12/09/2022

PRAKTIKUM
PERTEMUAN 5

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

01

Review Materi

Pengertian SPL

Bentuk:

$$ax = b$$

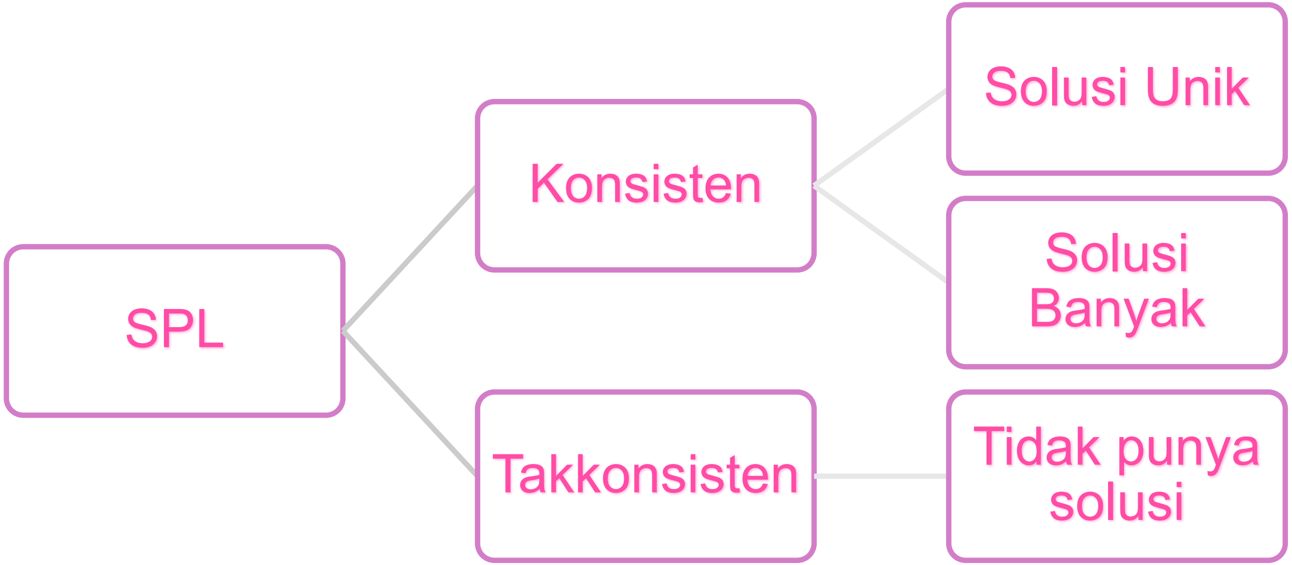
Gugus terhingga persamaan yang:

- Melibatkan lebih dari satu peubah
- Setiap sukunya hanya mengandung satu peubah yang berpangkat satu

Kemungkinan Solusi

Tunggal	Takhingga	Tidak Ada
$a \neq 0, b\ sembarang$	$a = 0\ dan\ b = 0$	$a = 0\ dan\ b \neq 0$

Kategori SPL



SPL Homogen

$$2x + 3y = 0$$
$$4x + 2y = 0$$

Pengertian

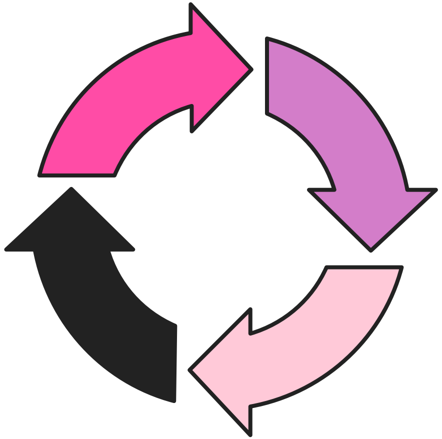
SPL yang seluruh ruas kanannya bernilai 0

Sifat

- Selalu konsisten
- Selalu ada solusi
  - Salah satu solusinya adalah seluruh peubah bernilai 0

Cara Mencari Solusi SPL

Eliminasi



Substitusi

Eliminasi Gauss-Jordan

SPL dalam Notasi Matriks

$$A\underline{x} = \underline{b}$$

A = matriks koefisien
$\underline{b}$ = vektor konstanta
$\underline{x}$ = vektor kolom yang dicari nilainya

$$2x + y = 2$$
$$x - 2y = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}; \underline{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Eliminasi Gauss-Jordan

Matriks Gandeng → **OBE** → **Matriks Identitas**

$[A \vdots b]$

$E_{i(k)}(A)$

$E_{ij}(A)$

$E_{ij(k)}(A)$

Ingat Kembali!

- Jika A adalah matriks persegi, maka:

$$\det\left(E_{i(k)}(A)\right) = k\det(A)$$
$$\det\left(E_{ij}(A)\right) = -\det(A)$$
$$\det\left(E_{ij(k)}(A)\right) = \det(A)$$

OBE tidak mengubah pangkat matriks

- Jika A adalah matriks dengan determinan 0 (nol), maka operasi baris terhadap A akan menghasilkan matriks yang determinannya juga 0 (nol)

- Jika A adalah matriks dengan determinan tidak nol, maka operasi baris terhadap A akan menghasilkan matriks yang determinannya juga tidak nol

Pangkat dan Kekonsistenan SPL

SPL nonhomogen

$A\underline{x} = \underline{b}$

Tak konsisten

$r(A) < r(A|\underline{b})$

Konsisten

- Solusi unik: $r(A) = r(A|\underline{b}) = n$
- Solusi banyak: $r(A) = r(A|\underline{b}) < n$

SPL homogen

$A\underline{x} = \underline{0}$

Selalu konsisten

- Solusi trivial $\underline{\boldsymbol{x}} = \underline{\mathbf{0}}$: $r(A) = r(A|\underline{b}) = n$
- Solusi nontrivial: $r(A) = r(A|\underline{b}) < n$

$n = banyak\ peubah$

RStudio’s Time

02

03 Latihan Soal

Tentukan solusi SPL di bawah ini dan ~~berikan tafsiran geometrinya~~

a. $\begin{cases} 2x - y = -1 & (1) \\ 3x + y = 1 & (2) \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x - 5y = 2 & (1) \\ -6x + 10y = 4 & (2) \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x + y = 1 & (1) \\ 2x - y = 0 & (2) \\ 2x - y = -1 & (3) \end{cases}$

d. $\begin{cases} x - y = 0 & (1) \\ 3x + 2y = 5 & (2) \\ -2x + y = -1 & (3) \end{cases}$

e. $\begin{cases} 2x + y = 0 & (1) \\ -x - 2y = 0 & (2) \\ 3x - 2y = 0 & (3) \end{cases}$

f. $\begin{cases} x - 3y = 0 & (1) \\ -x + 3y = 0 & (2). \\ 2x - 6y = 0 & (3) \end{cases}$

Tentukan konstanta k agar SPL berikut ini mempunyai satu solusi, takhingga banyaknya solusi, ataukah takkonsisten

a. $\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ -4x + ky = -2 & (2) \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x - 4y = k & (1) \\ -x + 2y = -1 & (2) \end{cases}$.

Selesaikan SPL di bawah ini:

a)	b)
$\begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ 3y + z = 5 \\ 4z = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} -3x = 3 \\ 5x + 2y = -1 \\ x + 3y - 4z = 1 \\ -2x - y + 3z - 2u = 3 \end{cases}$

Susun Matriks Gandeng dan Cari Solusinya

a)

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ -2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = -2 \\ 3x_1 - x_3 = 3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ 6x_1 + x_3 - 9x_4 = -2 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 6x_4 = -2 \end{cases}$$

Periksa Kekonsistenan SPL Berikut

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Terima kasih

Do you have any questions?