书面作业：

1. 证明下属格式是无条件稳定的.

$$y_{n+1}=y_n+h\,f(\frac{x_n+x_{n+1}}{2},\frac{y_n+y_{n+1}}{2})$$

2.　利用Taylor 展开构造求下面问题近似解的2阶精度的数值格式：

$$y'=1+(t-y)^2,\qquad 2\le t\le 3,\qquad y(2)=1,\qquad h=0.5$$

上机作业：

1. 给定初值问题：

$$\begin{aligned} y^{'} &= y-t^2+1, t\in[0,2] \\ y(0) &= 0.5 \end{aligned}$$

利用Taylor 展开可以构造求解该问题的4阶精度格式：

$$y_{n+1}=y_n+h\phi_T(t_n,y_n,h)$$

$$\phi_T(t_n,y_n,h)=(1+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{6}+\frac{h^3}{24})\,(y_n-t_n^2)-(1+\frac{h}{3}+\frac{h^2}{12})\,h\,t_n+1+\frac{h}{2}-\frac{h^2}{6}-\frac{h^3}{24}$$

（1）利用数值实验验证上述格式为4阶精度；

（2）利用数值实验验证ϕ_T 的表达式中$\frac{h^3}{24}$的作用. 如果去掉这一项，格式的精度如何变化？

2. 用中点方法、改进欧拉方法及Heun方法求解

$$y'=-y+x+1,\ \ y(0)=1.$$

自选步长序列 h_j，观察三种方法给出的近似值，有什么现象？试解释.

3. 采用经典RK方法，欧拉方法、改进欧拉方法求解下面问题：

$$\begin{cases} y' &= -y+1 \\ y(0) &= \quad 0, \qquad 0\le x\le 0.5 \end{cases}$$

在计算量相当的情形下，比较它们的逼近误差。（考虑到计算量主要由函数估值贡献， 若欧拉方法步长为h，则改进欧拉方法可取步长 $2\,h$, RK方法可取步长$4\,h$）