Resumen Solemne I:

FUENTE DIGITAL:
- produce un conjunto finito de mensajes posibles.

FUENTE ANALOGICA:
- produce mensajes que estan definidos en un espacio continuo, infinitos mensajes distintos.

FORMA DE ONDA DIGITAL:
- funcion en el tiempo que solo puede adoptar un conjunto discreto de valores de A, no solo 1 o 0.

FORMA DE ONDA ANALOGICA:
- funcion del tiempo que posee un rango continuo de valores.

SISTEMA DE COMUNICACION $\xrightarrow{\text{posee}}$ señales analogas y señales digitales.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS:
- circuito economico
- permite encriptacion de datos
- mayor rango dinamico
- permite reunir voz, video y datos en un mismo flujo.
- el ruido no se acumula en cada repetidor.
- mayor inmunidad al ruido del canal.
- errores se corrigen con codificación, pero usan mayor ancho de banda que sistemas analogicos y se requiere sincronización.

FORMAS DE ONDA:

determinística: corresponde a una función en el tiempo totalmente especificada.

- una forma de onda aleatoria no se puede especificar completamente como una función del tiempo y debe modelarse probabilísticamente.

SISTEMA DE COMUNICACION:

- objetivos de un sistema de comunicación:
  1. enviar la información con el mínimo deterioro posible.
  2. satisfacer las condiciones de diseño de ancho de banda, potencia y costo.
- medida de la degradación digital
  BER (BIT ERROR RATE)

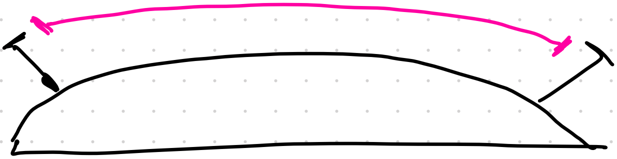
ASIGNACIÓN DE FRECUENCIAS: (medio inalámbrico).

- (UIT / ITU).
- da la distribución internacional de frecuencias que determina:
  * tipo de servicio.
  * modulación.
  * Banda de frecuencias.
  * potencia maxima admisible.

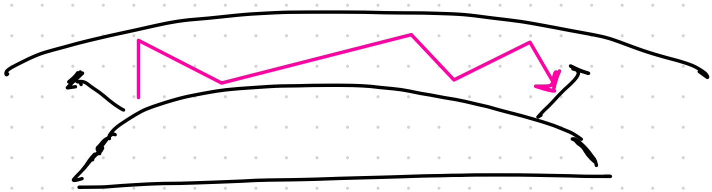
PROPAGACION SEGUN LA FRECUENCIA:

* propagación terrestre unicamente (3Hz a 300 KHZ).
* propagación terrestre e Ionosferica: 300KHZ a 30MHZ
* propagacion linea de vista (LOS): 30MHZ a 300GHZ.
* Atenuaciones por precipitaciones y vapor de agua: 100 GHz, 22.2GHz, 183GHz.

- TERRESTRE.



- IONOSFERICA:



- LOS

limitada por la curvatura de la tierra.

ANTENAS:

- Para una radiación eficiente, la antena debe ser mas larga que 1/10 de la longitud de onda (λ). Para 10KHz, λ seria:

R: Antena = λ = 1/10 de la longitud de onda.

$f_c = 10\,KHz = 10^4\,Hz$

$c = 3 \times 10^8\,m/s.$

la antena debe tener al menos 3000m de longitud para transmitir de manera eficiente 10 KHz.

FORMULAS:

$$\lambda = \frac{c}{f_c}$$

$$\lambda \cdot f_c = c$$

$$f_c = \frac{c}{\lambda}$$

PROPAGACION IONOSFERICA:

las ondas se refractan de manera gradual en la ionosfera y responde a la expresion:

$$n = \sqrt{1 - \frac{81 \cdot N}{f^2}}$$

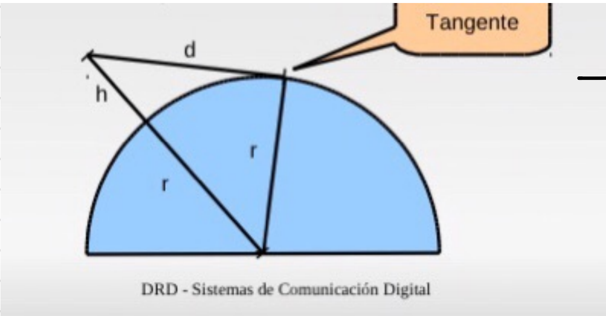
donde

n = indice de refracción

N = cantidad de electrones libres por medio cubico

f = frecuencia (Hz)

PROPAGACIÓN LOS:



→ requiere que las antenas se vean por encima del horizonte

$$d^2 + r^2 = (r+h)^2$$

$$d^2 = 2rh + h^2$$

→ el radio de la tierra es de 6373 km pero por efecto de la atmosfera es de 8497 km.

→ entonces $d = \sqrt{(2 \cdot r \cdot h)}$

Ej: Para una antena de TV de 300 m de altura, cuanto vale d?

1 K → 1000 m

8497 km → 8.497.000 m

$$d = \sqrt{2 \cdot (8.497.000\ m) \cdot 300 m}$$

$$= 71.401\ m = 71,4\ K$$

Ej 2: Si un espectador en el borde cobertura tiene una antena de 10 m de altura, cual es la distancia maxima a la que puede ubicarse?

$$d_{max} = \sqrt{2 \cdot (8.497.000\ m) \cdot 300\ m} +$$

$$\sqrt{2 \cdot (8.497.000\ m \cdot 10 m}$$

$$= 71.401\ m + 13.036 = 84.437\ m.$$

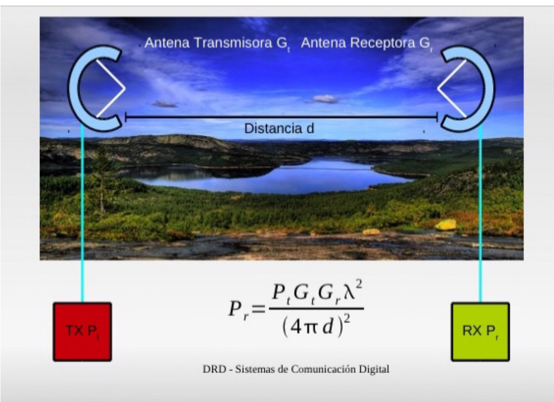
84,437 Km

→ la distancia a la que puede llegar una señal depende también del transmisor y el receptor.

→ el transmisor entrega una potencia al medio a traves de la antena.

→ el receptor tiene una sensibilidad mínima, una señal con potencia menor no puede ser decodificada

→ la señal se recibe con cierta potencia por encima del ruido para ser decodificada.



→ la distancia de la propagacion LOS esta limitada por la curvatura de la tierra.

→ tamaño antena se relaciona con la λ de la señal a transmitir

→ la potencia del transmisor y la sensibilidad del receptor definen el alcance de una señal LOS.

INFORMACION:

MEDICION DE LA INFORMACIÓN:

* informacion enviada a partir de una fuente digital para el mensaje j-esimo:

$$I_j = \log_2 \left(\frac{1}{P_j}\right) \text{ bits}$$

(P_j = probabilidad de transmitir este mensaje).

* cantidad informacion depende de la frecuencia de la aparicion del mensaje:
  - mensaje menos frecuente, mas informacion
  - " mas " , menos "
  - cantidad info depende de la prob del mensaje no del contenido.

* $$I_j = \frac{-1}{\log_{10}(2)} \cdot \log_{10}(P_j) \text{ bits}$$

* INTERES ES EL PROMEDIO DE LA FUENTE DIGITAL:

$$H = \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot I_j = \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot \log_2\left(\frac{1}{P_j}\right) \text{ bits}$$

m = numero posibles mensajes

P_j = probabibilidad de mandar el j-esimo mensaje.

INFORMACION PROMEDIO = ENTROPIA.

Ej 1:

cual es el contenido de informacion de un mensaje que consiste en una palabra digital de 12 digitos y cada digito puede tener 1 de 4 niveles.

R.:

$$P_j = \left(\frac{1}{4^{12}}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^{12}$$

y la información es:

$$I_j = \log_2\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{12}}\right) = \log_2(4) = 24 \text{ bits}$$

VELOCIDAD DE UN FUENTE:

$$R = \frac{H}{T} \text{ bits/s}$$

H = informacion promedio

T = tiempo de envio de un mensaje

Ej 2:

- Un teclado telefónico tiene los dígitos 0-9 y #,*. Asuma que la probabilidad de enviar # o * es 0.005 y la probabilidad de enviar del 0 al 9 es de 0.099 cada una. Si se presionan las teclas a 2 teclas/s, calcule la velocidad de la fuente.

por simbolo $= \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot \log\left(\frac{1}{P_j}\right) = H$

$$H = 2 \cdot 0{,}005 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0{,}005}\right) +$$

$$10 \cdot 0{,}099 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0{,}099}\right) = 3{,}3794 \text{ bits}$$

velocidad

$R = \frac{H}{T}$ bits/s.

$H = 3{,}3794$ bits

$T = 0{,}5$ s

$$R = \frac{3{,}3794 \text{ bits}}{0{,}5 \text{ s}} = 6{,}7588 \text{ bits/s}$$

→ la medida de la información para un mensaje depende de la probabilidad de aparición del mensaje.

→ entropía = sumatoria del producto de la inf por mensaje por su probabilidad

CAPACIDAD DE UN CANAL:

- Sits optimo de com:
  - MINIMIZAR LA BER A LA SALIDA DEL SISTEMA.
  - ESTAR SUJETO A LAS RESTRICCIONES DE ENERGÍA TRANSMITIDA Y ANCHO DE BANDA DEL CANAL

(esto se estudia para el caso del ruido gaussiano)

SHANNON:

- Capacidad C de un canal [bits/s], si la velocidad de inf R es menor a C [bits/s], entonces la prob de error sera cercano a 0.

$$\boxed{C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}$$

(con B el ancho de banda en Hz y S/N la relacion señal a Ruido en veces a la entrada del receptor).

CAPACIDAD DE UN CANAL:

- SISTEMA OPTIMO DE COMUNICACIONES:

* minimiza la probabilidad de error de bit a la salida del sistema.
* esta sujeto a las restricciones de energía transmitida y ancho de banda del canal.
* Shannon, dice que C (capacidad del canal) se calcula, tal que si la velocidad de información R es menor a C, entonces la probabilidad de error sera cercana a 0.

$$\boxed{C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}$$

B = ancho de banda en Hz

S/N = relacion señal ruido en veces a la entrada del receptor.

* medida de eficiencia

$$\boxed{\eta = R / C}$$

R = Rate de señalización

C = capacidad

* la ecuacion de shannon permite comparar la eficiencia de distintos tipo de modulaciones.

→ cap max teorica de un canal depende del ancho de banda disponible y la S/N.

→ eficiencia indica cuanto se ocupa del canal con modulacion determinada.

- SHANNON: establece un límite, no dice como lograrlo.

- $\eta = R/C$ → donde R es el rate de señalización y C la capacidad.

- La ecuación de Shannon nos permite comparar la eficiencia de distintos tipos de modulaciones.

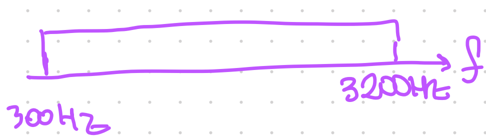
EJERCICIO:

(relaciones de señales al ruido)

- Se desea adquirir un modem para enviar datos por línea telefónica, esta tiene una $\boxed{SNR}$ de 25 dB y para frecuencias entre 300Hz y 3200Hz. Calcule la velocidad de datos que puede enviarse sobre la línea telefónica cuando no existen errores del lado receptor.

$$25\,dB \rightarrow 10^{25/10} \rightarrow 10^{2,5} \rightarrow 316. = \frac{S}{N}.$$

$$10\log_{10}(316) = 25\,dB \rightarrow \text{veces.}$$



$= 2900\,Hz$

$$C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right) = 2900\,Hz \cdot \log_2(1 + 316)$$

$$\boxed{C = 24094 \text{ bits/s}}$$

CAPACIDAD MAX TEORICA DE UN CANAL DEPENDE DE (RELACION SEÑAL RUIDO) (ANCHO DE BANDA DISPONIBLE)

(Y la eficiencia indica cuanto se ocupa del canal ideal con una modulación determinada)

CODIFICACIÓN:

- si ocurren errores en un canal, se pueden reducir usando tecnicas como:

ARQ: (repetición)
(mandarle un ACK)
(Automatic repeat request)
(se detecta un error y se pide retransmitir).

FEC: (correccion de errores directa)
(se usa para detectar y corregir errores)
(forward error correction).
(se le da recursos al receptor para corregir el error).

TECNICAS DE CODIFICACION DEL CANAL:
(corrigen errores de canal)

ARQ → SE USA ENTRE COMPUTADORES.
→ IMPLEMENTACIONES DE BAJO COSTO.
→ HAY CANAL DUPPLEX (ACK Y NACK).

FEC → HAY UN CANAL SIMPLEX.
→ ALTO DELAY.

CODIFICACIÓN:

- se concentra a nivel de bits para minimizar la probabilidad de error de bit: P_b
- se agrega redundancia para que los errores sean detectables y poder corregir al máximo posible.

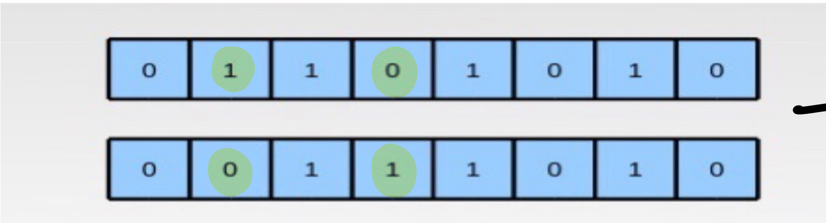
- MEJORAR LA SEÑAL RESPECTO DEL RUIDO, BAJA LA PROBABILIDAD DE EQUIVOCACIÓN (bits)

- + POTENCIA = ME ENTIENDE EL RECEPTOR.
- + BITS = ME CORRIGE EL RECEPTOR.

CODIFICACIÓN:

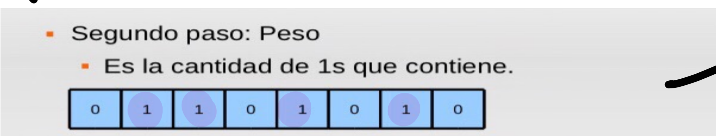
1° paso: DISTANCIA DE HAMMING

- entre dos palabras de codigo, en cuantos bits se diferencian.



se diferencian en 2 bits

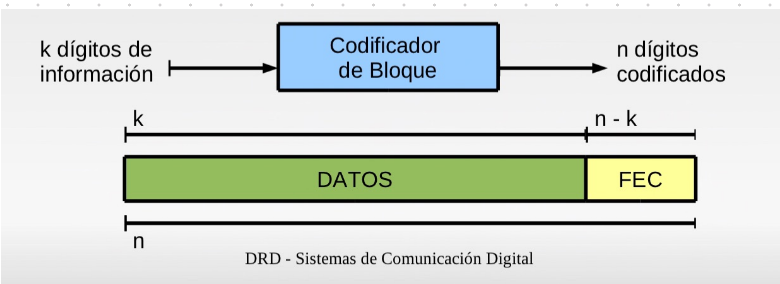
2° paso: PESO.



peso = 4 (cuantos 1 tiene)

3° paso: definición de codigo por bloque.

* un codigo convierte una secuencia de k elementos de entrada en n elementos de salida.
* agrega (n-k) elementos redundantes.
* Ratio es el cuociente entre k/n.



4. paso: PARIDAD

* agregar un bit
* ese bit indica si se tiene una cantidad par o impar de 1s

0	1	1	0	1	0	1	0	0	√
0	1	1	0	0	0	1	0	0	X

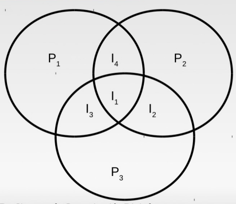
→ 4-1, 4-0

se completa la palabra para saber si es par o impar.

- Ejemplo de codificador

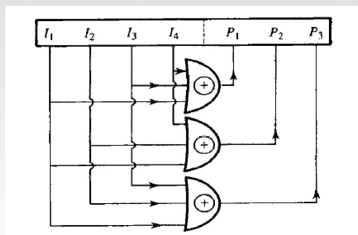
I_1	I_2	I_3	I_4	P_1	P_2	P_3

- n=7, k=4, n-k=3



(circuito)

- Y su circuito, con compuertas or exclusivo de multiples entradas:



- Las compuertas or-exclusivo se comportan como sumadores módulo-2.
- Podemos expresar la codificación anterior como una matriz: La matriz de corrección de error (H).

$$P_1 = 1\times I_1 \oplus 0\times I_2 \oplus 1\times I_3 \oplus 1\times I_4$$ → 1×1 ⊗ 0×1 ⊗ 1×0 ⊗ 1×1=0

$$P_2 = 1\times I_1 \oplus 1\times I_2 \oplus 0\times I_3 \oplus 1\times I_4$$ → 1×1 " 1×1 " 0×0 " 1×1=1

$$P_3 = 1\times I_1 \oplus 1\times I_2 \oplus 1\times I_3 \oplus 0\times I_4$$ → =0

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ matriz diagonal

(FORMA DE CONSTRUIR)

• MATRIZ H AYUDA A CODIFICAR Y DECODIFICAR.

PROBABILIDAD DE ERROR:

Suponga P_e = probabilidad de error de 1 bit.

R' = cantidad de errores, n = longitud de bloque.

Se busca la prob de tener mas de R' errores en un bloque de n digitos

$$P(e > R' \text{ errores}) = 1 - P(e \leq R' \text{ errores})$$

$$P(e > R' \text{ errores}) = 1 - [P(0 \text{ errores}) + P(1 \text{ error}) + P(2 \text{ error}) + \ldots P(n \text{ err})$$

se calculan individualmente las probabilidades.

• Un bloque que representa una palabra de codigo se divide en elementos desde 1 a n.

• cada elemento corresponde a un digito en una palabra de n digitos, y se le asigna la probabilidad que le corresponde.

• Si consideramos el caso general, J errores en n digitos nos da (binomial)

$$P(j \text{ errores}) = (P_e)^j (1 - P_e)^{n-j} \cdot {}^nC_j$$

$${}^nC_j = \frac{n!}{j!\,(n-j)!} = \binom{n}{j}$$

* entonces si n es muy grande, la cantidad de errores en un bloque va a tender a $P_e n$.

Ejemplo:

- La probabilidad de un error simple es 0.01, entonces la probabilidad de recibirlo correctamente es 0.99.
- Calcular la probabilidad de 0 a 2 errores que ocurran en una palabra de 10 dígitos.

- Siendo todas las recepciones de bit independientes, la probabilidad de no tener errores en el bloque es:

$$(0.99)^{10}=0.904382$$

0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

TODOS CORRECTO

- Probemos ahora con 1 solo error. El error está en el primer lugar. La probabilidad es 0.01 y la probabilidad de recibir al resto bien es de 0.99 cada uno (y hay 9):

$$P(1\,error)=(0.01)^{1}(0.99)^{9}\cdot {}^{10}C_{1}=0.091352$$

- ${}^{10}C_1$ = 10 es el número de combinaciones de 1 objeto de 10 objetos.

1 error

0.01	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

Codificación

2 errores

- Para 2 errores:

$$P(2\,errores)=(0.01)^{2}(0.99)^{8}\cdot {}^{10}C_{2}=0.00415$$

- Entonces la probabilidad de 3 o más errores es:

$$1-0.904382-0.091352-0.00415=0.000116$$

- La probabilidad de j errores en el bloque se reduce rápidamente con j.

CODIGOS LINEALES:

- contienen la palabra con todos ceros
- si se toman 2 palabras, c_i y c_j entonces

$$c_i \oplus c_j = c_k$$

- la operacion de suma modulo-2 de 2 palabras da otra palabra del mismo codigo.

Ej:
- (alfabeto de 4 miembros, a, b, c, d)
- se codifican en palabras de 5 digitos n=5
- codigo (5,2)
- si se suma c y b, obtenemos d.

$$\begin{array}{l} a = 0\ 0 \\ b = 0\ 1 \\ c = 1\ 0 \\ d = \underbrace{1\ 1}_{k=2} \end{array} \qquad \begin{array}{c} 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 1\ 1}_{n=5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c \oplus b = d \\ c = 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ b = \underline{0\ 0\ 1\ 1\ 1} \\ d = 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

→ lo mas usados se generan por polinomios.

→ se implementan mediante shift Registers

→ polinomios comunes: BCH y Reed-solomon

→ BCH se tabulan hasta n=255 y corrigen hasta 30 digitos

→ Reed-solomon (N|B) son utilizados en los CDs.

PERFORMANCE DE UN CODIGO:

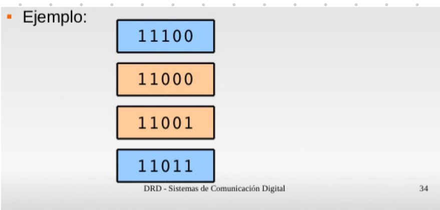
- se mide con todas las distancias de Hamming entre pares de codigos.
- solo se necesita medir solo la distancia respecto de la palabra con todos ceros.
- cuenta la distancia minima.

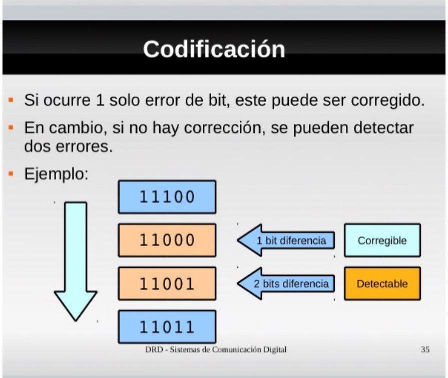
CAPACIDAD DE CORRECCIÓN DE ERRORES:

- se define t como la max posibilidad de corregir todos los patrones de error de t o menos errores.
- distancia de Hamming = $t = \text{int}\left(\dfrac{D_{min} - 1}{2}\right)$

con $D_{min} - 1 = e + t$,
int la parte entera, e cantidad de errores detectables.

Ej:





- mientras mas largo sean los codigos, podemos detectar y corregir mas bits.

• se codifica mediante dos estrategias:

1. el vecino mas cercano.

2. maximo parecido.

• codigo perfecto = elimina ambiguedades

Ejemplo:

- Tomemos la tabla:

$$H = \left[\begin{array}{cccc:ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Palabras de código	00000	11100	00111	11011
Corregible 1 bit	10000	01100	10111	01011
	01000	10100	01111	10011
	00100	11000	00011	11111
	00010	11110	00101	11001
	00001	11101	00110	11010
Detectable 2 bits	10001	01101	10110	01010
	10010	01110	10101	01001

DRD - Sistemas de Comunicación Digital 38

DECODIFICACION POR SINDROME:

* se trata de buscar el vecino mas cercano o mas parecido.
* si el codigo crece es mas dificil, por ende se crea una matriz de generacion.
* se usan 2 matrices H = paridad y G = generación.

CODIFICACIÓN:

decodificacion por sindrome:

• vecino mas cercano o mas parecido se complica a medida que el codigo crece.

• POR ENDE SE USA LA MATRIZ DE GENERACIÓN.

• UTILIZANDO 2 MATRICES → G de generación
→ H de paridad

EJ:

• PARA UN CODIGO (4,7):

$$\mathbf{H} = \left[\begin{array}{cccc:ccc} 1&0&1&1&1&0&0 \\ 1&1&0&1&0&1&0 \\ 1&1&1&0&0&0&1 \end{array}\right]$$

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{cccc:ccc} 1&0&0&0&1&1&1 \\ 0&1&0&0&0&1&1 \\ 0&0&1&0&1&0&1 \\ 0&0&0&1&1&1&0 \end{array}\right]$$

• donde n es 7 y k = 4

• lo que esta a la derecha de H es la traspuesta a la izquierda de G.

• como se puede corregir un solo bit, dmin y el peso deben ser 3.

• ademas por regla de, el costado derecho debe tener al menos 1s, y no pueden haber 2 filas identicas.

• para codificar [1 0 0 1] aparece el dato y sus bits de paridad correspondiente.

$$[1\,0\,0\,1]\begin{bmatrix} 1\,0\,0\,0\,1\,1\,1 \\ 0\,1\,0\,0\,0\,1\,1 \\ 0\,0\,1\,0\,1\,0\,1 \\ 0\,0\,0\,1\,1\,1\,0 \end{bmatrix} = [1\,0\,0\,1\,0\,0\,1]$$

- PARA CODIFICAR:

- Creamos una tabla de síndrome.
- El síndrome no depende de la cantidad de códigos sino de la secuencia de errores.
- Sabemos que **d.G=c**, y que **Hc=0.**
- Propongamos **r**, secuencia recibida cuando se transmite **c**,
- y **e** es el vector de ubicación de errores en la recepción: $\mathbf{r} = \mathbf{c} \oplus \mathbf{e}$

- Creamos el producto de **H** y **r**:

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}\,\mathbf{r} = \mathbf{H}\,(\mathbf{c} \oplus \mathbf{e})$$
$$= \mathbf{H}\,\mathbf{c} \oplus \mathbf{H}\,\mathbf{e} = \mathbf{0} \oplus \mathbf{H}\,\mathbf{e}$$

S = H · e

matriz paridad

síndrome

- Vemos entonces que si no hay errores, el sindrome va a ser **0**.
- Más aún, calculando **s**, obtenemos **e**, que es la posición de los errores.

- Una tabla de síndrome se construye suponiendo que se transmite la palabra nula:

$$\begin{bmatrix} 1&0&1&1&1&0&0 \\ 1&1&0&1&0&1&0 \\ 1&1&1&0&0&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\0\\0\\0\\0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0 \end{bmatrix}$$

- Y luego buscando todos los patrones de 1 bit de error posibles asociados a esa palabra.

Patrón de error	Síndrome
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	1 1 1
0 1 0 0 0 0 0	0 1 1
0 0 1 0 0 0 0	1 0 1
0 0 0 1 0 0 0	1 1 0
0 0 0 0 1 0 0	1 0 0
0 0 0 0 0 1 0	0 1 0
0 0 0 0 0 0 1	0 0 1

Porque en este caso solo se pueden corregir errores de 1 bit.

RESUMEN:

- Un código agrega redundancia para detectar y/o corregir errores en una secuencia de bits.
- La distancia de Hamming mide el grado de similaridad entre dos secuencias de bit del mismo largo
- La matriz de corrección de error es generada a partir de las ecuaciones que corresponden a la implementación del código.

EJ:

Ejercicio:

- Para un código lineal por bloque (6,3), la palabra tiene I_1, I_2, I_3, P_1, P_2 y P_3.
- Los bits de paridad P_1, P_2 y P_3 se arman:

$$P_1 = I_1 \oplus I_2$$
$$P_2 = I_1 \oplus I_3$$
$$P_3 = I_2 \oplus I_3$$

Encuentre:

- a) la matriz de paridad,
- b) la matriz de generación,
- c) todas las palabras posibles,

Determine

- d) el peso mínimo
- e) la mínima distancia
- f) la capacidad de detección y corrección de error de este código
- g) Si la secuencia recibida es 101000, calcule el síndrome y decodifique la secuencia recibida.

a)

$$\begin{array}{cccccc} I_1 & I_2 & I_3 & P_1 & P_2 & P_3 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = H$$

b)

$$\begin{array}{cccccc} P_1 & P_2 & P_3 & I_1 & I_2 & I_3 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] = G$$

c) Palabras posibles | d) Peso

0 0 0 x G	0 0 0 0 0 0	$\longrightarrow$	0
0 0 1 x G	0 0 1 0 1 1	$\longrightarrow$	3
0 1 0 x G	0 1 0 1 0 1	$\longrightarrow$	3
0 1 1 x G	0 1 1 1 1 0	$\longrightarrow$	3
1 0 0 x G	1 0 0 1 1 0	$\longrightarrow$	4
1 0 1 x G	1 0 1 1 0 1	$\longrightarrow$	4
1 1 0 x G	1 1 0 0 1 1	$\longrightarrow$	4
1 1 1 x G	1 1 1 0 0 0	$\longrightarrow$	3

e) Dmin = peso mínimo = 3

f) entonces se corrige un error o detectar 2 errores.

g) H.r = S

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

la palabra decodificada es 111000.

CODIGOS CICLICOS:

- estos son codigos de grupo que no contienen la palabra nula (todos 0).
- Ej: codigo de Hamming.
- permiten codigos de correccion de mayor orden
- se arman con registros de corrimiento y con compuertas XOR.
- se pueden representar como polinomios.
- las palabras son solo corrimientos de otras palabras.
- la codificacion se realiza multiplicando el vector de datos por un polinomio generador.
- ej: Reed-Solomon.
- trabaja sobre simbolos en lugar de bits individuales.

* tipo de codigo ciclico: REED - SOLOMON
* son buenos corrigiendo rafagas de errores
* donde n, K son simbolos, no bits.
* corrige $\rightarrow$ $t = \dfrac{n-K}{2}$

* Reed SOLOMON

• de (31, 15) tiene 31 codigos con 5 bits de
• entrada. $\rightarrow$ $2^5 = 32$ bits,
representan 15 simbolos de m y de entrada o
75 bits de informacion.
• pueden corregir 8 errores de bit independientes
o 4 rafagas de longitud igual o menor a los
5 bits del simbolo.

$$\boxed{t = \frac{31-15}{2} = 8 \text{ errores de bits.}}$$

*CRC: "codigos de redundancia ciclica"
• se utilizan para detectar (mas que corregir) errores
en canales seriales.
• utilizan aritmetica donde la suma y la
resta son modulo 2 (sin carry), osea XOR.
• ACK porsi estaba bueno, sino no manda
nada, asi retransmite el paquete.
• Un mensaje de K bits: m_{K-1}, m_1, m_0 se
podria representar como polinomio de orden $K-1$:

$$M(x) = m_{K-1} x^{K-1} + \ldots\ldots + m_1 x + m_0.$$

PASOS A SEGUIR: EJERCICIO SIG:

- M(x) entonces se modifica con el polinomio generador P(x) y se forma la versión codificada de M(x).
- se multiplica (corriendo los bits hacia la izquierda) a M(x) por el orden de P(x).
- P(x) se divide entre la version de M(x) con corrimiento y el resto es agregado al final de M(x) reemplazando los ceros a la derecha provenientes del corrimiento.
- no se agrega el resultado del cociente.

1 0 0 1 → 9

se corre hacia la izquierda por cada · 2.

1 0 0 1 0 → 18

multiplicar → agregar derecha

dividir → eliminar izquierda

para ahora ser 9

1 0 0 1 ~~0~~ → 18

1 0 0 1 _ → 9 → elimina hacia izquierda

Ejemplo:

- Genere una palabra de un código polinomial de la secuencia de datos 1001 y el polinomio:

$$1 + x + x^3$$

- Este se denomina código de Hamming (7,4)

3 bits de

4 bits de

Solución:

- M(x)=1001, equivalente a $1+x^3$ y el polinomio P(x)=1101 , equivalente a $1+x+x^3$.
- M(x) con corrimiento del orden de P(x) es: 1001000.
- Se divide por P(x) y el resto es 011.
- Se reemplazan los 3 ceros agregados y da 1001011.

```
          1111
1101 |1001000      (M(x))
     -1101         (divide P(x))
       100000
      -1101
        10100
       -1101
         1110
        -1101
          011      (3 ceros se cambian)
```


- M(x) = 1001 mas 3 por el polinomio M(x)=1001000
- P(x) = 1001011 //

ENTRELAZADO :

- distribuir errores, no detecta ni corrige.
- se altera el orden de los bits a transmitir.

- Por ejemplo, se escribe por columna y se lee por fila:

Datos de entrada: ...I_9 I_8 I_7 I_6 I_5 I_5 I_4 I_3 I_2 I_1

Memoria de entrelazado

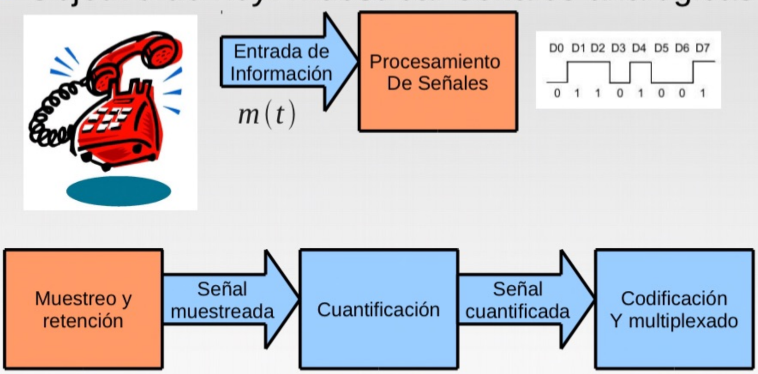
I_1	I_5	I_9	
I_2	I_6	I_{10}	
I_3	I_7	etc.	
I_4	I_8		

Salida entrelazada para transmisión: ...I_7 I_3 I_{14} I_{10} I_6 I_2 I_{13} I_9 I_5 I_1

- siempre deben estar sincronizados (emisor y receptor).

Diagrama en bloques

- Objetivo de hoy: muestrear señales analógicas



PULSOS DE BANDA BASE:

MODULACION POR AMPLITUD DE PULSO (PAM)

1. Convertir señal analogica a un pulso.
   * La amplitud del pulso, representa la inf analogica.
   * Existen 2 tipos de PAM:
     - POR MUESTREO NATURAL
     - POR MUESTREO INSTANTANEO

POR MUESTREO NATURAL:

* Si $w(t)$ = onda analogica limitada en banda de B Hz, la señal PAM es $w_s(t) = w(t) \cdot s(t)$

con $s(t)$ una onda rectangular.

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t - kT_s}{\tau}\right)$$

para $s(t)$, t es el tiempo, k es la muestra, T es periodo de muestreo y τ ancho de banda del pulso.

y tiene un $f_s = \frac{1}{T_s} \geq 2 \cdot B$

Su espectro es:

$$W_s(f) = F[w_s(t)] = d \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \pi n d}{\pi n d} \cdot W(f - nf_s).$$

donde $f_s = \frac{1}{T_s}$, $\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$, $d = \frac{\tau}{T_s}$

y espectro de la f.o sin muestrear es

$$W(f) = F[w(t)]$$

La T.F convierte en un producto en tiempo en una convolución en la frecuencia

$$W_s(f) = W(f) * \mathcal{F}[w(t)]$$

si s(t) es periodica se representa por una serie de fourier.

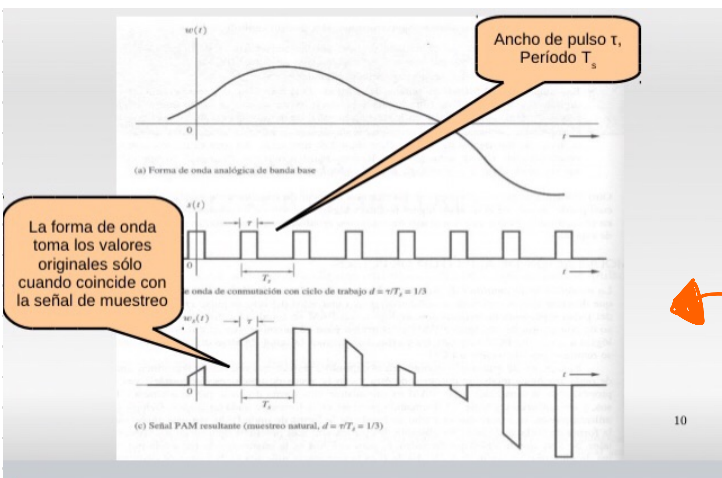
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnw_0 t}$$

donde

$$c_n = d \frac{\operatorname{sen} n\pi d}{n\pi d}$$

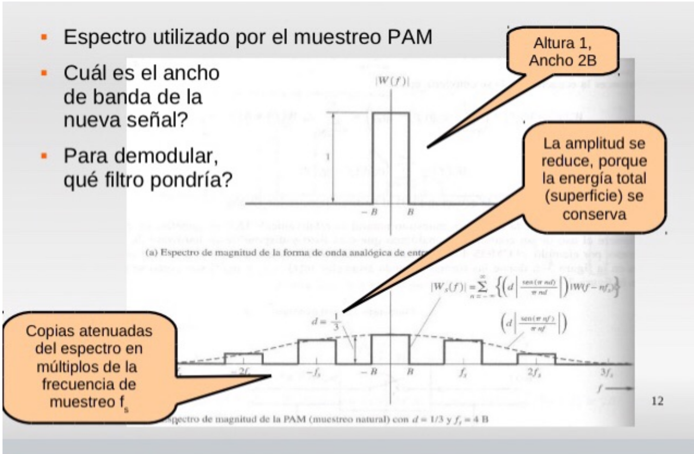
por ende equivale a esto:

$$W_s(f) = \mathcal{F}[w_s(t)] = d \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \pi n d}{\pi n d} \cdot W(f - nf_s)$$

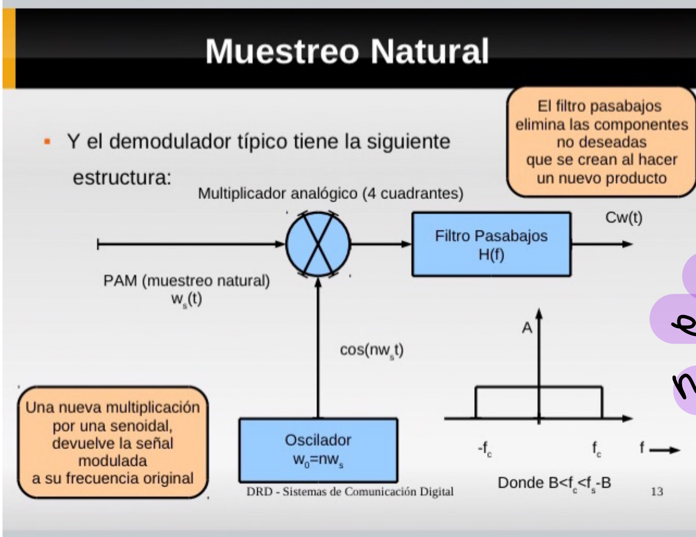


MUESTREO NATURAL

• Una onda PAM con muestreo natural se genera a partir de una compuerta analogica CMOS.



• El demodulador que se usa es de producto



• se multiplica la señal por una senoidal de frecuencia. $w_0 = nw_s$, enviando lo que esta alrededor de nf_s a la banda base.

MUESTREO INSTANTANEO: (FLAT-TOP);

- muestreo instantaneo (PAM PLANA):
- se usa un circuito sample and hold

- se puede convertir a pulsos mediante señalización plana con muestreo instantaneo.
- si $w(t)$ es una señal limitada en banda de B Hz

el PAM con muestreo instantaneo es:

$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - kT_s)$$

donde $h(t)$ define la forma de pulso de muestreo, si el pulso es plano, entonces

$$\boxed{h(t) = \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, & |t| < \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases}}$$

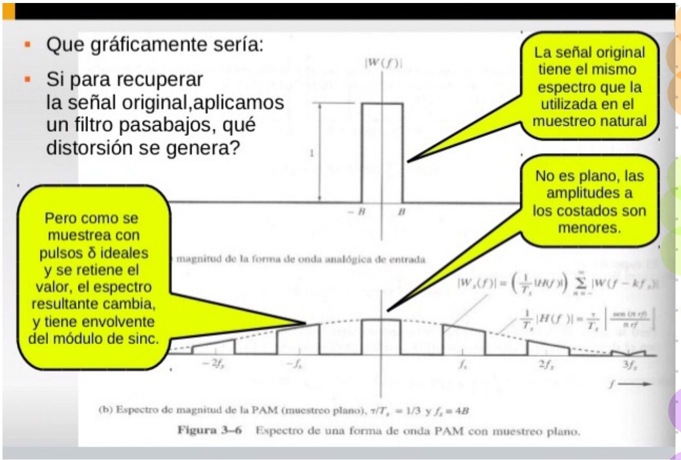
el espectro es:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} W(f - kf_s)$$

con $H(f) = \mathcal{F}[h(t)] = \tau\left(\frac{\operatorname{sen}(\pi\tau f)}{\pi\tau f}\right)$

luego de realizar T.F y reemplazar se obtiene lo siguiente,

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \left[\sum_k W(f) \cdot \delta(f - kf_s)\right]$$



- La distorción de alta frecuencia se puede compensar.

- se usa un ecualizador con función de transferencia $\frac{1}{H}(f)$.

- T se denomina apertura, porque determina la ganancia de la señal recuperada.

- si reducimos el ancho de pulso, se necesita mayor ancho de banda, además de buena respuesta en magnitud y fase.

- ancho de banda ocupado > banda original.

RESUMEN:

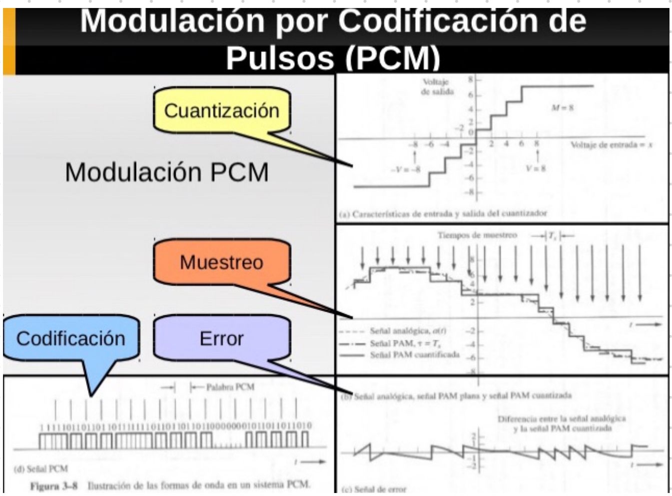
- muestreo natural se realiza mediante pulsos de onda cuadrada y se recupera volviendo modulando con una senoidal y con un filtro pasa bajo
- se utiliza para muestrear una señal
- el muestreo flat-top se realiza mediante pulsos δ ideales con retención del valor muestreado. para recuperar se filtra con pasabajo y se compensa ecualizando en altas frecuencias.

MODULACION POR CODIFICACION DE PULSOS (PCM)

PULSOS DE BANDA BASE:

* es una conversion A/D:
* la muestras de la señal analogica estan representadas por palabras digitales conformando un flujo serial de bits.
* Para n digitos, existen $M = 2^n$ palabras de codificacion unica y posibles, cada una responde a un unico nivel de amplitud.
* cuantificación: convertir un nivel analogico a un codigo, ya que la señal analogica toma valores infinitos.
* mejora el rendimiento de ruido: digital mas inmune al ruido que uno analogo.
* ancho de banda PCM > banda base.
* PCM surge de 3 operaciones basicas.

1. MUESTREO
2. CUANTIZACIÓN
3. CODIFICACION



* ancho de banda PCM:

* PCM función no lineal de la señal de entrada.

* el espectro no se relaciona con la señal original.

* ancho de banda depende de la velocidad de bit y de la forma de onda para representar los datos.

* bit rate: $R = n \cdot f_s$, n=numero de bits.
f_s frecuencia de muestreo.

* EJEMPLOS DE ANCHO DE BANDA:

Modulación por Codificación de Pulsos (PCM)

- Ejemplos de ancho de banda y la SNR según cantidad de niveles:

M	PCM	BW	S/N(peak) (dB)	S/N (dB)
2	1	2B	10.8	6.0
4	2	4B	16.8	12.0
8	3	6B	22.8	18.1
16	4	8B	28.9	24.1
32	5	10B	34.9	30.1
64	6	12B	40.9	36.1
128	7	14B	46.9	42.1
256	8	16B	52.9	48.2
512	9	18B	59.0	54.2
1024	10	20B	65.0	60.2
2048	11	22B	71.0	66.2
4096	12	24B	77.0	72.2
8192	13	26B	83.0	78.3
16384	14	28B	89.1	84.3
32768	15	30B	95.1	90.3
65536	16	32B	101.1	96.3

14

* EFECTOS DEL RUIDO:

- ruidos de cuantización
- errores de bits en la señal PCM recuperada, culpa del ruido del canal o de un filtrado no adecuado (ISI)

relacion de la señal peak al promedio del ruido

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{peak\,salida} = \frac{3 \cdot M^2}{1+4\cdot(M^2-1)\cdot P_e} \quad (1)$$

relacion promedio de la señal con respecto al promedio del ruido como:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{salida} = \frac{M^2}{1+4\cdot(M^2-1)\,P_e} \quad (2)$$

en (1) y (2) P_e = prob de error señal recuperada
y M = cantidad de niveles de cuantización.

- simplificando

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{peak\,salida} = 3\cdot M^2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{salida} = M^2$$

- se debe considerar que la señal abarque todos los codigos del cuantizador.
- señales debiles, SNR se debe calcular

- 4 tipos de ruido a la salida del cuantizador.
  - 1: ruido de sobrecarga (saturación)
  - 2: ruido aleatorio, debido al ruido blanco montado en la señal.
  - 3: ruido granular; cuando la señal tiene una amplitud cercana al tamaño de un paso del cuantizador.
  - 4: ruido de busqueda, debido a la oscilación cuando no hay entrada o cuando esta es una dc. (ruido de canal de reposo)

En resumen:

- La codificación PCM es resultado de 3 etapas: Muestreo, cuantificación y codificación.
- El muestreo exige al menos el doble de la frecuencia máxima de la señal de entrada
- El ancho de banda a la salida del codificador está dado por la cantidad de bits multiplicada por la frecuencia de muestreo

- Existen varios tipos de ruido en la codificación lineal: sobrecarga, aleatorio y granular.
- El ruido de cuantización se suma al ruido en la señal original

Ejercicio:

- Un sistema de sonido requiere un máximo de 1% de distorsión (error). La frecuencia máxima corresponde a 22kHz.
  - a) Qué velocidad PCM tiene a la salida el sistema?
  - b) Cuál es la relación señal a ruido (por cuantización) máxima y promedio para el caso en que la señal codificada tenga máxima amplitud?

R: 1% de error, implica 1-100 niveles de errores, potencia de 2 mas cercana = 128, entonces 7 bits $(2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0)$

la señal se muestrea al doble por ende la frec max = 44KHz = 44000 Hz.

a) 44.000 ~~muestras~~/s · 7 bits/~~muestras~~

$\boxed{308.000 \text{ bit/s.}}$

TABLA:

Prefijo		Símbolo	Factor	Equivalente
Múltiplos	Exa	E	10^{18}	1000000000000000000
	Peta	P	10^{15}	1000000000000000
	Tera	T	10^{12}	1000000000000
	Giga	G	10^{9}	1000000000
	Mega	M	10^{6}	1000000
	Kilo	k	10^{3}	1000
	Hecto	h	10^{2}	100
	Deca	da	10^{1}	10
Submúltiplos	Deci	d	10^{-1}	0.1
	Centi	c	10^{-2}	0.01
	Mili	m	10^{-3}	0.001
	Micro	µ	10^{-6}	0.000001
	Nano	n	10^{-9}	0.000000001
	Pico	p	10^{-12}	0.000000000001
	Femto	f	10^{-15}	0.000000000000001
	Atto	a	10^{-18}	0.000000000000000001

buscame en Google como Lizerindex

FORMULAS:

$$M=2^n \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_{dB}=6{,}02\,n+\alpha$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{salida}=M^2 \qquad \eta_{max}=\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right) \qquad \lambda=\frac{c}{f_c} \qquad d=\sqrt{(2\cdot r\cdot h)}$$

$$\frac{A_J^2}{R_c/R_b} \qquad \frac{A_c^2}{2R_c} \qquad \frac{R_b}{R_c} \qquad N=\frac{\delta^2 B}{3 f_s}=\frac{4\pi^2 A^2 f_a^2 B}{3 f_s^3} \qquad r_{tierracorregido}=8497\times10^3 m \qquad P_r=\frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2}$$

$$B_T=2\Delta F+(1+r)R$$

$$B_T=\left(\frac{1+r}{l}\right)R \qquad B=(1+r)R \qquad B_T=2(\beta+1)B \qquad P_f=\left(\frac{1}{2}\right)^K=2^{-K} \qquad C=B\cdot\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right) \qquad D=\frac{R}{l} \qquad D=\frac{2B}{1+r}$$

$$Mod_{Pos}=\frac{A_{max}-A_{min}}{2\cdot A_c}\cdot 100=\frac{max[m(t)]-min[m(t)]}{2}\cdot 100 \qquad B_{PCM}\geqslant\frac{1}{2}R=\frac{1}{2}n\cdot f_s$$

$$t=int\left(\frac{D_{min}-1}{2}\right)$$

$$D_{min}-1=e+t \qquad \bar{C_i}\oplus\bar{C_j}=\dot{C_k}$$

$$P(e>R'errores)=1-\sum_{j=0}^{R}P(j\,errores)$$

$$P(j\,errores)=(P_e)^j(1-P_e)^{n-j}\cdot{}^nC_j \qquad \eta=\frac{R}{C}$$

$$M(x)=m_{k-1}x^{k-1}+\cdots+m_1x+m_0 \qquad w(t)=A\cdot\cos(w_0\cdot t+\varphi_0)$$

$$P(j\,errores)=(P_e)^j(1-P_e)^{n-j}\cdot{}^nC_j$$

$${}^nC_j=\frac{n!}{j!(n-j)!}=\binom{n}{j} \qquad t=\frac{n-k}{2} \qquad C=B\cdot\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

$$\lambda=\frac{c}{f_c} \qquad n=\sqrt{1-\frac{81\cdot N}{f^2}} \qquad d^2+r^2=(r+h)^2 \qquad d^2=2rh+h^2$$

$$P_r=\frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \qquad d=\sqrt{(2\cdot r\cdot h)} \qquad I_j=\log_2\left(\frac{1}{P_j}\right)bits$$

$$H=\sum_{j=1}^{m}P_j\cdot I_j=\sum_{j=1}^{m}P_j\cdot\log_2\left(\frac{1}{P_j}\right)bits \qquad R=\frac{H}{T}bits/s$$

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\prod\left(\frac{t-kT_s}{\tau}\right)$$

LABORATORIO III:

ENVOLVENTE COMPLEJA PARA SEÑAL PASABANDA

• Cualquier forma de onda pasa banda física se representa mediante

(señal pasa banda)

(1) $v(t) = \mathrm{Re}\{ g(t)\, e^{j\omega_c t} \}$ (operador real)

Re( ) parte real, g(t) es la envolvente compleja de v(t) y fc es la frecuencia portadora asociada (en hertz) y $\omega_c = 2\pi f_c$ y fc frecuencia central

(2) $v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)]$ → desface

(3) $v(t) = x(t) \cdot \cos \omega_c t - y(t) \operatorname{sen} \omega_c t$ → numeros reales

(1) y (2) y (3) → (formas de representar una señal pasabanda)

$$\boxed{e^{ix} = \cos(x) + \operatorname{sen}(x)\, i} \rightarrow \text{(numero complejo)}$$

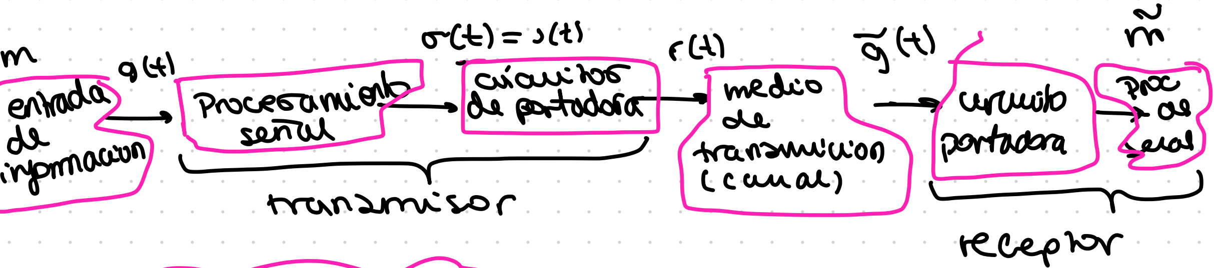
$e^{j} =$

$g(t) = x(t) + y(t)i = |g(t)| \cdot e^{j\angle g(t)} = R(t) \cdot e^{j\omega_c t}$ → envolvente compleja

$x(t) = R(g(t)) \rightarrow P.R = R(t) \cdot \cos(\theta(t))$

$y(t) = J(g(t)) \rightarrow P.I = R(t) \cdot \operatorname{sen}(\theta(t))$

$R(t) = |g(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$ →



$g(t) = g[m(t)]$ → (señal para modular)

→ (señal envolvente compleja modulada).

funcion $g(t)$ → funcion compleja, banda base

$R(t), y(t), x(t)$ → funcion real, banda base

$v(t)$ → funcion real, banda base

- modificando, I y Q, señales en banda base se puede modificar la señal portadora modulada.

- generar señal en fase (I) y en cuadratura (Q), se coloca en USRP sink, (multiplica $I \cdot \cos(x)$ y $Q \cdot \text{sen}(x)$, lo suma y lo coloca en la antena.

- se colocan señales en bandabase en un USRP sink.
- objetivo lab: generar señales en bandabase.