

TUGAS 1 APG

1. Suatu penelitian dibuat untuk menguji kenormalan ganda antara rata-rata waktu belajar per hari (jam) dengan perolehan nilai kalkulus. Penelitian dilakukan terhadap 15 orang dengan hasil sebagai berikut

Tahapan membuat qq-plot adalah sebagai berikut.

- a. Menentukan nilai vector rata-rata \bar{X}

Rata-rata waktu belajar

$$\bar{X}_1 = \frac{3.2 + 1.8 + 2.6 + \dots + 3.8}{15} = 2.87$$

Rata-rata nilai kalkulus

$$\bar{X}_2 = \frac{89 + 75 + 92 + \dots + 84}{15} = 85.467$$

	Rata-rata waktu belajar	Nilai kalkulus
1	3.2	89
2	1.8	75
3	2.6	92
4	4	90
5	1.2	70
6	1.6	75
7	2.4	82
8	2.8	83
9	2.9	90
10	3	85
11	3.3	100
12	3.4	80
13	3.5	98
14	3.6	89
15	3.8	84
Rata-rata	2.873333333	85.46666667

- b. Menentukan nilai matriks varians kovarians S

Matriks kovarian	
0.679238	4.941905
4.941905	70.40952

- c. Menentukan nilai jarak mahalanobis atau kuadrat general setiap titik pengamatan dengan vector rata-ratanya

(Xi-Xbar)*Sinvers		di^2
0.236687	0.03357	0.195932
-1.01902	-0.07713	1.901055
-2.20201	0.247345	2.217873
2.432432	-0.10634	2.258455

-1.76836	-0.09555	4.436887
-1.62075	-0.0349	2.429011
-0.69203	-0.00066	0.329862
0.300254	-0.05611	0.11638
-0.87708	0.125946	0.547564
0.479641	-0.04029	0.079558
-1.78533	0.33172	4.059258
2.738953	-0.26988	2.917874
-0.76126	0.231437	2.423627
1.440145	-0.0509	0.866665
3.097728	-0.23825	3.22

d. Mengurutkan nilai d_i^2 dari kecil ke besar

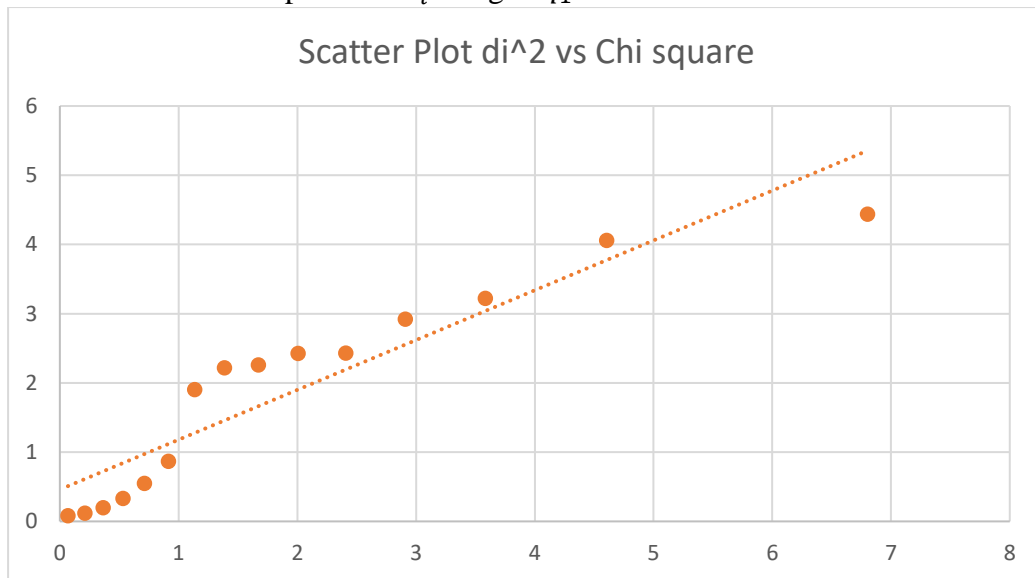
di^2 diurutkan
0.07955795
0.116379557
0.19593181
0.329861861
0.547564324
0.866664574
1.901055476
2.217872688
2.258454592
2.423626849
2.429010911
2.917873909
3.219999919
4.059258277
4.436887302

e. Menentukan nilai $p_i = \frac{i-1/2}{n}$, $i = 1, 2, \dots, n$ dan q_i

di^2 urut	i	pi	X^2	X^2 diurutkan
0.07955795	1	0.033333	0.067803	0.067803103
0.116379557	2	0.1	0.210721	0.210721031
0.19593181	3	0.166667	0.364643	0.364643114
0.329861861	4	0.233333	0.531406	0.531406331
0.547564324	5	0.3	0.71335	0.713349888
0.866664574	6	0.366667	0.913517	0.913516805
1.901055476	7	0.433333	1.135968	1.135968075
2.217872688	8	0.5	1.386294	1.386294361
2.258454592	9	0.566667	1.672496	1.672496048
2.423626849	10	0.633333	2.006604	2.006604218
2.429010911	11	0.7	2.407946	2.407945609

2.917873909	12	0.766667	2.910574	2.910574465
3.219999919	13	0.833333	3.583519	3.583518938
4.059258277	14	0.9	4.60517	4.605170186
4.436887302	15	0.966667	6.802395	6.802394763

f. Membuat scatter plot dari d_i^2 dengan q_1



Berdasarkan scatter plot di atas, terlihat bahwa data cenderung berada di dekat garis lurus dan membentuk pola linear sehingga secara eksplorasi dapat dikatakan bahwa data menyebar normal ganda. Selanjutnya dilakukan uji formal untuk meyakinkan dugaan sementara hasil eksplorasi.

Hipotesis uji

H_0 : Data terdistribusi normal ganda

H_1 : Data tidak terdistribusi normal ganda

```
> mardia <- mvn(data, mvnTest = c("mardia"), covariance = TRUE, multivariatePlot = "qq")
> mardia$multivariateNormality
      Test      Statistic      p value Result
1 Mardia Skewness  6.25452339476786 0.180929552248116 YES
2 Mardia Kurtosis -0.847032706723608 0.396976891405281 YES
3      MVN          <NA>          <NA>      YES
> henzik <- mvn(data, mvnTest = c("hz"), covariance = TRUE, multivariatePlot = "none")
> henzik$multivariateNormality
      Test      HZ      p value MVN
1 Henze-Zirkler 0.4249018 0.3246099 YES
> royston <- mvn(data, mvnTest = c("royston"), covariance = TRUE)
> royston$multivariateNormality
      Test      H      p value MVN
1 Royston 0.7619193 0.6841079 YES
```

Berdasarkan beberapa hasil uji yang dilakukan, diperoleh semua p-value > 0.05 maka tak tolak H_0 artinya cukup bukti untuk menyatakan bahwa data terdistribusi normal ganda.

2. Berikut merupakan data antara total produksi kacang tanah dalam kg (X1) dengan total produksi jeruk dalam kg (X2). Kedua peubah diasumsikan menyebar normal ganda.

	Produksi kacang (kg)	Produksi jeruk (kg)
1	1500	1790
2	2300	2390
3	1870	2150
4	1680	2400
5	1720	1500
6	3960	4130
7	2340	2690
8	1980	2530
9	3840	4060
10	2880	3160

Tentukanlah:

- Vektor rata-rata dan matriks kovariannya!
- Ujilah apakah vektor rata-rata populasi μ_1
] = [2350] pada taraf nyata 5%
 μ_2 2700
- Buatlah selang kepercayaan simultan 95% bagi μ

Jawaban :

- Vektor rata-rata dan matriks kovarians

	Produksi kacang (kg)	Produksi jeruk (kg)
1	1500	1790
2	2300	2390
3	1870	2150
4	1680	2400
5	1720	1500
6	3960	4130
7	2340	2690
8	1980	2530
9	3840	4060
10	2880	3160
Rata-rata	2407	2680

Matriks kovarian	
777645.6	739655.6
739655.6	765311.1

b. Hipotesis

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Statistik uji T^2 - Hotelling

$$\bar{x} - \mu_0 = \begin{bmatrix} 2407 \\ 2680 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2350 \\ 2700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57 \\ -20 \end{bmatrix}$$

Matriks kovarian	
777645.6	739655.6
739655.6	765311.1

Inverse matriks kovarian	
0.000015927	-0.000015393
-0.000015393	0.000016184

$$\begin{aligned} T^2 &= n(\bar{x} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{x} - \mu_0) \\ &= 10 \left(\begin{bmatrix} 57 \\ -20 \end{bmatrix} \right)' \begin{pmatrix} 0.000015927 & -0.000015393 \\ -0.000015393 & 0.000016184 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 57 \\ -20 \end{pmatrix} \\ &= 0.9331 \end{aligned}$$

Titik kritis

$$c^2 = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{n,n-p}(\alpha) = \frac{(10-1)^2}{(10-2)} F_{2,8(0.05)} = 10.0327$$

Kriteria penolakan H_0

Tolak H_0 jika $T^2 > c^2$

Kesimpulan

Karena $T^2 = 0.9331 < c^2 = 10.0327$ maka tak tolak H_0 . Artinya cukup bukti untuk menyatakan bahwa minimal ada salah satu dari rata-rata produksi kacang dan jeruk yang memiliki nilai rata-rata tidak sama dengan 2350 kg dan 2700 kg pada taraf nyata 5%.

c. Selang kepercayaan simutan bagi μ_1

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 2407 \pm \sqrt{\frac{(10-1)^2}{(10-2)} (4.459)} \sqrt{\frac{777645.556}{10}} \\ \mu_1 &= 2407 \pm 883.282 \end{aligned}$$

Rata-rata total produksi kacang pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang 1523.718 kg hingga 3290.282 kg.

Selang kepercayaan simutan bagi μ_2

$$\begin{aligned} \mu_2 &= 2680 \pm \sqrt{\frac{(10-1)^2}{(10-2)} (4.459)} \sqrt{\frac{765311.111}{10}} \\ \mu_2 &= 2680 \pm 876.249 \end{aligned}$$

Rata-rata total produksi kacang pada selang kepercayaan 95% berada dalam rentang 1803.751 kg hingga 3556.249 kg.

3. Diketahui suatu penyakit yang dapat didiagnosis dengan gejala demam, tekanan darah rendah, dan nyeri tubuh. Sebuah penelitian menguji obat untuk penyakit tersebut dengan memberi obat tsb dan placebo (obat palsu) kepada 35 pasien. Dari 35 pasien, 20 pasien diberi obat baru dan 15 orang diberi placebo. Lakukan pengujian apakah obat tersebut memberikan hasil yang berbeda? (alpha=5%)
Note: Asumsi lingkungan penelitiannya heterogen

Hipotesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Statistik

uji

$$\bar{x}_1 = \begin{bmatrix} 38.81 \\ 70.15 \\ 18.15 \end{bmatrix}; \bar{x}_2 = \begin{bmatrix} 39.513 \\ 65.867 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \begin{bmatrix} -0.7033 \\ 4.2833 \\ -1.85 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1.288 & -1.544 & 0.435 \\ -1.544 & 161.818 & -22.655 \\ 0.435 & -22.655 & 36.555 \end{bmatrix}; S_2 = \begin{bmatrix} 1.426 & 0.409 & 2.729 \\ 0.409 & 148.695 & 10.714 \\ 2.729 & 10.714 & 15.413 \end{bmatrix}$$

$$\frac{S_1}{n_1} + \frac{S_2}{n_2} = \begin{bmatrix} 0.159 & -0.05 & 0.204 \\ -0.05 & 18.004 & -0.418 \\ 0.204 & -0.418 & 2.837 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' \left(\frac{S_1}{n_1} + \frac{S_2}{n_2} \right)^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

$$= \begin{pmatrix} -0.7033 \\ 4.2833 \\ -1.85 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 0.159 & -0.05 & 0.204 \\ -0.05 & 18.004 & -0.418 \\ 0.204 & -0.418 & 2.837 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -0.7033 \\ 4.2833 \\ -1.85 \end{pmatrix}$$

$$T^2 = 4.3157$$

Kriteria

penolakan

H0

Tolak Ho ketika $T^2 > X_{\alpha,p}^2 = X_{0.05,2}^2 = 7.815$

Kesimpulan

Karena $T^2 < C^2$ tak tolak H0. Artinya tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa rata-rata demam, tekanan darah dan nyeri populasi 1 berbeda dengan rata-rata demam, tekanan darah dan nyeri populasi 2 pada taraf nyata 5%.