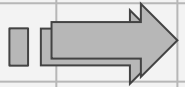
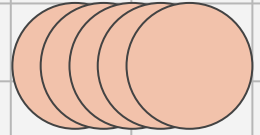


# Deret Pangkat

Responsi ke-6 Kalkulus II



# Pengertian Deret Pangkat

Deret Pangkat memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$$

## Daerah Kekonvergenan (*The Convergence Set*)

Daerah kekonvergenan adalah himpunan bilangan real yang membuat deret pangkat menjadi konvergen. Daerah/ Himpunan kekonvergenan dari sebuah deret pangkat, yaitu  $\sum a_n x^n$  selalu memenuhi salah satu interval dari ketiga tipe berikut ini:

- (i) Titik tunggal yaitu  $x = 0$
- (ii) Sebuah interval  $(-R, R)$  ditambah kemungkinan salah satu atau keduanya di ujung interval  $[-R, R]$
- (iii) Seluruh bilangan real

Pada (i), (ii), dan (iii), deret ini memiliki **jari-jari kekonvergenan** berturut-turut sebesar  $0, R, \infty$

## Contoh Soal

Carilah jari-jari kekonvergenan dan daerah kekonvergenan dari deret berikut ini.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$$

Jawab:

Pakai Uji Banding Mutlak.

# Representasi Fungsi sebagai Deret Pangkat

Ingat kembali:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, \quad |x| < 1$$

## Contoh Soal (Representasi Fungsi sebagai Deret Pangkat)

Ubahlah ekspresi berikut ini menjadi deret pangkat.

$$\frac{1}{x+2}$$

# Deret Pangkat pada $x - a$

Deret ini memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\sum a_n(x - a)^n = a_0 + a_1(x - a) + a_2(x - a)^2 + \dots$$

Secara khusus, himpunan kekonvergenan dari deret ini selalu memenuhi salah satu dari ketiga tipe interval berikut ini:

- (i) Titik tunggal di  $x = a$
- (ii) Sebuah interval  $(a - R, a + R)$  ditambah kemungkinan salah satu atau keduanya di ujung interval  $[a - R, a + R]$
- (iii) Seluruh bilangan real

# Operasi pada Deret Pangkat

Turunan dan Integral Suku-per-Suku

Teorema: Misalkan  $S(x)$  melambangkan jumlah dari deret pangkat pada sebuah interval  $I$ , yaitu:  $S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$

Maka, untuk  $x$  di dalam  $I$ , didapat:

$$S'(x) = \sum_{n=0}^{\infty} D_x(a_n x^n) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots$$

$$\int_0^x S(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^x a_n t^n dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} = a_0 x + \frac{1}{2} a_1 x^2 + \frac{1}{3} a_2 x^3 + \frac{1}{4} a_3 x^4 + \dots$$



# Contoh Soal

Tuliskan  $\tan^{-1} x$  dalam deret pangkat!

Sekian dan Terimakasih