

**- KELOMPOK 10 -**

Nama, beserta NIM anggota:

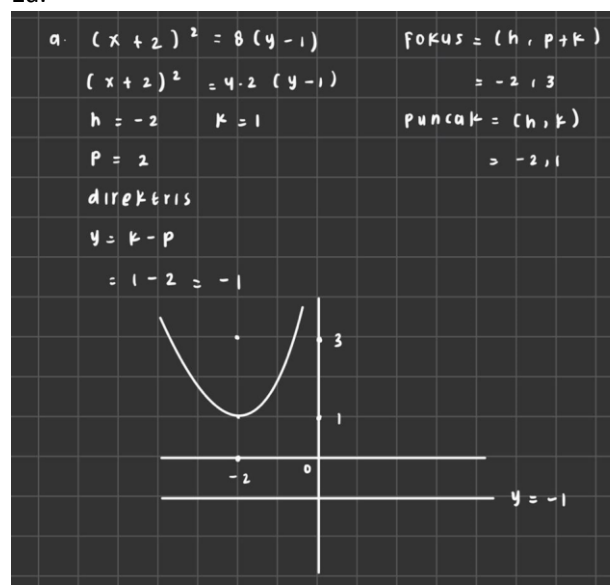
1. G1401211001 Karimatu Ain
2. G1401211017 Dewi Kunthi Siswati Suryo
3. G1401211030 Rheyhan Fahry
4. G1401211031 Muhammad Luthfi Al Gifari
5. G1401211032 Butsainah Taqiah
6. G1401211043 Yogi Nur Hamid
7. G1401211045 Azzahra Adelia Putri
8. G1401211076 Aisyah Nuruzzahra Tirtasuwanda

## Soal Latihan

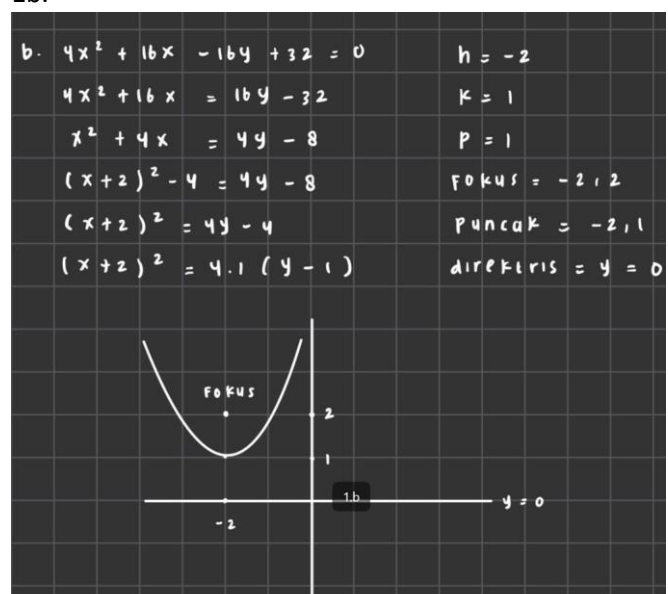
1. Tentukan titik puncak, fokus, dan direktris dari parabola berikut, serta gambarlah grafiknya.
  - a.  $(x+2)^2 = 8(y-1)$
  - b.  $4x^2 + 16x - 16y + 32 = 0$
2. Tentukan titik puncak, fokus, dan keeksentrisan dari elips berikut, serta gambarlah grafiknya.
  - a.  $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$
  - b.  $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 1 = 0$
3. Tentukan titik puncak, fokus, dan garis asimtot hiperbola berikut, serta gambarlah grafiknya.
  - a.  $\frac{(x+3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$
  - b.  $9x^2 - 16y^2 + 54x + 64y - 127 = 0$
4. Tentukan persamaan irisan kerucut berikut:
  - a. Parabola dengan puncak di (2,3) dan fokus di (2,5)
  - b. Parabola dengan sumbu parabola vertikal, serta melalui titik (-2,3), (0,3), (1,9).
  - c. Elips dengan fokus  $(\pm 2, 2)$  dan yang melalui titik asal.
  - d. Hiperbola dengan puncak di (0,0) dan (0,6), dan dengan sebuah fokus di (0,8).

Jawab:

1a.



1b.



2a.

$$2a. \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

merupakan persamaan elips vertikal  
 $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$

sehingga

$$h = -3$$

$$k = -2$$

$$a = 4$$

$$b = 2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$= \sqrt{12}$$

Keeksentrisikan

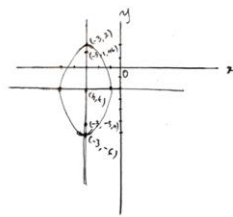
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Titik Puncak  $(h, k \pm a)$   
 $\hookrightarrow (-3, 2)$  dan  $(-3, -6)$

Titik Fokus  $(h, k \pm c)$

$\hookrightarrow (-3, -2 + \sqrt{12})$  dan  $(-3, -2 - \sqrt{12})$   
atau  $(-3, 1.46)$  dan  $(-3, -5.46)$

Grafik



2b.

$$b. x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 4y^2 + 16y + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4(y^2 + 4y) + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4((y+2)^2 - 4) + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4(y+2)^2 - 16 + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 + 4(y+2)^2 = 16$$

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

$$\frac{(x-1)^2}{4^2} + \frac{(y+2)^2}{2^2} = 1$$

$$a = 4 \quad h = 1$$

$$b = 2 \quad k = -2$$

$$c = \sqrt{12}$$

$$\text{Fokus} = (h \pm c, k)$$

$$= (\sqrt{12} + 1, -2)$$

$$(-\sqrt{12} + 1, -2)$$

$$\text{Puncak} = (h \pm a, k)$$

$$= (4 + 1, -2) \vee (-4 + 1, -2)$$

$$= (5, -2) \vee (-3, -2)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4}$$

3b.

$$b. \frac{y^2}{1^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$$

$$c^2 = 1^2 + 3^2$$

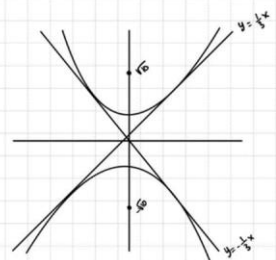
$$c = \sqrt{1+9}$$

$$c = \sqrt{10}$$

$$\text{Fokus} = (0, \pm \sqrt{10})$$

$$\text{Puncak} = (0, \pm 1)$$

$$\text{asimtot} = y = \pm \left(\frac{1}{3}\right)x$$



3a

$$3a. \text{Dik: } \frac{(x+3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

Jawab:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ Sumbu major ke } x$$

$$\text{Sehingga } a = 2; b = 4; h = -3; k = -2;$$

$$\text{Titik pusat} = (h, k) = (-3, -2)$$

$$\text{Mencari } c: c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 16 + 4$$

$$c = \sqrt{20}$$

$$\text{Titik puncak} = (h \pm a, k)$$

$$= (-3 \pm 2, -2)$$

$$= (-1, -2) \text{ dan } (-5, -2)$$

$$\text{Titik fokus} = (h \pm c, k)$$

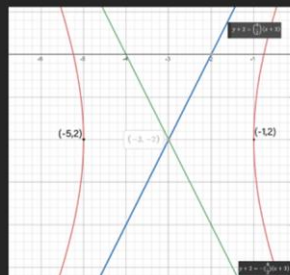
$$= (-3 \pm \sqrt{20}, -2)$$

$$= (-3 + \sqrt{20}, -2) \text{ dan } (-3 - \sqrt{20}, -2)$$

Mencari Asimtot:

$$y - k = \pm \left(\frac{b}{a}\right)(x - h)$$

$$y + 2 = \pm \left(\frac{4}{2}\right)(x + 3) \text{ dan } y + 2 = \pm \left(-\frac{4}{2}\right)(x + 3)$$



3b

3) Tentukan titik puncak, fokus, dan garis asimtot hiperbola berikut, serta gambarkan grafiknya.

$$b. 9x^2 - 16y^2 + 54x + 64y - 127 = 0$$

$$9x^2 + 54x - 16y^2 + 64y = 127$$

$$9(x^2 + 6x) - 16(y^2 - 4y) = 127$$

$$9[(x+3)^2 - 9] - 16[(y-2)^2 - 4] = 127$$

$$9(x+3)^2 - 81 - 16(y-2)^2 + 64 = 127$$

$$9(x+3)^2 - 16(y-2)^2 = 144$$

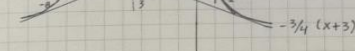
$$\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(x+3)^2}{4^2} - \frac{(y-2)^2}{3^2} = 1$$

$$\text{Diperoleh: } h = -3 \quad a = 4 \quad c = 5$$

$$k = 2 \quad b = 3$$

$$\Rightarrow \text{Gambar Grafik}$$



Titik Puncak  
 $(h \pm a, k) = (-3 \pm 4, 2)$   
 $= (-7, 2) \text{ dan } (1, 2)$

Titik Fokus  
 $(h \pm c, k) = (-3 \pm 5, 2)$   
 $= (2, 2) \text{ dan } (-8, 2)$

Garis Asimtot  
 $y - k = \pm \left(\frac{b}{a}\right)(x - h)$   
 $y - 2 = \pm \left(\frac{3}{4}\right)(x + 3)$

4a.

4a. Diketahui:

Puncak = (2,3)

fokus = (2,5)

Dikarenakan puncak memiliki titik x yang sama, maka  $h = 2$  dan parabola cekung ke y

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Jawab:

Puncak =  $(h, p - k)$

fokus =  $(h, p + k)$

sehingga didapatkan  $p - k = 3$  dan  $p + k = 5$

Misal  $p = k + 3$

$(k + 3) + k = 5$

$2k = 2 \rightarrow k = 1$  dan  $p = 4$

Titik pusat =  $(h, k)$

= (2,1)

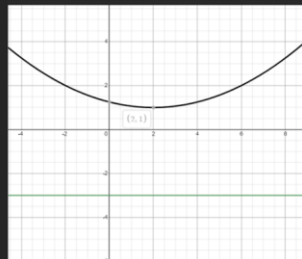
garis singgung:  $y = -(p - x)$

$y = -3$

Maka persamaannya:

$(x - h)^2 = 4p(y - k)$

$(x - 2)^2 = 16(y - 1)$



4b.

4a. Diketahui:

—sumbu parabola vertikal

—melewati  $(-2,3), (0,3), (1,9)$

Dikarenakan sumbu parabola adalah vertikal. Persamaan yang digunakan adalah:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Jawab:

$(-2,3), (0,3)$  memiliki y yang sama, sehingga

$$(-2 - h)^2 = (0 - h)^2$$

$$h = -1$$

Mencari k

Misal menggunakan titik  $(-2,3)$

Persamaan:  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

$$(-2 + 1)^2 = 4p(3 - k)$$

$$1 = 4p(3 - k)$$

Misal menggunakan titik  $(1,9)$

Persamaan:  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

$$(1 + 1)^2 = 4p(9 - k)$$

$$4 = 4p(9 - k)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4p(3 - k)}{4p(9 - k)}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(3 - k)}{(9 - k)} \rightarrow \text{Sehingga } k = 1$$

Mencari p

Misal menggunakan titik  $(-2,3)$

Persamaan:  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

$$(-2 + 1)^2 = 4p(3 - 1)$$

$$1 = 4p(2) \rightarrow p = \frac{1}{8}$$

4c

4c) Elips dengan fokus  $(\pm 2, 2)$  dan melalui titik asal.

Titik fokus:  $(h \pm c, k)$

$$\begin{aligned} h + c &= 2 \\ h - c &= -2 \quad + \\ \hline 2h &= 0 \\ h &= 0 \end{aligned}$$

$\rightarrow c = 2, k = 2$

Sehingga,

Pers. nya menjadi  $\frac{(x - 0)^2}{a^2} + \frac{(y - 2)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a \geq b$

Melalui asal

$$\text{Titik } (0, 0) \rightarrow \frac{0^2}{a^2} + \frac{(0 - 2)^2}{b^2} = 1$$

$$\rightarrow b^2 = 4 \quad \text{karena } a^2 = c^2 + b^2$$

$$8 = 4 + 4$$

Maka,

$$\text{Pers. elips menjadi } \frac{x^2}{8} + \frac{(y - 2)^2}{4} = 1$$

4d

4d). Hiperbola dengan puncak  $(0,0)$  dan  $(0,b)$  dan dengan sebuah fokus di  $(0,8)$

Fokus:  $(0,8)$  dan  $(0,-8)$

Puncak:  $(0,0)$  dan  $(0,b)$

Fokus:  $(h, k \pm c)$

$h = 0$

$k \pm c = 8$  dan  $-8$ .

$k + c = 8$

$k - c = -8$

$2k = 0$

$k = 0, c = 8$

$$\text{Persamaan: } \frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

Puncak:  $(h, k \pm a)$

$h = 0$

$k \pm a = 0$  dan  $0$ .

$k = 0 \rightarrow 0 + a = 0$

$$3 - a = 6$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{Persamaan: } \frac{(y - 0)^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$25 = 9 + b^2$$

$$b = 4$$