Tasas de Interés Nominal y Efectiva. Conversión a Tasas Equivalentes:

Ud. requiere de un crédito por una suma de 10.000.000 $. Para ello Ud. ha consultado a tres bancos A, B y C, los que le entregan las siguientes condiciones:

Banco A: Tasa de Interés del 8 % anual, con capitalización trimestral, pagando el crédito en una cuota al término de un año.

Banco B: Tasa de Interés del 7,94 % anual, con capitalización quincenal, pagando el crédito en una cuota al término de un año.

Banco C: Tasa de Interés del 3, 98 % semestral con capitalización mensual, pagando el crédito en una cuota al término de un año.

¿Cuál es su mejor opción, esto es la que tiene menor costo para Ud.?

SOLUCIÓN:

Las condiciones de pago son idénticas, lo que difiere son las tasas y los períodos de capitalización. Determinamos primero el número de capitalizaciones en el período del préstamo y luego aplicamos la fórmula de la tasa de interés efectiva.

Banco	Período de Definición	Período de Capitalización	Número de capitalizaciones
A	**1 año = 12 meses**	**1 trimestre = 3 meses**	**12/3 = 4**
B	**1 año = 12 meses**	**1 quincena = 0,5 mes**	**12/0,5 = 24**
C	**1 semestre = 6 meses**	**1 mes**	**6/1 = 6**

Banco	N_c	I_z (%)	r_z (%)	Período de definición
A	**4**	**8,00 %**	**8,24 %**	**Anual = 12 meses**
B	**24**	**7,94 %**	**8,25 %**	**Anual = 12 meses**
C	**6**	**3,98 %**	**4,05 %**	**Semestral= 6 meses**

Las condiciones del Banco A son mejores que las del Banco B, pero no podemos comparar las tasas porque los períodos de definición son diferentes. Se aplica entonces la fórmula de tasas equivalentes. En este caso convertimos la tasa semestral del Banco C en una equivalente anual.

$$r_{\text{anual (C)}} = (1 + 0{,}0405)^2 - 1 = 8{,}26\ \%\ \text{anual.}$$

Resulta más conveniente la oferta del banco A.

Tasas de Interés Libres de Inflación.

Suponga que ha decidido trabajar uno de los meses del próximo verano en taller de soporte técnico computacional, donde el dueño le ofrece que opte por una de dos formas de pago:
a) Pago anticipado, antes de iniciar su trabajo, por un monto de $ 500.000.- o
b) justo al terminar de trabajar (pago vencido), por un monto de $ 510.000.-

Considere que la expectativa de inflación para ese período es de **0,83%** mensual y que su banco le ofrece una tasa de interés preferencial por depósitos a **30** días de **9,2 %** anual "real", esto es por sobre la inflación medida por el IPC, por lo tanto es una tasa libre de inflación.

¿Cuál de las opciones ofrecidas por el dueño de la tienda le resulta más conveniente?

SOLUCIÓN:

Dado que la operación es a 30 días (tanto el anticipo ofertado como el posible depósito en el banco), debemos ajustar la tasa efectiva anual ofertada a una mensual.

$$r_{mensual} = (1 + r_{anual})^{1/12} - 1 = 8,26\ \% \quad \text{anual.}$$

$$r_{mensual} = 0,74\% \quad \textit{efectiva mensual} \quad (1)$$

Con esto podemos calcular cual sería el resultado de depositar el pago anticipado de la remuneración ($250.000) en el banco, por 30 días, para poder comparar con el pago vencido ofrecido para la remuneración. Primero aplicamos la tasa de inflación esperada, que el banco aplicará a nuestro depósito:

Valor = $ 500.000 * (1 + i_f) = 500.000 * 1,0083 = $ 504.150

Corregido el monto por inflación, debe aplicarse la Tasa de Interés a 30 días calculada (**1**)

Saldo = $ 504.150* (1 + $r_{mensual}$) = $ 504.150 * 1,0074 = $ 507.881

Resulta conveniente entonces la opción b), esto es esperar el pago de la remuneración al término del mes, ya que obtengo $ 510.000 - $ 507.881 = $ 2.119.- más que mi opción de inversión del monto anticipado.

Préstamos y Ahorro, sin Período de Gracia, con Fórmulas Financieras:

Se pide un préstamo para adquirir un "servidor corporativo" POWER9 de alta disponibilidad cuyo valor es $ 7.500.000.- La empresa proveedora (IBM) otorga el crédito con una tasa de interés de 26% anual capitalizable bimestralmente y la empresa compradora debe cancelar el 25% al contado y el crédito en 12 cuotas de pago mensuales.

Se solicita determine cuál de las siguientes modalidades de pago resulta más conveniente para el comprador:

A) Modalidad de pago en cuotas iguales con interés sobre saldo insoluto (deuda).
B) Modalidad de pago en amortizaciones iguales con interés sobre saldo insoluto (deuda).

SOLUCIÓN:

1) Transformación a Tasa Efectiva:

$$r_a = (1 + (0{,}26)/(12/2))^{12/2} - 1 = 28{,}98\ \%$$

Luego la tasa efectiva anual debe ser llevada a una Tasa Efectiva mensual, ya que debe corresponder la oportunidad de pago con el período de de definición de la tasa, la cual para reflejar el verdadero costo debe estar en términos efectivos:

$$r_m = (1 + r_a)^{1/12} - 1 = (1 + 0{,}2898)^{1/12} - 1 = 1{,}0214 - 1 = \mathbf{2{,}14\ \%\ mensual}$$

2) Monto del Crédito:

Como se debe pagar un 25% del precio al contado, el crédito será del 75% del valor del equipo.

Préstamo = $ 7.500.000 * 0,75 = **$ 5.625.000**

3) Programa de Pago:

3.A.) Modalidad de pago en N Cuotas iguales, con interés sobre saldo insoluto (deuda).

$$\mathbf{C} = \text{Préstamo} * (((1 + r)^{\mathbf{N}} * r) / ((1 + r)^{\mathbf{N}} - 1))$$

$$\mathbf{C} = 5.625.000 * (((1 + 0{,}0214)^{\mathbf{12}} * 0{,}0214) / ((1 + 0{,}0214)^{\mathbf{12}} - 1))$$

$$\mathbf{C} = 5.625.000 * (((1{,}0214)^{\mathbf{12}} * 0{,}0214) / ((1{,}0214)^{\mathbf{12}} - 1))$$

$$\mathbf{C} = 5.625.000 * 0{,}0953744951 \qquad \boxed{\mathbf{C = 536.482.-}}$$

Interés de cada período (t): $\mathbf{I_t = r * S_{t-1}}$ Amortización de cada período (t): $\mathbf{A_t = C - I_t}$

Saldo al final del período (t): $\mathbf{S_t = S_{t-1} - A_t}$ $\mathbf{S_{t-1}}$: Saldo al final del período anterior

Programa de Pago		Tasa de Interés =	0,0214	
Períodos (meses)	**Saldos**	**Interés**	**Amortización**	**Cuota de Pago**
0	5.625.000			
1	5.208.893	120.375	416.107	536.482
2	4.783.881	111.470	425.012	536.482
3	4.349.774	102.375	434.107	536.482
4	3.906.378	93.085	443.397	536.482
5	3.453.492	83.596	452.886	536.482
6	2.990.915	73.905	462.577	536.482
7	2.518.438	64.006	472.476	536.482
8	2.035.851	53.895	482.587	536.482
9	1.542.936	43.567	492.915	536.482
10	1.039.473	33.019	503.463	536.482
11	525.236	22.245	514.237	536.482
12	0	11.240	525.236	536.482
		Ajuste por precisión numérica del cálculo		
VALOR PRESENTE DE LOS FLUJOS (Cuotas)			VNA =	$ 5.625.005

3.B.) Modalidad de pago en N Amortizaciones iguales, con interés sobre saldo insoluto (deuda).

A = Préstamo / N

A = 5.625.000 / 12 **A = 468.750.-**

Saldo al final del período (t): $S_t = S_{t-1} - A$ S_{t-1} : Saldo al final del período anterior

Interés del período (t): $I_t = r * S_{t-1}$ Valor de la cuota a pagar en el período (t): $C_t = A + I_t$

Tasa de Interés = 0,0214

Períodos (meses)	Saldos	Interés	Amortización	Cuota de Pago
0	5.625.000			
1	5.156.250	120.375	468.750	589.125
2	4.687.500	110.344	468.750	579.094
3	4.218.750	100.313	468.750	569.063
4	3.750.000	90.281	468.750	559.031
5	3.281.250	80.250	468.750	549.000
6	2.812.500	70.219	468.750	538.969
7	2.343.750	60.188	468.750	528.938
8	1.875.000	50.156	468.750	518.906
9	1.406.250	40.125	468.750	508.875
10	937.500	30.094	468.750	498.844
11	468.750	20.063	468.750	488.813
12	0	10.031	468.750	478.781

VALOR PRESENTE DE LOS FLUJOS (Cuotas) **VNA = $ 5.625.000**

(Esto se hace como una segunda comprobación que la Tabla de Desarrollo del Crédito está Correcta. La primera comprobación es que el Saldo, al final del último período de pago, debe ser cero).

CONCLUSIÓN: La modalidad de pago más adecuada para el comprador, será aquella que se ajuste mejor a su capacidad de pago (disponibilidad proyectada de caja), ya que en las dos paga "lo mismo" en términos de Valor Presente a la tasa considerada.

La diferencia está que en el caso B la cuota de pago es más alta al principio y disminuye después hasta un 18 % del valor inicial, lo que sería apropiado si las expectativas de caja futuras fueran inciertas.

Préstamos y Ahorro, sin y con Período de Gracia, con Fórmulas Financieras:

Se pide determinar los programas de pago para un préstamo de UF 1.500.- pagadero al 7,8 % anual, con **capitalización trimestral** en:

A) **6 cuotas mensuales iguales** de pago, con interés sobre saldo insoluto.

B) **6 cuotas mensuales iguales** de pago, con interés sobre saldo insoluto y **dos meses de Gracia Total.**

C) **6 cuotas mensuales iguales** de pago, con interés sobre saldo insoluto y **dos meses de Gracia Parcial.**

D) **Plazo de Crédito 6 meses, con cuotas bimestrales iguales** de pago, con interés sobre saldo insoluto y **dos meses de Gracia Parcial.**

E) **Plazo de Crédito 3 años con cuotas mensuales iguales** de pago, con interés sobre saldo insoluto y **dos meses de Gracia Total al inicio de cada año**.

SOLUCIÓN:

1) Transformación a Tasa Efectiva:

$$r_a = (1 + (0{,}078)/(12/3))^{12/3} - 1 = 8{,}03\ \%\ \text{Anual}$$

Luego la Tasa Efectiva anual debe ser llevada a una Tasa Efectiva mensual y bimestral como sigue:

$$r_m = (1 + r_a)^{1/12} - 1 = (1+0{,}00803)^{1/12} - 1 = 1{,}0065 - 1 = \mathbf{0{,}65\ \%\ mensual}$$

$$r_b = (1 + r_a)^{2/12} - 1 = (1+0{,}00803)^{2/12} - 1 = 1{,}0130 - 1 = \mathbf{1{,}30\ \%\ bimestral}$$

2) Monto del Crédito:

Préstamo = UF 1.500.-

3) Programa de Pago:

3.A.) 6 cuotas mensuales iguales de pago, con interés sobre saldo insoluto.

$\mathbf{C}$ = Préstamo * (((1 + r)^{N} * r) / ((1 + r)^{N} - 1)). (N: número de cuotas de pago)

$\mathbf{C}$ = 1.500 * (((1 + 0,0065)^{6} * 0,0065) / ((1 + 0,0065)^{6} - 1))

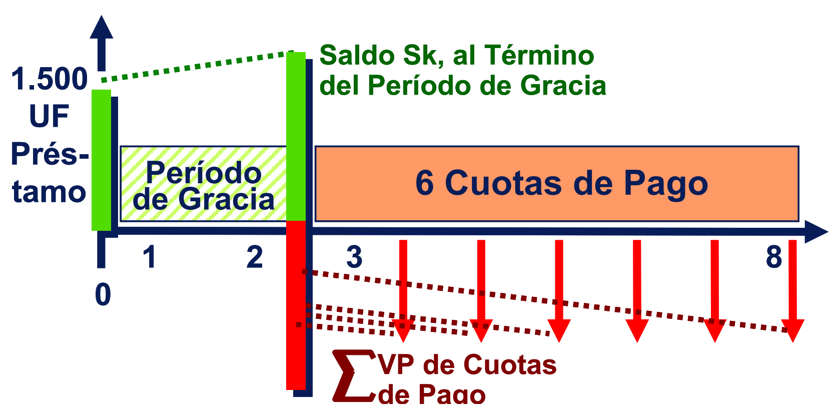
$\mathbf{C}$ = 1.500 * 0,1704788046 **C = UF 255,7 -**

Interés de este período: $I_t = r * S_{t-1}$ Amortización de este período: $A_t = C - I_t$
Saldo al final de este período: $S_t = S_{t-1} - A_t$ S_{t-1}: Saldo del período anterior

Programa de Pago **Tasa de Interés = 0,0065**

Períodos (meses)	Saldos	Interés	Amortización	Cuota de Pago
0	1.500			
1	1.254	9,75	245,95	255,70
2	1.007	8,15	247,55	255,70
3	757	6,54	249,16	255,70
4	507	4,92	250,78	255,70
5	254	3,29	252,41	255,70
6	0	1,65	254,05	255,70

3.B.) 6 cuotas mensuales iguales de pago, con interés sobre saldo insoluto y dos meses de Gracia Total.



S_k = ***Préstamo*** $* (1 + r)^k$ = **1.500 * (1 + 0,0065)2 = 1.519,56**

$C = S_k * (((1 + r)^N * r) / ((1 + r)^N - 1))$ Fórmula de Cuotas Iguales de Pago (N: número de cuotas de pago)

$C = 1.519{,}56 * (((1 + 0{,}0065)^6 * 0{,}0065) / ((1 + 0{,}0065)^6 - 1))$

$C = 1.519{,}56 * 0{,}1704788046$ **C = UF 259,05 -** **Plazo del Crédito = N+K = 8**

Interés de este período: $I_t = r * S_{t-1}$ Amortización de este período: $A_t = C - I_t$

Saldo al final de este período: $S_t = S_{t-1} - A_t$ S_{t-1}: Saldo del período anterior

Programa de Pago **Tasa de Interés = 0,0065**

Períodos (meses)	Saldos	Interés	Amortización	Cuota de Pago
0	1.500			
1	1.510	*9,75*		
2	1.520	*9,81*		
3	1.270	9,88	249,17	259,05
4	1.020	8,26	250,79	259,05
5	767	6,63	252,42	259,05
6	513	4,99	254,06	259,05
7	257	3,34	255,71	259,05
8	0	1,67	257,38	259,05

3.C.) 6 cuotas mensuales iguales de pago, con interés sobre saldo insoluto y dos meses de Gracia Parcial.

S_k = ***Préstamo*** = UF **1.500** **(porque los intereses se pagan durante la gracia Parcial)**

$C = S_k * (((1 + r)^N * r) / ((1 + r)^N - 1))$ Fórmula de Cuotas Iguales de Pago (N: número de cuotas de pago)

$C = 1.500 * (((1 + 0{,}0065)^6 * 0{,}0065) / ((1 + 0{,}0065)^6 - 1))$

$C = 1.500 * 0{,}1704788046$ **C = UF 255,72 -** **Plazo del Crédito : N +K = 8**

Interés de este período: $I_t = r * S_{t-1}$ Amortización de este período: $A_t = C - I_t$

Saldo al final de este período: $S_t = S_{t-1} - A_t$ S_{t-1}: Saldo del período anterior

Programa de Pago **Tasa de Interés = 0,0065**

Períodos (meses)	Saldos	Interés	Amortización	Cuota de Pago
0	1.500			
1	1.500	9,75		9,75
2	1.500	9,75		9,75
3	1.254	9,75	245,97	255,72
4	1.006	8,15	247,57	255,72
5	757	6,54	249,18	255,72
6	506	4,92	250,80	255,72
7	254	3,29	252,43	255,72
8	0	1,65	254,07	255,72

3.D.) Plazo de Crédito 6 meses, con cuotas bimestrales iguales de pago, con interés sobre saldo insoluto y dos meses de Gracia Parcial.

S_k = ***Préstamo*** = UF **1.500** **(porque los intereses se pagan durante la gracia Parcial)**

$$C = S_k * \left(\left((1+r)^N * r \right) / \left((1+r)^N - 1 \right) \right)$$ Fórmula de Cuotas Iguales de Pago (N: número de cuotas de pago)

$$C = 1.500 * \left(\left((1+0{,}013)^{3-1} * 0{,}013 \right) / \left((1+0{,}013)^{3-1} - 1 \right) \right)$$

$$C = 1.500 * 0{,}5097709886$$ $\boxed{C = UF\ 764{,}66}$ **Plazo del Crédito = N+K = 8**

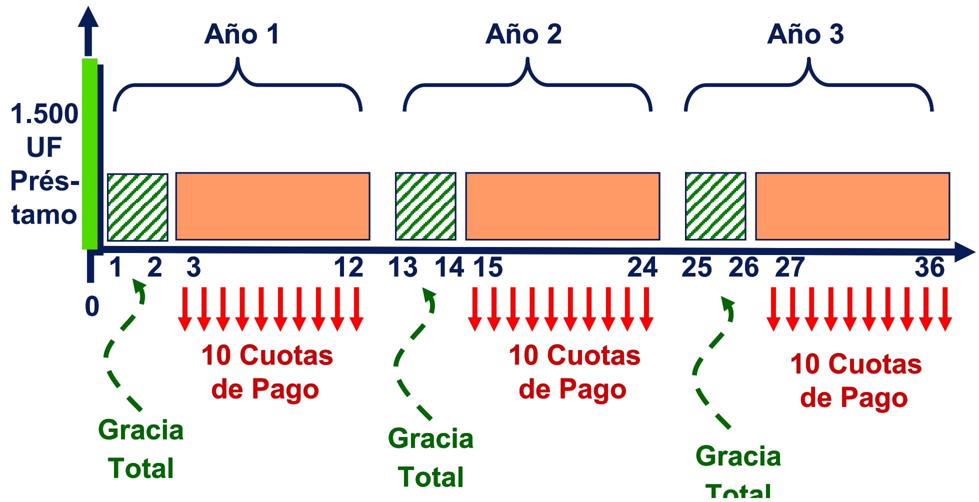
Interés de este período: $I_t = r * S_{t-1}$ Amortización de este período: $A_t = C - I_t$

Saldo al final de este período: $S_t = S_{t-1} - A_t$ S_{t-1}: Saldo del período anterior

Programa de Pago **Tasa de Interés = 0,013**

Períodos (bimestres)	Saldos	Interés	Amortización	Cuota de Pago
0	1.500			
1	1.500	19,50		19,50
2	755	19,50	745,16	764,66
3	0	9,81	754,85	764,66

3.E.) Plazo de Crédito 3 años con cuotas mensuales iguales de pago, con interés sobre saldo insoluto y dos meses de Gracia Total al inicio de cada año.



En este caso, no contamos con un saldo inicial único al iniciar los pagos, necesario para calcular una cuota, puesto que se producen capitalizaciones de intereses en el primer período de Gracia Total y en los períodos de gracia siguientes, teniendo entonces tres saldos para calcular cuotas: **$S_{k=2}$, $S_{k=14}$, $S_{k=26}$** (ver gráfica), para cada ciclo de pagos del crédito. Así al final del primer período de Gracia Total tenemos que el Saldo o capital adeudado es

$$S_{k=2} = \textit{Préstamo} * (1 + r)^{k} = 1.500 * (1 + 0{,}0065)^{2} = 1.519{,}56$$

Calculamos la cuota -igual para el primer ciclo de pagos- considerando el número total de cuotas de pago **pendientes a la fecha**, en este caso 30, que es **una aproximación simple**. Para los dos ciclos restantes se calcula con 20 y 10 respectivamente, ajustando la cuota anual,

$$C = S_k * (((1 + r)^{N} * r) / ((1 + r)^{N} - 1))$$ Fórmula de Cuotas Iguales de Pago

(N: número de cuotas de pago restantes, al momento de cálculo de cuotas iguales)

$$C = 1.519{,}56 * (((1 + 0{,}0065)^{30} * 0{,}0065) / ((1 + 0{,}0065)^{30} - 1))$$

$$C = 1.519{,}56 * 0{,}036796767 = 55{,}9150$$

$$\boxed{C = \text{UF } 55{,}92 \text{ -}}$$

Construyendo la tabla de desarrollo para el primer año

$I_t = r * S_t$ $A_t = C - I_t$

$S_t = S_{t-1} - A_t$ S_{t-1} : Saldo del período anterior

Así, repetimos este procedimiento para lox restantes dos años de duración del crédito.

DESARROLLO:

	Tasa de interés	0,0065	0,65%	mes			
Períodos Bimestrales	SALDOS	INTERÉS	AMORTI-ZACIÓN	CUOTA DE PAGO	30	20	10
0	1.500,00						
1	1.509,75	9,75	- 9,75	-		CUOTA 1er AÑO	
2	1.519,56	9,81	- 9,81	-		55,915019	
3	1.473,53	9,88	46,04	55,92			
4	1.427,19	9,58	46,34	55,92			
5	1.380,55	9,28	46,64	55,92			
6	1.333,61	8,97	46,94	55,92			
7	1.286,36	8,67	47,25	55,92			
8	1.238,81	8,36	47,55	55,92			
9	1.190,95	8,05	47,86	55,92			
10	1.142,77	7,74	48,17	55,92			
11	1.094,28	7,43	48,49	55,92			
12	1.045,48	7,11	48,80	55,92			
13	1.052,28	6,80	- 6,80	-		CUOTA 2o AÑO	
14	1.059,12	6,84	- 6,84	-		56,644277	
15	1.009,36	6,88	49,76	56,64			
16	959,27	6,56	50,08	56,64			
17	908,87	6,24	50,41	56,64			
18	858,13	5,91	50,74	56,64			
19	807,06	5,58	51,07	56,64			
20	755,66	5,25	51,40	56,64			
21	703,93	4,91	51,73	56,64			
22	651,86	4,58	52,07	56,64			
23	599,46	4,24	52,41	56,64			
24	546,71	3,90	52,75	56,64			
25	550,26	3,55	- 3,55	-		CUOTA 2o AÑO	
26	553,84	3,58	- 3,58	-		57,383045	
27	500,06	3,60	53,78	57,38			
28	445,92	3,25	54,13	57,38			
29	391,44	2,90	54,48	57,38			
30	336,60	2,54	54,84	57,38			
31	281,40	2,19	55,20	57,38			
32	225,85	1,83	55,55	57,38			
33	169,94	1,47	55,92	57,38			
34	113,66	1,10	56,28	57,38			
35	57,01	0,74	56,64	57,38			
36	- 0,00	0,37	57,01	57,38			
Valor Presente de los Flujos (Cuotas) descontadas a la tasa de interés:						**$1.500,00**	

--- 0 ---