LİNEER DİFERENSİYEL DENKLEMLER

Birinci Mertebeden Lineer Diferansiyel Denklemler

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

şeklindeki diferansiyel denklemlere birinci mertebeden lineer diferansiyel denklemler denir. Çözümü için

$$\left[P(x).y - Q(x)\right]dx + dy = 0$$

şekline getirilir.

$$\frac{dM}{dy} = P(x) \ , \ \frac{dN}{dx} = 0$$

$$\frac{My - Nx}{N} = P(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$$

şeklinde bulunabilir.

$$e^{\int P(x)dx}[P(x)y-Q(x)]dx+e^{\int P(x)dx}dy=0$$

$$e^{\int P(x)dx}[P(x)ydx+dy]=Q(x)e^{\int P(x)dx}dx$$

$$\int d[e^{\int P(x)dx}y]=\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx$$

$$e^{\int P(x)dx}y=\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+c$$

$$y=e^{-\int P(x)dx}.\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+c$$

Örnek $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = x$ diferansiyel denklemi çözümünü bulunuz.

Örnek $y' + (\frac{1}{x})y = \sin x$ diferansiyel denklemi çözümünü bulunuz.

Örnek $e^x[y-3(e^x+1)^2]dx+(e^x+1)dy=0$ diferansiyel denklemi çözümünü bulunuz.

Örnek $y' + (\tan x)\,y = x\sin 2x$ diferansiyel denklemi çözünüz.

Çeşitli değişken değiştirmeleri

$f^{'}(y)\dfrac{dy}{dx}+f(y).p(x)=Q(x)$ biçimindeki 1.mertebeden lineer denklemlerdir. Bu tür denklemlerde $u=f(y)$ değişken dönüşümü yapılır. Buradan $\dfrac{du}{dx}=f^{'}(y)\dfrac{dy}{dx}$ olur ki böylece ilk denklemimiz $\dfrac{du}{dx}=+uP(x)=Q(x)$ halini alır. Elde edilen bu lineer denklem bilinen yollardan biriyle çözülür. Elde edilen sonuçta $u=f(y)$ konularak verilen diferansiyel denklemin çözümü elde edilir. Bu tür denklemlere iyi bir örnek Berneoulli diferansiyel denklemidir.

Örnek $(y+1)\dfrac{dy}{dx}+x(y^2+2y)=x$ diferansiyel denkleminin çözümünü bulunuz.

Örnek $x^2 \cos y \dfrac{dy}{dx} = 2x \sin y - 1$ diferansiyel denklemini çözünüz.