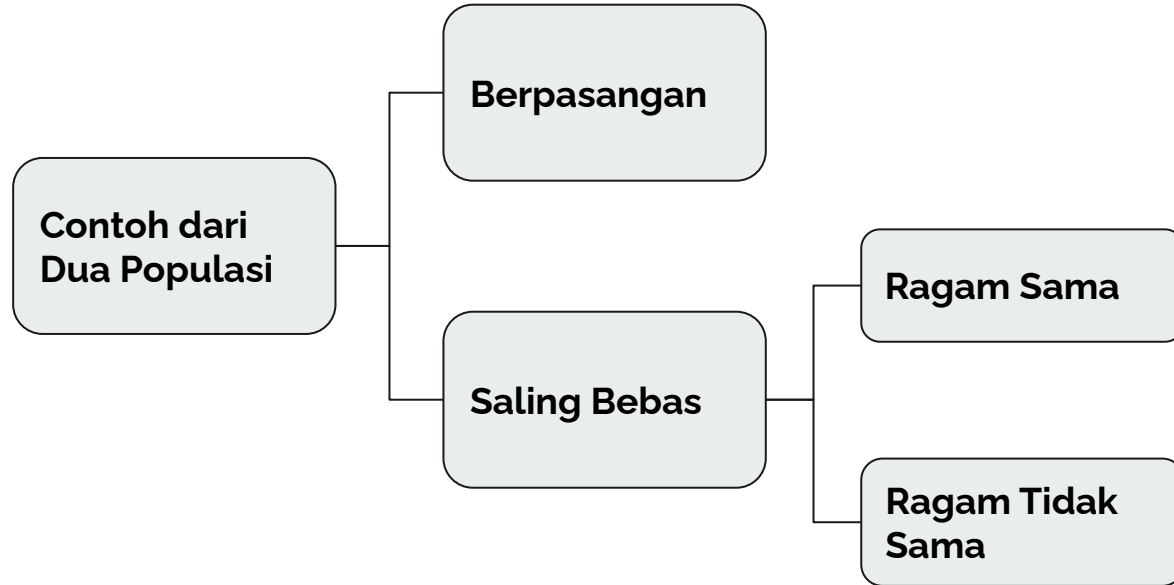




Uji Vektor Nilai Tengah Dua Populasi

Dhea Dewanti & Nur Khamidah

Uji Hipotesis terhadap Nilai Tengah Dua Populasi



Uji Hipotesis terhadap Nilai Tengah Dua Populasi

- Uji ini didasarkan pada:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

- Di mana:

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \mu_{13} \\ \vdots \\ \mu_{1p} \end{bmatrix} \text{ dan } \mu_2 = \begin{bmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \mu_{23} \\ \vdots \\ \mu_{2p} \end{bmatrix}$$

Biasanya uji berpasangan dilakukan ketika populasi 1 merupakan populasi yg muncul sebelum populasi 2.

Misal: nilai 5 mata kuliah yang diambil mahasiswa sebelum dan setelah pelatihan kompetensi R.

Uji Hipotesis Dua Populasi Saling Berpasangan

- Uji ini didasarkan pada:

$$H_0: \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 = \mathbf{0}$$

$$H_1: \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 \neq \mathbf{0}$$

- Statistik Uji:

$$T^2 = n(\bar{\mathbf{d}} - \boldsymbol{\delta})' \mathbf{S}_d^{-1} (\bar{\mathbf{d}} - \boldsymbol{\delta}) \sim \frac{(n-1)p}{n-p} F_{(p, n-p)}$$

$$\bar{\mathbf{d}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{d}_j$$

$$\mathbf{S}_d = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\mathbf{d}_j - \bar{\mathbf{d}})(\mathbf{d}_j - \bar{\mathbf{d}})'$$

- Tolak H_0 ketika:

$$T^2 > c^2 = \frac{(n-1)p}{n-p} F_{(p, n-p)(\alpha)}$$

Dengan n adalah ukuran contoh, dan p adalah banyak peubah



Selang Kepercayaan Dua Populasi Saling Berpasangan

- Simultan

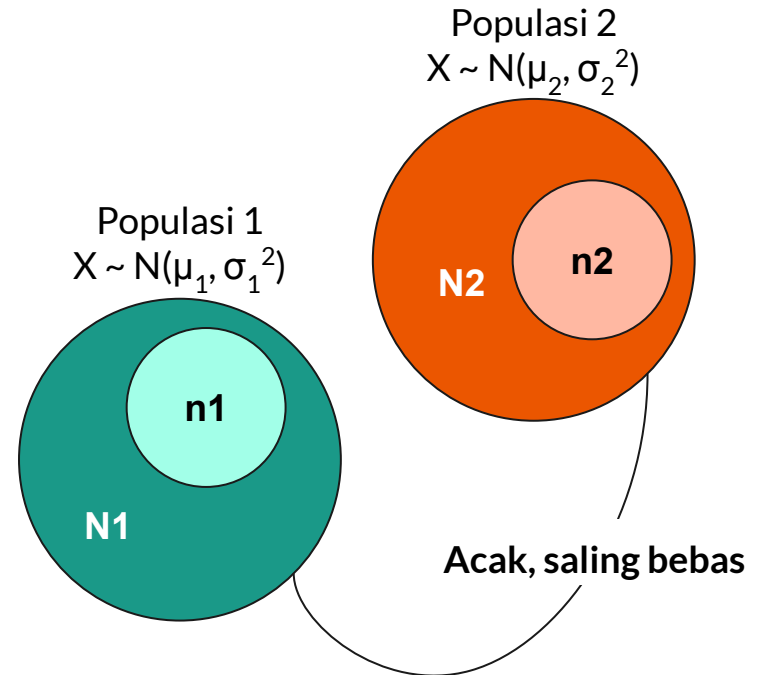
$$\bar{d}_i - \sqrt{\frac{(n-1)p}{n-p} F_{(p,n-p)(\alpha)}} \sqrt{\frac{S_{d_i}^2}{n_i}} < \delta_i < \bar{d}_i + \sqrt{\frac{(n-1)p}{n-p} F_{(p,n-p)(\alpha)}} \sqrt{\frac{S_{d_i}^2}{n_i}}$$

- Bonferroni

$$\bar{d}_i - t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2p}\right) \sqrt{\frac{S_{d_i}^2}{n_i}} < \delta_i < \bar{d}_i + t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2p}\right) \sqrt{\frac{S_{d_i}^2}{n_i}}$$

Uji Hipotesis terhadap Nilai Tengah Dua Populasi Saling Bebas

- Setiap populasi diambil contoh acak berukuran tertentu (bisa sama, bisa beda. Anggaplah ukurannya **n1** dan **n2**)
- Pengambilan contoh dari masing-masing populasi **saling bebas**.
- Dilakukan untuk menguji apakah parameter nilai tengah pada kedua populasi **sama**.



Uji Hipotesis Dua Populasi Saling Bebas ($\Sigma_1 = \Sigma_2$)

- Uji ini didasarkan pada:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

- Statistik Uji:

$$S_{gab} = \frac{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$T^2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' \left[\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) S_{gab} \right]^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \sim \frac{(n_1 + n_2 - 2)p}{n_1 + n_2 - p - 1} F_{(p, n_1 + n_2 - p - 1)}(\alpha)$$

- Tolak H_0 ketika:

$$T^2 > c^2 = \frac{(n_1 + n_2 - 2)p}{n_1 + n_2 - p - 1} F_{(p, n_1 + n_2 - p - 1)}(\alpha)$$

Dengan n adalah ukuran contoh,
dan p adalah banyak peubah

Selang Kepercayaan Dua Populasi Saling Bebas ($\Sigma_1 = \Sigma_2$)

- Simultan

$$\mathbf{a}'(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2) \leq \mathbf{a}'(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) \pm \sqrt{\frac{(n_1 + n_2 - 2)p}{n_1 + n_2 - p - 1} F_{(p, n_1 + n_2 - p - 1)(\alpha)}} \sqrt{\mathbf{a}' \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \mathbf{S}_{gab} \mathbf{a}}$$

- Bonferroni

$$(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2) \leq (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) \pm t_{(n_1 + n_2 - 2), \left(\frac{\alpha}{2p}\right)} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) S_{ii}}$$



Uji Hipotesis Dua Populasi Saling Bebas ($\Sigma_1 \neq \Sigma_2$)

- Uji ini didasarkan pada:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

- Statistik Uji:

$$T^2 = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' \left(\frac{\mathbf{S}_1}{n_1} + \frac{\mathbf{S}_2}{n_2} \right)^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) \sim \chi_p^2$$

- Tolak H_0 ketika:

$$T^2 > \chi_{\alpha, p}^2$$

Dengan p merupakan banyak peubah



Selang Kepercayaan Dua Populasi Saling Bebas ($\Sigma_1 \neq \Sigma_2$)

- Simultan

$$\mathbf{a}'(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2) \leq \mathbf{a}'(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) \pm \sqrt{\chi_{\alpha,p}^2 \mathbf{a}' \left(\frac{\mathbf{S}_1}{n_1} + \frac{\mathbf{S}_2}{n_2} \right) \mathbf{a}}$$

Contoh Soal 1



Seorang guru memberikan tugas kepada 15 orang siswanya untuk menulis **dua jenis essay**, yaitu **essay yang bersifat formal** dan **yang bersifat informal**. Penilaian baik buruknya essay dilihat dari **dua aspek**, yaitu **banyaknya kata** dan **banyaknya kata kerja** yang termuat di dalam essay. Semakin banyak kata dan kata kerja yang termuat di essay, maka semakin bagus penilaiannya. Berikut adalah data hasil penulisan essay yang telah dibuat oleh 15 siswa tersebut.

Link data:

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/11V9olyH82SJ4KCENhFTi4sn6vW2kmpc5/edit?usp=sharing&ouid=112781542983027743433&rtpof=true&sd=true>

Contoh Soal 1



- a. Lakukan pengujian, apakah essay informal buatan siswa-siswa tersebut lebih bagus hasilnya daripada essay formal? Gunakan $\alpha = 0.05$.
- b. Buatlah selang kepercayaan simultan dan selang bonferroni 95% bagi selisih nilai tengah δ_i

Contoh Soal 2



Di Indonesia sejak tahun 2013 diberlakukan proses seleksi Calon Pegawai Negeri Sipil (CPNS) menggunakan sistem Computer Assisted Test (CAT). Namun, pada tahun 2013, belum seluruh instansi penerima CPNS menggunakan sistem ini. Materi soal yang diujikan pada tes tahap pertama (Tes Kompetensi Dasar/TKD) **terdiri dari tiga bagian, yaitu Tes Wawasan Kebangsaan (TWK), Tes Intelegensi Umum (TIU) dan Tes Karakteristik Pribadi (TKP). Ada dugaan bahwa rata-rata nilai hasil test untuk TWK dan TIU dari peserta yang mengikuti seleksi menggunakan CAT berbeda dengan peserta yang mengikuti seleksi menggunakan sistem manual (lembar jawaban komputer/LJK).** Untuk membuktikan kebenaran dugaan itu, seseorang melakukan survey dengan mengambil sampel 20 orang peserta yang telah mengikuti tes menggunakan CAT dan 20 orang yang mengikuti test secara manual.

Contoh Soal 2



Hasil nilai yang diperoleh adalah sebagai berikut :

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/11V9olyH82SJ4KCENhFTi4sn6vW2kmpc5/edit?usp=sharing&oid=112781542983027743433&rtpof=true&sd=true>

- a. Lakukan pengujian menggunakan taraf nyata 5% apakah dugaan tersebut benar?
- b. Tentukan selang kepercayaan simultan dan bonferroni 95%.

***Hitung dengan dua asumsi, ragam homogen dan heterogen**

Khusus untuk bonferroni, hitung untuk asumsi ragam homogen saja