Lista de Exercícios
Prof. Widemberg Nobre

1. Seja X uma variável aleatória discreta, cuja função distribuição de probabilidade é dado por
$$P(X=-\theta)=P(X=\theta)=1/2, \quad \theta>0 \text{ constante}$$
   a) Descreva o conjunto χ de possíveis valores de X
   b) Qual a probabilidade de X ser positivo?
   c) Obtenha $E(X)$ e $Var(X)$.

2. De um lote com 5 peças, exatamente 3 são defeituosas. Considere que 2 peças sejam escolhidas ao acaso. Seja X o número de peças defeituosas encontradas. Obtenha a distribuição de probabilidade de X, quando as peças forem escolhidas com reposição. Obtenha $E(X)$ e $Var(X)$

3. Suponha que o número de pacientes (em dezenas) atendidos por um hospital durante a madrugada tenha distribuição Poisson com taxa $\lambda=\log(2)$. O corpo de profissionais do hospital atende, com padrão de qualidade desejado, até 1 (uma) dezena de pacientes.
   a) Calcule a probabilidade do serviço prestado não ter o padrão de qualidade desejado.
   b) Existe uma proposta de ampliação do serviço hospitalar. Um conselho indica que a ampliação do serviço será feita somente se, em uma dada semana (7 dias), o número médio de dias com serviço prestado de forma indesejada superar 2 (dois) dias. Qual a sua avaliação sobre a ampliação do serviço hospitalar? Assuma que o número de pacientes atendidos é independente do dia da semana.

4. Suponha que X é uma variável aleatória contínua com função densidade
$$f_X(x)=\begin{cases} c(4x-2x^2),\ x\in(0,2) \\ 0, \text{ caso contrário}\end{cases}$$
   a) Qual o valor de c?
   b) Calcule $P(X>1)$

5. A variável aleatória X, associada ao tempo de vida de um certo tipo de eletrônico (medido em horas), tem função densidade dada por
$$f_X(x)=\begin{cases} 10/x^2, & x>10 \\ 0, & \text{caso contrário}\end{cases}$$
   a) Encontre a função de distribuição acumulada de X
   b) Calcule $P(X>20)$
   c) Qual a probabilidade que, de seis unidades, ao menos 3 continue funcionando por ao menos 15 horas? Qual(is) suposição(ões) você está assumindo?

6. Seja X uma variável aleatória cuja função de probabilidade é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda^{-1}\exp(-x/\lambda),\ x > 0 \\ 0,\ \text{caso contrário} \end{cases}$$

Obtenha:

a) $F_X(x) = P(X \leq x)$

b) $E(X)$

c) $Var(X)$

7. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} c(2+x),\ x \in (-2, 2) \\ 0,\ \text{caso contrário} \end{cases}$$

a) Encontre o valor de c

b) Obtenha a função de distribuição acumulada de X

c) Calcule $P(X > 0)$

d) Obtenha o valor de k tal que $P(X > k) = 0,10$

8. Considere que a variável aleatória, X: total reivindicado em uma carteira de seguros, possui a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2x}{1000^2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1000 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Suponha que a companhia de seguros, que lida com essas reivindicações, firmou um tratado de resseguro de *excesso de perdas* com uma resseguradora, de modo que sempre que a representação exceder a $M = 800$, a resseguradora paga uma parcela de $P = 400$. Obtenha a distribuição de probabilidade da variável aleatória Y: valor pago pela resseguradora. Obtenha $E(Y)$ e $Var(Y)$.