

1. A matriks persegi $\Rightarrow n \times n$ Matriks non-singular: $\det(A) \neq 0$

$$A^2 + SA = I_n$$

$A(A + SI_n) = I_n \Rightarrow S$ dikali matriks identitas agar tetap memiliki matriks dan sesuai dengan nilai sebelumnya.

$$|A(A + SI_n)| = |I_n|$$

$$|A| |A + SI_n| = |I_n| \Rightarrow \det. \text{ matriks identitas selalu bernilai } 1.$$

$$|A| |A + SI_n| = 1$$

$$|A| = \frac{1}{|A + SI_n|}$$

$|A + SI_n| \Rightarrow$ determinannya akan menghasilkan angka bukan nol (0) karena ada penjumlahan dengan SI_n terlebih dahulu.

sehingga $|A| = \frac{1}{|A + SI_n|}$ akan memiliki suatu nilai yang tidak sama dengan nol (0)

Oleh karena itu terbukti A merupakan matriks non-singular.

2. A \Rightarrow matriks persegi $n \times n$

Matriks simetrik: $a_{ij} = a_{ji}$ untuk semua $i \neq j$

$$A^T = A$$

Matriks miring simetris: $a_{ij} = -a_{ji}$ untuk semua $i \neq j$

$$a_{ii} = 0$$

$$A = -A^T \Rightarrow A^T = -A$$

$$A + A^T = (A + A^T)^T$$

$$A + A^T = A^T + A$$

$$A + A^T = A + A^T \Rightarrow \text{hasil komutatif}$$

didapatkan $A + A^T = A + A^T$ sehingga terbukti bahwa $A + A^T$ matriks simetris

$$A - A^T = -(A - A^T)^T$$

$$A - A^T = -(A^T - A)$$

$$A - A^T = -A^T + A \quad (\text{hasil akan sama})$$

didapatkan $A - A^T = -A^T + A$ sehingga terbukti bahwa $A - A^T$ matriks miring simetris.

3. $A \Rightarrow mAn$

$$\text{Dix: } \text{tr}(A^T A)$$

$$A = m A_n$$

$$A^T = n A_m$$

Misalkan : $A^T A = n B_n$, maka :

$$nBn = A^T A = [b_{ij}], b_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik}^t a_{kj}$$

$$\text{tr}(B) = \sum_{i=1}^n b_{ii} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m a_{ik} a_{ki}$$