



IPB University
— Bogor Indonesia —

Departemen Statistika

Selang Kepercayaan Fungsi Linear dan Selang Regional

Responsi 6 STA1333 Pengantar Model Linear

Review Materi:



- Selang Kepercayaan Fungsi Linier

Selang kepercayaan $(1-\alpha)$ bagi $\mathbf{a}'\mathbf{b}$ adalah:

$$\mathbf{a}'\mathbf{b} \pm t_{(n-p, \frac{\alpha}{2})} s \sqrt{\mathbf{a}'(X'X)^{-1}\mathbf{a}}$$

Selang kepercayaan bagi $(1-\alpha)$ bagi rataan $\mathbf{x}'_*\mathbf{b}$ adalah:

$$\mathbf{x}'_*\mathbf{b} \pm t_{(n-p, \frac{\alpha}{2})} s \sqrt{\mathbf{x}'_*(X'X)^{-1}\mathbf{x}_*}$$

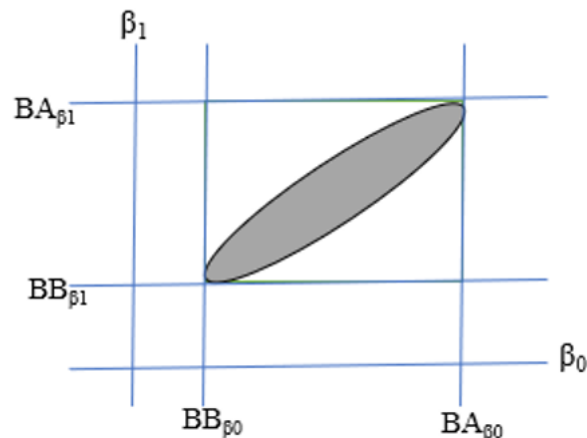
Selang kepercayaan bagi $(1-\alpha)$ bagi satu amatan $\mathbf{x}'_*\mathbf{b}$ adalah:

$$\mathbf{x}'_*\mathbf{b} \pm t_{(n-p, \frac{\alpha}{2})} s \sqrt{1 + \mathbf{x}'_*(X'X)^{-1}\mathbf{x}_*}$$

- Selang Kepercayaan Regional

Daerah kepercayaan $\boldsymbol{\beta}$

$$P[(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta})'(X'X)(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta}) \leq s^2 p F_{p, (n-p)}] = 1 - \alpha$$



Latihan Soal

Kerjakan soal soal berikut selama 1 jam lalu jawaban discan dan satukan dalam file pdf dengan format penamaan : NIM_Nama_Latihan6.pdf

dikumpulkan ke link : <https://ipb.link/latihan-pml58p1>



IPB University
— Bogor Indonesia —

1. Berikut adalah data hasil survei B:

No	Pendapatan rumah tangga per hari (x,\$)	Konsumsi energi (y,btu/thn)
1	20	18
2	30	30
3	40	48
4	55	50
5	60	65

Jika model yang akan dibangun adalah $y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i)$.

- Hitunglah selang kepercayaan 95% bagi dugaan rata-rata konsumsi energi ketika pendapatan rumah tangga per hari sebesar 57 \$
- Tentukan daerah kepercayaan gabungan 95% pada pasangan parameter (β_0, β_1) .

2. (Boleh dikerjakan dengan bantuan software, bila menggunakan software lampirkan syntax yang digunakan)

Perhatikan data karakteristik delapan rumah berukuran 76 m² yang merupakan contoh acak di bawah ini

Nomor	Jarak Rumah dari Pasar (km) X1	Jarak Rumah dari Pusat Kota (km) X2	Harga (juta rupiah) Y
1	1.1	1.5	400
2	0.8	0.7	550
3	1.2	0.6	360
4	2.1	1.1	350
5	1.4	1.0	390
6	0.3	1.8	450
7	0.6	1.0	500
8	0.4	0.3	600

- Tentukan penduga titik untuk harga satu rumah berukuran 76 m² yang lokasinya berjarak 1.2 km dari pasar dan 1.2 km dari pusat kota.
- Tentukan selang prediksi 90% pada pendugaan untuk harga rumah seperti itu.

1. a. Hitunglah selang kepercayaan bagi dugaan rata-rata peubah respon dengan $x = 57$ \$

Selang Kepercayaan bagi dugaan rata-rata peubah respons yaitu

$$x_*^T b = [1 \quad 57] \begin{bmatrix} \frac{13858.85}{5600} \\ \frac{160.494}{5600} \end{bmatrix} = 4.1084$$

$$s^2 = 0.0372 \rightarrow s = 0.1929$$

$$t_{(3;0,025)} = 3,1842$$

$$x_*^T (X^T X)^{-1} x_* = [1 \quad 57] \begin{bmatrix} 1.7009 & -0.0366 \\ -0.0366 & 0.0009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 57 \end{bmatrix}$$

$$x_*^T (X^T X)^{-1} x_* = 0.4286$$

$$x_*^T b \pm \frac{t_\alpha}{2} s \sqrt{x_*^T (X^T X)^{-1} x_*}$$

$$4.1084 \pm 3.1824 (0.1929) \sqrt{0.4286}$$

$$4.1084 \pm 0.4019$$

$$(0.0267; 0.8305)$$

1. b. Tentukan daerah kepercayaan gabungan 90% pada pasangan parameter (β_0, β_1) .

Daerah kepercayaan β

$$\mathbf{P}[(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta})'(X'X)(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta}) \leq s^2 p F_{p,(n-p)}] = 1 - \alpha$$

$$\begin{bmatrix} 2.4748 \\ 0.0287 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 205 \\ 205 & 9525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.4748 \\ 0.0287 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \leq 0.0372(2)F_{2,3}$$

$$\begin{bmatrix} 2.4748 - \beta_0 & 0.0287 - \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 205 \\ 205 & 9525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.4748 - \beta_0 \\ 0.0287 - \beta_1 \end{bmatrix} \leq 0.0744(9.5521)$$

$$5(2.4748 - \beta_0)^2 + 410(2.4748 - \beta_0)(0.0287 - \beta_1) + 9525(0.0287 - \beta_1)^2 \leq 0.7107$$

$$5\beta_0^2 - 24.748\beta_0 + 30.6232 - 11.767\beta_0 + 410\beta_0\beta_1 + 29.121 - 1014.668\beta_1 - 546.735\beta_1 + 9525\beta_1^2 + 7.8456 \leq 0.7107$$

$$5\beta_0^2 + 9525\beta_1^2 - 36.515\beta_0 + 410\beta_0\beta_1 - 1561.403\beta_1 + 67.5898 \leq 0.7107$$

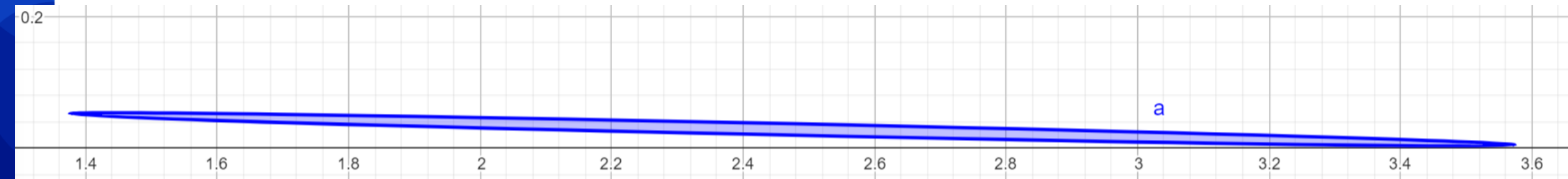
1. b. Tentukan daerah kepercayaan gabungan 90% pada pasangan parameter (β_0, β_1) .

Daerah kepercayaan β

$$P[(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta})'(X'X)(\mathbf{b} - \boldsymbol{\beta}) \leq s^2 p F_{p,(n-p)}] = 1 - \alpha$$

$$5\beta_0^2 + 9525\beta_1^2 - 36.515\beta_0 + 410\beta_0\beta_1 - 1561.403\beta_1 + 67.5898 \leq 0.7107$$

$$5\beta_0^2 + 9525\beta_1^2 - 36.515\beta_0 + 410\beta_0\beta_1 - 1561.403\beta_1 + 66.8791 \leq 0$$



2. a. Tentukan penduga titik untuk harga satu rumah berukuran 76 m^2 yang lokasinya berjarak 1.2 km dari pasar dan 1.2 km dari pusat kota.



Selang Kepercayaan bagi dugaan rata-rata peubah respons yaitu

$$\mathbf{x}_*^T \mathbf{b} = [1 \quad 1.2 \quad 1.2] \begin{bmatrix} 646.5073 \\ -116.2532 \\ -81.7073 \end{bmatrix} = 408.9547$$

2. b. Tentukan selang prediksi 90% pada pendugaan untuk harga rumah seperti itu.



Selang Kepercayaan 90% bagi dugaan harga satu rumah seperti itu yaitu

$$x_*^T b = 408.9547$$

$$s^2 = 2977.312 \rightarrow s = 54.5648$$

$$t_{(5;0.05)} = 2.015$$

$$x_*^T b \pm t_{\alpha} s \sqrt{1 + x_*^T (X^T X)^{-1} x_*}$$

$$408.9547 \pm 2.015 (54.5648) \sqrt{1.1677}$$

$$408.9547 \pm 118.5952$$

$$(290.3595; 527.5499)$$

$$x_*^T (X^T X)^{-1} x_*) = [1 \quad 1.2 \quad 1.2] \begin{bmatrix} 1.1298 & -0.4 & -0.6098 \\ -0.4 & 0.4051 & 0 \\ -0.6098 & 0 & 0.6098 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 1.2 \end{bmatrix} = 0.1677$$

Terima Kasih



IPB University
— Bogor Indonesia —

Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jl Meranti Wing 22 Level 4
Kampus IPB Darmaga - Bogor 16680
0251-8624535 | <http://stat.ipb.ac.id>