Tugas Kelompok

No
Date

1a $\cos \pi, \frac{\cos 2\pi}{4}, \frac{\cos 3\pi}{9}, \frac{\cos 4\pi}{16}, \ldots$

RE : $\frac{\cos n\pi}{n^2}$

Konvergen $\Rightarrow -1 \le \cos n\pi \le 1$

$= \frac{-1}{n^2} \le \frac{\cos n\pi}{n^2} \le \frac{1}{n^2}$

$= 0 \le \cos n\pi \le 0$

konvergen ke 0

$\lim_{n\to\infty} \frac{-1}{n^2} = 0$

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2}$ 0

1c $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$

T. Apit $\Rightarrow -1 \le \sin \frac{n\pi}{4} \le 1$ $\Rightarrow$ berupa Barisan Alternating

Karena alternating maka tidak memiliki kemonotonan
Tidak memiliki limit

2a $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$

RE : $(-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n}$

Teorema
$\lim_{n\to\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \left| (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \right| \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ konvergen $\to 0$

2c $a_n = \frac{\ln n}{n}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n}$

$\overset{LH}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}$

$= 0$ konvergen $\to 0$

$\frac{\frac{\ln n}{n}}{\frac{\ln (n+1)}{n+1}} = \frac{a_n}{a_{n+1}}$

$\{ 0 ; 0{,}34 ; 0{\cdot}36 ; \ldots \}$

$= \frac{n \cdot \ln n + \ln n}{n \cdot \ln_{n+1}} = \frac{\ln n}{\ln_{n+1}} + \frac{\ln n}{n \cdot \ln_{n+1}}$ $\to$ bkn barisan monoton

3a $0{,}9 ; 0{,}99 ; 0{,}999 ; \ldots$

RE : $1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n$

Konvergen $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n$

$\lim_{n\to\infty} = 1 - \frac{1}{10^n} = 1$

Konvergen $\to 1$

No
Date

$\boxed{3c}$ $\frac{n!}{n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{10^n}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)!}{10 \cdot 10^{n-1}}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{10} \frac{(n-1)!}{10^{n-1}}$

$= +\infty$

disimpulkan $\{a_n\}$ tidak terbatas dan divergen

(1b) a_n konvergen ke A, maka $\lim_{n\to\infty} a_n = A$ sehingga berlaku
$|a_n - L| < \frac{1}{2}\varepsilon$
$= |a_n - A| < \frac{1}{2}\varepsilon$

b_n konvergen ke A, maka $\lim_{n\to\infty} b_n = B$ sehingga berlaku
$|b_n - L| < \frac{1}{2}\varepsilon$
$= |b_n - B| < \frac{1}{2}\varepsilon$

Pilih $N = \max(N_1, N_2)$ diperoleh
$|a_n + b_n - (A+B)| = |(a_n - A) + (b_n - B)| \leq |a_n - A| + |b_n - B|$

$= |a_n + b_n - (A+B)| < \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon$
$= |a_n + b_n - (A+B)| < \varepsilon$

Terbukti $\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = A + B$

(2b) $a_n = \frac{3 - 8\cdot 2^n}{5 + 4\cdot 2^n}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{3 - 8\cdot 2^n}{5+4\cdot 2^n}$

$= -2$

Terbukti konvergen ke -2

$\boxed{3b}$ $a_n = \frac{n+3}{3n-1}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n-1}$

$= \frac{1}{3}$

Terbukti konvergen ke $\frac{1}{3}$