Departamento de Métodos Estatísticos - UFRJ
Introdução à Estatística - 2025.1
Prof. Widemberg S. Nobre

---

1. Uma fábrica de brinquedos produz seus brinquedos com três máquinas: A, B e C. Da produção total, 50% é produzida pela máquina A, 30% pela máquina B e 20% pela máquina C. Estatísticas anteriores mostram que 4% dos brinquedos produzidos pela máquina A são defeituosos, 2% dos brinquedos produzidos pela máquina B são defeituosos e 4% dos brinquedos produzidos pela máquina C são defeituosos.

   a) Qual é a probabilidade de que um brinquedo selecionado aleatoriamente seja defeituoso? (1,25 pontos)
   b) Se um brinquedo selecionado aleatoriamente for encontrado com defeito, qual é a probabilidade de que ele tenha sido produzido pela máquina A? (1,25 pontos)

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição Poisson(λ), isto é,

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \cdots$$

   Faça o que se pede.

   a) Suponha $\lambda = 1$ e calcule $P(X \geq 3)$. (1 ponto)
   b) Suponha $\lambda = 1$ e calcule $P(X \text{ ser par})$. (1 ponto)
   c) A função geradora de momentos (FGM) é definida como

$$E(e^{tX}) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} P(X = x),\ t \in \mathbb{R}.$$

   Calcule a FGM da distribuição Poisson para um λ arbitrário. (0,5 ponto)

   Dica: Assuma $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{a^i}{i!} = e^a$, para $a \in \mathbb{R}$.

3. Considere que a variável aleatória, X: total reivindicado em uma carteira de seguros, possui a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2x}{1000^2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1000 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

   Suponha que a companhia de seguros, que lida com essas reivindicações, firmou um tratado de resseguro de *excesso de perdas* com uma resseguradora, de modo que sempre que a representação exceder a $M = 900$, a resseguradora paga uma parcela de $P = 600$.

   a) Obtenha a distribuição de probabilidade da variável aleatória Y: valor pago pela resseguradora (1,5 pontos) e calcule $E(Y)$. (0,5 ponto)
   b) Defina Z: valor pago pela companhia de seguros. Calcule $P(Z > 300|X > 900)$. (0,5 ponto)

4. Considere a seguinte a distribuição conjunta

X \ Y	-1	0	1
-1	1/5	0	1/5
0	0	1/5	0
1	1/5	0	1/5

   a) Calcule E(X) e E(Y). (1 ponto)
   b) Calcule o coeficiente de correlação linear entre X e Y. (1 ponto)
   c) X e Y são independentes? (0,5 ponto)