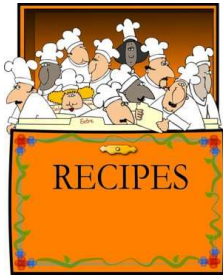


Uji Non Parametrik 2 Populasi



Apakah ada perbedaan
rasa????

OLD



New



MAKE GIFS AT GIFSOUP.COM

Survey

- Ingin mengetahui apakah resep baru lebih enak dari resep sebelumnya??
- Tertarik pada tingkat perbaikan rasa/kenikmatan



Di survey 6
orang pelanggan

Beri nilai untuk
masing-masing
resep (1-10):

OLD :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

NEW:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Hasil Survey

	Old	New
Pelanggan 1	10	7
Pelanggan 2	7	5
Pelanggan 3	8	7
Pelanggan 4	5	2
Pelanggan5	7	6
Pelanggan 6	9	6

Bagaimana cara mengujinya???

1. Uji mann-whitney

Asumsi-asumsi:

- Masing-masing sampel adalah sampel acak
- Masing-masing sampel independen satu sama lain X_1, X_2, \dots, X_{n1} dengan median M_x dan Y_1, Y_2, \dots, Y_{n2} dengan median M_y
- Variabel yang diamati kontinu
- Skala pengukuran minimal ordinal
- Fungsi sebaran dari kedua populasi hanya dipisahkan oleh lokasi parameter

Hipotesis:

- Dua arah
 $H_0 : M_x = M_y$
 $H_1 : M_x \neq M_y$
- Satu arah
 $H_0 : M_x \geq M_y$
 $H_1 : M_x < M_y$
- Satu arah
 $H_0 : M_x \leq M_y$
 $H_1 : M_x > M_y$

Statistik Uji

1. Gabungkan kedua data contoh
2. Peringkatkan setiap pengamatan dari yang terkecil hingga terbesar. Jika terdapat ties (nilai yang sama), beri peringkat tengah.
3. Jumlahkan peringkat yang berasal dari populasi 1. Nyatakan hasilnya sebagai S .
4. Statistik uji Mann-Whitney dapat diperoleh melalui rumus:

$$T = S - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

Kaidah Pengambilan Keputusan

- a. (Hipotesis a): Tolak H_0 jika $T < w_{\alpha/2}$ atau $T > w_{1-\alpha/2}$ dimana $w_{1-\alpha/2} = n_1 n_2 - w_{\alpha/2}$
- b. (Hipotesis b): Tolak H_0 jika $T < w_{\alpha}$
- c. (Hipotesis c): Tolak H_0 jika $T > w_{1-\alpha}$ dimana $w_{1-\alpha} = n_1 n_2 - w_{\alpha}$
 w adalah nilai kritis bagi $T \rightarrow$ Tabel A.7 : Mann-Whitney

Catatan

Untuk contoh berukuran besar (yaitu $n_1, n_2 > 20$) dapat didekati dengan sebaran normal sebagai berikut:

❖ Jika ada ties

$$Z = \frac{T - \frac{(n_1 n_2)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \frac{n_1 n_2 (\sum t^3 - \sum t)}{12(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}}$$

❖ Jika tidak ada ties

$$Z = \frac{T - \frac{(n_1 n_2)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$


Keputusan : Tolak H_0 jika $Z_{hit} > Z_\alpha$

Teladan : Kasus 1

- Menteri Pertanian mengambil 5 sampel padi di dataran rendah & 5 padi di dataran tinggi.
- Menteri tersebut mengatakan bahwa produktivitas padi di dataran rendah lebih besar dibandingkan dengan dataran tinggi.
- Ujilah dengan uji *mann-whitney* pernyataan menteri tersebut pada taraf nyata 5%!

Rendah (X)	1200	1350	1115	1400	1000
Tinggi (Y)	1100	980	995	1200	900

Jawab :

Rendah (X)	1200	1350	1150	1400	1000	36,5 
	7,5	9	6	10	4	
Tinggi (Y)	1100	980	995	1200	900	
	5	2	3	7,5	1	

Hipotesis :

$H_0 : M_x \leq M_y$

$H_1 : M_x > M_y$

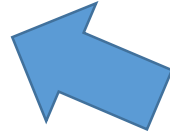
$$S = 36,5$$

Stat Uji : $T = S - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$

$$T = 36,5 - [5(5+1)/2]$$
$$= 21,5$$

Kriteria Penolakan H_0 : Tolak H_0 jika **$T > W_{1-\alpha}$**

$$W_{1-\alpha} = n_1.n_2 - W_\alpha$$
$$= (5 * 5) - 5$$
$$= 20$$



Lihat pada tabel Man-Whitney

Tabel A7. Mann Whitney

TABLE A.7 Quantiles of the Mann-Whitney test statistic

n_1	p	$n_2 = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2
	.025	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	.05	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	.10	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8
3	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	.005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	.01	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6
	.025	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
	.05	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
	.10	1	2	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
4	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4
	.005	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	7	8	9
	.01	0	0	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11
	.025	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	12	13	14	15
	.05	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19
	.10	1	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19	21	22	23
5	.001	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
	.005	0	0	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14
	.01	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	.025	0	1	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
	.05	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24	26
	.10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31
6	.001	0	0	0	0	0	0	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	.005	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19
	.01	0	0	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	18	20	21	23
	.025	0	0	3	4	5	7	9	11	12	14	15	17	18	20	22	24	26	28	30
	.05	0	0	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	29	31	33	36

$T(21.5) > W_{1-\alpha}(20)$ maka tolak H_0

Kesimpulan :

Cukup bukti untuk mengatakan bahwa produktivitas padi di dataran rendah lebih besar dibandingkan di dataran tinggi pada taraf nyata 5%.

Minitab

The screenshot shows the Minitab software interface. The 'Stat' menu is open, and the 'Mann-Whitney...' option is selected. A dialog box for the 'Mann-Whitney' test is open, showing the following settings:

- First Sample: Rendah (X)
- Second Sample: Tinggi (Y)
- Confidence level: 95.0
- Alternative: greater than

The background worksheet contains the following data:

	C1	C2	C3	C4
	Rendah (X)	Tinggi (Y)		
1	1200	1100		
2	1350	980		
3	1115	995		
4	1400	1200		
5	1000	900		
6				
7				
8				
9				
10				

Output Minitab

Mann-Whitney Test and CI: Rendah (X), Tinggi (Y)

	N	Median
Rendah (X)	5	1200.0
Tinggi (Y)	5	995.0

Point estimate for $\eta_1 - \eta_2$ is 200.0

96.3 Percent CI for $\eta_1 - \eta_2$ is (-85.1, 419.9)

W = 36.5

Test of $\eta_1 = \eta_2$ vs $\eta_1 > \eta_2$ is significant at 0.0379

The test is significant at 0.0375 (adjusted for ties)

Uji Tanda (Sign Test)

Kapan digunakan???

1. Untuk menentukan apakah median dari populasi besarnya sama, lebih kecil, atau lebih besar dari nilai tertentu
2. Untuk menentukan apakah benar ada perbedaan antara data berpasangan, misalkan siukur sebelum dan sesudah.

Uji Tanda

1. Menguji Median dari satu populasi, M
2. Serupa dengan uji-t untuk 1 nilai tengah
3. Asumsi populasinya kontinu
4. Uji statistik untuk jumlah sampel yang kecil
5. Dapat menggunakan aproksimasi normal jika $n \geq 10$

Asumsi Pada Uji Tanda



1. Sampel saling bebas (independen) dari suatu populasi dengan nilai median yang tidak diketahui
2. Peubah yang diukur minimal berskala ordinal
3. Peubah yang diukur kontinu.

Hipotesis

- | | | | |
|----|-------------------|----|-------------------|
| A. | $H_0: M=M_0$ | vs | $H_1: M \neq M_0$ |
| B. | $H_0: M \leq M_0$ | vs | $H_1: M > M_0$ |
| C. | $H_0: M \geq M_0$ | vs | $H_1: M < M_0$ |

Statistik Uji

$$x_i - M_0$$

A. Statistik Uji $\rightarrow S$

B. Statistik Uji $\rightarrow S_-$

C. Statistik Uji $\rightarrow S_+$

Note:

$$X_i - M_0 = (+)$$

$$X_i - M_0 = (-)$$

$$X_i - M_0 = 0 \rightarrow \text{dibuang}$$

S_+ : banyak (selisih) observasi yang bertanda +

S_- : banyak (selisih) observasi yang bertanda -

$$S : \min (S_+, S_-)$$

Kaidah Keputusan

A. Jika $P(K \leq S | n, 0.5) \leq \alpha/2$, maka tolak H_0

B. Jika $P(K \leq S_- | n, 0.5) \leq \alpha$, maka tolak H_0

C. Jika $P(K \leq S_+ | n, 0.5) \leq \alpha$, maka tolak H_0

Aproksimasi Sampel Besar

Statistik Uji :

$$z = \frac{(K + 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}}$$

Kaidah Keputusan :

A. Jika $z_{\alpha/2} \leq z_{\text{hit}}$ maka tolak H_0

B. Jika $-z_{\alpha} \leq z_{\text{hit}}$, maka tolak H_0

C. Jika $z_{\alpha} \leq z_{\text{hit}}$, maka tolak H_0

Teladan 2.1

Subjek	Transit Time	Sign
1	1.80	-
2	3.30	-
3	5.65	+
4	2.25	-
5	2.50	-
6	3.50	0
7	2.75	-
8	3.25	-
9	3.10	-
10	2.70	-
11	3.00	-

$H_0: M=3.5$ vs $H_1: M \neq 3.5$

$S_+=1$ $S_-=9$

$S_{\min(1,9)}=1$

$P(K \leq 1 | n=10, p=0.5)$

$=0.001+0.0098 = 0.0108$

(lihat Tabel A1)

$P(K \leq 1 | n=10, p=0.5) \leq 0.025$

Keputusan: Tolak H_0

Teladan 2.2

	Old	New
Pelanggan 1	10	7
Pelanggan 2	7	5
Pelanggan 3	7	8
Pelanggan 4	2	5
Pelanggan 5	7	6
Pelanggan 6	6	9

Apakah resep baru lebih disukai??

➔ Jika ya, maka skor M_{new} akan lebih besar dari M_{old}

$$M = M_{\text{new}} - M_{\text{old}}$$

Jika resep baru lebih disukai,
Maka asumsinya $M > 0$

Hipotesis:

$$H_0: M \leq 0 \quad \text{vs} \quad H_1: M > 0$$

Hitung Selisih

	Old	New	Selisih (Xi)	Xi-M₀	Tanda
Pelanggan 1	10	7	-3	-3-0	-
Pelanggan 2	7	5	-2	-2-0	-
Pelanggan 3	7	8	1	1-0	+
Pelanggan 4	2	5	3	3-0	+
Pelanggan5	7	6	-1	-1-0	-
Pelanggan 6	6	9	3	3-0	+

$$H_0: M \leq 0 \quad \text{vs} \quad H_1: M > 0$$

$$S_+ = 3 \quad S_- = 3$$

$$S = S_- = 3$$

Minitab - Untitled

File Edit Data Calc Stat Graph Editor Tools Window Help Assistant

Calculator...

Column Statistics...

Row Statistics...

Standardize...

Make Pattern...

Make Mesh Da...

Make Indicator variables...

Set Base...

Random Data

Probability Distributions

Matrices

Calculator

Perform mathematical, logical, statistical, and text operations on your data and store the results in a column or constant. You can also assign a formula to a column.

Welcome to Min...

* NOTE * Comma...

Worksheet 1 ***

	C1-T	C2	C3	C4	C5	C6	C7
		Old	New	Xi			
1	Pelanggan 1	10	7				
2	Pelanggan 2	7	5				
3	Pelanggan 3	7	8				
4	Pelanggan 4	2	5				
5	Pelanggan5	7	6				
6	Pelanggan 6	6	9				

Calculator

Store result in variable: 'Xi'

Expression:

'New' - 'Old'

Functions:

All functions

Absolute value

Antilog

Any

Arccosh

Arccosine

Arcsine

7 8 9 + = ≠

4 5 6 - < >

1 2 3 * ≤ ≥

0 . [] / And

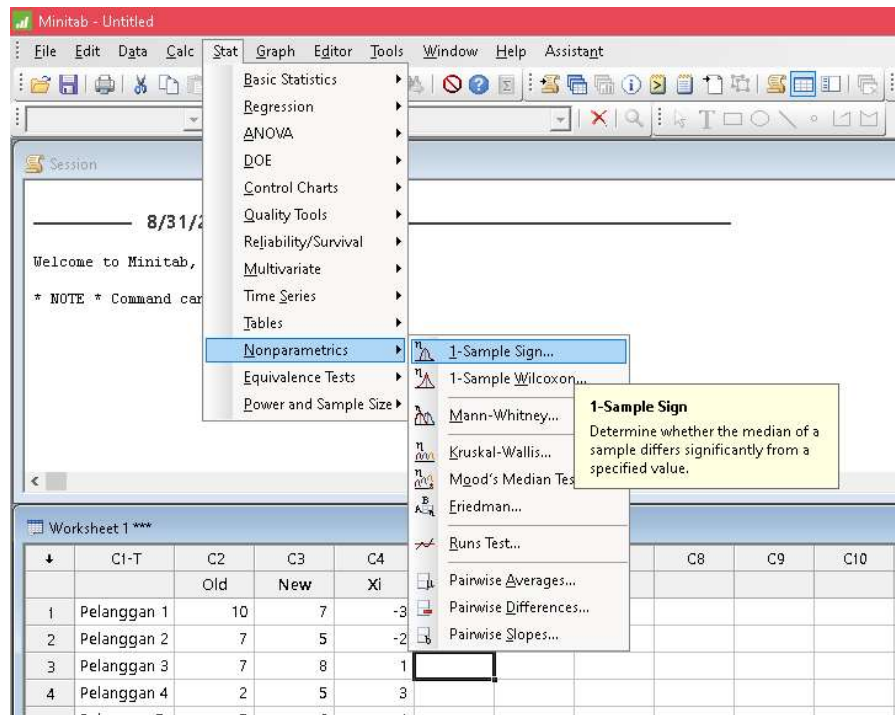
^ Or

() Not

Select

Assign as a formula

Help OK Cancel



Sign Test for Median: Xi

Sign test of median = 0.00000 versus > 0.00000

	N	Below	Equal	Above	P	Median
Xi	6	3	0	3	0.6563	0.00000

TERIMA HO

Uji Peringkat
Bertanda
Wilcoxon
(Wilcoxon
Signed-Rank
Test)

Wilcoxon Signed-Rank Test

- Merupakan alternatif untuk uji pada data berpasangan
- Metodologi dari uji data berpasangan membutuhkan:
 - Data minimal berskala interval
 - Asumsi bahwa populasi beda antara pasangan observasi menyebar normal
- Jika asumsi menyebar secara normal tidak terpenuhi, maka uji peringkat bertanda wilcoxon dapat digunakan.

Asumsi Uji Peringkat Bertanda Wilcoxon

- Sampel acak
- Skala pengukuran minimal interval
- Peubah yang diukur kontinu
- Populasi sampel setangkup (simetrik)
- Pengamatan Bebas

Statistik Uji

1.

$$d_i = x_i - M_0$$

2.

$$|d_i|$$

3.

4.

Peringkat $|d_i|$ (tanpa menggunakan tanda +/-)

Kembalikan tanda

Statistik Uji (lanjutan)

A. Statistik Uji $\rightarrow T$

B. Statistik Uji $\rightarrow T_-$

C. Statistik Uji $\rightarrow T_+$

Note:

$X_i - M_0 = (+)$

$X_i - M_0 = (-)$

$X_i - M_0 = 0 \rightarrow$ dibuang

T_+ : jumlah peringkat yang bertanda +

T_- : jumlah peringkat yang bertanda -

$T : \min(T_+, T_-)$

Kaidah Keputusan

A. Jika $T \leq T_{\alpha/2(n)}$, maka tolak H_o

B. Jika $T_+ \leq T_{\alpha(n)}$, maka tolak H_o

C. Jika $T_- \leq T_{\alpha(n)}$, maka tolak H_o

Note : Lihat tabel A3

Aproksimasi Sampel Besar

Statistik Uji :

$$T^* = \frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Kaidah Keputusan :

A. Jika $P(z \leq T^*) \leq \alpha/2$, maka tolak H_0

B. Jika $P(z \leq T^*) \leq \alpha$, maka tolak H_0

C. Jika $P(z \leq T^*) \leq \alpha$, maka tolak H_0

Teladan : Kasus 4

- Mahasiswa Kedokteran sedang melakukan sebuah penelitian tentang perubahan hemodinamik pada pasien yang menderita “*pulmonary thromboembolism*” akut dengan menggunakan terapi urokinase.
- Pada tabel dibawah ini menunjukkan rata-rata tekanan pembuluh arteri paru-paru pada sembilan pasien sebelum dan 24 jam sesudah terapi urokinase.
- Dengan menggunakan uji peringkat bertanda wilcoxon berpasangan, buktikan bahwa terapi urokinase menurunkan tekanan pembuluh arteri paru-paru dengan $\alpha=5\%$?

Pasien	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 jam (mm)	33	17	30	25	36	25	31	20	18
24 jam (mm)	21	17	22	13	33	20	19	13	9

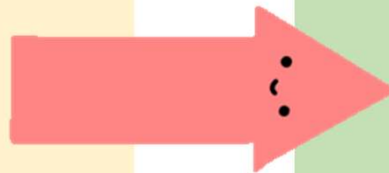
Jawab :

Hipotesis:

$$H_0 : M_2 \geq M_1$$

vs

$$H_1 : M_2 < M_1$$



Hipotesis:

$$H_0 : M_D \geq 0$$

vs

$$H_1 : M_D < 0 ;$$

Note:

$$M_D = M_2 - M_1$$

Sebelum terapi (X)	24 jam setelah terapi (Y)	$D_i = Y_i - X_i$	Rank of $ D_i $
33	21	-12	-7
17	17	0	Dihilangkan
30	22	-8	-4
25	13	-12	-7
36	33	-3	-1
25	20	-5	-2
31	19	-12	-7
20	13	-7	-3
18	9	-9	-5

$n=9$

$T_+ = 0$

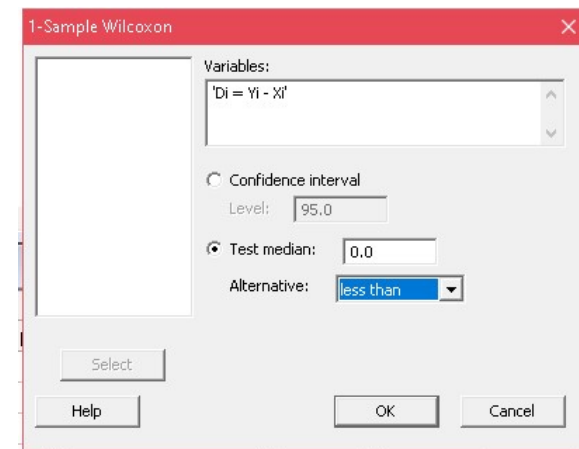
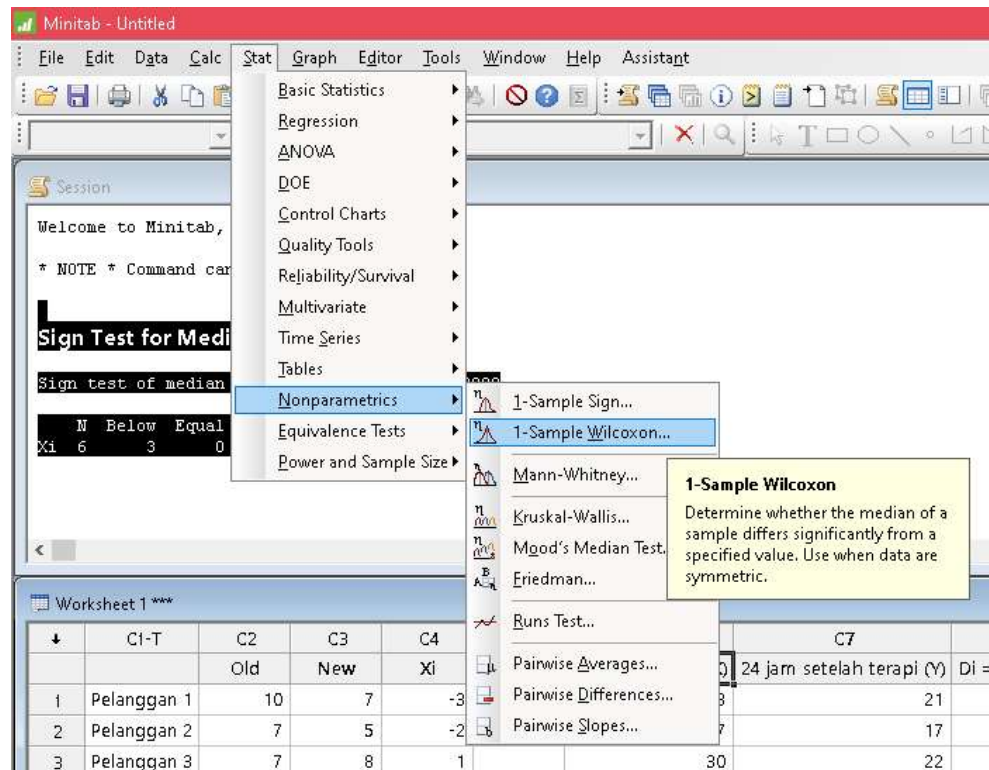
$T_- = 36$

$T = T_+ = 0$

TABLE A.3

Probability levels for the Wilcoxon signed-rank test

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 5		n = 8		n = 10		n = 11		n = 12		n = 13	
*0	.0313	0	.0039	0	.00	n = 9		0	.0020		
1	.0625	1	.0078	1	.00			1	.0039		
2	.0938	2	.0117	2	.00			2	.0059		
3	.1563	3	.0195	3	.00			3	.0098		
4	.2188	4	.0273	4	.00			4	.0137		
5	.3125	*5	.0391	5	.00			5	.0195		
6	.4063	6	.0547	6	.01			6	.0273		
7	.5000	7	.0742	7	.01			7	.0371		
		8	.0977	8	.02			*8	.0488		
n = 6		9	.1250	9	.03	9	.0645				
0	.0156	10	.1563	*10	.04	10	.0820				
1	.0313	11	.1914	11	.05	11	.1016				
*2	.0469	12	.2305	12	.06	12	.1250				
3	.0781	13	.2734	13	.08	13	.1504				
4	.1094	14	.3203	14	.09	14	.1797				
5	.1563	15	.3711	15	.11						
6	.2188	16	.4219	16	.13						
7	.2813	17	.4727	17	.16						
8	.3438	18	.5273	18	.18						
9	.4219	n = 9		19	.21						
10	.5000	0	.0020	20	.24						
n = 7		1	.0039	21	.27						
0	.0078	2	.0059	22	.31						
1	.0156	3	.0098	23	.34						
2	.0234	4	.0137	24	.38						
*3	.0391	5	.0195	25	.42						
4	.0547	6	.0273	26	.46						
5	.0781	7	.0371	27	.50						
6	.1094	*8	.0488								
7	.1484	9	.0645								
8	.1875	10	.0820								
9	.2344	11	.1016								
10	.2891	12	.1250								
		13	.1504								



Wilcoxon Signed Rank Test: $D_i = Y_i - X_i$

Test of median = 0.000000 versus median < 0.000000

	N	Test Statistic	P-Value	Estimated Median
$D_i = Y_i - X_i$	9	-8	0.007	-7.500

TOLAK H_0

Latihan

- Suatu percobaan dilakukan untuk mengetahui kualitas tingkah laku pupil yang berbeda dengan membandingkan antara mahasiswa Statistika 45 yang sering membaca dengan orang yang jarang membaca. Dengan menggunakan data yang tersedia pada tabel di bawah ini, apakah benar bahwa skor dari mahasiswa Statistika 45 yang sering membaca lebih rendah dari pada yang jarang membaca. Gunakan uji Mann-Whitney dengan α sebesar 5%

Tabel kualitas pupil

Mahasiswa yang sering membaca	67 55 51 40 25 18 34 44 52 59 54 53
Mahasiswa yang jarang membaca	95 87 77 73 44 64 68 70 55 59 67 88 89 90 52

- Seorang dokter sedang melakukan penelitian tentang efek dari Phenobarbital terhadap fungsi jantung pada pasien penderita sindrom Dubin-Johnson. Tabel dibawah ini menunjukkan total bilirubin pasien sebelum dan sesudah perlakuan dengan Phenobarbital. Dengan menggunakan uji tanda berpasangan dan uji peringkat bertanda Wilcoxon berpasangan, dapatkah kita menyimpulkan bahwa Phenobarbital menurunkan jumlah bilirubin ($\alpha=5\%$)?

Pasien	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Sebelum (mg/100 ml)	4.0	3.2	3.8	1.8	3.0	5.3	5.7	3.0	2.7	2.9	2.8	1.8	2.6
Sesudah (mg/100 ml)	3.1	3.0	3.5	1.0	1.8	3.9	2.2	2.1	1.4	2.9	2.6	1.4	2.5

- Pada tabel di bawah ini menunjukkan skor pada sebuah tes “*verbal comprehension*” dengan sampel 25 anak bersekolah di kota dan 20 sampel anak bersekolah di desa. Dengan menggunakan Uji mann whitnwy, buktikan apakah data ini memadai untuk menunjukkan bahwa median-median kedua populasi yang diwakili oleh data kedua sampel memiliki perbedaan pada taraf nyata $\alpha = 0.05$!

kota	77 78 70 72 74 68 71 70 72 71 75 78 79 87 88 70 72 74 88 71 80 82 72 72 73
desa	60 62 65 71 62 70 68 65 76 72 68 72 78 71 70 76 79 68 66 70

Terima Kasih