IPB University
Bogor Indonesia

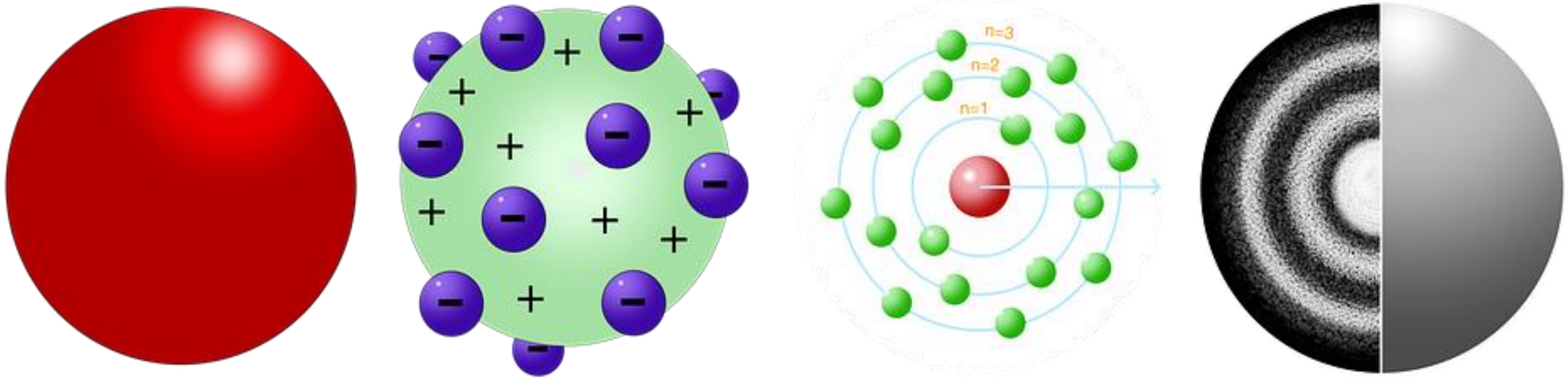
Departement of Statistics
Study Program in Statistics and Data Science

Pengantar Peluang

Introduction to Probability

Prof. Dr. Ir. Khairil Anwar Notodiputro, MS

Guru Besar Statistika IPB



Twitter: *@kh_notodiputro*

email: *khairil@apps.ipb.ac.id*

Motivasi

Motivation

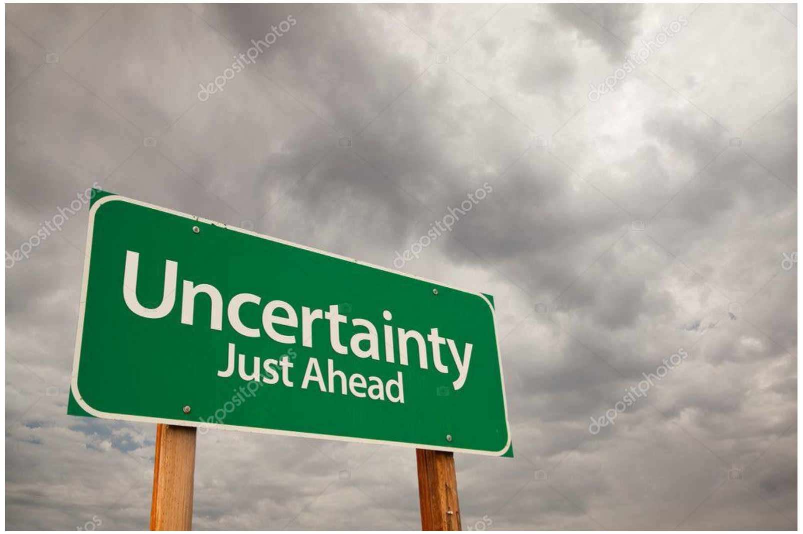
Pernahkah Anda bertanya apakah sore ini akan turun hujan?

Pernahkan terbayang oleh Anda:

Jika kemarin hujan apakah hari ini akan hujan?
Begitu pula jika sudah 60 hari yang lalu berturut-turut tidak turun hujan apakah hari ini akan hujan?

Jawaban atas pertanyaan tsb adalah **TIDAK PASTI.**

Kita harus menggunakan **KONSEP PELUANG** untuk mengukur ketidak-pastiannya



Motivasi

Motivation

Pernahkah Anda mendengar orang yang ditangkap dan diuji urin karena dicurigai menggunakan narkoba?

Pernahkan terbayang oleh Anda:

Jika benar ybs mengkonsumsi narkoba maka apakah pasti hasil ujinya akan positif?

Sebaliknya, jika hasil ujinya positif apakah bisa dipastikan bhw ybs mengkonsumsi narkoba?

Jawaban pertanyaan tsb adalah **TIDAK PASTI**

Kita harus menggunakan **KONSEP PELUANG** untuk mengukur ketidak-pastiannya

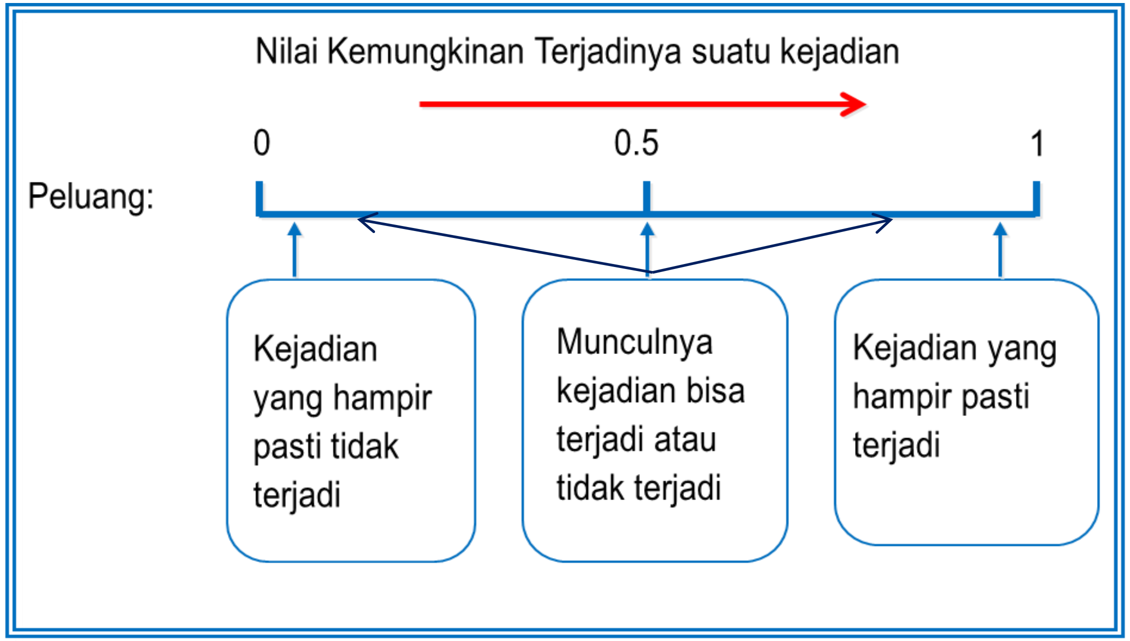
Konsep Peluang

Probability Concept

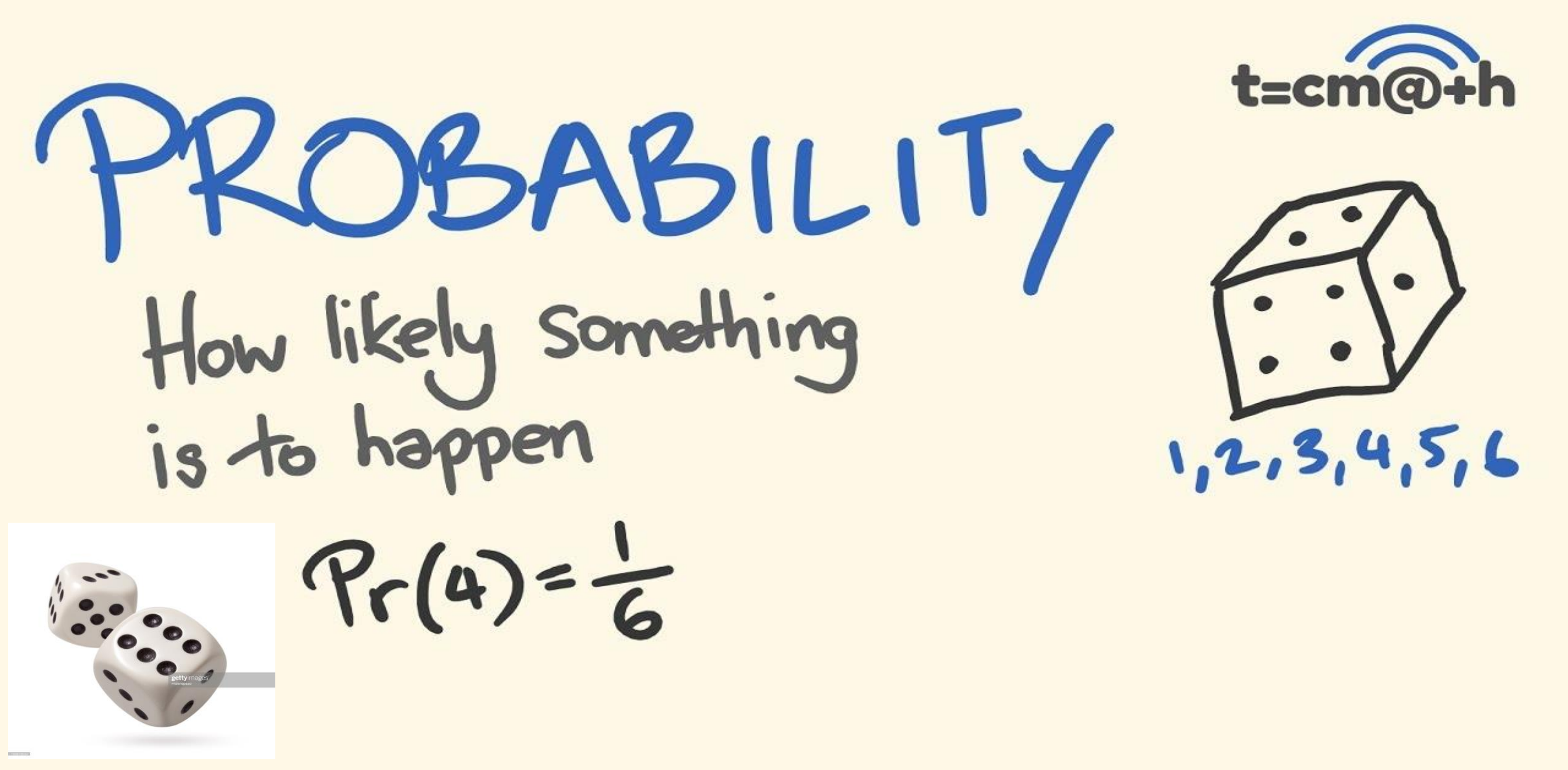
- **Peluang (*probability*) mrpk ukuran kemungkinan terjadinya suatu kejadian → besarnya peluang p adalah $0 \leq p \leq 1$**
- **Peluang mrpk konsep *a priori* shg tidak relavan utk sesuatu yg sudah terjadi:**

  "Kalau peluang keberhasilan operasi cangkok hati adalah 1/10 (1 hidup, 9 mati), maka jangan dikira operasi yang kesepuluh akan berhasil karena 9 operasi sebelumnya telah gagal → peluang menjadi tdk relevan krn operasi sdh terjadi"

- Artinya, peluang itu BUKAN ukuran jangka pendek (*short run*), tetapi merupakan ukuran jangka panjang (*long run*).



Peluang: Ukuran Kemungkinan terjadinya suatu kejadian

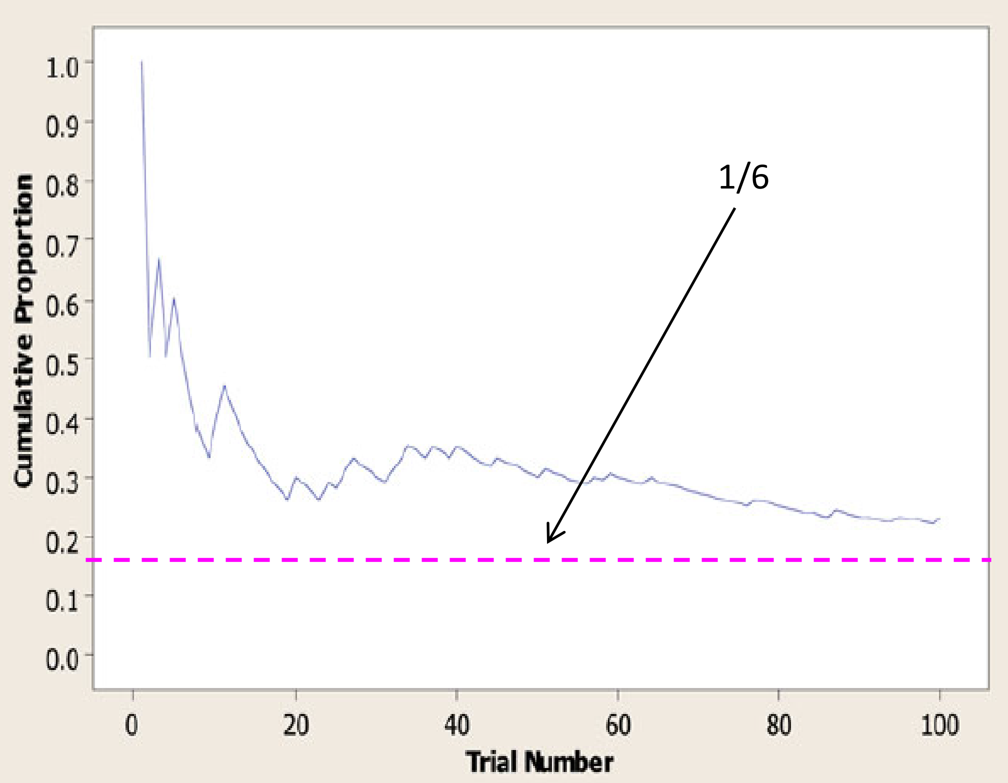


Ilustrasi Peluang

Illustration

Trial	6 Occurs?	Cumulative Proportion of 6s	
1	yes	1/1	= 1.0
2	no	1/2	= 0.500
3	yes	2/3	= 0.667
4	no	2/4	= 0.500
5	yes	3/5	= 0.600
6	no	3/6	= 0.500
7	no	3/7	= 0.429
8	no	3/8	= 0.375
⋮	⋮	⋮	⋮
30	no	9/30	= 0.300
31	no	9/31	= 0.290
32	yes	10/32	= 0.313
33	yes	11/33	= 0.333
34	yes	12/34	= 0.353
35	no	12/35	= 0.343
⋮	⋮	⋮	⋮
99	no	22/99	= 0.220
100	yes	23/100	= 0.230

Mari kita fahami konsep peluang dengan memperhatikan munculnya angka 6 dari 100 kali pelemparan sebuah dadu.



Peluang dan Percobaan Bebas

Probability and Independent Trial

Definisi Peluang:

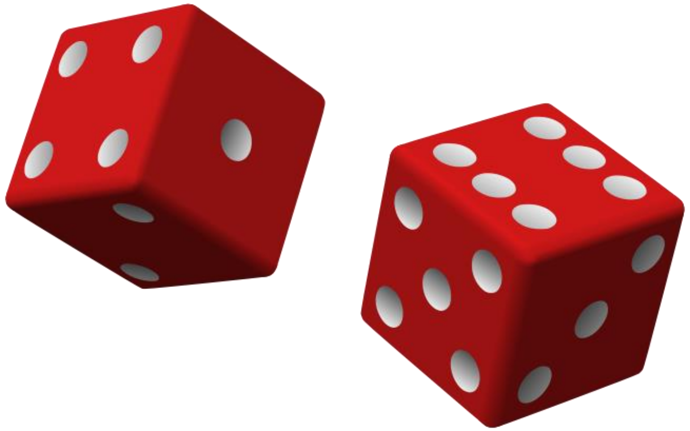
Peluang dari suatu kejadian adalah frekuensi relatif dari kejadian tersebut dalam jangka panjang.

With a randomized experiment or a random sample or other random phenomenon (such as a simulation), the **probability** of a particular outcome is the proportion of times that the outcome would occur in a long run of observations.

Different trials of a random phenomenon are **independent** if the outcome of any one trial is not affected by the outcome of any other trial.

Percobaan Bebas (*independent trials*):

Dua percobaan dikatakan bebas satu sama lain jika hasil dari percobaan yang satu tidak mempengaruhi hasil percobaan yg kedua.

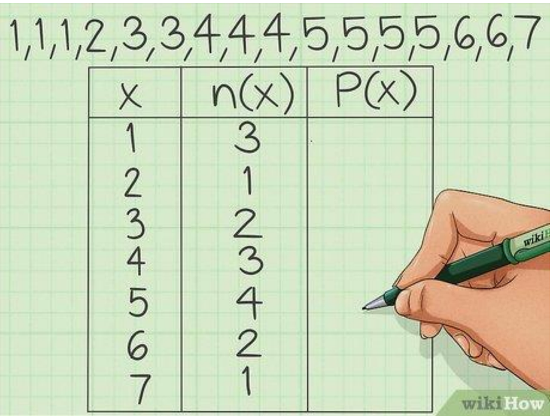


Untuk ilustrasi melempar dadu tadi, jika pelemparan bersifat bebas satu sama lain maka setelah bbrp kali muncul angka 6 tidak berarti akan muncul selain angka 6.

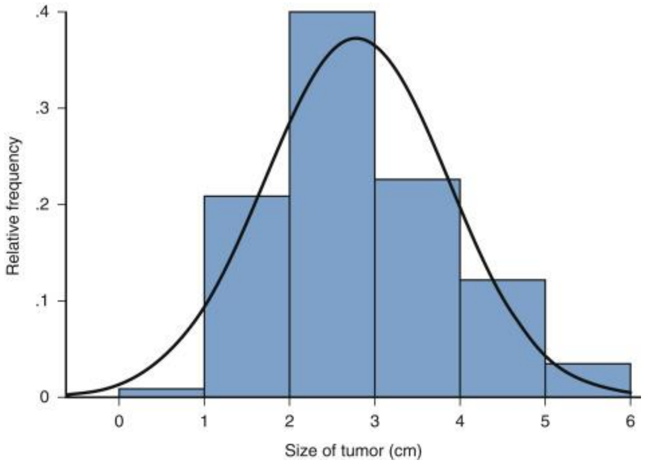
Peluang dan Frekuensi Relatif

Probability and Realtive Frequency

- Sebenarnya ada beberapa cara untuk mengukur peluang suatu kejadian:
  - Aksiomatik → peluang angka 3 dari dadu setimbang, $p = \frac{1}{6}$.
  - Empirik → peluang hujan besok adalah 0.3.
  - Subjektif → peluang kejadian yg belum pernah ada fakta.
- Dalam analisis data, biasanya peluang terjadinya suatu kejadian diukur secara empirik.
- Dalam hal ini digunakan frekuensi relatif dari kejadian tsb.



Dalam praktek kita hanya memiliki frekuensi relatif dari contoh data. Besarnya peluang dihitung dari frekuensi relatif ini sehingga tidak sempurna.



Ilustrasi

Illustration

Agresti *et al.* hal 215

5.2 Testing a coin Your friend decides to flip a coin repeatedly to analyze whether the probability of a head on each flip is 1/2. He flips the coin 10 times and observes a head 7 times. He concludes that the probability of a head for this coin is 7/10 = 0.70.

a. Your friend claims that the coin is not balanced, since the probability is not 0.50. What's wrong with your friend's claim?

b. If the probability of flipping a head is actually 1/2, what would you have to do to ensure that the cumulative proportion of heads falls very close to 1/2?

Dari melempar sekeping mata uang 10 kali diperoleh sisi muka 7 kali. Disimpulkan bhw P(Muka) = 0.7.

a. **Menyimpulkan P(Muka) = 0.7 hanya dari 10 kali melempar mata uang merupakan kesalahan**, karena untuk memeriksa besarnya peluang kejadian secara empiris perlu diulang dalam jumlah yang besar. Biasanya diulang ribuan kali. Jadi coba ulangi 1000 kali dan lihat hasilnya, maka sisi muka akan mendekati 500 kali.

b. Jika sekeping mata uang itu setimbang maka P(muka) = P(belakang) = 0.5. Untuk menunjukkan hal ini lemparlah mata uang tersebut ribuan kali. Bisa dicoba 1000 kali dan amati berapa kali sisi muka muncul ($\pm$500 kali).

Ilustrasi

Illustration

Agresti *et al.* hal 216

5.7 Polls and sample size A pollster wants to estimate the proportion of Canadian adults who support the prime minister's performance on the job. He comments that by the law of large numbers, to ensure a sample survey's accuracy, he does not need to worry about the method for selecting the sample, only that the sample has a very large sample size. Do you agree with the pollster's comment? Explain.

Tidak setuju, karena metode pengambilan contoh (*sampling*) itu **amat penting** untuk memastikan bahwa **contoh yang terambil mewakili** (representatif) **populasi**. Jika **tidak representatif** maka walau jumlah contohnya besar tetapi hasilnya **akan berbias** terhadap populasinya.

Contoh itu **dijamin representatif** jika **memilihnya menggunakan sistem acak** (*random*). **Acak tidak berarti sembarangan**. **Acak berarti struktur peluang** terambilnya contoh **dapat diukur**. Kalau secara sembarang kita tidak tahu bagaimana struktur peluangnya. Lagi pula Hukum Bilangan Besar berlaku untuk hasil dari contoh acak. Jadi metode pengambilan contoh secara acak sangat menentukan hasil survei tersebut.

Ilustrasi

Illustration

Mendenhall *et al.* hal 151

4.64 Plant Genetics In 1865, Gregor Mendel suggested a theory of inheritance based on the science of genetics. He identified heterozygous individuals for flower color that had two alleles (one r = recessive white color allele and one R = dominant red color allele). When these individuals were mated, 3/4 of the offspring were observed to have red flowers and 1/4 had white flowers. The table summarizes this mating; each parent gives one of its alleles to form the gene of the offspring.

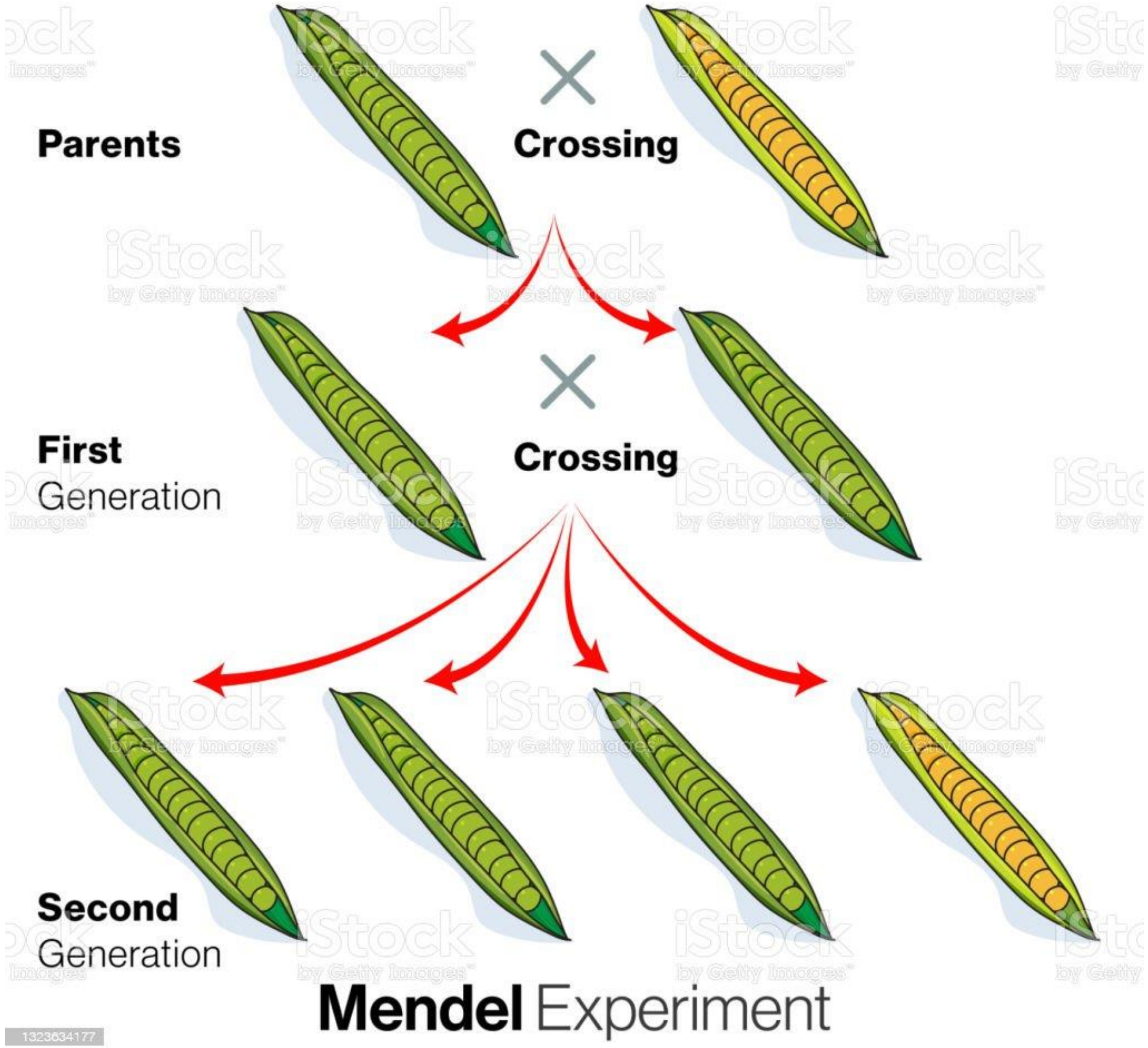
	Parent 2	
Parent 1	r	R
r	rr	rR
R	Rr	RR

We assume that each parent is equally likely to give either of the two alleles and that, if either one or two of the alleles in a pair is dominant (R), the offspring will have red flowers.

a. What is the probability that an offspring in this mating has at least one dominant allele?

b. What is the probability that an offspring has at least one recessive allele?

c. What is the probability that an offspring has one recessive allele, given that the offspring has red flowers?



Ilustrasi

Illustration

Mendenhall *et al.* hal 151

4.64 Plant Genetics In 1865, Gregor Mendel suggested a theory of inheritance based on the science of genetics. He identified heterozygous individuals for flower color that had two alleles (one r = recessive white color allele and one R = dominant red color allele). When these individuals were mated, 3/4 of the offspring were observed to have red flowers and 1/4 had white flowers. The table summarizes this mating; each parent gives one of its alleles to form the gene of the offspring.

	Parent 2	
Parent 1	r	R
r	rr	rR
R	Rr	RR

We assume that each parent is equally likely to give either of the two alleles and that, if either one or two of the alleles in a pair is dominant (R), the offspring will have red flowers.

a. What is the probability that an offspring in this mating has at least one dominant allele?

b. What is the probability that an offspring has at least one recessive allele?

c. What is the probability that an offspring has one recessive allele, given that the offspring has red flowers?

Mendel (tokoh genetika yang masyhur) berteori bahwa bunga yang heterozigot dengan dua alel (*r* = resesif warna putih, *R* = dominan warna merah). Kemudian dia membuat tabel persilangan bunga sbb:

Bunga 1	Bunga 1	
	r	*R*
r	*rr*	*rR*
R	*rR*	*RR*

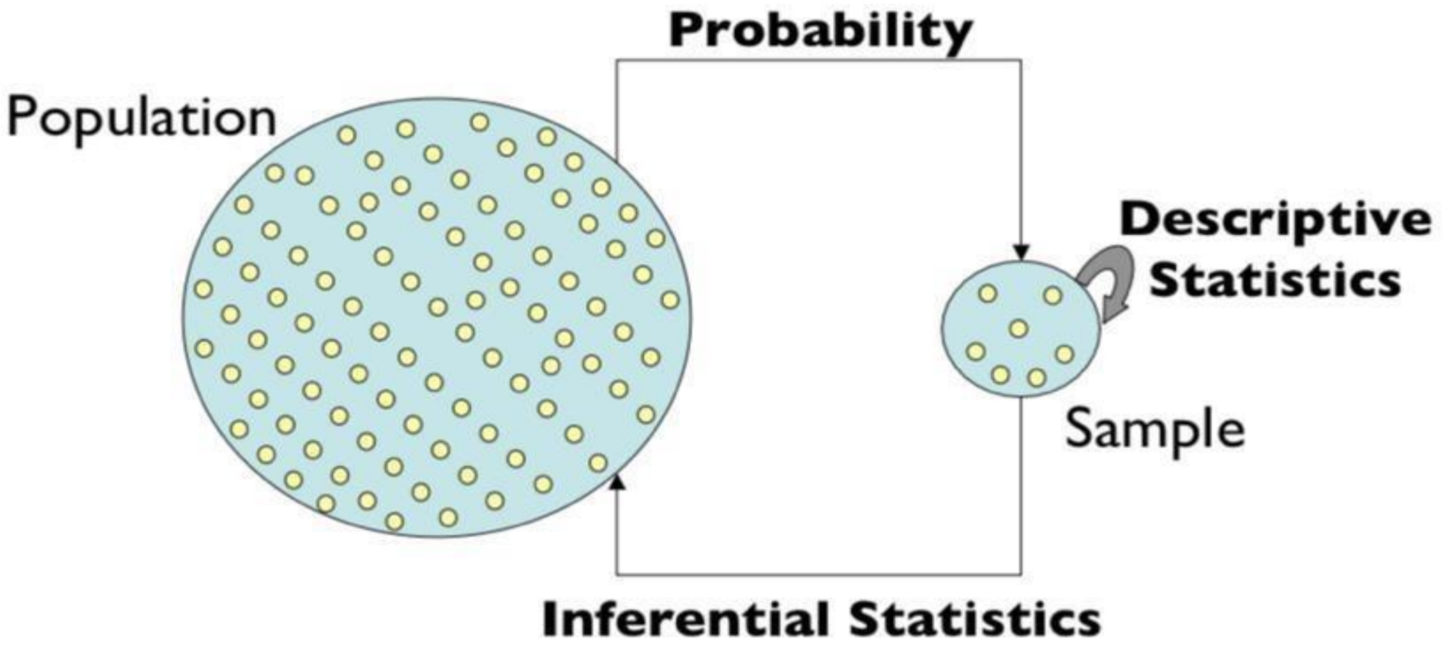
Jika keturunannya *RR, rR* atau *Rr* berarti bunga yang dihasilkan MERAH (RR merah pekat sedangkan rR atau Rr tidak pekat), begitu pula jika *rr* berarti bunga berwarna putih.

a. Sedikitnya 1 alel dominan berarti *rR* atau *Rr* atau *RR*, sehingga peluang memperoleh keturunan seperti ini dalam suatu persilangan adalah ¾.

b. Sedikitnya 1 alel resesif berarti rr atau rR atau Rr, **sehingga peluang memperoleh keturunan seperti ini dalam suatu persilangan adalah ¾.**

c. **Jika diketahui warna bunga itu merah (artinya *rR*, *Rr*, atau *RR*), berapa peluang bhw bunga itu memiliki satu *r*? Ini berarti ada 2 dari 3 kemungkinan, sehingga peluangnya sama dengan 2/3.**

“Central Dogma” of Statistics



Rehat dulu sesi 1....

Percobaan Pertanian

Agricultural Experiment

IPB University
Bogor Indonesia

Ruang Contoh

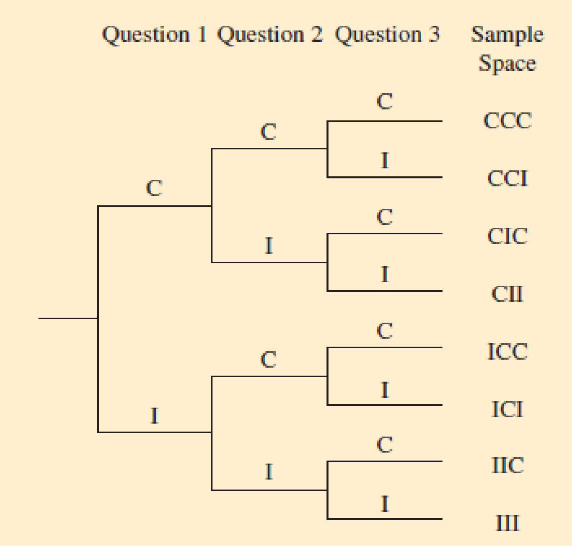
Sample Space

- **Dalam suatu percobaan acak (random experiment), hasil yang akan diperoleh tidak diketahui secara pasti sebelum percobaan dilakukan.**
- **Namun demikian berbagai kemungkinan yang akan dihasilkan bisa diketahui.**

Ruang contoh adalah himpunan dari semua kemungkinan hasil yang dapat diperoleh dari suatu percobaan/percontohan acak.

***C* = *Correct* / benar**
***I* = *Incorrect* / salah**

- Dlm ujian dengan 3 soal pilihan ganda maka ruang contohnya adalah



$\{CCC, CCI, CIC, CII, ICC, ICI, IIC, III\}$

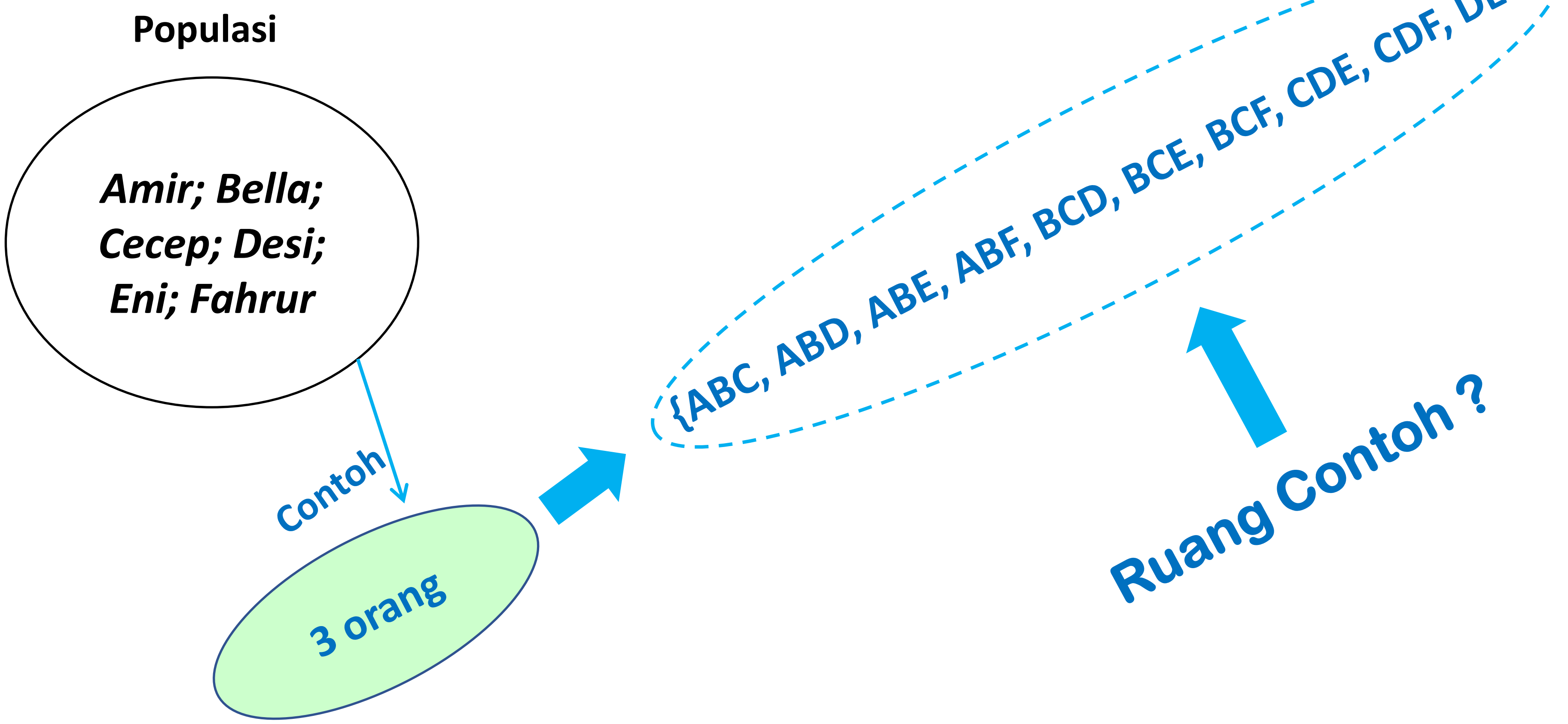
Ruang Contoh

Ruang Contoh

Sample Space

IPB University
Bogor Indonesia

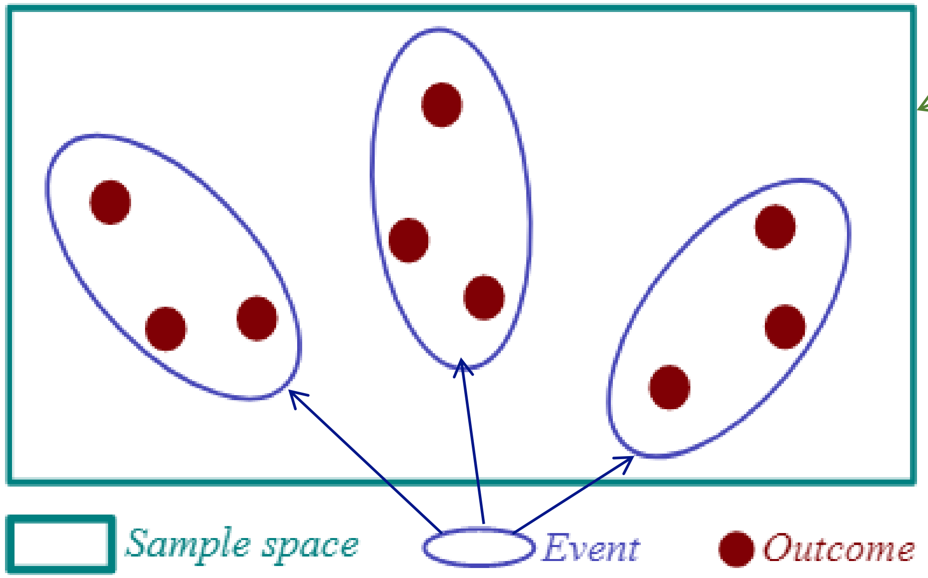
Misal ada populasi (hipotetik) dengan anggota 6 orang: Amir, Bella, Cecep, Desi, Eni, Fahrur. Jika diambil contoh acak sebanyak 3 orang tentukan RC-nya.



Kejadian

Event

Ruang contoh



***Kejadian** adalah himpunan bagian dari ruang contoh.*

Kejadian bisa mrp salah satu unsur dari ruang contoh, bisa pula merupakan beberapa unsur dari ruang contoh.

- **Kejadian biasanya dilambangkan huruf kapital**

  A = mhs menjawab 3 soal dgn benar → A = {CCC}

  B mhs menjawab benar sedikitnya 2 soal →

  B = {CCC, CIC, CCI, ICC}
- **P (A) = 1/8; P(B) = 4/8 = 0.5 → peluang sama**

If equally likely

When all the possible outcomes are equally likely,

$$P(A) = \frac{\text{number of outcomes in event A}}{\text{number of outcomes in the sample space}}$$

Ilustrasi

Illustration

4.3 Experiment: Record a person's blood type. The four mutually exclusive possible outcomes are these simple events:

E_1: Blood type A
E_2: Blood type B
E_3: Blood type AB
E_4: Blood type O

The sample space is $S = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$, or $S = \{A, B, AB, O\}$.

Seandainya peluang seorang bergolongan darah A, B, AB, O sama, yaitu P(A) = P(B) = P(AB) = P(O) = 1/4 maka jika dari sekumpulan orang **diambil secara acak dua orang**, berapa **peluang sedikitnya salah satu bergolongan darah O**?

Ruang contohnya adalah: **S = {AA, AB, …, OO}**

	A	B	AB	O
A	(A,A)	(A,B)	(A,AB)	(A,O)
B	(B,A)	(B,B)	(B,AB)	(B,O)
AB	(AB,A)	(AB,B)	(AB,AB)	(AB,O)
O	(O,A)	(O,B)	(O,AB)	(O,O)

Jadi peluangnya adalah $\frac{7}{16}$.

Ilustrasi

Illustration

4.6 Preschool or Not? On the first day of kindergarten, the teacher randomly selects 1 of his 25 students and records the student's gender, as well as whether or not that student had gone to preschool.

a. How would you describe the experiment?

b. Construct a tree diagram for this experiment. How many simple events are there?

c. The table below shows the distribution of the 25 students according to gender and preschool experience. Use the table to assign probabilities to the simple events in part b.

	Male	Female
Preschool	8	9
No Preschool	6	2

d. What is the probability that the randomly selected student is male? What is the probability that the student is a female and did not go to preschool?

a. Ini percobaan acak dengan k**emungkinan perolehan** gender: **laki atau perempuan**.

b. Diskusikan dalam responsi semua kemungkinan hasil: {Laki dan preschool, Laki tdk preschool, Perempuan dan preschool, Perempuan tdk preschool}.

c. Jadi **ada 4 kejadian sederhana**, sebut saja E_1, E_2, E_3, E_4.

d. $P(E_1) = 8/25$, $P(E_2) = 6/25$, $P(E_3) = 9/25$, $P(E_4) = 2/25$.

e. Peluang **siswa laki-laki terpilih** : $(8+6)/25 = 0.56$.

Kejadian berpeluang sama

Equally likely events

- Apa itu *equally likely events???*

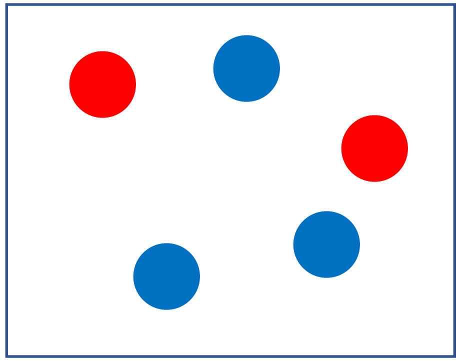
  Yaitu kejadian yg berpeluang sama untuk muncul atau terjadi.
- Dalam pelemparan koin setimbang, peluang sisi M sebesar 1/2 dan peluang sisi B 1/2. Jadi P(M) = P(B) = 0.5 → *equally likely events*
- Jika kita melempar dadu yang setimbang, peluang munculnya satu sisi adalah1/6. Jadi P(1) = 1/6, P(2) = 1/6…P(6)=1/6. → *equally likely events*

Calculating Probabilities with Equally Likely Outcomes

$$P(E) = \frac{\text{number of elements in } E}{\text{number of elements in } S} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

where E is an event in an experiment with a sample space of S

Tetapi, peluang memperoleh satu kelereng merah dari sebuah kotak berisi 3 biru dan dua merah adalah 2/5. Peluang memperoleh satu kelereng biru adalah 3/5. → ***NOT equally likely events***



Peluang dan proporsi

Probability and Proportion

IPB University
Bogor Indonesia

Peluang sama (*equally likely*) jarang terjadi dlm praktik → jadi besarnya diduga dari proporsi kejadian.

There were 138.2 million returns filed. The frequencies in the table are reported in thousands. For example, 1260 represents 1,260,000 tax forms that reported income under $200,000 and were audited.

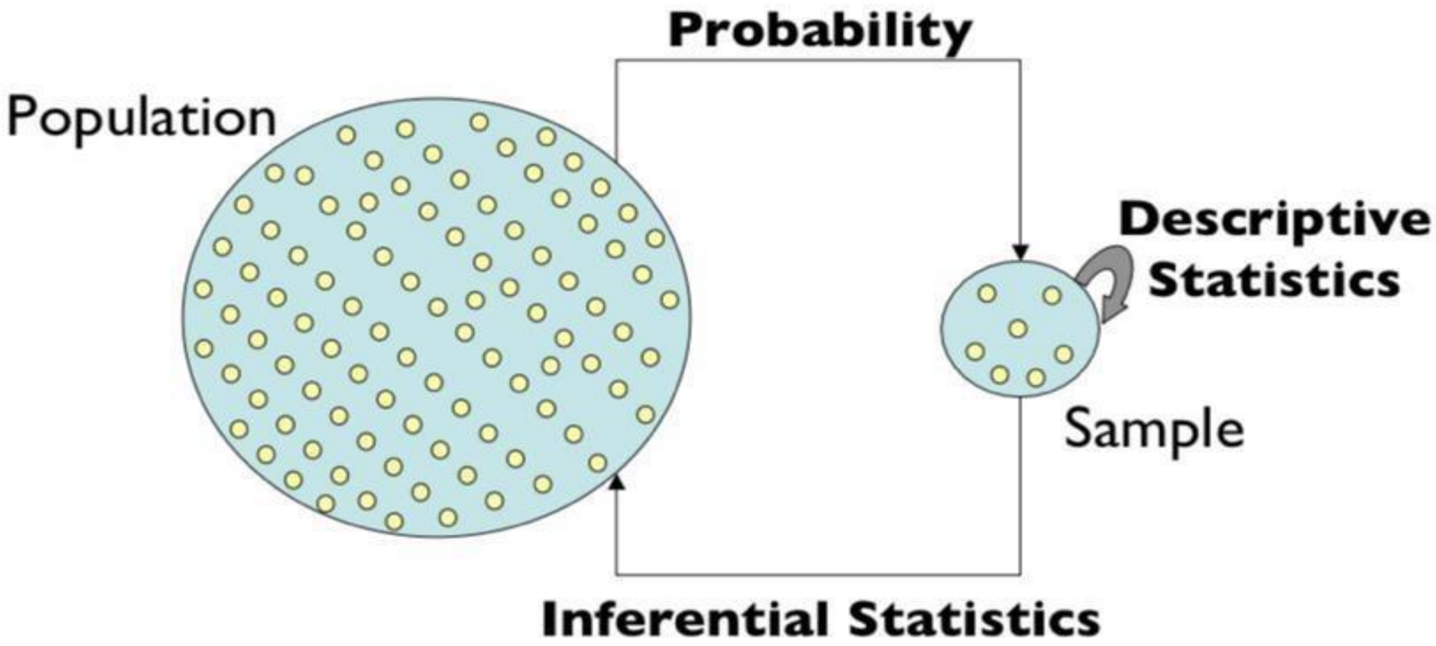
	Audited		
Income Level	**Yes**	**No**	**Total**
Under $200,000	1,260	132,147	**33,407**
$200,000–$1,000,000	131	4,311	**4,442**
More than $1,000,000	22	371	**393**
Total	**1,413**	**136,829**	**138,242**

What is the sample space?

For a randomly selected taxpayer in 2008, what is the probability of (i) an audit, (ii) an income of more than $1,000,000?

S = { ????}
P(Audit) = …..???
P(> 1 juta dollar) = …..?

"Central Dogma" of Statistics



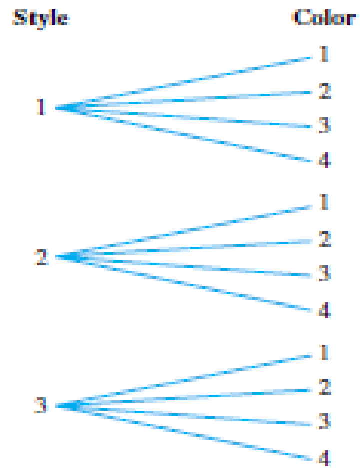
Rehat dulu sesi 2....

Beberapa Aturan yg Berguna

Important Rules

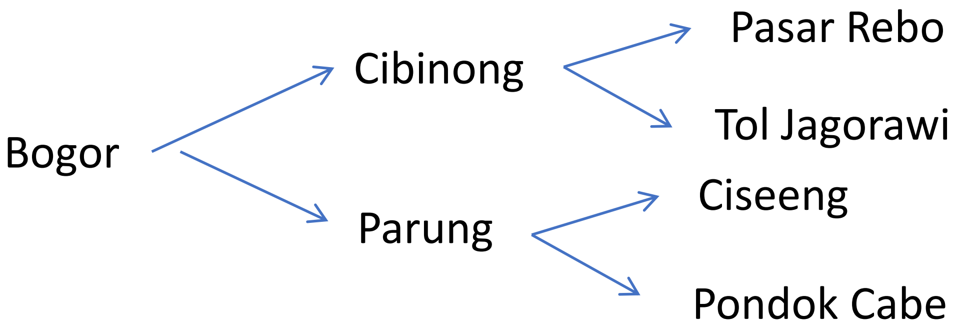
IPB University
Bogor Indonesia

Aturan *mn*



Suatu percobaan dilakukan dalam dua tahap. Jika tahap pertama dilakukan dalam m cara dan tahap kedua dilakukan dalam n cara, maka ada mn cara untuk percobaan tersebut.

Misal untuk pergi dari Bogor ke Jakarta kita bisa lewat Cibinong, bisa juga lewat Parung. Dari Cibinong bisa lanjut via Pasar Rebo tapi bisa juga via jalan tol Jagorawi. Sementara dari Parung bisa lanjut lewat Ciseeng atau lewat Pondok Cabe.



2 x 2 = 4 cara ke Jakarta

Aturan $n_1 n_2 \ldots n_k$

Suatu percobaan dilakukan dalam k tahap. Jika tahap pertama dilakukan dalam n_1 cara dan tahap kedua dilakukan dalam n_2 cara, dan seterusnya untuk tahap ke k dilakukan dalam n_k cara maka ada ($n_1 n_2 \ldots n_k$) cara untuk percobaan tersebut.

Permutasi

Permutation

Permutasi

Jika ada 3 buku (A, B, C) ingin disimpan secara berurutan di dalam rak buku, ada berapa cara untuk mengurutkannya?

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

1. **Urutan menjadi fokusnya**
2. **Ingat notasi faktorial → *k!* : dibaca *"k faktorial"***

Aturan perhitungan permutasi

Banyaknya cara untuk mengurutkan *n* objek yang berbeda, setiap saat diambil *r* objek, adalah:

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

Permutasi dari *n* objek jika diambil *r* objek setiap saat

dengan $n! = n(n-1)(n-2)\ldots(3)(2)(1)$ dan $0! = 1$.

Three lottery tickets are drawn from a total of 50. If the tickets will be distributed to each of three employees in the order in which they are drawn, the order will be important. How many simple events are associated with the experiment?

Solution The total number of simple events is

$$ P_3^{50} = \frac{50!}{47!} = 50(49)(48) = 117{,}600 $$

Kombinasi

Combination

Jika dari tiga buku (A, B, C) tadi akan diambil dua buku ada berapa kemungkinan?

AB, AC, BC

Urutan menjadi tdk penting shg AB = BA atau BC = CA

Aturan perhitungan kombinasi

Banyaknya kombinasi dari *n* buah objek yang setiap saat diambil *r* objek, adalah:

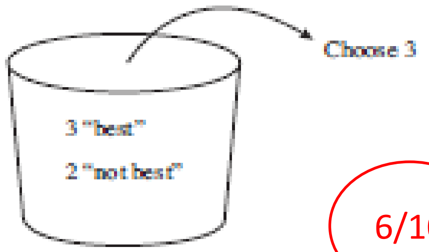
$$\boxed{{}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

Kombinasi tingkat *r* dari *n* objek

dengan *n! = n(n-1)(n-2)…(3)(2)(1)* dan *0! = 1*.

$$N = C_3^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

Five manufacturers produce a certain electronic device, whose quality varies from manufacturer to manufacturer. If you were to select three manufacturers at random, what is the chance that the selection would contain exactly two of the best three?



ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE

6/10

ABD, ABE, ACD, ACE, BCD, BCE

Ilustrasi

Illustration

- Dalam satu kepengurusan terdiri dari 5 laki-laki dan 4 perempuan. Jika akan dipilih satu tim yang terdiri dari 2 orang laki-laki dan seorang perempuan untuk mewakili dalam munas, berapa peluang dari tim tersebut terbentuk?

A = kejadian terbentuknya tim yang terdiri 2 laki-laki dan 1 perempuan

n(A) = $\binom{5}{2}\binom{4}{1} = 10x4 = 40$

n(S) = $\binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9.8.7.6!}{3!6!} = 84$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

- Perhatikan bahwa aturan ***nm*** serta **kombinasi** digunakan untuk menjawab soal ini.

Keuntungan Permutasi & Kombinasi Advantages

Permutasi dan kombinasi merupakan alat yang memudahkan untuk menghitung:

- kemungkinan hasil dari suatu percobaan
- kemungkinan urutan (*arrangement*)

Permutasi adalah perbedaan urutan dari objek

Misal huruf *abc:*

- Diubah urutannya: *abc, acb, bac, bca, cab, cba* → 6 macam
- Angka 6 diperoleh dari *3*! (baca: 3 faktorial)
- Diambil 2 huruf saja: ab, ba, ac, ca, bc, cb → 6 macam
- Angka 6 diperoleh dari ${}_3P_2 = 3!/(3-2)1! = 6$

Permutasi dari *n* objek yang diambil sebanyak *r* ($r \leq n$) adalah ${}_nP_r = n!/(n-r)!$

Ilustrasi

Illustration

- Seorang statistisi akan mengumpulkan data di Bogor, Jasinga, Parung, dan Cibinong
- Berapa banyak kemungkinan urutan perjalanannya?

  → $_4P_4 = 4! = 4x3x2x1 = 24$
- Urutannya:
  - BJPC, BJCP, BPJC, BPCJ, BCPJ, BCJP
  - JBPC, JBCP, JPBC, JPCB, JCPB, JCBP
  - PBJC, PBCJ, PJBC, PJCB, PCJB, PCBJ
  - CBJP, CBPJ, CPBJ, CPJB, CJPB, CJBP
- Permutasi bisa dimodifikasi ketika posisi objek tdk bermakna → BJP=BPJ=PBJ=PJB=JPB=JBP
- Misal kombinasi (sayur-telur-ayam) dalam nasi goreng

Ilustrasi

Illustration

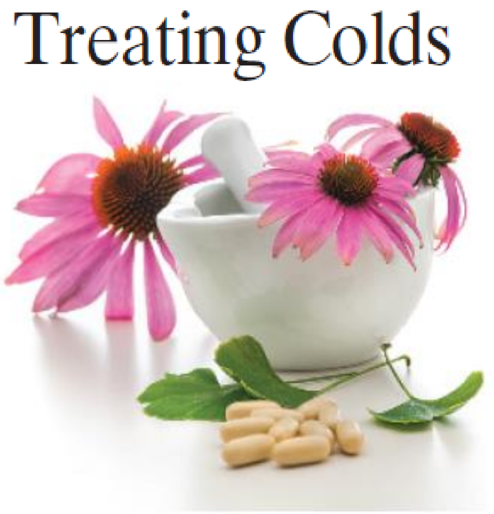
- Misal penjual nasi goreng menyediakan Sayur, Telur, Ayam, dan Kornet untuk dipilih. Jika mahasiswa ingin memilih 3 dari 4 pilihan itu maka kemungkinan **kombinasi** pilihannya:
  - STA, STK, TAK, TSK → $4!/(3!1!) = 4$
  - Jika mhs memilih 2 dari 4 pilihan maka: ST, SA, SK, TA, TK, AK → $4!/(2!2!) = 6$
- Secara umum kombinasi r objek dari total n objek ($r \leq n$) adalah

$$_{n}C_{r} = \frac{_{n}P_{r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

→ **Bermanfaat untuk Peluang Binom**

Ilustrasi

Illustration



University of Wisconsin sedang melakukan percobaan untuk membandingkan obat herbal (echinacea) dengan plasebo untuk mengobati flu. Peubah respon adalah tingkat keparahan dan durasi flu terjadi. Sebuah klinik di Madison, Wisconsin, memiliki empat relawan, di antaranya dua orang adalah laki-laki (Jamal dan Ken) dan dua adalah perempuan (Linda dan Mei). Dua di antaranya relawan akan dipilih secara acak untuk menerima obat herbal, dan dua lainnya akan menerima plasebo.

Ruang Contoh :
{(Jamal,Ken), (Jamal, Linda), (Jamal,Mei), (Ken,Linda), (Ken, Mei), (Linda,Mei)}
Peluang setiap unsurnya adalah $\frac{1}{6}$.

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!\,2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 6$$

Misalkan A adalah kejadian terpilihnya satu relawan laki-laki dan satu perempuan

A={(Jamal, Linda),(Jamal,Mei),(Ken, Mei),(Ken,Mei)}

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Treating Colds

University of Wisconsin sedang melakukan percobaan untuk membandingkan obat herbal (echinacea) dengan plasebo untuk mengobati flu. Peubah respon adalah tingkat keparahan dan durasi flu terjadi. Sebuah klinik di Madison, Wisconsin, memiliki empat relawan, di antaranya dua orang adalah laki-laki (Jamal dan Ken) dan dua adalah perempuan (Linda dan Mei). Dua di antaranya relawan akan dipilih secara acak untuk menerima obat herbal, dan dua lainnya akan menerima plasebo.

Ruang Contoh :
{(Jamal,Ken), (Jamal, Linda), (Jamal,Mei), (Ken,Linda), (Ken, Mei), (Linda,Mei)}

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!\,2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 6$$

1/6

Misalkan A adalah kejadian terpilihnya satu relawan laki-laki dan satu perempuan

A={(Jamal, Linda),(Jamal,Mei),(Ken, Mei),(Ken,Mei)}

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Permutasi vs Kombinasi

Comparison

DIFFERENCES BETWEEN PERMUTATIONS AND COMBINATIONS

PERMUTATIONS	COMBINATIONS
Arranging people, digits, numbers, alphabets, letters, colours.	Selection of menu, food, clothes, subjects, teams.
Keywords: Arrangements, arrange,...	Keywords: Select, choice,...

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\underbrace{{}_n}_{\text{Size of Set}}\overbrace{C}^{\text{Combination}}\underbrace{{}_k}_{\text{\# Selected}} = \frac{\overbrace{n!}^{\text{Permutation of Full Set}}}{\underbrace{(n-k)!}_{\text{Permutation of Left Behind Set}}\ \underbrace{k!}_{\text{Permutation of Selected Set}}}$$

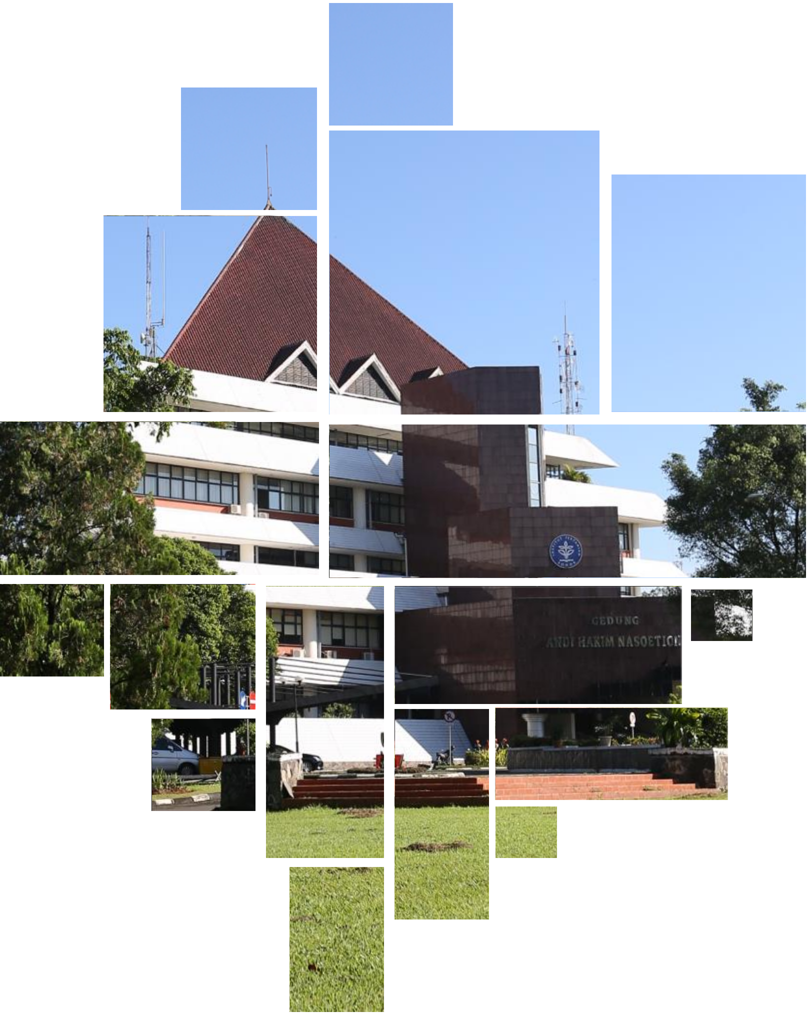
Permutations & Combinations

A **combination** is an arrangement of items in which **ORDER DOES NOT MATTER.**

A **permutation** is an arrangement of items in a particular order.

Notice, **ORDER MATTERS!**

Departement of Statistics
Study Program in Statistics and Data Science



Twitter: @kh_notodiputro
email: khairil@apps.ipb.ac.id