

Tugas Responsi Pertemuan 9

Kalkulus 2

Kelompok 7:

Nabil Naufal	G1401211008
Muhammad Rizky Fajar	G1401211009
Salsabila Dwi Rahmi	G1401211026
Adisti Suci Rahmah	G1401211027
Farrel Gilbran	G1401211057
Vita Rizkyana Anggraeni	G1401211065
Kamilah Nurul Azizah	G1401211073
Septiranny Rizqika Putri	G1401211083
Hanifa Rahmacindia Nasution	G1401211094

SOAL

1. Tentukan titik puncak, fokus, dan direktri dari parabola berikut, serta gambarlah grafiknya.
 - a. $(x + 2)^2 = 8(y - 1)$
 - b. $4x^2 + 16x - 16y + 32 = 0$
2. Tentukan titik puncak, fokus, dan keeksentrikan dari elips berikut, serta gambarlah grafiknya.
 - a. $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$
 - b. $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 1 = 0$
3. Tentukan titik puncak, fokus, dan garis asimtot hiperbola berikut, serta gambarlah grafiknya.
 - a. $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$
 - b. $9x^2 - 16y^2 + 54x + 64y - 127 = 0$
4. Tentukan persamaan irisan kerucut berikut:
 - a. Parabola dengan titik puncak (2,3) dan fokus (2, 5).
 - b. Parabola dengan sumbu parabola vertical, serta melalui titik (-2,3), (0,3), (1,9).
 - c. Elips dengan fokus $(\pm 2, 2)$ dan yang melalui titik asal.
 - d. Hiperbola dengan puncak di (0,0) dan (0,6), dan dengan sebuah fokus di (0,8).

JAWABAN

Tugas Kelompok

- ① Tentukan titik puncak, fokus, dan direktris dari parabola berikut, serta gambarkan grafiknya.

a) $(x+2)^2 = 8(y-1) \Rightarrow (x-h)^2 = 4p(y-k)$

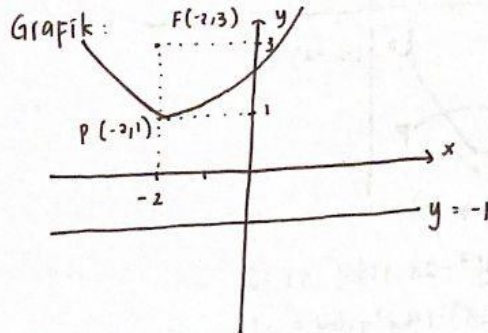
$\hookrightarrow (x+2)^2 = 4 \cdot 2(y-1)$

maka $h = -2$ $k = +1$
 $p = 2$

Titik puncak : $(h, k) : (-2, 1)$

Fokus : $(h, p+k) : (-2, 3)$

Direktris : $y : k-p = y = -1$



b) $4x^2 + 16x - 16y + 32 = 0 \Rightarrow (x-h)^2 = 4p(y-k)$

$4(x^2 + 4x) = 16y - 32$

$4(x^2 + 4x) = 16(y - 2)$

$\frac{4}{4}(x^2 + 4x) = \frac{16}{4}(y - 2)$

$(x^2 + 4x) = 4(y - 2)$

$(x+2)^2 - 4 = 4(y - 2)$

$(x+2)^2 = 4y - 4$

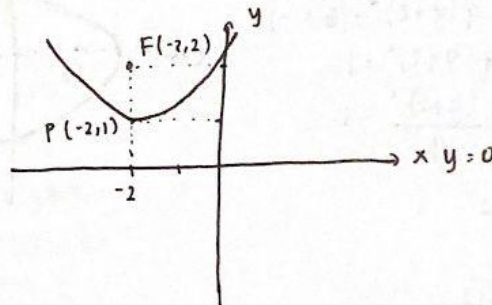
$(x+2)^2 = 4(y - 1)$

maka $h = -2$ $k = +1$
 $p = 1$

Titik Puncak $(-2, 1)$

Fokus $(-2, 2)$

Direktris $(y = k-p) : y = 0$



- ② Tentukan titik puncak, fokus, dan eksentrisitas dari elips berikut

a) $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1 \rightarrow \left(\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 \right)$

$a = 4$

$k = -2$

$b = 2$

$h = -3$

$c = \sqrt{16-4} = \sqrt{12}$

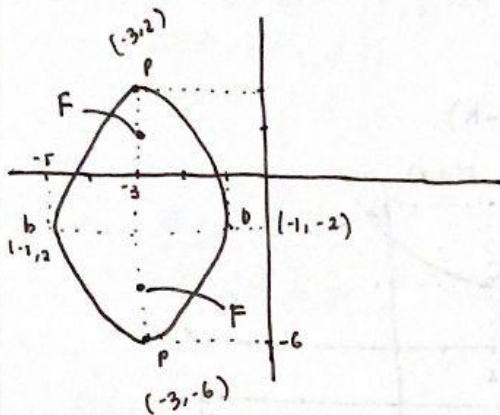
Puncak $(h, k \pm a) : (-3, 2)$ dan $(-3, -6)$

Fokus $(h, k \pm c) : (-3, -2 + \sqrt{12})$ dan $(-3, -2 - \sqrt{12})$

Eksentrik : $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4}$

Pergeseran b : $(h \pm b, k)$

: $(-1, -2)$ dan $(-5, -2)$



b) $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 1 = 0$

$$x^2 + (-2x) + 4y^2 + 16y = -1$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4(y^2 + 4y) = -1$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4(y+2)^2 - 4 = -1$$

$$(x-1)^2 - 1 + 4(y+2)^2 - 16 = -1$$

$$(x-1)^2 + 4(y+2)^2 = 16$$

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

$h = 1 \quad k = -2$

$a = 4 \quad b = 2$

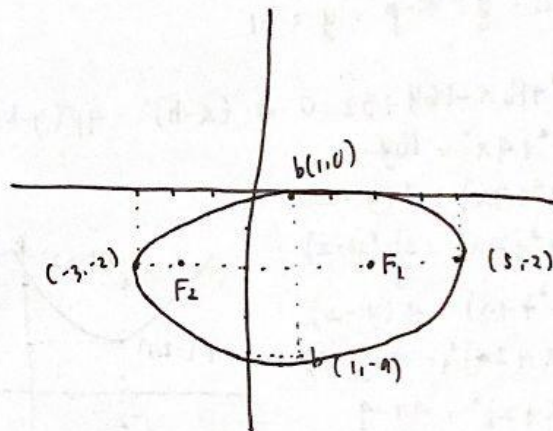
$c = \sqrt{16-4} = \sqrt{12}$

Fokus : $(h \pm c, k)$: $(1 + \sqrt{12}, -2)$ dan $(1 - \sqrt{12}, -2)$

Titik puncak : $(h \pm a, k)$: $(5, -2)$ dan $(-3, -2)$

Eksentrik : $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4}$

Pergeseran b : $(h, k \pm b)$: $(1, 0)$ dan $(1, -4)$



③ Tentukan titik puncak, fokus, dan garis asimtot hiperbola berikut

a) $\frac{(x+3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

$a = 2 \quad h = -3$

$b = 4 \quad k = -2$

$c = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

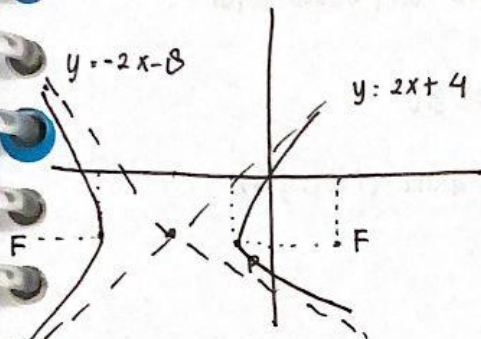
Fokus : $(h \pm c, k) : (-3+2\sqrt{5}, -2)$ dan $(-3-2\sqrt{5}, -2)$

Puncak : $(h \pm a, k) : (-1, -2)$ dan $(-5, -2)$

Asimtot : $y - k : \pm \left(\frac{b}{a}\right) (x - h)$

$$y + 2 : \pm \left(\frac{4}{2}\right) (x + 3)$$

$$y : 2x + 2 \text{ dan } y : -2x - 8$$



b) $9x^2 - 16y^2 + 54x + 64y - 127 = 0$

$$9x^2 + 54x - 16y^2 + 64y : 127$$

$$9(x^2 + 6x) - 16(y^2 - 4y) : 127$$

$$9(x^2 + 3)^2 - 9 - 16(y^2 - 2)^2 - 4 : 127$$

$$9(x+3)^2 - 81 - 16(y-2)^2 - 64 : 127$$

$$9(x+3)^2 - 16(y-2)^2 : 127 + 81 - 64$$

$$9(x+3)^2 - 16(y-2)^2 : 144$$

$$\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

$$a : 4$$

$$b : 3$$

$$c : \sqrt{16+9} = 5$$

$$h : -3$$

$$k : 2$$

Fokus : $(-8, 2)$ dan $(2, 2)$

Puncak : $(1, 2)$ dan $(-7, 2)$

Asimtot : $y - k : \pm \left(\frac{b}{a}\right) (x - h)$

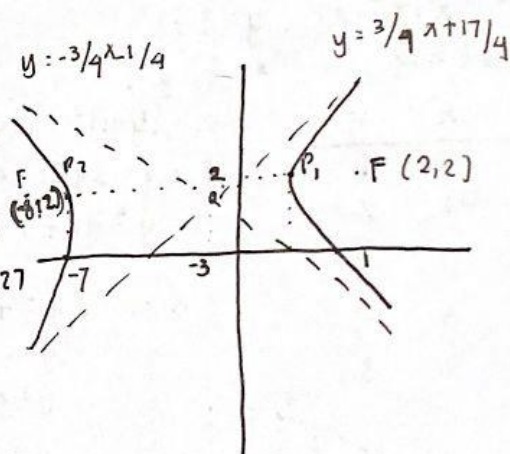
$$y - 2 : \pm \left(\frac{3}{4}\right) (x + 3)$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4} + 2$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{17}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4} + 2$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$



4. Tentukan persamaan irisan kerucut berikut

a. Parabola dengan puncak di $(2, 3)$ dan fokus di $(2, 5)$

Jawab:

Titik puncak: $(2, 3) \rightarrow h=2, k=3$

Titik fokus: $(2, 5) \rightarrow h=2, P+k=5 \Leftrightarrow P=5-k=2$

Persamaan Parabola:

$$(x-h)^2 = 4P(y-k)$$

$$(x-2)^2 = 4(2)(y-3)$$

$$(x-2)^2 = 8(y-3)$$

b. Parabola dengan sumbu parabola vertikal, serta melalui titik $(-2, 3)$, $(0, 3)$ dan $(1, 9)$

Jawab:

Persamaan Parabola yang digunakan: (karena diketahui parabola vertikal)

$$(x-h)^2 = 4P(y-k)$$

Untuk titik $(0, 3)$

$$(0-h)^2 = 4P(3-k)$$

$$h^2 = 12P - 4Pk \dots (1)$$

Untuk titik $(-2, 3)$

$$(-2-h)^2 = 4P(3-k)$$

$$4 + 4h + h^2 = 12P - 4Pk$$

$$4 + 4h + h^2 = h^2$$

$$4h = -4$$

$$h = -1$$

Untuk titik $(1, 9)$

$$(1+1)^2 = 4P(9-k)$$

$$4 = 36P - 4Pk$$

$$4Pk = 36P - 4 \dots (2)$$

Masukan nilai h dan pers (2) ke pers (1)

$$(-1)^2 = 12P - (36P - 4)$$

$$1 = 12P - 36P + 4$$

$$12P = 3$$

$$P = \frac{3}{12}$$

$$P = \frac{1}{4}$$

Persamaan parabola nya:

$$(x+1)^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)(y-1)$$

$$(x+1)^2 = \frac{(y-1)}{1}$$

Dengan mensubstitusikan nilai

$P = \frac{1}{4}$ ke pers (2):

$$4\left(\frac{1}{4}\right)k = 36\left(\frac{1}{4}\right) - 4$$

$$k = \frac{(36-32)4}{(4)(1)}$$

$$k = 1$$

c. Elips dengan fokus $(\pm 2, 2)$ dan melalui titik asal
Jawab :

Berdasarkan letak titik fokusnya, persamaan elips yang digunakan adalah :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{Titik fokus : } (\pm 2, 2) = (h \pm c, k) \Leftrightarrow h=0, c=2, k=2$$

Melalui titik asal $\rightarrow (0,0)$

$$\frac{(0-0)^2}{a^2} + \frac{(0-2)^2}{b^2} = 1$$

$$0 + 4 = b^2$$

$$b^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$2^2 = a^2 - 4$$

$$4 + 4 = a^2$$

$$a^2 = 8$$

Persamaan elipsnya :

$$\frac{(x-0)^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

$$\boxed{\frac{x^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1}$$

d. Hiperbola dengan puncak di $(b,0)$ dan $(0,b)$ dengan sebuah fokus di $(0,8)$

Jawab :

Berdasarkan letak titik puncaknya, persamaan hiperbola yang digunakan adalah :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Titik puncak : $(0,0)$ dan $(0,6)$

$$(h, k \pm a) = (0,0) \text{ dan } (0,6) \rightarrow \boxed{h=0}$$

$$\begin{array}{l} k+a=6 \\ k-a=0 \end{array} +$$

$$2k=6$$

$$\boxed{k=3}$$

$$k+a=6$$

$$3+a=6$$

$$\boxed{a=3}$$

Titik fokus : $(h, k \pm c)$ dengan salah satu titiknya : $(0,8)$.

$$k+c=8 \Leftrightarrow 3+c=8 \Leftrightarrow \boxed{c=5}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$5^2 = 3^2 + b^2$$

$$25 = 9 + b^2$$

$$b^2 = 16$$

Persamaan Hiperbola :

$$\boxed{\frac{(y-3)^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1}$$