

Zadanie 5 (sterowanie optymalne).

Dana jest transmitancja $G(z)$ pewnego układu dyskretnoczasowego.

1. Znaleźć model stanowy (np. wyznaczając graf na podstawie transmitancji, a następnie model stanowy na podstawie grafu).

Podpowiedź. Dla transmitancji:

$$G(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (1)$$

przykładowy model stanowy ma postać

$$\begin{aligned} x[n+1] &= Ax[n] + Bu[n] \\ y[n] &= Cx[n] + Du[n] \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie macierze

$$A = \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1 \quad 1] \quad D = 0 \quad (3)$$

2. Korzystając z modelu stanowego znaleźć (pokazać na wykresie) odpowiedź skokową układu (czyli $y[n]$, przy $x[0] = 0$ oraz $u[n] \equiv 1$ dla $n = 0, 1, 2, \dots$). Czy układ jest stabilny?
3. Zaimplementować dyskretnoczasowy sterownik optymalny LQR ze sprzężeniem od stanu (wykład 6). Jako macierz Q przyjąć $c_1 * I$, natomiast jako R przyjąć c_2 , gdzie c_1 i c_2 to pewne stałe, natomiast I to macierz jednostkowa o odpowiednim wymiarze. Następnie wyznaczyć macierz P będącą rozwiązaniem dyskretnoczasowego równania Riccatiego korzystając np. z metody iteracyjnego poddawiania ($P_{\text{krok następny}} = \text{funkcja}(P_{\text{krok poprzedni}}$)).
4. Przedstawić odpowiedź skokową układu wraz ze sterownikiem (w przypadku sprzężenia od stanu sterownik modyfikuje macierz A układu na $A_{\text{nowe}} = A - B * F$). Na tym samym wykresie przedstawić sygnał sterujący $u[n]$. Jaki wpływ na odpowiedź układu oraz na sygnał sterujący ma dobór stałych c_1 i c_2 ?

Transmitancje:

- | | | |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1. $\frac{z^2+z+1}{z^3-2.55z^2+1.175z-0.15}$ | 9. $\frac{z^2+z+1}{z^3-2.8z^2+1.75z-0.3}$ | 17. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.05z^2+2.325z-0.45}$ |
| 2. $\frac{z^2+z+1}{z^3-2.7z^2+1.8z-0.25}$ | 10. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.1z^2+2.5z-0.6}$ | 18. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.2z^2+2.725z-0.65}$ |
| 3. $\frac{z^2+z+1}{z^3-2.85z^2+1.85z-0.3}$ | 11. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.4z^2+3.25z-0.9}$ | 19. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.35z^2+3.15z-0.9}$ |
| 4. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.15z^2+2.525z-0.45}$ | 12. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.5z^2+3.4z-0.6}$ | 20. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.65z^2+3.975z-1.35}$ |
| 5. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.35z^2+2.925z-0.65}$ | 13. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.8z^2+2.55z-0.45}$ | 21. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.05z^2+3.375z-0.675}$ |
| 6. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.55z^2+1.725z-0.225}$ | 14. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.1z^2+3.6z-0.9}$ | 22. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.15z^2+3.95z-1.05}$ |
| 7. $\frac{z^2+z+1}{z^3-3.85z^2+2.7z-0.45}$ | 15. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.25z^2+4.05z-1.2}$ | 23. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.35z^2+4.5z-1.35}$ |
| 8. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.15z^2+3.675z-0.675}$ | 16. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.4z^2+4.65z-1.35}$ | 24. $\frac{z^2+z+1}{z^3-4.65z^2+5.625z-2.025}$ |