4.54 Drug testing

Dik: • akurasi test = 98%
- misal peluang seorang pengguna terdeteksi dan benar = 0,98
- untuk mengetahui peluang error, dilakukan 2 kali test
- jika hasil dari kedua test pada orang yg sama adalah event bebas, $(P(A \cap B) = P(A) \times P(B))$

Dit: • apa peluang dari events berikut;

a) bukan pengguna, kedua testing gagal

b) Pengguna ketahuan (pengguna gagal pada tes setidaknya 1 kali)

c) Pengguna tidak ketahuan (lolos test)

Jawab:

- user
  - pass
    - Pass (UPP)
    - Fail (UPF)
  - Fail
    - Pass (UFP)
    - Fail (UFF)
- non user
  - Pass
    - Pass (NPP)
    - Fail (NPF)
  - Fail
    - Pass (NFP)
    - Fail (NFF)

ada 8 Sample Space

---

karena akurasi = 98% → maka ⇒ $x \cdot \frac{98}{100} = 1$

$$x = \frac{100}{98} = \frac{50}{49}$$

ⓐ $P(NFF) = \frac{1}{8} \times \frac{50}{49} = \frac{25}{196} \approx 0,127$

ⓑ pengguna ketahuan:

$P(UFF) + P(UFP) + P(UPF)$

$$= \frac{1+1+1}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{50}{49} = \frac{75}{196} \approx 0,382$$

ⓒ $P(UPP) = \frac{1}{8} \times \frac{50}{49} = 0,127$

5.52 Mammogram diagnostic

Dik: • Breast cancer menyerang 10%
- peluang memiliki BC = 1%
  - ↳ $P(S) = 0,01$
- peluang meningkat ketika wanita bertambah tua
- test tahunan setelah berusia 40 th
- wanita yg menjalani tes memiliki peluang 1% BC
- typical values
  - Sensitivity = 0,86
  - Specificity = 0,88

Dit: ⓐ buat diagram pohon, set pertama "breast cancer", set kedua "mammogram Result". lalu cari ~~berapa~~ apakah $P(S \cap Pos) = 0,01 \times 0,86 = 0,0086$

dan cari peluang lainnya yg.

Anggia Tasthan R

4.6 Preschool or Not?

- memilih secara acak 1 dari 25 siswa dan dicatat gendernya, baik apakah siswa tersebut pernah ke PAUD (Preschool) atau tidak

Dit: a.) Bagaimana kamu akan menjelaskan eksperimen ini?

↳ Eksperimen ini merupakan percobaan acak dengan kemungkinan Gender yang terdiri: laki-laki dan Perempuan. Dan dengan 2 kemungkinan background: Preschool dan No Preschool

b.) buat ~~pohon~~ diagram pohonnya, hitung brp. banyak event

male < Preschool, No Preschool
Female < Preschool, No Preschool

- Simple event / kejadian sederhana: ada 4 ⇒ (MP, MN, FP, FN)

c.) ~~[illegible]~~ Gunakan tabel untuk menentukan peluang pada event di bagian (b)

background	Gender: male	female	
Preschool	8	9	17
No Preshool	6	2	8
	14	11	25

* Peluang:

- $P(MP) = \frac{8}{25}$
- $P(FP) = \frac{9}{25}$
- $P(MN) = \frac{6}{25}$
- $P(FN) = \frac{2}{25}$

4.51 misal $P(A) = 0,4$ dan $P(A \cap B) = 0,12$

Dit: a) Temukan $P(B|A)$

↳ $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$ //

b.) apakah events A dan B saling lepas?

↳ Syarat saling lepas adalah $P(A \cap B) = 0$

↳ karena $P(A \cap B)$ memiliki nilai 0,12, maka A dan B tidak saling lepas //

c) Jika $P(B) = 0,3$, apakah events A dan B bebas?

↳ $\cdot P(B|A) = 0,3 \leftrightarrow P(B)$ ✓

$\cdot P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4 \leftrightarrow P(A)$ ✓

$\cdot P(A \cap B) = 0,12 \leftrightarrow 0,4 \times 0,3 = P(A) \times P(B)$ ✓

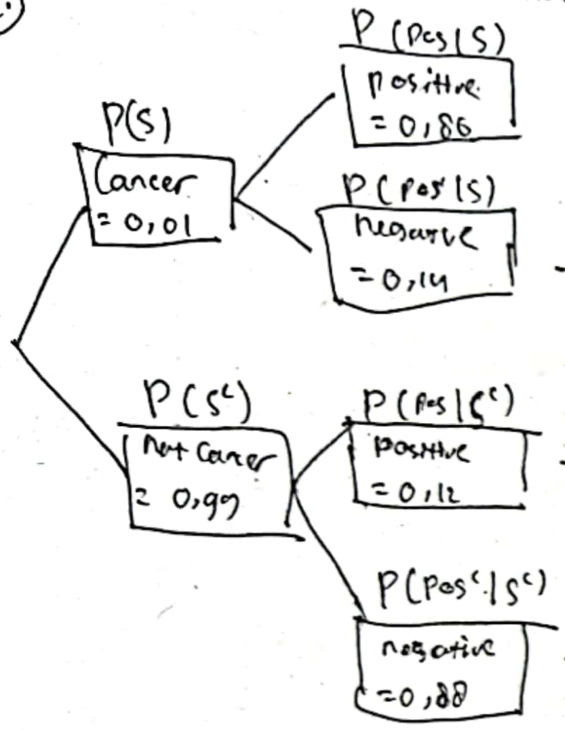
Jika salah satu benar maka bebas

↳ maka events A dan B independen (bebas) //

↳ kejadian A tdk tergantung pada kejadian B

a. Breas Cancer

mamboom rout



$\rightarrow P(Pos|S) = \frac{P(S \cap Pos)}{P(S)} \Rightarrow P(S \cap Pos) = P(S) \cdot P(Pos|S)$

$= 0{,}01 \times 0{,}86 = 0{,}0086$ terbukti! //

$\rightarrow P(S \cap Pos^c) = P(S) \times P(Pos^c|S)$

$= 0{,}01 \times 0{,}14 = 0{,}0014$

$\rightarrow P(S^c \cap Pos) = P(S^c) \times P(Pos|S^c)$

$= 0{,}99 \times 0{,}12 = 0{,}1188$

$\rightarrow P(S^c \cap Pos^c) = P(S^c) \times P(Pos^c|S^c)$

$= 0{,}99 \times 0{,}88 = 0{,}8712$

b. Buktikan $P(POS) = 0{,}1274$

$\hookrightarrow P(POS) = P(S \cap Pos) + P(S^c \cap Pos)$

$= 0{,}0086 + 0{,}1188$

$= 0{,}1274$ benar ✓ //

c. $P(S|Pos) = \frac{P(S \cap Pos)}{P(Pos)} = \frac{0{,}0086}{0{,}1274} = 0{,}0676$

d. • Freq??

• kap .. $P(S|POS)$ ini disarankan hanya sekitar 0,08

$\hookrightarrow P(S|Pos) = \frac{P(S \cap Pos)}{P(Pos)} = \frac{(1/100)}{((1+12)/100)} = \frac{1}{13} = 0{,}076$

↳ hanya waktu sekitar 0,08 maka menyarankan segitu //

SMG **Bayes' Rule**

- Jika $P(A), P(B|A)$, dan $P(B^c|A^c)$ diketahui, tentukan (ditanya) $P(A|B)$

Dit: (a) Gunakan definisi Peluang bersyarat untuk $P(A|B)$ dan $P(B|A)$

- Jelaskan knp $P(A|B) = \frac{P(A \text{ dan } B)}{P(B)} = \frac{[P(A) \cdot P(B|A)]}{P(B)}$

(b) Pecah event B yang muncul dalam 2 bagian.

↳ Apakah A muncul, jelaskan

$$P(B) = P(B \text{ dan } A) + P(B \text{ dan } A^c)$$

(c) Gunakan ~~Sama~~ dengan hasil (b) dan definisi Peluang bersyarat, jelaskan

$$P(B) = P(A)\,P(B|A) + P(A^c)\,P(B|A^c)$$

(d) Kombinasikan dengan apa yang terjadi pada (a - c),

Jelaskan bahwa

$$P(A|B) = \frac{P(A)\,P(B|A)}{P(A)\,P(B|A) + P(A^c)\,P(B|A^c)}$$

~~Ans: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{[P(A)\,P(B|A)]}{P(B)}$~~

~~$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$~~

~~(i) $P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$~~

(a) Menurut def Peluang bersyarat yg saling bebas $(P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B))$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A) \quad , P(B) > 0$$

Jika, kejadian A dan B saling Bebas maka:

$$↳ P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\cancel{P(A)}}{P(B)} \cdot \frac{P(B \cap A)}{\cancel{P(A)}}$$

$$= \frac{P(A) \cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}}$$

$$= P(A) \checkmark$$

↳ sehingga $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$ adalah benar //

(b) $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c)$

$$= \cancel{P(B \cap A)} + P(B) - \cancel{P(A \cap B)}$$

$$= P(B) //$$

↳ Jadi, $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c)$ adalah benar

(c) $P(B) = P(A)\,P(B|A) + P(A^c)\,P(B|A^c)$

$$= \cancel{P(A)}\,\frac{P(B \cap A)}{\cancel{P(A)}} + \cancel{P(A^c)}\,\frac{P(B \cap A^c)}{\cancel{P(A^c)}}$$ → Sama dgn bagian (b)

$$= \cancel{P(B \cap A)} + P(B) - \cancel{P(B \cap A)}$$

$$= P(B) //$$

terbukti benar //

(b) memisahkan kejadian B menjadi 2 bagian menurut A, jelaskan mengapa

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c)$$

↳ Ans:

$$P(B) = \left(P(B \cap A) \cup P(B \cap A^c)\right)$$

$$= \left(\frac{P(B)\,\cancel{P(A)}}{\cancel{P(A)}} \cup \frac{P(B)\,\cancel{P(A^c)}}{\cancel{P(A^c)}} \right)$$

$$= P(B)$$

~~(c) menggunakan bagian b dan definisi peluang bersyarat, jelaskan mengapa $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(A^c) \cdot P(B|A^c)$ Jawab:~~

(d.) menggabungkan bagian a-c, jelaskan bahwa

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A)\,P(B|A) + P(A^c)\,P(B|A^c)} \longrightarrow \text{formula bagian (c)}$$

$$↳ \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B \cap A) + P(B \cap A^c)} \longrightarrow \text{Formula bagian (b)}$$

$$↳ \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} \longrightarrow \text{formula (a)}$$

↳ $P(A|B) = P(A)$

↳ Jadi aturan bayes itu sesuai dengan teori peluang bersyarat

4.79 Screening Tests

- misalkan suatu penyakit = 10% dari populasi.
- ada test ~~...~~ screening jika ada (pengukuran)
- terkadang hasil test = negatif ketika penyakit itu muncul
- dan terkadang hasil test = positif ketika penyakit telah muncul

		Test		
		Positive	Negative	
Disease	Present	0,08	0,02	0,10
	Absent	0,05	0,85	0,90
		0,13	0,87	1

~~0,85~~
~~0,82~~

(a.) temukan peluang: $P(D)$, $P(D^c)$, $P(N|D^c)$, $P(N|D)$

(b.) Gunakan aturan Bayes dan hasilnya dari bagian (a) untuk menemukan $P(D|N)$ ~~...~~

(c.) Gunakan definisi peluang bersyarat untuk menemukan $P(D|N)$ (jawabannya harus sama dengan bagian (b))

(d.) temukan peluang dari positif palsu, bahwa test tersebut positif, diberikan dari orang yg bebas penyakit

(e.) Temukan kemungkinan dari negatif palsu, yaitu tes ~~...~~ negatif, diberikan dari orang yg berpenyakit

(f.) Apakah peluang pada bagian d atau e cukup besar untuk kamu peduli tentang reabilitas dari screening method? Jelaskan

Ans: (a)

- $P(D) = 10\% = 0,10$
- ~~$P(P \cap D) = 0,08$~~
- ~~$P(P \cap D^c) = 0,05$~~
- $P(D^c) = 90\% = 0,90$
- $P(N|D^c) = \frac{P(N \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{0,85}{0,90}$ → 0,94
- $P(N|D) = \frac{P(N \cap D)}{P(D)} = \frac{0,02}{0,10} = 0,20$

(b) Aturan Bayes

~~$P(D|N) = \frac{P(D \cap N)}{P(N)} = \frac{0,22}{0,87} =$~~

$P(D) = P(P \cap D) + P(N \cap D)$
$= 0,08 + 0,02 = 0,10$

$P(D|N) = \frac{P(D) + P(N|D)}{P(D)\,P(N|D) + P(D^c)\,P(N|D^c)}$ aturan Bayes

$= \frac{0,10 + 0,20}{0,10 + 0,20 + 0,90 \cdot 0,94} = \frac{0,02}{0,87} = 0,2...$

(c) $P(D|N) = \frac{P(D \cap N)}{P(N)} = \frac{P(D \cap N)}{P(D \cap N) + P(D^c \cap N)}$

$= \frac{0,02}{0,02 + 0,85} = \frac{0,02}{0,87} = 0,23$

Sama dengan bagian (b).

4.79

d.) Peluang positif palsu : (test positif dari orang yg bebas penyakit)

$$P(P|D^c) = \frac{P(P \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{0,05}{0,90} = 0,056$$

e.) Peluang negatif palsu : (test negatif dari orang yg ~~bebas~~ berpenyakit

$$P(N|D) = \frac{P(N \cap D)}{P(D)} = \frac{0,02}{0,10} = 0,20$$

f.) Pada bagian d, nilai peluang positif palsu (hasil test positif bagi orang yg bebas penyakit) adalah ~~[illegible]~~ sebesar 0,05 atau 5%. artinya peluang kesalahan dari screening test ini ~~[illegible]~~ kecil, hanya 5%.

~~[illegible]~~ Namun pada bagian e, nilai peluang negatif palsu (hasil test negatif bagi orang yg berpenyakit) cukup besar, yaitu 0,20 atau 20%. Sehingga reabilitas dari screening method bisa dibilang masih cukup reliabel.