



IPB University
— Bogor Indonesia —

Sistem Persamaan Linear

Bagus Sartono

Prodi Statistika dan Sains Data

IPB University

bagusco@apps.ipb.ac.id

Eliminasi Gauss-Jordan, Pangkat Matriks,
Kekonsistenan SPL 

Eliminasi Gauss Jordan

$$3x + 2y + 4z = 5$$

$$2x + 2y + 3z = 4$$

$$3x + 2y + 1z = 5$$

$$\underline{A}\underline{x} = \underline{b}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} \quad \underline{x} = \underline{b}$$

Eliminasi Gaus Jordan

serangkaian operasi baris elementer

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

Bentuk Identity



operasi baris elementer, determinan, pangkat

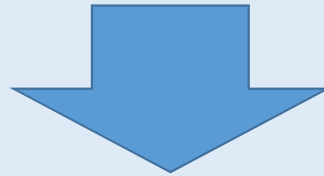
- Jika **A** adalah matriks persegi, maka:

$k \cdot B_i \Rightarrow \bullet \det(E_{i(k)}(\mathbf{A})) = k \det(\mathbf{A})$

$B_i \leftrightarrow B_j \Rightarrow \bullet \det(E_{ij}(\mathbf{A})) = - \det(\mathbf{A})$

$k B_j + B_i \Rightarrow \bullet \det(E_{ij(k)}(\mathbf{A})) = \det(\mathbf{A})$

- Jika **A** adalah matriks dengan determinan **0 (nol)**, maka operasi baris terhadap **A** akan menghasilkan matriks yang determinannya **juga 0 (nol)**.
- Jika **A** adalah matriks dengan determinan **tidak nol**, maka operasi baris terhadap **A** akan menghasilkan matriks yang determinannya **juga tidak nol**. (kecuali saat $k = 0$ untuk operasi $E_{i(k)}$)



Operasi baris elementer tidak mengubah pangkat matriks



pangkat dan kekonsistenan SPL

$(A|b)$ elemen 6-7

$$\underline{A}\underline{x} = \underline{b}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

SPL Konsisten

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ 0 \end{bmatrix}$$

SPL Konsisten

$$r(A) = r(A|\underline{b})$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ a \end{bmatrix} \quad a \neq 0$$

SPL Tidak Konsisten $0z = a$

$$r(A) < r(A|\underline{b})$$

$r(A) = 2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & ? \\ 0 & 1 & 0 & ? \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$r(A|b) = 3$



pangkat dan kekonsistenan SPL

Teorema: sebuah SPL konsisten $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ jika dan hanya jika $r([\mathbf{A} \mid \mathbf{b}]) = r(\mathbf{A})$

$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$
memiliki solusi

Sebuah SPL $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ memiliki solusi yang unik/tunggal jika dan hanya jika $r([\mathbf{A} \mid \mathbf{b}]) = r(\mathbf{A}) = p$, dengan p = banyaknya variabel

Sebuah SPL $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ memiliki solusi yang tidak unik jika dan hanya jika $r([\mathbf{A} \mid \mathbf{b}]) = r(\mathbf{A}) < p$, dengan p = banyaknya variabel

$r(\mathbf{A} \mid \mathbf{b}) \neq r(\mathbf{A})$
SPL tdk konsisten



terima kasih



IPB University
— Bogor Indonesia —

