

# PEMBAYASAN UTS

APG - 2021

Bagian A.1 : Soal Benar / Salah

1. Benar

Matriks ortogonal  $\rightarrow A' = \boxed{A^{-1}}$   
 $\rightarrow$  pangkat penuh

2. Benar

Matriks idempoten  $\rightarrow AA = A \rightarrow$  asumsikan  $A$  non-singular

$$A^2 = A$$

$$A = IA = A^{-1}A^2 = A^{-1}A = I$$

Satu-satunya matriks idempoten yang mempunyai invers (non-singular) adalah matriks Identitas.

$$\det(I_n) = 1$$

3. Benar

Sifat teras  $\rightarrow \text{tr}(A \pm B) = \text{tr}(A) \pm \text{tr}(B)$ , jika  $A$  dan  $B$  matriks persegi berukuran sama

4. Salah

Matriks segitiga atas adalah matriks yang semua elemen di bawah diagonal utama bernilai nol. Contoh:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Salah

6. Salah

$$r(A) = 4, r(B) = 5 \rightarrow r(A, B) \leq \min \{r(A), r(B)\}$$

$$r(A, B) \leq \min \{4, 5\}$$

$$r(A, B) \leq 4$$

7. Benar

$\det(A) = 5 \rightarrow$  non-singular  $\rightarrow$  punya invers  $\rightarrow$  pangkat penuh.

8. Salah.

$$A = \begin{bmatrix} I_n & B \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$$

Misalkan :

$$n = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & B \\ 0 & 1 & 1 & B \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$= A_{2n \times 2n}$$

$$\left. \begin{array}{l} n=3 \\ A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & B \\ 0 & 1 & 0 & 1 & B \\ 0 & 0 & 1 & 1 & B \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \end{array} \right\} = A_{2n \times 2n}$$

9. Benar.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, |B| = 20 + 21 + 0 - (35 + 6 + 0) = 41 - 41 = 0$$

10. Benar

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} p & q \\ -q & p \end{bmatrix}$$

$$AP = PA$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ -q & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & q \\ -q & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ap - bq & aq + bp \\ -bp - aq & -bq + ap \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap - bq & bp + aq \\ -aq - bp & -bq + ap \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ap - bq & aq + bp \\ -bp - aq & -bq + ap \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap - bq & aq + bp \\ -bq - aq & -bq + ap \end{bmatrix}$$



Bagian A-2 : Soal Pilihan Berganda.

1. B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A_{3 \times 3}, \det(A) = 0 \rightarrow A \text{ singular}$$
$$A \neq A'$$

2. B

$$S = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 35 \\ 20 & 36 & 0 \\ 35 & 0 & 64 \end{bmatrix}, r_{xy} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{S_x S_y}}$$

$$\star \text{Var}(X_1) < \text{Var}(X_2) < \text{Var}(X_3)$$
$$25 < 36 < 64$$

$$\star \text{Cor}(X_1, X_2) < \text{Cor}(X_1, X_3)$$

$$\star \text{Cor}(X_2, X_3) = 0 \text{ karena } \text{Cov}(X_2, X_3) = 0$$

$$\star S = S' \text{ (S simetrik)}$$

3. A

Jarak Euclid  $\rightarrow$  dapat digunakan ketika antar peubah amatan saling bebas (tidak terjadi multikolinearitas)

4. B.

5. A

6. D

7. D

8. C

9. C

10. C

## Bagian B

$$1. \quad z_1 = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5$$

$$z_2 = 2y_1 - 3y_2 + y_3 - 2y_4 - y_5$$

$$z_3 = -y_1 - 2y_2 + y_3 - 2y_4 + 3y_5$$

$$a. \quad \bar{z} = \begin{bmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \\ \bar{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 153.72727 \\ -55.63636 \\ -15.45455 \end{bmatrix}$$

$$b. \quad S_z = \begin{bmatrix} 995.4182 & -502.0909 & -211.0364 \\ -502.0909 & 811.4545 & 268.0818 \\ -211.0364 & 268.0818 & 702.8727 \end{bmatrix}$$

$$c. \quad R_z = \begin{bmatrix} 1.000000 & -0.5586599 & -0.2522994 \\ -0.5586599 & 1.000000 & 0.3549743 \\ -0.2522994 & 0.3549743 & 1.000000 \end{bmatrix}$$

Not: output diperoleh dari software R

2. \* Hipotesis

$$H_0: \delta' = [\delta_1, \delta_2] = [0, 0] \rightarrow \text{tidak ada perbedaan}$$

\* Statistika uji

$$\bar{d} = \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3.06667 \end{bmatrix}, \quad S_d = \begin{bmatrix} 121.571 & 17.0714 \\ 17.0714 & 21.781 \end{bmatrix}, \quad n = 15$$

$$T^2 = n \bar{d}^T (S_d)^{-1} \bar{d} = ~~10.8189~~ 10.8189$$

Note: Perhitungan di file excel

+ Titik kritis

$$T^2_{(0.05, 2, 14)} = 8.197$$

\* Keputusan:  
karena  $T^2 > T^2_{(0.05, 2, 14)}$ , maka tolak  $H_0$ . Artinya, terdapat perbedaan pengaruh kedua jenis pelapisan terhadap korosi pada taraf nyata 5%.



→ Perhitungan di file excel

3.  $p = 2$  (2 jenis pupuk)

$g = 2$  (2 blok) → blok I : tanah latosol

→ blok II = tanah podsolik.

↳ setiap blok = 2 petak

$n = 4$  petak

$$P = \begin{bmatrix} 12 & -67 \\ -67 & 32 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 86 & 56 \\ 56 & 75 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 13 & 28 \\ 28 & 71 \end{bmatrix}$$

$\downarrow$  Petak                       $\downarrow$  Blok                       $\downarrow$  Galat

A. \* Hipotesis:

$H_0$ : kedua pupuk tidak berpengaruh terhadap respon

$H_1$ : min ada 1 pupuk yg berpengaruh terhadap respon

\* Statistik uji

$$\lambda = \frac{|G|}{|G+P|} = 0.13180$$

\* Titik kritis

$$U_{1;1}^{0.05} = 0.000$$

\* Karena  $\lambda >$  nilai tabel, maka terima  $H_0$ . Artinya, belum cukup bukti untuk menyatakan bahwa ~~2~~ kedua pupuk mempunyai pengaruh ~~yang sama~~ terhadap respon pada taraf nyata 5%.

B. \* Hipotesis:

$H_0$ : kedua blok tidak berpengaruh terhadap respon

$H_1$ : minimal ada 1 blok yg berpengaruh terhadap respon

\* Statistik uji

$$\lambda = \frac{|G|}{|G+B|} = 0.01879$$

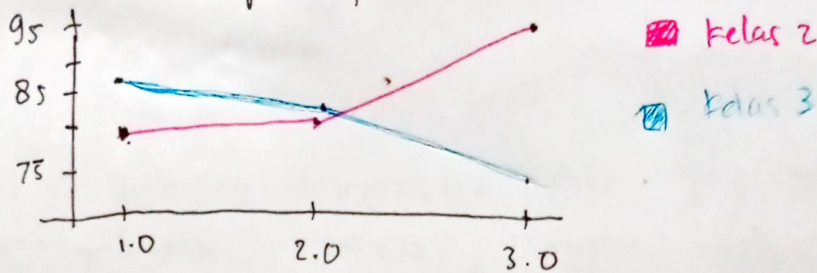
\* Karena  $\lambda > U_{1;1}^{0.05}$ , maka terima  $H_0$ . Belum cukup bukti untuk menyatakan bahwa kedua blok berpengaruh ~~terhadap~~ terhadap respon pada taraf nyata 5%.

4. → Lihat software R.

Misalkan :

Populasi 1 (Kelas 2)	Populasi 2 (Kelas 3)
$n_1 = 10$	$n_2 = 10$
$p = 3$ (3 Peubah x)	

(a.) Uji kesejajaran  
\* Secara eksploratif



plot di atas menunjukkan bahwa tidak sejajar secara eksploratif.

\* uji

$$H_{01} = \begin{bmatrix} \mu_{11} - \mu_{12} \\ \mu_{12} - \mu_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{21} - \mu_{22} \\ \mu_{22} - \mu_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{31} - \mu_{32} \\ \mu_{32} - \mu_{33} \end{bmatrix}$$

$H_{01} : (\mu_1 = \mu_2, \text{ dengan})$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

\* Statistik uji

$$T^2 = (x_1 - x_2)' C' \left[ \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) C S C' \right]^{-1} C (x_1 - x_2) = 2442.02$$

\* Titik kritis ( $\alpha = 1\%$ )

$$C^2 = \frac{(n_1 + n_2 - 2)(p-1)}{n_1 + n_2 - p} F_{p-1, n_1 + n_2 - p}(\alpha) = 12.9433$$

\* Karena  $T^2 > C^2$ , maka Tolak  $H_{01}$ . Artinya ~~tidak~~ tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa profil kedua kelompok saling sejajar pd taraf nyata 1%.

(b.) } karena tidak sejajar, kedua profil juga tidak berhimpit  
(c.) } dan sama besar pada taraf nyata 1%.