Akmal Basis Jatining Kusumah - 6140121 1036

Tugas Mandiri

1) a. $\cos\pi, \frac{\cos 2\pi}{4}, \frac{\cos 3\pi}{9}, \frac{\cos 4\pi}{16}, \ldots$

- Rumus eksplisit : $a_n = \frac{\cos n\pi}{n^2}$

nilai $\lim\limits_{n\to\infty}$ konvergen ke-0

- Kekonvergenan : $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2} \rightarrow -\frac{1}{n^2} \le \frac{\cos n\pi}{n^2} \le \frac{1}{n^2}$

$\Rightarrow \{a_n\}$ konvergen ke-0

b. $\{a_n\}$ konvergen ke-A maka $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$, sehingga setiap $\epsilon > 0$ dapat ditemukan bentuk $N_1 > 0$ sedemikian sehingga untuk $n > N_1$ berlaku $|a_n - A| < \frac{1}{2}\epsilon$

- $\{b_n\}$ konvergen ke-B maka $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = B$, dengan kata lain untuk setiap $\epsilon > 0$ selalu dapat ditemukan $N_2 > 0$ sedemikian sehingga untuk $n > N_2$ berlaku $|b_n - B| < \frac{1}{2}\epsilon$
- Pilih $N = \max\{N_1, N_2\}$ diperoleh :

$|a_n + b_n - (A+B)| = |(a_n - A) + (b_n - B)| \le |a_n - A| + |b_n - B|$

$< \frac{1}{2}\epsilon + \frac{1}{2}\epsilon = \epsilon \rightarrow$ Terbukti $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + b_n) = A + B$

c. $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$

- Kemonotonan : $a_n - a_{n+1} = \sin\frac{n\pi}{4} - \sin\frac{(n+1)\pi}{4}$

= tak tentu.

- Keterbatasan : $\lim\limits_{n\to\infty} \sin\frac{n\pi}{4}$ = tidak ada

$\{a_n\}$ divergen, sehingga $\{a_n\}$ tak terbatas.

2.) a. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \ldots$

- Eksplisit : $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Kekonvergenan : $-1 \le (-1)^{n+1} \le 1$

$-\frac{1}{n} \le \frac{(-1)^{n+1}}{n} \le \frac{1}{n}$

- $\{a_n\}$ konvergen ke-0

CS CamScanner

b. $a_n = \frac{3-8.2^n}{5+4.2^n} \rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{3-8.2^n}{5+4.2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{2^n}-8}{\frac{5}{2^n}+4} = \lim_{n\to\infty} \frac{0-8}{0+4} = -2$

Konvergen ke- (-2)

c. $a_n = \frac{\ln n}{n}$

- Kemonotonan : $a(x) = \frac{\ln x}{x} \rightarrow a'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

- $a'(x) < 0 \leftrightarrow \frac{1-\ln x}{x^2} < 0$

$\ln e < \ln x$

$e < x \rightarrow a$ turun Pada (e, ∞)

- $a'(x) > 0 \leftrightarrow \frac{1-\ln x}{x} > 0$

$\ln e > \ln x$

$e > x \rightarrow a$ naik Pada $(0, e)$

Oleh karena itu $\{a_n\}$ bukan barisan monoton Pada N.

- Keterbatasan : $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n} \overset{LH}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{1} = 0$

$\{a_n\}$ konvergen ke-0

3) a. 0,9 ; 0,99 ; 0,999 ; 0,9999 ; . . .

- Rumus eksplisit : $a_n = 1-10^{-n}$
- Kekonvergenan : $\lim_{n\to\infty} 1-10^{-n} = \lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{10^n} = 1$

$\{a_n\}$ Konvergen ke-1

b. $a_n = \frac{n+3}{3n-2} \rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n-2} \overset{LH}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\{a_n\}$ Konvergen ke- $\frac{1}{3}$

c. $a_n = \frac{n!}{10^n}$

$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{n!}{10^n} \times \frac{10^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{n+1} = \frac{10}{n+1}$

- Kemonotonan : $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \{a_n\}$ turun untuk $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ 8

$\frac{a_n}{a_{n+1}} \leq 1 = \{a_n\}$ tak turun untuk $n = 9, 10, 11, \ldots$

$\{a_n\}$ tidak monoton.

- Keterbatasan : $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{n!}{10^n}$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cdots \cdot 10}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{n}{10} \cdot \frac{(n-1)}{10} \cdot \frac{(n-2)}{10} \cdots \frac{1}{10}$$

$$= \infty$$

$\{a_n\}$ divergen, sehingga $\{a_n\}$ tak terbatas.

CamScanner