

Séries entières

January 2024

1 Méthodes générales

1.1 Obtenir le rayon de convergence par encadrement

Etre majorée par une certaine quantité en valeur absolue signifie être un O de cette quantité, ainsi on peut appliquer le *critère sur les symboles de comparaison*.

Exemple:

$d(n)$ = Nombre de diviseurs de n

$\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq d(n) \leq n$.

Ainsi $R(\sum z^n) \geq R(\sum d(n)z^n) \leq R(\sum nz^n)$.

Or $R(\sum z^n) = R(\sum nz^n) = 1$. Finalement $R(\sum d(n)z^n) = 1$.

1.2 Cas du binôme généralisé

Faire les calculs en introduisant $a_n = \frac{\alpha \times (\alpha-1) \times \dots \times (\alpha-n+1)}{n!}$ et traiter le cas 0 à part

1.3 Astuce particulière

Il peut être utile de chercher à compléter le numérateur de la fraction pour séparer la somme en deux termes calculables plus facilement. (*Colle Freitag*)