

STK201 Aljabar Matriks

Semester Ganjil 2022/2023

PERTEMUAN #2

Matriks-Matriks Spesial

disusun oleh:
Bagus Sartono
bagusco@gmail.com
0852-1523-1823

Prodi Statistika dan Sains Data
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor



2022



IPB University
— Bogor Indonesia —

Matriks Persegi

- Sebuah matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ dikatakan sebagai matriks persegi jika dan hanya jika $m = n$, atau banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.

Matriks Diagonal

- Sebuah matriks persegi $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks diagonal jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i \neq j$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Matriks Identitas

- Matriks persegi $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks identitas dan dilambangkan \mathbf{I}_n jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i \neq j$$

$$a_{ii} = 1 \text{ untuk semua } i = 1, 2, \dots, n$$

- Jika $_m\mathbf{B}_n$ adalah sembarang matriks real, maka $\mathbf{BI} = \mathbf{B}$
- Jika $_n\mathbf{B}_m$ adalah sembarang matriks real maka $\mathbf{IB} = \mathbf{B}$

Matriks Identitas

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks Nol – Null Matrix

- Sebuah matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks nol dan dilambangkan ${}_m\mathbf{O}_n$ jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } (i, j)$$

- Jika ${}_k\mathbf{B}_m$ adalah sembarang matriks real, maka $\mathbf{B}\mathbf{O} = {}_k\mathbf{O}_n$
- Jika ${}_n\mathbf{B}_k$ adalah sembarang matriks real maka $\mathbf{O}\mathbf{B} = {}_m\mathbf{O}_k$

Matriks Satuan – Matrix of Ones

- Sebuah matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks satuan dan dilambangkan ${}_m\mathbf{J}_n$ jika dan hanya jika
$$a_{ij} = 1 \text{ untuk semua } (i, j)$$

Matriks Nol dan Matriks Satuan

$$\mathbf{O}_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{O}_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks Simetrik

- Sebuah matriks persegi $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks simetrik jika dan hanya jika

$$a_{ij} = a_{ji} \text{ untuk semua } i \neq j$$

- Dengan kata lain $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks simetrik jika dan hanya jika $\mathbf{A}' = \mathbf{A}$

Matriks Simetrik

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Miring Simetrik

- Sebuah matriks persegi $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks miring simetrik jika dan hanya jika

$$a_{ij} = -a_{ji} \text{ untuk semua } (i, j)$$

dan $a_{ii} = 0$ untuk semua $i = 1, 2, \dots, n$

- Dengan kata lain $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai miring matriks simetrik jika dan hanya jika $\mathbf{A} = -\mathbf{A}'$

Matriks Miring Simetrik

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & -3 & -3 \\ -5 & 3 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Atas

- Sebuah matriks persegi $n \times n$ disebut sebagai matriks segitiga atas jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i > j$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Bawah

- Sebuah matriks persegi $n \times n$ disebut sebagai matriks segitiga atas jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i < j$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Idempoten

- Sebuah matriks persegi $_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks idempoten jika dan hanya jika $\mathbf{AA} = \mathbf{A}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

periksalah!

Matriks Ortogonal

- Sebuah matriks persegi $n \times n$ disebut sebagai matriks ortogonal jika dan hanya jika

$$\mathbf{A}\mathbf{A}' = \mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{I}_n$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

periksalah!

$$\begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}$$

periksalah!

Terima Kasih



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World

- Seandainya **A** adalah matriks berukuran 4×3 dan **D** adalah matriks diagonal berukuran 4×4 dengan seluruh unsur diagonal adalah 2
 - apakah operasi perkalian **D** x **A** dapat dilakukan?
 - matriks apa yang dihasilkan oleh perkalian **D** x **A**?
- Seandainya **A** adalah matriks satuan berukuran 4×3 dan **D** adalah matriks diagonal berukuran 4×4 dengan seluruh unsur diagonal secara berurutan adalah 1, 2, 3, dan 4
 - matriks apa yang dihasilkan oleh perkalian **D** x **A**?



Contoh data/informasi di sekitar kita yang berbentuk matriks simetrik



Contoh data/informasi di sekitar kita yang berbentuk matriks miring simetrik



IPB University
— Bogor Indonesia —

KUIS



Buktikan: Jika A adalah sembarang matriks persegi, maka $A^T + A$ adalah matriks simetrik.



Buktikan.... jika A adalah matriks idempotent maka $(I - A)$ juga bersifat idempotent.



Buktikan.... penjumlahan dari dua matriks yang miring simetrik menghasilkan matriks miring simetrik.



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —