

# İNTEGRASYON ÇARPANI

## İntegrasyon Çarpanı

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  denkleminde  $My \neq Nx$  ise  $\mu(x, y)$  ile gösterilen integrasyon çarpanı denilen bir çarpanla denklemi çarparak denklem tam diferansiyel denklem haline getirilir. Bu çarpana “Euler çarpanı” denir. Tam hale gelen diferansiyel denklem çözülerek sonuca gidilir.

### **x'e Bağlı İntegrasyon Çarpanı**

$$\mu(x, y) = \mu(x), \quad (\mu_y = 0)$$

$$M_y \mu = N_x \mu + N \frac{d\mu}{dx}$$

$$(M_y - N_x) \mu = N \frac{d\mu}{dx}$$

$$\mu(x) = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N} dx}$$

şeklinde  $x$  'e bağlı bir integral çarpanı bulunur.

## y'ye Bağlı İntegrasyon Çarpanı

$$\mu(x, y) = \mu(y), \quad \mu_x = 0$$

$$My \cdot \mu + M \cdot \frac{d\mu}{dy} = Nx \cdot \mu$$

$$(My - Nx)M = -\mu \frac{d\mu}{dy}$$

$$\int \frac{(My - Nx)}{-M} dy = \int \frac{d\mu}{\mu}$$

$\mu(y) = e^{\int \frac{(My - Nx)}{-M} dy}$  şeklinde  $y$ 'ye bağlı bir integrasyon çarpanı bulunur. Özel olarak uygulamalarda  $y$ 'ye bağlı integrasyon çarpanı  $f(y) = \frac{My - Nx}{-M}$  ifadesinin sadece  $y$ 'nin bir fonksiyonu olup olmadığına bakılarak işlem yapılır.

**Örnek**  $(xy^2 - y^3)dx + (1 - xy^2)dy = 0$  diferansiyel denklemini uygun integral çarpanı bularak çözün.

**Örnek**  $(x^4 + y^4)dx - xy^3dy = 0$  denklemini çözünüz.

**Örnek**  $(2x-3)ydx + (y^2 - x^2 + 3x)dy = 0$  denklemini çözünüz.

## Uygulama Soruları

1)  $(4x^3y^3 + 3x^2)dx + (3x^4y^2 + 6y^2)dy = 0$  diferansiyel denkelminin çözümünü bulunuz.

2)  $(3x^2y^2)dx + (6x^3y)dy = 0$  diferansiyel denklemi tam difertansiyel denklem mi? Değil se integrasyon çarpanları kullanarak tam hale getrip çözümü bulununz.

3)  $(4xy + 3y^4)dx + (2x^2 + 5xy^3)dy = 0$  diferansiyel denklemi tam difertansiyel denklem mi? Değil se integrasyon çarpanları kullanarak tam hale getrip çözümü bulununz.

4)  $(x^3y^4 + x)dx + (x^4y^3 + y)dy = 0$  tam difertansiyel denklemin çözümünü bularak çözüm eğrisinin grafiğini  $\{-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$  bölgesinde çiziniz.