Razi aizzan Putrandi

~~Tugas kelompok Pert~~ 3

1 (a.) Tulis rumus eksplisit dan tentukan kekonvergenan

$\cos\pi$, $\frac{\cos 2\pi}{4}$, $\frac{\cos 3\pi}{9}$, $\frac{\cos 4\pi}{16}$, ...

=) rumus eksplisit → $a_n = \frac{\cos n\pi}{(n)^2}$

=) kekonvergenan

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2}$$

Teorema apit

$$-1 \le \cos n\pi \le 1$$

$$\frac{-1}{n^2} \le \frac{\cos n\pi}{n^2} \le \frac{1}{n^2}$$

(+) $\lim_{n\to\infty} \frac{-1}{n^2} = 0$, (+) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

maka $\lim_{n\to\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2} = 0$

Jadi barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0

No.

Date :

Razaqizzan Putrandi

1. (c.) Tentukan kemonotonan, keterbatasan dan limit ~~dar~~ dari:

$a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$

+ monoton $a_n - a_{n+1}$

$\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{(n+1)\pi}{4}\right)$ => tidak naik dan tidak turun

<=> bukan barisan monoton

+ $\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n\pi}{4}$

Teorema apit

$-1 \le \sin n\pi/4 \le 1$

<=> karena yang ~~...~~ mengapit berbeda maka $\{a_n\}$ tidak memiliki limit dan divergen serta tidak memiliki batas

2. (a) Tuliskan rumus eksplisit dan tentukan kekonvergenan

$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$

+ rumus eksplisit -> $a_n = (-1)^{n-1}\frac{1}{n}$

+ $\lim_{n\to\infty} (-1)^{n-1}\frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} \left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right|$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

=> barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0.

No.

Date :

Razioirran putrandi

2. (c) Tentukan kemonotonan, keterbatasan dan limit (jika ada)

$a_n = \frac{\ln n}{n}$ $\{0, 0.34, 0.36, 0.34, 0.32, ...\}$

* monoton

$\rightarrow a(x) = \frac{\ln x}{x}$

$a'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$\Leftarrow a'(x) < 0$ turun, jika $x \in (e, \infty)$

$\Leftarrow a'(x) > 0$ naik jika $x \in (0, e)$

maka $\{a_n\}$ bukan barisan monoton

* $\lim_{n \to \infty} \frac{\ln n}{n} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$

$\stackrel{LH}{=} \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0$

$\Rightarrow$ maka barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 0, dan terbatas sampai 0

3. (a) Tuliskan rumus eksplisit dan kekonvergenan

0,9, 0.99, 0.999, 0.9999

* rumus eksplisit $\rightarrow a_n = \frac{10^n - 1}{10^n}$

No.

Date :

Rarfaizzan Putrandi

(1) kekonvergenan

$$\lim_{n\to\infty} \frac{10^n - 1}{10^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{10^n}\left(1 - \frac{1}{10^n}\right)}{\cancel{10^n}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{1}{10^n} = 1$$

=) barisan $\{a_n\}$ konvergen ke 1

3. (C.) kemonotonan, keterbatasan dan limit.

$$a_n = \frac{n!}{10^n}$$

(1) kemonotonan

$\{ 1/10 , 1/50 , 3/500 , 3/1250 , \ldots \}$

-> maka barisan $\{a_n\}$ monoton turun.

(2) $$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{10^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1}{10.10.10\ldots 10}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{10} \cdot \frac{n-1}{10} \cdot \frac{n-2}{10} \cdots \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$= \infty$$

=) dapat disimpulkan bahwa $\{a_n\}$ tidak terbatas dan divergen

No.
Date :

Lanjutan tugas Individu Part 3.

~~Lanjutan~~ Raziqizzan putrandi

1 (b.) Dik : $\{a_n\}$ konvergen ke A dan $\{b_n\}$ konvergen ke B

Buktikan (dengan Definisi limit), $\{a_n + b_n\}$ konvergen ke A+B

Jawab :

⊕ $\{a_n\}$ konvergen ke A maka $\lim_{n \to \infty} a_n = A$

Sehingga $\varepsilon > 0$ berlaku :

$$|a_n - A| < \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

⊕ $\{b_n\}$ konvergen ke B maka $\lim_{n \to \infty} b_n = B$

Sehingga $\varepsilon > 0$ berlaku :

$$|b_n - B| < \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

⊕ Pilih $N = \max\{N_1, N_2\}$. Diperoleh :

$$\begin{aligned} |a_n + b_n - (A+B)| &= |(a_n - A) + (b_n - B)| \\ &\leq |a_n - A| + |b_n - B| \\ &< \tfrac{1}{2}\varepsilon + \tfrac{1}{2}\varepsilon \\ &= \varepsilon \end{aligned}$$

⊕ Terbukti bahwa $\lim_{n \to \infty} (a_n + b_n) = A + B$

No.

Date :

2 (b.) $a_n = \frac{3-8.2^n}{5+4.2^n}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{3-8.2^n}{5+4.2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{3-16^n}{5+8^n} = \frac{0-16}{0+8} = \frac{-16}{8} = -2$

maka terbukti konvergen ke -2

3. (b.) $a_n = \frac{n+3}{3n-1}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n-1} = \frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{3n}{n}-\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{3-0} = \frac{1}{3}$

maka terbukti konvergen ke - 1/3