Butsainah Taqiah
6140121032

No
Date

Kalkulus II

1 a). Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenannya :

$$\frac{\cos \pi}{1}, \frac{\cos 2\pi}{4}, \frac{\cos 3\pi}{9}, \frac{\cos 4\pi}{16}, \ldots$$

* rumus eksplisit : $a_n = \dfrac{\cos n\pi}{n^2}$

* kekonvergenannya

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{\cos n\pi}{n^2}$ (menggunakan teorema apit)

$$-1 \leq \cos n\pi \leq 1$$

$$\lim_{n\to\infty} -\frac{1}{n^2} \quad \boxed{-\frac{1}{n^2}} \leq \frac{\cos n\pi}{n^2} \leq \boxed{\frac{1}{n^2}} \rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

$= 0$

maka barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0

b). Diketahui $\{a_n\}$ konvergen ke A dan $\{b_n\}$ konvergen ke B.
Buktikan (dengan definisi limit) $\{a_n + b_n\}$ konvergen A+B

maka

$\lim_{n\to\infty} a_n = A$ sehingga berlaku $|a_n - L| < \frac{1}{2}\varepsilon$

$|a_n - A| < \frac{1}{2}\varepsilon$

b_n konvergen ke A, maka :

$\lim_{n\to\infty} b_n = B$ sehingga berlaku $|b_n - L| < \frac{1}{2}\varepsilon$

$|b_n - B| < \frac{1}{2}\varepsilon$

pilih $N = \max(N_1, N_2)$ diperoleh

$|a_n + b_n - (A+B)| = |(a_n - A) + (b_n - B)| \leq |a_n - A| + |b_n - B|$

$= |a_n + b_n - (A+B)| < \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon$

$= |a_n + b_n - (A+B)| < \varepsilon$

Terbukti $\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = A+B$

No
Date

c). Tentukan kemonotonan, keterbatasan, dan limit (jika ada)

$$a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$$

$\Rightarrow$ $-1 \leq \sin \frac{n\pi}{4} \leq 1$

karena yang mengapit bernilai beda maka $\{a_n\}$ tidak memiliki limit dan divergen serta tidak memiliki batas

2 a). Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenan

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \ldots$$

* rumus eksplisit

$$a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n}$$

* $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \left| (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \right|$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}$$

$$= 0$$

* barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0

b). dengan definisi limit, buktikan barisan $\{a_n\}$ berikut konvergen

$$a_n = \frac{3 - 8 \cdot 2^n}{5 + 4 \cdot 2^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3 - 8 \cdot 2^n}{5 + 4 \cdot 2^n} = -2$$

maka konvergen ke (-2)

No
Date

c). Tentukan kemonotonan, keterbatasan, dan limit jika ada

$$a_n = \frac{\ln n}{n}$$

* kemonotonan

$a_n \le a_{n+1}$

$\frac{a_n}{a_{n+1}} \le 1$

$\frac{\ln n}{n+1} : \frac{\ln n+1}{n+1} \le 1$

$\frac{\ln n}{n+1} \times \frac{n+1}{\ln n+1} \le 1$

bukan barisan monoton

* $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n} \to \frac{\infty}{\infty}$

$\overset{LH}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}$

$= 0$

maka barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0 dan terbatas sampai 0

$\boxed{3}$ a. Tulis rumus eksplisit barisan berikut dan tentukan kekonvergenannya

0,9 ; 0,99 ; 0,999 ; 0,9999

* rumus eksplisit

$$a_n = \frac{10^n - 1}{10^n}$$

* kekonvergenan

$\lim_{n\to\infty} \frac{10^n - 1}{10^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{10^n(1 - 1/10^n)}{10^n}$

$= \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{1}{10^n}$

$= 1$

barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 1

No

Date

b). $a_n = \frac{n+3}{3n-2}$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n+3}{3n-1}$

$= \frac{1}{3}$

maka konvergen ke $\frac{1}{3}$

c). $a_n = \frac{n!}{10^n}$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{10^n}$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n(n-1)!}{10 \cdot 10^{n-1}}$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{10} \frac{(n-1)!}{10^{n-1}}$

$= +\infty$

maka dapat disimpulkan $\{a_n\}$ tidak terbatas dan divergen