do circuito modulador (K_f), o índice de modulação (β), o número máximo de pares de bandas laterais (n), a largura de banda (B) e a amplitude da portadora modulada e das bandas laterais.

- Constante do circuito modulador

$$K_f = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{5000}{50 \times 10^{-3}} = 100 \, KHz/V$$

- Índice de modulação:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{5000}{2500} = 2 \quad ; \quad \beta = 2 > 0,3 \longrightarrow FM-BL$$

- Número máximo de pares de Bandas Laterais

$$n = \beta + 1 = 2 + 1 = 3 \text{ pares de BL.}$$

- Largura de Banda.

$$LB = 2(\beta + 1) f_m = 2(2+1) \cdot 2500 = 15 \, KHz$$

- Amplitude da portadora modulada e das bandas laterais.

Pela Tabela de Bessel: ($\beta = 2$)

Portadora: $E_0 J_0 = 10 \times 0,2239 = 2,239 \, V$

1º Par BL $\longrightarrow BLS = E_0 \, J_1(\beta=2) = 10 \times 0,5767 = 5,767 \, V$

$\longrightarrow BLI = -E_0 \, J_1(\beta=2) = -10 \times 0,5767 = -5,767 \, V$

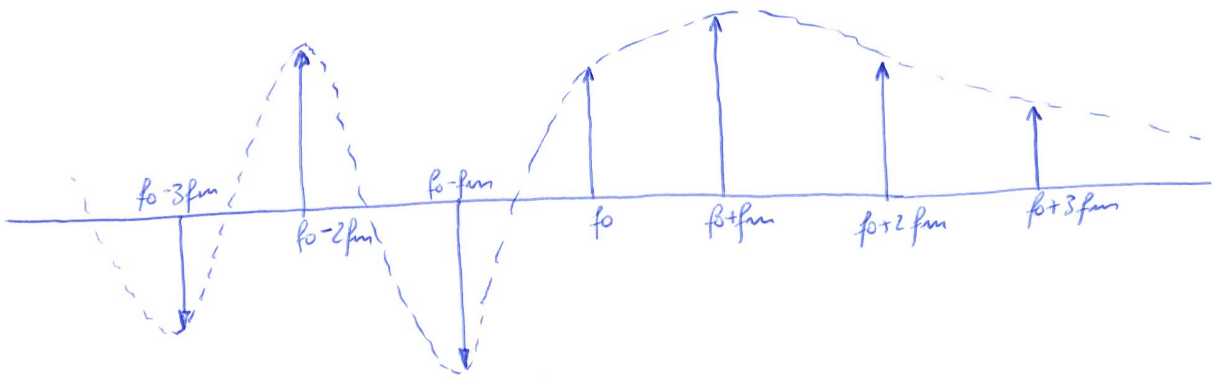
2º Par BL: $\longrightarrow BLS = E_0 \, J_2(\beta=2) = 10 \times 0,3528 = 3,528 \, V$

$\longrightarrow BLI = E_0 \, J_2(\beta=2) = 10 \times 0,3528 = 3,528 \, V$

EXERCICIOS 2008/2009 5 CAP. 3.

3º Par BL $\longrightarrow BLS = E_0 \cdot J_3(\beta=2) = 10 \times 0,1289 = 1,289\,V$

$\longrightarrow BLI = -E_0 \cdot J_3(\beta=2) = -10 \times 0,1289 = -1,289\,V$



3.10) Sinal RF

$500 \cos\left[(w_c t + 20\cos(w_1 t))\right]$; $w_1 = 2\pi f$; $f_1 = 1kHz$; $f_c = 100MHz$.

a) $k_f = 100 rad/s$.
determine a expressão matemática que corresponde à modulação em fase do sinal m(t). Qual é o valor de pico e a sua freq.

Alhandamento Tio FAVAIOOS

~~$k_f = 100 rad/s = \frac{100}{2\pi} = 15,9 Hz$.~~

~~$e_{AM}(t) = E_0 \cos\left[w_0 t + k\int_0^t e_m(t)\,dt\right]$~~

~~$e_{FM}(t) = E_0 \cos\left[w_0 t + k\int_0^t e_m \sin(w_m t)\,dt\right]$~~ frequência

~~$= E_0 \cos\left[w_0(t) + k\, e_m(t) \cos(w_m t)\right]$~~

~~$e_{FM}(t) = E_0 \cos\left[w_0(t) + \frac{k\, e_m(t)}{\Delta(t)}\right]$~~ derivada

$e_{PM}(t) = E_0 \cdot \cos\left[w_0 t + k_f E_m \sin(w_m t)\right] \rightarrow$ fase

$E_0 = 500$; $k_f = 15,9$

$k_f E_m = 20$

$E_m = \frac{20}{15,9} = 1,2V$

b) $\Delta f = 10^6 rad/s$, expressão matemática que corresponde ao sinal FM. Qual o valor de pico e a sua freq.

$e_{FM}(t) = E_0 \cos\left[\phi_i(t)\right]$ em $\phi_i(t) = \int w_i(t)\,dt$

$\phi_i(t) = w_0 t + 2\pi k_f \int_m(t)\,dt$

$20\cos(w_1 t) = 2\pi k_f \cdot \int e_m(t)\,dt$

$e_m(t) = \left[\frac{20\cos(2\pi f_1(t))}{2\pi k_f}\right]' = -\frac{20 \times 2\pi f_1 \times \sin(2\pi f_1 t)}{2\pi k_f}$

Amplitude ; frequência

c) sinal RF for aplicado uma carga de 50Ω ; potência média por unidade de carga

$P = \frac{e_{ef}^2}{2} = \frac{500^2}{2} = 125 kW$; $\frac{P}{Z} = \frac{P}{Z} = \frac{125k}{50} = 2500 W/Ω$

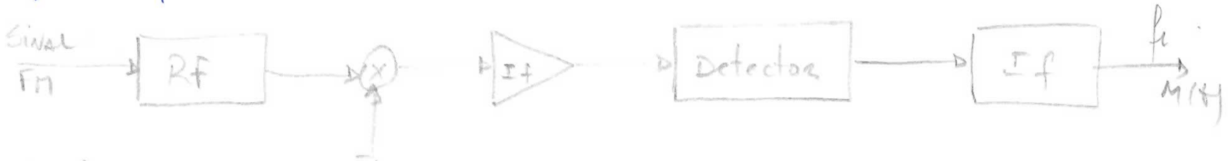
3.11) Um rádio FM,

$f_i = 96,9\ MHz$

$f_{LO} > f_i$

Amplificador da Banda passante $= 10,7\ MHz$. $|f_{osc} \pm 96,9\ MHz| = 10,7\ MHz$

a) freq. de oscilação = ?



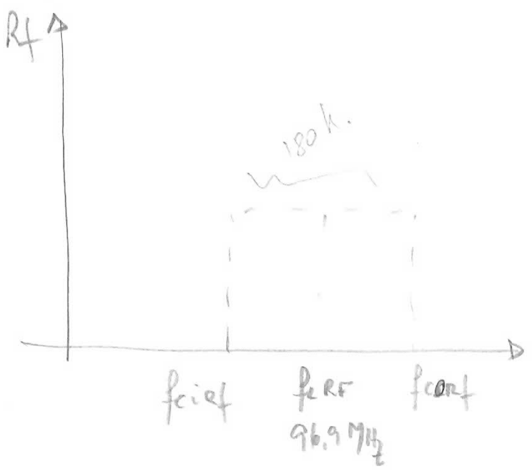
$f_{LO} = |96,9 \pm 10,7|$

$|f_i \pm f_{IF}|$

$f_{LO} = 96,9 + 10,7 = 107,6\ MHz \Leftarrow f_{LO} > f_i$ serve

$f_{LO} = 96,9 - 10,7 = 86,2\ MHz$ N serve

b) $LB = 180\ kHz$, características para os filtros RF e IF



$f_{coRF} = f_{cRF} + \frac{LB}{2} = 96,900 + \frac{180}{2} = 96990\ kHz$

$f_{ciRF} = f_{cRF} - \frac{LB}{2} = 96900 - \frac{180}{2} = 96810\ kHz$

$f_{coif} = f_{cif} + \frac{LB}{2} = 10700 + \frac{180}{2} = 10790\ kHz$

$f_{ciif} = f_{cif} - \frac{LB}{2} = 10700 - \frac{180}{2} = 10610\ kHz$

3.12) FM, baseado no método indirecto:

$100\,Hz < f_m < 15\,kHz$

FM-BE | $f_{c0} = 0{,}1\,MHz$, $\beta = 0{,}2$

FM-BL | $f_c = 100\,MHz$, $\Delta f = 75\,kHz$

$f_{c0} = 9{,}5\,Hz$

$N_1 = ?$

$N_2 = ?$

$N = N_1 \times N_2$

$$N = \frac{\Delta f}{f_A} = \frac{75 \times 10^3}{20} = 3750$$

FM-BE $\xrightarrow{\beta \;\; 0{,}3}$ FM-BL

$f_0 = \Delta f = \beta f_m$ — $\Delta f \leq 75\,kHz$

f_{c0} ↓↓ baixo — f_c ↑↑ elevado.

f_A: $\beta f_m' = 0{,}2 \times 100 = 20\,Hz$; $\beta f_m'' = 0{,}2 \times 15k = 3\,kHz$

A variação de frequência é:

$$\boxed{20\,Hz < \Delta f < 3\,kHz}$$

i) À saída do 1º bloco multiplicador

$N_1 f_{c01}$

ii) À entrada do 2º bloco multiplicador

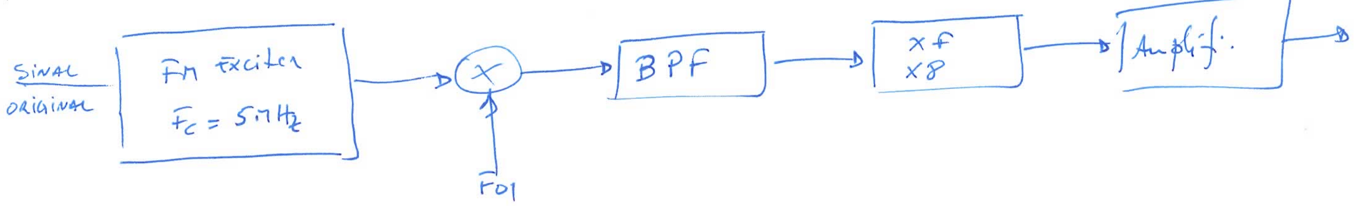
$$\frac{f_c}{N_2}$$

o ⊕ dá uma freq negativa, logo na prática é impossível, por isso ⊖

iii) $$\left| f_{c0} \oplus N_1 f_{c01} \right| = \frac{f_c}{N_2}$$

$$\begin{cases} N = N_1 \times N_2 \\ f_{c0} - N_1 f_{c01} = \dfrac{f_c}{N_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3750 = N_1 \times N_2 \\ 9{,}5 - \dfrac{3750}{N_2} 0{,}1 = \dfrac{100}{N_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 75 \\ N_2 = 50 \end{cases}$$

3.13) Transmissor FM.



$20\,Hz < f_m < 15\,kHz$

FM-BL | $f_c = 103{,}7\,MHz$
| $\Delta f = 75\,kHz$.

a) Largura de banda do filtro passa banda e a freq. central.

LB filtro = ?
fc filtro = ?

$$LB = 2(\beta+1)f = 2f_m + 2\Delta f = 2\times 15k + 2\times 9375\,Hz = 48{,}8\,kHz.$$

pela regra do Carson

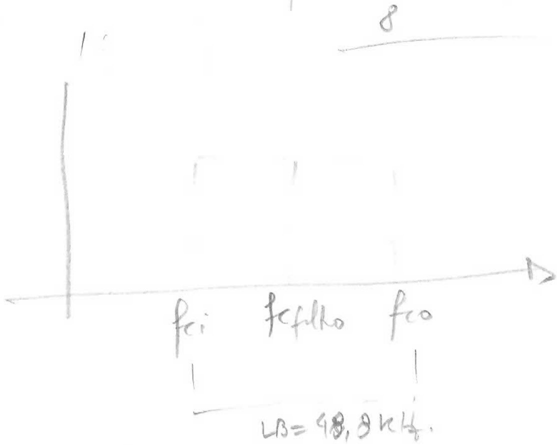
$$\Delta f = \frac{75k}{8} = 9375\,Hz$$

ou:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{9375}{20} = 0{,}47$$

$$\Delta f = \frac{\Delta f_{out}}{8} = \frac{75k}{8} = 9375\,Hz$$

$$L_B = 2(0{,}47+1)\times 15k = 44k$$



$$f_c\ filtro = \frac{f_c}{8} = \frac{103{,}7}{8} = 13\,MHz.$$

b) calcule a freq. do oscilador local e o máximo desvio produzido pelo emissor FM.

$$\Delta f' = \frac{\Delta f}{8} = \frac{75k}{8} = 9375\,Hz$$

$f_{osc} = ?$

$$|f_{co_1} \pm 5\,MHz| = \frac{f_c}{8} = 13\,MHz$$

$$f_{co} = 13 \pm 5 \begin{cases} 18\,MHz \\ 8\,MHz \end{cases}$$

3.14) Sinal modulado:

$E_0 = 10V$ (sem modulação)

$\Delta f_{out} = 10 kHz$

$f_m \Rightarrow LB = 3kHz$. (sinal modulante) $E_m = 50 mV$

a) Constante do circuito modulador: kf: (constante de sensibilidade = ff.).

$$kf = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{10k}{50m} = 200 kHz/V$$

b) o indice de modulação: β

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{10k}{3k} = 3,3(3) > 0,3 \quad FM-BL$$

c) O nº máximo de pares de bandas laterais, n

$$n = \beta + 1 \Leftrightarrow n = 3,3+1 = 4,3 \Rightarrow 4 \text{ bandas.}$$

d) A largura de banda, B:)

Pela Regra de Carson:

$$LB = 2(n+1)\cdot f_m \Leftrightarrow LB = 2(4{,}3+1)\cdot 3k = 31,8 kHz$$

e) A amplitude da portadora modulada e das bandas laterais:

critério de Bessel:

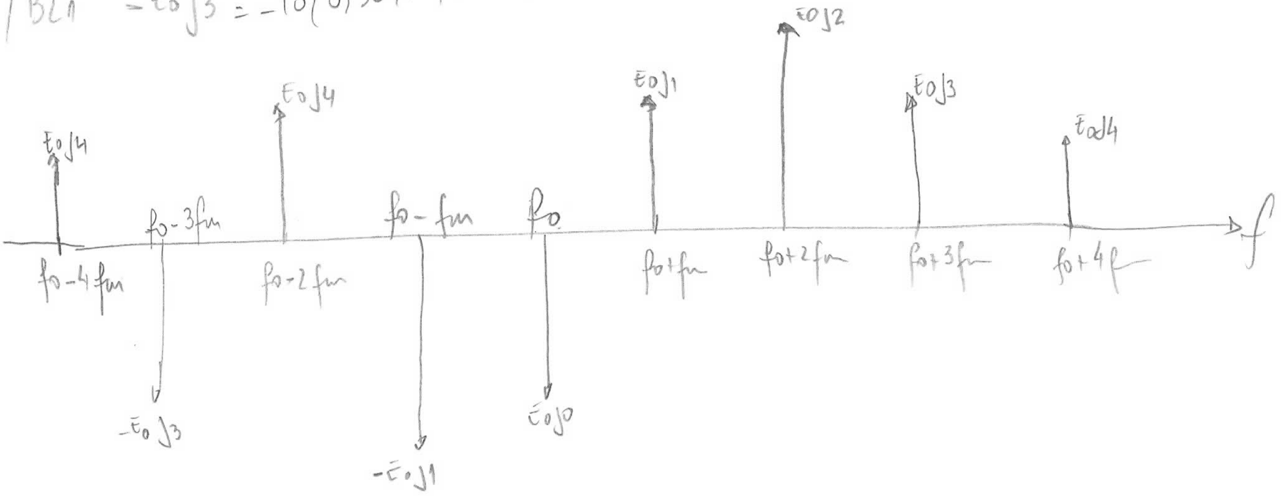
portadora $E_0 J_0 = 10(-0,2601) = -2,601 (V)$

1: BLS: $E_0 J_1 = 10(0,3391) = 3,391 (V)$
BLi $-E_0 J_1 = -10(0,3391) = -3,391$

2: BLS = $E_0 J_2 = 10(0,4861) = 4,80 (V)$
BLi = $E_0 J_2 = 10(0,4861) = 4,80 (V)$

3: BLS = $E_0 J_3 = 10(0,3091) = 3,91 V$
BLi $-E_0 J_3 = -10(0,3091) = -3,91 V$

4: BLS = $E_0 J_4 = 10(0,1320) = 1,320 (V)$
BLi = $E_0 J_4 = 10(0,1320) = 1,320 (V)$



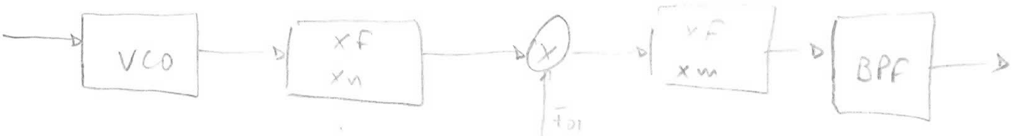
3.15) Modulador de freq.

desvio final

FM-BL: $f_c = 107{,}5\ MHz$; $\Delta f = 75\ kHz$

Sinal modulante: $LB = 15\ kHz \Rightarrow f_m = 15\ kHz$ } FM-BE

VCO – circuito de amostragem : $f = 100\ kHz$



Blocos constituídos por triplicadores/duplicadores

$f_{osc} < f_n \times n \Rightarrow$ freq. saída do oscilador do oscilador do misturador é sempre inferior à freq. de saída do bloco de multiplicação n.

$$f_{osc1} = (f_n \times n) - \frac{f_c}{m}$$

i) Valores nos diversos blocos, factores de multiplicação: n e m?

$$\Delta f = \beta f_m \Leftrightarrow \beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75k}{15k} = 5 > 0{,}3 \text{ FM-BL}$$

$\Delta f = N \times f_A$ (os multiplicadores alteram o desvio na freq o desvio total Δf) será o produto dos N multiplicadores por o desvio inicial.

$$N = \frac{\Delta f}{f_A} \quad ; \quad N = n \times m$$

Não temos o desvio inicial, nem temos o N, mas sabemos que o desvio de freq. de um sinal FM é de algumas dezenas de Hz, então:

considerando : $f_A = 50\ Hz$ $\quad N = \frac{\Delta f}{f_B}$

$$N = \frac{75000}{50} = 1500 = n \times m$$

sabemos q+ vai dar o produto dos multiplicadores então:

$\times 3$ — 3
$\times 3^2$ — 9
$\times 3^3$ — 27
$\times 3^4$ — 81
$\times 3^5$ — 243
$\times 3^6$ — 729
$\times 3^7$ — 2187 já não serve.

$N = \underbrace{3^6} \times 2 = 1458 < 1500$

estes multiplicadores servem, mas como considerámos $f_A = 50\ Hz$, podemos ficar com o sinal fora da faixa.

3.15)

FM-BL $f_c = 107{,}5\,MHz$ $\Delta f < 75\,kHz$

FM-BE $LB = 15\,kHz \rightarrow f_m = 15\,kHz$ $f_{os} = 100\,kHz$.

$N = n.m$

$N = \dfrac{\Delta f}{f_A}$

$\beta = \dfrac{\Delta f}{f_m} = \dfrac{75k}{15k} = 5$ - BL.

→ considerando um $f_A = 50\,Hz$, porque se trata de um ~~FM~~-BE e sabe-se que o desvio das freq. (f_A) é da ordem das dezenas de Hz.

→ Deve-se ter em atenção, usar o menor número possível de multiplicadores e o valor mais próximo da freq, ainda que menor.

$N = \dfrac{75\times10^3}{50} = 1500$

$3^1 - 3$

$3^2 - 9$

$3^3 - 27$

$3^4 - 81$

$3^5 - 243$

$\boxed{3^6 - 729\times2 = 1458}$

$\cancel{3^7 - 2187}$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 - 8$

$2^4 - 16$

$2^5 - 32$

$2^6 - 64$

$2^7 - 128$

$2^8 - 256\times3 = 768$

$\cancel{2^9 - 512\times3 = 1536}$

$\cancel{2^{10} - 1024\times3 = 3072}$

$\cancel{2^{11} - 2048}$

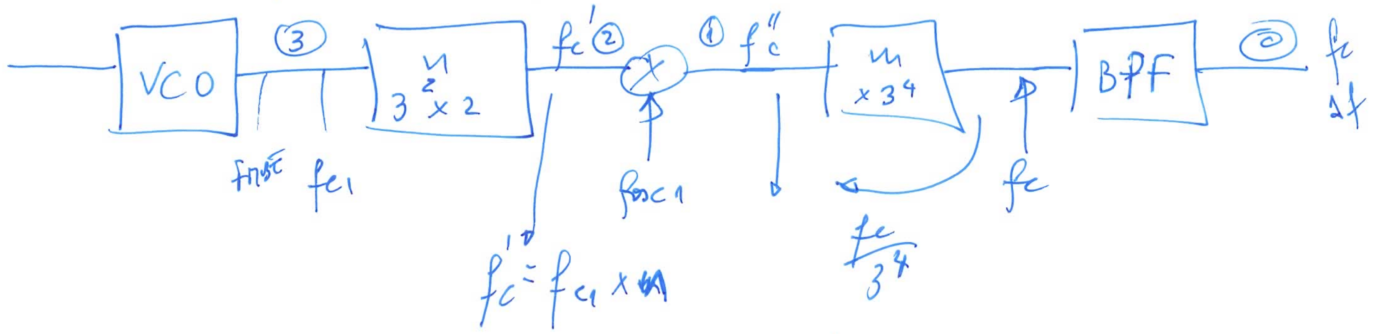
Sendo assim vamos usar 6 triplicadores e 1 duplicador.

$N = n.m = 3^6 \times 2^1 = 1458 < 1500$

$\Delta f' = f_A . N = 50 . 1458 = 72{,}9\,kHz < 75\,kHz$ ✓

$$f_\Delta' = \frac{\Delta f}{N} = \frac{75 \times 10^3}{1458} = 51{,}44\ Hz.$$

portanto altera-se o desvio, já que ~~se~~ queremos $\Delta f = 75\ kHz$, vamos ter $f_\Delta' = 51{,}44\ Hz$.



$$f_c' = f_{c1} \times n = 0{,}1 \times 9 \times 2 = 1{,}8\ MHz.$$

$$\frac{f_c}{3^4} = 1{,}327\ MHz.$$

$$|f_{osc_1} \pm f_c'| = f_c''$$

$$f_{osc_1} \begin{cases} f_c' + f_c'' = 1{,}8 + \frac{f_c}{3^4} = 3{,}127\ MHz. \\ f_c' - f_c'' = 1{,}8 - \frac{f_c}{3^4} = \cancel{0{,}473\ MHz.} \end{cases}$$

como a fase tem de ser menor que a freq. de saída dos multiplicadores ou seja:

$$f_{osc_1} < f_c' = 1{,}8\ MHz$$

então $f_{osc_1} = 473\ kHz$.

$$f_{osc} \pm f_c' = f_c''$$

$$f_{osc} = -f_c'' + f_c'$$

$$f_{osc} = +f_c'' + f_c'$$

FPB
$$\begin{cases} f_c = 107{,}5\ MHz \\ LB = 2\Delta f + 2f_m = 2(\beta+1) f_m \\ = 2(5+1) \times 15k = 180\ kHz. \end{cases}$$

Índice de modulação à saída de cada bloco:

⓪ $f_c = 107{,}5\ MHz$

$\Delta f = 75\ kHz$

$\beta = 5$

① $f_c'' = \frac{f_c}{m} = 1{,}327\ MHz$

$\Delta f'' = \frac{\Delta f}{m} = 926\ Hz$

$\beta'' = \frac{\beta}{m} = 0{,}062$

② $f_c' = 1{,}8\ MHz.$

$\Delta f' = \Delta f'' = 926\ Hz$

$\beta' = \beta'' = 0{,}062$

③ $f_{c1} = 100\ kHz$

$\Delta f = 51{,}44\ Hz$

$\beta = \frac{5}{3^2 \times 2} <<< 1$

Devemos corrigir o desvio (f_A) considerado anteriormente, para:

$$N = \frac{\Delta f}{f_{A1}} \Rightarrow f_A = \frac{75000}{1458} = 51,44 \text{ Hz}$$

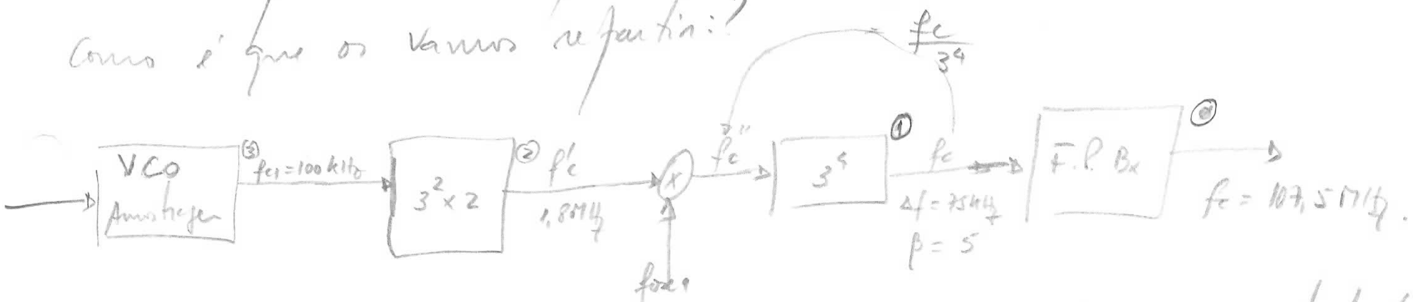
caso não se corrigisse, iríamos obter na saída Δf:

$$\Delta f = f_A \times N = 50 \times 1458 = 72,9 \text{ kHz (mal)}$$

$$\Delta f = f_A \times N = 51,44 \times 1458 = 75 \text{ kHz (certo)}$$

Temos disponíveis 6 triplicadores e um duplicador.

Como é que os vamos repartir?



O emissor está a trabalhar nos 107,5 MHz, o mesmo é dizer que a portadora está nessa freq.

$$f''_c = \frac{107,5 \text{ MHz}}{3^4} = 1,327 \text{ MHz}$$

ii) $f_{osc} = ?$

$$f'_c = f_0 \times N = 100 \text{ k} \times 3^2 \times 2 = 1,8 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$|f_{osc} \pm f'_c| = f''_c$$

$$|f_{osc} \pm 1,8 \text{ M}| = 1,327 \text{ MHz} \longrightarrow \begin{cases} f_{osc_1} = 1,8 - 1,327 = 0,473 \text{ MHz} \\ f_{osc_1} = 1,8 + 1,327 = \cancel{3,127 \text{ MHz}} \end{cases}$$

(escolhe-se este valor por ser o mais pequeno que $f'_c = 1,8$ MHz)

iii) características do filtro

$f_{central} \Rightarrow f_c = 107,5$ MHz

$$LB = 2(n) \times f_m = 2(\beta + 1) \times f_m = 2(5+1) \times 15 \text{ kHz} = 180 \text{ kHz}$$

⓪ $f_c = 107,5$ MHz; $\Delta f = 75$ kHz; $\beta = 5$

① $f''_c = \frac{107,5}{3^4} = 1,327$ MHz; $\Delta f'' = \frac{\Delta f}{3^4} = \frac{75 \text{ k}}{3^4} = 925,9$ Hz; $\beta'' = \frac{\beta}{3^4} = \frac{5}{3^4} = 0,061$

② $f'_c = n \times f_{c1} = 1,8$ MHz; $\Delta f' = \Delta f'' = 925,9$ Hz; $\beta' = \beta'' = 0,061$ FM(BE)

③ $f_{c1} = 100$ kHz; $f_A = \frac{925,9}{3^2 \times 2} = 51,4$ Hz; $\beta = \frac{0,061}{3^2 \times 2} = 0,0033 \lll 1$ FM-BE

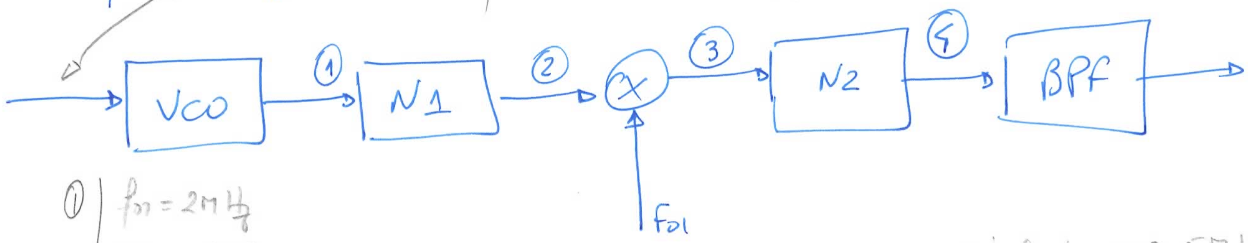
Os multiplicadores alteram o desvio em freq. Δf e a frequência

Os osciladores alteram só a freq.

3.16) Modulador FM. ; método indirecto:

~~$LB = 15kHz \Rightarrow LB = 2 f_m \Rightarrow f_m = \frac{15000}{2} = 7,5 kHz$~~.

$f_m = 15 kHz$ $\qquad LB = 2 f_m = 7,5 kHz$????



① $f_{01} = 2 MHz$
$\Delta f_{01} = 160 Hz$
$\beta_{01} = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{160}{15k} = 0,11$

② $f_{02} = f_{01} \times n$
$\Delta f_{02} = \Delta f_{01} \times n$
$\beta_{02} = \beta_{01} \times n$

③ $f_{03} = f_{02} \pm f_{OL1}$
$\Delta f_{03} = \Delta f_{02}$
$\beta_{03} = \beta_{02}$

④ $f_{out} = 107,5 MHz$
$LB = 2(2,11) \cdot f_m = 63 kHz$

$N = \Delta f_{out} = ?$

$n = \beta + 1$
$n = 0,11 + 1 = 1,11$

$LB = 2(\Delta f_{out} + f_m)$

$\Rightarrow \Delta f_{out} = \frac{-2 f_m + LB}{2}$

$\Rightarrow \Delta f_{out} = \frac{-2 \times 15k + 63k}{2} = 16,5 kHz$

$N = \frac{\Delta f_{out}}{\Delta f_{01}} = \frac{16,5k}{160} = 103$

$3^1 - 3$
$3^2 - 9$
$3^3 - 27$
$3^4 - 81 (\times 2^2) = 324$ ¿ sirve.

$2^1 - 2$
$2^2 - 4$
$2^3 - 8$
$2^4 - 16$
$2^5 - 32$
$2^6 - 64$
$2^7 - 128 (\times 3)$ ¿ si sirven.

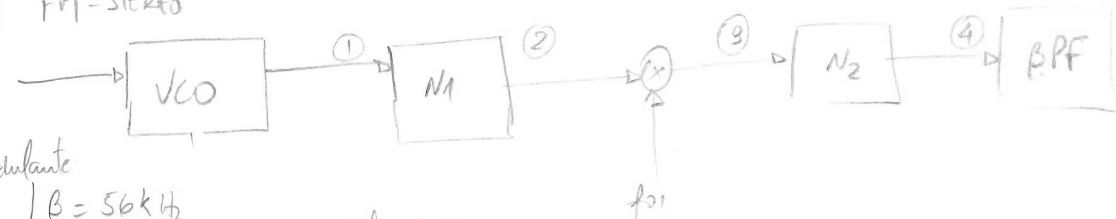
$\Delta f_{01} = \frac{16,5 kHz}{27} = 611 Hz$

$\begin{cases} n_1 \times n_2 = 64 \\ f_{OL} - f_{02} \times n_1 = \frac{f_{out}}{n_2} \end{cases}$

3.17)

c) "FM-STEREO"

G)



S. modulante

$LB = 56\,kHz$

$f_m = 56\,kHz$

$\Delta f = k\,E_m$.

① $f_{o1} \Rightarrow$ considerar que a freq do VCO $= 10\,MHz$

$\Delta f_0 = \beta \times f_m = 0{,}3 \times 56k = 16{,}8\,kHz \Rightarrow 18{,}75\,kHz$

$\beta_{o1} = 0{,}3$

② $f_{o2} = 10 \times 2 = 20\,MHz$

$\Delta f_{o2} = 18{,}75 \times 2 = 37{,}5\,kHz$

$\beta_{o2} = 0{,}3 \times 2 = 0{,}6$

③ $f_{o3} = \frac{107{,}5}{2} = 53{,}75\,MHz$

$\Delta f_{o3} = \frac{75}{2} = 37{,}5\,kHz$

$\beta_{o3} = \frac{1{,}33}{2} = 0{,}665$

④ $f_{out} = 107{,}5\,MHz$

$\Delta f_{out} = 75\,kHz$

$\beta_{out} = \frac{75000}{56000} = 1{,}33 > 0{,}3$ FM-BL.

$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$

$N = \frac{\Delta f_{out}}{\Delta f_{o1}} = \frac{75000}{16800} = 4{,}464$

$N = 2^2 = 4 \Rightarrow \Delta f_{o2} = \frac{75000}{4} = 18{,}75\,kHz$

$N = 3^1 = 3$

$N = 2 \times 3 = 6$

$|f_{osc} \pm f_{o2}| = f_{o3}$

$f_{osc\,1} = 53{,}75 - 20 = 33{,}75\,MHz$

$f_{osc\,2} = 53{,}75 + 20 = 73{,}75\,MHz$

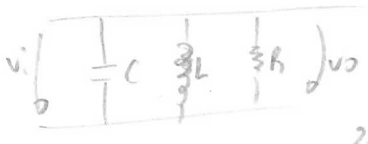
$\longrightarrow$ $f_1 = 20 + 33{,}75 = 53{,}75\,MHz$

$f_2 = 20 - 33{,}75$

c2) construir o sinal m(t)

desmodulação de FM: Produzir tensão proporcional à freq instantânea do sinal modulado.

- derivar a expressão do FM;
- obter envolvente
- aplicar detector envolvente PLL → VCO



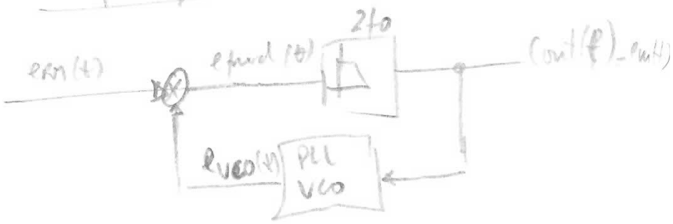
$e_{FM}(t) = E_0 \cos\left[w_0 t + K \int_0^t e_m(t)\,dt\right]$

deriv.

$e_{FM}'(t) = E_0\,(w_0 + K\,e_m(t)) \times \sin\left[w_0 t + K \int_0^t e_m(t)\,dt\right]$

envolvente

recuperar o sinal com detector envolvente

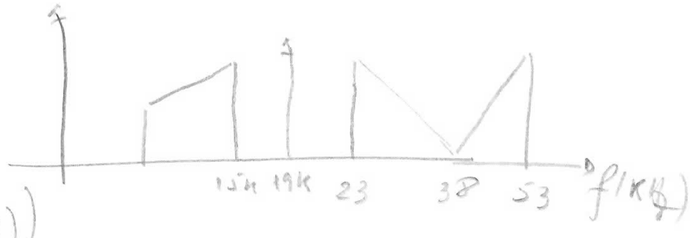


3.18)

$$X_B(t) = \left[x_L(t) + x_R(t)\right] + \left[x_L(t) - x_R(t)\right] \cdot \cos(w_0 t) + \cos\left(\frac{w_0}{2} t\right)$$

freq piloto

filtros: $k_1 \Leftarrow f < 15\,kHz$
$k_2 \Leftarrow 23k < f < 53\,kHz$
$k = 0 \Leftarrow f > 99\,kHz$



Sendo

$$x_s(t) = x_L(t) \cdot s(t) + x_R(t) \cdot (1 - s(t))$$

onde $s(t)$ é um trem de impulsos unipolar

com $\delta = 50\%$ $\quad k_1$ e $k_2 = ??$

$$S(t) = \frac{E_0 \delta_0}{T_0} + \frac{2E_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\frac{1}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi\delta_0}{T_0}\right)}_{\alpha_i} \cos(n w_0 t)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n w_0 t)$$

$$X_s(t) = x_L(t)\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{2}\cos(n w_0 t)\right] + x_R(t)\left[1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{2}\cos n w_0 t\right]$$

$$= x_L(t)\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{1}\sin\frac{\pi}{2}\cos w_0 t + \frac{2}{\pi}\frac{1}{2}\underbrace{\sin\pi}_{0}\cos 2w_0 t + \frac{2}{\pi}\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{2}\cos 3w_0 t + \dots\right] +$$

$$+ x_R(t)\left[1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{1}\sin\frac{\pi}{2}\cos w_0 t - \frac{2}{\pi}\frac{1}{2}\underbrace{\sin\pi}_{0}\cos 2w_0 t - \frac{2}{\pi}\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{2}\cos 3w_0 t - \dots\right]$$

$\Rightarrow$ elimina-se pelas condições dos filtros.

$n = 1 \quad n f_0 = 38$

$n = 2 \quad n f_0 = 38 \times 2 = 76$

$n = 3 \quad n \times f_0 = 38 \times 3 = 114 > 99\,kHz \Rightarrow k = 0$

Após os filtros:

$$x_s'(t) = x_L(t)\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \times 1 \times 1 \cos w_0 t\right] + x_R(t)\left[\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \times 1 \times 1 \times \cos w_0 t\right]$$

$$= k_1 \frac{1}{2}\left[x_L(t) + x_R(t)\right] + k_2 \frac{2}{\pi}\left[x_L(t) - x_R(t)\right]\cos w_0 t + \frac{\cos w_0 t}{2}$$

normalizando:

$$\left[x_L(t) + x_R(t)\right] \Rightarrow \frac{k_1}{2} = 1 \Leftrightarrow k_1 = 2$$

$$\left[x_L(t) - x_R(t)\right] \Rightarrow \frac{2k_2}{\pi} = 1 \Leftrightarrow k_2 = \pi/2$$

3.(a)) Sinal AM stereo modulado em sistema FDM, é dado por:

$$x(t) = A_c\left[\cos(w_c t) + x_L(\cos\phi_0 \cdot \cos w_c t + \sin\phi_0 \cdot \sin w_c t) + x_R(\cos\phi_0 * \cos w_c t - \sin\phi_0 \cdot \sin w_c t)\right]$$

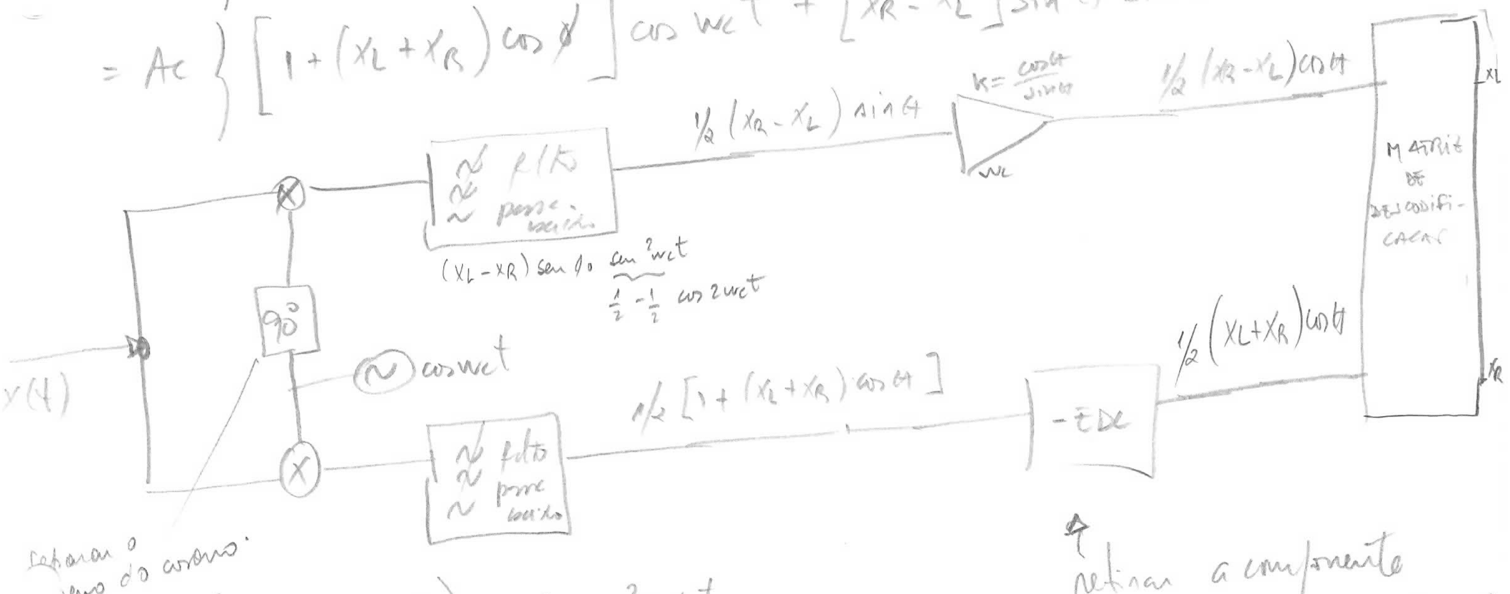
diagrama de blocos do sistema FDM, receptor capaz de promover a desmodulação do sinal $x(t)$.

$X_L + X_R$

$X_L - X_R$

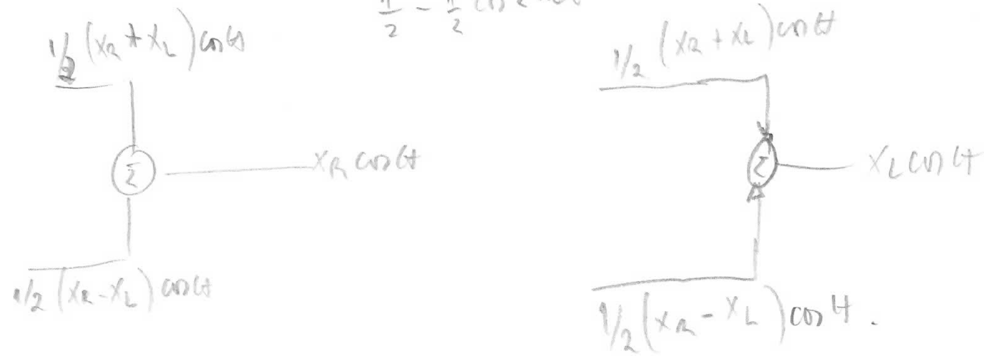
$$x(t) = A_c\{\cos w_c t + [X_L + X_R]\cos\theta \cos w_c t + [X_R - X_L]\sin\theta \sin w_c t\}$$

$$= A_c\{[1 + (X_L + X_R)\cos\theta]\cos w_c t + [X_R - X_L]\sin\theta \sin w_c t$$



$$(1 + [X_L + X_R])\cos\theta \underbrace{\cos^2 w_c t}_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2w_c t}$$

$$(X_R - X_L)\sin\theta \underbrace{\sin^2 w_c t}_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2w_c t}$$

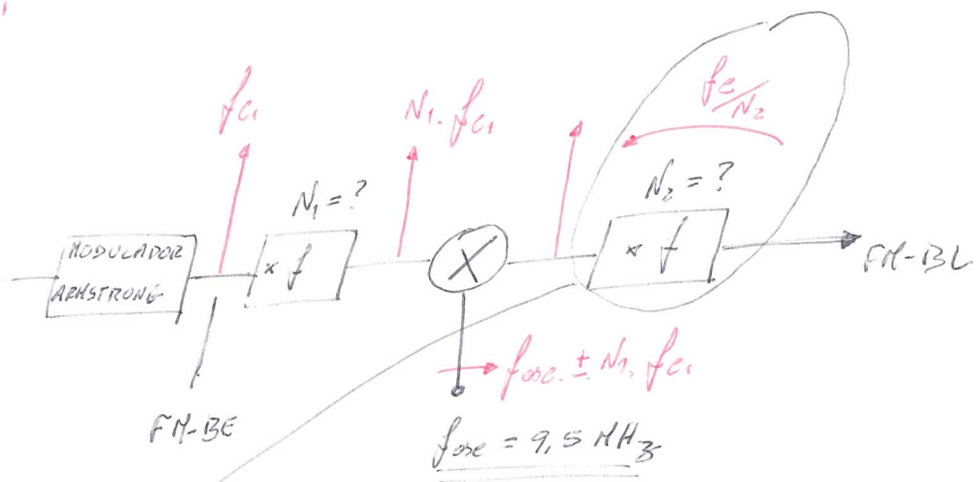


3.12) $\boxed{100\,Hz < f < 15\,KHz}$ → o fm encontra-se aqui.

FM - Junho 2006 (5)

FM-BE
$f_{c_1} = 0{,}1\,MHz$
$\beta_i = 0{,}2$

$f_c = 100\,MHz$
$\Delta f = 75\,KHz$



$$\boxed{N = N_1 \times N_2}$$

$$\boxed{N = \frac{\Delta f}{f_\Delta}} = \frac{\beta \cdot f_m}{\beta_i \cdot f_m} = \frac{\beta}{\beta_i} = \frac{\Delta f}{f_\Delta} = N$$

$$f_\Delta = \Delta f_i = \beta_i \cdot f_m$$

$$f'_\Delta = 0{,}2 \times 100 = 20\,Hz$$

$$f''_\Delta = 0{,}2 \times 15K = 3\,KHz$$

$$N = \frac{\Delta f}{f_\Delta} = \frac{75 \times 10^3}{20} = \frac{75}{2} \times 10^2 = 3750$$

$N = N_1 \times N_2 = 3750$ ← então

$$f_{osc} \pm N_1 \cdot f_{c_1} = \frac{f_c}{N_2}$$

então,

$$\begin{cases} N_1 \times N_2 = 3750 \\ f_{osc} - N_1 \cdot f_{c_1} = \dfrac{f_c}{N_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ 9{,}5\,MHz - N_1 \cdot 0{,}1\,MHz = \dfrac{100\,MHz}{N_2} \end{cases} \begin{cases} N_1 = \dfrac{3750}{N_2} \\ 9{,}5 - \dfrac{3750}{N_2} \times 0{,}1 = \dfrac{100}{N_2} \end{cases} \begin{cases} N_1 = 75 \\ N_2 = 50 \end{cases}$$

3.9) $f_m = 4\,KHz$

$\beta = 3$

$f_c = 10\,MHz$

$f_{c_1} = 100\,KHz$

$$\Delta f_{final} = \beta \cdot f_m = 3 \times 4 = 12\,KHz$$

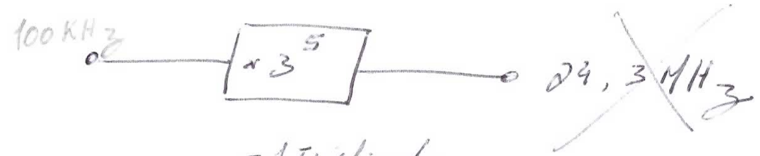
$$\Delta f_{inicial} = \frac{\Delta f_{final}}{\text{multiplicação total}} = \frac{12}{3^6} = 16,46\,Hz$$

↳ nº triplicadores usados

$\Delta f_{inicial}$

$f_{c_1} = 100\,KHz$

-1 triplicador



-1 triplicador

Nota: o triplicador muda o valor do desvio, o misturador não.

então,

$\Delta f_{inicial} = 16,46\,Hz$

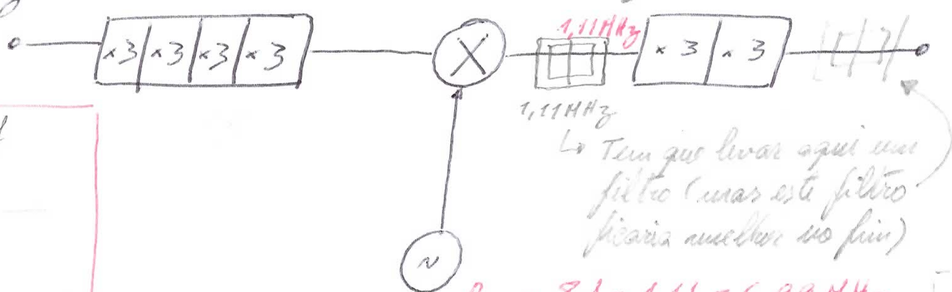
$f_{c_1} = 100\,KHz$

$\Delta f_2 = 1,33\,KHz$

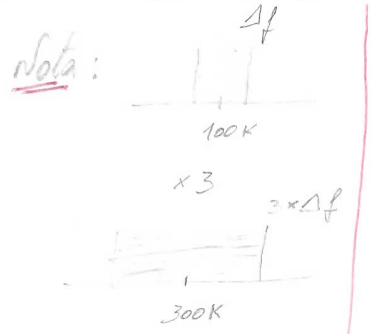
$f_{c_2} = 8,1\,MHz$

$\Delta f_3 = \frac{\Delta f}{3 \times 3} = \frac{12K}{9} = 1,33\,KHz$ (*)

$f_{c_3} = \frac{f_c}{3 \times 3} = \frac{10M}{9} = 1,11\,MHz$

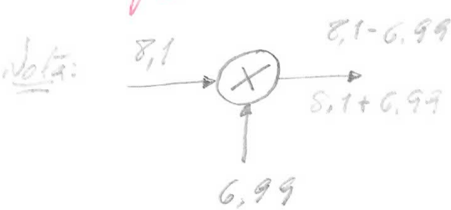


↳ Tem que levar aqui um filtro (mas este filtro ficaria melhor no fim)



$f_{LO} = 8,1 - 1,11 = 6,99\,MHz$

Nota:



(*) $\beta = 3$

$\Delta f = 12\,KHz$

$f_c = 10\,MHz$

→

K	fc	Δf	β
–	100K	16,46	≪1 (0,004)
3			
9			
27			
81	8,1	1,33K	0,33
X	1,11	1,33K	0,33
243	3,33	4KHz	1
729	10M	12KHz	3

3.14) Portadora: $E_0 = 10V$, sem modulação

$\Delta f_{dev} = 10\,KHz$

sinal modulante ← $LB = 3\,KHz$; $E_m = 50\,mV$

a) $K_f = ?$ → constante do circuito modulador (constante de sensibilidade à frequencia)

$\Delta f = K_f \cdot E_m$

$\Leftrightarrow K_f = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{10000}{50 \times 10^{-3}} = 200\,000\ Hz/V$

b) Indice de modulação $\beta = ?$

$\Delta f = \beta \cdot f_m$

$\Leftrightarrow \beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{10 \times 10^3}{3 \times 10^3} = 3,3(3) > 0,3 \Rightarrow$ FM-BL

→ ???

c) Pares de bandas laterais $n = ?$

$n = \beta + 1 = 3,3(3) + 1 = 4,3 \Rightarrow$ 5 pares de bandas laterais

d) Largura de banda, $LB = ?$

Regra Carson: $LB = 2(\beta + 1) \cdot f_m$

$= \ldots$

1) <u>Tabela Bessel:</u>

Portadora: $J_0(\beta=3).E_0 = (-2601).10 = -2,601\ (V)$

1º par BL: BLS: $J_1(\beta=3).E_0 = 0,339\times10 = 3,391\ V$
BLI: $-J_1(\beta=3).E_0 = -0,3391\times10 = -3,391\ V$

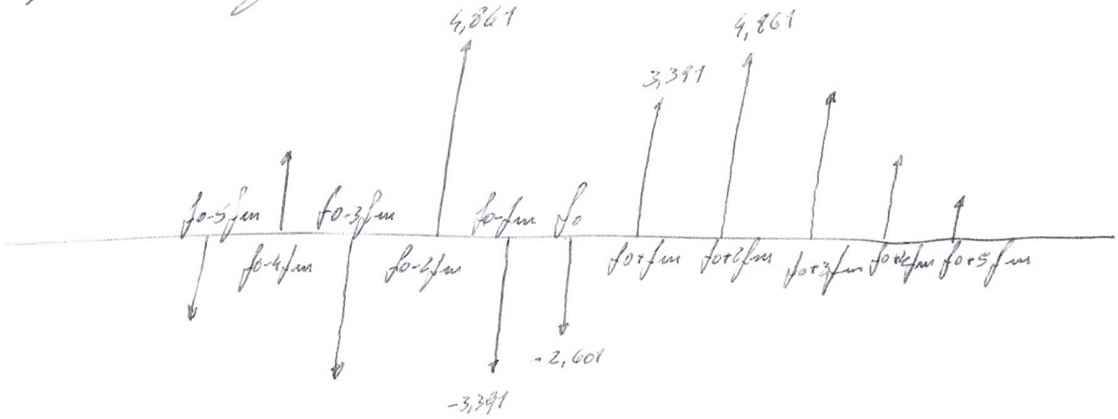
2º par BL: BLS: $J_2(\beta=3).E_0 = 0,4861\times10 = 4,861\ V$
BLI: " " " " " "

3º par BL: BLS: $J_3(\beta=3).E_0 = 0,3091\times10 = 3,091\ V$
BLI: $-$" " " $=-$ " " $= -3,091\ V$

4º par BL: BLS: $J_4(\beta=3).E_0 = 0,132\times10 = 1,32\ V$
BLI: " " " " " "

5º par BL: BLS: $J_5(\beta=3).E_0 = 0,043\times10 = 0,43\ V$
BLI: $-J_5$ " " $=-$ " " $= -0,43\ V$

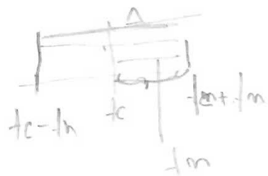
Espectro de amplitudes:



3.14) portadora: $E_0 = 10V$, sem modulação

$\Delta f_{out} = 10\,KHz$

sinal modul. → $LB = 3KHz$; $E_m = 50\,mV$



a) constante de circuito modulador, Kf ??
(constante de sensibilidade à frequencia)

$\Delta f = K_f \cdot E_m$

$\Leftrightarrow K_f = \dfrac{\Delta f}{E_m} = \dfrac{10000}{50 \times 10^{-3}} = 200000\ Hz/V$

b) Indice de modulação β ???

$\Delta f = \beta \cdot f_m$

$\Leftrightarrow \beta = \dfrac{\Delta f}{f_m} = \dfrac{10000}{3000} = 3,3(3) > 0,3 \Rightarrow$ FM - BL

→ ??

c) Pares de Bandas Laterais:

$n = \beta + 1 = 3,3(3) + 1 = 4,3 \Rightarrow$ 5 pares de bandas laterais

d) Largura Banda, LB = ??

Regra de Carson: $LB = 2(\beta + 1) f_m$
=

e) Amplitude da portadora modulada e das bandas laterais ??

BESSEL: Portadora: $J_0(\beta = 3) \cdot E_0 = (-0,2601) \cdot 10 = -2,601\,(V)$

1º Par — BLS: $J_1(\beta=3) \cdot E_0 = 0,3391 \times 10 = 3,391\,V$
BLI: $-J_1(\beta=3) \cdot E_0 = -0,3391 \times 10 = -3,391\,V$

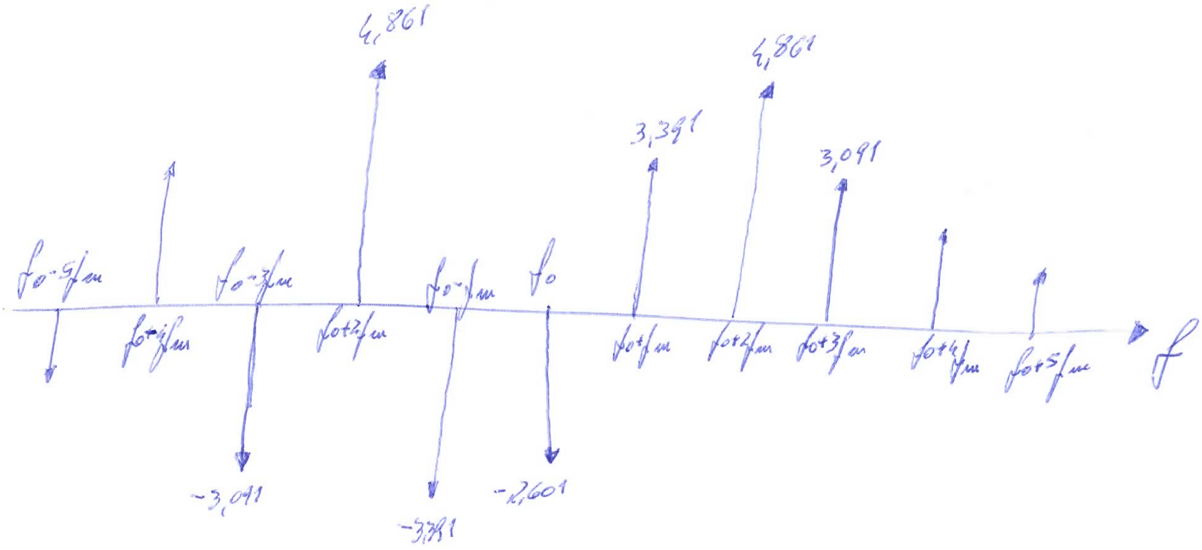
2º Par — BLS: $J_2(\beta=3) \cdot E_0 = 0,4861 \times 10 = 4,861\,V$
BLI: $J_2(\beta=3) \cdot E_0 = 0,4861 \times 10 = 4,861\,V$

3º Par — BLS: $J_3(\beta=3) \cdot E_0 = 0,3091 \times 10 = 3,091\,V$
BLI: $-J_3(\beta=3) \cdot E_0 = -0,3091 \times 10 = -3,091\,V$

4º Par — BLS: $J_4(\beta=3) \cdot E_0 = 0,132 \times 10 = 1,32\,V$
BLI: $J_4(\beta=3) \cdot E_0 = 0,132 \times 10 = 1,32\,V$

5º Par — BLS: $J_5(\beta=3) \cdot E_0 = 0,043 \times 10 = 0,43\,V$
BLI: $-J_5(\beta=3) \cdot E_0 = -0,043 \times 10 = -0,43\,V$

→ Espectro Amplitudes



3.15) Modulador de frequência

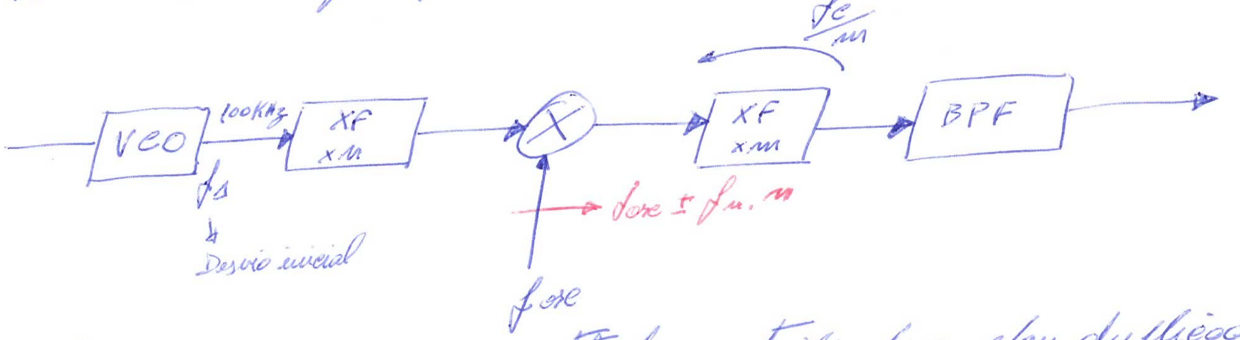
$$FM\text{-}BL: \; f_c = 107{,}5\,MHz \; ; \; \Delta f = 75\,KHz$$

Desvio final

S. modulante: $LB = 15\,KHz \Rightarrow f_m = 15\,KHz$

VCO - circuito de amostragem: $f = 100\,KHz$

FM-BE



Nota: Blocos de multiplicação constituídos por triplicadores e/ou duplicadores de frequência.

$f_{osc} < f \times n \rightarrow$ freq. de saída do oscilador do misturador é inferior à freq. de saída do bloco de multiplicação n.

$$f_{osc_1} = (f_m \times n) - \frac{f_c}{m}$$

- Factores de multiplicação n e m ??

$$\Delta f = \beta \cdot f_m$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75000}{15000} = 5 > 0{,}3 \Rightarrow FM\text{-}BL$$

$\Delta f = N \cdot f_\Delta$ os multiplicadores alteram o desvio ~~na~~ frequência. O desvio total Δf será o produto do N multiplicadores, pelo desvio inicial.

$$N = \frac{\Delta f}{f_\Delta} \; ; \; N = n \times m$$

→ Não temos o desvio inicial, nem temos o N, mas sabemos que o desvio de freq. de um sinal FM(B...) é de algumas dezenas de Hz então:

Considerando, $f_A = 50\,Hz$

$$N = \frac{\Delta f}{f_A} = \frac{75\times10^3}{50} = 1500 = n \times m$$

Sabemos quanto vai dar o produto dos ~~[illegible]~~ multiplicadores, então,

$\times 3$ —— 3

$\times 3^2$ —— 9

$\times 3^3$ —— 27

$\times 3^4$ —— 81

$\times 3^5$ —— 243

$\times 3^6$ —— 729 $(\times 2) = 1458$

$\times 3^7$ —— 2187

↳ este já não serve.

$$N = \underbrace{3^6 \times 2}_{} = 1458 < 1500$$

Estes multiplicadores servem, mas como consideramos $f_A = 50\,Hz$, podemos ficar com o sinal fora da faixa!!

outra solução:

Exercício 3.8

Sinal cossenoidal | 2kHz | 10V

portadora | 10MHz | 100 Vpp

$K = 125,66$ rad/Vs

(a) $f(t) = ?$

$f(t) = f_c t + \beta f_m m(t)$

$= f_c t + \beta f_m \cos w_m t$

$= f_c t + \Delta f \cos w_m t$; $\Delta f = K \cdot E_m = \frac{125,66 \times 10}{2\pi} = 200$ Hz

$= 10 \times 10^6 t + 200 \cos w_m t$

$= 10^7 t + 2 \times 10^2 \cos w_m t$ [Hz]

(b) Espectro do sinal modulado

$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{200}{2 \times 10^3} = 0,1 < 0,3 \Rightarrow$ FM-BE

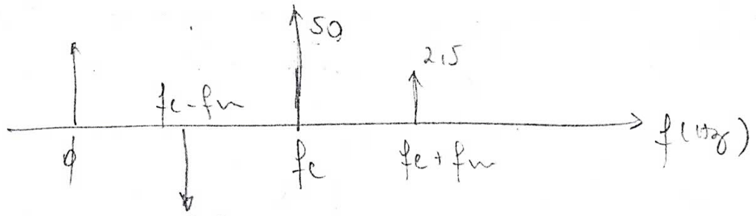
$s(t)_{FM-BE} = e_0(t) + \beta \frac{E_0}{2} \cos(w_c + w_m)t - \beta \frac{E_0}{2} \cos(w_c - w_m)t$

$= 50 \cos(2\pi f_c t) + \beta \frac{E_0}{2} \cos(w_c + w_m)t - \beta \frac{E_0}{2} \cos(w_c - w_m)t$ $\frac{100 Vpp}{2}$

$= 50 \cos w_c t + \beta \frac{E_0}{2} \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - \beta \frac{E_0}{2} \cos[2\pi(f_c - f_m)t]$

$= 50 \cos w_c t + 0,1 \times \frac{50}{2} \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - 0,1 \cdot \frac{50}{2} \cos[2\pi(f_c - f_m)t]$

$= 50 \cos w_c t + 2,5 \cos w_1 t - 2,5 \cos w_2 t$



(c) $\frac{P}{Z} = ?$

$Z = 50\,\Omega$ $P = \overline{s^2(t)} = \frac{E_0^2}{2}\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right) = \frac{50^2}{2}\left(1 + \frac{0,1^2}{2}\right) = 1256,25$ W

então, $\frac{P}{Z} = \frac{1256,25}{50} = 25,125$ W/Ω

$\boxed{\text{Exercício 3.10}}$

Sinal RF

$s(t) = 500\cos[(w_c t + \cos(w_1 t))]$

$w_1 = 2\pi f_1$

$f_1 = 1\,kHz$

$f_c = 100\,MHz$

(a) $m(t) = ?$

$A_{máx} = ?$

$f_1 = ?$

$\Delta w_m = 100\,Rad/s$

$$\beta = \frac{\Delta w}{w_m} = \frac{20}{100} = 0{,}2$$

$$m(t) = \frac{20}{100}\cos w_1 t$$

$$= 0{,}2\cos 2\pi f_1 t$$

$$= 0{,}2\cos 2\pi \cdot 1\times10^3 \cdot t$$

onde:

$A_{máx} = 0{,}2\,V$

$f_1 = 1\,KHz$

(b) $10^6\,Rad/s$

$$m(t) = \frac{20}{10^6}\cos w_1 t$$

$$= \frac{20}{10^6}\cos(2\pi f_1 t)$$

$$= \frac{20}{10^6}\cos(2\pi\, 1\times10^3 \cdot t)$$

$$= \frac{20}{10^6}\cdot 2\pi 10^3(-\sin 2\pi 10^3 t)$$

$$= -\frac{40\pi}{10^3}\sin(2\pi 10^3 t)$$

$$\simeq -0{,}13\sin 2\pi 10^3 t$$ onde $A_{máx} = 0{,}13\,V$ e $f = 1\,kHz$

(c) $Z = 50\,\Omega$

$\frac{P}{Z} = ?$

$$P = \overline{s^2(t)} \quad ; s(t) = 500\cos[(w_c t + 20\cos(w_1 t))]$$

$$= \overline{500^2\cos^2[(w_c t + 20\cos w_1 t]}$$

$$= \frac{500^2}{2}$$

$$= 12{,}5\times10^4\,W$$

$$\text{logo, } \frac{P}{Z} = \frac{12{,}5\times10^4}{50} = 2{,}5\times10^3\,W/\Omega$$

Exercício 3.9

10/05/2002

Sinal FM gerado pelo Mét. indirecto. → FM-BE

FM | f_m ~~kHz~~, β ~~3~~, f_c ~~10 MHz~~, Δf

Mét. Ind.

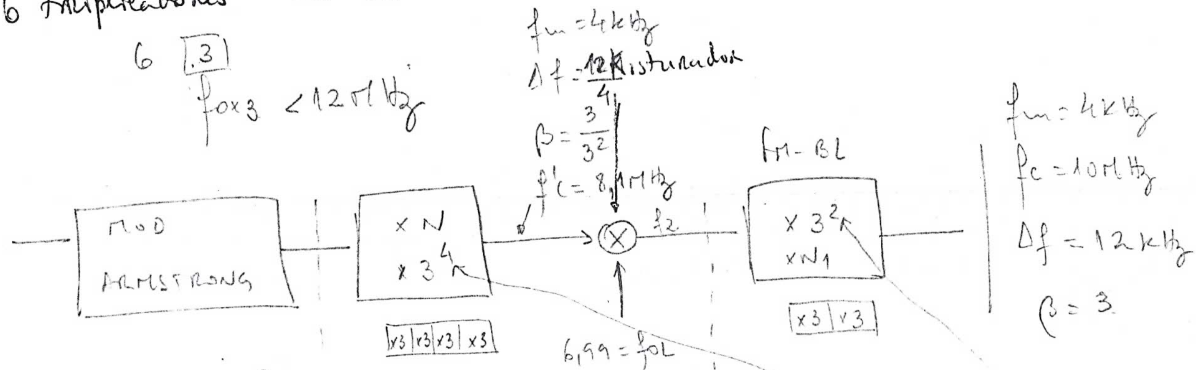
FM-BL $\begin{cases} f_m = 4\,kHz \\ \beta = 3 \\ f_c = 10\,MHz \end{cases}$ ⇒ $\Delta f = \beta \cdot f_m = 3 \cdot 4 \times 10^3 = 12\,kHz$

FM-BE $\begin{cases} f_m = 4\,kHz \\ f_{c1} = 100\,kHz \\ \Delta f_1 = f_\Delta = \dfrac{\Delta f}{N} = \dfrac{\Delta f}{3^6} = \dfrac{12 \times 10^3}{729} = 16{,}4\,Hz \end{cases}$

6 triplicadores → $\times 3^6 = N$

6 $\boxed{.3}$

$f_o \times 3 < 12\,MHz$



FM-BE

$f_{c1} = 100\,kHz$

$\Delta f = f_\Delta = 16{,}4\,Hz$

$\beta \ll 1 \leftarrow \beta = \dfrac{3}{3^6}$

$f_m = 4\,kHz$

$|f_{oL} \pm f_1| = f_2$

$\dfrac{f_c}{3^2} = \dfrac{10M}{9} \cong 1{,}11\,MHz$

$\beta = \dfrac{3}{3^2}$

- $f'_c = f_{c1} \times 3^6 = 100 \times 10^3 \times 729 = 72{,}9\,MHz$ < $f_o \times 3 = 12\,MHz$
- Retirar 1 Trip.

  $f'_c = f_{c1} \times 3^5 = 100 \times 10^3 \times 243 = 24{,}3\,MHz$ < $f_o \times 3 = 12\,MHz$
- Retirar 2 Trip.

  $f'_c = f_{c1} \times 3^4 = 100 \times 10^3 \times 81 = 8{,}1\,MHz$ ✓ < $f_o \times 3 = 12\,MHz$

Logo, só vamos ter 4 triplicadores, para se verificar a proposição; os restantes vêm à frente.

- Cálculo de $f_{oL} = ?$

  $|f_{oL} \pm f_1| = f_2$

  $|f_{oL} \pm 8{,}1| = 1{,}11$

$$f_{OL} \begin{cases} 8,1 + 1,11 = 9,21 \text{ MHz} \\ 8,1 - 1,11 = 6,99 \text{ MHz} \end{cases}$$ sem nada dizer nada, escolhe-se o valor mais baixo

• Verificar se f_2 está certo:

$$f_2 \begin{cases} 8,1 + 6,99 = 15,09 \cancel{\text{MHz}} \\ 8,1 - 6,99 = \underline{1,11 \text{ MHz}} \end{cases}$$, logo verifica-se que o cálculo de f_2 é igual a 1,11 MHz

$\beta = 3$, β inicial

$N = 3^6$

$$\beta_{inicial} = \frac{\beta}{N} = \frac{3}{3^6} = \frac{1}{3^5}$$

K	Δf	β	f_c	
0	16,4 Hz	$<<1$ $\frac{1}{3^5} \approx 0,004$	100 kHz	FM-BE
submetido ao 1º triplicador $\times 3$	$\Delta f \times 3 = 16,4 \times 3$ = 49,2 Hz	$<<1$ $\frac{1}{3^4} \approx 0,012$	300 kHz	
2º triplicador $\times 3^2 = 9$	147,6 Hz	$\frac{1}{3^3} \approx 0,036$	900 kHz	FM-BE
3 triplicador $\times 3^3 = 27$	442,8 Hz	$\frac{1}{3^2} \approx 0,108$	2,7 MHz	
$\times 3^4 = 81$	1328,4 Hz	$\frac{1}{3} \approx 0,33$	8,1 MHz	→ fim do 1º bloco dá FM-BL
⊗	1328,4	$\frac{1}{3} \approx 0,33$	1,11 MHz	
$\times 3^5 = 243$	3985,2	≈ 1	3,33 MHz	
$\times 3^6 = 729$	12 KHz	3	10 MHz	

* Os circuitos misturadores só têm efeito sobre a frequência da portadora
* " " multiplicadores " " " " " " e desvio da portadora.

Exercício 3.11

$f_1 = 96{,}9\,MHz$

$f_{OL} > f_1$

Amp. Banda passante $= 10{,}7\,MHz$

a) f_{OL}

b) $LB = 180\,KHz$

Caract | RF
IF

(a)

$$f_1 \rightarrow \otimes \rightarrow f_2 = 10{,}7\,MHz$$

$\uparrow f_{OL}$

$$|f_{OL} \pm f_1| = f_2$$

f_{OL} / $f_1 + f_2 = 96{,}9 + 10{,}7 = 107{,}6\,MHz$

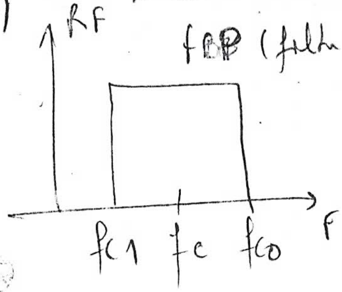
\ $f_1 - f_2 = 96{,}9 - 10{,}7 = 86{,}2\,MHz$

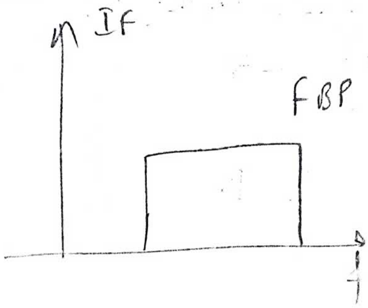
escolhe-se $107{,}6\,MHz$ pela consideração $\boxed{f_{OL} > f_1}$

$f_{OL} = 107{,}6\,MHz$

Característica do filtro RF:

(b)





$f_c = 96{,}9\,MHz$

$f_{c0} = f_c + \frac{LB}{2} = 96{,}9 + \frac{0{,}18}{2} = 96{,}99\,MHz$

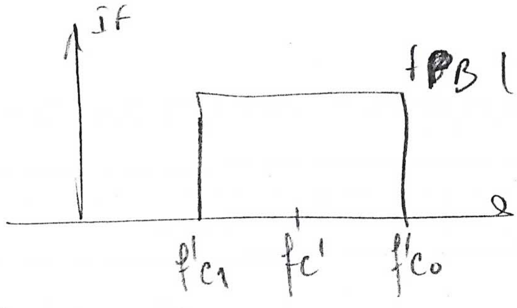
$f_{c1} = f_c - \frac{LB}{2} = 96{,}9 - \frac{0{,}18}{2} = 96{,}9 - 0{,}09 = 96{,}81\,MHz$

$LB_S = 180\,KHz = LB_F \rightarrow$ filtro com a largura de banda do sinal.

Largura de banda do sinal

Características do filtro IF:

fPB (filtro passa-banda)



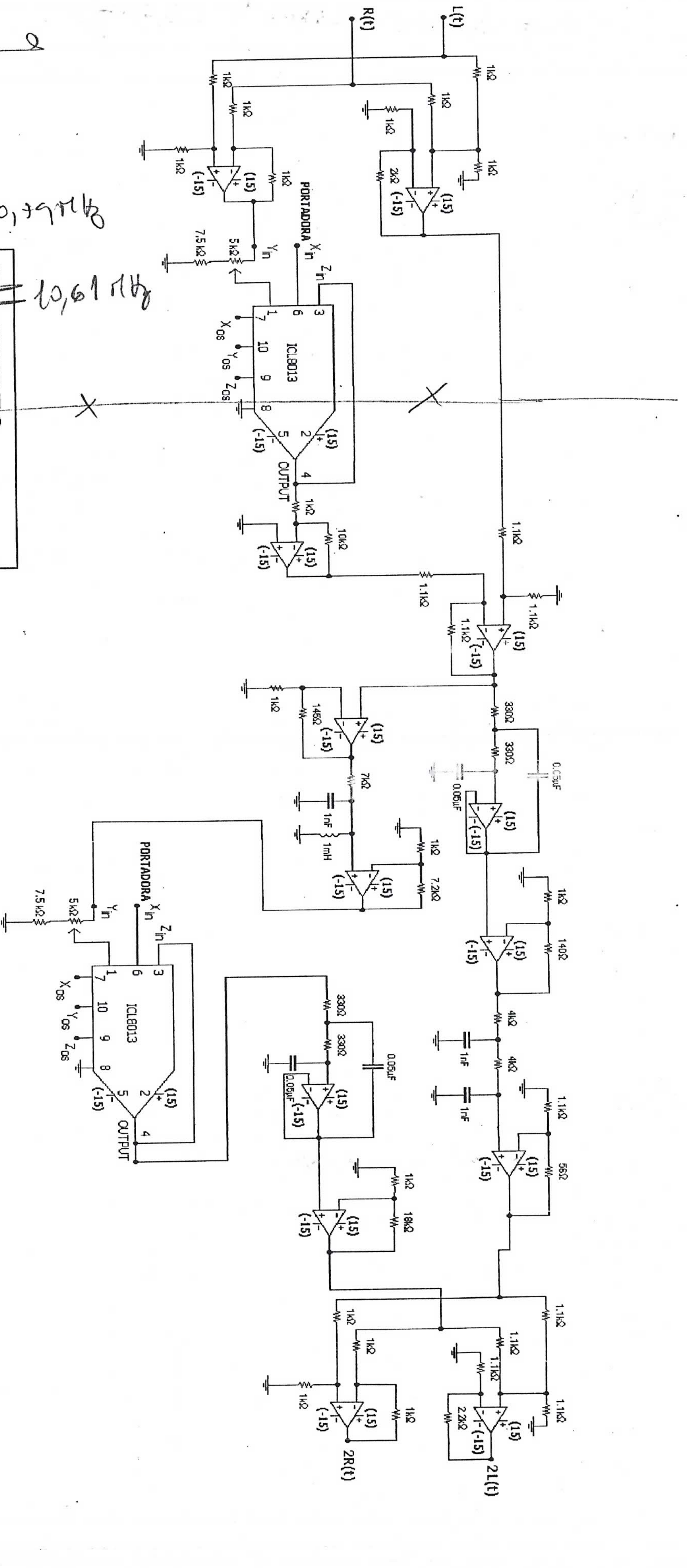
$f'c = 10,7\ MHz$

$f'c_0 = f'c + \frac{LB'}{2} = 10,7 + \frac{0,18}{2} = 10,79\ MHz$

$f'c_1 = f'c - \frac{LB'}{2} = 10,7 - \frac{0,18}{2} = 10,61\ MHz$

$LB' = LB = 180\ kHz$

~~FM~~_STEREO
Pedro e Reanha

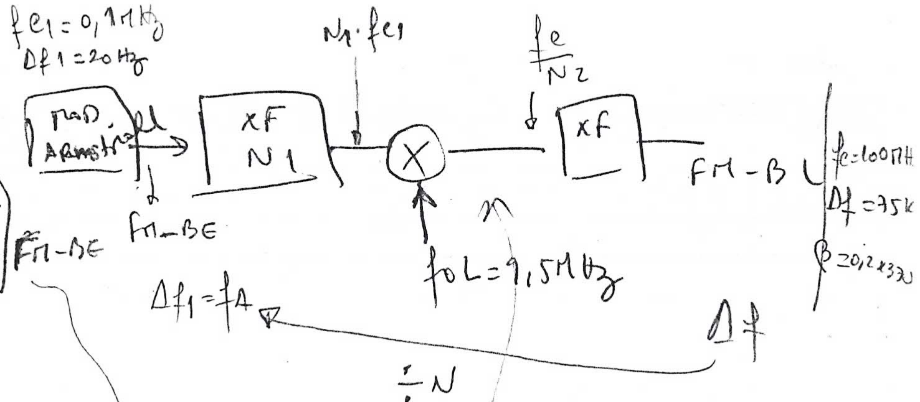


Exercício 3.12: FM Mét. Ind

$100\,Hz < f_m < 15\,kHz$

$f_{e1} = 0{,}1\,MHz$

$\beta = 0{,}2$



FM-BL $\begin{cases} f_c = 100\,MHz \\ \Delta f = 75\,kHz \end{cases}$

$N_1 = ?$

$N_2 = ?$

$\boxed{N = N_1 \times N_2}$

- $\Delta f_1 = \beta f_m$ — $0{,}2 \times 100\,Hz = 20\,Hz$; $0{,}2 \times 15 \times 10^3 = 3\,kHz$ $\Rightarrow$ pior caso $\Delta f_1 = 20\,Hz$

- O que distingue FM-BE de um FM-BL é o índice de modulação.

- $N = N_1 \times N_2 \Leftrightarrow N = \dfrac{\Delta f}{\Delta f_1} = \dfrac{75 \times 10^3}{20} = 37{,}5 \times 10^2 = 3750$

$\boxed{N_1 \times N_2} = 3750$

- $|f_{oL} \pm N_1 f_{e1}| = \dfrac{f_c}{N_2}$

$f_{oL} - N_1 f_{e1} = \dfrac{f_c}{N_2}$

dos dois casos, visto que não temos mais informações, consideramos o menor

$\begin{cases} 9{,}5 - N_1\, 0{,}1 = \dfrac{100}{N_2} \\ N_1 \times N_2 = 3750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9{,}5 - 0{,}1 \times \dfrac{3750}{N_2} = \dfrac{100}{N_2} \\ N_1 = \dfrac{3750}{N_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9{,}5 - \dfrac{375}{N_2} = \dfrac{100}{N_2} \Rightarrow \\ \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} N_2 = \dfrac{475}{9{,}5} = 50 \\ N_1 = \dfrac{3750}{50} = 75 \end{cases}$

$N_1 = 75$

$N_2 = 50$

Resolvemos a mesma eq. de outra maneira:

$$\begin{cases} f_{0L} + 0{,}1 N_1 = \dfrac{f_C}{N_2} \\ N_1 \times N_2 = 3750 \end{cases} \quad \begin{cases} 9{,}5 + 0{,}1 \times \dfrac{3750}{N_2} = \dfrac{100}{N_2} \\ N_1 = \dfrac{3750}{N_2} \end{cases} \quad \begin{cases} 9{,}5 + \dfrac{375}{N_2} = \dfrac{100}{N_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_2 < 0 \end{cases} \times$$

[illegible]

Exercício 3.13 | FM

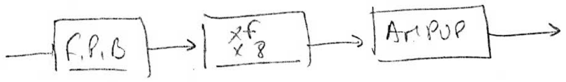
$20\,Hz < f_m < 15\,kHz$

$f_0 = 103{,}7\,MHz$

$\Delta f = 75\,kHz$

(a) $LB = ?$

$f_c = ?$



$20\,Hz < f_m < 15\,kHz$

• Pela regra de Carson:

$$LB = 2(\beta+1) f_m = 2\left(\frac{\Delta f_m}{f_m} + 1\right) f_m = 2\Delta f + 2 f_m = 2(\Delta f' + f_m)$$

$$\Delta f' = \frac{\Delta f}{n} = \frac{75\times10^3}{8} = 9{,}375\,kHz$$

então $LB = 2(9{,}375 + 15) = 48{,}75\,kHz$

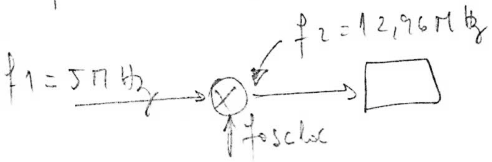
• $f_c = \frac{f_0}{n} = \frac{103{,}7\times10^6}{8} = 12{,}96\,MHz$

(b) $f_{osc\,local} = ?$

$\Delta f'' = ?$

$\Delta f'' = \Delta f' = 9{,}375\,kHz$

Teremos:



Logo, $|f_{osc\,loc} \pm 5\,MHz| = 12{,}96\,MHz$

$f_{osc\,loc} = |12{,}96 \pm 5|$ → $17{,}96\,MHz$; $7{,}96\,MHz$

Exercício 3.14

$E_0 = 10\,V$, sem modulação
$\Delta f = 10\,KHz$
$L.B. = 3\,KHz$
$E_m = 50\,mV$

(a) $K_f = ?$ $\Delta f = K_f \cdot E_m \Leftrightarrow K_f = \frac{\Delta f}{E_m} = \frac{10 \times 10^3}{50 \times 10^{-3}} = 200\,KHz/V$

(b) $\beta = ?$ $\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{10 \times 10^3}{3 \times 10^3} = 3,33(3)$

(c) $n = ?$ Pela lei de Carson: $LB = 2(\underbrace{\beta + 1}_{n}) f_m$

então $n = \beta + 1$
$= 3,33 + 1 = 4,33 \Rightarrow n = 5$

(d) $L.B. = ?$ $L.B. = B = 2(\beta + 1) f_m = 2 n f_m = 2 \times 5 \times 3 \times 10^3 = 30\,KHz$

NOTA: Se nada fosse dito nada, calcula-se pela lei de Carson:
$L.B. = 2(\beta + 1) f_m = 2(3,33 + 1) \times 3 \times 10^3$

(e) $\beta = 3,33 \gg 0,3 \Rightarrow FM\text{-}BL$
Consultar funções / Tabela de Bessel
$\beta = 3,33 \Rightarrow \beta = 4$

então
$J_0 \longrightarrow -0,3971$
$J_1 \longrightarrow -0,066$
$J_2 \longrightarrow 0,3641$
$J_3 \longrightarrow 0,4302$
$J_4 \longrightarrow 0,2811$
$J_5 \longrightarrow 0,1321$

Finalmente:
- $J_0(\beta) \longrightarrow J_0 E_0 = -0,3971 \times 10 = -3,971\,V$
- $J_1(\beta) \longrightarrow J_1 E_0 = -0,066 \times 10 = -0,66\,V \longrightarrow$ B.L.S.
  $-J_1 E_0 = 0,066 \times 10 = 0,66\,V \longrightarrow$ B.L.I.
- $J_2(\beta) \longrightarrow J_2 E_0 = 0,3641 \times 10 = 3,641\,V$
- $J_3(\beta) \longrightarrow J_3 E_0 = 0,4302 \times 10 = 4,302\,V$
  $-J_3 E_0 = -0,4302 \times 10 = -4,302\,V$

17/05/2002 JD

Telecom.

Exercício 3.15

$x(t) \rightarrow$ VCO $\rightarrow$ ×f ×n $\rightarrow \otimes \rightarrow$ ×f ×m $\rightarrow$ BPF $\rightarrow$ FM-BL

FM $\rightarrow$ MET IND.   FMBE $\otimes$ FMBL

frequência do sinal modulante 15 kHz

FM-BE

$f_1 = 107{,}5\,MHz$ $LB = 15\,kHz$

$LB = 15\,kHz$ $f_{c1} = 100\,kHz$

$f_{VCO} = 100\,kHz$ freq. central do FM-BE

$\Delta f = 75\,kHz$ $\Delta f_1 = 50\,Hz$ → escolha

$\Delta f_1' = \frac{75 \times 10^3}{3^6 \times 2} = 51 \ldots$

×3

×2

$f_{LO} < f_{0}$ ×n ×m

$\beta = ?$

$n = ?$ o determinar n e m:

$m = ?$ CAR: $FPB = ?$ $N = n \times m$

$f_{LO} = ?$

f_{LO}

$\Delta f = \Delta f_1\, N$ (inicial)

$f_c = 107{,}5\,MHz$

$\Delta f = 75\,kHz$

$\Delta f_1' = \Delta f_1 \times 3^6 \times 2 = 3^6 \times 2 \times 50 = 72{,}9\,kHz$

ou ajustar o desvio final ou o desvio inicial (neste caso utiliza-se o de fora).

NOTA:
→ O misturador altera frequências
→ O multiplicador altera frequência e o desvio, logo altera o β.

Temos: FM-BE $\xrightarrow[\times f]{\text{queremos}}$ FM-BL

→ ⊗ → utilizamos
f_{LO}

Queremos multiplicadores e triplicadores:
×3   ×2

$N = \frac{\Delta f}{\Delta f_1} = \frac{75 \times 10^3}{50} = 1500$ $3^6 \times 2^1 = 1458$

Como vel nos dá nada, consideramos $\Delta f_1 = 50\,Hz$

$n \times m = 1500$

Temos que garantir que as saídas dos blocos de multiplicação sejam < que a fosc.

Temos 2 hipóteses

Caso:

VCO → ×f ×n = 3^6 → ⊗ → ×f ×m = 2 → BPF → $f_c = 107{,}5\,MHz$

$\Delta f_2 = \frac{72{,}9\,k}{2} = 36{,}45\,k$

$f_{c1} = 100\,kHz$
$\Delta f_1 = 50\,Hz$
$\times n = 3^6$
$\times m = 2$

$f' = f_1 \times 3^6 = 72{,}9\,MHz$ (100 kHz) f_{LO}

f'' $|f_{LO} \pm f'| = f''$

$f'' = \frac{f_c}{2} = \frac{107{,}5}{2} = 53{,}75\,MHz$

f'
f''
$f''' = 107{,}5\,M$
$f''' = f_c = 107{,}5\,MHz$

2.º Caso:

×F ×n $3^2 \times 2$ → ⊗ → ×m 3^4

f_{LO}

$|f_{LO} \pm f'| = f''$

$f_{LO} = |f' \pm f''|$ < $72{,}9 - 53{,}75 = 19{,}15\,MHz$; $72{,}9 + 53{,}75 = 126{,}65\,MHz$

Para o 1.º Caso

$f_{LO} = 19{,}15\,MHz$ Pq $f_{LO} < f_0$

$n = 3^6 = 729$

à saída $N \times \Delta f_1 = n \times m \times \Delta f_1$ $m = 2$

$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{72{,}9 \times 10^3}{15 \times 10^3} = 4{,}8$

1

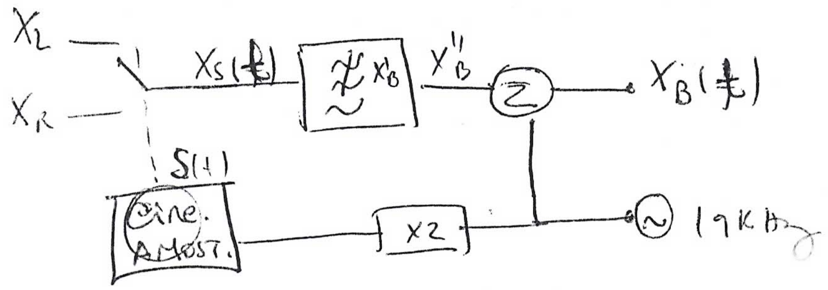
$\beta_1 <<< 1$ $\qquad$ $\beta_2 = \frac{4,86}{3^6 \times 2} \times 3^6 = 2,43$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{N} = \frac{4,86}{1458} = 3,3 \times 10^{-3}$$

- Caracterizar o filtro:

FPB | $f_{c_{FPB}} = f_c = 107,5\,MHz$
| $LB = 2(\Delta f + f_m) = 2(\beta + 1) f_m = 2(4,86 + 1) \times 15 \times 10^3 = 175\,KHz$

$\boxed{\text{Exercício 3.18:}}$



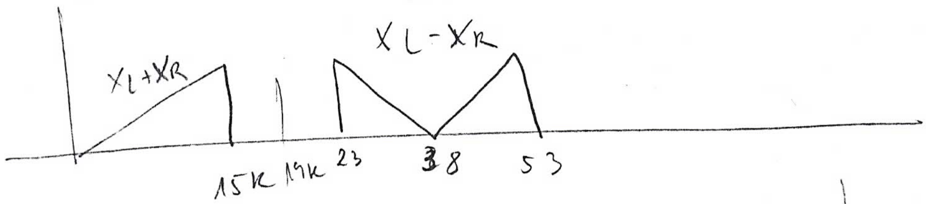
$$X_B(f) = [X_L + X_R] + [X_L - X_R] \cos w_0 t + \cos \frac{w_0}{2} t$$

$K_1 < 15\,KHz$ $\qquad$ $X_S(t) = X_L S(t) + (1 - S(t)) X_R$

K_2; $23k < f < 53k$ $\qquad$ $\delta = 50\%$ $\quad$ $K_1 = ?$

$K = 0 > 99\,KHz$ $\qquad$ $K_2 = ?$

Espectro:



Valor médio do trem de impulsos:

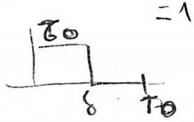
$$S(t) = \frac{E_0 \tau_0}{T_0} + \frac{2E_0}{\pi} \sum_1^{\infty} \alpha \cos n w_0 t \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi \tau_0}{T_0} = \frac{1}{n} \sin n\pi\delta = \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$\frac{E_0 \tau_0}{T_0} = \frac{E_0 \delta T_0}{T_0} = E_0 \delta = E_0 \times 0,5$, E_0 é o multiplicador $E_0 = 1$ $= 0,5 = \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \underbrace{\sin \frac{\pi}{2}}_{=1} \cos w_0 t + \frac{2}{\pi} \frac{1}{2} \underbrace{\sin \pi}_{=0} \cos 2 w_0 t + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{3} \underbrace{\sin \frac{3\pi}{2}}_{=-1} \cos 3 w_0 t + \dots =$$

$E_0 = 1$

$$\frac{E_0 \times \delta T_0}{T_0}$$



$s(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos w_0 t - \frac{2}{3\pi}\cos 3w_0 t + \dots$

→ x_L e x_R são multiplexados e são determinados na expressão:

$$X_S(t) = X_L(t)\,S(t) + X_R(t)\,[1 - S(t)]$$

$$= X_L(t)\left\{\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos w_0 t - \frac{2}{3\pi}\cos 3w_0 t + \dots\right\} +$$

$$+ X_R(t)\left\{\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi}\cos w_0 t + \frac{2}{3\pi}\cos 3w_0 t + \dots\right\}$$

sinal da construção do lado do esq. e do lado direito

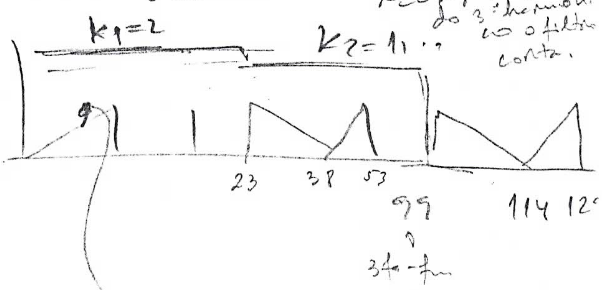
$$-X_L K + X_R K = -[(X_L - X_R)K]$$

$\boxed{n=3}$: $3f_0 = 3 \times 38 = 114\,kHz$ X está fora do filtro, é rejeitado pelo filtro

o enunciado diz que p/ $f > 99\,kHz$, $K = 0$ logo a partir do 3.º harmónico o filtro corta.

$3f_0 + f_m$ X fb está fora do filtro.

$3f_0 - f_m = 114 - 15 = 99\,kHz$



após 0

Filtros:

$$X'_B(t) = X_L(t)\left\{\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos w_0 t\right\} + X_R(t)\left\{\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi}\cos w_0 t\right\} \text{ (filtragem)}$$

$$= \frac{1}{2}\left[X_L(t) + X_R(t)\right] + \frac{2}{\pi}\left[X_L(t) - X_R(t)\right]\cos w_0 t$$

Ganho do filtro $(k_1 e k_2)$: ($k_1 < 15\,kHz$), que a parcela é $X_L + X_R < 15k$

$$X''_B(t) = \frac{k_1}{2}\left[X_L(t) + X_R(t)\right] + \frac{2k_2}{\pi}\left[X_L(t) - X_R(t)\right]\cos w_0 t$$

Após Σ (somatório):

$$X'''_B(t) = \frac{k_1}{2}\left[X_L(t) + X_R(t)\right] + \frac{2k_2}{\pi}\left[X_L(t) - X_R(t)\right]\cos w_0 t + \frac{\cos w_0 t}{2}$$

queremos ter: $X'''_B(t) = X_B(t) \Rightarrow \begin{cases} \frac{k_1}{2} = 1 \\ \frac{2k_2}{\pi} = 1 \end{cases}$ $\begin{matrix} k_1 = 2 \\ k_2 = \frac{\pi}{2} \end{matrix}$

$\boxed{\text{Exercício 3.19:}}$

AM – ST $\Leftarrow$ FDM

$$x(t) = A_c[\cos w_0 t + x_L(\cos\phi \cos w_0 t + \sin\phi \sin w_0 t) + x_R(\cos\phi \cos w_0 t - \sin\phi \sin w_0 t)]$$

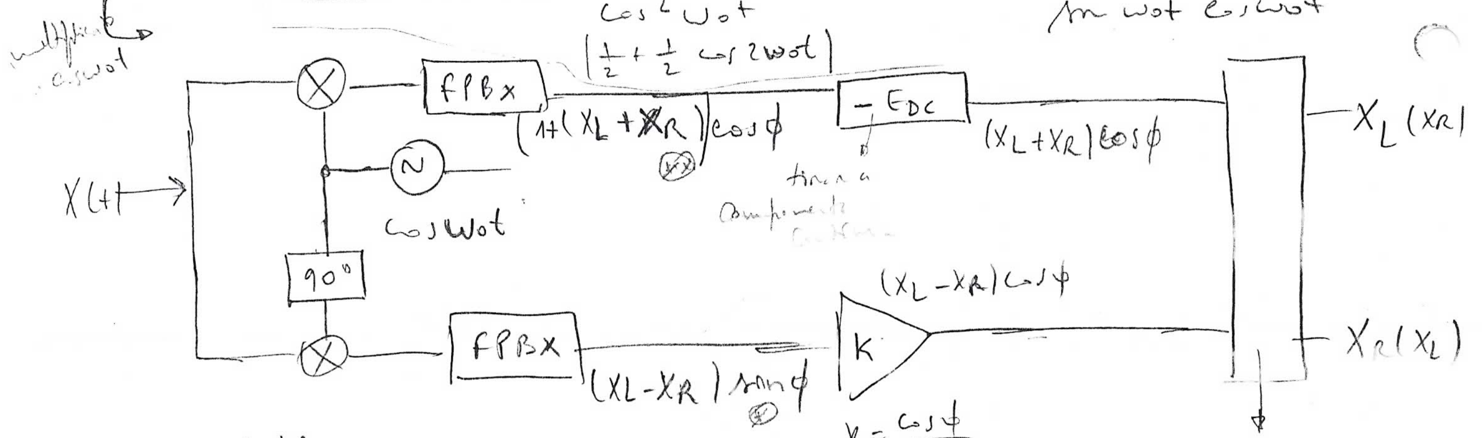
1º Devemos simplificar a expressão e tentar aproximá-la o mais possível à forma canónica de um sinal AM-STÉREO.

$$= A_c(\cos w_0 t + x_L \cos\phi \cos w_0 t + x_L \sin\phi \sin w_0 t + x_R \cos\phi \cos w_0 t - x_R \sin\phi \sin w_0 t)$$

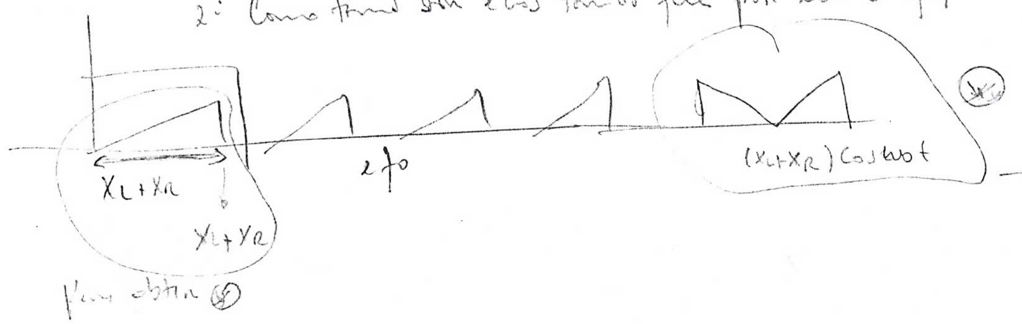
$$= A_c[\cos w_0 t + (x_L + x_R)\cos\phi \cos w_0 t + (x_L - x_R)\sin\phi \sin w_0 t]$$

$$= A_c[\underbrace{(1 + (x_L + x_R)\cos\phi)\cos w_0 t}_{} + \underbrace{(x_L - x_R)\sin\phi \sin w_0 t}_{\sin w_0 t \cos w_0 t}]$$

multiplicar $\cos w_0 t$



No diagrama de blocos:
Latis 2 circuitos distintos (1 p/ a parte direita e outro p/ a parte esquerda) matriz de descodificação
1º fazemos uma desmodulação
2º Como temos sin e cos temos que pôr um desfasamento de 90º



→ temos que tirar a componente contínua para obter isto.