

基于定点数计算的永磁同步电机矢量控制系统误差的分析

谢静仁

摘要：本文根据永磁同步电机的矢量控制，将连续域的传递函数转换成离散域的差分方程，对定点数的计算产生的误差和系统稳定性进行了分析，并采用 MATLAB 进行仿真验证。该仿真计算方程的边界来防止计算溢出，从而保证了控制系统的稳定性；考虑采用数字表达的精度，补偿静态误差，提高控制系统的计算精度。仿真结果表明通过找到控制系统的边界，从而为鲁棒性强的控制系统设计提供了基础依据。

关键词：定点数计算；矢量控制；永磁同步电机；系统误差分析

Field-oriented Control System Error Analysis of PMSM Based on Fixed-point Number Representation

Abstract: Error analysis of fixed-point computation and system stability is presented in the paper, by transforming the transfer function in continuous domain into difference equation in discrete domain, according to the field-oriented control of PMSM. The theoretical analysis is validated by MATLAB simulation. The simulation is to compute the bounds of the difference equation to avoid overflow thus ensuring the stability of the control system; considering the precision of the number representation to compensate for the static error due to computation raised, it can improve the computation precision of the control system. The results show that it can provide the basis for robust control system design by finding the bounds of the control system.

Keywords: Fixed-Point Computation; Field Oriented Control; PMSM; System Error Analysis

1. 引言

永磁同步电机因本身具有功率效率高以及功率因数高，结构简单、体积小、噪声小等特点，在工业上被广泛使用。目前，无速度传感器矢量[1-3]控制是很受欢迎和常用的方法。无速度传感器的矢量控制的主要问题在于对速度和位置的准确估计[4]。大多数的工业上电机的矢量控制都是基于 s 传递函数的连续域的仿真验证，尤其采用 simulink 对电机控制进行仿真和验证。该理论验证适用于浮点数的计算控制，不适用于整数的计算控制。所以本文针对离散域的电机矢量控制进行出发，对控制系统的计算溢出和误差进行了分析，从而解决了电机控制计算溢出的问题，同时提高了系统的稳定性。本文

也对经典的锁相环估计速度和位置方法[3-4]的数值计算进行了误差分析。

2. 控制系统分析

2.1 永磁同步电机数学模型

永磁同步电机是一个非线性系统，具有多变量、强耦合的特点。基于以下假设

- 1) 忽略铁芯饱和，不计涡流和磁滞损耗；
- 2) 忽略换相过程中的电枢反应；
- 3) 转子上无阻尼绕组，永磁体无阻尼作用；
- 4) 永磁体产生的磁场和三相绕组产生的感应磁场呈正弦分布；
- 5) 定子绕组电流在气隙中只产生正弦分布的磁

$$0 \leq \frac{A\sqrt{m^2+n^2}}{\sqrt{3}} \leq 32767 \quad (16)$$

根据公式 (13) ~ (16)，可以对幅值 A 进行限幅，从而避免了在计算过程中幅值溢出的问题。理论上 φ 的取值为 120° ，考虑到实际会有偏差，给定为 $\pm 10^\circ$ ，打印 $\sqrt{\frac{m^2+n^2}{3}}$ 和 φ_1 的曲线，如图 2。从图 2 可以看出，此时的最大值为 1.1 左右。该曲线可以为计算是提供边界计算依据。

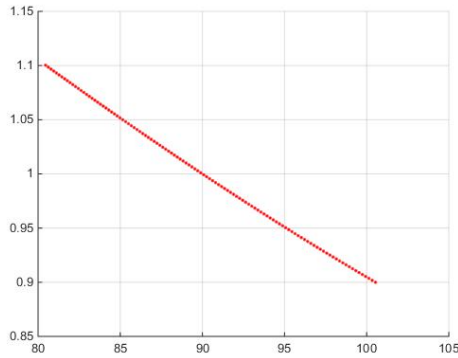


图 2 $\sqrt{\frac{m^2+n^2}{3}}$ 和 φ_1 的曲线

采用 Park 变换将 $\alpha\beta$ 轴上的电流转换到同步旋转坐标上，便于进一步对电流的矢量控制。

$$i_d = i_\alpha \cos \theta + i_\beta \sin \theta \quad (17)$$

$$i_q = -i_\alpha \sin \theta + i_\beta \cos \theta \quad (18)$$

假设估计出来转子的位置是 $\theta = \omega t$ ，那么

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \sin(\omega t) \\ A_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 - \sin \varphi_1) & -\frac{1}{2} \cos \varphi_1 \\ \frac{1}{2} \cos \varphi_1 & \frac{1}{2}(1 - \sin \varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \sin(2\omega t) \\ A_1 \cos(2\omega t) \end{bmatrix} + \\ &A_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos \varphi_1 \\ -\frac{1}{2}(1 + \sin \varphi_1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

$$= \begin{bmatrix} m_1 & -n_1 \\ n_1 & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \sin(2\omega t) \\ A_1 \cos(2\omega t) \end{bmatrix} + A_1 \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$= A_1 \begin{bmatrix} \sqrt{m_1^2 + n_1^2} \sin(2\omega t - \varphi_2) + P \\ \sqrt{m_1^2 + n_1^2} \sin(2\omega t + \varphi_3) + Q \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\leq A_1 \begin{bmatrix} \sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |P| \\ \sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |Q| \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$0 \leq A_1 \left(\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |P| \right) \leq 32767 \quad (24)$$

$$0 \leq A_1 \left(\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |Q| \right) \leq 32767 \quad (25)$$

打印 $\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |P|$ 的曲线，如图 3。图中的最大值约为 0.18 左右。

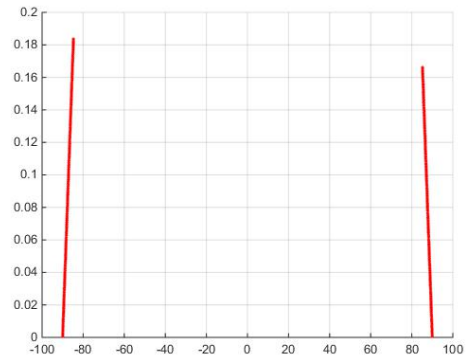


图 3 $\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |P|$ 的曲线

打印 $\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |Q|$ 的曲线，如图 4。图中最大值为 1.08 左右。

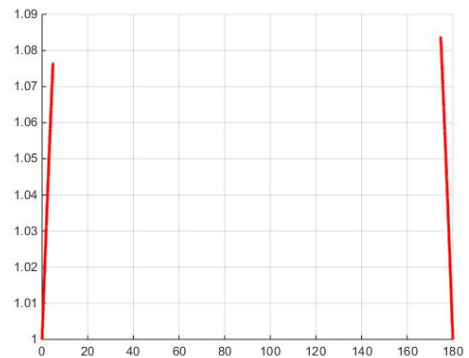


图 4 $\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + |Q|$ 的曲线

假设估计出来转子的位置是 $\theta = \omega t - \Delta\theta$ ，那么

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}_\Delta = \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \Delta\theta) & \sin(\omega t - \Delta\theta) \\ -\sin(\omega t - \Delta\theta) & \cos(\omega t - \Delta\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \sin(\omega t) \\ A_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 - \sin\varphi_1 - \Delta\theta \cos\varphi_1) & -\frac{1}{2}(\cos\varphi_1 + \Delta\theta - \Delta\theta \sin\varphi_1) \\ \frac{1}{2}(\cos\varphi_1 + \Delta\theta - \Delta\theta \sin\varphi_1) & \frac{1}{2}(1 - \sin\varphi_1 - \Delta\theta \cos\varphi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \sin(2\omega t) \\ A_1 \cos(2\omega t) \end{bmatrix} + A_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\cos\varphi_1 + \Delta\theta + \Delta\theta \sin\varphi_1) \\ -\frac{1}{2}(1 + \sin\varphi_1 - \Delta\theta \cos\varphi_1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$= A_1 \begin{bmatrix} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 \sin(2\omega t - \varphi_4) + P_1} \\ \sqrt{m_2^2 + n_2^2 \sin(2\omega t + \varphi_5) + Q_1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\leq A_1 \begin{bmatrix} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + |P_1|} \\ \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + |Q_1|} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$0 \leq A_1 \left(\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + |P_1|} \right) \leq 32767 \quad (30)$$

$$0 \leq A_1 \left(\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + |Q_1|} \right) \leq 32767 \quad (31)$$

对比公式 (20) 和公式 (27)，可以得到

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}_\Delta - \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \\ &A_1 \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\Delta\theta \cos\varphi_1 & -\frac{1}{2}(\Delta\theta - \Delta\theta \sin\varphi_1) \\ \frac{1}{2}(\Delta\theta - \Delta\theta \sin\varphi_1) & -\frac{1}{2}\Delta\theta \cos\varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(2\omega t) \\ \cos(2\omega t) \end{bmatrix} + \\ &A_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\Delta\theta + \Delta\theta \sin\varphi_1) \\ \frac{1}{2}\Delta\theta \cos\varphi_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

从公式 (32) 可以发现，如果估计出来的角度不是充分准确，通过 Park 变换将带来二次谐波的干扰。这个干扰很难被消除。

采用磁链的方式估计出角度和速度，磁链的微分方程是

$$d\psi = U - RI \quad (33)$$

一阶高通滤波器

$$d\psi \frac{1}{s} \frac{\tau s}{1 + \tau s} = y \quad (34)$$

结合公式 (33) 和公式 (34) 可以得到

$$d\psi \frac{\tau}{1 + \tau s} = y \quad (35)$$

采用前向差分公式

$$s = \frac{z-1}{T} \quad (36)$$

将公式 (36) 代入到公式 (35)，可以得到

$$y(k+1) = \frac{U(k) - RI(k)}{f} - \frac{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T}\right)}{f} y(k) \quad (37)$$

$$y(k) = y(k+1) \quad (38)$$

将公式 (37) 和公式 (38) 应用到 $\alpha\beta$ 轴上的磁链估计，可以得到

$$\psi_\alpha^{temp}(k+1) = \psi_\alpha^{temp}(k) + \frac{u_\alpha(k) * V_{max} - \frac{R s i_\alpha(k)}{64} - K_{gain} \psi_\alpha(k)}{f_{pwm}} \quad (39)$$

$$\psi_\alpha(k+1) = \psi_\alpha^{temp}(k+1) - \frac{i_\alpha(k)(L_D + L_Q)}{2^{13}} \quad (40)$$

$$\psi_\beta^{temp}(k+1) = \psi_\beta^{temp}(k) + \frac{u_\beta(k) * V_{max} - \frac{R s i_\beta(k)}{64} - K_{gain} \psi_\beta(k)}{f_{pwm}} \quad (41)$$

$$\psi_\beta(k+1) = \psi_\beta^{temp}(k+1) - \frac{i_\beta(k)(L_D + L_Q)}{2^{13}} \quad (42)$$

为了分析简单，这里将省去下标 $\alpha\beta$ ，即

$$\begin{aligned} \psi^{temp}(k+1) &= \psi^{temp}(k) + \frac{u(k) * V_{max} - \frac{R s i(k)}{64} - K_{gain} \psi(k)}{f_{pwm}} \quad (43) \\ \psi(k+1) &= \psi^{temp}(k+1) - \frac{i(k)L}{8192} \quad (44) \end{aligned}$$

在稳态下，近似求解出公式 (43) 和 (44) 对应的

$\psi(k)$ 和 $\psi^{temp}(k)$ 。将公式 (43) 和 (44) 写成矩阵形式，可以得到

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi^{temp}(k+1) \\ \psi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k_g}{f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi^{temp}(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{max}}{f} & -\frac{R}{64f} \\ 0 & -\frac{L}{8192} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ i(k) \end{bmatrix} \quad (45)$$

假设稳态时， $\begin{bmatrix} \psi^{temp}(k+1) \\ \psi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi^{temp}(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} = \psi$ ，

那么

$$\begin{aligned} &\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k_g}{f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \psi \\ &= \begin{bmatrix} \frac{V_{max}}{f} & -\frac{R}{64f} \\ 0 & -\frac{L}{8192} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ i(k) \end{bmatrix} \quad (46) \end{aligned}$$

$$\psi = \frac{1}{k_g} \begin{bmatrix} V_{max} & -\frac{R}{64} + \frac{k_g L}{8192} \\ V_{max} & -\frac{R}{64} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ i(k) \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi^{temp}(k) \\ \Psi(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_g} \left(V_{max} u(k) + \left(-\frac{R}{64} + \frac{k_g L}{8192} \right) i(k) \right) \\ \frac{1}{k_g} \left(V_{max} u(k) - \frac{R}{64} i(k) \right) \end{bmatrix} \quad (48)$$

结合 Clark 变换得到的 α 和 β 轴上的电流

$$\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \sin(\omega k) \\ A_1 \sin(\omega k - \varphi_1) \end{bmatrix} \quad (49)$$

因为这里的 $\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}$ 是正弦信号，假设电压信号也是

正弦信号，那么可以得到

$$\begin{bmatrix} U_\alpha \\ U_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \sin(\omega k - \varphi_6) \\ B_1 \sin(\omega k - \varphi_7) \end{bmatrix} \quad (50)$$

将公式 (49) 和公式 (50)

$$\begin{aligned} \Psi_\alpha^{temp}(k) &= \frac{V_{max}}{k_g} u(k) + \left(-\frac{R}{64k_g} + \frac{L}{8192} \right) i(k) \\ &= \frac{V_{max}}{k_g} B_1 \sin(\omega k - \varphi_6) + \left(-\frac{R}{64k_g} + \frac{L}{8192} \right) A_1 \sin(\omega k) \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} &= M_1 \sin(\omega k - \varphi_6) + N_1 \sin(\omega k) \\ &= (M_1 \cos(\varphi_6) + N_1) \sin(\omega k) - M_1 \sin(\varphi_6) \cos(\omega k) \\ &= P_1 \sin(\omega k) - Q_1 \cos(\omega k) \\ &= \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} \sin(\omega k - \varphi_7) \end{aligned} \quad (52)$$

$$\varphi_7 = \arctan\left(\frac{Q_1}{P_1}\right) \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \Psi_\beta^{temp}(k) &= \frac{V_{max}}{k_g} u(k) + \left(-\frac{R}{64k_g} + \frac{L}{8192} \right) i(k) \\ &= \frac{V_{max}}{k_g} B_1 \sin(\omega k - \varphi_7) + \left(-\frac{R}{64k_g} + \frac{L}{8192} \right) A_1 \sin(\omega k - \varphi_1) \\ &= M_2 \sin(\omega k - \varphi_7) + N_2 \sin(\omega k - \varphi_1) \\ &= (M_2 \cos(\varphi_7) + N_2 \cos(\varphi_1)) \sin(\omega k) - (M_2 \sin(\varphi_7) + N_2 \sin(\varphi_1)) \cos(\omega k) \\ &= P_2 \sin(\omega k) - Q_2 \cos(\omega k) \\ &= \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} \sin(\omega k - \varphi_8) \end{aligned} \quad (54)$$

$$\varphi_8 = \arctan\left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \Psi_\alpha(k) &= \frac{V_{max}}{k_g} B_1 \sin(\omega k - \varphi_6) - \frac{R}{64k_g} A_1 \sin(\omega k) \\ &= M_3 \sin(\omega k - \varphi_6) - N_3 \sin(\omega k) \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} &= (M_3 \cos(\varphi_6) - N_3) \sin(\omega k) - M_3 \sin(\varphi_6) \cos(\omega k) \\ &= P_3 \sin(\omega k) - Q_3 \cos(\omega k) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{P_3^2 + Q_3^2} \sin(\omega k - \varphi_9) \quad (58)$$

$$\varphi_9 = \arctan\left(\frac{Q_3}{P_3}\right) \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \Psi_\beta(k) &= \frac{V_{max}}{k_g} u(k) - \frac{R}{64k_g} i(k) \\ &= \frac{V_{max}}{k_g} B_1 \sin(\omega k - \varphi_7) - \frac{R}{64k_g} A_1 \sin(\omega k - \varphi_1) \\ &= M_4 \sin(\omega k - \varphi_7) - N_4 \sin(\omega k - \varphi_1) \\ &= (M_4 \cos(\varphi_7) - N_4 \cos(\varphi_1)) \sin(\omega k) - (M_4 \sin(\varphi_7) - N_4 \sin(\varphi_1)) \cos(\omega k) \\ &= P_4 \sin(\omega k) - Q_4 \cos(\omega k) \\ &= \sqrt{P_4^2 + Q_4^2} \sin(\omega k - \varphi_{10}) \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{P_4^2 + Q_4^2} \sin(\omega k - \varphi_{10}) \\ &= \sqrt{P_4^2 + Q_4^2} \sin(\omega k - \varphi_{10}) \end{aligned} \quad (61)$$

$$\varphi_{10} = \arctan\left(\frac{Q_4}{P_4}\right) \quad (62)$$

利用估计出来的磁链进行速度和位置估计，这里采用锁相环的方法。假设磁链符合以下表达式

$$\Psi_\alpha = \Psi \cos \theta_r \quad (63)$$

$$\Psi_\beta = \Psi \sin \theta_r \quad (64)$$

$$\begin{aligned} &\text{对公式 (63) 和公式 (64) 做差得到} \\ \Delta \theta &= \Psi_\beta \cos \theta - \Psi_\alpha \sin \theta \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} &= \Psi (\sin \theta_r \cos \theta - \cos \theta_r \sin \theta) \\ &= \Psi \sin(\theta_r - \theta) \approx K(\theta_r - \theta) \end{aligned} \quad (66)$$

对角度偏差采用一个 PI，可以得到

$$\omega = \Delta \theta \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right) \quad (67)$$

采用前向差分公式 (36)

$$\omega(k) = \Delta \theta(k) \left(k_p + \frac{k_i}{\frac{(z-1)}{T}} \right) \quad (68)$$

$$\begin{aligned} &= \Delta \theta(k) \left(k_p + \frac{k_i T}{z-1} \right) \\ &= \omega_1(k) + \omega_2(k) \end{aligned} \quad (69)$$

$$\omega_1(k) = \Delta \theta(k) k_p \quad (70)$$

$$\omega_2(k) = \Delta \theta(k) \frac{k_i T}{z-1} \quad (71)$$

$$\omega_2(k) = \omega_2(k-1) + \Delta \theta(k) k_i T \quad (72)$$

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \omega(k) T \quad (73)$$

$$= \theta(k) + \frac{\omega(k)}{f_{pwm}} \quad (74)$$

观察到公式 (58) 和 (60) 估计得到的磁链都存在一定的偏差，那么假设磁链表达式为

$$\psi_\alpha = \psi_1 \cos(\theta_r + \phi_\alpha) \quad (75)$$

$$\psi_\beta = \psi_2 \sin(\theta_r + \phi_\beta) \quad (76)$$

公式推到过程中，采用无穷小量进行近似。

$$\cos\phi \approx 1, \sin\phi \approx \phi \quad (77)$$

此时的角度偏差为

$$\Delta\theta_1 = \psi_\beta \cos\theta - \psi_\alpha \sin\theta = \psi_2 \sin(\theta_r + \phi_\beta) \cos\theta - \psi_1 \cos(\theta_r + \phi_\alpha) \sin\theta \quad (78)$$

$$\begin{aligned} &= \psi_2 (\sin\theta_r \cos\phi_\beta + \cos\theta_r \sin\phi_\beta) \cos\theta - \\ &\psi_1 (\cos\theta_r \cos\phi_\alpha - \sin\theta_r \sin\phi_\alpha) \sin\theta \\ &= \psi_2 (\sin\theta_r \cos\theta + \phi_\beta \cos\theta_r \cos\theta) - \psi_1 (\cos\theta_r \sin\theta - \\ &\phi_\alpha \sin\theta_r \sin\theta) \end{aligned} \quad (79)$$

在系统稳定状态，假设 $\theta_r = \theta$ 。

1) 当 $\psi_1 \leq \psi_2$

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1 &= \psi_1 (\sin\theta_r \cos\theta - \cos\theta_r \sin\theta) + (\psi_2 - \psi_1) \sin\theta_r \cos\theta + \psi_2 \phi_\beta \cos\theta_r \cos\theta + \\ &\psi_1 \phi_\alpha \sin\theta_r \sin\theta \end{aligned} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \Delta\theta_1 - \Delta\theta = (\psi_2 - \psi_1) \sin\theta_r \cos\theta + \\ &\psi_2 \phi_\beta \cos\theta_r \cos\theta + \psi_1 \phi_\alpha \sin\theta_r \sin\theta \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \sin(2\theta) + \frac{\psi_2 \phi_\beta}{2} (1 + \cos(2\theta)) + \frac{\psi_1 \phi_\alpha}{2} (1 - \\ &\cos(2\theta)) \end{aligned} \quad (82)$$

$$= \frac{\psi_1 \phi_\alpha + \psi_2 \phi_\beta}{2} + \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \sin(2\theta) +$$

$$\left(\frac{\psi_2 \phi_\beta}{2} - \frac{\psi_1 \phi_\alpha}{2} \right) \cos(2\theta) \quad (83)$$

2) 当 $\psi_1 > \psi_2$

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1 &= \psi_2 (\sin\theta_r \cos\theta - \cos\theta_r \sin\theta) + (\psi_1 - \psi_2) \cos\theta_r \sin\theta + \psi_2 \phi_\beta \cos\theta_r \cos\theta + \\ &\psi_1 \phi_\alpha \sin\theta_r \sin\theta \end{aligned} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \Delta\theta_1 - \Delta\theta = (\psi_1 - \psi_2) \cos\theta_r \sin\theta + \\ &\psi_2 \phi_\beta \cos\theta_r \cos\theta + \psi_1 \phi_\alpha \sin\theta_r \sin\theta \end{aligned} \quad (85)$$

$$= \frac{\psi_1 - \psi_2}{2} (1 + \cos(2\theta)) + \frac{\psi_2 \phi_\beta}{2} (1 + \cos(2\theta)) +$$

$$\frac{\psi_1 \phi_\alpha}{2} (1 - \cos(2\theta)) \quad (86)$$

$$= \frac{\psi_1 \phi_\alpha + \psi_2 \phi_\beta + \psi_2 - \psi_1}{2} +$$

$$\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2} + \frac{\psi_2 \phi_\beta}{2} - \frac{\psi_1 \phi_\alpha}{2} \right) \cos(2\theta) \quad (87)$$

在实际情况下， ψ_1 和 ψ_2 通过比例积分环节已经消去，而 ϕ_α 和 ϕ_β 则是三角函数近似线性得到会作为误差存在估计的角度中。这里取 $\psi_1 = \psi_2$ 和 $\phi_\alpha =$

$\phi_\beta = \frac{10}{180}\pi$ 。可以看到黑色误差线稳定在 -10° 左右，

如图 5。

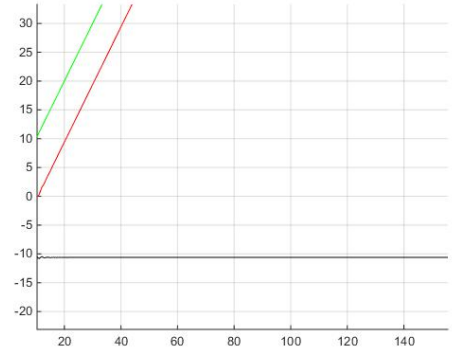


图 5 $\tilde{\theta}$ 曲线， $\psi_1 = \psi_2, \phi_\alpha = \phi_\beta = \frac{10}{180}\pi$

$1.2\psi_1 = \psi_2, \phi_\alpha = \phi_\beta = 0$ 可以看到在 0° 左右的一个谐波，如图 6。

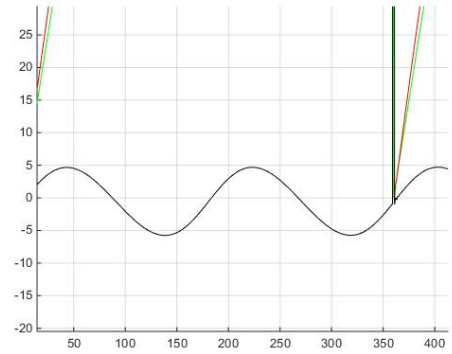


图 6 $\tilde{\theta}$ 曲线， $1.2\psi_1 = \psi_2, \phi_\alpha = \phi_\beta = 0$

$1.2\psi_1 = \psi_2, \phi_\alpha = \phi_\beta = \frac{10}{180}\pi$ 可以看到一个偏置为 -10° 的谐波，如图 7。

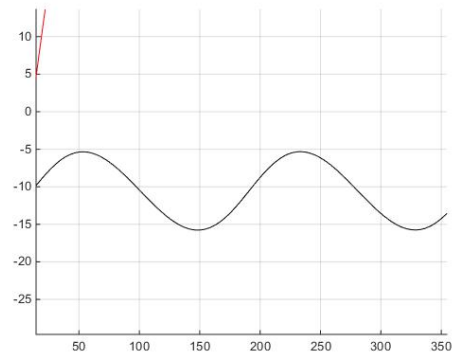


图 7 $\tilde{\theta}$ 曲线， $1.2\psi_1 = \psi_2, \phi_\alpha = \phi_\beta = \frac{10}{180}\pi$

从图 6 和图 7 可以看出，磁链的幅值对角度的估计影响很小，而相位影响较大。

其他部分的计算，都是在前面的计算基础上，加个 PI 或者是逆 Clark 变换和逆 Park 变换，与前向变换计算方法相似，在这里就不再赘述。

3. 结论

本文从永磁同步电机的无速度传感器的矢量控制系统出发，分析了 Clark 和 Park 变换的边界、磁链的计算和采用锁相环对速度和位置进行估计进行了分析和计算。对离散域的电机控制系统计算溢出和误差进行了分析，从而解决了电机控制计算溢出的问题，同时提高了系统的稳定性。为鲁棒性强的控制系统设计提供了理论依据。

4. 参考文献

- [1] V. M. Bida, D. V. Samokhvalov and F. S. Al-Mahturi, "PMSM vector control techniques — A survey," *2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, Moscow, 2018, pp. 577-581
- [2] M. B. Daigavane, S. R. Vaishnav and R. G. Shrivastava, "Sensorless Field Oriented Control of PMSM Drive System for Automotive Application," *2015 7th International Conference on Emerging Trends in Engineering & Technology (ICETET)*, Kobe, 2015, pp. 106-112.
- [3] R. Li and G. Zhao, "Position sensorless control for PMSM using sliding mode observer and phase-locked loop," *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference*, Wuhan, 2009, pp. 1867-1870.
- [4] K. Sakamoto, Y. Iwaji, T. Endo and T. Takakura, "Position and speed sensorless control for PMSM drive using direct position error estimation," *IECON'01. 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No.37243)*, Denver, CO, USA, 2001, pp. 1680-1685 vol.3.