

Séries de fonctions

January 2024

1 Conseils généraux et réflexes

Phrase pour passer du local au global:

'Ceci étant vrai pour tout $\alpha \in \dots$, f est continue sur ...'

Méthode plus rapide pour étudier les variations:

On prend $x, y \in D$ avec $x \geq y$, et on regarde le signe de $f(x)-f(y)$.

Justifier de l'existence d'une limite pour f :

- Si l'on connaît le signe du contenu de la somme, on applique le *théorème de la limite monotone*
- On applique le *théorème de la double limite*

2 Conseils spécifiques

2.1 Centrale PC 2018 Maths 2

Domaine de définition de $f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{1}{n+x} - \frac{1}{n})$:

- /!/ Il faut déjà que toutes les quantités soient définies cela exclu donc \mathbb{Z}_-
- En outre en écrivant $\frac{1}{n+x} - \frac{1}{n} = \frac{-x}{n^2+nx}$, il y'a convergence simple sur le reste des réels

Calcul de $f(k)$:

- Lorsqu'il y a une somme que l'on ne peut séparer toujours avoir le réflexe de passer par les sommes partielles
- Faire des changements d'indice

2.2 X MP 2022 Maths B

Lorsqu'on veut ramener des sommes entre elles, faire des télescopes pour des sommes infinies:

Ne pas oublier de toujours repasser par les sommes partielles

Astuce quand une seule valeur de n pose problème pour la continuité

On fait démarrer n un étage plus loin, et on vérifie à posteriori que la propriété est vraie pour les premiers rangs.

Prolongement au milieu d'un intervalle:

Il faut faire les limites à droite et à gauche.

Montrer une égalité qui a un rapport avec le sup:

Le sup est toujours supérieur, cela donne une inégalité. Il suffit alors de montrer la seconde.