

Penarikan Contoh Acak Sederhana
(*Simple Random Sampling*)
STA221

Definisi

Jika sebuah contoh berukuran n diambil dari suatu populasi sedemikian sehingga setiap kemungkinan contoh berukuran n memiliki peluang sama untuk terambil, maka prosedur itu dinamakan penarikan contoh acak sederhana. Contoh tersebut dinamakan contoh acak sederhana.

Definisi di atas berimplikasi bahwa setiap objek memiliki peluang yang sama untuk terambil. Namun konsekuensi ini bukan definisi dari penarikan contoh acak sederhana.

Cara Mengambil Contoh

Pengambilan contoh acak sederhana pada ukuran populasi yang sedikit dapat saja dilakukan seperti pengundian 'lotere' atau 'arisan'. Yaitu menuliskan nomor atau identitas lain dari setiap anggota populasi di selembar kertas, kemudian mengambil dengan mata tertutup n buah kertas. Objek sebanyak n dengan identitas sesuai pada kertas terpilih adalah contoh yang diperoleh.

Untuk populasi yang lebih besar, dapat digunakan bantuan bilangan acak yang bisa diperoleh dari tabel bilangan acak atau komputer.

Penggunaan Bilangan Acak

1. Beri nomor setiap objek: 1, 2, ..., N
2. Ambil bilangan acak dari tabel atau bangkitkan menggunakan komputer.
3. Sekat-sekat bilangan acak tsb sesuai dengan banyaknya digit N, dan buat aturan sehingga setiap objek diwakili oleh bilangan yang sama banyak.
4. Tentukan nomor objek yang terpilih.

Penggunaan Bilangan Acak

Misalkan populasi memiliki 4000 anggota, dan ingin diambil contoh berukuran 10. Bilangan 4 digit digunakan untuk menentukan objek yang terpilih.

0001 → objek nomor 1

0002 → objek nomor 2

...

4000 → objek nomor 4000

4001 → objek nomor 1

4002 → objek nomor 2

...

8000 → objek nomor 4000

8001, 8002, ..., 0000 tidak digunakan

Penggunaan Bilangan Acak

Misalkan dari tabel bilangan acak (baris 26 kolom 2, Scheaffer *et al.*) diperoleh:

72295048399642324878826516656614778767971478013
30087074796669572529676

7229	3229	5048	1048
3996	3996	4232	232
4878	878	8265	-----
1665	1665	6614	2614
7787	3787	6797	2797
1478	1478		

Pendugaan Rataan Populasi (μ)

Penduga bagi μ adalah: $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

$$E(\bar{y}) = \mu \quad V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n} \left[\frac{N-n}{N-1} \right]$$

Tugas : Baca pembuktian dua persamaan di atas di buku Scheaffer *et al.*

Pendugaan Rataan Populasi (μ)

karena $E(s^2) = \frac{N}{N-1} \sigma^2$ maka $\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left[\frac{N-n}{N} \right]$

dengan $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$

Perhatikan bahwa jika $N \gg n$,
maka: $\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}$

Selang Kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi μ :

$$\bar{y} \pm \underbrace{t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{V}(\bar{y})}}_{\text{Bound on the error estimation = B}}$$

*Bound on the error
estimation = B*

Pendugaan Total Populasi (τ)

$$\tau = N\mu$$

Penduga bagi τ adalah:

$$\hat{\tau} = N\bar{y} = N \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = \hat{V}(N\bar{y}) = N^2 \frac{s^2}{n} \frac{N-n}{N}$$

Ilustrasi:

Suatu survey dilakukan untuk menduga jumlah penduduk di suatu kota kecil yang mempunyai 14848 rumahtangga. Contoh acak sebanyak 30 rumahtangga ditarik dari kota kecil tersebut. Banyaknya anggota keluarga per rumahtangga yang terambil sebagai contoh adalah:

5, 6, 3, 3, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 3, 2, 7, 4, 3, 5, 4, 4, 3, 3,
4, 3, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2, 4

- Dari survey di atas lakukan identifikasi terhadap: (i) populasi, (2) sampling unit, (3) unsur
- Berikan nilai dugaan bagi jumlah penduduk di kota tersebut.
- Berikan batas kesalahan pendugaan dari penduga pada bagian (b), serta berikan pula selang kepercayaan kira-kira 95% nya.

Penentuan Ukuran Contoh untuk Menduga μ

Tentukan dulu nilai *bound on the error estimation*, misalkan sebesar B

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(\bar{y})} = B \quad \longrightarrow \quad n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)\frac{B^2}{z^2} + \sigma^2}$$

Nilai σ^2 ditentukan berdasarkan informasi awal, atau melakukan survei pendahuluan terlebih dahulu

Pendugaan Proporsi Populasi (p)

$$\hat{p} = \frac{\text{banyaknya yang menjawab "Ya"}}{\text{ukuran contoh}}$$

Jika “Ya” dilambangkan 1, dan “tidak” dengan 0, maka

Penduga bagi p adalah: $\hat{p} = \bar{y}$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1} \frac{N - n}{N}$$