Handout 6

Analisis Profil (*Profile Analysis*)

Analisis profil berkenaan dengan situasi dimana serangkaian *p* perlakuaan yang dikenakan terhadap dua populasi (kelompok) atau lebih. Dan biasanya didalam melakukan percobaan dengan situasi seperti itu, sering kali kita ingin mengetahui pengaruh perlakuan yang satu dengan yang lainnya untuk setiap populasi (kelompok). Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah dengan menggunakan analisis profile (*profile analysis*).

Menurut *Morisson* (1991) analisis profile merupakan suatu bagian dari pengujian hipotesis terhadap nilai tengah dari peubah ganda (*multivariate*) dengan menggunakan prinsip grafik. Dengan demikian untuk mengetahui perkiraan tentang kemiripan profile baik profile antar perlakuan maupun antar kelompok yang dinyatakan dengan kesejajaran itu, dapat kita lihat dari grafik plot antara nilai rataan tiap-tiap perlakuan untuk setiap kelompok (populasi). Tetapi hanya dengan melihat grafik saja tidaklah cukup, kita juga perlu untuk mengetahui seberapa besar arti kesejajaran (kemiripan) dari populasi itu. Untuk itulah diperlukan serangkaian uji-uji yang berkaitan dengan hipotesis itu.

Untuk melakukan analisis profile ini diperlukan asumsi-asumsi sebagai berikut :

1. Setiap perlakuan untuk kelompok (populasi) yang berbeda bersifat saling bebas satu dengan lainnya.
2. Seluruh respon dari peubah-peubahnya harus dinyatakan dengan satuan yang sama agar dapat dibandingkan dan dijumlahkan .
3. Nilai galatnya menyebar multinormal dengan rataan 0 dan ragam σ.

Ada tiga pertanyaan atau hipotesis yang akan di uji didalam anlisis profile, yaitu :

1. Apakah profile –profile itu sejajar ? atau setara dengan H_0: μ_{1l}- μ_{1l-1} = μ_{2l} - μ_{2l-1} untuk l= 2,3,4,...p.
2. Jika profile itu sejajar, apakah profile-profile itu saling berhimpit ? atau setara dengan H_0 : μ_{1l} = μ_{2l} untuk l= 1,2,3 ...p.
3. Jika profile-profile itu saling berhimpit apakah profile-profile itu memiliki besaran yang sama ? Atau setara dengan H_0 : μ_{11}= μ_{22}=...= μ_{1p}= μ_{21}= μ_{22}=...= μ_{2p} (sejajar dengan sumbu X (datar)).

Hipotesis pertama berkaitan dengan interaksi (pengaruh) antar kelompok perlakuan. Jika sejajar, maka interaksi (pengaruh) antar perlakuan tersebut tidak ada. Sedangkan hipotesis kedua berkaitan dengan hipotesis kesamaan pengaruh setiap perlakuan pada tiap kelompok. Jika berhimpit, maka nilai tengah untuk masing-masing perlakuan tiap kelompok akan sama. Dan hipotesis ketiga berkaitan dengan kesemua perlakuan itu mempunyai nilai tengah yang sama untuk setiap kelompok (populasi). Ketiga hipotesis diatas tersebut haruslah diuji secara berurutan. Artinya bahwa jika hipotesis pertama (mengenai kesejajaran), setelah diuji ternyata di tolak, maka uji-uji untuk hipotesis dua (keberhimpitan) dan tiga (kehorisontalan) tidak akan berlaku lagi.

Pengujian Hipotesis

Apabila analisis profile dinotasikan dalam persamaan matriks, maka model umumnya adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ \cdot \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ \cdot \\ y_{2n_2} \\ \cdot \\ y_{i1} \\ \cdot \\ y_{in_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \dots 0 \dots \dots 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ 1 \dots 0 \dots \dots 0 \\ 0 \dots 1 \dots \dots 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ 0 \dots 1 \dots \dots 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ 0 \dots 0 \dots \dots 1 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ 0 \dots 1 \dots \dots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1p} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{i1} & \mu_{i2} & \dots & \mu_{ip} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} \\ \cdot \\ e_{1n_1} \\ e_{21} \\ \cdot \\ e_{2n_2} \\ \cdot \\ e_{i1} \\ \cdot \\ e_{in_i} \end{bmatrix}$$

Atau dapat juga ditulis

$$Y=XB+E$$

dengan **X** adalah matriks rancangan berdimensi (N x I), **B** matriks parameter berdimensi (I x p), dan **E** matriks galat berdimensi (N x p). Sedangkan **Y** merupakan matriks peubah tak bebas berdimensi (N x p). Dengan p = jumlah peubah tak bebas, I= jumlah perlakuan (populasi), n_1= jumlah pengamatan pada perlakuan ke-I dan N= jumlah total pengamatan.

Uji Kesejajaran (*Parallel Test*)

Bentuk umum hipotesisnya :

$$H_{01} = \begin{bmatrix} \mu_{11} - \mu_{12} \\ \mu_{12} - \mu_{13} \\ \vdots \\ \mu_{1(p-1)} - \mu_{1p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{21} - \mu_{22} \\ \mu_{22} - \mu_{23} \\ \vdots \\ \mu_{2(p-1)} - \mu_{2p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{i1} - \mu_{i2} \\ \mu_{i2} - \mu_{i3} \\ \vdots \\ \mu_{i(p-1)} - \mu_{ip} \end{bmatrix}$$

Uji kesejajaran untuk *dua populasi* yang menyebar normal dapat dituliskan sebagai berikut:

H_{01} : $\mathbf{C}\boldsymbol{\mu}_1 = \mathbf{C}\boldsymbol{\mu}_2$ dimana C merupakan matriks kontras sedemikian sehingga membuat persamaan seperti pada bentuk umum hipotesis kesejajaran diatas.

$$C_{(p-1)xp} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

Untuk contoh bebas dari dua populasi (perlakuan), maka kita dapat membuat nilai rataan untuk tiap-tiap peubahnya sehingga akan kita dapatkan rataan dari populasi 1 x_1 dan rataan dari populasi 2 x_2 . Dan pengujian nya adalah sebagai berikut :

$$T^2 = (x_1 - x_2)'C'\left[(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})CSC'\right]^{-1} C(x_1 - x_2)$$
$$dengan$$
$$c^2 = \frac{(n_1 + n_2 - 2)(p-1)}{n_1 + n_2 - p} F_{p-1, n_1+n_2-p}(\alpha)$$

dengan S adalah matriks koragam (Covarian) dari peubah-peubahnya.

Hipotesis nol ditolak jika nilai dari T^2 > c^2 . Dengan nilai dari c^2 nya tergantung dari nilai tabel sebaran F dengan db1= p-1 dan db2=n1 + n2 – p pada (α)

Uji Keberhimpitan (*Coincident Test*)

Bentuk umum dari hipotesisnya adalah :

$$H_{02} = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \vdots \\ \mu_{1p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \vdots \\ \mu_{2p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \\ \vdots \\ \mu_{ip} \end{bmatrix}$$

Atau dengan kata lain, profile akan saling berhimpit apabila total dari nilai tataan tiap-tiap populasi

$$\mu_{11} + \mu_{12} + ... + \mu_{1p} = \mu_{21} + \mu_{22} + ... + \mu_{2p} = ... = \mu_{i1} + ... + \mu_{ip}$$

dan untuk *dua populasi* yang normal maka bentuk hipotesis nolnya adalah

$$H_0 : \quad \mathbf{1'\mu_1 = 1'\mu_2} \quad .$$

Pengujian hipotesis ini baru dapat dilakukan setelah uji pada kesejajaran dapat di terima. Statistik uji untuk pengujian hipotesis keberhimpitan dapat ditulis sebagai :

$$T^2 = 1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)[\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)1'S_{pooled}1]^{-1}1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \left(\frac{1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)1'S_{pooled}1}} \right)^2$$

Untuk kaidah pengambilan keputusannya adalah kita akan menolak hipotesis nol apabila nilai dari statistik uji T^2 tersebut diatas > $t^2_{n1+n2-2}$ (α/2) (distribusi t tabel dengan db=n1+n2-p pada level (α) dikuadratkan).

Atau kita juga akan menolak hipotesis nol apabila $T^2 > F_{p-1,n1+n2-p}$ (α) (distribusi F tabel dengan db1=p-1 dan db2=n1+n2-p pada level (α)).

i Kesamaan (*Level Test*)

Apabila profil-profil tersebut berhimpit (hipotesis nol keberhimpitan diterima), maka seluruh observasi tersebut berasal dari populasi normal yang sama. Maka langkah selanjutnya adalah apakah seluruh peubahnya tersebut memiliki nilai rataan yang sama .

Ketika kesejajaran dan keberhimpitan dapat diterima, maka vektor rataan μ (dari dua populasi normal) dapat diduga dengan menggunakan n_1+n_2 observasi (pengamatan) sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n1} x_{1j} + \sum_{j=1}^{n2} x_{2j}}{n_1+n_2} = \frac{n_1}{n_1+n_2}\overline{x_1} + \frac{n_2}{n_1+n_2}\overline{x_2}$$

Jika profile itu sama (selevel), maka $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_p$.

Bentuk hipotesis nolnya dapat kita tuliskan sebagai :

$$H_{02} = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \vdots \\ \mu_{1p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \vdots \\ \mu_{2p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \\ \vdots \\ \mu_{ip} \end{bmatrix}$$

Atau dapat juga dituliskan sebagai : H_{03} : $\mathbf{C\mu = 0}$.

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$F = (n_1+n_2)\overline{\boldsymbol{x}}'\boldsymbol{C}'\,[\boldsymbol{CSC}']^{-1}\boldsymbol{C\overline{x}}$$

Hipotesis nol ditolak jika statistik uji diatas F > dari $F_{p-1,n1+n2-p}$ (α) (lebih besar dari nilai distribusi F tabel dengan derajat kebebasan db1 = p-1 dan db2= n1+n2-p pada taraf (level) pengujian (α)).

Alur Pengerjaan Analisis Profil

1. **Ekplorasi data menggunakan grafik**
2. **Uji Kesejajaran**
   - Jika Uji Kesejajaran diterima, maka dilanjutkan dengan Uji Keberhimpitan
   - Jika Uji Keberhimpitan diterima, maka dilanjutkan dengan Uji Kesamaan
3. **Selesai**

Contoh Kasus:

Empat puluh sembilan lansia yang berpartisipasi dalam studi tentang “human aging” dikelompokkan ke dalam kategori diagnostik “adanya faktor kepikunan / *snile factor*” dan “tidak ada faktor kepikunan / *no snile factor*” pada test psikiatri yang intensiv. Test psikiatri meliputi empat sub test, yaitu Informasi, Similaritas, Aritmetik, dan Gambar. Hasil skor test psikiatri tersebut adalah sebagai berikut :

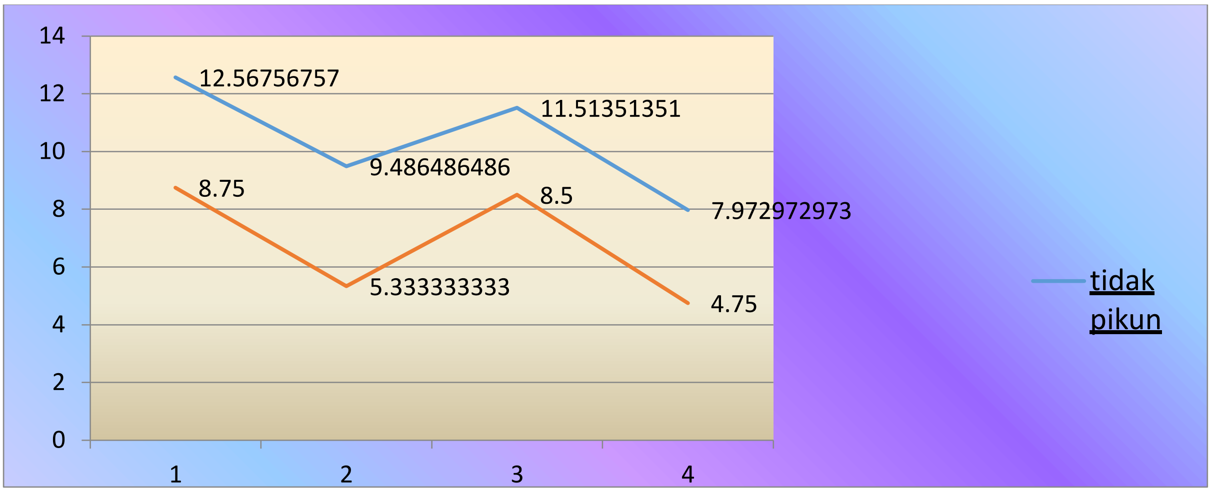
	Ada faktor tidak kepikunan				ada faktor kepikunan			
No	Informasi	Similaritas	Aritmetik	Gambar	Informasi	Similaritas	Aritmetik	Gambar
1	7	5	9	8	9	5	10	8
2	8	8	5	6	10	0	6	2
3	16	18	11	9	8	9	11	1
4	8	3	7	9	13	7	14	9
5	6	3	13	9	4	0	4	0
6	11	8	10	10	4	0	6	0
7	12	7	9	8	11	9	9	8
8	8	11	9	3	5	3	3	6
9	14	12	11	4	9	7	8	6
10	13	13	13	6	7	2	6	4
11	13	9	9	9	12	10	14	3
12	13	10	15	7	13	12	11	10
13	14	11	12	8				
14	15	11	11	10				
15	13	10	16	9				
16	10	5	8	6				
17	10	3	7	7				
18	17	13	13	7				
19	10	6	10	7				
20	10	10	15	8				
21	14	7	11	5				
22	16	11	12	11				
23	10	7	14	6				
24	10	10	9	6				
25	10	7	10	10				
26	7	6	5	9				
27	15	12	10	6				
28	17	15	15	8				
29	16	13	16	9				
30	13	10	17	8				
31	13	10	17	10				
32	19	12	16	10				
33	19	12	17	11				
34	13	10	7	8				
35	15	11	12	8				

36	16	9	11	11
37	14	13	14	9

Lakukan pengujian dengan taraf nyata 5%, apakah profile Lansia yang teridentifikasi ada faktor kepikunan dengan yang teridentifikasi tidak ada faktor kepikunan sejajar, berhimpit, atau konstan?

PEMBAHASAN :

Eksplorasi data:



Berdasarkan grafik terlihat bahwa profil pikun sejajar dengan profil tidak pikun. Selain ini kedua profil tidak berhimpit. Dengan kata lain berdasarkan grafik peningkatan faktor pikun dan tidak pikun terhadpa beberapa subtest sama. Sedangkan rata-rata hasil skor pikun berbeda dengan yang tidak pikun. Dimana yang tidak pikun lebih tinggi.

1. **Uji Kesejajaran *(Paralel test)***

   Hipotesis:

$$H_{01}: \mu_{12} - \mu_{11} = \mu_{22} - \mu_{21}$$

$$\mu_{13} - \mu_{12} = \mu_{23} - \mu_{22}$$

$$\mu_{14} - \mu_{13} = \mu_{24} - \mu_{23}$$

$$C\ \mu_1 = C\ \mu_2$$

$$C\ (\mu_1 - \mu_2) = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \mu_{13} \\ \mu_{14} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \mu_{23} \\ \mu_{24} \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$H_{11}: C\ (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$$

Statistik uji:

$$C=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix} \qquad (\bar{x}_1-\bar{x}_2)=\begin{bmatrix}3.8\\ 4.15\\ 3.01\\ 3.22\end{bmatrix}$$

$$s_1=\begin{bmatrix}11.47 & 8.54 & 6.39 & 2.07\\ 8.54 & 11.42 & 5.49 & 0.29\\ 6.39 & 5.49 & 11.31 & 1.81\\ 2.07 & 0.29 & 1.81 & 3.69\end{bmatrix}$$

$$s_2=\begin{bmatrix}10.5 & 10.45 & 9.68 & 7.65\\ 10.45 & 18.24 & 12.09 & 8.90\\ 9.68 & 12.09 & 13.18 & 5.31\\ 7.65 & 8.90 & 5.31 & 12.75\end{bmatrix}$$

$$S_{pooled}=\frac{n_1-1}{n_1+n_2-2}S_1+\frac{n_2-1}{n_1+n_2-2}S_2$$

$$S_{pool}=\begin{bmatrix}11.2624 & 8.9954 & 7.1642 & 3.3791\\ 8.9954 & 13.0194 & 7.0374 & 2.30822\\ 7.1642 & 7.0374 & 11.7499 & 2.63859\\ 3.3791 & 2.3082 & 2.6386 & 5.81325\end{bmatrix}$$

Statsitik uji

$$T^2=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)'C'[\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)CS_{pooled}C']^{-1}C(\bar{x}_1-\bar{x}_2)$$

$= 1.22$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $T^2 > c^2$, dimana

$$c^2=\frac{(n_1+n_2-2)(p-1)}{n_1+n_2-p}F_{p-1,n_1+n_2-p(\alpha)}$$

$= 8.809503$

Kesimpulan :

Karena (T^2 = 1.22) <(c^2 =8.809503) maka terima H_0.

Interpretasi :

Dengan taraf nyata 5%, peningkatan skor sub tes pada lansia kelompok yang tidak ada faktor kepikunan dan kelompok yang memiliki faktor kepikunan sama. Dengan kata lain dengan adanya tes tidak menambah atau mengurangi peningkatan skor kepikunan.

2. Uji Keberhimpitan (Coincident)

Hipotesis:

$H_{02} : \mu_{11} + \mu_{12} + \mu_{13} + \mu_{14} = \mu_{21} + \mu_{22} + \mu_{23} + \mu_{24}$

$\mathbf{1}' \underline{\mu}_1 = \mathbf{1}' \underline{\mu}_2$

$H_{12} : \mathbf{1}' \underline{\mu}_1 \neq \mathbf{1}' \underline{\mu}_2$

$\mathbf{1}' = [1 \ \ 1 \ \ 1 \ \ 1]$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_1 = \begin{pmatrix} 12{,}57 \\ 9{,}49 \\ 11{,}51 \\ 7{,}97 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_2 = \begin{pmatrix} 8{,}75 \\ 5{,}33 \\ 8{,}51 \\ 4{,}75 \end{pmatrix}$$

Keterangan:
$\bar{\boldsymbol{x}}_1$= rata-rata kelompok yang tidak ada faktor kepikunan
$\bar{\boldsymbol{x}}_2$= rata-rata kelompok yang ada faktor kepikunan

Statistik uji:

$$T^2 = 1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)[\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) 1' S_{pooled} 1]^{-1} 1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \left(\frac{1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) 1' S_{pooled} 1}} \right)^2$$

Dengan,

$$S_1 = \begin{bmatrix} 11{,}47447 & 8{,}54955 & 6{,}39489 & 2{,}07132 \\ 8{,}54955 & 11{,}42342 & 5{,}49324 & 0{,}29129 \\ 6{,}39489 & 5{,}49324 & 11{,}31231 & 1{,}81982 \\ 2{,}07132 & 0{,}29129 & 1{,}81982 & 3{,}69369 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 10{,}5682 & 10{,}4545 & 9{,}6818 & 7{,}6591 \\ 10{,}4545 & 18{,}2424 & 12{,}0909 & 8{,}9091 \\ 9{,}6818 & 12{,}0909 & 13{,}1818 & 5{,}3182 \\ 7{,}6591 & 8{,}9091 & 5{,}3182 & 12{,}75 \end{bmatrix}$$

$$S_{pooled} = \frac{n_1 - 1}{n_1 + n_2 - 2} S_1 + \frac{n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2} S_2$$

$$S_{pooled} = \frac{36}{47}\left[\begin{bmatrix} 11{,}47447 & 8{,}54955 & 6{,}39489 & 2{,}07132 \\ 8{,}54955 & 11{,}42342 & 5{,}49324 & 0{,}29129 \\ 6{,}39489 & 5{,}49324 & 11{,}31231 & 1{,}81982 \\ 2{,}07132 & 0{,}29129 & 1{,}81982 & 3{,}69369 \end{bmatrix}\right.$$

$$\left. + \begin{bmatrix} 11{,}47447 & 8{,}54955 & 6{,}39489 & 2{,}07132 \\ 8{,}54955 & 11{,}42342 & 5{,}49324 & 0{,}29129 \\ 6{,}39489 & 5{,}49324 & 11{,}31231 & 1{,}81982 \\ 2{,}07132 & 0{,}29129 & 1{,}81982 & 3{,}69369 \end{bmatrix}\right]$$

$$S_{pooled} = \begin{bmatrix} 11{,}26236 & 8{,}995389 & 7{,}164167 & 3{,}379098 \\ 8{,}995389 & 13{,}01935 & 7{,}037373 & 2{,}308224 \\ 7{,}164167 & 7{,}037373 & 11{,}74985 & 2{,}63859 \\ 3{,}379098 & 2{,}308224 & 2{,}63859 & 5{,}813252 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = \left(\frac{1'(\bar{x}_1 - \bar{x}_1)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) 1' S_{pooled}\, 1}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)\left(\begin{pmatrix} 12{,}57 \\ 9{,}49 \\ 11{,}51 \\ 7{,}97 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8{,}75 \\ 5{,}33 \\ 8{,}51 \\ 4{,}75 \end{pmatrix}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{37} + \frac{1}{12}\right)(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)\begin{bmatrix} 11{,}26236 & 8{,}995389 & 7{,}164167 & 3{,}379098 \\ 8{,}995389 & 13{,}01935 & 7{,}037373 & 2{,}308224 \\ 7{,}164167 & 7{,}037373 & 11{,}74985 & 2{,}63859 \\ 3{,}379098 & 2{,}308224 & 2{,}63859 & 5{,}813252 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}} \right)^2$$

$T^2 = 17{,}43685$

Kriteria uji:

Tolak H0 jika $T^2 > c^2$, dimana

$$c^2 = t^2_{n_1+n_2-2}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = F_{1,n_1+n_2-2(\alpha)}$$

$$c^2 = F_{1,47(0.05)} = 4.0471$$

Kesimpulan :

Karena (T^2 = 17,43685) > (c^2 = 4.0471) maka menolak H_0.

Interpretasi :

Dengan taraf nyata 5%, rata-rata skor sub tes pada lansia kelompok yang tidak ada faktor kepikunan dan kelompok yang memiliki faktor kepikunan tidak sama. Dengan memperhatikan rata-rata skor pada masing-masing sub tes, dapat dikatakan bahwa rata-rata skor sub tes pada lansia kelompok yang tidak ada faktor kepikunan lebih tinggi.

3. Uji Kesamaan

Hipotesis:

H_{01} : C (μ_1 - μ_2) = $\underline{0}$

C $\underline{\mu}$ = $\underline{0}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \mu_{13} \\ \mu_{14} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \mu_{23} \\ \mu_{24} \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

H_{11} : C $\underline{\mu}$ ≠ $\underline{0}$

dengan;

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} 11{,}63 \\ 8{,}47 \\ 10{,}78 \\ 7{,}18 \end{pmatrix}$$

*) $\bar{\boldsymbol{x}}$ = matriks rataan dari (n_1 + n_2) pengamatan

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 13{,}78 & 11{,}8 & 9{,}19 & 5{,}63 \\ 11{,}8 & 16 & 9{,}25 & 4{,}79 \\ 9{,}19 & 9{,}25 & 13{,}22 & 4{,}42 \\ 5{,}63 & 4{,}79 & 4{,}42 & 7{,}65 \end{pmatrix}$$

*) S = matriks *variance covariance* dari (n_1 + n_2) pengamatan

Statistik uji:

$$T^2 = (n_1 + n_2)\bar{x}'C'[CSC']^{-1}C\bar{x}$$

$$T^2 = (37+12)\begin{pmatrix} 11{,}63 & 8{,}47 & 10{,}78 & 7{,}18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13{,}78 & 11{,}8 & 9{,}19 & 5{,}63 \\ 11{,}8 & 16 & 9{,}25 & 4{,}79 \\ 9{,}19 & 9{,}25 & 13{,}22 & 4{,}42 \\ 5{,}63 & 4{,}79 & 4{,}42 & 7{,}65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11{,}63 \\ 8{,}47 \\ 10{,}78 \\ 7{,}18 \end{pmatrix}$$

T^2 = 165,74

Kriteria uji:

Tolak H0 jika $T^2 > c^2$, dimana

$$c^2 = \frac{(n_1 + n_2 - 2)(p-1)}{n_1 + n_2 - p} F_{p-1, n_1+n_2-p(\alpha)}$$

$$c^2 = \frac{(37+12-2)(2-1)}{37+12-2}(4{,}047)$$

c^2 = 4,13

Kesimpulan :

Karena (T^2 = 165,74) > (c^2 = 4,13) maka menolak H_0.

Interpretasi :

Dengan taraf nyata 5%, rata-rata untuk setiap sub tes pada lansia kelompok yang ada faktor kepikunan dan kelompokyang tidak ada faktor kepikunan meninjukkan konstanta yang berbeda.

ANALISIS PROFIL MENGGUNAKAN SAS (PROC GLM)

```
data profil;
input info simil arit gamb kel & $12.;
cards;
7       5       9       8       tidak pikun
8       8       5       6       tidak pikun
16      18      11      9       tidak pikun
8       3       7       9       tidak pikun
6       3       13      9       tidak pikun
11      8       10      10      tidak pikun
12      7       9       8       tidak pikun
8       11      9       3       tidak pikun
14      12      11      4       tidak pikun
13      13      13      6       tidak pikun
13      9       9       9       tidak pikun
13      10      15      7       tidak pikun
14      11      12      8       tidak pikun
15      11      11      10      tidak pikun
13      10      16      9       tidak pikun
10      5       8       6       tidak pikun
10      3       7       7       tidak pikun
17      13      13      7       tidak pikun
10      6       10      7       tidak pikun
10      10      15      8       tidak pikun
14      7       11      5       tidak pikun
16      11      12      11      tidak pikun
10      7       14      6       tidak pikun
10      10      9       6       tidak pikun
10      7       10      10      tidak pikun
7       6       5       9       tidak pikun
15      12      10      6       tidak pikun
17      15      15      8       tidak pikun
16      13      16      9       tidak pikun
13      10      17      8       tidak pikun
13      10      17      10      tidak pikun
19      12      16      10      tidak pikun
19      12      17      11      tidak pikun
13      10      7       8       tidak pikun
15      11      12      8       tidak pikun
16      9       11      11      tidak pikun
14      13      14      9       tidak pikun
9       5       10      8       pikun
10      0       6       2       pikun
8       9       11      1       pikun
13      7       14      9       pikun
4       0       4       0       pikun
4       0       6       0       pikun
11      9       9       8       pikun
5       3       3       6       pikun
9       7       8       6       pikun
7       2       6       4       pikun
12      10      14      3       pikun
13      12      11      10      pikun
;
run;
proc glm data=profil;
class kel;
model info simil arit gamb=kel;
manova h=kel/printe printh;
repeated subtes 4 (0 1 2 3);
run;
```

OUTPUT

The SAS System

The GLM Procedure

Class Level Information		
Class	Levels	Values
kel	2	pikun tidak pikun

Number of Observations Read	49
Number of Observations Used	49

1. Uji Kesejajaran

MANOVA Test Criteria and Exact F Statistics for the Hypothesis of no subtes*kel Effect
H = Type III SSCP Matrix for subtes*kel
E = Error SSCP Matrix

S=1 M=0.5 N=21.5

Statistic	Value	F Value	Num DF	Den DF	Pr > F
Wilks' Lambda	0.97461349	0.39	3	45	0.7602
Pillai's Trace	0.02538651	0.39	3	45	0.7602
Hotelling-Lawley Trace	0.02604778	0.39	3	45	0.7602
Roy's Greatest Root	0.02604778	0.39	3	45	0.7602

Berdasarkan statistik di atas, dengan α=0.05, maka dapat disimpulkan tidak tolak H_0, artinya Profil antara kelompok Usia (Pikun dan Tidak Pikun) adalah sejajar (nilai Pr > F lebih besar dari 0.05).

2. Uji Keberhimpitan

Uji keberhimpitan dapat juga dilihat dari hasil analisis ragam untuk tiap-tiap subtes pengamatan :

Dependent Variable: info

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	132.0566740	132.0566740	11.73	0.0013
Error	47	529.3310811	11.2623634		
Corrected Total	48	661.3877551			

Dependent Variable: simil

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	156.2941717	156.2941717	12.00	0.0011
Error	47	611.9099099	13.0193598		
Corrected Total	48	768.2040816			

Dependent Variable: arit

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	82.2873690	82.2873690	7.00	0.0110
Error	47	552.2432432	11.7498562		
Corrected Total	48	634.5306122			

Dependent Variable: gamb

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	94.1239658	94.1239658	16.19	0.0002
Error	47	273.2229730	5.8132547		
Corrected Total	48	367.3469388			

Berdasarkan hasil statistik di atas, dapat disimpulkan bahwa profile kedua kelompok itu saling berhimpit.

3. <u>Uji Kesamaan</u>

MANOVA Test Criteria and Exact F Statistics for the Hypothesis of no subtes Effect H = Type III SSCP Matrix for subtes E = Error SSCP Matrix S=1 M=0.5 N=21.5					
Statistic	Value	F Value	Num DF	Den DF	Pr > F
Wilks' Lambda	0.27909699	38.74	3	45	<.0001
Pillai's Trace	0.72090301	38.74	3	45	<.0001
Hotelling-Lawley Trace	2.58298378	38.74	3	45	<.0001
Roy's Greatest Root	2.58298378	38.74	3	45	<.0001

Pengambilan keputusan untuk uji kesamaan dapat juga dilihat berdasarkan nilai statistik *wilks'lamda, pillai's trace, Hottelling-lawleytrace dan Roy's greatest root* yang diperoleh menggunakan *PROC GLM* pada software SAS di atas.

Dengan menggunakan = 0.05, maka dapat disimpulkan bahwa rataan jumlah subtes pada kedua kelompok usia (pikun dan tidak pikun) tersebut tidak sama (nilai Pr > F lebih kecil dari 0.05).

PROGRAM SAS ANALISIS PROFIL MENGGUNAKAN PROC IML

UJI KEBERHIMPITAN

Berikut merupakan sintaks SAS untuk pengujian profil berhimpit:

```
data IQ;
 input sub senile $ information simiarlities arithmetic picture;
 a1=1; a2=0;
 if senile='n' then a2=1;
 datalines;
 1 n  7  5  9  8
 2 n  8  8  5  6
 3 n 16 18 11  9
 4 n  8  3  7  9
 5 n  6  3 13  9
 6 n 11  8 10 10
 7 n 12  7  9  8
 8 n  8 11  9  3
 9 n 14 12 11  4
10 n 13 13 13  6
11 n 13  9  9  9
12 n 13 10 15  7
13 n 14 11 12  8
14 n 15 11 11 10
15 n 13 10 16  9
16 n 10  5  8  6
17 n 10  3  7  7
18 n 17 13 13  7
19 n 10  6 10  7
20 n 10 10 15  8
21 n 14  7 11  5
22 n 16 11 12 11
23 n 10  7 14  6
24 n 10 10  9  6
25 n 10  7 10 10
26 n  7  6  5  9
27 n 15 12 10  6
28 n 17 15 15  8
29 n 16 13 16  9
30 n 13 10 17  8
31 n 13 10 17 10
32 n 19 12 16 10
33 n 19 12 17 11
34 n 13 10  7  8
35 n 15 11 12  8
36 n 16  9 11 11
37 n 14 13 14  9
38 y  9  5 10  8
39 y 10  0  6  2
40 y  8  9 11  1
41 y 13  7 14  9
42 y  4  0  4  0
43 y  4  0  6  0
44 y 11  9  9  8
45 y  5  3  3  6
46 y  9  7  8  6
47 y  7  2  6  4
48 y 12 10 14  3
49 y 13 12 11 10
```

```
;
proc print data=iq;
run;
/******************** IML *************************/
proc iml;

/************ Handy module ***************/
start samplestats(X,Xbar,W,S,R,n);
  n = nrow(X);
  one = J(n,1);
  Xbar = X`*one/n;
  W =  (X - one*Xbar`)` * (X - one*Xbar`);
  S = W/(n-1);
  Dsqrt = sqrt(diag(S));
  R = inv(Dsqrt)*S*inv(Dsqrt);
Finish samplestats;
/*********************************************/


use iq;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} into X;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} where(senile='y') into
Xy;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} where(senile='n') into
Xn;

run samplestats(Xy,Xbar1,W1,S1,R,n1);
run samplestats(Xn,Xbar2,W2,S2,R,n2);

print 'Profile Analysis:  Senile or not';
C = { 1  -1  0  0,
      0  1  -1  0,
      0  0   1 -1};
print C;

Spool = (W1+W2)/(n1+n2-2);
diff = Xbar1-Xbar2;
Cdiff = C*diff;
p = 4;
Tsq = ((n1*n2)/(n1+n2))*Cdiff`*inv(C*Spool*C`)*Cdiff;
F = ((n1+n2-p)/((n1+n2-2)*(p-1))) * Tsq;
dfnum = p-1;
dfden = n1+n2-p;
pvalue = 1 - cdf('F',F,dfnum,dfden);
print p n1 n2 Spool;

/* Profiles are parrallel, so now test coincidence */

one = J(p,1);
tden = one`*(Xbar1-Xbar2);
tnum = ((1/n1)+(1/n2))*one`*Spool*one;
t = abs(tden/sqrt(tnum));
df = n1+n2-2;
pvalue = 2*(1 - cdf('t',t,df));
F = t**2;
pvalueF = 1 - cdf('F',F,1,df);
print 'Ho(2):  profiles are the same or 1`*(mu_1-mu_2)';
print tden tnum df t pvalue, F pvalueF ;
```

The SAS System 20:12 Thursday, October 17, 2014

Profile Analysis: Senile or not

C

1	-1	0	0
0	1	-1	0
0	0	1	-1

P	N1	N2	SPOOL			
4	12	37	11.262363	8.9953997	7.1641748	3.3790972
			8.9953997	13.01936	7.0373778	2.3082231
			7.1641748	7.0373778	11.749856	2.6385854
			3.3790972	2.3082231	2.6385854	5.8132547

Ho(2): profiles are the same or 1`*(mu_1-mu_2)

TDEN	TNUM	DF	T	PVALUE
-14.20721	11.575759	47	4.1757451	0.0001276

F	PVALUEF
17.436847	0.0001276

T^2 Hotteling

Dari output di atas terlihat bahwa nilai T^2 Hotteling= 17.44 lebih besar dari nilai c^2= 8.786645 maka Tolak H0. Artinya kedua profil berhimpit

UJI KESAMAAN LEVEL

```
data IQ;
 input sub senile $ information simiarlities arithmetic picture;
 a1=1; a2=0;
 if senile='n' then a2=1;
 datalines;
 1 n  7  5  9  8
 2 n  8  8  5  6
 3 n 16 18 11  9
 4 n  8  3  7  9
 5 n  6  3 13  9
 6 n 11  8 10 10
 7 n 12  7  9  8
 8 n  8 11  9  3
 9 n 14 12 11  4
10 n 13 13 13  6
11 n 13  9  9  9
12 n 13 10 15  7
13 n 14 11 12  8
14 n 15 11 11 10
15 n 13 10 16  9
16 n 10  5  8  6
17 n 10  3  7  7
18 n 17 13 13  7
19 n 10  6 10  7
20 n 10 10 15  8
21 n 14  7 11  5
22 n 16 11 12 11
23 n 10  7 14  6
24 n 10 10  9  6
25 n 10  7 10 10
26 n  7  6  5  9
27 n 15 12 10  6
28 n 17 15 15  8
29 n 16 13 16  9
30 n 13 10 17  8
31 n 13 10 17 10
32 n 19 12 16 10
33 n 19 12 17 11
34 n 13 10  7  8
35 n 15 11 12  8
36 n 16  9 11 11
37 n 14 13 14  9
38 y  9  5 10  8
39 y 10  0  6  2
40 y  8  9 11  1
41 y 13  7 14  9
42 y  4  0  4  0
43 y  4  0  6  0
44 y 11  9  9  8
45 y  5  3  3  6
46 y  9  7  8  6
47 y  7  2  6  4
48 y 12 10 14  3
49 y 13 12 11 10
;
proc print data=iq;
run;
```

```
/*********** HISYAA module **************/
start samplestats(X,Xbar,W,S,R,n);
  n = nrow(X);
  one = J(n,1);
  Xbar = X`*one/n;
  W =  (X - one*Xbar`)` * (X - one*Xbar`);
  S = W/(n-1);
  Dsqrt = sqrt(diag(S));
  R = inv(Dsqrt)*S*inv(Dsqrt);
Finish samplestats;
/*********************************************/

use iq;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} into X;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} where(senile='y') into
Xy;
read all var{information simiarlities arithmetic picture} where(senile='n') into
Xn;

run samplestats(Xy,Xbar1,W1,S1,R,n1);
run samplestats(Xn,Xbar2,W2,S2,R,n2);

print 'Profile Analysis:  Senile or not';
C = { 1  -1  0  0,
      0  1  -1  0,
      0  0   1 -1};
print C;

p=4;
Print 'Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0';
dfatas = p-1;
dfbawah = n1+n2-p+1;
run samplestats(X,Xbar,W,S,R,n);
T2 = (n1+n2)*Xbar`*C`*inv(C*S*C`)*C*Xbar;
koef=((n1+n2-1)*(p-1))/(n1+n2-p+1);
F_tabel=finv(1-0.05,dfatas,dfbawah);
C2=koef*F_tabel;
Print 'Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0';
print S n Xbar T2  C2 ;
```

OUTPUT:

```
print 'Profile Analysis:  Senile or not';
C = { 1  -1  0  0,
      0  1  -1  0,
      0  0   1 -1};
print C;

p=4;
Print 'Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0';
dfatas = p-1;
dfbawah = n1+n2-p+1;
run samplestats(X,Xbar,W,S,R,n);
T2 = (n1+n2)*Xbar`*C`*inv(C*S*C`)*C*Xbar;
koef=((n1+n2-1)*(p-1))/(n1+n2-p+1);
F_tabel=finv(1-0.05,dfatas,dfbawah);
C2=koef*F_tabel;
Print 'Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0';
print S n Xbar T2  C2 ;
```

```
Profile Analysis:  Senile or not

                    C

   1        -1        0        0
   0         1       -1        0
   0         0        1       -1

Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0

Ho(3):  profiles are flat or C*(mu1 + mu2) = 0

            S                                      N    XBAR        T2          C2

 13.778912  11.80102 9.1866497 5.6313776           49  11.632653   165.73656   8.786645
  11.80102 16.004252 9.2534014 4.7869898               8.4693878
 9.1866497 9.2534014 13.219388 4.4170918                10.77551
 5.6313776 4.7869898 4.4170918 7.6530612               7.1836735
```

Kesimpulan:

Tolak Ho pada taraf α=0.05, karena $T^2 > C^2$, yakni 165.73656>8.786645

DAFTAR PUSTAKA

Mattjik A A, Sumertajaya I M. 2011. Sidik Peubah Ganda dengan Menggunakan SAS. Bogor: IPB Press.