

# 4. Logik 1

17 juli

**Definition.** — **Påstående.** Ett påstående i logiken är något som antingen är sant eller falskt.

**Definition.** — **Negation.** Negationen till ett påstående är falskt när det ursprungliga påståendet är sant och vice versa. Negationen blir alltså ett eget påstående.

**Definition.** — **Konjunktion.** En konjunktion sätter ihop två påståenden och skapar ett nytt. Några vanliga är:

- “och” - Som är sann om alla påståendena är sanna
- “eller” - Som är sann om något av påståendena är sanna
- “antingen eller” - Som är sann om exakt ett av påståendena är sanna

1. Är dessa påståenden?

1. Cirklar har inga hörn och kvadrater har 3 hörn
2. 1, 2, 3, 4 och några andra tal
3. Antingen är Python ett programmeringsspråk eller så är Java det

2. Är dessa påståenden sanna eller falska?

1. Man ska vara på sitt rum vid 22:00 och frukost finns från 07:00
2. Mattekollo är inte i september eller oktober
3. Påståenden är antingen sanna eller falska

3. Skriv ner ett påståenden som du inte vet om det är sant eller falskt.

4. Vad är negationen till “Fredrik älskar alla robotar”?

5. Kan man använda färre “inte”? Påståenden är samma om de alltid är sanna samtidigt.

1. Det finns inga brädspel som Valentina inte älskar
2. Inte alla jämna tal delas inte av tre
3.  $x \neq 2$  och  $x \geq 2$

6. Kan man förenkla dessa påståenden?

1.  $x$  är större än 2 eller mindre än -2 och definitivt större än 3
2. Mattekollo hålls antingen i Linköping eller någon annanstans i Sverige
7. Är negationen till "Idag är tisdag och klockan är efter 8:00" att "Idag är inte tisdag och klockan är före 8:00"?
8. Vad är påståendet som bestämmer om du tror att du kommer gilla ett brädspel? Lägg till minst en av varje konjunktion!
9. — **Extra.** Det finns två till vanliga konjunktioner, "om" och "om och endast om". När borde dessa konjunktioner vara sanna? Vad låter rimligt? Är dessa påståenden sanna?
  1. Om ett tal är delbar på 6 är det delbart med 2 och 3
  2. Om det är mattekollo är det sommarlov
  3. Om och endast om det regnar ska man använda paraply
10. — **Extra.** Är "Denna mening är falsk" ett påstående?
11. — **Extra.** Om vi har två påståenden, vilka är alla kombinationer av sant och falskt? När är konjunktionen "och" sann?
12. — **Extra.** För att göra logik lättare att skriva kan man använda symboler istället. Då brukar man skriva påståenden som en bokstav, till exempel kan man låta  $A$  vara påståendet "Det är söndag". Sedan kan man ersätta "inte" med  $\neg$ , "och" med  $\wedge$  och "eller" med  $\vee$ . Prova att skriva några påståenden med dessa symboler.

## 5. Logik 2

18 juli

**Definition. — Slutledning.** En slutledning innebär att man vet att ett påstående, konsekvensen, är sant om ett annat påstående, villkoret, är sant. Slutledningen i sig är falsk bara om villkoret är sant men inte konsekvensen.

**Definition. — Sanningstabell.** En sanningstabell berättar exakt när ett påstående är sant. Varje rad motsvarar ett fall och varje kolumn ett påstående. De kan till exempel se ut såhär:

“Det regnar”	“William är inne”	“William är inne om det regnar”
F	F	S
F	S	S
S	F	F
S	S	S

1. Varför är slutledningen “Det är sommarlov om det är mattekollo” sann även under sportlovet?

2. Är slutledningarna garanterat sanna?

- Eftersom Julia är en ledare på mattekollo och Julia tycker om astronomi finns det ledare på mattekollo som gillar astronomi.
- Eftersom Harry gillar schack och schack är ett brädspel gillar Harry alla brädspel.

3. Vad är sanningstabellen för “Antingen är det lektioner eller så är det (frukost eller lunch)”?

4. Vilket påstående har sanningstabellen

“Påståendet är sant”	“Påståendet är falskt”	???
F	F	F
F	S	S
S	F	S
S	S	F

**Notera!** Människor talar alltid sanning och varulvar ljuger alltid!

5. Efter en fullmåne under mattekollo inser du att några av ledarna är varulvar! Du träffar Lisa och Sebastian. Sebastian påstår att de båda är människor, men Lisa påstår att Sebastian är en varulv? Vem är vad, och varför?

6. Du springer vidare och träffar Erik och Tobias. Erik säger att man stoppar ledare från att vara varulvar genom att ge dem kaffe. Tobias påstår att Erik är en varulv om och endast om han själv är det.

Skapa en sanningstabell med påståendena "Erik är människa" "Tobias är människa" "Erik talar sanning" "Tobias talar sanning" "Människor talar alltid sanning, varulvar ljugar alltid". Kan denna berätta vem som är vad? Är kaffe räddningen?

7. På väg in i köket möter du Harry, Elias, och William. Du tycker dig höra Harry säga "Elias är varulv", Elias säga "William är varulv" och William säga "Harry är varulv". Kan du ha hört rätt?

8. — **Extra.** Du stöter på Julia. Hon håller två kaffepaket, ett smakar gått och ett dåligt, men du vet inte vilket som är vilket. Du får ställa en fråga för att lista ut vilket kaffepaket du ska ta. Vilken fråga?

9. Är påståendet "Benjamin är varulv och Valentina är Varulv" negationen till "Benjamin är människa eller Valentina är människa"? Två påståenden är samma om de har samma sanningstabell.

10. Innan du hinner sätta igång kaffemaskinen kommer de sista mattekollo ledarna fram. Fredrik säger "Alla mattekollo ledare dricker kaffe" medan Kevin säger att "William dricker inte Kaffe". Kan båda vara varulvar? Är det rimligt att ställa upp en sanningstabell där man undersöker varje ledares kaffe vanor individuellt?

11. — **Extra.** När dagen är räddad och alla ledare återigen är lika snälla som de brukar börjar lektionerna igen, Yay!. Du bes visa att En sats, kan vi bevisa den? Vilka är de tydliga stegen och implikationerna. De ber dig bevisa att TODO

## 6. Logik 3

19 juli

### 6.1 Mängdlära

**Definition.** — **Mängd.** En mängd är en samling element där ordning och antal inte spelar någon roll. Dessa element kan vara vad som helst till exempel färgen blå eller talet 2

Man kan definiera en mängd antingen genom att lista upp dess element inom måsvingar, till exempel {flygplan, hatt, pannkaka}, eller genom en regel för elementen, till exempel mängden av alla färger.

**Definition.** — **Mängdoperationer.** En mängdoperator tar en eller flera mängder och skapar en ny. Några av de vanligaste är

Operation	Symbol	Innehåller alla element som
Union	$A \cup B$	Är i A eller B
Snitt	$A \cap B$	Är i A och B
Komplement	$A^C$	Inte är i A

Notera! Komplement fungerar bara om det finns universalmängd som berättar vad alla relevanta element är, den är oftast intuitiv.

1. Är {1, 2, 3} samma som {3, 1, 1, 2}?
2. Är {blå, röd} samma som {blå, {röd}}?
3. Skriv upp mängden av alla heltal  $x$  som uppfyller påståendet " $x > 2$  och  $x < 5$ ".
4. Om universalmängden är {Mattekollo, UVS och Kodsport}, vad blir då:

1. {Mattekollo, Kodsport}  $\cup$  {Kodsport}
2. {UVS, Mattekollo}<sup>C</sup>
3. {Mattekollo, UVS}  $\cap$  {UVS, Kodsport}  $\cap$  {Kodsport, Mattekollo}

OBS! UVS = Ung Vetenskapssport.

5. Vi har mängden av alla heltal som är delbara med 7. Vad blir dess komplement? (Universalmängden är alla heltal)
6. Du har mängden av alla tidigare mattekollo deltagare  $X$  och mängden av alla mattekollo ledare  $Y$ . Hur skapar man mängden av alla mattekollo ledare som tidigare varit deltagare?

7. Vi har mängden  $A$  vars element uppfyller påståendet "Elementet är rött" och  $B$  vars element uppfyller påståendet "Elementet är ett klädesplagg". Vilket påstående uppfyller deras snitt?

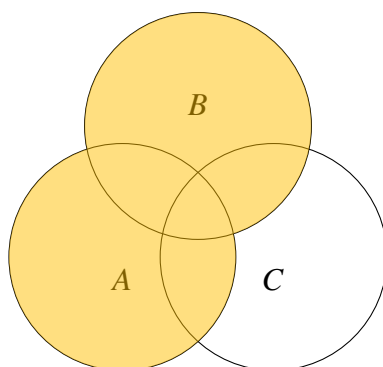
8. Finns det en koppling mellan mängdoperationerna och påståendet deras element uppfyller? Dessa beror kanske särskilt på de logiska konjunktionerna?

9. Stämmer det att  $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$  för alla mängder  $A, B, C$ ? Använd en sanningstabell!

10. — **Extra.** Det är 9 dagar på Mattekollo, 7 dagar har lektioner, 2 är måndagar, och en är varken måndag eller har lektioner. Hur många måndagar har lektioner? Hur många element uppfyller påståendet?

11. — **Extra.** Hur många element är i  $(A \cup B) \cap C$  om  $A$  = mängden av alla tal delbara på 2,  $B$  = mängden av alla tal delbara med 5 och  $C$  = mängden av alla tal från 0 till 100.

12. Ett Venndiagram används illustrerar hur mängder hör ihop. Varje mängd ritas som en cirkel så att de överlappar i om mängderna har något element gemensamt om mängderna har något element gemensamt. Sedan färgar man i den mängd man menar. Till blir venndiagrammet för mängden  $A \cup B$

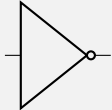


Rita ett venndiagram för  $(A \cap B) \cup C$ . Kan man visa uppgift 9 med dessa?

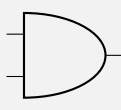
## 7. Logik 4

20 juli

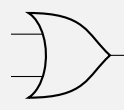
**Definition.** — **Krets.** En logisk krets är ett annat sätt att visualisera logiska påståenden. Påståendena beror på några variabler  $x_1, x_2, \dots, x_n$  och använder konjunktioner och negationer för att skapa ett nytt påstående. Noderna är



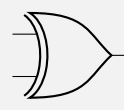
“inte”



“och”



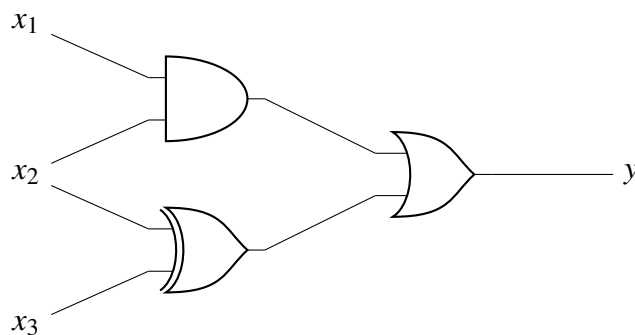
“eller”



“antingen eller”

och de kopplas ihop genom att dra en linje från den högra outputen på en nod till den vänstra inputen.

1. När är följande krets sann?



2. Rita upp en egen krets för påståendet

$$(A \wedge \neg B) \vee ((A \wedge \neg B) \vee B).$$

Obs! Man kan använda samma output på flera inputs!

3. I en masugn måste man bestämma huruvida värmen ska vara på eller av. I en förenklad model säger vi att värmen ska vara på om temperaturen är under  $1000^\circ$  eller om den är inställd på “maximal effekt”. Så klart måste värmen vara avstängd om “Nödstopp” knappen är av. Skapa en logisk krets för detta.

### Att bygga en miniräknare

4. Ställ upp dessa additioner med binära tal:

- $1_2 + 10_2$
- $101_2 + 1010_2$
- $111_2 + 1_2$

Vi vill addera två binära tal  $x$  och  $y$  till  $z$ . Låt  $x_i$  vara påståendet "Den  $i$ :te siffran i  $x$  är  $i$ " och samma för  $y$  och  $z$ .

5. Bestäm  $z_1$  givet  $x_1, y_1$  med en sanningstabell och sedan logisk krets. Bestäm även om en etta "bärs över" till nästa siffra.

6. Bestäm  $z_n$  och huruvida en etta "bärs över" till nästa siffra givet  $x_n, y_n$  samt om en bars över från det lägre talet.

7. Skapa en symbol för din tidigare krets, en förkortning där bara input och output syns men logiken blir samma som tidigare. Sätt ihop dessa till att kunna beräkna addition av två fyra bitars tal.

8. Skapa nu en symbol för hela additions kretsen. Kan man skapa en krets som givet en input, en inställning, antingen ger summan av talen eller bitvis xor, till exempel  $x_3$  och  $y_3$  ger xor till  $z_3$ .

9. — **Extra.** Hittills har vi bara jobbat med positiva tal, men hur gör man med negativa tal? En tanke var att ha en extra bit (sann eller falsk) som säger om det är positivt eller negativt, men dettavar jobbigt att räkna med. Ett alternativ var att använda modulo.

Låt oss räkna med max 4 siffror. Om vi skulle behöva en femte kastar vi den. Liknar detta att räkna i modulo 16? Vad händer om vi skulle se på 15 som -1, 14 som -2 ...? Prova att ställa upp!

## 7.1 Extra

10. — **Extra.**