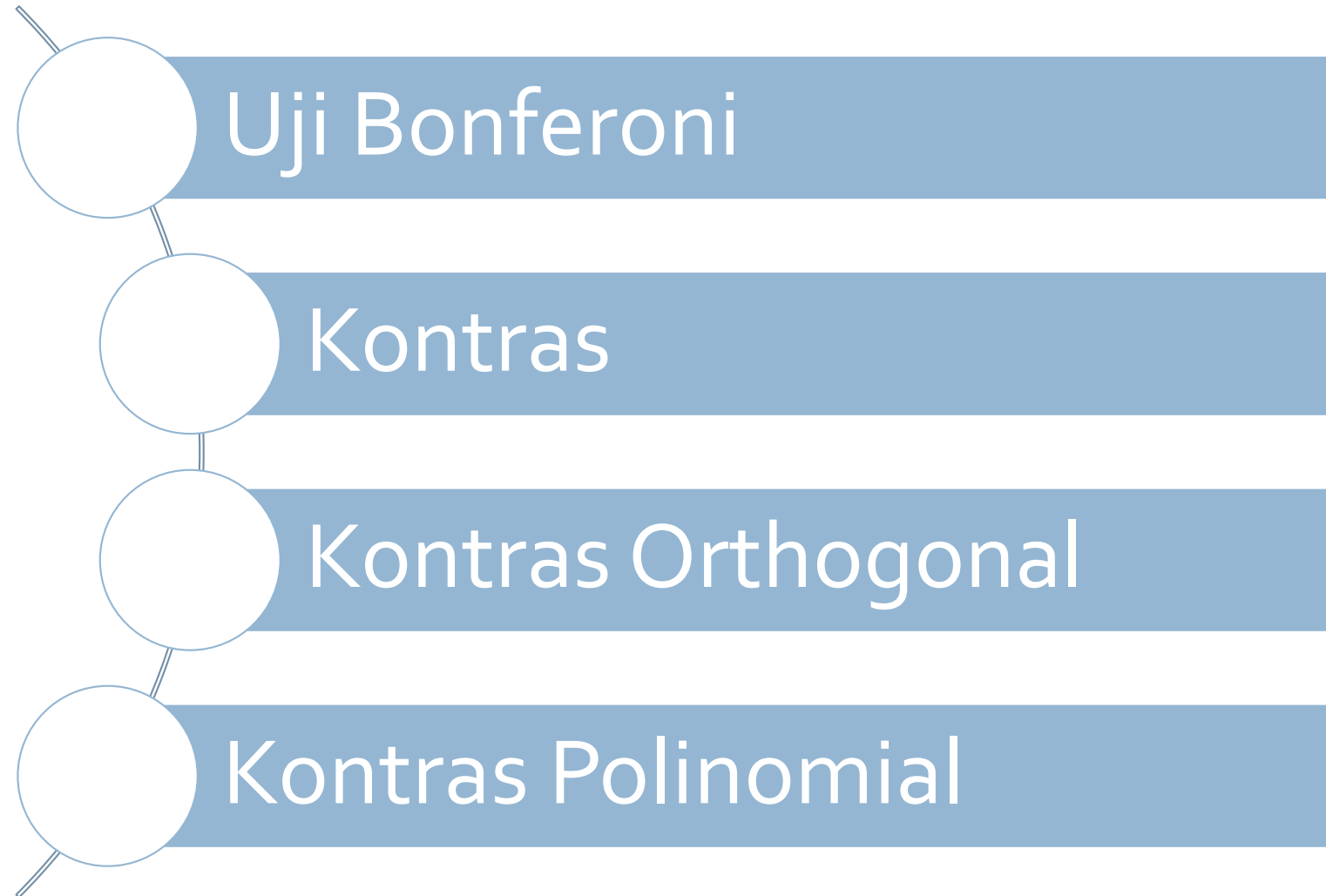




Uji Lanjut: Pembandingan terencana

Dosen: Dr. Utami Dyah Syafitri

Outline



Uji Bonferroni

- Memungkinkan membuat perbandingan antar perlakuan, antara perlakuan dengan kelompok perlakuan, atau antar kelompok perlakuan

Misalnya: Ada empat perlakuan A, B, C dan D. Ingin membuat perbandingan: 1. **A vs BCD** 2. **AB vs CD** 3. **C vs D**

$$1. H_0 : \mu_A = \frac{\mu_B + \mu_C + \mu_D}{3}$$

$$2. H_0 : \frac{\mu_A + \mu_B}{2} = \frac{\mu_C + \mu_D}{2}$$

$$3. H_0 : \mu_C = \mu_D$$

$$\hat{L}_i \pm BS_{\hat{L}_i}$$

$$\hat{L}_i = \sum_{i=1}^t C_i \bar{Y}_i \quad \text{dan} \quad B = t_{\left(\frac{\alpha}{2g}; dbg\right)}$$

$$S_{\hat{L}_i}^2 = KTG \sum_{i=1}^t \frac{C_i^2}{r_i} \quad g = \text{banyaknya jumlah perbandingan}$$

Contoh kasus (1)

- Suatu percobaan dilakukan untuk mengetahui bagaimana pengaruh penambahan nitrogen terhadap pertumbuhan rumput.
- Perlakuan yang dicobakan adalah: (1) tidak ada penambahan nitrogen (2) ditambahkan 100 kg di musim gugur (3) ditambahkan 100 kg di musim semi (4) ditambahkan 50 kg di musim gugur dan 50 kg di musim semi
- Percobaan dilakukan pada tiga tipe tanah yang berbeda.

Data yang diperoleh

Perlakuan	Kelompok			Rata-rata perlakuan (\bar{y}_i)	Total perlakuan (y_i)
	I	II	III		
Kontrol	9.90	12.30	11.40	11.20	33.60
Fall	11.40	12.90	12.70	12.33	37.00
Spring	12.10	13.40	12.90	12.80	38.40
Split	10.10	12.20	11.90	11.40	34.20
Rata-rata kelompok (\bar{y}_j)	10.88	12.70	12.23	$\bar{y}_{..} = 11.93$	
Total kelompok ($y_{.j}$)	43.50	50.80	48.90		$y_{..} = 143.20$

ANOVA yang diperoleh sbb:

Sumber keragaman	db	JK	KT	Fhit	
Perlakuan	3	5.2	1.7333	18.43	$F_{0.05(3,6)}=4.757$
Tipe tanah	2	7.1717	3.5858	40.20	$F_{0.05(2,6)}=5.143$
Galat	6	0.5350	0.0892		
Total	11	12.9067			

1. Pengaruh perlakuan: Karena $F_{hit} = 18.43 > F_{0.05(3,6)}=4.757$ maka tolak H_0 , perlakuan mempunyai pengaruh yang nyata pada rata-rata respon
2. Pengaruh kelompok: Karena $F_{hit} = 40.20 > F_{0.05(2,6)}=5.143$ maka tolak H_0 , kelompok mempunyai pengaruh yang nyata pada rata-rata respon

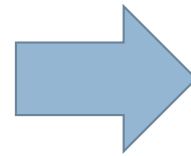
Uji lanjut: Hipotesis yang ingin diuji

- Apakah terdapat perbedaan pertumbuhan rumput dari yang tidak diberi nitrogen dengan diberi nitrogen?
- Apakah ada perbedaan pertumbuhan rumput jika diberikan nitrogen pada saat musim gugur dengan musim semi?

Penyelesaian – Uji Bonferroni

$$1. H_0 : \mu_1 = \frac{\mu_2 + \mu_3 + \mu_4}{3}$$

$$2. H_0 : \mu_2 = \mu_3$$



Koefisien kontras

$$1. H_0 : 3\mu_1 - 1\mu_2 - 1\mu_3 - 1\mu_4 = 0$$

$$2. H_0 : 1\mu_2 - 1\mu_3 = 0$$

$$\hat{L}_i = \sum_{i=1}^t C_i \bar{Y}_{i.} \quad s_{\hat{L}_i}^2 = KTG \sum_{i=1}^t \frac{C_i^2}{r_i} \quad B = t_{\left(\frac{\alpha}{2g}; dbg\right)}$$

	Kontrol	Fall	Spring	Split	L_i	C_i^2	r_i	s^2	s	B	Batas Bawah	Batas Atas
\bar{Y}_{rata}	11.20	12.33	12.80	11.40							$L_i - B_s$	$L_i + B_s$
C_1	3	-1	-1	-1	-2.933	12	3	0.3568	0.5973	2.969	-4.7066	-1.1601
C_2	0	1	-1	0	-0.467	2	3	0.0595	0.2439	2.969	-1.1906	0.25727

Pengambilan keputusan: jika batas bawah dan batas atas mempunyai tanda yang sama, maka Tolak H_0

KONTRAS

- Kontras merupakan kombinasi linear dari rata-rata perlakuan yang ingin dibandingkan.
- Jika ulangnya sama maka:

$$C = \sum c_i y_{i..}, \text{ dengan restriksi } \sum c_i = 0$$

$$JKC = (\sum c_i y_{i..})^2 / r \sum c_i^2, \text{ dengan } db = 1$$

- $KTC = JKC$, karena $db = 1$
- $F_{hit} = KTC / KTG$
- Tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{\alpha(1, dbg)}$

Kontras orthogonal

Dua buah contrast dengan koefisien $\{c_i\}$ dan $\{d_i\}$ dikatakan orthogonal jika $\sum c_i d_i = 0$

Maximal kontras yang saling orthogonal yang dapat dibentuk sebanyak **db** perlakuan

Hipotesis yang ingin diuji

- Apakah terdapat perbedaan pertumbuhan rumput dari yang tidak diberi nitrogen dengan diberi nitrogen?
- Apakah ada perbedaan pertumbuhan rumput jika diberikan nitrogen pada saat musim gugur dengan musim semi?
- Apakah ada perbedaan pertumbuhan rumput jika diberikan pada saat musim gugur atau musim semi dengan diberikan pada kedua musim tersebut?

Penyelesaian

Kontrast	Perlakuan			
	Kontrol	Fall	Spring	Split
K vs FSpSpl	3	-1	-1	-1
F vs Sp	0	1	-1	0
FSp vs Spl	0	1	1	-2

$$KTG = 0.0892$$

$$JKC = (\sum c_i y_i)^2 / r \sum c_i^2$$



	Kontrol	Fall	Spring	Split	$\sum C_i y_i$	$\sum C_i^2$	r	JKC	KTC	Fhit
Y_{total}	33.6	37	38.4	34.2						
C_1	3	-1	-1	-1	-8.80	12	3	2.151	2.151	24.12*
C_2	0	1	-1	0	-1.40	2	3	0.327	0.327	3.66
C_3	0	1	1	-2	7.00	6	3	2.722	2.722	30.52*

Anova

Sumber keragaman	db	JK	KT	Fhit
Perlakuan	3	5.2	1.7333	18.43*
K vs FSpSpl	1	2.151	2.151	24.12*
F vs Sp	1	0.327	0.327	3.66
FSp vs Spl	1	2.722	2.722	30.52*
Tipe tanah	2	7.1717	3.5858	40.20
Galat	6	0.5350	0.0892	
Total	11	12.9067		

$$F_{0.05}(3,6) = 4.757 \quad F_{0.05}(1,6) = 5.987$$

Syntak in R

```
setwd("D:/Utami/Dell Laptop PMB/Pribadi UDS/Bahan Kuliah/slide  
dasar rancob")
```

```
dataRAK = read.csv("Data RAK kontrast.csv",sep = ";", dec=",",  
header=TRUE)  
View(dataRAK)
```

```
dataRAK$kel = as.factor(dataRAK$Kelompok)  
View(dataRAK)
```

```
RAK = aov(Respon ~Perlakuan+kel, data=dataRAK)  
summary(RAK)
```

```
contrasts(dataRAK$Perlakuan) <- cbind(c(-1, 3, -1, -1), c(-1, 0, 0,1),  
c(-1, 0, 2, -1))  
contrasts(dataRAK$Perlakuan)
```

```
summary.aov(RAK, split= list(Perlakuan=list("Tanpa Nitrogen vs Dgn  
Nitrogen" = 1, "Fall vs Spring" = 3, "Fall, Spring vs Split"=2)))
```

Output R

```
> contrasts(dataRAK$Perlakuan) <- cbind(c(-1, 3, -1, -1),  
c(-1, 0, 0, 1), c(-1, 0, 2, -1))  
> contrasts(dataRAK$Perlakuan)
```

	[,1]	[,2]	[,3]
Fall	-1	-1	-1
Kontrol	3	0	0
Split	-1	0	2
Spring	-1	1	-1

Output in R

```
> summary.aov(RAK, split= list(Perlakuan=list("Tanpa Nitrogen vs Dgn Nitrogen" =  
1, "Fall vs Spring" = 3, "Fall, Spring vs Split"=2)))
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Perlakuan	3	5.200	1.733	19.439	0.001713	**
Perlakuan: Tanpa Nitrogen vs Dgn Nitrogen	1	2.151	2.151	24.125	0.002679	**
Perlakuan: Fall vs Spring	1	0.327	0.327	3.664	0.104123	
Perlakuan: Fall, Spring vs Split	1	2.722	2.722	30.530	0.001480	**
kel	2	7.172	3.586	40.215	0.000335	***
Residuals	6	0.535	0.089			

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1						

POLINOMIAL ORTHOGONAL

- Digunakan untuk menguji trend pengaruh perlakuan terhadap respon (linier, kuadratik, kubik, dst) → berlaku untuk perlakuan yang kuantitatif

- Bentuk Model:

Linier → $Y_i = b_0 + b_1 X_i + \varepsilon_i$

Kuadratik → $Y_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 X_i^2 + \varepsilon_i$

Kubik → $Y_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 X_i^2 + b_3 X_i^3 + \varepsilon_i$

- Bentuk umum polinomial ordo ke-n adalah:

$$Y = \alpha_0 P_0(X) + \alpha_1 P_1(X) + \alpha_2 P_2(X) + \dots + \alpha_n P_n(X) + \varepsilon_i$$

dimana

$$P_0(X) = 1; P_1(X) = \lambda_1 \left[\frac{X - \bar{X}}{d} \right]; P_2(X) = \lambda_2 \left[\left(\frac{X - \bar{X}}{d} \right)^2 - \left(\frac{a^2 - 1}{12} \right) \right]$$

$$P_{n+1}(X) = \lambda_{n+1} \left[P_1(X)P_n(X) - \frac{n^2(a^2 - n^2)}{4(4n^2 - 1)} P_{n-1}(X) \right], n \geq 2$$

dengan: a=banyaknya taraf faktor, d=jarak antar faktor,
n=polinomial ordo ke-n

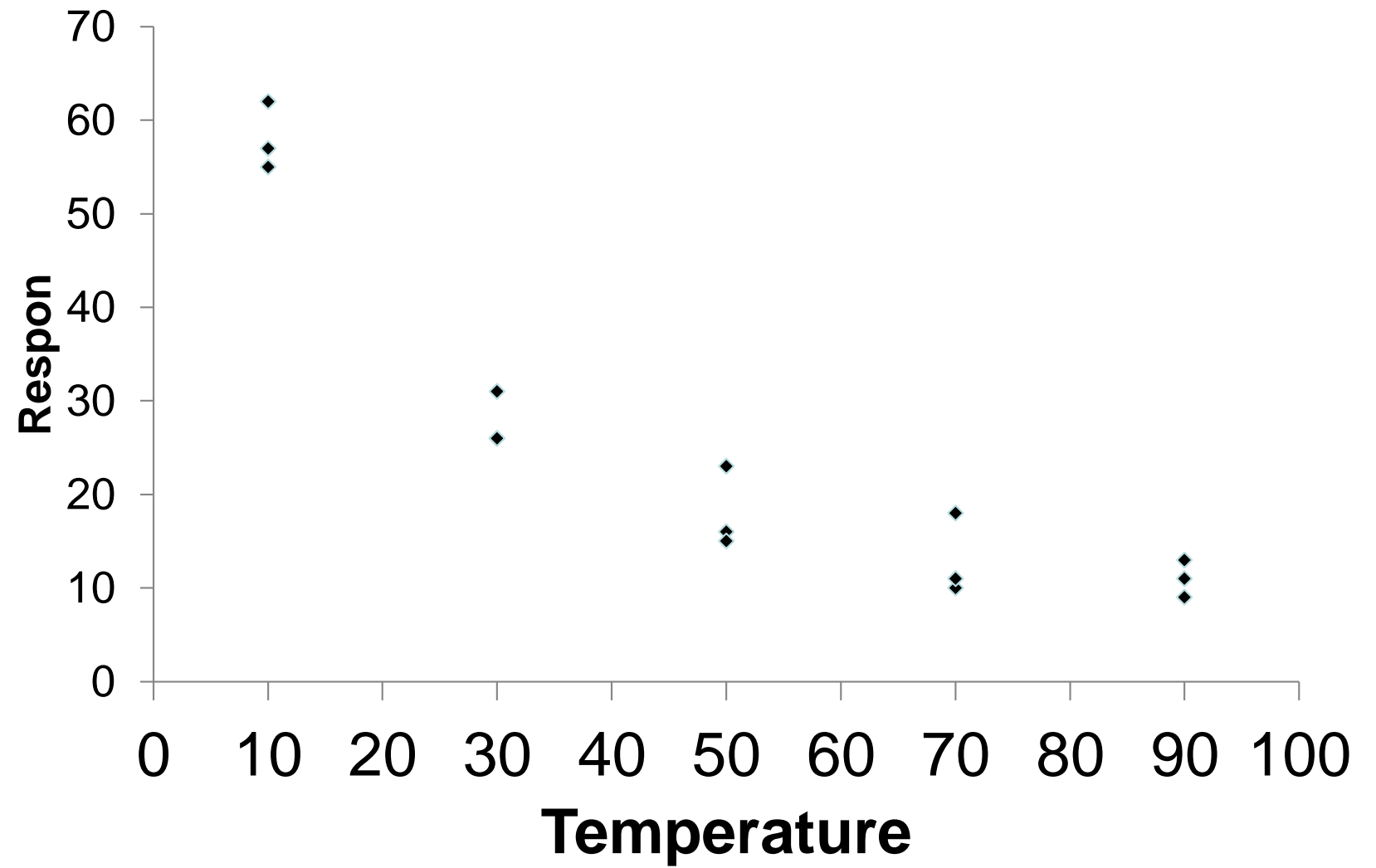
Tabel Kontras Polinomial Ortogonal untuk jarak taraf yang sama

Jumlah Perlakuan	Orde Polinomial		T1	T2	T3	T4	T5
P=3	Linier	1	-1	0	1		
	Kuadratik	3	1	-2	1		
P=4	Linier	2	-3	-1	1	3	
	Kuadratik	1	1	-1	-1	1	
	Kubik	10/3	-1	3	-3	1	
P=5	Linier	1	-2	-1	0	1	2
	Kuadratik	1	2	-1	-2	-1	2
	Kubik	5/6	-1	2	0	-2	1
	Kuartik	35/12	1	-4	6	-4	1

Contoh kasus (2)

- Suatu percobaan dilakukan untuk mengetahui pengaruh suhu terhadap potensi dari suatu antibiotik
- Data yang diperoleh sebagai berikut:

suhu				
10°	30°	50°	70°	90°
62	26	16	10	13
55	26	15	11	11
57	31	23	18	9



Penyelesaian

	10°	30°	50°	70°	90°	Ciyi	Ci2	r	JKC
Ytotal	174	83	54	39	33				
Linier	-2	-1	0	1	2	-326	10	3	3542.53
Kuadratik	2	-1	-2	-1	2	184	14	3	806.10
Kubik	-1	2	0	-2	1	-53	10	3	93.63
Kuartik	1	-4	6	-4	1	43	70	3	8.80

ANOVA

Sumber keragaman	db	JK	KT	Fhit
Temperature	4	4451.067	1112.767	87.850*
Linier	1	3542.533	3542.533	279.674*
Kuadratik	1	806.095	806.095	63.639*
Kubik	1	93.633	93.633	7.392*
Kuartik	1	8.805	8.805	0.695
Galat	10	126.667	12.667	
Total	14	4577.733		

$$F_{0.05(4,10)} = 3.478$$

Departemen Statistika FMIPA IPB

$$F_{0.05(1,10)} = 4.964$$

Persamaan Regresi dalam bentuk Polinomial

➡ Intercept

$$\bullet \hat{\alpha}_1 = \frac{\sum_{i=1}^t c_i y_i}{r \sum_{i=1}^t c_i^2} = \frac{-326}{3(10)} = -10,867 \quad \text{➡ Linear}$$

$$\bullet \hat{\alpha}_2 = \frac{\sum_{i=1}^t c_i y_i}{r \sum_{i=1}^t c_i^2} = \frac{184}{3(14)} = 4,381 \quad \text{➡ Kuadratik}$$

$$\bullet \hat{\alpha}_3 = \frac{\sum_{i=1}^t c_i y_i}{r \sum_{i=1}^t c_i^2} = \frac{-53}{3(10)} = -1,767 \quad \text{➡ Kubik}$$

.

$$\bullet \hat{y}_i = 25,533 - 10,867P_1(X) + 4,381P_2(X) - 1,767P_3(X)$$

Transformasi
ke dalam
bentuk x
(linear)

- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867P_1(X)$
- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867\lambda_1 \left[\frac{x - \bar{x}}{d} \right]$
- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867(1) \left[\frac{x - 50}{20} \right]$
- $\hat{y}_i = 25,533 - 0,543x + 27,167$
- $\hat{y}_i = 52,7 - 0,543x$

Transformasi ke dalam bentuk x (kuadratik)

- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867P_1(X) + 4,381P_2(X)$
- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867\lambda_1 \left[\frac{x-\bar{x}}{d} \right] + 4,381\lambda_2 \left[\left(\frac{x-\bar{x}}{d} \right)^2 - \frac{a^2-1}{12} \right]$
- $\hat{y}_i = 25,533 - 10,867(1) \left[\frac{x-50}{20} \right] + 4,381(1) \left[\left(\frac{x-50}{20} \right)^2 - \frac{5^2-1}{12} \right]$
- $\hat{y}_i = 52,7 - 0,543x + 4,381((0,05x - 2,5)^2 - 2)$
- $\hat{y}_i = 52,7 - 0,543x + 0,011x^2 - 1,095x + 18,619$
- $\hat{y}_i = 71,319 - 1,639x + 0,011x^2$



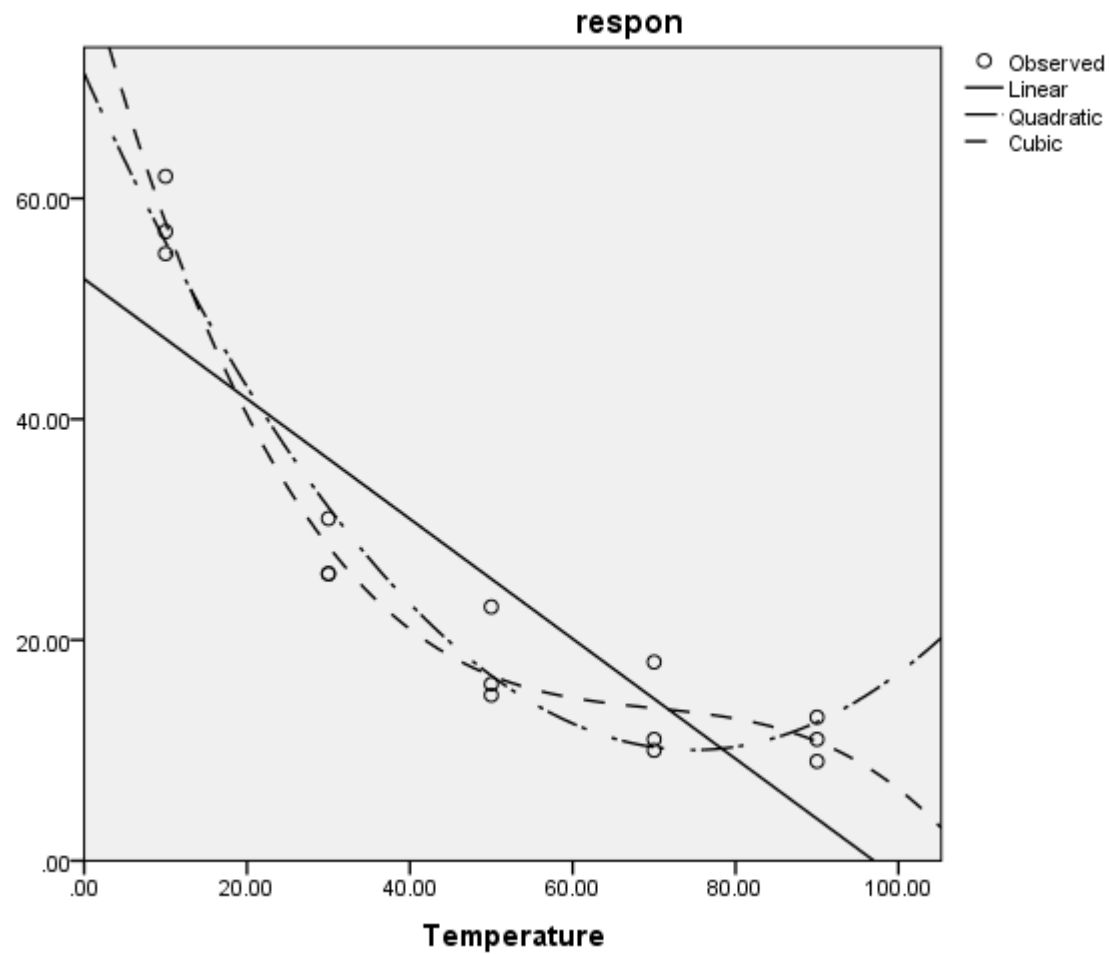
Tugas:

Lakukan transformasi ke dalam bentuk x untuk pengaruh kubik!

Persamaan model

	Dugaan model	R ²
Linier	$\hat{y} = 52.7 - 0.543x$	0.771
Kuadratik	$\hat{y} = 71.319 - 1.639x + 0.011x^2$	0.950
Kubik	$\hat{y} = 81.809 - 2.769x - 0.039x^2 - 0.000x^3$	0.970

Kurva respon



$$R^2_{\text{linear}} = 0.774$$
$$R^2_{\text{Quadratic}} = 0.950$$
$$R^2_{\text{Cubic}} = 0.970$$

Syntaks in R

```
dataSuhu = read.csv("Orthogonal.csv", sep = ";",  
dec=",", header=TRUE)  
View(dataSuhu)  
dataSuhu$Perl = as.factor(dataSuhu$Perlakuan)  
  
Ortho = aov(Respon ~ Perl, data=dataSuhu)  
summary(Ortho)  
  
contrasts(dataSuhu$Perl) <- contr.poly(5)  
summary.aov(Ortho, split= list(Perl=list("Linear" =  
1, "Kuadratik" = 2, "Kubik"=3, "Kuartik"=4)))
```

Output R

```
> contrasts(dataSuhu$Perl) <- contr.poly(5)
> summary.aov(Ortho, split= list(Perl=list("Linear" = 1,
"Kuadratik" = 2, "Kubik"=3, "Kuartik"=4)))
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Perl	4	4451	1113	87.850	9.51e-08	***
Perl: Linear	1	3543	3543	279.674	1.22e-08	***
Perl: Kuadratik	1	806	806	63.639	1.21e-05	***
Perl: Kubik	1	94	94	7.392	0.0216	*
Perl: Kuartik	1	9	9	0.695	0.4239	
Residuals	10	127	13			

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1



Terima kasih