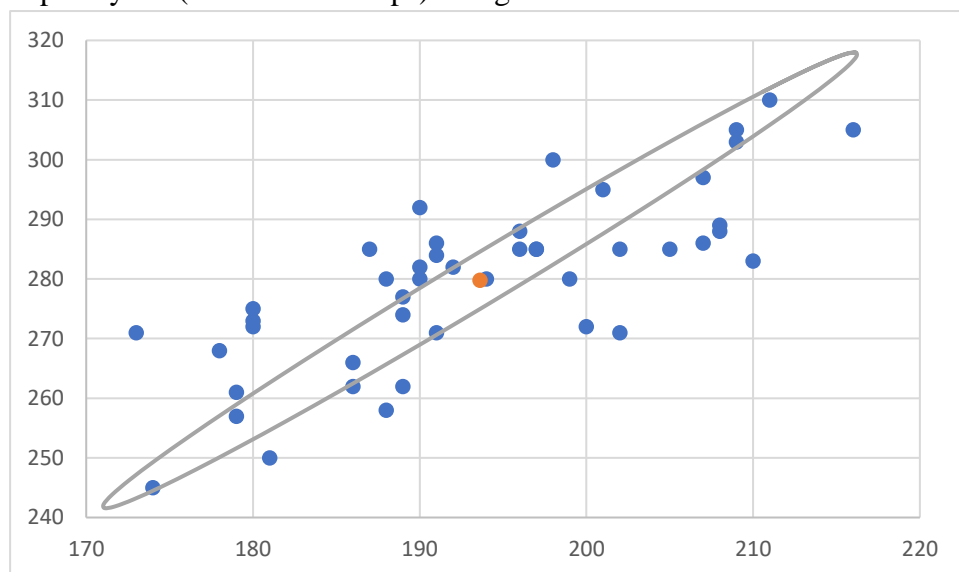


**Jawaban Bagian B**  
**Ujian Tengah Semester**  
**STA1342 – Teknik Peubah Ganda**

1. Seorang ahli ekologi mengukur panjang ekor ( $X_1$ ) dan panjang sayap ( $X_2$ ) 45 ekor sejenis burung layang-layang betina sebagai contoh. Data yang diperoleh disajikan pada file “Data burung.xlsx”.

- a. Buatlah sketsa elips kepercayaan bagi populasi rata-rata  $\mu_1$  dan  $\mu_2$ !  
Berdasarkan bantuan *software* Microsoft Excel (file terlampir) didapatkan elips kepercayaan (Confidence Ellips) sebagai berikut:



- b. Misalkan diketahui bagi burung jenis ini rata-rata ukuran untuk burung jantan adalah  $\mu_1 = 190$  mm dan  $\mu_2 = 275$  mm. Apakah ini nilai yang masuk akal untuk rata-rata panjang ekor dan rata-rata panjang sayap untuk burung betina? Berikan penjelasan!

**Jawab :**

Berdasarkan perhitungan menggunakan bantuan *software* Microsoft Excel (file terlampir) dengan menggunakan hipotesis:

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Didapatkan nilai statistik uji  $T^2$ -Hotelling:

$$T^2 = (\bar{X} - \mu_0)' \left( \frac{1}{n} S \right)^{-1} (\bar{X} - \mu_0) = n(\bar{X} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{X} - \mu_0)$$

$$T^2 = 5.54312961766947$$

Didapatkan pula nilai titik kritis sebesar:

$$\frac{(n-1)p}{n-p} F_{p, n-p}(\alpha)$$

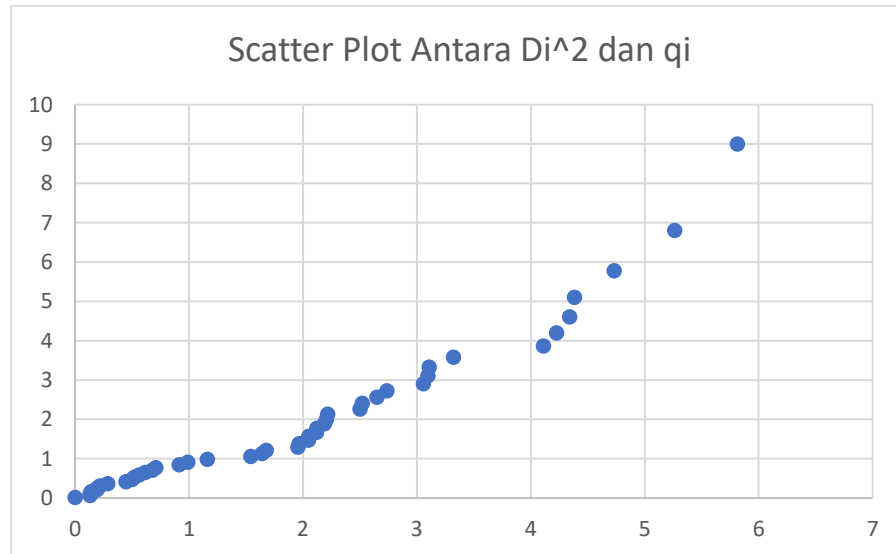
$$= 6.57847136869088$$

Karena nilai  $T^2$ -Hotelling  $<$  titik kritis atau  $5.54312961766947 < 6.57847136869088$  maka **Tak Tolak  $H_0$** . Dapat disimpulkan bahwa pada taraf nyata 5% cukup bukti untuk menyatakan bahwa nilai rata-rata 190 untuk panjang ekor dan 275 untuk panjang sayap masuk akal.

- c. Apakah sebaran normal ganda cocok diterapkan sebagai hampiran bagi data ini? Berikan penjelasan dengan membuat plot Q-Q terlebih dahulu!

**Jawab :**

Berdasarkan perhitungan menggunakan bantuan *software* Microsoft Excel (file terlampir) didapatkan Q-Q plot sebagai berikut:



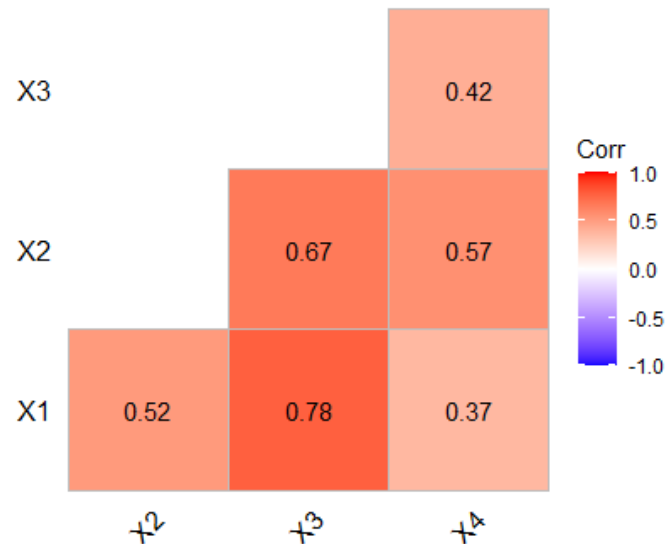
Kesimpulan yang dapat diambil dari plot di atas adalah karena scatter plot cenderung membentuk garis lurus dan lebih dari 50% nilai  $di^2 < \chi^2_{(0.50)}$  maka Tak Tolak  $H_0$  sehingga cukup bukti untuk menyatakan bahwa data berdistribusi normal multivariat/normal ganda

2. Pada file "Data IPM KotaKab.xlsx" disajikan data indikator-indikator yang digunakan dalam penghitungan Indeks Pembangunan Manusia, yaitu Harapan Lama Sekolah (Tahun), Pengeluaran per Kapita Disesuaikan (Ribu Rupiah/Orang/Tahun), Rata-rata Lama Sekolah (Tahun), dan Umur Harapan Hidup Saat Lahir (UHH) (Tahun).

- a. Lakukan analisis komponen utama pada data tersebut berdasarkan matriks korelasinya!

**Jawab:**

Berdasarkan bantuan *software RStudio* (file terlampir) didapatkan matriks korelasi sebagai berikut:



Dari plot korelasi di atas terlihat bahwa peubah X1 dengan X3 memiliki korelasi yang paling tinggi yakni sekitar 0.78. Sedangkan untuk korelasi paling rendah dimiliki oleh peubah X1 dengan X4 yang memiliki nilai korelasi sebesar 0.37.

- b. Berikan penjelasan mengapa matriks korelasi yang sebaiknya digunakan dalam analisis komponen utama ini?

**Jawab:**

Matriks korelasi yang berisi nilai-nilai korelasi pada dasarnya digunakan untuk mendapatkan keeratan hubungan antar peubah yang diteliti. Nilai korelasi inilah yang nantinya akan dibandingkan dengan nilai korelasi yang diperoleh dari Analisis Komponen Utama.

- c. Berapakah besarnya kontribusi 2 komponen utama pertama dalam menjelaskan keragaman data asal?

**Jawab:**

Berdasarkan bantuan *software* RStudio (file terlampir) didapatkan output sebagai berikut:

```
Importance of components:
      PC1      PC2      PC3      PC4
Standard deviation  1.637 0.8599 0.62592 0.43441
Proportion of Variance 0.670 0.1848 0.09794 0.04718
Cumulative Proportion 0.670 0.8549 0.95282 1.00000
```

Terdapat 3 hasil keluaran yang didapatkan dari `summary()` di atas, yakni `_Standard Deviation_`, `_Proportion of Variance_`, dan `_Cumulative Proportion_`. `_Standard Deviation_` merupakan akar dari eigenvalue-nya. Akar ciri (eigenvalue) berperan sebagai ragam dari komponen utama. `_Proportion of Variance_` memberikan informasi seberapa besar keragaman peubah asal yang dapat dijelaskan oleh masing-masing komponen utama. Semakin besar nilai dari `_Proportion of Variance_` maka semakin baik pula komponen utama tersebut untuk merepresentasikan peubah asal. `_Cumulative Proportion_` menjelaskan seberapa besar keragaman yang dapat dijelaskan oleh komponen utama secara kumulatif. Dua komponen utama yang dipilih (PC1 dan PC2) memberikan

kontribusi sebanyak 85.49%. Hal ini mengindikasikan bahwa hanya dengan menggunakan PC1 dan PC2, sebanyak 85.49% data sudah dapat dijelaskan.

- d. Berikan interpretasi pada 2 komponen utama pertama!

**Jawab:**

Berdasarkan bantuan *software* RStudio (file terlampir) didapatkan output sebagai berikut:

	PC1	PC2	PC3	PC4
x1	-0.5070841	0.4859192	-0.44734046	0.55374614
x2	-0.5175424	-0.2280017	0.75363468	0.33496251
x3	-0.5451726	0.3561005	0.06925768	-0.75576627
x4	-0.4216663	-0.7649119	-0.47657598	-0.09991335

Interpretasi hanya dilakukan pada dua komponen utama sehingga vektor ciri yang akan dideskripsikan hanya pada PC1 dan PC2. Pada PC1, vektor ciri memiliki nilai yang relatif sama walaupun pada peubah X4 (Umur Harapan Hidup Saat Lahir) nilainya cenderung jauh dari -0.5. Hal ini mengindikasikan bahwa nilai-nilai pada PC1 dapat menggambarkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) untuk semua peubah. Oleh karena itu, PC1 dapat digunakan untuk menentukan kota/kabupaten mana yang memiliki IPM tertinggi untuk semua indikator yang digunakan. Vektor ciri PC2 memiliki nilai negatif dan positif. Nilai negatif mengindikasikan bahwa untuk indikator X2 dan X4, semakin besar PC2 maka semakin kecil nilai untuk indikator Pengeluaran per Kapita Disesuaikan dan Umur Harapan Hidup Saat Lahir. Sedangkan, nilai positif mengindikasikan bahwa untuk indikator X1 dan X3, semakin besar PC2 maka semakin besar pula nilai untuk indikator Harapan Lama Sekolah dan Rata-rata Lama Sekolah. Berdasarkan hal tersebut, PC2 dapat digunakan untuk menentukan kota/kabupaten yang memiliki nilai Harapan Lama Sekolah dan Rata-rata Lama Sekolah dengan Pengeluaran Perkapita dan Umur Harapan Hidup Saat Lahir.