

Pauta guia de ejercicios 1

Manuel Tobar

April 14, 2020

- a) Si se tiene una torre de 100 m de altura, donde se coloca una antena, considerando solamente la curvatura de la tierra en línea de vista, a qué distancia puedo poner un receptor ubicado a 5 m de altura?

Para este ejercicio debemos maximizar la distancia entre dos antenas que están a 100 metros y 5 metros de altura respectivamente. Recordemos que para que dos antenas en línea de vista se vean por sobre el horizonte se debe cumplir:

$$d \leq \sqrt{2rh_1} + \sqrt{2rh_2} \quad (1)$$

Al reemplazar las alturas se obtiene que:

$$d \leq \sqrt{2 * 8497000 * 100} + \sqrt{2 * 8497000 * 5}$$

$$d \leq 41223.7795 + 9217.9173$$

$$d \leq 50441.6969$$

Por lo tanto la distancia máxima que pueden estar las dos antenas es de aproximadamente 50.5 km.

b) Defina dos alturas a las que hay que colocar antenas para obtener una distancia de 30 km sólo considerando la curvatura de la tierra.

Muy similar a la pregunta anterior tenemos que buscar una altura que permita cubrir como mínimo 30 km. Para ello trabajemos un poco la ecuación de cobertura de una antena:

$$d \leq \sqrt{2rh}$$

$$d^2 \leq 2rh$$

$$\frac{d^2}{2r} \leq h$$

Reemplazando los valores se obtiene:

$$\frac{30000^2}{2 * 8497000} \leq h$$

$$52.95 \leq h$$

Por lo tanto cualquier antena que este a una altura igual o superior a 52.95 metros es capaz de cubrir una distancia de 30 km.

- c) El transmisor de un canal de TV (175.25 MHz, canal 7) tiene de potencia de salida 10 KW. Su antena está colocada sobre el Cerro San Cristóbal, ubicado a 300 m por sobre el nivel de Santiago. Suponiendo que no existen obstáculos (otros cerros, edificios, etc) y tomando en cuenta que la sensibilidad de un receptor es de 4 μ W; calcule la distancia máxima a la que puedo recibir señal. Suponga ganancia de antena unitaria para transmisor y receptor.

Para poder resolver este problema debemos recordar que la cantidad de potencia que recibe una antena receptora esta definida como:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \quad (2)$$

Además recordemos que para que se reciba correctamente la señal se debe cumplir que $P_t > \text{Sensibilidad}$. Como se busca maximizar la distancia mientras se mantiene la recepción de la señal entonces la ecuación 2 queda:

$$\begin{aligned} S &< \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \\ S(4\pi d)^2 &< P_t G_t G_r \lambda^2 \\ (4\pi d)^2 &< \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{S} \\ 4\pi d &< \sqrt{\frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{S}} \\ d &< \frac{\sqrt{\frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{S}}}{4\pi} \end{aligned}$$

Como la ganancias son unitarias (1 dB), al convertirlas a Watts se obtiene 1 W. La longitud de onda es calculada como $\lambda = c/f$, al reemplazar los valores se obtiene $\lambda = 1.71$ metros.

Al reemplazar todos los valores se obtiene:

$$\begin{aligned} d &< \frac{\sqrt{\frac{10000*1*1*1.71^2}{4*10^{-6}}}}{4\pi} \\ d &< \frac{\sqrt{\frac{29241}{4*10^{-6}}}}{4\pi} \\ d &< \frac{\sqrt{7310250000}}{4\pi} \\ d &< \frac{85500}{4\pi} \\ d &< 6803.87 \end{aligned}$$

Por lo tanto la distancia máxima debe ser aproximadamente 6.8 km.

Recordatorio: Siempre revisar cuanto es capaz de cubrir la antena

- d) Defina las potencias que debo utilizar para transmitir desde el Cerro San Cristóbal en los canales 60, 13 y 4 según el sitio [Frecuencias en Wikipedia](#) si tengo en el receptor una sensibilidad de $2 \mu\text{W}$ y quiero tener cobertura hasta Buin. Suponga ganancia de antena unitaria para transmisor y receptor.

Esta pregunta requiere un poco de investigación para obtener los datos necesarios, partiremos con las frecuencias de cada canal:

Canal	Frecuencia de vídeo
4	61.75 MHz
13	214.75 MHz
60	783.25 MHz

Table 1: Frecuencias por canal usando el estándar de Reino Unido

También necesitamos la distancia entre el Cerro San Cristóbal y Buin. Para ello usaremos la herramienta de Google para calcular la distancia que resulta en aproximadamente 36.18 km.

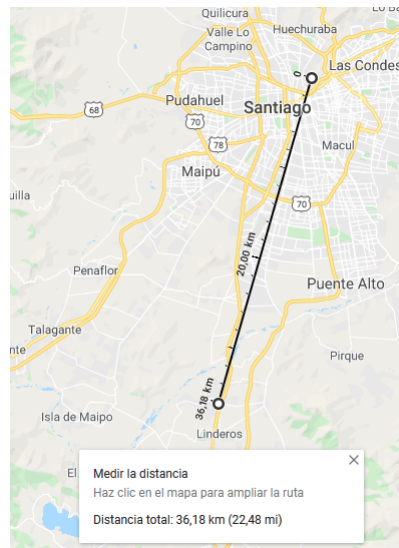


Figure 1: Distancia entre el Cerro San Cristóbal y Buin

Con todos los datos ya obtenidos se puede empezar a ver la posibilidad del enlace, para ello primero hay que confirmar que ambas antenas se puedan ver por sobre el horizontes. Para poder usar la ecuación 1 primero debemos saber sus alturas, buscando en Google la altitud de ambos puntos se obtiene que:

Lugar	Altitud
Cerro San Cristóbal	845 m
Buín	483 m

Table 2: Altitud de ambos puntos

Si tomamos la altitud relativa usando a Buin como referencia se obtiene que la antena en el Cerro San Cristóbal esta a una altura de 362 metros.

Al reemplazar los valores en la ecuación 1:

$$d \leq \sqrt{2 * 8497000 * 362} + \sqrt{2 * 8497000 * 0}$$

$$d \leq 78433.58$$

Como la distancia requerida es cubierta por ambas antenas, el enlace es posible por distancia. Ahora se requiere determinar la potencias necesarias para transmitir en las frecuencias dictadas en 1. Para ello despejamos la potencia de transmisión de la ecuación 2:

$$S < \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2}$$

$$S(4\pi d)^2 < P_t G_t G_r \lambda^2$$

$$\frac{S(4\pi d)^2}{G_t G_r \lambda^2} < P_t$$

Reemplazando los valores se obtiene:

$$\frac{(2 * 10^{-6})(4 * \pi * 36180)^2}{1 * 1 * \lambda^2} < P_t$$

$$\frac{413415.58}{\lambda^2} < P_t$$

La cantidad mínima de potencia de transmisión para que se pueda hacer el enlace aumentara a medida que aumente la frecuencia por lo que para cada frecuencia en la tabla 1:

Canal	Frecuencia	Longitud de Onda	Potencia de transmisión
4	61.75 MHz	4.85 m	17.57 KW
13	214.75 MHz	1.39 m	213.97 KW
60	783.25 MHz	0.38 m	2.86 MW

- e) Establezca la frecuencia a la que debería transmitir para crear un enlace entre Rancagua y Curicó utilizando un transmisor de 1 KW, y un receptor cuya sensibilidad es de $10 \mu\text{W}$, colocando ambas antenas a 100 m de altura. Suponga ganancia de antena unitaria para transmisor y receptor.

En este ejercicio se asumirá que ambas antenas se pueden ver por sobre el horizonte.

Al igual que en el ejercicio anterior debemos buscar la distancia entre Rancagua y Curicó, esta resulta ser aproximadamente 98.96 km.

Usando la ecuación 2 se busca despejar el λ para determinar la frecuencia.

$$S < \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2}$$

$$S(4\pi d)^2 < P_t G_t G_r \lambda^2$$

$$\frac{S(4\pi d)^2}{P_t G_t G_r} < \lambda^2$$

$$\sqrt{\frac{S(4\pi d)^2}{P_t G_t G_r}} < \lambda$$

Reemplazando los valores se obtiene:

$$\sqrt{\frac{(10 * 10^{-6}) * (4 * \pi * 98960)^2}{1000 * 1 * 1}} < \lambda$$

$$\sqrt{\frac{15464614.6}{1000}} < \lambda$$

$$\sqrt{15464.6146} < \lambda$$

$$124.35 < \lambda$$

Para que el enlace exista, la longitud de onda de la señal debe ser mayor que 124.35 metros. La frecuencia que tiene esa longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{3 * 10^8}{124.35}$$

$$f = 2412545.24$$

Recordemos que la longitud de onda decrece a medida que aumenta la frecuencia, por lo tanto la frecuencia de transmisión debe ser menor a aproximadamente 2.41 MHz.

f) **Proponga una solución al problema e) con uno o varios repetidores de manera de utilizar antenas parabólicas y ganancias de antena de hasta 10 veces.**

Una posible solución sería poner un repetidor a mitad de camino entre los dos puntos originales, esto nos permite disminuir la distancia a cubrir en la mitad. Además con las nuevas antenas tenemos una ganancia de 10 dBW que equivalen a 10 Watts.

Por lo tanto nuestra nueva longitud de onda es:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{(10 * 10^{-6}) * (4 * \pi * 49840)^2}{1000 * 10 * 10}} &< \lambda \\ \sqrt{\frac{3922616}{100000}} &< \lambda \\ \sqrt{39.22} &< \lambda \\ 6.26 &< \lambda \end{aligned}$$

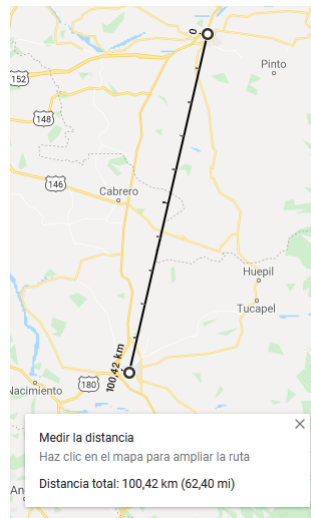
La nueva frecuencia de tope es:

$$\begin{aligned} f &= \frac{c}{\lambda} \\ f &= \frac{3 * 10^8}{6.26} \\ f &= 47923322.7 \end{aligned}$$

Aproximadamente la frecuencia debe ser menor a 47.92 MHz

- g) A Ud. le encarga una conocida compañía de telecomunicaciones presupuestar un enlace entre Chillán y Los Ángeles. Como buen/a Ingeniero/a, toma un mapa, calcula las distancias, y observa las limitaciones: Los transmisores de los que dispone tienen especificada una potencia máxima de salida de 20 dBW, y una sensibilidad de recepción mínima de -70 dBm, en un canal licenciado de 180 MHz. Como sabe que no tiene que tener obstáculos, busca las mayores elevaciones para colocar las torres para las antenas. Proponga una solución.

Para proponer una solución se debe obtener la distancia entre ambas ciudades. Usando Google se obtiene que hay una distancia de 100.42 km entre ambas ciudades.



Vamos a probar una solución en la cual no se utilizan repetidores y con antenas de ganancia unitaria.

Lo primero que vamos a calcular será una altura en que las antenas se puedan ver por sobre el horizonte para ello cada antena debe cubrir como mínimo la mitad de la distancia total. Usando la ecuación de cobertura de una antena se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 d &= \sqrt{2rh} \\
 d^2 &= 2rh \\
 \frac{d^2}{2r} &= h \\
 \frac{50210^2}{2 * 8497000} &= h \\
 148.34 &= h
 \end{aligned}$$

Nuestra propuesta será conservadora y vamos a colocar nuestras antenas con una altura de 150 metros. Ahora veamos si es posible el enlace con ganancias unitarias, pero antes debemos hacer algunas conversiones:

- $P_t = 20 \text{ dBW} \Rightarrow 10^{(20/10)} = 10^2 = 100 \text{ W}$
- $S = -70 \text{ dBm} \Rightarrow 10^{(-70/10)} = 10^{-7} \text{ mW} = 10^{-10} \text{ W}$

Al reemplazar los valores, nuestra potencia de recepción es:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2}$$

$$P_r = \frac{100 * 1 * 1 * (1.66)^2}{(4 * \pi * 50210)^2}$$

$$P_r = \frac{275.56}{3.98 * 10^{11}}$$

$$P_r = 6.92 * 10^{-10}$$

Como $P_r > S$, entonces se puede distinguir la señal del ruido y el enlace es posible. Al cumplirse los dos requerimientos, que las antenas se vean por sobre el horizonte y que la señal se distinga del ruido, la propuesta es válida.

Pueden intentar con diferentes ganancias y cantidad diferentes de antenas en distintas posiciones.