FB3, A. Mändle WS 2019/20, 02.12.2019

**Einführung in R**
**8. Aufgabenblatt**

**Präsenzaufgabe 1**

*Lotto-Spielen 6 Richtige aus 49:*

a. Wie groß ist die Chance mit einem Tipp 6 Richtige zu haben? Berechne mithilfe des Binomialkoeffizienten (`choose(n,k)`).
b. Wie groß ist die Chance in 100 Jahren mindestens einmal zu gewinnen, wenn man jede Woche genau einen Tipp abgibt?
c. 1 Million Menschen spielen in einer Woche jeweils mit einem Tipp (unabhängig voneinander). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel *6 Richtige aus 49* gewonnen wird?
d. Wie viele Menschen müssten in einer Woche jeweils einen Tipp abgeben, damit die Chance in Teil c mindestens 50% wird?

**Präsenzaufgabe 2**

In der Viehzucht findet „gesextes Sperma“ Verwendung, um zu gewährleisten, dass nur Tiere des gewünschten Geschlechts gezeugt werden. Eine Forschungsgruppe behauptet, dass das gewünschte weibliche Geschlecht eines Kalbes mittels Besamung mit gesextem Samen so gesteuert werden kann, dass eine Erfolgsrate größer als 90 Prozent garantiert ist. Dies soll in einer Studie getestet werden: 20 Kühe wurden mit dieser Methode besamt und es wurden 19 weibliche Kälber erzielt. Testen Sie die Nullhypothese mit Signifikanzniveau 0.05.
Reicht die Stichprobe von 20 Kälbern aus, um die Frage (ob die Erfolgsrate größer als 90 Prozent ist) sinnvoll zu beantworten? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Präsenzaufgabe 3**

Betrachten Sie einen Binomialtest mit $H_0 : p = 0.7 (= p_0), H_1 : p > p_0$ und $n = 30$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.

a. Angenommen in Wahrheit gilt $p = 0.8$; wie groß ist dann die Power des Tests?
b. Wie groß müsste $p$ (mindestens) sein, um eine Power von mindestens 0.95 zu erreichen?
c. Wie groß müsste $n$ (mindestens) sein, um ein vermutetes $p_1 = 0.71$ mit einer Power von 0.9 nachweisen zu können?

**Hausaufgabe 1 (6 Punkte)**

In einem fairen Roulette-Spiel ist die Wahrscheinlichkeit für *Rot* bei jedem Spiel gleich $p_0 = 18/37$ (18 mal *rot*, 18 mal *schwarz* sowie eine *grüne Null*). Es wird auf *Rot* gesetzt. Welche der folgenden Szenarien deuten auf ein gezinktes Roulette-Rad hin?

i Man spielt 5 mal nacheinander und verliert 5 Mal.

ii Man spielt 1000 Mal und gewinnt 450 Mal.

*Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Nullhypothese* $H_0 : p = 18/37$ *gegen die Alternative* $H_1 : p < 18/37$ *mit einem Signifikanzniveau von* 0.05 *testen.*

**Hausaufgabe 2 (4+3+3 Punkte)**

Eine Pharmafirma hat ein neues Medikament entwickelt, von dem vermutet wird, dass es die Heilungschance einer bestimmten Krankheit von 70% (Erfolgschance bei Standardmedikation) auf etwa 75% verbessert. Es wird eine Studie mit $n = 100$ Patienten durchgeführt.

a. Wie groß ist die Chance, den vermuteten Effekt von ca. 5% nachweisen zu können?

   Verwenden Sie das Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.

b. Wie groß müsste der vermutete Effekt mindestens sein, um (mit $n = 100$) eine Power von 0.95 zu erreichen?

c. Wie groß müsste der Stichprobenumfang mindestens sein, um einen vermuteten Effekt von 1% mit einer Power von 0.95 nachweisen zu können?

**Hausaufgabe 3 (4 Punkte)**

*Power-Berechnung durch Monte Carlo-Simulation:*

Wir haben formal die Power eines oberen Binomialtests

$H_0 : X \sim b(n, p_0)$ gegen $H_1 : X \sim b(n, p_1)$

für zwei Experimente, ($n = 40$, $p_0 = 0.3$, $p_1 = 0.4$, $\alpha = 0.05$) (power=0.31) und ($n = 200$, $p_0 = 0.3$, $p_1 = 0.4$, $\alpha = 0.05$) (power=0.89) bestimmt (siehe Folien). Es ist aber nicht immer möglich die Power eines Tests analytisch zu berechnen. In solchen Fällen kann man die Power mittels MC-Simulation bestimmen. Die folgende Monte Carlo-Prozedur soll auf die beiden genannten Experimente angewandt werden, um die Power zu approximieren:

i Schritt 1: Erzeuge eine Stichprobe $Y \sim b(n, p_1)$.

ii Schritt 2: Teste (einseitig), ob $Y \sim b(n, p_0)$. Berechne dazu den $p$-Wert des Tests stelle anhand dessen fest, ob die $H_0$ abgelehnt werden kann.

iii Schritt 3: Wiederhole Schritte 1-2 $N$-Mal (z.B. N=10000) und berechne wie oft ($= M$) $H_0$ abgelehnt wird. Das Verhältnis $M/N$ approximiert die Power des Tests.

*Empfehlung: Schreiben Sie für diese Prozedur eine Funktion..*

**Zusatzaufgabe (3 Punkte)**

Schreiben Sie eine neue Version der Funktion `powerfkt1` aus dem Folienskript (Folie 480), welche die Argumente `alpha`, `p0` und `delta` wie in der ursprünglichen Funktion berücksichtigt. Außerdem soll nun das Argument `n` berücksichtigt werden: Dabei soll `n` ein Vektor von Stichprobengrößen sein, für welche die Funktion entsprechende Power-Werte für den oberen Binomialtest berechnet. Programmieren Sie die Funktion, wenn möglich, **ohne** Verwendung einer `for`-Schleife, sondern rechnen Sie stattdessen vektorweise.

*Abgabe der Lösungen: bis **Montag 9.12.2019,***

*maendle@uni-bremen.de*