(a) Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenannya:

$$\cos \pi, \frac{\cos 2\pi}{4}, \frac{\cos 3\pi}{9}, \frac{\cos 4\pi}{16}, \ldots.$$

(b) Diketahui $\{a_n\}$ konvergen ke A dan $\{b_n\}$ konvergen ke B. Buktikan (dengan definisi limit) $\{a_n + b_n\}$ konvergen ke $A + B$.

(c) Tentukan kemonotonan, keterbatasan, dan limit (jika ada) barisan berikut:

$$a_n = \sin \frac{n\pi}{4}.$$

a. Rumus eksplisit:
$a_n = \frac{\cos n\pi}{n^2}$
Kekonvergenan:
$= \lim_{n\to\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2}$
$Karena\ \frac{-1}{n^2} \le \frac{\cos n\pi}{n^2} \le \frac{1}{n^2}$
$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2}$
$= \frac{1}{\infty^2} = 0\ (Konvergen)$

b. $A = \lim_{n\to\infty} a_n\ berlaku\ \left|a_n - A < \frac{1}{2} \in\right|$
$B = \lim_{n\to\infty} b_n berlaku\ \left|b_n - B < \frac{1}{2} \in\right|$
Maka $A + B = \lim_{n\to\infty} a_n + \lim_{n\to\infty} b_n$
$|a_n - A + b_n - B| \le |a_n - A| + |b_n - B|$
$|a_n - A + b_n - B| \le \frac{1}{2} \in + \frac{1}{2} \in$
$|a_n - A + b_n - B| \le \in\ (Terbukti)$

c. Kemonotonan:
$a'_n = \frac{\pi \times \cos\frac{n\pi}{4}}{4}\ (Bukan\ barisan\ monoton)$
$Keterbatasan$:
$Karena\ \frac{-1}{4} \le \sin\frac{n\pi}{4} \le \frac{1}{4}\ (Divergen)$
Tidak ada batasan

(a) Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenannya:

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \ldots.$$

(b) Dengan definisi limit, buktikan barisan $\{a_n\}$ berikut konvergen:

$$a_n = \frac{3 - 8 \cdot 2^n}{5 + 4 \cdot 2^n}.$$

(c) Tentukan kemonotonan, keterbatasan, dan limit (jika ada) barisan berikut:

$$a_n = \frac{\ln n}{n}.$$

a. Rumus eksplisit:

$a_n = \frac{-1^{n+1}}{n}$

Kekonvergenan:

$= \lim_{n\to\infty} \frac{-1^{n+1}}{n}$

$Karena\ \frac{-1}{n} \leq \frac{-1^{n+1}}{n} \leq \frac{1}{n}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0\ (konvergen)$

b. $\lim_{n\to\infty} \frac{3-8\times 2^n}{5+4\times 2^n}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{4\times 2^n} - \frac{8\times 2^n}{4\times 2^n}}{\frac{5}{4\times 2^n} + \frac{4\times 2^n}{4\times 2^n}}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{4\times 2^n} - 2}{\frac{5}{4\times 2^n} + 1}$

$= \frac{\frac{3}{4\times 2^\infty} - 2}{\frac{5}{4\times 2^\infty} + 1} = \frac{-2}{1} = -2(konvergen)$

c. Kemonotonan

$a_n = \frac{\ln n}{n}$

$a'_n = \frac{1 - \ln n}{n^2}$

$Jika\ 1 - \ln = 0\ \mid n = e$

$Jika\ \frac{1 - \ln n}{n^2} = Tak\ terdefinisi \mid n \leq 0$

$(-\infty, 0) \cup (0, \mathrm{e}) \cup (\mathrm{e}, \infty)$

$Meningkat\ pada\ (0, e) karena\ a'_n > 0$

$Menurun\ \ pada\ (e, \infty) karena\ a'_n < 0$

$Bukan\ barisan\ monoton$

Keterbatasan

$(-\infty, 0) \cup (0, \mathrm{e}) \cup (\mathrm{e}, \infty)$

Terbatas di 0, dan terbatas atas pada 3 karena (e=2.7)

(a) Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenannya:

$$0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \ldots.$$

(b) Dengan definisi limit, buktikan barisan $\{a_n\}$ berikut konvergen:

$$a_n = \frac{n+3}{3n-2}.$$

(c) Tentukan kemonotonan, keterbatasan, dan limit (jika ada) barisan berikut:

$$a_n = \frac{n!}{10^n}.$$

a. Rumus eksplisit:
   $1 - 10^{-n}$
   Kekonvergenan:
   $\lim\limits_{n\to\infty} 1 - 10^{-n}$
   $1 - 10^{-\infty} = 1\ (Konvergen)$

b. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n-2}$
   $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{d}{dx}\left(\frac{n+3}{3n-2}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{3n}{n}-\frac{2}{n}}$
   $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}\ (Konvergen)$

c. $Kemonotonan$
   $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)!}{10^{n+1}} \times \frac{10^n}{n!}$
   $\frac{(n+1) \times n! \times 10^{-1}}{n!} = \frac{(n+1)}{10}$
   $\frac{(n+1)}{10} \leq 1$ Tak naik untuk n<9
   $\frac{(n+1)}{10} > 1\ naik\ untuk\ n > 10$
   $Bukan\ barisan\ monoton$
   $Keterbatasan$
   $Karena\ \lim\limits_{n\to\infty} \frac{10^n}{n!} = \frac{10^\infty}{\infty!} = \infty\ Tidak\ ada\ batasan$