

Nama : Ajeng Bitra Alfira

NIM : G14190057

## KUIS SESI UTS

1. Diketahui vektor  $y' = (y_1 \ y_2 \ y_3)$  menyebar normal ganda dengan

$$\mu' = (6 \ 18 \ 3) \text{ dengan } \Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 12 \\ 4 & 5 & 8 \\ 12 & 8 & 0,5 \end{pmatrix}$$

- a. Tentukan  $\rho_{23}$   
 b. Tentukan sebaran Z jika  $Z = Y_1 + 2Y_2 - 4Y_3$

**Jawaban:**

- a. Korelasi  $y_2$  dan  $y_3$

$$\rho_{23} = \frac{S_{23}}{\sqrt{S_{22}S_{33}}} = \frac{8}{\sqrt{5(0.5)}} = 5.0596$$

- b.  $z'Y = [1 \ 2 \ -4] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$

$$E(zY) = z'E(Y) = [1 \ 2 \ -4] \begin{bmatrix} 6 \\ 18 \\ 3 \end{bmatrix} = 30$$

$$V(zY) = z'V(Y)z = [1 \ 2 \ -4] \begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ 4 & 5 & 8 \\ 12 & 8 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$V(zY) = [-38 \ -18 \ 26] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} = -178$$

Maka Z memiliki distribusi  $N(\mu, \Sigma)$  dengan  $\mu = 30$  dan  $\Sigma = -178$ .

2. Seorang peneliti mengambil data dari tiga peubah yang masing-masing merupakan kandungan kalsium (X1), kandungan vitamin A (X2), dan protein (X3) pada 10 sampel makanan. Data yang didapat adalah sebagai berikut.

No.	Kalsium (X1)	Vitamin A (X2)	Protein (X3)
1	3,4	21	130
2	2,5	45	67
3	1,6	67	280
4	0,3	35	36
5	2,7	28	160
6	8,6	100	35
7	10,3	96	24
8	4,2	46	67
9	3,5	78	80
10	1,6	96	24

Tentukan:

- a. Hitung vektor rata-rata dan matriks kovariannya!

$$\mu_1 = 6$$

$$\mu_2 = 50$$

$$\mu_3 = 100$$

- c. Buatlah selang kepercayaan simultan dan selang Bonferroni 95%!

**Jawaban:**

a. Vektor rataaan

$$\bar{X}_1 = \frac{3.4 + 2.5 + \dots + 1.6}{10} = 3.87$$

$$\bar{X}_2 = \frac{21 + 45 + \dots + 96}{10} = 61.2$$

$$\bar{X}_3 = \frac{130 + 67 + \dots + 24}{10} = 90.3$$

Matriks rataaan

3.87
61.2
90.3

$$s_1 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{10} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2$$

$$s_2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{10} (x_{2i} - \bar{x}_2)^2$$

$$s_3 = \frac{1}{n_3 - 1} \sum_{i=1}^{10} (x_{3i} - \bar{x}_3)^2$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}$$

Matriks Kovarian

10.053444	53.04	-94.03444
53.04	904.622222	-843.1778
-94.034444	-843.17778	6490.0111

b. Hipotesis

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$\text{dengan } \mu_0 = \begin{bmatrix} 6 \\ 50 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Statistik uji

$$\bar{x} - \mu_0 = \begin{bmatrix} 3.87 \\ 61.2 \\ 90.3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 50 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.13 \\ 11.2 \\ -9.7 \end{bmatrix}$$

Matriks Kovarian

10.053444	53.04	-94.03444
53.04	904.622222	-843.1778
-94.034444	-843.17778	6490.0111

## Invers Matriks Kovarian

0.151632	-0.0077855	0.0011855
-0.0077855	0.00165749	0.0001025
0.0011855	0.00010253	0.0001846

$$T^2 = n(\bar{x} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{x} - \mu_0)$$

$$T^2 = 10 \left( \begin{bmatrix} -2.13 \\ 11.2 \\ -9.7 \end{bmatrix} \right)' \begin{pmatrix} 0.1516 & -0.0078 & 0.0012 \\ -0.007 & 0.0016 & 0.0001 \\ 0.0012 & 0.0001 & 0.0002 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -2.13 \\ 11.2 \\ -9.7 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = 13.1139$$

Titik kritis

$$c^2 = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{p,n-p}(\alpha) = \frac{(10-1)3}{(10-3)} F_{3,7(0.05)} = 16.7664$$

Kriteria penolakan  $H_0$

Tolak  $H_0$  jika  $T^2 > c^2$

Kesimpulan

Karena  $T^2 = 13.1139 < c^2 = 16.7664$  maka tak tolak  $H_0$ . Artinya cukup bukti untuk menyatakan bahwa minimal ada salah satu rata-rata kalsium, vitamin A, dan protein yang memiliki nilai rata-rata sama dengan 6, 50, dan 100 pada taraf nyata 5%.

c. Selang Kepercayaan Simultan

Selang kepercayaan simutan bagi  $\mu_1$

$$\mu_1 = 3.87 \pm \sqrt{\frac{(10-1)3}{(10-3)} (3.468)} \sqrt{\frac{10.0534}{10}}$$

$$\mu_1 = 3.87 \pm 4.1056$$

Rata-rata kandungan kalsium pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang - 0.2356 hingga 7.9756.

Selang kepercayaan simutan bagi  $\mu_2$

$$\mu_2 = 61.2 \pm \sqrt{\frac{(10-1)3}{(10-3)} (3.468)} \sqrt{\frac{904.6222}{10}}$$

$$\mu_2 = 61.2 \pm 38.9451$$

Rata-rata kandungan vitamin A pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang 22.2549 hingga 100.1451.

Selang kepercayaan simutan bagi  $\mu_3$

$$\mu_3 = 90.3 \pm \sqrt{\frac{(10-1)3}{(10-3)} (3.468)} \sqrt{\frac{6490.0111}{10}}$$

$$\mu_3 = 90.3 \pm 104.3138$$

Rata-rata kandungan protein pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang - 14.0139 hingga 194.6138.

Selang Kepercayaan Bonferoni

$$\bar{x}_i \pm t_{n-1, \frac{\alpha}{2p}} \sqrt{\frac{S_{ii}}{n}}$$

Selang kepercayaan bonferoni bagi  $\mu_1$

$$\mu_1 = 3.87 \pm 2.9333 \sqrt{\frac{10.0534}{10}}$$

$$\mu_1 = 3.87 \pm 2.9412$$

Rata-rata kandungan kalsium pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang - 0.9288 hingga 6.8112.

Selang kepercayaan bonferoni bagi  $\mu_2$

$$\mu_2 = 61.2 \pm 2.9333 \sqrt{\frac{904.6222}{10}}$$

$$\mu_2 = 61.2 \pm 27.8993$$

Rata-rata kandungan vitamin A pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang 33.3007 hingga 89.0993

Selang kepercayaan bonferoni bagi  $\mu_3$

$$\mu_3 = 90.3 \pm 2.9333 \sqrt{\frac{6490.0111}{10}}$$

$$\mu_3 = 90.3 \pm 74.7279$$

Rata-rata kandungan protein pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang - 15.5721 hingga 165.0279.

3. Suatu lembaga penelitian padi melakukan percobaan untuk mengetahui pengaruh penggunaan berbagai pestisida cair terhadap produksi dan bobot padi. Percobaan dilakukan pada suatu hamparan sawah yang mempunyai tingkat kesuburan atau kandungan bahan organik yang relatif berbeda. Masing-masing perlakuan diberikan pada lahan seluas 4x5 m<sup>2</sup>. Perlakuan yang dicobakan ada 3 yaitu Dol-Mix (1kg), Dol-Mix (2kg) dan tanpa pestisida (sebagai control) dimana masing-masing terdapat 4 blok. Respon yang diukur adalah produksi gabah per kg/ha dan bobot/ha. Respon padi dapat dilihat pada tabel berikut :

Produksi gabah per kg/ha					
Perlakuan	Blok				Total
	I	II	III	IV	
Dol-Mix (1kg)	31.3	33.4	29.2	32.2	126.1
Dol-Mix (2kg)	38.3	37.5	37.4	35.8	149
Tanpa Pestisida	30.2	28.3	29.5	31.4	119.4
Total	99.8	99.2	96.1	99.4	394.5

Bobot gabah per ha					
Perlakuan	Blok				Total
	I	II	III	IV	
Dol-Mix (1kg)	41	43.3	35.3	37.4	157
Dol-Mix (2kg)	37.2	40.1	45.7	39.5	162.5
Tanpa Pestisida	39.4	41.9	39.4	44.1	164.8
Total	117.6	125.3	120.4	121	484.3

Tentukan :

- Model linear aditifnya beserta keterangannya!
- Hipotesis yang digunakan
- Lakukan pengujian untuk mengetahui pengaruh penggunaan berbagai pestisida cair terhadap produksi dan bobot padi pada taraf nyata 5%
- Apa kesimpulan yang diperoleh?

**Jawaban:**

- Model linier

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + e_{ij}$$

Dengan  $i = 1, 2, \dots, n$  dan  $j = 1, 2, \dots, n$

Ket:

$X_{ij}$ : pengamatan pada perlakuan ke  $i$  dan kelompok ke  $j$

$\mu$ : vector nilai tengah umum

$\tau_i$ : pengaruh perlakuan ke- $i$

$\beta_j$ : pengaruh kelompok ke- $j$

$e_{ij}$ : peubah acak  $N(0, \Sigma)$

- Hipotesis

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_g = 0$$

$H_1$ : minimal ada satu  $\tau_l \neq 0$

- Statistik uji

$$\Delta = \frac{|W|}{|W + B|} = \frac{89326320.99}{199674966.9} = 0.4473586$$

Karena  $p = 2$  dan  $g = 3$ , maka

$$F = \left( \frac{1 - \sqrt{\Delta}}{\sqrt{\Delta}} \right) \frac{(\sum n_i - g - 1)}{(g - 1)} = \left( \frac{1 - \sqrt{0.44736}}{\sqrt{0.44736}} \right) \frac{(12 - 3 - 1)}{3 - 1} = 1.9804$$

Kriteria penolakan

$$db_1 = 2(g - 1) = 4$$

$$db_2 = 2 \left( \sum n - g - 1 \right) = 16$$

$$F_{0.05, db_1, db_2} = 3.0069$$

- Karena  $F$  hitung  $< F$  tabel maka tak tolak  $H_0$ . Artinya dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan pengaruh pestisida terhadap produksi gabah per kg/ha dan bobot/ha pada taraf nyata 5%.