UTFPR – CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
PRINCÍPIOS DE COMUNICAÇÕES - PROF. EMILIO WILLE

EXERCÍCIOS PROPOSTOS – LISTA 1

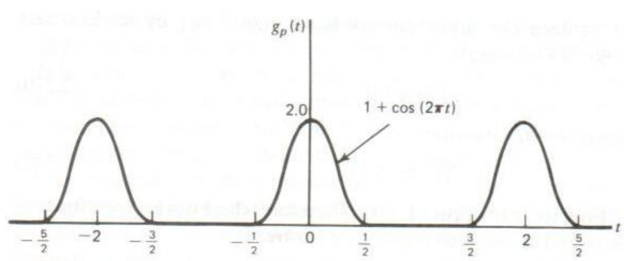
1) Determine a Série Trigonométrica de Fourier para os sinais periódicos abaixo.

a) $g_p(t) = t, \; -\pi \le t \le \pi, \quad T_0 = 2\pi$
b) $g_p(t) = t.(10-t), \; 0 \le t \le 10, \quad T_0 = 10$
c) $g_p(t) = \begin{cases} +K, & -\pi \le t \le 0 \\ -K, & 0 \le t \le \pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$

2) Determine a Série Exponencial Complexa de Fourier para os sinais periódicos abaixo.

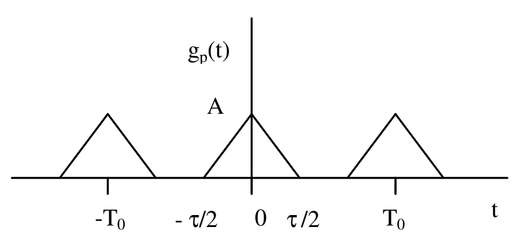
a) $g_p(t) = t^2, \; 0 \le t \le 2\pi, \quad T_0 = 2\pi$
b) $g_p(t) = \begin{cases} \text{sen}(t), & 0 \le t \le \pi \\ 0, & \pi \le t \le 2\pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$

3) Prove que a Série Trigonométrica de Fourier para o sinal periódico abaixo corresponde à equação dada.

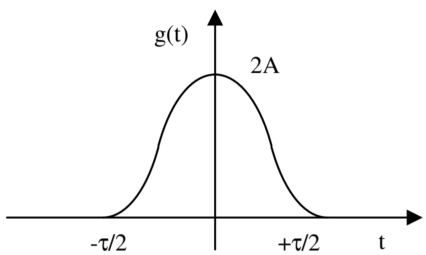


$$g_p(t) = \frac{1}{2} + \frac{8}{3\pi}\cos(\pi t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi t) + \cdots$$

4) Determine a Série Exponencial Complexa de Fourier para o sinal periódico abaixo ($A = 1$ e $\tau = T_o/2$).



5) Prove que a Transformada de Fourier para o *Pulso Cosseno Deslocado* corresponde a equação *G(f)* dada abaixo.



$$g(t) = \mathrm{A}.\left[1+\cos\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right)\right], \quad -\frac{\tau}{2} \leq \mathrm{t} \leq +\frac{\tau}{2}$$

$$G(f) = A\tau.\left[\frac{sinc(f\tau)}{1-(f\tau)^2}\right]$$

6) Determine a Transformada de Fourier para os sinais abaixo.

a) g(t) = a.t .exp(- a.t) .u(t), a>0
b) g(t) = exp(- a.t) .sen($2\pi f_c$t) .u(t), a>0

7) Determine a TF para o *Pulso Gaussiano* g(t) = A.exp(- $\pi.t^2/T^2$), T>0. Verifique a propriedade da mudança de escala, representando graficamente g(t) e G(f) para T=1 e T=2.

8) Demonstre os seguintes Pares Transformados.

a) $\exp(-\mathrm{t}).\mathrm{u}(\mathrm{t}) \Leftrightarrow \dfrac{1}{1+\mathrm{j}.2.\pi.\mathrm{f}}$

b) $A.sinc(2W.t) \Leftrightarrow \dfrac{A}{2.W}.rect\left(\dfrac{f}{2.W}\right)$

c) $\delta(\mathrm{t}) \Leftrightarrow 1$

d) $\delta(\mathrm{t}-\mathrm{t}_0) \Leftrightarrow \exp(-\mathrm{j}.2.\pi.\mathrm{f}.\mathrm{t}_0)$

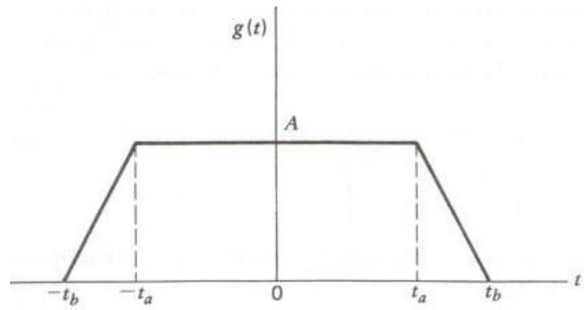
e) $\exp(\mathrm{j}2.\pi.\mathrm{f}_c.\mathrm{t}) \Leftrightarrow \delta(\mathrm{f}-\mathrm{f}_c)$

f) $\cos(2.\pi.\mathrm{f}_c.\mathrm{t}) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}[\delta(\mathrm{f}-\mathrm{f}_c)+\delta(\mathrm{f}+\mathrm{f}_c)]$

9) Prove os seguintes resultados:

a) $G^*(f) = G(-f)$, se g(t) é um sinal real.
b) $g(t-t_0).\exp(\pm j2\pi f_0 t) \Leftrightarrow G(f \mp f_0).\exp[-j2\pi(f \mp f_0)t_0]$.

10) Usando o Método das Diferenciações Sucessivas determine a TF para o pulso abaixo.

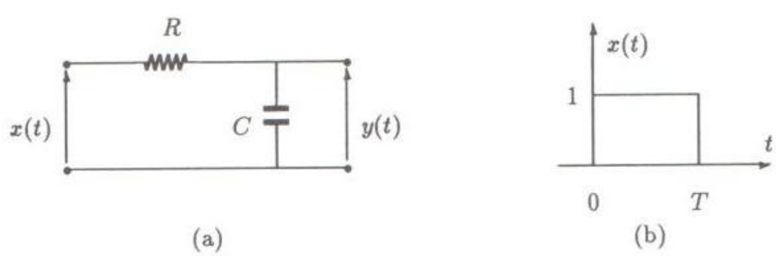


11) Determine a Transformada de Fourier para os sinais abaixo.

a) $f(t) = \text{senh}(2\pi f_c t)$
b) $f(t) = m(t).\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(t - nT)$
c) $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(nT).m(t - nT)$

12) O circuito mostrado abaixo é um filtro passa-baixa tipo RC. Os sinais de entrada x(t) e de saída y(t) são relacionados pela equação diferencial: *R.C*.y'(t) + y(t) = x(y).

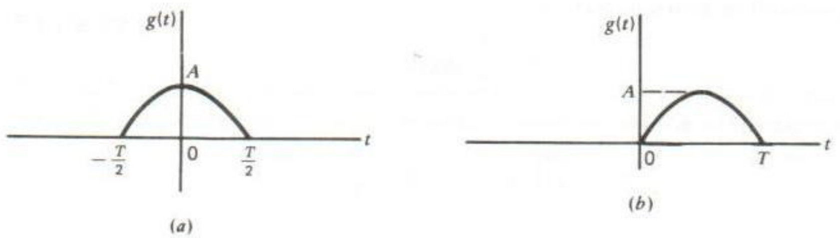
a) Determine a função de transferência do filtro RC.
b) Determine a resposta ao impulso do filtro RC.
c) Supondo que o pulso retangular (mostrado abaixo) é aplicado ao filtro, determine o sinal de saída.
d) Esboce o sinal de saída do filtro nos casos: $T \gg R.C$, $T = R.C$, e $T \ll R.C$.



13) Determine a Densidade Espectral de Energia e a Energia Total para os sinais abaixo.

a) $g(t) = a.t .\exp(- a.t) .u(t), \quad a>0$
b) $g(t) = A.\exp(- \pi.t^2/T^2), \quad T>0$

14) Mostre que os dois pulsos mostrados (meia cossenoide, meia senoide) possuem a mesma Densidade Espectral de Energia conforme a equação abaixo.



$$G(f) = \left[\frac{2AT.\cos(\pi T f)}{\pi.(1 - 4T^2 f^2)} \right]^2$$

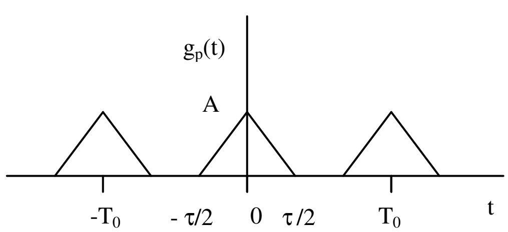
15) O sinal g(t) = 2.exp(-t).u(t) é aplicado a um filtro passa-baixa ideal com frequência de corte $f_{3dB} = 1/(2\pi)$ Hz.

a) Determine a Densidade Espectral de Energia na saída do filtro.
b) Determine a Energia Total para o sinal na entrada e saída do filtro.

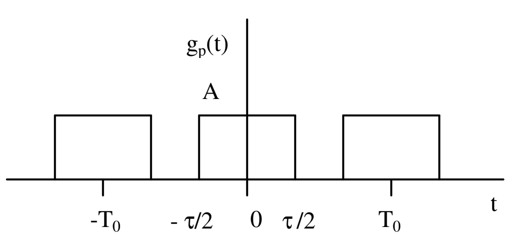
16) Demonstre o Teorema da Potência de Parceval.

$$P = |c_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2$$

17) Determine a Potência Média contida no intervalo de frequências $|n.f_o| \leq 1/\tau$, para o sinal periódico abaixo, utilizando o Teorema de Parceval (A = 1 e $\tau = T_o/2$).

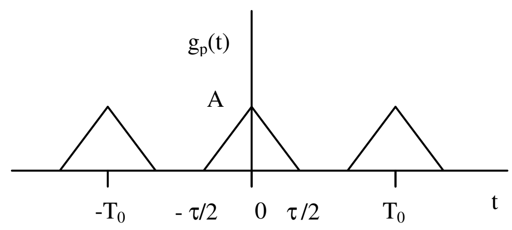


18) Determine a Potência Média para o sinal periódico abaixo em função do *duty cycle* (= τ /T_o).

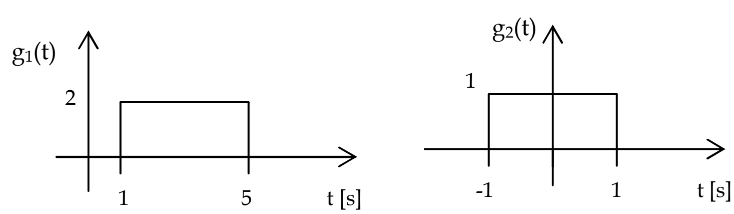


19) Uma onda triangular simétrica, de período 0,5 ms e amplitude 6V, é aplicada a um filtro que rejeita todas as harmônicas depois da 4a. Qual é a redução em potência desta onda após passar pelo filtro.

20) Determine a Função Autocorrelação para o sinal periódico abaixo (A = 1 e $\tau = T_o/2$).



21) Determine a Função de Cross-correlação $R_{12}(\lambda)$ para os sinais abaixo.



22) Prove que a Autocorrelação para um sinal periódico g(t), de período T_0, com coeficientes c_n, pode ser representada por meio da série:

$$R_g(\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 e^{j2\pi\frac{n}{T_0}\lambda}$$

23) Determinar a Transformada de Hilbert para $g(t) = \text{sen}(2\pi f_c t)$.

24) Determinar a Transformada de Hilbert para g(t) = sinc(t).

25) Considerando o filtro passa-baixa tipo RC (onde R = 1 kΩ e C = 1 nF), determine o máximo valor para a frequência do sinal de entrada (f^*) de modo que:

a) A *atenuação em amplitude* seja no máximo igual a 2%, i.e., $|H(f^*)| \geq 0{,}98.|H(0)|$.

b) O *atraso de fase* seja no máximo igual a 4%, i.e., $\tau_p(f^*) \geq 0{,}96.\tau_p(0)$.

c) O *atraso de grupo* seja no máximo igual a 5%, i.e., $\tau_g(f^*) \geq 0{,}95.\tau_g(0)$.

26) Um sinal onda quadrada é representado em série de Fourier conforme equação abaixo. O sinal é aplicado a um canal com resposta em fase β(f) fornecida. Considerando os dois primeiros termos da série, esboce o sinal $g_p(t)$ e aquele obtido na saída do canal.

$$g_p(t) = \sum_{n=1\,(n\,impar)}^{+\infty} \frac{\mathrm{sen}(\pi n t)}{n} \qquad\qquad \beta(f) = -\frac{\pi}{3}\left(2f^2 + 5f\right)$$