

TUGAS 1

STA1333 PENGANTAR MODEL LINEAR

1. Apakah Matriks X berikut *full rank*? Apakah Matriks X non singular?

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Tentukan invers dari

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Jika $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ y_3)'$ merupakan vektor acak dengan nilai tengah $\boldsymbol{\mu} = (3 \ 2 \ 1)'$. Asumsikan bahwa $\sigma_{ij} = 0, i \neq j$, dan $\sigma^2 = 4, i = 1, 2, 3$.

- a. Tentukan ragam \mathbf{y}

- b. Misalkan $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -3 \\ 4 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, tentukan $E(\mathbf{y}'\mathbf{A}\mathbf{y})$

4. Misal (X, Y) mempunyai joint probability density $f(x, y) = x + y, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$, definisikan $U = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$, tentukan nilai $E(U)$

5. Misalkan $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2)'$ menyebar $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ dengan $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$

$$Q_1 = (x_1 - x_2)^2$$

$$Q_2 = (x_1 + x_2)^2$$

- a. Tunjukkan bahwa $\frac{Q_1}{2(1-\rho)} \sim \chi^2$

- b. Periksa apakah Q_1 dan Q_2 saling bebas?