Pembahasan Soal Responsi ke-4

Tentukan apakah deret ini konvergen atau divergen. Jika divergen, cari nilainya.

$$1.\ \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{7}\right)^k$$

Ini adalah deret geometrik dengan $a = \frac{1}{7}$ dan $r = \frac{1}{7}$ sehingga nilai deret in adalah:

$$S = \frac{1/7}{1 - 1/7} = \frac{1}{6}\ \blacksquare$$

$$2.\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2 - 5}{k + 2}$$

Karena nilai $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{k^2-5}{k+2} = \infty \neq 0$ maka deret ini divergen■

$$3.\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{3k} = divergen\blacksquare$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{3k} = \frac{2}{3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\ \text{adalah divergen karena}\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\ \text{divergen}$$

$$4.\ \sum_{k=2}^{\infty}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k-1}\right)$$

Deret ini merupakan *collapsing series*.

$$S_n = \left(\frac{1}{2} - 2\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right) = -1 + \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} -1 + \frac{1}{n} = -1, \text{jadi} \sum_{k=2}^{\infty}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k-1}\right) = -1\blacksquare$$

Gunakan uji integral untuk menentukan kekonverganan atau kedivergenan deret berikut.

$$5.\ \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k+3}$$

$\int_0^{\infty}\frac{1}{x+3}dx = \infty$. Jadi deret ini divergen■

$$6.\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{3}{2k-3}$$

$$\int_2^{\infty}\frac{3}{2x-3}dx = \left[\frac{3}{2}\ln|2x-3|\right]_2^{\infty} = \infty$$

Jadi deret ini divergen■

$$7.\ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{k^2+3}$$

$$\int_2^{\infty} \frac{x}{x^2+3}\,dx = \infty$$

Jadi deret ini divergen■

$$8.\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{2k^2+1}$$

$$\int_1^{\infty} \frac{3}{2x^2+1}\,dx = \frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\sqrt{2}\right) < \infty$$

Jadi deret ini konvergen■