# Homotopiczna teoria typów

Zeimer

13 stycznia 2019

1 O co chodzi

## Odległe związki

- Homotopiczna teoria typów to połączenie teorii homotopii i teorii typów.
- Teorii typów nie trzeba nikomu przedstawiać.
- Teoria homotopii... TODO.

### Po co HoTT? 1

- HoTT jest też pomysłem na nowe podstawy matematyki (foundations of mathematics).
- Jest teorią typów, więc świetnie nadaje się do formalizacji za pomocą komputerów, czego nie można powiedzieć o teorii zbiorów.
- Jest syntetyczną teorią homotopii, co pozwala łatwo formalizować całkiem ezoteryczną matematykę.
- Jest konstruktywna, co powinno podobać się konstruktywistom. Co więcej, dzięki wyższym typom induktywnym pozwala na konstruktywne rozwiązanie problemów, które dotąd wymagały podejścia klasycznego.

### Po co HoTT? 2

- Dopuszcza niektóre klasyczne aksjomaty, co powinno przypaść do gusty klasykom.
- Jednocześnie podaje dobre filozoficzne podstawy (i formalne doowdy), by niektóre inne klasyczne aksjomaty odrzucić.
- Z trzeciej strony, pozwala wyrazić w teorii typów niektóre klasyczne aksjomaty, których dotychczas wyrazić nie było można (np. aksjomat wyboru).

#### Theorem

```
\prod (A:\mathcal{U})(B:A\to\mathcal{U})(R:\Pi x:A,B\;x\to\mathcal{U}),
```

 $\left(\prod x:A,\sum y:B\ x,R\ x\ y\right)\to$ 

 $\sum f: (\Pi x: A, Bx), \Pi x: A, R \times (f \times f)$ 

### Pomysły

- O co chodzi z teorią homotopii i topologią algebraiczną?
  Grupa podstawowa okręgu.
- Hierarchia n-typów: unit, funkcje sortujące, pusty, zbiory, grupoidy, okrąg, uniwersum.

•

### wut