Wayne W. Daniel

APPLIED NONPARAMETRIC STATISTICS

SECOND EDITION

CENGAGE LEARNING
CLASSIC SERIES

APPLIED

NONPARAMETRIC

STATISTIC

APPLIED NONPARAMETRIC STATISTIC

EDISI KEDUA

Wayne W. Daniel

Georgia State University

BROOKS/COLE
CENGAGE Learning

Australia · Brazil · Japan · Korea · Mexico · Singapore · Spain · United Kingdom · United States

KATA PENGANTAR

Saya menulis *Statistika Nonparametrik Terapan*, Edisi Kedua, dengan dua tujuan di pikiran saya:

1. Untuk menyediakan sebuah buku teks statistika nonparametrik untuk pengajaran yang lebih mengutamakan aplikasi dibandingkan dengan teori.
2. Untuk menyediakan sebuah buku referensi statistika nonparametric untuk peneliti praktis.

Banyaknya material yang terisi di buku kira-kira sesuai dengan seperempat atau satu semester studi sarjana lanjut atau tingkat magister untuk mahasiswa di semua disiplin ilmu. Mayoritas mahasiswa yang menggunakan buku sebagai sebuah teks akan memiliki setidaknya satu pengantar (non-matematika) studi statistika klasik. Meskipun persiapan seperti itu tidak mutlak diperlukan, namun teks mengasumsikan adanya fasilitas matematika tertentu— setara dengan yang diperoleh pada studi aljabar sekolah tinggi.

Dengan peneliti praktis di pikiran, saya mengadopsi bentuk yang mempermudah peneliti dalam menggunakan buku ini untuk tujuan referensi selama fase perencanaan dan analisis sebuah penelitian. Sebuah bab terpisah ditujukan untuk setiap situasi riset yng mungkin dialami oleh sang peneliti. Oleh karenanya, terdapat bab-bab yang tertuju pada teknik-teknik yang tepat untuk kondisi-kondisi berikut:

1. Ketika data tersedia untuk analisis yang terdiri dari pengamatan-pengamatan dari sebuah sampel tunggal (Bab 2).
2. Ketika data tersedia untuk menganalisis dua sampel yang saling bebas (Bab 3).
3. Ketika data tersedia untuk menganalisis dua sampel berpasangan (data dari dua sampel yang berhubungan) (Bab 4).
4. Ketika data terdiri dari frekuensi-frekuensi dan peneliti tertarik pada pencapaian sebuah keputusan berdasarkan kebebasan dari dua kriteria klasifikasi atau kehomogenan dua atau lebih populasi (Bab 5).

5. Ketika data tersedia untuk analisis yang terdiri dari pengamatan-pengamatan dari tiga atau lebih sampel yang saling bebas (Bab 6).
6. Ketika data tersedia untuk analisis yang terdiri dari pengamatan-pengamatan dari tiga atau lebih sampel yang berhubungan (Bab 7).
7. Ketika peneliti ingin mengetahui apakah sebuah sampel tunggal diambil dari sebuah populasi yang mengikuti sebuah distribusi tertentu atau apakah dua sampel diambil dari populasi-populasi yang memiliki distribusi yang identik (Bab 8).
8. Ketika data yang dianalisis terdiri atas pasangan-pasangan pengukuran yang setidaknya memiliki skala ordinal dan peneliti ingin mengetahui apakah dua variabel yang relevan berhubungan atau tidak (Bab 9).
9. Ketika data diarahkan ke model regresi linier sederhana, tetapi asumsi-asumsi pada parametrik inferensia tidak terpenuhi (Bab 10).

Jika peneliti dapat menentukan bahwa salah satu dari situasi-situasi di atas sesuai dengan masalah yang ditanganinya, maka dia dapat mengonsultasikan bab yang tepat dan kemudian menelaah seksi-seksi yang dinomori untuk prosedur bersangkutan yang lebih jauh. Misalnya, misalkan suatu masalah terfokus pada perbedaan antara lokasi parameter-parameter dua populasi. Peneliti sebaiknya menelaah seksi 3.1. jika masalah terfokus pada penyebaran dua sampel yang saling bebas, peneliti seharusnya merujuk pada seksi 3.2.

Prosedur-prosedur pengujian hipotesis semuanya ditangani dengan format yang sama sebagai berikut:

1. *Asumsi-asumsi*: Asumsi-asumsi yang mendasari pengujian dinyatakan.
2. *Hipotesis*: Hipotesis nol dan alternative yang tepat dinyatakan.
3. *Stattistik ujii*: Instruksi-instruksi untuk perhitungan pengujian berikut dengan alasan yang mendasari pengujian diberikan.
4. *Aturan keputusan*: Pembaca diberitahukan bagaimana menggunakan tabel-tabel lampiran untuk memutuskan apakah menolak setiap hipotesis nol yang mungkin atau tidak.

Di mana yang tepat, prosedur yang berkaitan dengan ikatan-ikatan, perkiraan sampel besar, dan efisiensi kekuatan dari uji yang diberikan didiskusikan dalam paragraf-paragraf yang teridentifikasi dengan jelas. Teks pertama kali memberikan metodologi untuk setiap prosedur dalam sitilah-istilah umum dan kemudian memberikan sebuah contoh numerik.

Setiap seksi menyertakan banyak sekali referensi-referensi dari literatur statistik. Referensi-referensi ini dapat digunakan dalam dua cara: sebagai sebuah sumber bagi pembaca yang hendak menelaah sebuah topik tertentu lebih dalam dan sebagai tugas membaca di luar bagi instruktur yang hendak memperkaya kuliah. Referensi-referensi ini telah diperbaharui secara luas untuk edisi kedua.

Di manapun memungkinkan saya telah menggunakan data asli yang diekstraksi dari literatur penelitian yang telah dipublikasi. Tujuan saya melakukan ini dua kali lipat. Pertama, saya berharap apa yang mungkin menjadi pengalaman perjalanan bagi pembaca akan mengambil kehidupan baru, makna, dan relevansi dikarenakan pengamatan-pengamatan sekilas ke dalam dunia nyata riset dan percobaan. Kedua, saya merasa peserta didik akan lebih mudah yakin terhadap kegunaan prosedur-prosedur yang diperkenalkan ketika dia melihatnya diaplikasikan ke data yang dihasilkan dari investigasi-investigasi sains nyata. Dalam menganalisis data yang telah dipublikasikan, saya banyak menggunakan sebuah prosedur statistik yang berbeda dari yang digunakan oleh sang penulis. Hal yang saya lakukan tidak mengindikasikan bahwa mereka salah dan saya benar tetapi bahwa data mereka juga tepat untuk menggambarkan sebagian prosedur nonparametrik. Untuk peneliti-peneliti yang datanya saya gunakan, saya menyampaikan rasa terima kasih saya.

Untuk contoh-contoh dan latihan-latihan, saya telah mengambil materi dari berbagai disiplin ilmu: pertanian, biologi, sosiologi, pendidikan, psikologi, kedokteran, bisnis, geologi, dan antropologi. Lagi, tujuan saya adalah untuk menciptakan ketertarikan (melalui berbagai) dalam materi pelajaran sebanyak mungkin. Lebih jauh, saya ingin mendemonstrasikan pemanfaatan yang luas dari prosedur-prosedur nonparametrik.

Saya telah bermurah hati dengan latihan-latihan. Instruktur dapat menjadikannya sebagai pekerjaan rumah; pembaca yang bukan peserta didik dapat menggunakannya untuk menguji penguasannya tentang teknik-teknik terkait. Supaya mereka dapat digunakan untuk penguatan langsung mengenai materi yang bersangkutan, saya menempatkan latihan-latihan pada akhir diskusi setiap teknik. Untuk tujuan-tujuan mengulang kembali, latihan-latihan tambahan muncul di akhir bab.

Terdapat banyak prosedur-prosedur nonparametrik yang sekarang tersedia sehingga penulis sebuah buku teks subjek harus memilih hanya sebuah sampel untuk presentasi. Dua kriteria saya untuk memilih prosedur-prosedur yang didiskusikan di sini adalah *kegunaan* dan *popularitas*. Saya ingin menyertakan prosedur-prosedur seperti itu untuk membuktikan yang paling berguna bagi peneliti, juga yang paling sering dihadapi dalam penemuan riset yang telah dipublikasikan.

Di antara teknik-teknik yang terdapat pada edisi kedua *Statistika Nonparametrik Terapan* ini yang tidak terdapat pada edisi pertama adalah uji penyebaran Ansari-Bradley, kontras Lehman untuk klasifikasi satu-arah dan dua-arah, teknik-teknik untuk membandingkan semua perlakuan dengan sebuah kontrol dalam dalam klasifikasi satu-arah dan dua-arah, uji Liliefors untuk normalitas, dan, untuk menganalisis data kualitatif, beberapa metode-metode yang secara luas digunakan, termasuk koefisien phi, koefisien Yule, koefisien Goodman-Kruskal, statistik Cramer, dan titik koefisien biserial.

Pengguna-pengguna teknik-teknik statistik nonparametrik akan dihadiahkan dengan keuntungan-keuntungan kecepatan, akurasi, dan kemudahan yang biasa ketika mereka menggunakan sebuah komputer untuk melakuakan komputasi yang disyaratkan. Dengan pemikiran tersebut, saya telah mencoba untuk memperkenalkan pembaca dengan sumber dukungan komputer sebanyak mungkin. Usaha-usaha saya telah menghasilkan dua tipe tipe referensi: (1) program-program komputer yang telah dipublikasikan yang telah ditulis untuk berbagai teknik nonparametrik dan (2) Paket perangkat lunak komputer mikro yang rutin menyediakan teknik-teknik statistik nonparametrik. Untuk dua alasan yang telah saya pilih untuk tidak menyertakan contoh cetakan komputer dalam teks. Pertama, sangat banyak paket perangkat lunak yang ada yang satu pilihannya akan sulit digunakan untuk tujuan-tujuan ilustratif. Kedua, cetakan komputer mengenai hasil analisis statistik nonparametrik tidak akan berkontribusi besar pada efek pedagogik dari teks. Cetakan-cetakan untuk teknik-teknik nonparametrik cenderung sederhana, kekurangan kekayaan penyimpanan informasi ditemukan pada cetakan teknik nonparametrik seperti analisis varians dan analisis regresi.

Saya ingin menunjukkan rasa terima kasih saya kepada Richard A, Groeneveld, Iowa State University, dan S. K. Katti, University of Missouri—Colombia, yang membaca manuskrip buku ini. Mereka membuat banyak saran bernilai untuk meningkatkan teks; mereka, bagaimanapun, terbebas dari semua tanggung jawab atas segala kekurangan yang tersisa.

Saya juga ingin berterimakasih kepada Rickie Domangue, James Madison University, dan LeRoy A. Franklin, Indiana State University, yang cukup baik untuk menawarkan banyak saran yang membantu selama masa perencanaan buku edisi ini.

Wayne W. Daniel

Atlanta, Georgia

DAFTAR ISI

BAB 6

BAB 7

BAB 8

APPLIED NONPARAMETRIC STATISTIC

BAB 1

PENGANTAR DAN ULASAN

Ilmu statistika mencakup berbagai aktivitas, ide, dan hasil. Praktisi-praktisi ilmu statistika biasanya mengakui bahwa statistika memiliki dua subdivisi yang luas: *statistika deskriptif* dan *statistika inferensia*. Statistika deskriptif berkaitan dengan merekam dan meringkas, dalam istilah kuantitatif, hasil dari kejadian-kejadian dan karakteristik orang-orang, tempat-tempat, dan benda-benda. Rekaman dari data tahunan mengenai kelahiran, kematian, dan perkawinan disebut statistik. Begitu pula dengan deskripsi mengenai umur, tingkat pendidikan, dan komposisi suku seseorang yang tinggal di area tertentu. Inferensia statistik, atau statistika inferensia, melibatkan pengambilan kesimpulan dari fakta-fakta tersebut dan membuat keputusan berdasarkan hal tersebut.

Buku ini dicurahkan untuk studi tentang statistika inferensia. Sepertinya, mayoritas pembaca telah memiliki setidaknya satu kuliah statistik sebelumnya. Namun, sebuah ulasan singkat tentang beberapa konsep penting mungkin tidak akan sia-sia. Oleh karena itu tiga seksi pertama bab ini dicurahkan untuk sebuah gambaran cepat tentang pokok bahasan secara umum. Seksi 1.4 mendiskusikan skala-skala pengukuran. Seksi 1.5 membawa kita kepada konsep-konsep dasar statistik *nonparametrik*, pokok bahasan buku ini. Seksi 1.6 berkaitan dengan penggunaan komputer dalam analisis statistik nonparametrik. Seksi 1.7 menawarkan sebuah pratinjau singkat tentang bab 2 hingga 10, dan Seksi 1.8 menjelaskan bentuk yang digunakan untuk menyajikan teknik-teknik statistik pada bab-bab berikutnya.

1.1

BEBERAPA TERMINOLOGI PENTING

Seksi ini mendefinisikan beberapa istilah dalam menyelesaikan bab-bab. Istilah-istilah ini adalah bagian dari kosakata statistisi. Istilah-istilah lain akan didefinisikan sebagaimana mereka muncul kemudian dalam buku.

Populasi Kata *populasi* digunakan untuk merujuk kepada sebuah kumpulan orang, tempat, atau benda. Kumpulan mana yang merupakan populasi tergantung pada bidang yang menjadi kepentingan peneliti. Seorang peneliti bisa saja ingin membuat pernyataan-pernyataan tentang semua mahasiswa perguruan tinggi dan universitas pada sebagian perguruan tinggi atau universitas. Setiap peneliti ini mempertimbangkan populasi sebagai kumpulan mahasiswa dimana dia hendak membuat pernyataan.

Dalam beberapa konteks kita juga merujuk kepada *kumpulan pengukuran* (terkadang disebut pengamatan) yang dibuat atas suatu populasi orang, tempat, atau benda sebagai suatu populasi. Misalnya, jika kita tertarik dengan umur seluruh mahasiswa pada sebuah perguruan tinggi atau universitas tertentu, kita merujuk pada sebuah kumpulan dari umur sebagai sebuah populasi (umur-umur). Lebih spesifik, sebuah populasi dapat didefinisikan sebagai *kumpulan terbesar dari orang, tempat, atau benda* (termasuk pengukuran-pengukuran) dimana kita memiliki ketertarikan. Populasi-populasi dapat *terbatas* atau *tidak terbatas*.

Populasi-populasi tidak terbatas terbentuk dari elemen-elemen yang jumlahnya tidak terbatas. Kita dapat lebih memahami konsep populasi tidak terbatas jika kita mempertimbangkan beberapa proses penghasilan elemen yang tidak pernah berakhir. Proses tersebut akan menghasilkan elemen-elemen dari suatu populasi yang tidak terbatas. Bayangkan, misalnya, sebuah proses industri yang berlanjut selamanya. Jika hasil dari proses adalah bantalan bola, proses akan menghasilkan sebuah populasi yang tidak terbatas dari bantalan bola. Populasi dari seluruh manusia yang pernah hidup, yang sekarang hidup, dan yang akan hidup di masa hidup dapat, untuk semua tujuan praktis, dipikirkan sebagai sebuah populasi tidak terbatas.

Ketika suatu populasi terbatas, ini memungkinkan (meskipun tidak selalu praktis) elemen-elemennya terbentuk. Contoh populasi-populasi terbatas memasukkan mahasiswa-mahasiswa di suatu perguruan tinggi tertentu, semua pekerja dari beberapa perusahaan, semua barang dari sebagian tipe yang diproduksi di sebuah pabrik pada suatu hari tertentu, dan rumah-rumah yang berlokasi di suatu blok sensus.

Populasi-populasi dapat juga berupa *nyata* atau *hipotetis*. Sebuah contoh dari populasi nyata adalah semua mahasiswa yang sekarang terdaftar pada sebuah universitas tertentu. Sebuah contoh populasi hipotetis adalah sebagai berikut. Misalkan kita merancang sebuah eksperimen untuk mengevaluasi efektivitas dari tiga obat penenang, dan subjek-subjek dipilih secara acak untuk menerima satu di antara ketiganya. Kita dapat memikirkan setiap tiga grup yang dihasilkan sebagai sampel dari sebuah populasi dari sejumlah besar subjek yang diberikan obat tersebut. Ketika kita dapat membayangkan populasi tersebut, akan tidak praktis untuk membuatnya. Populasi tersebut, kemudian, adalah hipotetis daripada nyata. Secara tipikal dalam riset obat, subjek yang hari ini menerima sebuah obat percobaan akan dianggap sebagai sampel dari subjek-subjek yang sekarang telah mengidap penyakit yang diteliti dan merupakan seseorang yang akan mengidapnya kapanpun di masa depan. Subjek-subjek saat ini atau masa depan yang memiliki atau akan memiliki penyakit dianggap sebagai populasi hipotetis. Populasi tersebut tidak ada; jadi ini bersifat populasi *hipotetis* atau *potensial*.

Sampel Sampel adalah bagian dari populasi. Misalkan populasi tertentu terdiri dari semua mahasiswa pada perguruan tinggi tertentu. Mahasiswa-mahasiswa yang terdaftar dalam kuliah statistika di perguruan tinggi, menjadi bagian dari populasi, akan membentuk sampel dari populasi. Kita dapat mengidentifikasi sampel dalam berbagai cara. Misalnya, semua mahasiswa yang berjurusan Bahasa Inggris akan menjadi sampel, begitu pula dengan semua mahasiswa yang menikah atau semua mahasiswa yang memiliki sebuah mobil yang terdaftar untuk parkir kampus.

Kita dapat, tentunya, memiliki sampel dari populasi tidak terbatas maupun terbatas. Misalnya, seorang sosiolog dapat tertarik pada beberapa karakteristik semua orang dewasa yang tinggal (pada masa lalu, masa kini, dan masa depan) di Amerika Serikat Tenggara. Sang sosiolog akan menganggap ini sebagai populasi tidak terbatas. Sebuah sampel dari orang dewasa masa kini yang merupakan penduduk Amerika Serikat Tenggara akan membentuk sebuah sampel dari populasi tidak terbatas ini.

Sampel Acak Inferensia statistik terdiri atas pencapaian kesimpulan tentang sebuah populasi dari informasi dasar yang terkandung dalam sampel. Ketika populasi cukup besar atau tidak terbatas, adalah tidak praktis atau tidak mungkin mencacah setiap elemen dalam populasi untuk mengumpulkan informasi yang mendasari sebuah kesimpulan tentang populasi secara keseluruhan. Untuk alasan ini, kesimpulan-kesimpulan tentang populasi biasanya didasarkan pada informasi yang terdapat dalam sampel yang diambil dari populasi itu.

Ketika inferensia statistik digunakan untuk menapai kesimpulan tentang populasi, setiap jenis sampel belum tentu sesuai. Validitas hasil berdasarkan pada inferensia statistik tergantung pada asumsi bahwa suatu tipe sampel istimewa, disebut *sampel acak*, digunakan dalam proses.

Untuk memperoleh sebuah sampel acak dengan ukuran *n*, kita memilihnya melalui cara tertentu dimana peluang untuk memilihnya diketahui. Tipe yang paling sederhana dari sampel acak adalah *sampel acak sederhana*. Sampel acak sederhana berukuran *n* adalah sampel yang dipilih dengan cara tertentu sedemikian hingga setiap sampel acak berukuran *n* yang mungkin terpilih dari populasi memiliki peluang yang sama untuk terpilih. Sampel acak sederhana biasanya dipilih melalui penggunaan tabel angka random atau dengan bantuan komputer. Pembaca yang tidak familiar dengan konsep-konsep dan prosedur-prosedur sampel acak sederhana dirujuk kepada buku statistika dasar atau buku teknik-teknik sampling. Jenis-jenis sampel acak lainnya meliputi sampel acak berstrata dan sampel klaster.

Sampel mudah(Sample of Convenience) Pembaca-pembaca yang datang dari jurusan statistik dimana pengambilan sampel acak dan semua kemurniannya adalah dasar dari prosedur inferensia mungkin terkejut oleh sampel-sampel yang digunakan pada banyak riset yang dilaporkan di literatur ilmiah. Daripada sampel acak yang diambil dengan bantuan tabel angka random atau kemampuan pembentukan angka random komputer, kita menemukan sampel yang terdiri dari "pasien-pasien yang mengakui ke klinik stroke selama tiga bulan pertama tahun ini", atau "semua siswa kelas satu di Sekolah Blank", atau "Sukarelawan-sukarelawan sehat". Orang menggunakan sampel tersebut karena mereka tersedia dan mudah. Bagaimana, kemudian, kita dapat merasionalisasi menggunakan mereka untuk membuat inferensia?

Dunn (1, halaman 12) dan Remington dan Schork (2, halaman 72) menyarankan agar kita menelaah sifat alami populasi dari sedemikian hingga sampel-sampel tersebut dapat dianggap acak. Misalnya, jika sampel terdiri dari siswa-siswa kelas satu di sebuah kelas menengah, sekolah pedesaan, mungkin sampel dapat dianggap sebagai sampel acak dari semua siswa kelas satu yang bersekolah di sekolah yang mirip identik dan di daerah yang identik. Armitage (3, halaman 99,100) mengajukan sebuah alasan yang sedikit berbeda untuk penggunaan sampel mudah. Colton (4, halaman 4-7) mengalamatkan masalah yang sama ketika mendiskusikan perbedaan antara *populasi target* (populasi yang ingin kita capai kesimpulannya) dan *populasi sampel* (populasi dimana sampel sebenarnya diambil).

Statistik *Statistik*, yang merupakan fungsi dari satu atau lebih variabel acak, adalah ukuran yang dihitung dari data sampel. Statistik yang familiar bagi mereka yang telah berkuliah di statistika adalah rata-rata sampel $\bar{x}$, varians sampel s^2, dan koefisien korelasi sampel *r*.

Parameter *Parameter* adalah sebuah konstanta yang menentukan bentuk spesifik dari fungsi densitas. Contoh-contoh parameter meliputi rata-rata populasi μ, varians populasi σ^2, dan koefisien korelasi populasi ρ. Parameter-parameter biasanya tidak diketahui; ketika mereka tidak diketahui, kita menggunakan statistik untuk memperkirakan mereka. Misalnya, kita dapat menggunakan rata-rata sampel $\bar{x}$ untuk memperkirakan rata-rata μ yang tidak diketahui dari populasi di mana sampel diambil.

Dalam analisis statistik nonparametrik, sebuah parameter yang penting dapat dipertimbangkan adalah *median* populasi. Parameter ini, dalam analisis statistik nonparametric, sering menggantikan rata-rata populasi sebagai ukuran lokasi yang lebih disukai atau tendensi sentral.

Variabel Acak Kita biasanya mengasumsikan data numerik yang kita berikan analisis statistik adalah hasil dari prosedur penarikan sampel acak atau sebuah eksperimen acak. Himpunan dari hasil-hasil tersebut disebut dengan *variabel acak* (*atau peluang*). Pada proses penarikan sampel atau eksperimen, kita mengamati satu atau lebih nilai dari variabel acak. Misalnya, waktu yang diperlukan orang dewasa untuk bereaksi terhadap suatu stimulus adalah sebuah variabel acak. Jika kita menerapkan stimulus untuk secara random memilih orang dewasa dan mengamati waktu reaksi yaitu 0,15 detik, maka 0,15 adalah sebuah nilai dari variabel acak ini.

Variabel kontinu Sebuah variabel acak adalah *kontinu* jika nilai-nilai yang dapat diasumsikan terdiri dari semua bilangan real dalam suatu interval; sehingga, variabel kontinu dapat mengasumsikan segala nilai yang tidak dapat dihitung dan tidak terbatas di dalam interval yang relevan. Waktu reaksi untuk beberapa stimulus adalah sebuah contoh variabel kontinu.

Variabel diskrit Jika variabel acak dapat mengasumsikan hanya nilai-nilai dengan jumlah terbatas atau yang dapat dihitung saja, variabel ini disebut *diskrit*. Banyaknya nilai dapat terbatas atau tidak terbatas, tapi dapat dihitung. Nilai-nilai yang diasumsikan sebagai variabel diskrit ditandai dengan kesenjangan, mengingat variabel tersebut hanya dapat mengasumsikan nilai-nilai tertentu, bukan semua nilai yang mungkin, di dalam suatu interval. Jadi banyaknya anak di suatu keluarga adalah sebuah variabel diskrit, mengingat ini hanya dapat bernilai 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya. Nilai-nilai variabel diskrit tidak harus terdiri dari bilangan asli. Sebuah variabel diskrit dapat pula memiliki nilai berupa pecahan atau kombinasi antara pecahan dan bilangan bulat.

1.2

UJI HIPOTESIS

Buku ini berkaitan dengan dua tipe inferensia statistik: *uji hipotesis* dan *estimasi interval*. Uji hipotesis akan dibahas di seksi ini dan estimasi interval di seksi berikutnya.

Sebuah hipotesis bisa didefinisikan sebagai *sebuah pernyataan tentang satu atau lebih populasi.* Sebuah perbedaan dapat dibuat di antara dua tipe hipotesis umum: *hipotesis riset* dan *hipotesis statistik*. Hipotesis riset adalah salah satu yang diformulasikan oleh seorang peneliti profesional (penyurvei sampel atau pelaku eksperimen) yang biasanya bukan seorang statistisi. Hipotesis riset sering berupa hasil dari firasat atau dugaan berdasarkan pengamatan jangka panjang oleh peneliti potensial.

Misalnya, seorang guru dapat menduga, berdasarkan pengalaman mengajar selama tujuh tahun, bahwa kondisi fisik tertentu di ruang kelas menghalangi pembelajaran. Seorang fisikawan yang mengamati bahwa beberapa pasien bernapas pendek setelah mengonsumsi obat tertentu dapat menduga bahwa obat memiliki efek samping yang merugikan, setidaknya bagi beberapa pasien. Dugaan-dugaan tersebut mengarah kepada hipotesis sepeti "Siswa kelas tiga memiliki nilai yang lebih tinggi pada ujian aritmatika ketika suhu ruangan selama pengajaran tidak melebihi 68 ^{o}F", dan "Pernapasan yang pendek akibat mengonsumsi obat A terjadi lebih sering pada pasien yang memiliki tekanan darah tinggi daripada pasien yang tidak memilikinya".

Terdapat dua hipotesis statistik: *hipotesis nol* (yang kita notasikan Ho) dan *hipotesis alternatif* (yang kita notasikan H_1).

Hipotesis nol adalah hipotesis yang kita uji. Hipotesis nol selalu berupa pernyataan tentang tidak ada perbedaan, tidak ada efek, atau *status quo*. Misalnya, kita dapat menguji hipotesis nol bahwa tidak ada perbedaan pada efek dua obat ketika dikonsumsi oleh pasien dengan tujuan untuk menyembuhkan beberapa penyakit; kita dapat menguji hipotesis nol bahwa obat tertentu tidak memiliki efek dalam perkembangan sebuah penyakit; atau kita dapat menguji hipotesis nol bahwa satu populasi identik dengan yang lainnya dalam beberapa karakteristik. Sebuah hipotesis nol dianggap benar sampai cukup bukti untuk menolaknya dikumpulkan.

Prosedur pengujian, yang berdasarkan informasi yang diperoleh dari data sebuah sampel yang tepat, menghasilkan satu dari dua keputusan statistik: (1) sebuah keputusan untuk menolak hipotesis nol (sebagai kesalahan) atau (2) sebuah keputusan untuk *tidak* menolak hipotesis nol karena sampel tidak menyediakan bukti yang cukup untuk menjamin penolakan. Ketika kita menolak hipotesis nol, kita menerima hipotesis alternatif sebagai kebenaran. Kita dapat melakukan hal tersebut karena kita menyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif dalam sebuah hubungan diaman mereka *mutually exclusive* dan komplementer. Biasanya—tapi tidak selalu—hipotesis alternatif dan hipotesis riset adalah sama.

Jadi hipotesis alternatif pada kebanyakan kasus adalah sebuah pernyataan yang ingin kita simpulkan.

Ketika kita menolak hipotesis nol, kita menerima hipotesis alternatif dengan keyakinan yang lebih besar daripada kita ingin jika "menerima" hipotesis nol karena kita tidak bisa menolaknya. Secara umum, bukti yang mendukung sebuah pernyataan atau hipotesis tidak sama dengan meyakinkan kebenaran hipotesis sebagai bukti sehingga tidak sesuai dengan hipotesis meyakinkan kesalahan hipotesis itu.

Suatu pengujian hipotesis dapat berupa *dua-sisi* (tidak berarah) atau *satu-sisi* (berarah). Berikut ini adalah sebuah contoh pernyataan hipotesis nol dan hipotesis alternatif ketika parameter yang diteliti adalah rata-rata μ_1 dan μ_2 yang masing-masing berasal dari populasi 1 dan 2, dan pengujian *dua-sisi*:

Ho : $\mu_1 = \mu_2$ H1 : $\mu_1 \neq \mu_2$

Sebagai alternatif, kita dapat menyatakan hipotesis ini sebagai

Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ H1 : $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

mengingat, jika $\mu_1 = \mu_2$, perbedaan mereka akan 0, dan jika $\mu_1 \neq \mu_2$, perbedaan mereka akan berupa nilai selain 0. Hipotesis nol menyatakan bahwa rata-rata dari kedua populasi sama. Alternatif menyatakan bahwa mereka tidak sama. Dalam kasus ini, peneliti mungkin bertanya,"Berdasarkan data sampel saya, dapatkah daya menyimpulkan bahwa kedua populasi memiliki rata-rata yang berbeda?" Sang peneliti mungkin merasa pertanyaan yang lebih berarti akan berupa,"Dapatkah saya menyimpulkan bahwa populasi 1 memiliki rata-rata yang lebih besar daripada populasi 2?" Dalam kasus ini, sang peneliti melakukan sebuah pengujian *satu-sisi*, dan hipotesis nol dan alternatif adalah

Ho : $\mu_1 \leq \mu_2$ H1 : $\mu_1 > \mu_2$

atau Ho : $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ H1 : $\mu_1 - \mu_2 > 0$

Sang peneliti dapat pula menyatakan pernyataan yang mengarah kepada sebuah pengujian *satu-sisi* sedemikian hingga hipotesis statistik adalah

Ho : $\mu_1 \geq \mu_2$ H1 : $\mu_1 < \mu_2$

atau Ho : $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$ H1 : $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Sebuah hipotesis berbentuk $\mu_1 - \mu_2 = 0$ disebut sebuah hipotesis *sederhana*, karena hanya terdapat sebuah nilai tunggal yang ditentukan. Hipotesis berbentuk $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ disebut sebagai hipotesis *komposit*, karena terdapat lebih dari satu nilai yang ditentukan. Dengan demikian kita melihat bahwa sebuah hipotesis sederhana tidak sepenuhnya menentukan distribusi dari variabel yang diteliti. Dalam kasus-kasus itu yang hipotesis nol-nya komposit, kita melakukan pengujian pada titik kesamaan. Dapat ditunjukkan bahwa apapun kesimpulan yang kita capai dari pengujian pada titik kesamaan adalah kesimpulan yang sama (semua hal-hal lain menjadi sama) yang ingin kita raih jika kita telah melakukan pengujian pada nilai-nilai lain yang ditentukan dalam hipotesis komposit.

Untuk menguji sebuah hipotesis nol, sang peneliti memilih suatu *statistik uji* yang tepat dan menentukan distribusinya ketika Ho benar. Misalnya, ketika hipotesis berkaitan dengan perbedaan rata-rata dua populasi, statistik uji biasanya

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{(s_p^2/n_1) + (s_p^2/n_2)}}$$

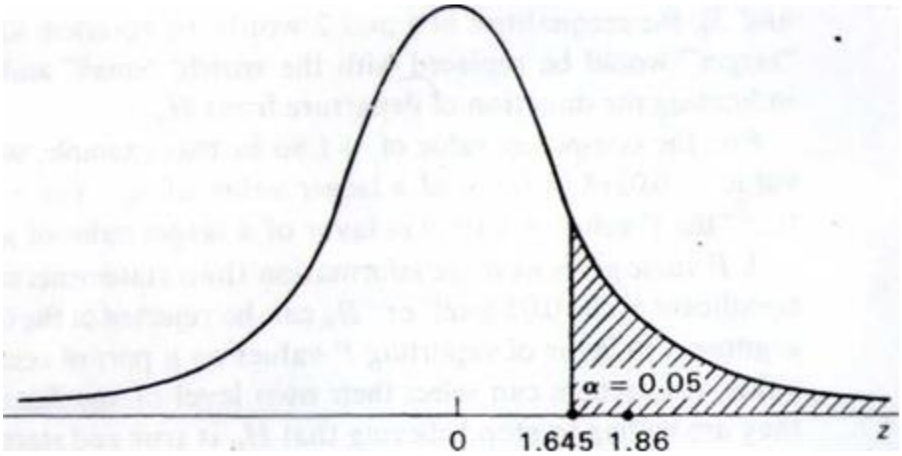
Di sini $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ adalah rata-rata sampel yang dihitung dari sampel-sampel berukuran n_1 dan n_2, yang masing-masing berasal dari populasi 1 dan populasi 2, D_0 adalah perbedaan yang dihipotesiskan di antara rata-rata populasi, dan s_p^2 diperoleh dengan menggabungkan dua varians sampel. Ketika asumsi-asumsi tertentu terpenuhi dan Ho benar, t mengikuti distribusi Student-t dengan derajat bebas $n_1 + n_2 - 2$.

Dari data sampel yang diamati kita menghitung sebuah nilai dari statistik uji dan menanyakan diri kita sendiri,"Apakah nilai ini sangat ekstrim (sangat besar atau sangat kecil) untuk diamati ketika Ho benar?" Dengan kata lain, kita ingin mengetahui apakah besarnya nilai yang dihitung pada statistik uji cukup ekstrim untuk menyebabkan kita menolak hipotesis nol. Sebelum memeriksa data sampel, banyak peneliti memformulasikan aturan keputusan. Aturan mengatakan, efeknya, mereka akan menolak Ho jika peluang memperoleh nilai statistik uji yang diberikan atau yang lebih ekstrim besarnya—ketika Ho benar—adalah sama dengan atau lebih kecil dari suatu nilai kecil α. Kebanyakan penulis buku-buku statistik dasar menyebut α sebagai *tingkat signifikansi*. Lainnya menyebut α *ukuran tes*; misalnya, Mood, Graybill, dan Boes (5) menggunakan istilah ini. Ketika orang-orang menggunakan pendekatan aturan keputusan, mereka biasanya memilih α sebesar 0,05 atau 0,01, atau kadang-kadang 0,10.

Nilai kritik statistik uji adalah nilai yang sangat ekstrim yang peluang mendapatkannya atau sebuah nilai yang lebih ekstrim, ketika Ho benar, adalah sama dengan α. Jika tidak, kemudian, kita dapat menyatakan aturan keputusan dengan istilah nilai kritik. Pada uji satu-sisi, misalnya, aturan keputusan menginstruksikan kita untuk menolak Ho jika nilai yang dihitung dari statistik uji sama ekstrimnya atau lebih ekstrim (lebih besar atau lebih kecil tergantung pada arah dari hipotesis alternatif) daripada nilai kritik. Pada uji dua-sisi terdapat dua nilai kritik. Kita menolak Ho jika nilai yang dihitung dari statistik uji sama ekstrimnya atau lebih ekstrim daripada nilai kritik yang ditentukan. Salah satu dari nilai-nilai kritik dipilih dengan cara sedemikian rupa sehingga jika hipotesis nol bernilai benar, sebuah nilai (dihitung dari data sampel) statistik uji yang sama besarnya atau lebih besar daripada nilai kritik yang dipilih akan dianggap tidak biasa.

GAMBAR 1.1

Nilai kritis (1.645) dan nilai hitung (1.86) dari statistik uji z untuk uji hipotesis satu-sisi



nilai kritis dipilih sedemikian rupa sehingga, dalam konteks yang sama, nilai yang dihitung dari uji statistik sama kecilnya atau lebih kecil dari nilai kritis ini dipilih juga akan dianggap tidak biasa.

Mari kita mengilustrasikan penggunaan aturan keputusan untuk pengujian hipotesis. Misalkan kita ingin menguji hipotesis nol dan alternatifnya adalah

$$Ho{:}\mu 1 \leq \mu 2,\ \ H1{:}\ \mu 1 > \mu 2$$

Misalkan juga bahwa tingkat signifikansi adalah $\alpha = 0.05$, uji statistik memiliki distribusi normal standar, dan nilai yang dihitung dari z adalah 1,86. Ketika kita lihat Tabel A.2, kita melihat bahwa nilai kritis dari statistik uji untuk $\alpha = 0{,}05$ dan uji satu sisi adalah 1,645. Gambar 1.1 menunjukkan distribusi z, nilai kritis, dan nilai dihitungnya. Karena 1.86 lebih besar dari 1,645, kita menolak H0.

P Values Cara lain untuk memutuskan apakah data sampel meragukan hipotesis nol adalah untuk menentukan probabilitas pengamatan, ketika H0 benar, nilai statistik uji setidaknya ekstrim (dalam arah yang tepat) sebagai nilai yang sebenarnya diamati . Probabilitas ini disebut dengan berbagai nama: tingkat kritis, tingkat deskriptif signifikansi, nilai prob, dan probabilitas terkait. Kita seharusnya menggunakan P Values untuk merujuk pada kemungkinan ini. Dengan demikian, kita mengikuti praktek dari Gibbons dan Pratt (6) dalam artikel mereka pada interpretasi dan metodologi nilai P. Hodges dan Lehmann (7, halaman 317) menyatakan bahwa kita berpikir tentang P Values (yang mereka sebut probabilitas signifikansi) "seperti yang telah dicontohkan, di sejumlah nyaman tunggal, ukuran tingkat kejutan yang percobaan harus menyebabkan orang percaya dari hipotesis nol. "

Kebanyakan penulis di P laporan literatur ilmiah dalam hal nilai-nilai seperti p> 0,05, p <0.01,0.01 <p <0,05, atau p = 0,0618, di mana p adalah P value. Dengan demikian P Value dapat dilaporkan sebagai nilai yang pasti atau sebagai interval, tergantung pada sifat dari tabel yang terdapat pada distribusi uji statistik. Banyak tabel statistik telah dibangun (atau ringkasan untuk dimasukkan dalam statistik buku teks) sedemikian rupa bahwa mereka lebih nyaman bagi peneliti yang menggunakan aturan keputusan dan sebelum memilih nilai dari α. Untuk menggunakan tabel tersebut untuk menentukan P Value dari tes, investigator biasanya harus puas dengan interval daripada nilai yang pasti, dalam contoh berikut kita dapat menemukan P Value yang tepat.

Contoh 1.1

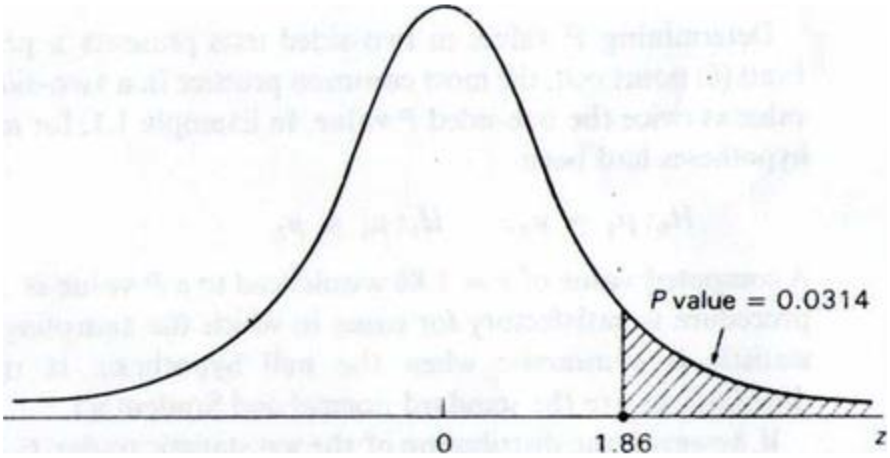
Misalkan hipotesis nol dan alternatif

$$Ho{:}\mu 1 \leq \mu 2,\ \ H1{:}\ \mu 1 > \mu 2$$

Misalkan lebih lanjut bahwa uji statistik yang sesuai adalah z dan bahwa nilai yang dihitung adalah z = 1,86. Kita lihat Tabel A.2 dan melihat bahwa daerah di sebelah kanan z - l.86 adalah,5-,4686 = 0,0314. Artinya, kemungkinan mengamati nilai z sebagai besar atau lebih besar dari 1,86, ketika H0 benar, adalah 0,0314. Oleh karena itu nilai P adalah 0,0314. Gambar 1.2 menggambarkan situasi ini

GAMBAR 1.2

Nilai yang dihitung (1,86) dari statistik uji z dan P Value yang sesuai untuk uji hipotesis satu sisi



Sekarang perhatikan contoh di mana kita harus melaporkan P Value sebagai selang karena meja yang tersedia terbatas.

Contoh 1.2

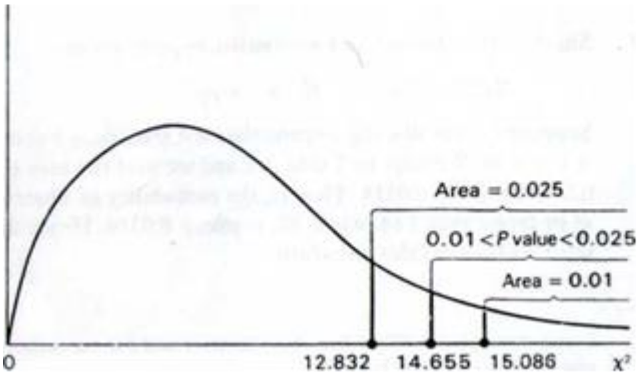
Misalkan dalam percobaan kami uji statistik mengikuti distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas = 5, dan bahwa nilai yang dihitung dari statistik uji adalah 14,665. Untuk nilai yang cukup besar uji statistik, kita akan menolak H0. Ketika kita memasuki Tabel A. 11 dengan lima derajat kebebasan, kita menemukan bahwa 14,665 adalah antara $\chi_{0.975}$ = 12,832 dan $\chi 0.99$ = 15,086. Kami melaporkan P Value, kemudian, $0.01 < \text{P Value} < 0.025$.

Misalkan data sampel telah menghasilkan nilai statistik uji dari 17,335. Karena lebih besar dari $\chi 0.995 = 16{,}750$ kita bisa melaporkan P Value $< 0{,}005$.

Gambar 1.3 mengilustrasikan contoh ini.

GAMBAR 1.3

Nilai terhitung (14,655) dari chi-square dan uji statistik yang sesuai P Value untuk uji hipotesis



Menentukan P Value dalam uji dua sisi menyajikan masalah. Seperti Gibbons dan Pratt (6) menunjukkan, praktek yang paling umum dalam uji dua sisi adalah untuk melaporkan P Value sebagai dua kali P Value satu sisi. Pada Contoh 1.1, misalnya, menganggap bahwa hipotesis telah

$$Ho{:}\mu 1 = \mu 2,\ \ H1{:}\ \mu 1 \neq \mu 2$$

Sebuah nilai terhitung dari z = 1,86 akan mengakibatkan P Value dari 2 (0,0314) = 0,0628. Prosedur ini memuaskan untuk kasus-kasus di mana distribusi sampling dari uji statistik simetris ketika hipotesis nol benar. Contoh distribusi tersebut adalah standar normal dan Student t.

Namun, jika distribusi uji statistik di bawah H0 asimetris, dua kali lipat P Value satu sisi untuk mendapatkan P Value dua sisi dapat menyebabkan P Value yang lebih besar dari 1, serta absurditas lainnya. Gibbons dan Pratt (6), yang membahas beberapa prosedur opsional dalam kasus dua sisi, mendukung praktek pelaporan P Value satu sisi dan menyatakan arah keberangkatan diamati dari hipotesis nol. Misalkan kita mengikuti rencana ini ketika, misalnya, hipotesisnya

$$Ho{:}\mu\ 1 = \mu 2,\ \ H1{:}\ \mu 1 \neq \mu 2$$

dan uji statistik yang sesuai adalah *z*. Jika nilai yang terhitung dari *z* adalah 1.86, kita dapat meringkas hasilnya dalam hal P Value dalam salah satu dari cara berikut. (Ada cara lain, juga.)

1. $P\ (z > 1.86|H0) = 0{,}0314$
2. $P\ (z > 1{,}86|\ \mu = \mu) = 0{,}0314$
3. Probabilitas mengamati nilai statistik uji sebesar atau lebih besar dari 1,86 ketika H0 benar adalah sama dengan 0,0314 .

Jika kita menghitung z = - 1.86 dari data sampel (dan menggantikannya untuk 1,86 di 1,2 , dan 3), ketimpangan dalam 1 dan 2 akan dibalik, dan kata-kata "besar" dan "lebih besar" akan digantikan dengan kata-kata "kecil'' dan "kecil" dalam (3), sehingga menunjukkan arah keberangkatan dari H0 .

Untuk nilai yang terhitung dari +1,86 dalam contoh ini, kita bisa menyatakan bahwa "P Value = 0,0314 mendukung nilai yang lebih besar dari μ." Untuk z = -1,86 , kita bisa menyatakan bahwa "P Value = 0,0314 untuk sebuah nilai yang lebih besar dari μ2 . "

Sebuah P Value memberi kita informasi lebih dari pernyataan seperti "perbedaan signifikan pada tingkat 0,05" atau "H0 dapat ditolak pada tingkat 0,01." Ini adalah argumen utama dalam mendukung pelaporan P Value sebagai bagian dari temuan penelitian. Diberikan sebuah P Value, peneliti dapat memilih tingkat signifikansi mereka sendiri, atau tingkat di mana mereka bersedia untuk berhenti percaya bahwa H0 adalah benar dan mulai percaya bahwa H1 adalah benar .

Beberapa penulis membedakan antara pengujian hipotesis dan pengujian signifikansi. Mereka menggunakan "uji hipotesis" ketika mereka mengadopsi aturan keputusan dalam hal sebelum memilih , dan "pengujian signifikansi" ketika mereka melaporkan P Value. Untuk diskusi lebih lanjut dari perbedaan ini, lihat Kempthorne dan Folks (8) dan Lindgren (9).

Karena paparan sebelumnya pembaca mungkin telah mengenal statistik dengan aturan keputusan (*preselected α*) pendekatan untuk pengujian hipotesis daripada pendekatan perhitungan P Value, kedua pendekatan telah digunakan dalam contoh dan latihan dalam pertama bagian dari buku ini. Kemudian praktek pemilihan α dalam mendukung pendekatan P Value dihentikan. Dengan mengikuti kedua pendekatan, pemahaman yang lebih baik dari P Values (yang mungkin menjadi konsep baru bagi pembaca) dan pemahaman yang lebih baik tentang hubungan antara kedua pendekatan dapat diperoleh. Dalam contoh dan latihan di mana hanya P values yang dihitung, pembaca dapat berlatih memilih di tingkat signifikansi mereka sendiri dalam mengevaluasi hasil.

Bila P Value dilaporkan , itu dapat digunakan sebagai kriteria untuk menolak atau gagal menolak hipotesis nol oleh orang dengan ide-ide yang berbeda mengenai tingkat signifikansi di mana tindakan itu harus diambil. Jika P Value sama dengan hipotesis nol tidak ditolak. Jika, misalnya , nilai P untuk tes yang diberikan adalah 0,03, seorang peneliti yang telah memilih tingkat signifikansi 0,05 akan menolak H0, tapi seorang peneliti yang telah memilih tingkat signifikansi 0,01 tidak akan menolak H0 .

Pembaca dapat menemukan komentar dari Bahn (10) dan Daniel (11) pada topik P Value yang menarik.

SIGNIFIKANSI STATISTIK VERSUS SIGNIFIKANSI PRAKTIS

Selain signifikansi statistik, konsep penting lain yang muncul ketika kita mencoba untuk mengevaluasi hasil penelitian - praktis atau signifikansi substantif. Sayangnya, signifikansi statistik sering digunakan dengan cara menyiratkan signifikansi praktis sebagai gantinya. Ketika analisis statistik hasil penelitian mengungkap hasil yang signifikan secara statistik, tidak menganggap bahwa penemuan perlu memiliki signifikansi praktis. Misalkan kita tertarik untuk mengetahui apakah dua mean populasi adalah sama . Sampel yang cukup besar akan mengungkapkan perbedaan, tidak peduli seberapa kecil, tapi mungkin bahwa hanya perbedaan yang cukup besar adalah dari setiap nilai praktis . Demikian juga, sampel kecil mungkin gagal untuk mendeteksi perbedaan populasi (atau hubungan) yang memiliki signifikansi praktis .

Karena konsep signifikansi statistik dan signifikansi praktis yang berbeda, hati-hati dalam menerapkan istilah. Ketika berbicara tentang signifikansi statistik, kata "signifikan" merujuk pada hasil sampel. Jadi, misalnya, kita bisa mengatakan bahwa "ada perbedaan yang signifikan antara rata-rata sampel," yang berarti bahwa perbedaan yang diamati menyebabkan P Value cukup kecil untuk menyebabkan kita menolak hipotesis nol tidak ada perbedaan dalam rata-rata populasi. Hindari ungkapan seperti "mean populasi berbeda secara signifikan," karena, jika yang kita maksud signifikansi statistik, maka terminologi tersebut tidak benar, dan jika yang kita maksud signifikansi praktis, kita harus menggunakan kata selain "signifikan" untuk menghindari kebingungan. Dengan segala cara, menghindari ungkapan-ungkapan seperti "hipotesis alternatif adalah bahwa kedua mean populasi berbeda secara signifikan," karena uji statistik hipotesis tidak selalu menentukan apa yang dimaksud signifikansi praktis. Hanya orang yang berpengetahuan lebih di bidang penyidikan memenuhi syarat untuk memutuskan bahwa .

Kebingungan seputar konsep signifikansi statistik dan signifikansi praktis telah dibahas oleh Bakan (12) , Brewer (13) , Cohen (14) , Daniel (15) , Duggan dan Dean (16) , Gold (17) , Kish (18) , dan McGinnis (19) .

KEKUATAN TES HIPOTESIS

Kekuatan uji hipotesis adalah probabilitas menolak hipotesis nol ketika hipotesis nol salah . Kekuatan dapat didefinisikan juga sebagai 1 - β, dimana β adalah probabilitas menerima hipotesis nol salah. Ingat bahwa menerima hipotesis nol salah disebut sebagai kesalahan tipe II, dan bahwa menolak hipotesis nol yang benar adalah kesalahan tipe I. Probabilitas kesalahan tipe I, biasanya dilambangkan α. Kekuatan tinggi selalu merupakan karakteristik yang diinginkan dari tes.

Sayangnya, perkiraan kekuatan tes biasanya bukan pekerjaan yang mudah. Perhitungan yang diperlukan mengharuskan kita untuk memiliki pengetahuan tentang distribusi probabilitas dari statistik uji mengingat bahwa hipotesis alternatif adalah benar. Ketika hipotesis alternatif adalah komposit, biasanya diinginkan untuk menghitung lebih dari satu nilai kekuatan (satu untuk masing-masing beberapa hipotesis alternatif yang terdefinisi dengan baik), sehingga menambah beban penghitungan.

Secara umum, kita dapat meningkatkan kekuatan tes melalui manipulasi berbagai komponen prosedur pengujian hipotesis.

Meningkatkan Daya dengan Meningkatkan Ukuran Sampel

Hal ini selalu mungkin untuk meningkatkan kekuatan tes dengan mengambil sampel yang lebih besar. Jika harga sebuah pengukuran tinggi, meningkatkan daya dengan meningkatkan ukuran sampel mungkin merupakan prosedur yang mahal untuk dilakukan - kadang menjadi penghalang.

Meningkatkan Daya dengan Meningkatkan Tingkat Signifikansi

Jika kita bersedia untuk meningkatkan probabilitas menolak hipotesis nol benar, Kita dapat meningkatkan kekuatan tes. Dengan kata lain, ketika semua kondisi lain tidak berubah dan hipotesis nol adalah salah, kami akan melakukan tes lebih kuat jika $\alpha = 0{,}10$ daripada jika $\alpha = 0{,}05$. Demikian pula, pilihan $\alpha = 0{,}05$ akan menghasilkan tes yang lebih kuat daripada akan pilihan $\alpha = 0{,}01$.

Peningkatan Daya Sebagai Akibat dari Ukuran Effect yang Terdeteksi

Ukuran efek untuk dideteksi oleh uji hipotesis tidak dapat dimanipulasi oleh penyidik. Ketika semua kondisi lain adalah sama, bagaimanapun, tes akan lebih kuat, jika semakin besar perbedaan antara kondisi yang dinyatakan dalam hipotesis nol dan kondisi sebenarnya pada populasi sampel. Anggaplah, misalnya, bahwa kita ingin menguji H0 : $\mu = 100$. Misalkan lebih lanjut bahwa H0 adalah salah. Jika semua kondisi lain adalah sama, kita akan memiliki tes yang lebih kuat jika H0 adalah salah karena rata-rata populasi yang sebenarnya, μ, 150 daripada jika H0 adalah palsu karena $\mu = 101$, yaitu, pengujian kami akan jauh lebih mungkin untuk mendeteksi perbedaan 50 daripada perbedaan 1. Ketika asumsi yang disyaratkan. banyak tes parametrik klasik yang paling kuat untuk pengujian. Gibbons (20) menunjukkan. Namun, ada banyak kasus, terutama bila sampel kecil, di mana tes nonparametrik hampir sama kuat dengan asumsi standar seperti analog parametrik mereka. Untuk sebagian besar tes dibahas dalam bab-bab, komentar akan dilakukan pada apa yang kita tahu tentang kekuatan mereka .

EFISIENSI TES HIPOTESIS

Kriteria lain untuk mengevaluasi kinerja tes adalah efisiensi. Yang paling sering ditemui indeks efisiensi untuk tes nonparametrik adalah *asymptotic relative efficiency* (biasanya disingkat ARE). Karena konsep asymptotic relative efficiency adalah disebabkan Pitman (21), sering disebut sebagai efisiensi Pitman. Efisiensi tinggi adalah properti yang diinginkan dari pengujian.

Dalam banyak situasi praktis ARE dari tes adalah pendekatan yang baik dari efisiensi relatif. Efisiensi relatif tes A untuk menguji B (untuk hal yang sama H0, Hl, α, dan β) adalah rasio n_B / n_A dimana n_A dan n_B adalah ukuran sampel, masing-masing, tes A dan B. Secara umum, asymptotic relative efficiency dari tes adalah nilai membatasi efisiensi relatif sebagai ukuran sampel, n. meningkat tanpa batas . Jika n_A lebih kecil dari n_B, efisiensi uji A relatif terhadap uji B lebih besar dari kesatuan, dan kita mengatakan bahwa tes A lebih efisien daripada tes B. Kami lebih memilih tes yang membutuhkan ukuran sampel yang lebih kecil di bawah kondisi yang sama, karena sampel kecil umumnya mengurangi pengeluaran uang, waktu, dan sumber daya lainnya . Ketika hipotesis alternatif adalah komposit, dengan menghasilkan nilai yang mungkin berbeda dari β, kita mungkin ingin untuk menghitung efisiensi relatif dari tes untuk beberapa nilai-nilai ini .

BACAAN LEBIH LANJUT

Dalam bab-bab selanjutnya, komentar yang dibuat pada efisiensi sebagian besar dibahas dalam pengujian. Pembaca yang tertarik pada rincian matematika dari ARE, dapat merujuk pada artikel oleh Noether (22) dan Stuart (23,24) dan buku-buku oleh Lehmann (25), Fraser (26) , Randles dan Wolfe (27), dan Pratt dan Gibbons (28) . Untuk definisi lain dari efisiensi relatif, lihat Blyth (29). Artikel oleh Smith (30) juga mungkin menarik.

Literatur tentang berbagai aspek inferensia statistik itu luas. Berikut ini mungkin nilai atau kepentingan. Wilson dan Miller (31) membahas "*inconclusiveness of accepting the null hypotheses.*" Edwards (32) membahas hubungan antara hipotesis ilmiah dan statistik. Feinberg (33) dan Rodger (34 , 35) menulis tentang kesalahan tipe 1 dan tipe II. Edgington (36) membahas sampel nonrandom dalam inferensi statistik, dan Ungerleider dan Smith (37) mengomentari penyalahgunaan statistik .

Sebuah artikel oleh Brewer dan Knowles (38) berisi pembahasan dasar kekuasaan. Komentar tambahan pada signifikansi statistik muncul dalam artikel oleh Ahrens (39), Barnard (40), Chandler (41), Labovitz (42), Lykken (43), Krause (44), Morrison dan Henkel (45), O'Brien dan Shapiro (46), Rozeboom (47), Selvin (48), Skipper (49), Batu (50), Winch dan Campbell (51), Zeisel (52), dan dalam sebuah editorial di New England Journal of Medicine (53). Bross (54), Godambe dan Sinta (55), Kiefer (56), dan Lurie (57) berurusan dengan pertimbangan umum dalam inferensi statistik .

1.3

ESTIMASI

Dalam banyak kasus peneliti mungkin ingin untuk mencapai keputusan mengenai nilai numerik dari parameter populasi bukan (atau di samping) mengetahui apakah mereka dapat menolak hipotesis nol yang sama untuk beberapa nilai tertentu. Untuk mencapai keputusan mengenai besaran parameter-parameter populasi berdasarkan data sampel, kita menggunakan proses estimasi .

Ada dua jenis estimasi : estimasi titik dan estimasi selang. Dalam estimasi titik kita menghitung nilai tunggal - disebut perkiraan - dari data sampel dan menawarkan jika sebagai calon untuk parameter yang ingin kita untuk memperkirakan. Sebagai contoh, jika kita ingin memperkirakan mean beberapa populasi, kita biasanya mengambil sampel dari populasi, menghitung rata-rata sampel, dan menggunakannya sebagai estimasi rata-rata populasi .

Dalam kebanyakan kasus, estimasi interval lebih diinginkan dan lebih berguna. Estimasi Interval terdiri dari dua nilai yang mungkin dari parameter yang diperkirakan – batas bawah dan batas atas. Kedua nilai menentukan interval yang memungkinkan kita untuk mengekspresikan tingkat kepercayaan bahwa interval berisi parameter estimasi. Estimasi Interval, oleh karena itu, sering disebut selang kepercayaan.

Kami mengungkapkan tingkat kepercayaan kami dalam interval kepercayaan dengan menggunakan koefisien kepercayaan, yang bisa berupa angka antara 0 dan 1 atau persentase. Jika koefisien kepercayaan adalah 0,95 atau 95 %, misalnya, kita mengatakan bahwa 95 % yakin bahwa interval berisi parameter yang kita perkirakan.

Metode yang biasa membangun interval kepercayaan memperbolehkan kita untuk menafsirkannya dalam dua cara. Interpretasi probabilistik didasarkan pada fakta bahwa dalam pengambilan sampel berulang. 100 (1 - α)% dari interval dibangun dengan cara yang sama (dan dengan ukuran sampel yang sama) berisi parameter yang ditaksir . Interpretasi ini berlaku untuk semua selang kepercayaan bahwa kita dapat membangun. Dalam prakteknya kita hanya membangun interval tunggal, dan itu adalah untuk selang satu ini yang kita terapkan interpretasi lain, interpretasi praktis. Dalam mengekspresikan interpretasi praktis, kita katakan kita adalah 100 (1-α)% yakin bahwa interval tunggal dibangun akan memuat parameter yang kita perkirakan. Dalam kedua interpretasi 100(1-α)% adalah koefisien kepercayaan .

Kita dapat mengekspresikan interval kepercayaan untuk parameter θ dalam hal probabilistik sebagai

$$P(L_0 < \theta < U_0) = 1 - \alpha \qquad (1.1)$$

di mana L0 dan U0 adalah variabel acak yang memuaskan pernyataan probabilitas. Persamaan l.1 adalah pernyataan probabilitas. Ini adalah pernyataan dari probabilitas bahwa salah satu dari semua interval yang mungkin dibangun sebagai hanya dijelaskan akan berisi parameter yang tidak diketahui θ. Setelah nilai-nilai L0 dan U0 ditentukan, misalkan L dan U, formula 1.1 tidak lagi menjadi variabel kemungkinan, melainkan interval tetap, yaitu, adalah interval tunggal dibangun dalam aplikasi praktis. Interval dengan L_0 dan U_0 ditentukan baik berisi parameter yang tidak diketahui atau tidak. Jika kita telah membangun interval dengan koefisien kepercayaan yang tinggi, namun, kami memiliki keyakinan tinggi bahwa interval pada kenyataannya, berisi parameter yang kita perkirakan. Kita dapat mengekspresikan interval tunggal sebagai

$$C\,(L < \theta < U) = 100(1 - \alpha)\% \qquad (1.2)$$

dimana C berada pada keyakinan dan menunjukkan bahwa pernyataan tersebut adalah pernyataan kepercayaan daripada pernyataan probabilitas, dan intervalnya disebut interval kepercayaan. Anggaplah, misalnya, bahwa kita ingin memperkirakan populasi rata-rata μ dengan koefisien kepercayaan 0,95. Dari hasil sampel, misalkan kita dapat menghitung L0 = 60 dan U0 = 80. Kita sekarang mungkin menulis

$$C(60 < \mu < 80\,) = 95\ \%$$

Kita membaca ungkapan ini sebagai "Kami 95 % yakin bahwa rata-rata populasi yang tidak diketahui μ adalah berada di antara 60 dan 80."

Karena Anda mungkin menduga, estimasi interval dan pengujian hipotesis terkait. Pertimbangkan hipotesis

$$H0 : \theta = \theta0. \quad H1 : \theta \neq \theta0.$$

dimana tingkat signifikansi adalah α. Kemungkinan nilai dari parameter θ terkandung dalam 100 (1 - α)% *confidence interval* L < θ < U adalah nilai-nilai yang kompatibel dengan hipotesis nol. Kemungkinan nilai dari θ di luar interval tidak kompatibel dengan hipotesis nol. Oleh karena itu kita dapat menguji H0 dengan menggunakan interval kepercayaan. Jika 100(1 - α)% confidence interval tidak mengandung nilai hipotesis parameter θ0, kita menolak H0 pada tingkat signifikansi α. Jika θ0 berada dalam interval, kami tidak menolak H0 (pada tingkat signifikansi). Natrella (58) membahas hubungan antara interval kepercayaan dan uji signifikansi. Yang menarik juga adalah bab tentang pengujian hipotesis dan interval kepercayaan dalam sebuah buku bacaan oleh Kirk (59).

1.4

SKALA PENGUKURAN

Sebuah tujuan statistik nonparametrik adalah untuk menyediakan prosedur dimana kita dapat membuat kesimpulan statistik berdasarkan data yang tidak sesuai dengan asumsi biasa normalitas dan asumsi lain yang memvalidasi penggunaan statistik parametrik. Salah satu masalah yang mengirim kita mencari teknik nonparametrik ketika kita mencoba menerapkan teknik parametrik harus dilakukan dengan cara di mana variabel yang dipertimbangkan diukur . Seorang peneliti menganalisis data numerik yang bersangkutan dengan sifat skala yang digunakan untuk melakukan pengukuran. Banyak peneliti mengikuti pandangan tentang skala pengukuran seperti yang diartikulasikan oleh Stevens (60, 61, 62). Stevens (60) mendefinisikan pengukuran sebagai penugasan dari angka ke objek atau kejadian menurut aturan, dan menunjukkan bahwa aturan yang berbeda menyebabkan berbagai jenis skala dan berbagai jenis pengukuran. Stevens mendefinisikan empat jenis skala pengukuran : nominal , ordinal , interval, dan rasio

.

Skala Nominal

Skala nominal adalah yang paling lemah dari empat skala pengukuran. Seperti namanya, skala nominal membedakan satu objek atau peristiwa dari yang lain atas dasar nama. Dengan demikian kita dapat mengklasifikasikan (nama) item yang datang dari jalur perakitan sebagai cacat atau tidak rusak. Seorang bayi yang baru lahir adalah laki-laki atau perempuan. Pasien di rumah sakit jiwa mungkin menderita skizofrenia, *manic-depressive*, sakit jiwa, dan sebagainya.

Sering kita menggunakan angka dengan sewenang-wenang, bukan nama dalam arti biasa, untuk membedakan antara objek-objek atau peristiwa berdasarkan beberapa karakteristik. Sebagai contoh, kita dapat menggunakan nomor 1 untuk menunjuk item yang rusak datang dari jalur perakitan dan 0 untuk menunjuk item tidak rusak. Biasanya kita menggunakan skala nominal ketika kita tertarik pada jumlah benda yang jatuh ke masing-masing dari berbagai kategori nominal . Sebagai contoh, kita mungkin ingin tahu berapa banyak pasien di rumah sakit jiwa yang didiagnosis sebagai skizofrenia, seperti *manic-depressive*, sebagai sakit jiwa, dan sebagainya. Data jenis ini sering disebut sebagai jumlah data, frekuensi data, atau data kategorikal.

Skala Ordinal

Skala pengukuran yang lebih tepat atau canggih adalah skala ordinal. Kami membedakan benda atau peristiwa diukur pada skala ordinal dari satu sama lain atas dasar jumlah relatif beberapa karakteristik yang mereka miliki .

Pengukuran ordinal memungkinkan objek yang akan peringkat. Penjual, misalnya, dapat peringkat dari "termiskin'' untuk "terbaik" berdasarkan kepribadian mereka. Para kontestan kecantikan mendapat peringkat dari paling kurang cantik sampai yang paling cantik. Penyakit terdapat peringkat dari tidak parah sampai paling parah. Jika kita ingin merangking n obyek atas dasar beberapa sifat, kita dapat menetapkan nomor 1 ke objek yang memiliki paling sedikit dari sifat itu, nomor 2 ke objek mengandung jumlah terkecil berikutnya, dan seterusnya sampai ke n objek dengan jumlah terbesar dari sifat di bawah pertimbangan. Misalnya, kontestan dalam sebuah trek bertemu dapat dirangking 1,2,3,... sesuai dengan urutan di mana mereka melewati garis finish. Data jenis ini sering disebut sebagai rank data.

Perbedaan antar peringkat tidak selalu sama. Misalnya, tiga mahasiswa yang mengambil ujian dapat peringkat pertama, kedua, dan ketiga atas dasar urutan mereka dalam menyelesaikan pemeriksaan. Ini tidak berarti, bagaimanapun, bahwa waktu *elapsing* antara selesainya pemeriksaan oleh nomor 1 dan dengan nomor 2 adalah sama dengan bahwa antara nomor 2 dan nomor 3. Mahasiswa menyelesaikan pertama mungkin, misalnya, selesai lima menit sebelum siswa kedua, yang, pada gilirannya, dapat menyelesaikan delapan menit sebelum ketiga. Jika kita hanya memiliki jajaran tersedia untuk analisis, kita tidak tahu besaran perbedaan antara pengukuran yang peringkat.

Skala Interval

Ketika benda atau peristiwa dapat dibedakan satu dari yang lain dan peringkat, dan ketika perbedaan antara pengukuran juga memiliki arti (yaitu, ketika ada unit pengukuran tetap), skala pengukuran interval berlaku. Skala Interval benar memiliki titik nol, tapi itu adalah tidak sebenarnya. Sebuah contoh akrab pengukuran interval pengukuran temperatur dalam derajat Fahrenheit atau derajat Celcius. Titik nol pada Fahrenheit dan Celsius termometer tidak menunjukkan tidak adanya suhu, sifat yang sedang diukur.

Anggaplah, misalnya, bahwa empat benda A, B, C, dan D adalah nilai dari 20, 30, 60, dan 70, masing-masing diukur dengan skala interval. Karena kita menggunakan skala interval, kita dapat mengatakan bahwa perbedaan antara 20 dan 30 adalah sama dengan perbedaan antara 60 dan 70, yaitu jarak yang sama antara anggota dari masing-masing dua pasang skor yang menunjukkan perbedaan yang sama dalam jumlah sifat yang diukur. Pada skala interval, bagaimanapun, tidak mengizinkan kita untuk berbicara makna sepenuhnya tentang rasio dari dua nilai. Dalam contoh kita, kita tidak bisa mengatakan bahwa skor 60 untuk C dan skor 30 untuk B berarti bahwa C memiliki sebanyak dua kali skor dari B.

Skala Rasio

Ketika pengukuran memiliki properti dari tiga skala pertama dan properti tambahan yang rasio mereka memiliki arti, maka skala pengukurannya adalah skala rasio. Sebuah properti dari skala rasio adalah nol yang sebenarnya, menunjukkan tidak adanya lengkap sifat yang diukur. Pengukuran dari tinggi dan berat badan adalah contoh dari pengukuran pada skala rasio. Kita dapat mengatakan bahwa orang yang memiliki berat badan 180 pon, 60 pon lebih berat dari orang yang memiliki berat 120 pon (seperti yang kita dapat dengan skala interval). Dengan skala rasio, kita juga dapat mengatakan bahwa orang yang beratnya 180 pon, beratnya dua kali lebih banyak dibandingkan dengan orang yang memiliki berat 90 pon. Skala Rasio merupakan tingkat tertinggi pengukuran.

BACAAN LEBIH LANJUT

Stevens menyatakan bahwa prosedur statistik yang sesuai untuk digunakan dengan data empiris tergantung pada skala pengukuran diwakili oleh pengamatan. Banyak ahli statistik berlatih dan peneliti mengikuti filosofi ini ketika mereka melakukan analisis statistik. Beberapa, bagaimanapun juga, mengambil masalah dengan Stevens, khususnya , mereka tidak setuju dengan anggapan bahwa tingkat pengukuran menentukan sifat operasi statistik yang diperbolehkan. Di antara mereka yang memegang pandangan yang bertentangan adalah Anderson (63), Boneau (64), Brown (65), Gaito (66,67), Lord (68), Mitchell (69), dan Townsend dan Ashby (70), Khurshid (71) telah menyiapkan bibliografi pada skala pengukuran. Artikel lain yang menarik termasuk yang oleh Baker et al. (72), Campbell (73), dan Gardner (74).

1.5

STATISTIK NONPARAMETRIK

Pengantar khas dalam statistik adalah meneliti prosedur statistik parametrik. Ingat bahwa prosedur ini meliputi tes berdasarkan distribusi t Student, analisis varians, analisis korelasi, dan analisis regresi. Karakteristik dari prosedur ini adalah kenyataan bahwa kesesuaian penggunaannya untuk tujuan inferensi tergantung pada asumsi-asumsi tertentu. Prosedur inferensial dalam analisis varians, misalnya, menganggap bahwa sampel telah diambil dari populasi yang terdistribusi normal dengan varians yang sama.

Karena populasi tidak selalu memenuhi asumsi yang mendasari tes parametrik, kita sering memerlukan prosedur inferensial yang validitasnya tidak tergantung pada asumsi-asumsi yang kaku. Prosedur statistik nonparametrik memenuhi kebutuhan ini dalam banyak kasus, karena mereka berlaku dengan asumsi yang sangat umum. Seperti yang akan kita bahas lebih lengkap nanti, prosedur nonparametrik juga memenuhi kebutuhan lain dari peneliti.

Dengan konvensi, dua jenis prosedur statistik utama diperlakukan sebagai nonparametrik : (1) prosedur yang benar-benar nonparametrik dan (2) prosedur distribusi bebas. Sebenarnya, prosedur nonparametrik benar tidak peduli dengan parameter populasi. Misalnya, dalam buku ini kita akan membahas tes goodness of fit dan tes untuk keacakan dimana kita pusatkan dengan beberapa karakteristik lain daripada nilai parameter populasi. Sebagai istilah yang menunjukkan, validitas prosedur distribusi bebas tidak tergantung pada bentuk fungsional dari populasi darimana sampel telah ditarik. Ini adalah hal biasa, terutama di kalangan penulis Amerika, untuk merujuk pada kedua jenis prosedur sebagai nonparametrik Kendall dan Sundrum (75) mendiskusikan perbedaan antara istilah nonparametrik dan distribusi bebas .

SEJARAH

Penggunaan pertama kali dari apa yang sekarang kita sebut prosedur statistik nonparametrik tampaknya telah dilakukan pada tahun 1710 oleh John Arbuthnot (76). Penggunaan prosedur seperti itu jarang muncul sampai tahun 1940-an. Kata nonparametrik muncul untuk pertama kalinya pada tahun 1942 dalam sebuah makalah oleh Wolfowitz (77). Sejak saat itu, pertumbuhan kepentingan baik dalam teori dan penerapan statistik nonparametrik telah cepat. Statistik nonparametrik saat ini merupakan salah satu cabang yang paling penting dari statistik. Teknik-teknik yang termasuk dalam kategori ini dari statistik yang digunakan di sebagian besar, jika tidak semua, dari ilmu fisika, biologi, dan sosial. Sebuah buku yang diedit oleh Papatoni-Kazakos dan Kazakos (78) dikhususkan untuk penggunaan metode nonparametrik dalam komunikasi. Brown dan Hayden (79) membahas aplikasi klinis dari metode nonparametrik. Keunggulan mereka dalam analisis data kualitas air dibahas oleh Helsel (80). Jenkins et al (81) menyimpulkan, berdasarkan artikel yang dipublikasikan dalam jurnal psikologi tunggal, bahwa prosedur nonparametrik belum digunakan sebanyak prosedur parametrik, Buckalew (82) berpendapat bahwa teknik nonparametrik layak mendapatkan pengakuan yang lebih besar dan digunakan dalam psikologi .

Keuntungan Statistik Nonparametrik

Berikut ini adalah beberapa keuntungan prosedur statistik nonparametrik :

1. Karena prosedur nonparametrik yang paling tergantung pada minimal sebagai asumsi, kesempatan mereka yang tidak layak kecil.
2. Untuk beberapa prosedur nonparametrik, perhitungan dapat dengan cepat dan mudah dilakukan, terutama jika perhitungan dilakukan dengan tangan. Dengan demikian penggunaan mereka akan menghemat waktu perhitungan. Ini bisa menjadi pertimbangan penting jika hasil yang diperlukan dalam waktu cepat atau jika perangkat perhitungan bertenaga tinggi tidak tersedia.
3. Peneliti dengan persiapan minimum dalam matematika dan statistik biasanya menemukan konsep dan metode prosedur nonparametrik yang mudah dimengerti.
4. Prosedur nonparametrik bisa diterapkan ketika data diukur pada skala pengukuran yang lemah, seperti ketika hanya menghitung data atau rank data yang tersedia untuk analisis.

Kerugian dari Prosedur Statistik Nonparametrik

Prosedur Nonparametrik bagaimanapun juga, bukan tanpa kelemahan. Berikut ini adalah beberapa kelemahan yang lebih penting .

1. Karena perhitungan yang diperlukan untuk prosedur nonparametrik yang paling sederhana dan cepat, prosedur ini kadang-kadang digunakan ketika prosedur parametrik yang lebih tepat. Praktek semacam ini sering membuang informasi.
2. Meskipun prosedur nonparametrik memiliki reputasi hanya membutuhkan perhitungan yang sederhana, aritmatika dalam banyak hal membosankan.

Khususnya ketika sampel besar dan komputer tidak berguna.

Kapan menggunakan prosedur nonparametrik

Berikut ini merupakan beberapa situasi dimana penggunaan prosedur nonparametrik dianggap lebih tepat.

1. Hipotesis yang hendak diuji tidak melibatkan parameter populasi
2. Data diukur menggunakan skala yang lebih rendah daripada skala yang diperlukan untuk menggunakan prosedur parametrik yang seharusnya dapat digunakan. Contohnya data mungkin terdiri dari data nominal atau data ordinal sehingga menghalangi penggunaan beberapa prosedur parametrik lainnya yang sesuai
3. Asumsi yang diperlukan untuk penggunaan prosedur parametrik yang sah tidak terpenuhi. Dalam banyak kasus , rancangan dari proyek penelitian menganjurkan suatu prosedur parametrik tertentu. Pemeriksaan terhadap data bagaimanapun juga bisa menunjukkan bahwa satu atau lebih asumsi yang mendasari pengujian telah terlalu dilanggar. Dalam hal ini prosedur nonparametrik adalah satu-satunya pilihan.
4. Hasil penelitian dibutuhkan dalam waktu cepat, sedangkan komputer tidak siap tersedia, dan penghitungan harus dilakukan secara manual.

Dalam banyak kasus, kita tidak dapat merujuk pada teorema limit pusat, dikarenakan kemiringan dan keruncingan yang besar dari populasi yang akan kita ambil sebagai sampel.

BACAAN LEBIH LANJUT

Literatur untuk statistik non parametrik sangat luas. Pada tahun 1962, bibliografi oleh Savage(83) terdiri dari 3000 entri. Sebuah bibliografi tentang metode distribusi bebas diterbitkan pada tahun 1979 oleh Singer (84) yang berjumlah 53 halaman. Harter (85,86) adalah penulis dari sebuah bibliografi beranotasi tentang order statistik terdiri dari 2 jilid. Jilid I mencakup periode sebelum tahun 1950, yang memuat 942 entri dalam 430 halaman. Jilid II, untuk periode tahun 1950-1959, berisi 750 halaman. Buku tentang statistik nonparametrik yang tidak memerlukan latar belakang matematika yang kuat antara lain Buku karangan Bradley (87), Conover (88), Gibbons (89), Hollander dan Wolfe (90), Leach (91), Lehmann (92), Marascuilo dan Mcsweeney (93), Maxwell (94), Mosteller dan Rourke (95), Noether(96), Pierce(97), Quenouille (98), Runyon (99), Senders (100), Siegel dan Castellan (101), Sprent (102), Tate dan Clelland (103), Wilcoxon dan Wilcox (104), Buku-buku berikut yang lebih membutuhkan matematika termasuk buku-buku karangan David (105), Edgington (106), Fraser(107), Gnedenko et al. (108), Gibbons (20), Hajek (109), Hajek dan Sidak (110), Hettmansperger(111), Kraft dan va n Eeden (112), Manoukian(113), Maritz(114), Noether(115), Pratt dan Gibbons (28), Puri(116), Randles dan Wolfe (117), Sarhan dan Greenberg(118), dan Walsh(119,120,121).

Perkenalan yang lebih singkat dari statistik non parametrik dapat ditemukan dalam artikel-artikel yang ditulis oleh Fisher (122), Fisher dan Noether (123), Pada tahun 1984, isu nomor 3 jilid 9 dari *Journal of Statistical Planning and Inference* diperuntukkan keseluruhannya bagi artikel statistik nonparametrik. Begitu juga, Jilid 4 *dari Handbook of statistics* yang diedit oleh Krishnaiah dan Sen (124), yang hanya berisi tentang artikel-artikel mengenai metode nonparametrik.

Fisher(125) membahas metode grafis dalam statistik nonparametrik, dan Grimm(126) menyebut masalah mengenai penggunaan variabel yang ditransformasikan versus teknik nonparametrik.

Artikel yang ditulis oleh Doksum (127), Noether(128), dan Ruist(129) berisi ulasan sejarah yang bagus tentang statistik nonparametrik. Hettmansperger dan Mckean (130) menyajikan grafik yang berguna untuk mengilustrasikan hubungan antara uji statistik nonparametrik dan prosedur estimasi yang terkait dengannya. Artikel yang ditulis oleh Buchanan (131), Noether (132), dan Scheffe(133) juga termasuk menarik.

1.6

KETERSEDIAAN DAN PENGGUNAAN PROGRAM-PROGRAM KOMPUTER DALAM ANALISIS STATISTIK NONPARAMETRIK

Dalam analisis statistik nonparametrik, seperti analisis statistik secara keseluruhan, komputer adalah alat komputasi yang berharga. Banyak sekali paket-paket perangkat lunak yang tersedia yang dapat digunakan baik pada komputer-komputer *mainframe* maupun Mikrokomputer yang ada dimana-mana. Walaupun ruang yang tersedia tidak mengizinkan untuk menyajikan daftar lengkap, berikut ini merupakan contoh paket-paket sejenis itu yang tersedia pada akhir tahun 1988. BMDP, SAS, SCA, dan SPSS adalah beberapa paket yang menyediakan kemampuan analisis nonparametrik baik untuk komputer mainframe atau komputer mikro. Di antara banyak paket perangkat lunak yang dirancang untuk komputer mikro, *Number Cruncher*, STATA, STATGRAPHICS, dan STATISTIX adalah beberapa paket yang memiliki kemampuan analisis nonparametrik yang signifikan. Woodward (134) telah mengompilasi daftar perangkat lunak statistik untuk komputer mikro. Untuk masing-masing paket yang dibahas, Penulis memberikan informasi mengenai karakteristik seperti konfigurasi yang didukung, jumlah pengguna saat ini, deskripsi program, ulasan dari bibliografi, dokumentasi, gambar-gambar, dan fitur-fitur statistik yang didukung. Daftar tersebut merupakan acuan yang berguna bagi siapapun yang mencari paket dengan kemampuan statistik yang spesifik seperti analisis nonparametrik.

Sejumlah majalah yang diperuntukkan bagi komputasi statistik telah tersedia dan tidak seharusnya diabaikan bagi mereka yang mencari informasi mengenai program komputer untuk prosedur nonparametrik tertentu. Publikasi sejenis itu antara lain termasuk *Computer Science and Statistics : Proceedings of the symposium on the interface; Journal of Statistical Computation and Simulation: COMPSTAT : Proceedings in Computational Statistics : Statistical Software Newsletter; Communication in Statistics, Part B; Data Analysis; Computers and Geoscience; Computers in Biology and Medicine; Computers and Biomedical Research; International Journal of Bio-Medical Computing; Computer Programs in Biomedicine; dan Computers and medicine*. Beberapa organisasi seperti The American Statistical Association dan The SAS Users Group, menerbitkan catatan dari konferensi-konferensi dimana topik mengenai program-program komputer untuk analisis statistik nonparametrik juga tercakup di dalamnya. Daftar isi dari banyak catatan seperti itu diterbitkan secara bulanan dan diakumulasi per tahun dalam publikasi yang disebut *Index to Scientific & Technical Proceedings*. The American Statistician menerbitkan secara berkala informasi mengenai komputasi statistik dengan judul "*New Developments in Statistical Computing*" dan " *Statistical Computing Software Reviews*." Individu-individu yang telah mengkompilasi paket-paket perangkat lunak secara luas untuk statistik nonparametrik termasuk Vegelius (135), Zarnoch [lihat Kennedy (136)], von Collani (137), dan Hannan (138). Informasi tentang ketersediaan paket-paket ini dimasukkan pada referensi.

1.7

CAKUPAN BUKU INI

Titik berat dari buku ini adalah pada aplikasi dari metode statistik nonparametrik. Jika memungkinkan, contoh dan latihannya menggunakan data sebenarnya, utamanya diperoleh dari hasil penelitian yang diterbitkan di berbagai jurnal. Penggunaan keadaan sebenarnya dan data sebenarnya akan, diharapkan, membuat buku ini lebih menarik. Termasuk masalah-masalah dari seluas-luasnya dari variasi sumber yang mungkin untuk menunjukkan penerapan yang luas dari teknik yang dijelaskan. Juga termasuk variasi yang luas dari teknik statistik. Teknik yang dibahas adalah yang kemungkinan besar terbukti berguna untuk para peneliti dan kemungkinan besar muncul di literatur penelitian. Buku ini mencakup tidak hanya pengujian hipotesis tapi juga estimasi intervalnya.

Berikut merupakan ringkasan singkat dari topik-topik yang dicakup pada bab-bab.

Bab 2. Prosedur yang memanfaatkan data dari sebuah sampel tunggal. Bab ini mencakup prosedur-prosedur untuk mengestimasi dan menguji hipotesis tentang nilai parameter ketika kita tertarik pada karakteristik-karakteristik dari populasi tunggal. Juga termasuk Pengujian Kerandoman data dan Pengujian untuk melihat tren data.

Bab 3. Prosedur yang memanfaatkan data dari dua sampel independen. Ketika data yang tersedia terdiri dari sampel-sampel independen masing-masing dari dua populasi, prosedur-prosedur pada bab ini tepat untuk digunakan. Termasuk teknik-teknik estimasi untuk perbedaan antara dua parameter populasi dan pengujian untuk kesamaan dari dari dua parameter penyebaran. Di samping itu, Uji Run, Uji untuk reaksi ekstrim, dan Uji Fisher juga disajikan.

Bab 4. Prosedur yang memanfaatkan data dari dua sampel yang berhubungan. Prosedur-prosedur yang disajikan di sini dapat diterapkan ketika data terdiri dari dua sampel yang berhubungan sedemikian rupa. Observasi mungkin merupakan pengukuran yang diambil dari subjek yang sama sebelum dan setelah beberapa perlakuan diterapkan, atau mungkin merupakan pengukuran yang diambil pada subjek-subjek berbeda yang telah dicocokkan berdasarkan satu atau lebih kriteria. Prosedur untuk mengestimasi interval dan uji yang digunakan ketika datanya berbentuk frekuensi juga dibahas.

Bab 5. Uji Chi-Square untuk kebebasan dan kehomogenan Berikut Uji Chi-Square, mungkin merupakan yang paling luas digunakan untuk seluruh prosedur nonparametrik, dibahas pada bab ini. Dua keadaan tercakup. Pada yang pertama data diambil dari sampel tunggal dari subjek-subjek yang dikalsifikasikan silang berdasarkan dua kriteria, dan tujuannya adalah untuk menentukan apakah kita harus menyimpulkan bahwa kedua kriteria pengklasifikasian berhubungan atau tidak. Pada keadaan lainnya kita mengidentifikasi dua atau lebih populasi terlebih dahulu dan mengambil sampel dari masing-masing nya. Tujuan kita untuk kasus ini adalah untuk menentukan apakah kita harus menyimpulkan bahwa populasi-populasi tersebut tidak homogen mengenai beberapa karakteristik.

Bab 6. Prosedur yang memanfaatkan data dari tiga atau lebih sampel-sampel independen. Bab ini berisi prosedur yang merupakan analog nonparametrik dari analisis varians parametrik satu arah. Bab ini juga membahas prosedur perbandingan kelipatan dan sebuah prosedur yang digunakan ketika urutan besarnya nilai parameter telah dispesifikasi pada hipotesis alternatif.

Bab 7. Prosedur yang memanfaatkan data dari tiga atau lebih sampel-sampel yang berhubungan Bab ini berisi Uji-Uji yang digunakan ketika kita ingin uji nonparametrik sejalan dengan analisis varians untuk rancangan acak Kelompok. Bab ini juga mencakup kasus untuk kelompok yang tidak lengkap dan uji yang digunakan ketika hipotesis alternatif telah diurutkan.

Bab 8. Uji Goodness-of fit Bab ini mencakup Uji goodness-of fit yang paling sering digunakan—Uji Chi-Square dan Uji Kolmogorov-Smirnov. Bab ini juga mencakup prosedur untuk membentuk sebuah selang kepercayaan untuk sebuah fungsi distribusi populasi.

Bab 9. Korelasi Rank dan ukuran asosiasi lainnya Bab ini membahas uji asosiasi yang paling sering digunakan.

Bab 10. Analisis regresi linear sederhana Bab ini menyajikan beberapa prosedur nonparametrik yang dapat digunakan dengan model regresi linear sederhana. Bab ini mencakup uji-uji dan prosedur selang kepercayaan untuk koefisien kemiringan dan intersep parameter. Juga termasuk uji keparalelan dari dua garis regresi dan prosedur selang kepercayaan untuk perbedaan antara dua kemiringan parameter.

1.8

FORMAT DAN ORGANISASI

Untuk menyajikan prosedur-prosedur statistik ini, sebuah format dirancang untuk memfasilitasi penggunaan buku yang telah diadopsi. Masing-masing prosedur pengujian hipotesis di bagi menjadi empat komponen: (1) asumsi-asumsi, (2) Hipotesis (3) Pengujian statistik, dan (4) Aturan Keputusan.

Demikian untuk tes yang diberikan, pembaca dapat dengan cepat menentukan asumsi-asumsi yang mendasari tes tersebut, Hipotesis-hipotesis yang sesuai, Bagaimana menghitung uji statistiknya, dan bagaimana menentukan apakah menolak hipotesis nol atau tidak. Pertama topik-topik ini dibahas secara umum, lalu contoh untuk mengilustrasikan penerapan pengujian itu juga disediakan.

Apabila diperlukan untuk uji yang diberikan, hubungan-hubungan, dan perkiraan sampel besar. Daya efisiensi dan—jika dapat diterapkan—ketersediaan dari perangkat lunak komputer yang sesuai untuk melakukan perhitungan yang dibutuhkan untuk pengujian yang dibahas. Untuk masing-masing referensi prosedur telah dipetik yang mungkin dapat digunakan untuk belajar lebih lanjut tentang prosedur tersebut atau untuk mencari lebih jauh tentang topik yang berkaitan. Terakhir latihan-latihan untuk masing-masing prosedur disediakan. Latihan-latihan ini memiliki dua tujuan: Mengilustrasikan penggunaan yang sesuai untuk suatu pengujian dan memberikan pembaca kesempatan untuk menentukan apakah mereka telah menguasai teknik-teknik penghitungan dan belajar bagaimana menentukan hipotesis-hipotesis dan menggunakan aturan keputusan yang dapat diterapkan.

Untuk sisa bab lainnya dua tipe referensi dikutip : Pertama yang dikutip pada isi teks dan mengarahkan pembaca pada literatur statistik dan kedua yang dikutip pada contoh dan latihan dan mengarahkan pembaca pada literatur penelitian. Huruf T melambangkan jumlah referensi yang dikutip dalam teks, dan huruf E melambangkan yang dikutip dalam contoh dan latihan. Huruf A melambangkan jumlah tabel tabel yang muncul di lampiran.

REFERENSI

1. Dunn, Olive J., *Basic Statistics: A primer for Biomedical Sciences*, second edition, New York: Wiley,1977.
2. Remington, Richard D., and M. Anthony Schork, *Statistics with Application to the Biological and Health Sciences*, second edition, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall,1985.
3. Armitage, P., *Statistical Methods in Medical Research*, Oxford and Edinburgh: blackwell Scientific Publications, 1971.
4. Colton, Theodore, *Statistics in Medicine*, Boston: Little, Brown, 1974.
5. Mood, Alexander M., Franklin A. Graybill, and Duane C. Boes, *Introduction to the theory of Statistics*, third edition, New York: McGraw-Hill,1974.
6. Gibbons, Jean D., and John W. Pratt, "P-values: Interpretation and Methodology,"*Amer. Statist*., 29(1975),20-25.
7. Hodges, J.L.Jr., and E.L.Lehmann, *Basic Concepts of Probability and Statistics*, second edition, San Fransisco :Holden-Day,1970.
8. Kempthorne, Oscar, and Leroy Folks, *Probability, Statistics, and Data Analysis*, Ames, Iowa:Iowa State University Press,1971.
9. Lindgren, Bernard W., *Statistical Theory*, third edition, New York:Macmillan,1976.
10. Bahn, Anita K., "P and the Null Hypothesis," *Ann. Intern. Med*.,76(1972),674.
11. Daniel, Wayne W., "What are p-Values? How are they calculated? How are they related to Levels of Significance?" *Nursing Res.,*26(1977),304-306.
12. Bakan, David, *On Method*, San Fransisco: Jossey-Bass,1967.
13. Brewer, James K., *Letter to the Editor*, Amer Statist., 29(1975),171.
14. Cohen, J., *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences,* revised edition, New York: Academic Press,1977.

15. Daniel, Wayne W., "Statistical Significance versus Practical Significance," *Sci.Educ.,* 61(1977),423-427.

16. Duggan, T.J., and C.W. Dean, "Common Misinterpretation of Significance Levels in Sociology Journals," *Amer.Sociol.,* 3(1968),45-46.

17. Gold, David, "Statistical Tests and Substantive Significance," *Amer.Sociol.*, 4(1969),42-46.

18. Kish, Leslie, "Some Statistical Problems in Research Design," *Amer. Sociol.Rev.*, 24(1959), 328 338.

19. McGinnis, R.,"Randomization and Inference in Sociological Research," *Amer.Sociol.Rev.,* 23(1958),408 414.

20. Gibbons, Jean Dickinson, *Nonparametric Statistical Inference*, second editon, New York: Marcel Dekker, 1985.

21. Pitman, E.J.G., *Lecture Notes on Nonparametric Statistical Inference*, Columbia University, spring 1948, cited in Capon, Jack, "Asymptotic Efficiency of Certain Locally Most Powerful Rank Tests," *Ann.Math.Statist.,* 32(1961),88-100.

22. Noether, G.E., "on a Theorem of Pitman," Ann.Math.Statist., 26(1955),64-68.

23. Stuart, A., "The Asymptotic Relative Efficiency of tests and the Derivatives of their Power Functions," *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 37(1954), 163-169.

24. Stuart, A., "The Measurement of Estimation and Test Efficiency," *Bull.Int.Statist.Inst.,* Part III, 36(1956), 79-86.

25. Lehmann, E.L., *Testing Statistical Hypotheses*, New York: Wiley,1959.

26. Fraser, D.A.S., *Nonparametric Methods in Statistics*, New York: Wiley,1957.

27. Randles, Ronald H., and Douglas A. Wolfe, *Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics*, New York: Wiley,1979.

28. Pratt, John W., and Jean D. Gibbons, *Concepts of Nonparametric Theory*, New York: Springer-Verlag, 1981.

29. Blyth, C.R.,"Note on Relative Efficiency of Tests,"*Ann.Math.Statist*., 29(1958), 898-903.

30. Smith, K.,"Distribution-Free Statistical Methods and the Concept of Power Efficiency," in L. Festinger and D. Katz (eds.), *Research Methods in the Behavioral Sciences*, New York: Dryden, 1953, pp. 536-577.

31. Wilson, Warren R., and Howard Miller, "A Note on the Inconclusiveness of Accepting the Null Hypothesis," *Psychol.Rev*., 71(1964),238-242.

32. Edwards, Ward, "Tactical Note on the Relation between Scientific and Statistical Hypothesis," *Psychol.Bull*., 63(1965),400-402.

33. Feinberg, William E., "Teaching the Type I and Type II Errors: The Judicial process," *Amer.Statist*., 25(June 1971), 30-32.

34. Rodger, R.S., "Type I Errors and their Decision Basis," *Br.J.Math.Statist.Psychol.,* 20(1967), 51-62.

35. Rodger, R.S., "Type II Errors and their Decision Basis," *Br.J.Math.Statist.Psychol*., 20(1967), 187-204.

36. Edgington, Eugene S., "Statistical Inference and Nonrandom Samples," *Psychol.Bull*., 66(1966), 485-487.

37. Ungerleider, Harry E., and Courtland C. Smith, "Use and Abuse of Statistics," *Geriatrics*, 22 (February 1967), 112-120.

38. Brewer, James K.,and Ruth Dailey Knowles,"Some Statistical Considerations in Nursing Research," *Nursing Res*. 23(1974), 68-70.

39. Ahrens, S.J.,"Statistical Tests of Significance : Truth, Paradox, or Folly?" *Res.Quart.Amer.Assoc.Health,Phys.Educ.Rec*.,42 (1971),436-440.

40. Barnard, G.A., "The Meaning of a Significance Level," *Biometrika*, 34 (1947), 179-182.

41. Chandler, Robert E., "The Statistical Concepts of Confidence and Significance," *Psychol.Bull*., 54 (1957), 429-430.

42. Labovitz, Sanford, "Criteria for Selecting a Significance Level: A Note on the Sacredness of 0.05," *Amer.Sociol*., 3 (1968), 220-222.

43. Lykken, David T., "Statistical Significance in Psychological Research," *Psychol.Bull*., 70 (1968), 151-159.

44. Krause, Merton S., "Insignificant Differences and Null Explanations," *J.Gen.Psychol*., 86 (1972), 217-220.

45. Morrison, D.E., and R.E. Henkel, *The Significance Test controversy—A Reader*, Chicago:Aldine, 1970.

46. O'Brien, Thomas C., and Bernard J. Shapiro, "Statistical Significance—What?" *Math.Teacher*, 61 (1968), 673-676.

47. Rozeboom,W. W., "The Fallacy of The Null Hypothesis Significance Test," *Psychol.Bull*., 57 (1960), 416-428.

48. Selvin, H.C., "A Critique of Tests of Significance in Survey Research," *Amer.Sociol.Rev*., 22 (1957), 519-527.

49. Skipper, James K.,Jr.,Anthony L. Guenther, and Gilbert Nass, "The Sacredness of .05: A Note Concerning the Uses of Statistical Levels of Significance in Social Sciences," *Amer.Sociol.,* 2 (1967), 16-18.

50. Stone, M., "Role of Significance Testing—Some Data with a Message," *Biometrika*, 56 (1969), 485-493.

51. Winch, R.F., and D.T. Campbell, "Proof? No. Evidence?Yes. The Significance of Tests of Significancce," *Amer.Sociol*., 4 (May 1969), 140-143.

52. Zeisel, H., "The Significance of Insignificant Differences," *Public Opinion Quart*., 19 (1955), 319-321.

53. Editorial."Significance of Significant," *N.Eng.J.Med*., 278 (1968), 1232.

54. Bross, Irwin D.J.,"The Role of the Statistician: Scientist or Shoe Clerk," *Amer.Statist*., 28 (1974), 126-127.

55. Godambe, V.P., and D.A. Sprott, *Foundations of Statistical Inference, A Symposium*, Minneapolis: Winston Press, 1972.

56. Kiefer, J., "Statistical Inference," *Math.Spectrum*, 3 (Fall 1970), 1-11.

57. Lurie, William,"The Impertinent Questioner: The Scientist's guide to the Statistician's Mind," *Amer.Scientist*., 46 (1958), 57-61.

58. Natrella, Mary G., "The Relation between Confidence Interval and Tests of Significance," *Amer.Statist.,* 14 (February 1960), 20-22, 38.

59. Kirk, Roger E. (ed*.), Statisticl Issues: A Reader for Behavioral Sciences*, Monterey, Calif.: Brooks/Cole, 1972.

60. Stevens, S.S., "On the Theory of Scales of Measurement*," Science*, 103 (1946), 677-680.

61. Stevens, S.S., "Mathematics, Measurement and Psychophisics," in S.S. Stevens (ed.), *Handbook of Experimental Psychology*, New York: Wiley, 1951.

62. Stevens, S.S., "Measurement Statistics, and the Schemapiric View," *Science,* 161 (1968), 849-856.

63. Anderson, Norman H.,"Scales and Statistics: Parametric and Nonparametric," *Psychol. Bull.,* 58 (1961), 305-316.

64. Boneau, C. Alan,"A Note on Measurement Scales and Statistical Tests," *Amer.Psychol.*,16 (1961), 260-261.

65. Brown, George W.,"Counts, Scales and Scores," *Amer.J.of Diseases of children*, 139 (1985), 147-151.

66. Gaito, John, "Scale Classification and Statistics," *Psychol. Rev.*, 67 (1960), 277-278.

67. Gaito, John,"Measurement Scales and Statistics :Resurgences of an Old Misconception," *Psychol. Bull.*, 87 (1980), 564-567.

68. Lord, F.M., "On The Statistical Treatment of Football Numbers," *Amer.Psychol.*, 8 (1953), 750-751.

69. Mitchell, Joel," Measurement Scales and Statistics: A Clash of Paradigms," *Psychol.Bull.*, 100 (1986), 398-407.

70. Townsend, J.T., and F.G. Ashby," Measurement Scales and Statistics: The Misconception Misconceived," *Psychol.Bull.*, 96 (1984), 394-401.

71. Khursid, Anwer,"Scales of Measurement: A Selected Bibliography," unpublished manuscript.

72. Baker, Bella O., Curtis D. Hardyck, and Lewis F. Petrinovich, "Weak Measurement vs Strong Statistics: An empirical Critique of S.S. Stevens 'Proscription on Statistics," *Educ.Psychol.Measurement*, 26 (1966), 291-309.

73. Campbell, N.R., " Symposium: measurement and Its Importance for Philoshopy," *Proc.AristotelianSoc.,* Suppl., 17(1938), London: Harrison and Sons.

74. Gardner, Paul Leslie, "Scales and Statistics," *Rev.Educ.Res.,* 45 (Winter 1975),43-57.

75. Kendall, M.G., and R.M. Sundrum, "Distribution-Free Methods and Order Properties," *Rev.Int.Statist.Inst*, 21 (1953), 124-134.

76. Arbuthnot, John,"An Argument for Divine Providence, Taken from Constant Regularity Observed in the births of Both Sexes," *Philoshopical Transactions*, 27 (1710), 186-190.

77. Wolfowitz, J., "Additive Partition Functions and a Class of Statistical Hypothesis," *Ann.Math.Statist.*, 13 (1942), 247-279.

78. Papatoni-Kazakos, P., and Dimitri Kazakos (eds.), *Nonparametric Methods in Communications*, New York: Marcell Dekker, 1977.

79. Brown, George W., and Gregory F. Hayden,"Nonparametric Methods: Clinical Applications," *Clin. Pediatrics*, 24 (1985), 490-498.

80. Helsel, Dennis R.,"Advantages of Nonparametric Procedures for Analysis of Water Quality Data," *Hydrolog.Sci.J.*, 332 (1987), 179-190.

81. Jenkins, Stephen J., Dale R. Fuqua, and Thomas C. Froehle, "A Critical Examination of the use of Non-Parametric Statistics in the *Journal of Counseling Psychology*," *Perceptual and Motor Skills,* 59 (1984), 31-35.

82. Buckalew, L.W., "Nonparametrics and Psychology: A Revitalized Alliance," *Perceptual and Motor Skills*, 57 (1983), 447-450.

83. Savage, I.R., *Bibliography of Nonparametric Statistics,* Cambridge, Mass.:Harvard University Press, 1962.

84. Simger, Bernard, *Distribution-Free Methods for Non-Parametric Problems : A Classified and Selected Bibliography*, Leicester, England: British Psychological Society, 1979.

85. Harter, H. Leon, *The Chronological Annotated Bibliography of Order Statistics, Volume I: Pre 1950*, Columbus, Ohio : American Sciences Press, 1983.

86. Harter, H. Leon, *The Chronological Annotated Bibliography of Order Statistics, Volume II: 1950-1959*, Columbus, Ohio : American Sciences Press, 1983.

87. Bradley, James V., *Distribution-Free Statistical Tests*, Englewood Cliffs, N.J.:Prentice Hall,1968.

88. Conover, W.J., *Practical Nonparametric Statistics*, second edition, New York: Wiley,1980.

89. Gibbons, Jean Dickinson, *Nonparametric Methods for Quantitative Analysis*, second edition, Columbus, Ohio : American science Press, 1985.

90. Hollander, Myles, and Douglas A. Wolfe, *Nonparametric Statistical Methods*, New York : Wiley, 1973.

91. Leach, Chris, *Introduction to Statistics : A Nonparametric Approach for the Social Science,* Chichester, England : Wiley, 1979.

92. Lehmann, E.L., *Nonparametrics: Statistical Methods based on Ranks,* San Fransisco: Holden Day, 1975.

93. Marascuilo, Leonard A., and Maryellen McSweeney, *Nonparametric and Distribution-Free Methods for the Social Science*, Monterey, Calif.:Brooks/Cole, 1977.

94. Maxwell, A.E., *Analyzing Quantitative Data*, New York: Wiley, 1961.

95. Mosteller, F., and R.E.K.Rourke, *Sturdy Statistics*, Reading, Mass.:Addison-Wesley, 1977.

96. Noether, G., *Introduction to Statistics: A Fresh Approcah*, Boston :Houghton Mifflin, 1971.

97. Pierce, Albert, *Fundamentals of Nonparametric Statistics*, Belmont, Calif.:Dickinson, 1970.

98. Quenouille,M.H., *Rapid Statistical Calculations. A Collection of Distribution-Free and Easy Methods of Estimation and Testing*, second edition, London : Griflin, 1972.

99. Runyon, Richard P., *Nonparametric Statistics : A Contemporary Approach*, Reading, Mass.:Addison-Wesley, 1977.

100. Senders, V.L., *Measurement and Statistics*, New York: Oxford University Press, 1958.

101. Siegel, Sidney, and N. John Castellan, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences,* second edition, New York : McGraw-Hill,1988.

102. Sprent, Peter, *Quick Statistcs: An Introduction to Non-Parametric Methods*, Middlesex, England: Penguin Books, 1981.

103. Tate, Merle W., and Richard C. Clelland, *Nonparametric and Shotcut Statistics in the Social, Biological, and Medical Science*, Danville, Ill.:Interstate, 1957.

104. Wilcoxon, Frank, and Roberta A. Wilcox, *Some Rapid Approximate Statistical Procedures,* revised, Pearl River, N.Y. : Lederle Laboratories, 1964.

105. David, H.A., *Order Statistics*, New York: Wiley, 1970.

106. Edgington, Eugene S., *Statistical Inference :The Distribution-Free Approach*, New York: McGraw-Hill, 1969.

107. Fraser, D.A.S., *Nonparametric Method in Statistics*, New York :Wiley, 1957.

108. Gnedenko, B.V., M.L.Puri, and I. Vincze (eds.), *Nonparametric Statistical Inference*, Amsterdam: North-Holland, 1982.

109. Hajek, Jeroslav, *A Course in Nonparametric Statistics*,San Fransisco: Holden-Day, 1969.

110. Hajek, J., and Sidak,Z., *Theory of Rank Tests*, New York: Academic Press, 1967.

111. Hettmansperger, Thomas P., *Statistical Inference Based on Ranks*, New York: Wiley, 1984.

112. Kraft, Charles H., and Constance van Eeden, *A Nonparametric Introduction to Statistics*, New York: Macmillan, 1968.

113. Manoukian, Edward B., *Mathematical Nonparametric Statistics*, New York: Gordon and Breach, 1986.

114. Maritz, J.S*., Distribution-Free Statistical Methods*, London :Chapman and Hall, 1981.

115. Noether, Gottfried E., *Elements of Nonparametric Statistics*, NewYork : Wiley, 1967.

116. Puri, Mandan Lal (ed.), *Nonparametric Techniques in Statistical Inference*, Cambridge, England: Cambridge University Press, 1970.

117. Randles, Ronald H., and Douglas A. Wolfe, *Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics*, New York : Wiley 1979.

118. Sarhan, S.E., and B.G. Greenberg (eds.), *Contribution to Order Statistics*, New York: Wiley, 1962.

119. Walsh, John E., *Handbook of Nonparametric Statistics*, Princeton, N.J.: D. Van Nostrand, 1962.

120. Walsh, John E., *Handbook of Nonparametric Statistics II*, Princeton, N.J.: D. Van Nostrand, 1965.

121. Walsh, John E., *Handbook of Nonparametric Statistics III*, Princeton, N.J.: D. Van Nostrand, 1968.

122. Fisher, N.I.," Nonparametric Statistics," *Mathematical Scientist*, 7 (1982), 25-47.

123. Noether, Gottfried E., "Elementary Estimates: An Introduction to Nonparametrics," *J.Educ.Statist.*, 10 (1985), 211-221.

124. Krishnaiah, P.R., and P.K. Sen (eds.), *Nonparametric Methods*, Volume 4 of Handbook of Statistics, Amsterdam :North-Holland, 1984.

125. Fisher, Nicholas I., "Graphical Methods in Nonparametric Statistics: A Review and Annotated Bibliography," *International Statistical Rev.*, 51 (1983), 25-58.

126. Grimm, H., "Transformation of Variables versus Nonparametrics," in B.V. Gnedenko, M.L. Puri, and I.Vincze (eds.), *Nonparametric Statistical Inference*, Amsterdam : North-Holland, 1982, pp. 351-360.

127. Doksum, K.A.,"Some Remarks on the Development of Nonparametric Methods and Robust Statistical Inference," in D.B. Owen (ed.), *On the History of Statistics and Probability,* New York: Marcel Dekker, 1976, pp. 237-263.

128. Noether, Gottfried E., "Nonparametrics. The Early Years—Impressions and Recollections," *Amer.Statist.,* 38 (1984), 173-178.

129. Ruist, E., "Comparison of Tests for Nonparametric Hypothesis," *Ark.Matematik*, 3 (1955), 133-163.

130. Hettmansperger, Thomas P., and Joseph W. McKean,"A Grpahical Representation for Nonparametric Inference,"*Amer.Statist*., 28 (1974), 100-102.

131. Buchanan, William,"Nominal and Ordinal Bivariate Statistics: The Practitioner's View,"*Amer.J.Polit.Sci*., 18 (1974), 625-646.

132. Noether, Gottfried E., " The Nonparametric Approach in Elementary Statistics," *Math.Teacher*, 67 (1974), 123-126.

133. Scheffe, H.,"Statistical Inference in The Nonparametric Case," *Ann.Math.Statist*., 14 (1943), 305-332.

134. Woodward, W.A.,A.C. Elliott, and H.L. Gray, *Directory of Statistical Microcomputer Software,* 1985 Edition, New York: Marcel Dekker, 1985.

135. Vegelius, Jan,"Siegel, A Fortran IV Program for Nonparametrical Methods," *Educ.&Psychol.Measuremet*, 35 (1975), 713-715.

136. Kennedy, William J. (section ed.),"New Developments in Statistical Computing,"*Amer.Statist.,* 34 (1980), 115-116.

137. Von Collani, Gernot,"NONPARAM: A BASIC Program Package for Nonparametric Procedures," *Behav.Res.Methods and Instrumentation*, 15 (1983), 104.

138. Hannan, Thomas E., "CBASIC Programs for Nonparametric Statistical Analysis," *Behav.Res.Methods, Instruments & Computers,* 18 (1986), 403-404.

B A B 2

PROSEDUR YANG MENGGUNAKAN DATA DARI SUATU SAMPEL TUNGGAL

Pada bab ini, akan dijelaskan mengenai beberapa prosedur nonparametrik yang menggunakan data dari sampel tunggal. Bagian pertama ialah mempertimbangkan estimasi dan prosedur pengujian hipotesis yang tepat pada parameter dari penelitian yang diukur diukur pada tendensi pusat, atau lokasi, seperti yang terkadang disebutkan. Sesi penggantian mendiskusikan prosedur untuk mengestimasi suatu proporsi populasi serta pengujian untuk random dan tren kehadiran.

Bagaimanapun juga, kemungkinan format berikut ini mempresentasikan prosedur pengujian hipotesis yang akan diteliti:

1. Asumsi: kebutuhan asumsi untuk validitas pengujian telah didaftar, dan data pada penghitungan berikut telah dideskripsikan.
2. Hipotesis: hipotesis nol yang diuji serta alternatifnya telah dinyatakan.
3. Uji statistik: suatu rumus telah diberikan, digunakan pada perolehan suatu nilai numerik pada uji statistik telah dideskripsikan.
4. Aturan keputusan: suatu lampiran memberikan tabel yang tepat untuk distribusi pada uji statistik. Dari tabel berikut ini, kita dapat menentukan nilai kritis dari uji statistik yang sesuai pada level/tingkat signifikansi. Jika nilai yang terhitung dari uji statistik adalah ekstrim atau lebih ekstrim daripada nilai kritis, kita menolak hipotesis nol dan menyimpulkan bahwa hipotesis alternatifnya benar. Jika kita tidak dapat menolak hipotesis nol, maka kita menyimpulkan bahwa kemungkinan hal ini benar.

Seperti yang telah didiskusikan di bab pertama, kita juga dapat menggunakan tabel pada lampiran untuk menentukan nilai P yang diasosiasikan dengan uji yang spesifik. jika P value sama dengan atau kurang dari α, level yang terpilih dari signifikansi, menolak H_0.

Tiap prosedur uji hipotesis maupun prosedur estimasi yang dipresentasikan merupakan ilustrasi dengan suatu contoh yang tepat. Pada latihan di tiap akhir sesi menyediakan kesempatan, melalui latihan, sehingga menjadi semakin familiar dengan prosedur-prosedur berikut ini. Latihan pada tiap akhir bab dapat digunakan sebagai *review*.

2.1

MEMBUAT INFERENSIA/KESIMPULAN MENGENAI SUATU PARAMETER LOKASI

Dua ukuran dari kecenderungan pusat yang paling sering muncul dari penelitian adalah rataan aritmatika dan median.

Rataan populasi adalah ukuran dari kecenderungan pusat dengan kebanyakan prosedur parametrik inferensial yang diperhatikan. Dengan demikian, ketika prosedur parametrik secara tepat, kita dapat menguji hipotesis nol (dilambangkan dengan H_0) bahwa mean populasi μ adalah sama dengan beberapa nilai hipotesis numerik μ_0 lawan hipotesis alternatif (dilambangkan dengan H_1) bahwa μ adalah tidak sama dengan μ_0.

Di lain waktu, kita dapat tertarik pada konstruksi suatu selang kepercayaan 100(1 – α)% untuk μ, dimana 1 – α adalah koefisien kepercayaan yang diinginkan. Di kebanyakan hal kita menggunakan uji-t berdasarkan distribusi student-t pada prosedur hipotesis. Demikian kita biasanya menggunakan statistik-t untuk menkonstruksikan selang kepercayaan untuk rataan populasi. Ketika sampel size besar, kita dapat menggunakan teorema *limit central* untuk membenarkan penggunaan statistik z pada penggagasan selang kepercayaan untuk pengujian hipotesis mengenai rataan populasi.

Ketika kita menggunakan uji-t, kita mengasumsikan bahwa populasi dari data sampel yang telah diberikan berikut ini berdistribusi normal. Permulaan sederhana dari asumsi ini tidak terlalu memengaruhi kesimpulan; tapi ketika asumsi dilanggar, kita harus mencari sebuah metode alternatif dari analisis. Satu dari alternatif tersebut adalah prosedur nonparametrik.

Beberapa prosedur nonparametrik tersedia untuk membuat kesimpulan tentang suatu parameter lokasi, atau ukuran populasi dari kecenderungan sentral. Sebuah karakteristik dari prosedur nonparametrik tersebut yang mediannya daripada rata-rata adalah parameter lokasi.

Mengingat dari pelajaran statistik sebelumnya, bahwa median merupakan nilai "tengah" dari sekumpulan ukuran yang tersusun pada jarak/besaran yang tersusun.

Untuk distribusi kontinu, kita mendefinisikan median sebagai titik M yang nilai probabilitasnya dipilih secara random dari distribusinya yang kurang dari M, dan kemungkinan yang nilainya dipilih secara acak pada distribusinya adalah lebih dari M, keduanya sama dengan setengah. Ketika sampel dari suatu populasi yang diambil adalah simetris, kesimpulan mengenai median dapat diaplikasikan bagi median, karena pada distribusi simetris mean dan median -nya nilainya tepat.

Distribusi dari random variabel X adalah simetris dengan titik C jika $P(X \geq C + x) = P(X \leq C - x)$ untuk semua nilai dari x. suatu distribusi yang diskrit merupakan simetris jika separuh grafik bagian kiri dari fungsi probabilitasnya merupakan cerminan dari bagian kanannya. Contoh dari distribusi simetris yang diskrit adalah binomial untuk $p = 0.5$ dan distribusi diskrit uniform. Distribusi normal merupakan contoh dari distribusi simetris kontinu.

UJI TANDA SATU SAMPEL

Uji tanda mungkin merupakan yang tertua dari semua prosedur nonparametrik. Penggunaannya dilaporkan sejak sebelum tahun 1710 oleh Arbuthnott (T1). Disebut sebagai uji tanda karena kemungkinan kita akan mengubah data untuk menganalisis seri tanda positif maupun negatif. Kemudian uji statistik terdiri dari sejumlah tanda positif ataupun negatif.

Asumsi

A. Sampel yang tersedia untuk analisis adalah sampel yang random dari pengukuran independen dari suatu populasi yang median M nya tidak diketahui.
B. Variabel yang diteliti diukur minimal dengan menggunakan skala ordinal.
C. Variabel yang diteliti bersifat kontinu. Kemudian pengukuran n sampel di desain sebagai $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Hipotesis

A. (2 arah): $H_o: M = M_0$, $H_1: M \neq M_0$
B. (1 arah): $H_o: M \leq M_0$ $H_1: M > M_0$
C. (1 arah): $H_o: M \geq M_0$ $H_1: M < M_0$

Tentukan tingkat signifikasi dari α.

Uji Statistik

Catatan laporan tentang perbedaan tanda dihasilkan dengan mengurangi hipotesa median M_0 dari setiap nilai sampel; maka dari itu, laporan tanda pada n perbedaan, $X_i - M_0$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Jika hipotesa nol adalah benar—sehingga, jika populasi merupakan tanda positif sebanyak tanda negatifnya ketika selisih $X_i - M_0$ telah dihitung. Jika kita meneliti tentang suatu angka yang cukup kecil dari suatu tanda positif maupun negatif, maka kita harus menolak hipotesa nol A. Jika kita meneliti angka yang cukup kecil dari tanda negatif, kita menolak hipotesis nol B, dan jika kita meneliti suatu angka yang cukup kecil pada tanda negatif, maka kita menolak hipotesis nol C. Uji statistik untuk hipotesis A merupakan tanda positif atau angka dengan tanda negatif, dan uji statistik untuk hipotesis C merupakan angka dengan tanda positif.

Aturan Tentang pengambilan Keputusan

Aturan keputusan untuk tiap hipotesis yang mungkin adalah sebagai berikut

A. Tolak Ho α pada tingkat signifikasi jika probabilitas, ketika Ho adalah benar, pada penelitian tanda yang jarang terjadi pada sampel random dengan *size* n adalah kurang dari atau sama dengan $\alpha/2$.
B. Tolak Ho pada tingkat α jika suatu probabilitas, ketika Ho benar dari suatu penelitian sesedikit tanda minus yang sebenarnya diteliti pada sampel random dengan *size* n kurang dari atau sama dengan α.
C. Tolak Ho pada tingkat α jika kemungkinan ketika Ho benar dari suatu penelitian sesedikit tanda positif sebenarnya diteliti adalah kurang dari atau sama dengan α.

Untuk menentukan kemungkinan dari suatu penelitian pada suatu nilai yang ekstrim atau lebih ekstrim dari penelitian yang sebenarnya, kita harus berpikir mengenai sampel kita berada pada tanda positif atau negatif seperti sampel dari suatu populasi yang bertanda positif maupun negatif. Di lain hal, bayangkan suatu populasi dari penelitian dikotomis. Dimana kita memiliki n ukuran. Distribusi sampling pada tanda hasil penelitian pada hipotesis yang diberikan merupakan distribusi binomial dengan parameter $p = 0.50$ jika Ho adalah benar. Jika Ho benar, probabilitas pada penelitian yang diberikan secara acak dari suatu populasi menghasilkan suatu tanda positif yang sama dengan probabilitas yang dihasilkan pada tanda negatif. Di lain hal, probabilitas yang merupakan selisih $X_i - M_0$, menghasilkan suatu tanda positif dan probabilitas dimana $X_i - M_0$ menghasilkan tanda negatif dan keduanya adalah sama dengan 0.50.

Kita dapat memperoleh suatu probabilitas dari penelitian suatu statistik uji yang ekstrim atau lebih ekstrim dari yang sebenarnya dari tabel probabilitas binomial seperti pada tabel A.1. seandainya K sama dengan variabel random, tanda dari penelitian pada hipotesis yang diberikan, dan misal k merupakan nilai yang diteliti pada statistik uji. Maka,

$$P(K \leq k|n, 0.50)$$

Kita lihat bahwa "probabilitas dimana K adalah kurang dari atau sama dengan k, diberikan sampel random pada size n dari suatu populasi dimana proporsi tanda pada tipe yang dispesifikasikan adalah 0.05."

Secara alternatif, kita dapat menentukan dari tabel A.1 bahwa suatu nilai kritis dari K dimana k lebih dari atau sama dengan nilai ini, kita menolak Ho. Kedua pendekatan ini diilustrasikan pada contoh 2.1.

Masalah Pada Perbedaan Nol

Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, kita mengasumsikan bahwa variabel yang diteliti adalah kontinu. Kemudian, pada teori ini, ketiadaannya perbedaan nol harus terjadi ketika kita menghitung $X_i - M_0$. Pada praktiknya, perbedaan nol memang terjadi. Prosedur yang biasanya ada pada beberapa kasus ialah penelitian yang tidak tersimpan yang mengarahkan ke perbedaan nol dan mengurangi n. ketika ukuran sampel adalah sama dengan median hipotesa, setiap pengurangan ukuran adalah lebih besar ataupun kurang dari median hipotesis. Pada kasus tersebut hipotesa bisa diulangi pada probabilitasnya. Sebagai contoh, hipotesis nol untuk kasus 2 arah dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(X < M0) = P(X > Mo) = 0.5$$

Berikut ini contoh dengan penerapannya dalam hal medis:

Contoh 2.1

Di suatu penelitian mengenai waktu transit myocardial, Liedtkre et al. (E1) mengukur kemunculan waktu transit pada seri subjek dengan arteri koroner kanan yang normal. Waktu munculnya median untuk kelompok ini adalah 3.5 detik. Seandainya tim penelitian lainnya mengulang prosedur pada sampel 11 pasien dengan arteri koroner kanan yang tersumbat dan memberikan hasil seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.1. dapatkah tim kedua menyimpulkan bahwa pada tingkat signifikasi sebesar 0.05, bahwa waktu transit kemunculan median pada populasi dari sampel yang diberikan adalah tidak sama dengan 3.5 detik?

Tabel 2.1

Waktu transit kemunculan untuk 11 pasien dengan arteri kanan yang tersumbat cukup signifikan

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Waktu (detik)	1.80	3.30	5.65	2.25	2.50	3.50	2.75	3.25	3.10	2.70	3.00

Hipotesis

$$Ho : M = 3.50, \qquad H1 : M \neq 3.50$$

Statistik Uji

Ketika kita menghitung 11 perbedaan $X_i - 3.50$ dengan penelitian pada tabel 2.1, kita menemukan Sembilan perbedaan negatif, satu perbedaan positif, dan satu perbedaan nol. Karena perbedaan positif lebih sedikit dibandingkan dengan perbedaan negatif, nilai statistik ujinya adalah $k = 1$, angka perbedaan dengan tanda positif. Kita membuang perbedaan nol hasil observasi, yang telah memberikan sampel *size* sebanyak 10.

Keputusan

Kita akan menolak H_0 jika probabilitas pada penelitian adalah satu atau lebih sedikit tanda positifnya ketika H_0 adalah benar kurang dari atau sama dengan 0.025. ketika kita merujuk pada tabel A.1, kita lihat bahwa probabilitasnya yaitu

$$P(K \leq 1|10, 0.50) = 0.0108$$

Karena 0.0108 adalah kurang dari 0.025, kita menolak H_0 dan simpulkan bahwa median populasi adalah tidak sama dengan 3.50. karena ini merupakan uji 2 arah, P-value pada contoh ini adalah 2(0.0108) = 0.0216, yang mana kurang dari 0.05.

Cara lain untuk menguji H_0 adalah dengan menghitung nilai kritis pada K. nilai kritis ini, yang disebut dengan K', angka yang begitu kecil yang mana probabilitas pada penelitian suatu nilai yang kecil atau lebih kecil, ketika H_0 adalah benar, adalah kurang dari atau sama dengan 0.025 (karena α 0.05, dan kita memiliki uji 2 arah). Jika k adalah kurang dari atau sama dengan K', kita menolak H_0.

Untuk mengekspresikannya dengan simbol, kita mencari nilai K', seperti pada pernyataan di bawah ini:

$$P(K \leq K'|n, 0.50) \leq 0.025$$

Dari tabel A.1, kita lihat bahwa ketika n = 10, nilai kritis K' dari K adalah 1. Karena k = 1 = K', kita menolak H_0. Karena $2[P(K \leq 1|10, 0.50)] = 0.0216$, kita merujuk pada uji ini sebagai level uji 0.0216 lebih baik daripada level uji 0.05.

Contoh ini mengilustrasikan satu dari beberapa keuntungan dari pelaporan P-value yang lebih baik dari menyatakan bahwa hasilnya signifikan atau tidak signifikan pada beberapa level signifikansi yang telah dipilih.

Pendekatan Sampel Besar

Untuk contoh *size* 12 atau yang lebih dari itu, kita dapat menggunakan taksiran normal ke binomial. Karena taksiran normal mengisi taksiran suatu distribusi diskrit oleh rataan pada distribusi kontinu, kita menggunakan suatu faktor koreksi kontinu 0.5. ketika kita melakukan hal ini, kita menghitung:

$$z = \frac{(K + 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}}$$

Dimana kita menghitung untuk kesignifikanan dengan nilai pada distribusi normal standar (diberikan pada tabel A.2) untuk level terpilih pada signifikansi.

Di lain konteks rumus untuk pendekatan normal mungkin disebut untuk mensubstraksi 0.5 dari K. Asal dari statistik uji pada situasi sekarang ini merupakan sesuatu yang akan selalu menjadi probabilitas yang dicari, dimana H_0, nilai yang kurang dari atau sama dengan K. Konsekuensinya, penggunaan pendekatan normal mengharuskan kita untuk menambahkan 0.5 untuk menghitung nilai K.

Untuk mengilustrasikan penggunaan pendekatan normal, marilah kita menggunakan data pada contoh 2.1 untuk mengevaluasi persamaan 2.2. Setelah substitusi yang tepat, kita memiliki:

$$z = \frac{(1+0.5)-0.510}{0.5\sqrt{10}} = -2.21$$

Tabel A.2 menunjukkan bahwa kemungkinan pada penelitian nilai z ini kecil atau lebih kecil adalah 0.0136 dan, seperti sebelumnya, kita menolak H_0; maka P(K ≤ 1|10, 0.5) = 0.0108 adalah sama dengan mendekati P(z ≤ -2.21) = 0.0136. Dengan demikian, kita lihat bahwa pendekatan normal lebih baik walaupun *size* sampel nya kecil, yaitu 10.

Pada contoh 2.1, ukuran sampel dihitung pada skala rasio, tetapi level tinggi pada pengukuran tidak dibutuhkan dalam penerapan uji tanda. Kita dapat menggunakan uji tanda dan memperoleh hasil yang sama jika ukuran sampel kita sudah memiliki suatu indikasi apakah skor pada subjek yang diberikan berada di atas ataukah di bawah median hipotesis.

BACAAN LEBIH LANJUT

Dixon dan Mood (T2), yang mendiskusikan uji tanda pada detail yang sangat ditentukan, memberi nilai kritis untuk K 1, 5, 10 dan tingkat signifikansi 25% dan n 1 sampai 100. Mereka juga memberikan tabel untuk menentukan sampel size.

Yang lebih terbaru lagi, Noether (T3) mendiskusikan masalah penentuan size sampel untuk uji tanda ketika satu *power level* tertentu diinginkan. Nelson (T4) memberikan sebuah formula alternatif untuk menghitung statistik uji dan sebuah metode untuk menentukan nilai kritis ketika pendekatan normal digunakan. Mantel dan Rahe (T5) mendiskusikan metode untuk mengurangi konservasi pada uji tanda dengan mengambilnya ke dalam penghitungan rangking nilai mutlak. Suau uji tanda untuk korelasi dikenalkan oleh Nelson (T6). Mackinnon (T7) memberikan sebuah tabel nilai kritis pada K untuk *size* sampel sampai dengan 1000.

Keefisienan Power

Walsh (T8) membandingkan fungsi power pada uji tanda dengan uji student-t untuk kasus populasi yang berdistribusi normal, dan menemukan uji tanda dengan pendekatan efisiensi 95% untuk sampel kecil. Ketika pengambilan sampel dari populasi normal, dia menemukan bahwa relatif efisiensi pada uji tanda mengurangi sampel sebanyak kenaikan sampelnya. Contohnya, pada sampel size 13, relatif efisiensi pada uji tanda (dibandingkan dengan uji student-t pada populasi yang berdistribusi normal) adalah mendekati 75%.

Dixon (T9)—yang membandingkan fungsi power uji tanda pula dengan uji student-t tersebut untuk sampel yang berasal dari distribusi normal—laporan tentang pengurangan efisiensi power untuk meningkatkan size sampel, untuk peningkatan level signifikansi, dan untuk meningkatkan alternatif. Cochran (T10), Gibbons (T11), Hodges dan Lehman (T12), dan MacStewart (T13), diantara yang lainnya, juga telah mempertimbangkan efisiensi power pada uji tanda.

LATIHAN

2.1 Lenzer et al. (E2) melaporkan skor ketahanan hewan selama 48 jam pada perbedaan respon. Skor median untuk hewan dengan elektroda yang diimplan pada hipotalamus adalah 97.5. Seandainya percobaan tersebut diduplikasi di laboratorium lain, kecuali elektroda tersebut diimplan pada otak depan 12 hewan. Asumsikan bahwa peneliti meneliti skor daya tahan seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.2.

Gunakan uji tanda satu sampel untuk melihat apakah peneliti dapat menyimpulkan bahwa pada level signifikansi 0.05, median daya tahan pada hewan yang diimplankan elektroda pada otak depan adalah kurang dari 97.5. Berapakah P-value pada uji ini?

TABEL 2.2

Skor daya tahan hewan dengan elektroda yang diimplankan pada otak depan.

93.6	89.1	97.7	84.4	97.8	94.5	88.3	97.5	93.7	94.6	85.5	82.6

2.2 Iwamoto (E3) menemukan bahwa rataan berat sampel pada spesies yang diteliti pada monyet betina dari suatu lokasi tertentu adalah 8.41 kg. seandainya sampel betina dewasa dari spesies yang sama dari lokasi lain menghasilkan berat badan seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.3, dapatkah kita menyimpulkan bahwa median berat badan populasi dari sampel kedua ini adalah lebih besar dari 8.41 kg? Gunakan uji tanda sampel 1 dengan tingkat signifikansi 0.05. berapakah P-value untuk uji ini?

TABEL 2.3

Berat badan monyet betina, dalam kilogram.

8.30	9.50	9.60	8.75	8.40	9.10	9.25	9.80	10.05	8.15	10.00	9.60	9.8	9.20	9.30

UJI PERINGKAT-BERTANDA WILCOXON

Seperti yang telah kita lihat, uji tanda hanya berguna untuk tanda yang perbedaan antara nilai yang diteliti dengan median yang dihipotesiskan. Untuk menguji $H_0 : M = M_C$, terdapat prosedur lain yang menggunakan jarak/besarnya pada perbedaan ketika hal ini tersedia. Untuk menggunakan uji tanda untuk menguji hipotesa mengenai suatu median populasi, kita hanya perlu mengetahui apakah suatu ukuran sampel jatuh di atas ataukah di bawah median yang dihipotesiskan. Untuk menggunakan prosedur yang lainnya, yang dikenal sebagai Wilcoxon (T14) uji rangking tanda, kita membutuhkan informasi tambahan supaya dapat merangking perbedaan antara tiap ukuran sampel dan median yang dihipotesiskan.

Untuk menggunakan prosedur Wilcoxon, pertama-tama kita merangking perbedaan pada *size* mutlak. Kemudian kita memberikan tanda original pada perbedaan untuk merangking dan menghitung dua: jumlah dari rangking dengan tanda negatif dan jumlah pada rangking dengan tanda positif. Karena uji rangking bertanda Wilcoxon menggunakan lebih banyak informasi daripada uji tanda, maka ini lebih sering daripada uji powerful. Uji rangking bertanda Wilcoxon juga mengasumsikan bahwa sampel populasi nya simetris. Ketika populasi yang disampelkan bertemu dengan asumsi ini, kesimpulan tentang median populasi juga diterapkan pada mean populasi. Ketika populasinya tidak simetris, kita lebih baik menggunakan uji tanda daripada menggunakan uji Wilcoxon.

Asumsi

A. Sampel tersedia untuk analisa adalah sampel random pada *size* n dari suatu populasi dengan median M yang tidak diketahui.
B. Variabel yang diteliti adalah kontinu.
C. Populasi yang diambil sampelnya adalah simetris.
D. Skala pengukurannya minimal adalah interval.
E. Penelitiannya bersifat independen.

Hipotesis

A. $H_0 : M = M_0$, $H_1 : M \neq M_0$
B. $H_0 : M \geq M_0$, $H_1 : M < M_0$
C. $H_0 : M \leq M_0$, $H_1 : M > M_0$

Gunakan tingkat signifikansinya adalah α.

Statistik uji

Untuk memperoleh statistik uji kita harus menggunakan prosedur berikut ini:

1. Kurangi median hipotesa dari tiap penelitian; maka untuk tiap penelitian, temukan:

   $$D_i = X_i - M_0$$

   Jika tiap penelitian Xi adalah sama dengan median M_0 yang dihipotesakan, eliminasikan dari perhitungan dan kurangi *size* sampel.
2. Urutkan (rank) dari yang terkecil hingga ke besar tanpa melihat tandanya. Di lain sisi, urutkan $|D_i|$, nilai mutlak pada perbedaan. Jika 2 atau lebih $|D_i|$ adalah sama, tentukan tiap nilai rataan dari urutan yang berhubungan dengan perbedaan yang berhubungan. Contohnya, jika 3 perbedaan yang terkecil semuanya adalah sama, urutkanlah menjadi 1, 2, 3, tetapi tentukan tiap urutan (1+2+3) / 3 = 6 / 3 = 2. Cara yang lainnya adalah dengan hubungan manakah yang rusak, tapi tidak satu pun dari mereka memiliki nilai mendasar dari yang lainnya. Penyederhanaan secara matematika merupakan prinsip pedoman dalam memilih suatu metode.

3. Tetapkan untuk setiap urutan tanda perbedaan yang mana merupakan urutan.
4. Tentukan tiap urutan pada tanda dengan tanda positif; disebut sebagai T_+. hasilkan jumlah dari urutan dengan tanda negatif; sebut sebagai T_-. Sebenarnya kita hanya perlu menghitung satu dari jumlah-jumlah tersebut. Diberikan satu penjumlahan, kita dapat menghasilkan yang lainnya dari suatu hubungan $T_+ = [n(n + 1) / 2] = T_-$

Jika H_0 adalah benar—maka median populasi M yang sebenarnya sama dengan median M_0 yang dihipotesakan—dan jika asumsinya dipertemukan, probabilitas pada penelitian suatu perbedaan positif $D_i = X_i - M_0$ besarnya yang diberikan adalah sama dengan probabilitas penelitian perbedaan negatif dari besarnya perbedaan negatif yang sama. Kemudian, di pengambilan sampel yang berulang, ketika H_0 adalah benar dan asumsinya bertemu, nilai perkiraan dari T_+ adalah sama dengan nilai perkiraan T_-. untuk sampel yang diberikan, kita tidak menduga T_+ sama dengan T_-. ketika H_0 bernilai benar, kita tidak menduga perbedaan besar pada nilai-nilainya. Konsekuensinya, nilai T_+ yang cukup kecil ataupun nilai T_- yang cukup kecil menyebabkan kita menolak H_0. Khususnya, statistik uji untuk setiap hipotesa berikut ini:

A. Karena kita menolak $H_0 : M = M_0$ untuk salah satu nilai T_+ yang cukup kecil atau nilai T_- yang cukup kecil, statistik uji untuk hipotesis dinyatakan pada A adalah salah satu di antara T_+ dan T_-, yang mana yang lebih kecil. Untuk menyederhanakan notasi, kita memanggil salah satu dari dua T yang terkecil.
B. Untuk jumlah terhitung yang cukup besar dari urutan dengan tanda negatif, kita menolak $H_0 : M \geq M_0$, karena di bawah hipotesis nol ini kita menduga sejumlah perhitungan angka yang hampir besar dari urutan dengan tanda positif. Angka T_+ yang cukup besar kemudian menyebabkan kita menolak hipotesa nol yang dispesifikasikan dalam B.
C. Oleh garis yang sama pada pembuatan alasan, kita lihat bahwa untuk menyatakan hipotesa dalam C, statistik uji -nya adalah T_-.

Aturan Keputusan

Nilai kritis pada statistik uji untuk uji urutan bertanda Wilcoxon terdapat pada Tabel A.3. sebenarnya tingkat probabilitas (P) yang diberikan, ditempatkan empat desimal untuk semua total urutan yang mungkin (T) yang menghasilkan suatu tingkat probabilitas yang berbeda pada penempatan desimal keempat, dari 0.0001 sampai dengan dan termasuk 0.5000. total urutan (T) ditabulasikan untuk semua *size* sampel dari n = 5 sampai dengan = 30.

Aturan keputusan untuk setiap sekumpulan hipotesis didaftar dalam 2 langkah di atas sebagai berikut.

A. Kita menolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika T yang dihitung adalah lebih kecil atau sama dengan t yang dihitung untuk n dan telah dipilih α/2. Secara alternatif, kita dapat memasukkan Tabel A.3 dengan n dan nilai T yang telah kita hitung untuk melihat apakah P yang ditabulasi berasosiasi dengan T yang dihitung, adalah kurang dari atau sama dengan tingkat signifikansi yang kita nyatakan. Jika begitu, maka tolak H_0.

B. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika T_+ adalah kurang dari atau sama dengan T yang dihitung untuk n dan α yang telah ditentukan.

Contoh 2.2

Pada sebuah penelitian tentang penyalahgunaan obat-obatan pada daerah pinggiran kota (E4), peneliti menentukan bahwa median IQ pada pengguna yang tertangkap yang berusia 16 tahun atau lebih adalah 107. Seandainya penelitian tersebut ingin mengetahui apakah untuk menyimpulkan median IQ tersebut tidak sama dengan 107. Tabel 2.4 menunjukkan IQ dari sampel acak pada 15 orang dari populasi yang diteliti. Apa yang dapat disimpulkan oleh si peneliti? ($\alpha = 0.05$).

TABEL 2.4

IQ pengguna obat-obatan di pinggiran kota yang berusia 16 tahun atau lebih

99	100	90	94	135	108	107	111	119	104	127	109	117	105	125

Hipotesis

$H_0 : M = 107$, $H_1 : M \neq 107$

Statistik Uji

Penghitungan untuk menghasilkan statistik uji telah dirangkum dalam tabel 2.5.

TABEL 2.5

Penghitungan untuk menghasilkan statistik uji untuk contoh 2.2

IQ	$D_i = X_i - M_0$	Rank pada $\|D_i\|$	Rank yang bertanda pada $\|D_i\|$
99	-8	7	-7
100	-7	6	-6
90	-17	11	-11
94	-13	10	-10
135	+28	14	+14
108	+1	1	+1
107	0		Dieliminasi dari analisis
111	+4	5	+5

119	+12	9	+9
104	-3	4	-4
127	+20	13	+13
109	+2	2.5	+2.5
117	+10	8	+8
105	-2	2.5	-2.5
125	+18	12	+12

			$T_+ = 64.5$
			$T_- = 40.5$

Karena $T_- = 40.5$ adalah kurang dari $T_+ = 64.5$, statistik uji untuk contoh kami adalah $T = 40.5$.

Keputusan

Untuk tingkat signifikansi 2 arah dengan $\alpha = 0.05$ dan *size* sampel $n = 14$, tabel A.3 menyatakan untuk menolak H_0 jika T adalah kurang dari atau sama dengan 21. Karena $T = 40.5 > 21$, maka kita tidak dapat menolak hipotesis nol. Kita menyimpulkan bahwa median IQ pada subjek di populasi mungkin adalah 107, karena data sampel cocok dengan nilai ini sebagaimana median dari populasinya. Di lain hal, data sampel tidak menyediakan bukti yang cukup karena kita menolak $H_0 : M = 107$. Karena nilai perhitungan T kita pada 40.5 adalah di antara nilai yang ditabulasi pada 40 dan 41, nilai P untuk uji ini ialah di antara $2(0.2316) = 0.4632$ dan $2(0.2508) = 0.5016$.

Pendekatan Sampel yang Besar

Ketika n adalah lebih besar daripada 30, kita tidak dapat menggunakan Tabel A.3 untuk menentukan signifikansi pada nilai yang dihitung pada uji statistik. Kita dapat menunjukkan bahwa untuk sampel yang besar, statistiknya adalah:

$$T^* = \frac{T - [n(n+1)/4]}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}}$$

Telah didekatkan ke distribusi normal standar. Untuk uji satu arah, kita mengganti T pada persamaan 2.4 dengan T_+ atau T_-, sebagai permintaan situasinya.

Kita dapat menggabungkan suatu penyesuaian untuk ikatan antara perbedaan-perbedaan bukan nol pada pendekatan sampel besar yang diberikan oleh persamaan 2.4 pada cara berikut ini. t merupakan angka perbedaan yang mutlak yang berhubungan untuk urutan data yang bukan nol. Kemudian, faktor koreksinya, yaitu:

$$\frac{\sum t3 - \sum t}{48}$$

Dan kita mengurangi faktor ini dari kuantitasnya di bawah akarnya pada persamaan 2.4. ketika kita memiliki ikatan, kemudian kita mengganti penyebut pada statistik uji pendekatan sampel besar dengan:

$$\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum t3 - \sum t}{48}}$$

Untuk mengilustrasikan penghitungan dari aturan untuk hubungan-hubungan, andaikan bahwa kita memiliki data seperti berikut ini.

Penelitian	**Rank**	**T**	**t³**
3	1.5	2	8
3	1.5		
4	3		
6	5	3	27
6	5		
6	5		
8	7.5	2	8
8	7.5		
9	10.5	4	64
9	10.5		
9	10.5		
9	10.5		

Koreksi untuk hubungan, yaitu:

$$\frac{107 - 11}{48} = 2$$

BACAAN LEBIH LANJUT

Tabel nilai kritis untuk uji rangking bertanda Wilcoxon telah diberikan oleh McCornack (T15), Wilcoxon (T14, T16, T17), dn Wilcoxon, Katti, dan Wilcox (T18), diantara lainnya. Tabel selanjutnya, yaitu tabel A.3 telah dikutip, memberikan nilai total rangking (T) dan tingkat probabilitas yang diasosiasi (P) untuk nilai nilai pada n sapai dengan 50.

Suatu alternatif prosedur untuk mengatur perbedaan nol muncul pada artikel oleh Pratt (T19). Cureton (T20) memberikan suatu rumusan untuk pendekatan normal ketika prosedur Pratt's beriku ini untuk mengatur (handle) pebedaan nol. Buck (T21), Conver (T22), Klotz (T23), dan Putter (T24) juga telah menyadari masalah dah hubungan dari perbedaan nol. Noether (T23) memberikan suatu rumusan untuk menentukan *size* sampel ketika menggunakan uji satu sampel Wilcoxon dan uji dua sampel dapat menerima teori oleh Larsen (T25).

Efisiensi Power

Karakteristik efisiensi power pada uji rank bertanda Wilcoxon telah diperiksa oleh Arnold (T26), Klotz (T27, T28), Mood (T29), dan Noether (T30), dan yang lainnya. Noether (T30) telah menunjukkan bahwa rangking bertanda Wilcoxon, uji sampel satu mempunya relatif efisiensi asimtot pada relativitas 0.955 kepada uji-t satu sampel jika D_i berdistribusi normal, dan efisiensinya 1 jika D_i berdistribusi normal. Noether (T30) lebih lanjut menunjukkan bahwa relatif efisiensi pada relatif uji tanda untuk uji sampel satu Wilcoxon adalah 2/3 jika D_i berdistribusi normal, 1/3 jika berdistribusi uniform, dan 4/3 jika D_i berikut ini berdistribusi eksponensial berganda.

Distribusi Sampling T_+

Mungkin ini merupakan suatu pelajaran untuk memperlihatkan bagaimana distribusi sampling T_+ pada uji rangking bertanda Wilcoxon dibentuk. Seandainya n = 4, tanpa memperhatikan nilai mutlak pada perbedaan yang dirangking, maka rangkingnya adalah 1, 2, 3, dan 4. Di bawah hipotesis nol perbedaan untuk dirangking adalah didistribusikan secara simetris mengenai nol. Konsekuensinya, tiap perbedaan yang dirangking adalah menjadi positif seperti negatif. Pada umumnya, terdapat 2^n set probabilitas pada asosiasi tanda dengan n rangking. Untuk n = 4, kemudian, terdapat $2^4 = 16$ set probabilitas pada asosiasi tanda dengan 4 rangking. Sebagai contoh, tidak satu pun (maksudnya adalah nol) pada rangking yang positif, hanya rangking 1 yang positif, hanya rangking 1 dan 3 yang positif, dan seterusnya. Untuk n = 4 pada tabel berikut ini ,menunjukkan rangking 4 yang mana yang positif dan nilai T_+ yang manakah yang cocok.

Rangking dengan Tanda positif	Nilai T_+	Rangking dengan Tanda positif	Nilai T_+

None	0	2, 3	5
1	1	2, 4	6
2	2	3, 4	7
3	3	1, 2, 3	6
4	4	1, 2, 4	7
1, 2	3	1, 3, 4	8
1, 3	4	2, 3, 4	9
1,4	5	1, 2, 3, 4	10

dari tiap 16 set kemungkinan dari rank yang memiliki tanda positif ini, memiliki kesempatan yang sama untuk terjadi. Oleh Karena itu, kemungkinan dari salah satu kejadian itu adalah $1/16 = 0.0625$.

Catatan bahwa tabel hanya terdiri dari 11 nilai yang beda nyata dari T_+, karena beberapa nilai terjadi lebih dari sekali. Tabel berikut ini menunjukkan nilai T_+ yang berbeda nyata, angka dari waktu tiap kejadian, dan kemungkinan, di bawah H_0 pada pengamatan setiap nilai yang berbeda nyata.

Nilai dari T_+	**Banyaknya kejadian**	**$P(T_+)$**
0	1	0.0625
1	1	0.0625
2	1	0.0625
3	2	0.1250
4	2	0.1250
5	2	0.1250
6	2	0.1250
7	2	0.1250
8	1	0.0625
9	1	0.0625
10	1	0.0625

Dari tabel peluang yang kumulatif dan dekumulatif ini, kita dapatkan. Untuk contoh, $P(T_+ \leq 1) = 0.0625 + 0.0625 = 0.1250$.

LATIHAN

2.3 Malina (E5) melaporkan hasil dari studi tentang berat badan pemain sepak bola di universitas Texas di Austin antara tahun 1899 dan 1970. Seandainya berat badan dari sampel acak dari 15 pemain sepak bola selama 10 tahun di universitas besar lainnya adalah seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.6.

Dapatkah kita menyimpulkan bahwa median dari berat badan populasi dari sampel berikut ini lebih besar dari 163.5 pon? $\alpha = 0.05$. berapakah P value dari uji ini?

Tabel 2.6

Berat badan pemain sepakbola

Pemain	**Berat Badan**
1	188.0
2	211.2
3	170.8
4	212.4
5	156.9
6	223.1
7	235.9
8	183.9
9	214.4
10	221.0
11	162.0
12	222.8
13	174.1
14	210.3
15	195.2

2.4 Moore dan Ogletree (E6) menyelidiki kesigapan siswa kelas satu sekolah dasar. Mereka membandingkan 2 skor pada sebuah tes kesigapan yang menghadiri sebuah program Head Start selama setahun penuh dengan skor yang tidak mengikuti program ini. Seandainya sampel acak dari 20 siswa sekolah dasar yang tidak mengikuti program tersebut memperoleh skor tes kesigapan seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.7

Dapatkah kita menyimpulkan bahwa median skor dari populasi yang diwakili oleh sampel ini adalah sebesar kurang dari 45.32? berapakah P value dari uji ini?

TABEL 2.7

Skor Tes Kesigapan Siswa Sekolah Dasar Yang Tidak Mengikuti Program Head Start

Siswa	Skor	Siswa	skor
1	33	11	41
2	19	12	31
3	40	13	46
4	35	14	51
5	51	15	34
6	41	16	37
7	27	17	36
8	23	18	55
9	39	19	52
10	21	20	32

2.5 Palmer (E7) melaporkan bahwa selama periode 6 bulan, seorang sales di sebuah perusahaan asuransi rata-rata menghabiskan 119 jam per bulan di lapangan. Andaikata untuk suatu sampel acak pada 16 orang sales dari perusahaan lainnya, kita memilik data seperti yang ditunjukkan pada tabel 2.8. ujilah hipotesis nol bahwa median populasi dari sampel berikut ini adalah 119 jam. Berapakah P value -nya?

TABEL 2.8

Rata-Rata dari Banyaknya Jam per-Bulan yang Dihabiskan Dihabiskan oleh Pegawai Baru Sales Asuransi di Lapangan Selama 6 Bulan

136	103	91	122	96	145	140	138	126	120	99	125
91	142	119	137								

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK MEDIAN BERDASARKAN UJI TANDA

Ketika kita memiliki suatu sampel acak dari suatu pengukuran suatu populasi, median m memberikan nilai estimasi logis dari median populasi. Sampel median biasanya tidak berada pada penelitian yang terus-terusan sebagai ukuran lokasi bagi sampel. Di kebanyakan situasi pada perhatian seperti ini sebagai sebuah estimasi median populasi dari sampel yang diberikan. Perkiraan titik dari nilai batas, karena kita tidak dapat membubuhkan ke pernyataan yang bersangkutan dengan jumlah kepercayaan yang kita miliki yang parameter nya telah diperkirakan. Nilai terbesar pada perkiraan selang, suatu estimasi yang kita dapat membuat pernyataan tentang kepercayaan. Untuk selang yang sepatunya digagas dari median populasi, misalnya, kita dapat mengatakan bahwa dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%. Kita dapat membuat suatu pernyataan karena adanya peluang dari interval. Misal seandainya, kita mengharapkan suatu taksiran dengan interval tingkat kepercayaan sebesar 95% untuk suatu rata-rata populasi yang tidak diketahui. Jika kita memilih beberapa, beberapa (secara teori, semua kemungkinan) contoh acak sederhana pada ukuran yang sama dari suatu populasi pada penelitian dengan cara yang seperti biasanya, gagasan dari data pada setiap sampel dengan selang kepercayaan sebesar 95% dan koefisien kepercayaan 0,95 termasuk dalam parameter yang tidak diketahui. Praktis penting dalam teori ini adalah fakta untuk setiap estimasi interval dapat dikatakan bahwa dengan tingkat kepercayaan sebesar 95% yang terdiri dari populasi parameter yang tidak diketahui.

Di pengujian hipotesis kita memulai analisis statistika dengan anggapan sebuah nilai peluang dari besarnya parameter, seperti median, adalah penelitian. Melalui prosedur pengujian hipotesis kita memutuskan apakah data sampel sesuai dengan pernyataan awal atau tidak. Di sisi lain, pada perkiraan selang/interval kita tidak memulai analisis dengan pernyataan ataupun nilai dari pernyataan yang sudah ada sebelumnya pada parameter yang tidak diketahui tentang sesuatu yang kita harapkan untuk membuat sebuah kesimpulan. Kita memilih sampel dari populasi dari suatu kesimpulan, dan dari data sampel kita menggagas sebuah estimasi selang dari suatu populasi. Terkadang kita termotivasi oleh hasil dari suatu uji hipotesis untuk menggagas sebuah perkiraan selang. Contohnya kita dapat mengolah hipotesis nol yang menyatakan bahwa median populasi sama dengan 150 dan hasil uji menyimpulkan ternyata bukanlah 150. Kemudian kita sekedar ingin mengetahui berapakah besar median populasi. Perkiraan selang dapat menjawab semua ini. Dua metode untuk menggagas perkiraan selang pada median populasi yang tidak diketahui akan diilustrasikan. Metode pertama yaitu berdasarkan uji tanda, dan metode kedua yaitu berdasarkan uji Wilcoxon.

Median dari sampel m adalah nilai "*middle*" di suatu susunan terurut dari penelitian sampel. Jika *size* sampel merupakan angka ganjil, median sampel merupakan nilai tengah di suatu susunan terurut. Jika ukuran sampel adalah angka genap, maka median sampel merupakan rata-rata dari dua nilai tengah di suatu susunan terurut.

Suatu simetri, dua sisi selang kepercayaan untuk median populasi mungkin akan dihasilkan dengan penggunaan prosedur yang cukup berhubungan dengan uji tanda. Thompson (T31) dan Savur (T32) mendeskripsikan prosedur ini, dan David (T33) memberikan asal-usul dari interval.

Selang kepercayaan 100(1-α)% untuk M terdiri dari nilai-nilai M_0 tersebut dimana kita tidak menolak hipotesis nol 2 arah H_0: $M = M_0$ pada level signifikan sebesar α. Kita memisalkan batas terendah dari selang kepercayaan dengan M_L dan batas tertinggi dengan M_U. Untuk selang kepercayaan 100(1-α)% kita pilih M_L dan M_U sebagai berikut: kita gunakan tabel A.1 untuk menghitung angka terbesar dari tanda positif atau negatif (yaitu nilai dari K') dengan begitu $P(K \leq K'|n, 0.50) \leq \alpha/2$. Kemudian kita pilih K' sama seperti yang kita lakukan sebelumnya pada uji tanda dua arah. Ketika kita menyusun suatu nilai sampel di suatu susunan, suatu amatan ke-(K' + 1) adalah M_L, batas terendah dari selang kepercayaan 100(1-α)%. Untuk mencari M_U, batas tertinggi dari selang kepercayaan, kita hitung nilai sampel tersusun/terurut dari yang terkecil/terendah hingga yang terbesar/tertinggi. Amatan ke-(K' + 1) dari yang tertinggi adalah M_U. Penghitungan dari yang terendah pada susunan terurut (dimulai dari nilai sampel yang terkecil), kita mencari bahwa M_U adalah nilai ke (n-K)'.

Contoh 2.3

Agnew et al. (E8), di suatu penelitian tentang pola tidur, dilaporkan bahwa data menunjukkan di tabel 2.9. mari kita gagaskan dengan selang kepercayaan sebesar 95% untuk median pada populasi dari data sampel yang telah diberikan berikut ini. Nilai yang terurutnya ialah sebagai berikut.

0.07	0.69	1.74	1.90	1.99	2.41	3.07	3.08
3.10	3.53	3.71	4.01	8.11	8.23	9.10	10.16

TABEL 2.9

Persentase dari total waktu tidur yang dihabiskan pada tingkatan 0 sampai 16 pada kesehatan fisik dan mental pria usia 50 dan 60 tahun

1.90	3.08	9.10	3.53	1.99	3.10	10.16	0.69
1.74	2.41	4.01	3.71	8.11	8.23	0.07	3.07

Sumber: Harman W Agnew, Jr., Wilse W. Webb, dan Robert L. Williams, "Sleep Patterns in Late Middle Age Males: An EEg Study." *Electroenchepalogr. Clin. Neurophysiol*, 23 (1967), 168-171

Perkiraan suatu nilai dari median populasi adalah median sampelnya, yang mana rata-rata dari dua nilai tengah pada susunan yang sudah terurut; maka median dari sampel adalah $(3.08 + 3.10)/2 = 3.09$.

Untuk mencari batas tertinggi dan terendah dari selang kepercayaan, kita dapat mengamati tabel A.1 dan menemukan bahwa

$$P(K \leq 3 | 16, 0.50) = 0.0105$$

Dan

$$P(K \leq 4 | 16, 0.50) = 0.0383$$

Dengan demikian, dapat kita lihat bahwa kita tidak dapat memperoleh selang kepercayaan sebesar 95% secara tepat, karena $100[1 - 2(0.0105)] = 97.9$, yang mana lebih besar daripada 95, dan $100[1 - 2(0.0383)] = 92.34$, yang mana kurang dari 95. Metode ini menggagas sebuah selang kepercayaan untuk median yang pada umumnya menghasilkan interval dengan koefisien yang seperti pada umumnya, sepeti 0.90, 0.95, 0.99 secara tepat/persis. Pada contoh ini kita harus memutuskan antara (1) interval yang lebih lebar dan tingkat kepercayaan yang lebih tinggi, serta (2) selang yang lebih sempit dan tingkat kepercayaan yang lebih rendah. Dengan pengandaian bahwa kita memilihnya belakangan. Kemudian $K' = 4$ dan $K' + 1 = 5$. Nilai ke-5 pada susunan yang telah terurut adalah M_L, batas selang dari selang terendah tadi. Batas tertinggi M_U merupakan nilai ke-5 dari kanan atau $(16 - 4) =$ nilai ke dua belas dari kiri. Sehingga kita bisa lihat untuk contoh tadi, $M_L = 1.99$ dan $M_U = 4.01$. Koefisien kepercayaan adalah $100\ [1 - 2(0.0383)] = 92.34$. kita mengatakan bahwa kita percaya sebesar 92.34% bahwa median dari populasi adalah antara 1.99dan 4.01. gambar 2.1 mengilustrasikan selang kepercayaan.

Gambar 2.1 Bentuk dari perkiraan 95% selang kepercayaan untuk Contoh 2.3

	K	Peluang (dari Tabel A.1)	Peluang Kumulatif
	0	0.0000	0.0000
	1	0.0002	0.0002
	2	0.0018	0.0020
	3	0.0085	0.0105
Peringkat batas bawah	$\boxed{4 + 1 = 5}$	0.0278	0.0383
	5	0.0667	
	6	0.1222	
	7	0.1746	

8		0.1964	
9		0.1746	
10		0.1222	
11	Peringkat batas atas	0.0667	
$\boxed{12}$		0.0278	0.0383
13		0.0085	0.0105
14		0.0018	0.0020
15		0.0002	0.0002
16		0.0000	0.0000

Peringkat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nilai	0.07	0.69	1.74	1.90	1.99	2.41	3.07	3.08	3.10	3.53	3.71	4.01	8.11	8.23	9.10	10.16
					M_L							M_U				

Pendekatan Sampel Besar

Untuk sampel yang besar kita dapat menggunakan aproksimasi yang diberikan oleh Hollander dan Wolfe (T34). Untuk melakukan aproksimasi, kita memperkirakan K' + 1 sebagai :

$$(K' + 1) \approx (n/2) - z_{\alpha/2}\sqrt{n/4} \qquad \textbf{(2.5)}$$

dimana $z_{\alpha/2}$ adalah nilai dari z dalam Tabel A.2 yang sesuai untuk $\alpha/2$. Dari persamaan 2.5, (K' + 1) yang dihasilkan biasanya bukan bilangan bulat, sehingga kita bisa menggunakan bilangan bulat terdekat.

Contoh 2.4

Untuk menunjukkan perkiraan sampel besar, mari kita menerapkan prosedur aproksimasi normal untuk data pada Contoh 2.3. Dari persamaan 2.5 kita mendapatkan koefisien kepercayaan dari 0.95 ($\alpha/2 = 0.025$),

$$(K' + 1) \approx (16/2) - 1.96\sqrt{16/4} \approx 4$$

dengan menghitung pengamatan keempat dari setiap ujung dari sekumpulan data yang terurut menghasilkan $M_L = 1.90$ dan $M_U = 8.11$.

BACAAN LEBIH LANJUT

Efron (T35) membahas selang *bootstrap* untuk situasi nonparametrik. Hettmansperger dan Sheather (T36) mempertimbangkan masalah interpolasi statistik urut yang berdekatan untuk membentuk selang kepercayaan dengan nilai-

nilai koefisien-koefisien lanjutan dari kepercayaan; mereka menyediakan sebuah rumus interpolasi sederhana yang mereka klaim cocok pada sebagian besar kondisi.

LATIHAN

2.6 Armstrong (E9) sehari-hari meneliti saat-saat ketidakterlindungan, dalam menit, terhadap resiko suatu kecelakaan kendaraan bermotor pada 10 keluarga di Hawai Utara. Andaikan bahwa suatu survei serupa di wilayah lain menghasilkan data yang ditunjukkan dalam Tabel 2.10. Cari dugaan titik dan buat perkiraan selang kepercayaan 95% untuk median populasi.

TABEL 2.10

Waktu pajanan per hari, dalam menit, terhadap individu-individu pada kecelakaan kendaraan bermotor

18.3	45.2	19.1	57.0	63.9	10.3	12.1	35.5	36.6	74.6
10.5	27.8	44.9	40.9	63.7	40.8	59.1	31.5	40.1	8.1

2.7 Abu-Asyah (E10) menemukan bahwa median pendidikan kepala rumah tangga yang tinggal di *mobile home* di daerah tertentu adalah 11,6 tahun. Anggap bahwa suatu survei serupa diadakan di wilayah lain menyatakan tingkat pendidikan kepala rumah tangga ditunjukkan pada Tabel 2.11. Cari dugaan titik, dan buat perkiraan selang kepercayaan 95% untuk median populasi.

TABEL 2.11

Tingkat Pendidikan (menurut lamanya bersekolah, dalam tahun) kepala rumah tangga yang bertempat tinggal di *mobile home*.

13	6	6	12	12	10	9	11	14	8	7	16	15	8	7

2.8 Pusat Penelitian Pertanian Universitas Auburn (E—11) melaporkan (data tentang usia para petani di Alabama dalam tahun 1950 dan tahun 1960. Tabel 2.12 mengungkapkan usia 16 orang petani di suatu kawasan lain. Hitung dugaan titik atas median populasi yang bersangkutan dan buatlah selang kepercayaan sekitar 95% untuk median tersebut.

TABEL 2.12

Data Usia Petani

32	42	30	35	57	40	30	52	34	64	55	57	50	45	46	63

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK MEDIAN BERDASARKAN UJI PERINGKAT BERTANDA WILCOXON

Kita bisa membentuk sebuah selang kepercayaan untuk sebuah populasi median M dengan menggunakan sebuah prosedur berdasarkan uji peringkat bertanda Wilcoxon ketika kita bisa mengasumsikan bahwa populasi tersebut simetris. Teori yang mendasari prosedur tersebut, yang mula-mula diperkenalkan oleh Tukey (T37), yang dibahas oleh Noether (T30) dan Gibbons (T11).

Telah dikemukakan sebelumnya, selang kepercayaan 100(1-α)% untuk M terdiri dari nilai-nilai M yang mana akan kita tolak di dua arah saat hipotesis nol H_0 : M = M_0 pada tingkat signifikan α.

Prosedur Aritmatik

Prosedur ini terdiri dari langkah-langkah berikut :

1. Dari sampel pengamatan X_1, X_2, ... , X_n, bentuk semua kemungkinan rata-rata.

   $u_{ij} = \frac{X_i + X_j}{2}$, $\quad 1 \leq i \leq j \leq n$

   Dengan kata lain, menghitung

   $$\frac{X_1+X_1}{2}, \quad \frac{X_1+X_2}{2}, \ldots, \frac{X_1+X_n}{2}$$

   $$\frac{X_2+X_2}{2}, \quad \frac{X_2+X_3}{2}, \ldots, \frac{X_2+X_n}{2}, \ldots, \frac{X_{n-1}+X_n}{2},$$

   $$\frac{X_n+X_n}{2}$$

   Ada sebanyak n(n-1)/2 + n rata-rata, yang median nya didistribusikan secara-simetris.
2. Susun u_{ij} secara urut dari yang terkecil ke terbesar.
3. Median u_{ij} merupakan dugaan titik untuk median populasi.
4. Lihat dalam Tabel A.3 ukuran sampel dan sesuaikan nilai P sebagaimana ditentukan oleh tingkat kepercayaan yang diinginkan. Ketika koefisien kepercayaan nya (1-α), P = α/2. Ketika nilai yang sesuai dari α/2 tidak ditemukan dalam Tabel A.3, pilih nilai yang berdekatan, baik nilai terdekat itu lebih besar ataupun lebih kecil dari α/2, bergantung pada apakah selang nya sedikit lebih luas atau sedikit lebih sempit dari yang diinginkan yang lebih dapat diterima.
5. Batas selang kepercayaan adalah nilai terkecil ke-K dan nilai terbesar ke-K dari u_{ij}. K = T + 1, dimana T adalah nilai pada kolom yang berkorespondensi dengan nilai P yang terpilih pada langkah 4.

Contoh 2.5

Untuk mengkaji perbedaan-perbedaan kepribadian antara mahasiswa dan mahasiswi kedokteran, Cartwright (E12) menganalisis nilai dari mahasiswa kedokteran yang dibuat dalam skala responsibilitas dari Lembaga Psikologi California. Umpama 10 sampel random mahasiswa kedokteran dari kawasan tertentu ditunjukkan dalam nilai pada Tabel 2.13. Tentukan dugaan titik dan bentuk suatu selang dengan koefisien kepercayaan kira-kira 0.95 untuk median populasi.

TABEL 2.13

Nilai yang diperoleh oleh 10 mahasiswa kedokteran pada skala responsibilitas dari Lembaga Psikologi California

28.5	25.2	28.7	41.0	29.1	32.3	37.7	39.9	26.8	28.8

1.Menghitung semua nilai u_{ij}, sebagai berikut.

$\frac{28.5+28.5}{2} = 28.5$ $\frac{25.2+25.2}{2} = 25.2$ $\frac{28.7+28.7}{2} = 28.7$

$\frac{28.5+25.2}{2} = 26.85$ $\frac{25.2+28.7}{2} = 26.95$ $\frac{28.7+41.0}{2} = 34.85$

$\frac{28.5+28.7}{2} = 28.60$ $\frac{25.2+41.0}{2} = 33.10$ $\frac{28.7+29.1}{2} = 28.90$

$\frac{28.5+41.0}{2} = 34.75$ $\frac{25.2+29.1}{2} = 27.15$ $\frac{28.7+32.3}{2} = 30.50$

$\frac{28.5+29.1}{2} = 28.80$ $\frac{25.2+32.3}{2} = 28.75$ $\frac{28.7+37.7}{2} = 33.20$

$\frac{28.5+32.3}{2} = 30.40$ $\frac{25.2+37.7}{2} = 31.45$ $\frac{28.7+39.9}{2} = 34.30$

$\frac{28.5+37.7}{2} = 33.10$ $\frac{25.2+39.9}{2} = 32.55$ $\frac{28.7+26.8}{2} = 27.75$

$\frac{28.5+39.9}{2} = 34.20$ $\frac{25.2+26.8}{2} = 26.00$ $\frac{28.7+28.8}{2} = 28.75$

$\frac{28.5+26.8}{2} = 27.65$ $\frac{25.2+28.8}{2} = 27.00$

$\frac{28.5+28.8}{2} = 28.65$

$\frac{41.0+41.0}{2} = 41.00$ $\frac{29.1+29.1}{2} = 29.10$ $\frac{32.3+32.3}{2} = 32.30$

$\frac{41.0+29.1}{2} = 35.05$ $\frac{29.1+32.3}{2} = 30.70$ $\frac{32.3+37.7}{2} = 35.00$

$\frac{41.0+32.3}{2} = 36.65$ $\frac{29.1+37.7}{2} = 33.40$ $\frac{32.3+39.9}{2} = 36.10$

$\frac{41.0+37.7}{2} = 39.35$ $\frac{29.1+39.9}{2} = 34.50$ $\frac{32.3+26.8}{2} = 29.55$

$\frac{41.0+39.9}{2} = 40.45$ $\frac{29.1+26.8}{2} = 27.95$ $\frac{32.3+28.8}{2} = 30.55$

$\frac{41.0+26.8}{2} = 33.90$ $\frac{29.1+28.8}{2} = 28.95$

$\frac{41.0+28.8}{2} = 34.90$

$\frac{37.7+37.7}{2} = 37.70$ $\frac{39.9+39.9}{2} = 39.90$ $\frac{26.8+26.8}{2} = 26.80$

$\frac{37.7+39.9}{2} = 38.80$ $\frac{39.9+26.8}{2} = 33.35$ $\frac{26.8+28.8}{2} = 27.80$

$\frac{37.7+26.8}{2} = 32.25$ $\frac{39.9+28.8}{2} = 34.35$

$\frac{37.7+28.8}{2} = 33.25$

$\frac{28.8+28.8}{2} = 28.80$

2. Sekumpulan data terurut dari $[10(9)/2] + 10 = 55$ nilai u_{ij} ditunjukkan pada Tabel 2.14.

TABEL 2.14

Sekumpulan data terurut nilai u_{ij} untuk contoh 2.5

1	25.20	**12**	28.50	**23**	29.55	**34**	33.20	**45**	34.90
2	26.00	**13**	28.60	**24**	30.40	**35**	33.25	**46**	35.00
3	26.80	**14**	28.65	**25**	30.50	**36**	33.35	**47**	35.05
4	26.85	**15**	28.70	**26**	30.55	**37**	33.40	**48**	36.10
5	26.95	**16**	28.75	**27**	30.70	**38**	33.90	**49**	36.65
6	27.00	**17**	28.75	**28**	31.45	**39**	34.20	**50**	37.70
7	27.15	**18**	28.80	**29**	32.25	**40**	34.30	**51**	38.80
8	27.65	**19**	28.80	**30**	32.30	**41**	34.35	**52**	39.35
9	27.75	**20**	28.90	**31**	32.55	**42**	34.50	**53**	39.90
10	27.80	**21**	28.95	**32**	33.10	**43**	34.75	**54**	40.45
11	27.95	**22**	29.10	**33**	33.10	**44**	34.85	**55**	41.00

3. Memperkirakan median populasi yaitu nilai ke-28, dengan nilai 31.45.
4. Tabel A.3 mengungkapkan dengan n = 10 dan P = 0.0244, nilai P terdekat untuk (1-0.95)/2 = 0.025 untuk n = 10.
5. Nilai T yang cocok untuk n=10 dan P=0.0244 adalah 8. Maka dari itu, K = T+1 = 8 + 1 = 9. Selang kepercayaan dari median populasi dibatasi oleh nilai kesembilan terkecil dan nilai kesembilan terbesar dari nilai u_{ij}. Koefisien kepercayaannya adalah 1 - 2(0.0244) = 0.9512.

Untuk contoh ini, selang kepercayaan 95.12% dibatasi oleh 27.75 dan 35.05. Dengan kata lain, kita 95.12% percaya bahwa nilai median untuk populasi dimana sampel hipotesisnya berada di antara 27.75 sampai 35.05.

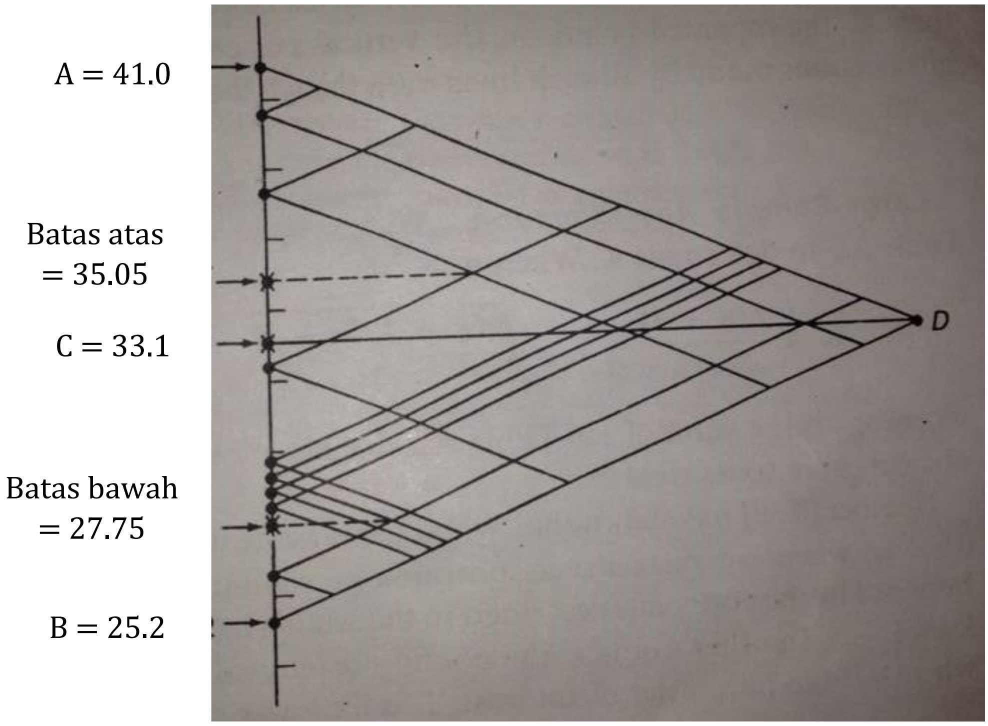
Anda dapat melihat bahwa, bahkan untuk sampel-sampel yang berukuran sedang pun, metode pembentukan selang kepercayaan untuk median populasi ini agak menjemukan. Namun kita dapat sedikit menghemat waktu dengan mengurutkan terlebih dahulu nilai-nilai yang sebenarnya sebelum menghitung nilai-nilai u_{ij}. Dengan demikian, dalam tempo yang cukup singkat kita dapat menghitung rata-rata nilai K terkecil dan rata-rata nilai K terbesar. Upaya mendapatkan dugaan titik atas median populasi tidak terlalu memakan waktu lagi. Jika a, banyaknya rata-rata, merupakan suatu bilangan ganjil, kita tinggal menghitung nilai rata-rata ke- $(a + 1)/2$ terkecil (atau terbesar). Jika a suatu bilangan genap, kita tinggal menghitung nilai rata-rata ke- $(a/2) + 1$ terkecil (atau terbesar) untuk mendapatkan median tersebut.

Prosedur Grafik

Moses (T38) menjelaskan sebuah prosedur secara grafis, berdasarkan Uji peringkat berganda Wilcoxon, untuk mendapatkan sebuah selang kepercayaan untuk median populasi. Karena prosedur ini tidak membosankan dibanding prosedur secara aritmatik, di sini diilustrasikan dengan data pada Contoh 2.5. Langkah-langkah dari metode solusi adalah sebagai berikut. (Gambar 2.2 juga mengilustrasikan langkah-langkah ini).

GAMBAR 2.2

Bentuk secara grafis dari selang kepercayaan 95% untuk median populasi dalam Contoh 2.5.



1. Gambar nilai sampel sebenarnya pada sumbu vertikal dalam grafik
2. Namai nilai terbesar dengan A dan nilai terkecil dengan B. Dalam contoh kita, A = 41.0 dan B = 25.2.
3. Cari nilai tengah antara A dan B dan namai dengan C. Dalam contoh, C = 33.1.
4. Tarik sebuah garis melalui C dengan panjang secukupnya, tegak lurus terhadap sumbu vertikal. Namai ujung garis ini D.
5. Hubungkan AD dan DB dengan garis-garis lurus untuk membentuk segitiga ADB.
6. Tarik sebuah garis yang sejajar dengan BD dari setiap titik data pada sumbu vertikal hingga ke garis AD.
7. Tarik sebuah garis yang sejajar dengan AD dari setiap titik data pada sumbu vertikal hingga ke garis BD.
8. Untuk menentukan batas atas kepercayaan, gunakan Tabel A.3 untuk mendapatkan nilai $K = T + 1$. Hitung secara mundur dari titik A hingga perpotongan ke-K, termasuk perpotongan-perpotongan dengan sumbu vertikal. Tarik sebuah garis horizontal dari perpotongan ke-K hingga memotong sumbu vertikal. Titik perpotongan antara garis horizontal dengan sumbu vertikal inilah batas atas selang kepercayaan kita. Dalam contoh ini, dengan $n = 10$ dan $1 - \alpha = 0.9512$, kita mendapatkan $K = 9$. Garis horizontal dari kesembilan perpotongan dari atas memotong sumbu vertikal pada nilai 35.05.
9. Guna menentukan letak batas bawah selang kepercayaan, hitunglah mulai dari titik B hingga perpotongan ke-K dari bawah. Tarik garis horizontal dari perpotongan itu hingga memotong sumbu vertikal. Titik potong yang terakhir inilah batas bawah selang kepercayaan kita. Dalam contoh ini, kita menjumpai bahwa batas bawah tersebut adalah 27.75. Batas bawah ini

serta batas atas yang bernilai 30.05 ternyata cocok dengan hasil-hasil yang diperoleh menggunakan prosedur aritmatik.

Apabila suatu nilai dalam himpunan data asli diperoleh lebih dari sekali, garis-garis horizontal yang memotong titik-titik yang sama pada sumbu vertikal akan berhimpit. Dalam hal ini Anda harus berhati-hati ketika menghitung perpotongan-perpotongan antara garis-garis semacam itu, dikarenakan garis-garis itu tampak sebagai sebuah garis saja pada grafik.

Pendekatan Sampel Besar

Dengan sampel yang lebih besar lebih dari 30 kita tidak dapat menggunakan Tabel A.3 untuk menentukan K. Ketika n > 30.

$$K \approx \frac{n(n+1)}{4} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} \qquad (2.7)$$

dimana $z_{\alpha/2}$ adalah nilai dari z pada Tabel A.2 yang mana memiliki wilayah α/2 dibawah kurva normal di sebelah kanannya.

Noether (T39) telah menunjukkan bahwa ketika variabel yang kita inginkan adalah diskrit (yakni, bila kita melepaskan asumsi perihal kontinuitas), selang kepercayaan yang dibatasi oleh nilai-nilai batas sebagaimana dijelaskan dalam bagian ini memiliki koefisien kepercayaan sekurang-kurangnya 1 — a. Dengan kata lain, jika interval kepercayaan kita berupa $L \leq \theta \leq U$, dengan θ adalah parameter yang kita inginkan, L batas kepercayaan bawah, dan U batas kepercayaan atas, maka kita boleh membuat suatu pernyataan probabilitas yang berbentuk

$$P(L \leq \theta \leq U) \geq 1 - \alpha$$

dimana selangnya mencakup nilai-nilai batasnya. Jika selang kepercayaan terbuka, seperti L < θ < U, maka koefisien kepercayaan pada kasus diskrit sama seperti koefisien kepercayaan pada kasus kontinu, dan kita dapat membuat pernyataan pada bentuk

$$P(L < \theta < U) \leq 1 - \alpha$$

Selang yang dibentuk tidak mencakup nilai-nilai batasnya.

LATIHAN

2.9 Hall dkk. (E13) menghitung rasio *Lintner Soluble Starch (LSS)* terhadap nilai-nilai *Amylase Azure (AA)* (dalam satuan enzim per mililiter) yang ditentukan dari spesimen ludah 11 orang subjek. Hasil-hasil pengamatannya tampak dalam Tabel 2.15. Hitung dugaan titik atas median populasi yang bersangkutan, dan bentuklah selang kepercayaan sekitar 95% untuk median populasi subjek-subjek yang serupa, bila subjek-subjek ini bisa dianggap suatu sampel acak.

TABEL 2.15

Rasio Lintner Soluble Starch (LSS) terhadap nilai-nilai Amylase Azure (AA), dalam satuan enzim per mililiter

Subjek	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Rasio LSS/AA	0.76	0.86	0.82	1.10	0.71	1.00	0.65	0.85	0.64	0.86	0.70

Sumber: F. F. Hall, C. R. Ratliff, T. Hayakawa, T. W. Culp, and N. C. Hightower, "Substrate Differentiation of Human Pancreatic and Salivary Alpha-Amylases," Am. J. Dig. Dis., 15 (1970), 1031—1038.

2.10 Golde dkk. (E14) melaporkan jumlah hitungan sel darah putih dari subjek-subjek yang terdiri atas tujuh pria dewasa penderita sejenis leukemia; perhitungan tersebut tampak dalam Tabel 2.16. Hitung dugaan titik atas median populasi yang bersangkutan; buatlah selang kepercayaan sekitar 95% untuk median populasi tersebut bila subjek-subjek yang diambil bisa dianggap suatu sampel acak.

TABEL 2.16

Hitungan sel darah putih (WBC *count)* pada pria dewasa penderita leukemia

Subjek	1	2	3	4	5	6	7
WBC Count	19.000	31.000	1.300	1.500	43.000	14.000	14.000

Sumber: David W. Golde, Belina Rothman, and Martin J. Cline, "Production of Colony-Stimulating Factor by Malignant Leukocytes," Blood, 43 (1974), 749—756; digunakan dengan izin.

2.11 Silverman dkk. (E15) mengukur *forced vital capacity* (FVC) pada lima pria dewasa yang sehat, yang kalau bukan dokter adalah tenaga riset kedokteran. Subjek-subjek yang berusia antara 19 hingga 30 tahun itu bukan perokok, dan selama hidup mereka belum pernah mengidap penyakit dada atau jantung. Hasil-hasil pengukuran tersebut ditunjukkan dalam Tabel 2.17. Hitunglah dugaan titik atas median populasi yang bersangkutan; buatlah selang kepercayaan 95% untuk median populasi tersebut bila subjek-subjek ini dianggap mewakili suatu sampel acak.

TABEL 2.17

Forced vital capacity (FVC) pada pria dewasa yang sehat

Subjek	1	2	3	4	5
FVC, mililiter	5.610	4.290	5.555	5.280	5.280

Sumber: M. Silverman, E. Zeidifard, J. W. Paterson, and S. Godfrey, "The Effect of Isoprenaline on the Cardiac and Respiratory Responses to Exercise," Quart. J. Exper. Physiol., 58 (1973), 7-17.

MEMBUAT KESIMPULAN MENGENAI SEBUAH PROPORSI POPULASI

Proporsi populasi adalah parameter yang kerap kali ingin kita ketahui dalam penelitian dan kegiatan-kegiatan pengambilan keputusan. Seorang analis pasar mungkin ingin tahu proporsi keluarga di daerah tertentu yang memiliki TV kabel. Seorang pejabat kesehatan masyarakat mungkin akan tertarik untuk mengetahui proporsi anak-anak usia sekolah yang telah diimunisasi terhadap beberapa penyakit masa kanak-kanak. Seorang sosiolog mungkin ingin mengetahui proporsi kepala rumah tangga di daerah tertentu yang adalah perempuan. Seorang politikus mungkin bisa mengetahui proporsi penduduk di beberapa lingkungan yang terdaftar Demokrat.

Ketika melakukan survei terhadap keseluruhan populasi adalah tidak mungkin atau tidak dapat dipraktekkan, peneliti mendasarkan keputusan mengenai proporsi populasi pada kesimpulan yang dibuat dengan menganalisis sampel yang diambil dari populasi. Seperti biasa, kesimpulan dapat membentuk perkiraan selang atau pengujian hipotesis.

UJI BINOMIAL

Pertama pertimbangkan keadaan dimana peneliti ingin menguji suatu hipotesis mengenai proporsi populasi. Suatu uji yang cocok pada keadaan ini adalah uji binomial. Uji ini menggunakan formula binomial, yang mana biasanya dipelajari pada mata pelajaran statistik dasar.

Andaikan bahwa sebuah populasi hanya terdiri dari dua unsur : jenis A dan jenis B. Diberikan p yang menyatakan proporsi dari unsur jenis A di dalam populasi dan 1-p= q menunjukkan proporsi dari unsur jenis B. Jika kita bermaksud mendapatkan suatu sampel random sederhana dari populasi berukuran n, formula binomial memungkinkan kita untuk menghitung peluang bahwa sampel akan mengandung sejumlah khusus unsur dari jenis A (atau jenis B, jika kita mengharapkan) dalam beberapa asumsi. Jika kita berikan r yang menunjukkan bilangan dari unsur jenis A di dalam sampel, maka kita tuliskan formula binomial untuk menentukan peluang P(r) bahwa r sama dengan beberapa bilangan yang lebih besar dari atau sama dengan nol sebagai

$$P(r) = \binom{n}{r} p^r \, q^{n-r}, \qquad \text{dimana} \qquad \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Andaikan 0.4 unsur dalam populasi yang sama adalah jenis A, dan 0.6 adalah jenis B. Kita bisa mendapatkan peluang suatu sampel random berukuran n = 5 akan berisi r = 3 unsur jenis A, sebagai berikut :

$$P(r=3) = \binom{5}{3}(0.4)^3\,(0.6)^{5-3}$$

$$= \frac{5!}{3!2!}\,(0.064)(0.36) = 0.2304$$

Kita dapat menentukan peluang bahwa suatu sampel random dari ukuran n = 5 akan mengandung 3 atau lebih sedikit unsur dengan menambahkan peluang masing-masing P(r=3), P(r=2), P(r=1), dan P(r=0), yang mana,

$$P(r \leq 3) = P(r{=}3) + P(r{=}2) + P(r{=}1) + P(r{=}0)$$

Karena

$$P(r{=}3) = \frac{5!}{3!2!}(0.4)^3\,(0.6)^2 = 0.2304$$

$$P(r{=}2) = \frac{5!}{2!3!}(0.4)^2\,(0.6)^3 = 0.3456$$

$$P(r{=}1) = \frac{5!}{1!4!}(0.4)^1\,(0.6)^4 = 0.2592$$

$$P(r{=}0) = \frac{5!}{0!5!}(0.4)^0\,(0.6)^5 = 0.0778$$

Kita mendapatkan bahwa

$$P(r \leq 3) = 0.2304 + 0.3456 + 0.2592 + 0.0778 = 0.9130$$

Kemudian kita mendapatkan $P(r > 3)$ sebagai berikut :

$$P(r > 3) = 1 - P(r \leq 3)$$

$$= 1 - 0.9130 = 0.0870$$

Beruntungnya, tabel-tabel untuk keperluan ini, termasuk untuk mengetahui peluang-peluang lain yang bergantung pada formula binomial, telah tersedia sehingga kita tidak harus melakukan perhitungan sendiri.

Sekarang, andaikan, untuk beberapa populasi, dengan p, proporsi dari unsur jenis A, kita tetapkan bernilai p_0. Andaikan juga kita menarik suatu sampel random pada ukuran n dari populasi dan menemukan bahwa peluang untuk memperoleh jumlah unsur jenis A yang sesuai dalam sampel itu, untuk n dan p tertentu, cukup kecil. Dengan demikian kita membenarkan keraguan bahwa p=p_0. Kita akan mengemukakan gagasan ini secara formal dalam pembahasan tentang uji binomial berikut.

Asumsi

A. Data mengandung sampel hasil n pengulangan dari beberapa proses. Masing-masing hasil mengandung keberhasilan atau kegagalan. Tentu saja penamaan di atas betul-betul sekehendak hati kita. Banyaknya keberhasilan S, misalnya, adalah banyaknya hasil percobaan yang memiliki karakteristik tertentu. Banyaknya keberhasilan dalam sampel dibagi dengan n, banyaknya percobaan, menghasilkan $\hat{p}$, yaitu proporsi sampel dengan karakteristik yang dikehendaki.
B. Ke-n percobaan itu bersifat bebas (independen)
C. Peluang untuk memperoleh suatu keberhasilan p, konstan (tidak berubah-ubah) pada setiap percobaan. Kita menggunakan p untuk menyatakan proporsi populasi yang mempunyai karakteristik dari yang dikehendaki.

Hipotesis

Kita menggunakan p_0 untuk menunjukkan hipotesis mengenai proporsi populasi. Kita bisa menetapkan sedemikian rupa apakah menggunakan uji dua arah atau satu dari dua kemungkinan uji satu arah.

A. (Dua-arah) : H_0: p $= p_0$ H_1: p $\neq p_0$
B. (Satu-arah) : H_0: p $\leq p_0$ H_1: p $> p_0$
C. (Satu-arah) : H_0: p $\geq p_0$ H_1: p $< p_0$

Pilih pada tingkat kepercayaan α.

Statistik Uji

Karena kita tertarik pada jumlah keberhasilan S, maka statistik uji kita adalah S = banyaknya keberhasilan.

Aturan Keputusan

Kaidah pengambilan keputusan yang cocok dalam situasi tertentu bergantung pada hipotesis nol mana dari ketiga hipotesis di atas yang akan diujikan. Ketiga kaidah pengambilan keputusan yang cocok untuk hipotesis A, B, dan C adalah sebagai berikut :

A. Untuk nilai-nilai S yang cukup besar atau cukup kecil, kita menolak H_0: p= p_0. Akibatnya, karena ini adalah uji dua arah, kita seharusnya membagi α menjadi setengahnya. Kemudian, untuk mendapatkan nilai kritik dari uji statistik, kita masukkan Tabel A.1 dengan n dan p_0 dan mencari s_1 sedemikian rupa sehingga P(r $\leq s_1$) $\approx$ α/2, dan s_2 sedemikian rupa sehingga P(r $> s_2$) $\approx$ α/2.

   Dengan kata lain, bagi α menjadi yang dekat dengan setengah nya. Masukkan Tabel A.1 dengan n dan p_0; hitung peluang-peluang, mulai dengan nol, sampai jumlah nya sama dengan setengah dari α. Mencari nilai dari r sesuai dengan peluang terakhir ditambahkan ke dalam perhitungan dan namakan s_1. Untuk mencari s_2, mulai dengan peluang terakhir yang ditandai untuk n dan p_0, dan hitung peluang kira-kira sampai sama dengan α/2. Cari nilai r yang sesuai dengan peluang terakhir tambahkan ke dalam perhitungan. Kurangi satu dari nilai r untuk menghasilkan s_2. Tolak H_0 jika S kurang dari atau sama dengan s_1, atau lebih besar dari s_2.

B. Untuk nilai S yang cukup besar, kita tolak H_0: p $\leq p_0$. Jadi kita harus memasukkan Tabel A.1 dengan n dan p_0, dan temukan nilai s sehingga P(r> s) = α. Kita tolak H_0 jika S lebih besar dari s.
   Untuk uji satu arah ini kita mendapatkan s pada cara yang sama dengan kita menemukan s_2 untuk uji dua arah, kecuali jika dalam uji satu arah kita menghitung peluang hingga jumlahnya sama dengan α atau lebih dari α/2. Apabila melalui perhitungan peluang yang tercantum dalam tabel kita tidak dapat mendapatkan nilai yang tepat sama dengan nilai α yang telah ditentukan, maka kita melakukan perhitungan sampai jumlah total peluang-peluang itu sedekat mungkin dengan α.

C. Kita menolak hipotesis nol H_0 : p ≥ p_0 untuk nilai-nilai S yang cukup kecil. Untuk mengetahui nilai kritis untuk S, kita mengacu ke Tabel A.1 dengan n dan p_0, lalu mencari nilai s yang sedemikian sehingga $P(r \leq s) = \alpha$. Kita menolak H_0 jika S lebih kecil atau sama dengan s. Sekali lagi, bila kita tidak mungkin mendapatkan nilai α yang tepat dalam Tabel A.1, kita dapat menggunakan nilai pendekatannya.

Contoh 2.6

Cinotti dan Patti (E16) menemukan vakuola subkapsuler depan dalam mata 11 dari 25 subjek penderita diabetes. Jika data ini memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari uji binomial, dan jika kita dapat menganggap subjek-subjek itu suatu sampel acak dari populasi subjek-subjek yang serupa, dapatkah kita menyimpulkan bahwa proporsi populasi dengan kondisi yang kita sorot itu lebih besar dari 0.27? (Misalkan $\alpha = 0.05$.)

Hipotesis

$H_0 : p \leq 0.27$, $H_1 : p > 0.27$

Statistik Uji

Karena 11 subjek memiliki karakteristik yang kita soroti, maka S = 11.

Keputusan

Kita mengacu ke Tabel A.1 dengan $n = 25$ dan $P_0 = 0.27$ untuk mencari nilai s. Dengan menjumlahkan ke atas peluang-peluang mulai dari peluang yang tercantum paling akhir dalam daftar, kita menjumpai bahwa $r = 11$ terletak sebaris dengan peluang terakhir yang ditambahkan untuk mendapatkan total kumulatif 0.05. Bila kita mengurangi r dengan 1, kita memperoleh $s = 11 - 1 = 10$, yakni nilai kritis statistik uji kita. Kaidah pengambilan keputusan menganjurkan kita menolak H_0 jika $S > s$. Karena 11 lebih besar dari 10, maka H_0 kita tolak, dan kita menyimpulkan bahwa proporsi populasi p lebih besar dari 0.27. Karena peluang kumulatif dari 11 hingga 25 adalah 0.05, maka peluang untuk mendapatkan 11 "keberhasilan" atau lebih dari 25 percobaan bila H_0 benar adalah 0.05. Dengan demikian nilai P untuk contoh ini adalah 0.05.

Pendekatan Sampel Besar

Ketika n besar dan p tidak cukup dekat ke 0 atau 1, maka kita bisa mendapatkan nilai kritis dari S dengan menggunakan rumus aproksimasi sampel besar berikut.

$$s = np_0 + z\sqrt{np_0(1 - p_0)} \quad (2.8)$$

Tabel A.2 memberikan nilai z, nilai dari daerah di bawah kurva normal yang berkorespondensi dengan nilai α, untuk tingkat kepercayaan yang dipilih.

Untuk menguji hipotesis nol pada A, kita mensubstitusikan nilai negatif pada z yang sesuai dengan nilai $\alpha/2$ pada persamaan (2.8) dan kita mendapatkan s_2 dengan mensubstitusikan nilai positif z yang sesuai dengan nilai $\alpha/2$ pada persamaan (2.8). Kita menolak H_0 jika S lebih kecil atau sama dengan S_1 atau lebih besar dari S_2. Untuk menguji H_0 pada B, kita mensubstitusikan nilai z yang positif yang sesuai dengan nilai α ke persamaan (2.8). Untuk menguji H_0 pada C, kita mensubtitusikan nilai z yang negatif yang sesuai dengan nilai α ke persamaan (2.8). Pada kasus sebelumnya, kita menolak H_0 jika S lebih besar daripada s; pada kasus belakangan, kita menolak H_0 jika S lebih kecil atau sama dengan s.

Contoh 2.7

Selama tahun fiskal 1969-1970, 56% dari penjahat bersedia ditahan di lembaga permasyarakatan Georgia di bawah 25 tahun (E17). Anggap bahwa terdapat 23 dari 50 sampel penjahat yang ditarik secara random yang bersedia ditahan di lembaga permasyarakatan yang berasal dari negara lain juga berumur di bawah 25 tahun. Apakah data ini cukup untuk menandakan bahwa proporsi populasi sampel yang berumur di bawah 25 tahun adalah kurang dari 0,56?

Hipotesis yang cocok adalah $H_0: p \geq 0{,}56$ dan $H_1: p < 0{,}56$. Dengan $\alpha = 0{,}05$, maka dengan rumus 2.8 , kita mendapatkan

$$s = 50(0.56) + (-1.645)\sqrt{50(0{,}56)(0{,}44)} = 22.2$$

karena 23 tidak kurang dari 22.2 , maka kita tidak bisa menolak H_0 , dan kita menyimpulkan bahwa proporsi populasi sebesar 0,56 .

Kita biasanya menganggap bahwa pengaplikasian pendekatan sampel besar adalah valid jika *np* dan *n(1-p)* adalah besar dari 5. Perhatikan bahwa tanda uji yang telah dibahas sebelumnya adalah kasus khusus, dimana $p_0 = 0.5$, dari uji binomial.

LATIHAN

2.12 Bowman dkk. (E18) meneliti 15 pasien yang didiagnosa menderita *psittacosis*, dan menemukan bahwa 11 dari mereka memprotes tentang kambuh dan berulangnya gejala penyakit mereka dari tahun pertama sejak mereka dinyatakan sakit sampai tahun keempat. Jika kita bisa mengasumsikan bahwa 15 ini merupakan sampel random dari pasien psittacosis, apakah data menyediakan bukti yang cukup untuk menandakan bahwa proporsi pasien yang menderita kambuhnya penyakit adalah lebih dari 0,50? Dengan α=0,05, hitung P value!

2.13 Pada sebuah sampel rumah tangga dengan pendapatan antara \$5,000 sampai \$5,999. Moles(E19) menemukan bahwa 19% dari mereka mendapatkan bantuan publik. Anggap bahwa pada sampel random dari 20 keluarga di grup pendapatan yang sama namun dari bagian lain dari negara tersebut, 6 dari mereka menerima bantuan publik. Berdasarkan data ini, bisakah kita menyimpulkan bahwa proporsi populasi yang menerima bantuan publik adalah lebih besar dari 0,19? Dengan α=0,05. Hitung nilai P.

2.14 Chin dkk. (E20) melakukan uji *fluorescent antibody* tidak langsung guna meneliti reaksi sejenis serum pengobat malaria *falciparum* terhadap 57 subjek yang telah berhasil disembuhkan. Mereka menemukan bahwa reaksi pada 38 subjek ternyata positif. Jika sampel ini memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari uji binomial, dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa proporsi reaksi positif dalam populasi yang bersangkutan lebih besar dari 0.50? Misalkan $\alpha = 0.05$.

2.15 Pada kelompok besar perempuan antara umur 15 hingga 19, Zackler dkk. (E21) menemukan bahwa 6,9% dari mereka positif mengidap *Neisseria gonorrhoeae.* Andaikan sampel random dari 25 wanita pada kelompok usia yang sama dipilih dari populasi lain, dan 4 diantaranya positif mengidap penyakit tersebut. Apakah data ini menyediakan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa proporsi mereka yang positif mengidap penyakit tersebut pada populasi ini lebih besar dari 0,7? Dengan $\alpha = 0,01$. Hitung nilai P.

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK PROPORSI

Ketika sampel memenuhi asumsi yang mendasari uji binomial, kita bisa membuat sebuah selang kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ untuk proporsi populasi p. Tabel A.4 memberikan batas bawah dan atas untuk selang kepercayaan 0.90, 0.95, 0.99, dan untuk nilai n dari 1 sampai 30, keseluruhan dari tabel ini, yang diadaptasi dari yang diberikan oleh Crow (T40), dihitung dengan memodifikasi metode yang diajukan oleh Sterne (T41). Contoh berikut menggambarkan penggunaan Tabel A.4.

Contoh 2.8

Spencer (E22) melaporkan bahwa terdapat 5 hasil positif diantara 17 subjek yang didiagnosa mengidap *pepticuler* yang menjalani tes *Oesophageal perfusion* yang dikemukakan oleh Bernstein dan Baker (E23). Jika kita mengasumsikan bahwa sampel ini memenuhi kondisi untuk percobaan binomial, kita bisa membentuk selang kepercayaan 95% untuk proporsi populasi subjek yang bernilai positif dimana 17 subjek tadi bisa dianggap telah termasuk.

Mengacu pada Tabel A.4 dengan $n = 17$, $r = 5$, dan tingkat kepercayaan 0.95 , kita menemukan bahwa batas bawah dan atas dari selang kepercayaan adalah 0.124 dan 0.544. Estimasi titik bagi p adalah $5/17 = 0,294$.

BACAAN LANJUTAN

Clopper dan Pearson (T42) telah menyediakan tabel untuk menentukan selang kepercayaan bagi p, sebagai tambahan, mereka menampilkan metode grafis untuk mencari batas atas dan bawah dari selang kepercayaan. Anderson dan Burnstein (T43, T44) telah mengemukakan metode untuk mendapatkan perkiraan salah satu sisi dari interval p. Quesenberry dan Hurst (T45) dan Goodman (T46) mendiskusikan sebuah teknik untuk membentuk selang kepercayaan dari proporsi multinomial secara serempak.

Pendekatan Sampel Besar

Ketika *np* dan *n(1-p)* sama-sama lebih besar dari 5, maka kita bisa membentuk selang kepercayaan bagi p dengan mengaplikasikan pendekatan sampel besar. Intervalnya adalah

$$\hat{p} \pm z\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} \qquad \textbf{(2.9)}$$

dimana $\hat{p}$ adalah proporsi sampel dengan karakteristik yang menjadi perhatian. Dan juga, jika r adalah jumlah sampel dengan karakteristik yang menjadi perhatian dan n adalah jumlah total subjek dalam sampel, maka

$$\hat{p} = r/n \qquad \textbf{(2.10)}$$

z adalah nilai dari tabel A.2 yang mempunyai $\alpha/2$ luas wilayah di bawah kurva normal standar di sebelah kanannya.

Contoh 2.9

Pada sampel data *cross-section* dari 974 pekerja pria asal Tunisia, Sack (E24) menemukan bahwa 38,7% telah menerima latihan kerja melebihi level primer. Jika sampel memenuhi asumsi yang mendasari percobaan binomial, kita bisa mendapatkan selang kepercayaan 95% untuk p dengan menggunakan rumus 2.9, sebagai berikut.

$$0{,}387 \pm 1{,}96\sqrt{(0{,}387)(0{,}613)/974}$$
$$0{,}387 \pm 0{,}031$$

Batas bawah dan batas atas adalah senilai 0,356 dan 0,418

LATIHAN

2.16 Dalam sebuah sampel yang terdiri atas 216 orang anak yang ketika lahir terdaftar sebagal anak-anak luar pernikahan, May (E25) mendapati bahwa 52 anak telah berkembang menjadi berandal. Andaikan sampel ini memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari uji binomial. Bentuklah selang kepercayaan 95% untuk proporsi yang sebenarnya pada mereka yang berandal dalam populasi anak-anak luar pernikahan.

2.17 Westermeyer (E26) dalam studinya tentang *amok* (sebuah kata dalam malaysia yang berarti bertarung secara mati-matian) pada 18 pria penduduk asli Laos, menemukan bahwa 8 subjek diantaranya masih *single*. Asumsikan bahwa sampel ini memenuhi asumsi untuk uji binomial, buatlah 95% selang kepercayaan untuk proporsi populasi yang masih *single*.

2.18 Dalam sebuah survei dari 14.744 mahasiswa laki-laki, Strimbu dkk. (E27) melaporkan bahwa 44,9% diantaranya mengaku bahwa mereka menggunakan mariyuana. Anggap bahwa dalam penarikan 25 sampel secara random yang diambil dari populasi universitas yang berbeda, 11 diantaranya mengaku menggunakan mariyuana. Buatlah selang kepercayaan 95% untuk proporsi sebenarnya pada populasi ini yang telah menggunakan mariyuana.

2.3 UJI SAMPEL RANGKAIAN TUNGGAL UNTUK MEMERIKSA KERANDOMAN

Dalam banyak situasi kita ingin mengetahui apakah kita bisa menyimpulkan bahwa sekumpulan item atau kejadian adalah random. Sebuah contoh penting adalah contoh data yang bisa digunakan untuk analisis statistik. Asumsi dasar yang mendasari prosedur statistika inferensia bahwa inferensi adalah berdasarkan/berasal dari sampel yang random. Jika sebuah data dicurigai random, kita mau mempunyai beberapa cara untuk menentukan apakah data memang random sebelum kita melanjutkan ke analisis. Ada banyak kondisi dimana kita ingin menguji asumsi kerandoman. Mari kita lihat dua dari cara tersebut

Pertama, pada beberapa prosedur *quality control*, grafik kontrol dibentuk untuk mempelajari dan mengontrol sebagian kecil dari data yang rusak/cacat pada output pembuatan operasi. Sampel dari output digambarkan secara periodik, dan pecahan/bagian-bagian kecil dari data yang rusak/cacat dijumlahkan. Peneliti akan memperhatikan apakah bagian-bagian kecil dari sampel data yang cacat adalah lebih besar atau lebih kecil daripada bagian-bagian kecil dari semua data yang cacat/rusak pada semua proses. Secara berkala peneliti ingin mengetahui apakah pola dari bagian-bagian kecil dari data yang cacat/rusak yang muncul di kumpulan sampel bisa dianggap random. Kekurangan kerandoman pada data dapat menyebabkan kekurangan kontrol pada proses produksi.

Kedua, pada analisis regresi, perbedaan antara nilai observasi pada variabel tergantung dan nilai korespondensi yang cocok disebut sisa. Sisa ini bernilai positif atau negatif. Ketika kita menghitung sisa dari data sampel, kita secara berkala menguji pola dari kejadian nilai sisa yang positif atau negatif untuk kerandoman. Karena kekurangan kerandoman bisa berarti salah satu asumsi yang mendasari analisis regresi tidak terpenuhi.

Prosedur-prosedur dalam menguji kerandoman didasari pada banyaknya dan sifat rangkaian yang terdapat pada data yang diamati. Di sini rangkaian diartikan sebagai rangkaian kejadian, hal, atau simbol yang didahului dan diikuti kejadian, hal, simbol yang berbeda tipe atau tidak sama sekali. Banyaknya kejadian, hal, simbol dalam suatu rangkaian disebut panjang. Keacakan suatu rangkaian umumnya kita ragukan apabila rangkaian di situ terlalu banyak atau terlalu sedikit.

Sebagai contoh, misalkan sebuah sampel dalam suatu eksperimen psikologi terdiri atas 10 subjek. Jika jenis kelamin subjek-subjek dalam susunan terurut adalah

L P L P L P L P L P

kita akan menduga bahwa mereka tidak dipilih secara random, tapi lebih kepada prosedur sistematik. Pada kejadian ini kita ragu pada kerandoman prosedur karena terlalu banyak rangkaian, yaitu ada 10. Adapun jika pemilihannya seperti berikut

L L L L L P P P P P

kita pun akan ragu pada kerandoman data, karena hanya ada 2 rangkaian.

Sekarang kita sampai pada pembahasan *uji rangkaian sampel tunggal (one-sample runs test).* Prosedur ini membantu kita dalam menentukan apakah suatu rangkaian kejadian, hal, atau simbol merupakan hasil suatu proses random.

Asumsi

Data yang tersedia untuk analisis terdiri atas serangkaian pengamatan, yang dicatat berdasarkan urut-urutan perolehannya, dan dapat kita kategorikan ke dalam dua kelompok yang saling eksklusif. Kita mengandaikan bahwa $n =$ ukuran sampel total, n_1 = banyaknya pengamatan kelompok pada tipe satu, dan n_2 = banyaknya pengamatan pada tipe lainnya.

Hipotesis

A. (Dua-arah)

H_0 : Pola perolehan (kemunculan) kedua kelompok (tipe) pengamatan ditentukan melalui suatu proses acak.

H_1 : Pola perolehan tidak acak

B. (Satu-arah)

H_0 : Pola perolehan kedua kelompok pengamatan ditentukan melalui proses acak

H_1 : Pola perolehan tidak acak (karena rangkaian yang ada terlalu sedikit untuk bisa dianggap kebetulan)

C. (Satu-arah)

H_0 : Pola perolehan kedua kelompok pengamatan ditentukan melalui proses acak

H_1 : Pola perolehan tidak acak (karena rangkaian yang ada terlalu banyak untuk bisa dianggap kebetulan)

Statistik uji

Statistik uji di sini adalah r, total banyaknya rangkaian.

Aturan Keputusan

A. Karena hipotesis nol tidak menetapkan arah, maka dalam hal ini yang sesuai adalah uji dua-arah. Oleh sebab itu kita terlebih dahulu harus mendapatkan nilai-nilai kritis bawah serta atas untuk statistik uji. Baik bila r lebih kecil daripada atau sama dengan nilai kritis bawah, maupun bila r lebih besar daripada atau sama dengan nilai kritis atas, kita menolak hipotesis nol yang menyatakan kerandoman.

Tabel-tabel A.5 dan A.6 berturut-turut menyajikan nilai-nilai kritis bawah dan atas statistik uji ini untuk tingkat kepercayaan 0.05 dan nilai-nilai n_1 serta n_2 hingga 20. [Tabel-tabel ini telah diadaptasikan dari tabel-tabel yang disusun oleh Swed dan Eisenhart (T37).] Untuk menentukan nilai kritis bawah, kita mengacu ke Tabel A.5 dengan n_1 dan n_2 yang diketahui. Begitu pula, untuk mendapatkan nilai kritis atas, kita mengacu ke Tabel A.6 dengan n_1 dan n_2 yang kita miliki.

B. Mengaculah ke Tabel A.5 dengan n_1 dan n_2. Jika r lebih kecil daripada atau sama dengan nilai statistik uji dalam tabel, tolak H_0 pada taraf nyata 0,025.

C. Mengaculah ke Tabel A.6 dengan n_1 dan n_2. Jika r lebih besar daripada atau sama dengan nilai statistik uji dalam tabel, tolak H_0 pada taraf nyata 0,025. Apabila nilal kritis yang tepat untuk n_1 dan n_2 tidak terdapat dalam Tabel A.5 atau A.6, gunakan nilai yang terdekat sebagai taksiran (aproksimasi).

Contoh 2.10

Tabel 2.18 memperlihatkan penyimpangan-penyimpangan dari temperatur normal yang setiap hari dicatat di Atlanta, negara bagian Georgia, Amerika Serikat, selama bulan November 1974 (E-28). Kita ingin tahu apakah kita boleh menyimpulkan bahwa pola penyimpangan-penyimpangan di atas dan di bawah normal merupakan hasil proses yang tidak acak.

TABEL 2.18

Penyimpangan dan temperatur normal sehari-hari yang dicatat di Atlanta, Georgia, selama bulan November 1974

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Penyimpangan dari normal	12	13	12	11	5	2	-1	2	-1	3	2	-6	-7	-7	-12
Hari	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Penyimpangan dari normal	-9	6	7	10	6	1	1	3	7	-2	-6	-6	-5	-2	-1

Sumber: Local Climatological Data, U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Data Service, National Climatic Center, Federal Building, Asheville, NC., November 1974

Data ini memenuhi asumsi-asumsi untuk penggunaan uji rangkaian sampel tunggal, karena telah dicatat sesuai dengan urut-urutan perolehannya dan karena dapat digolongkan ke dalam dua kelompok berdasarkan apakah penyimpangan dari normal positif atau negatif. Misalkan $n_1 =$ banyak penyimpangan di atas normal (positif) $= 17$, $n_2 =$ banyak penyimpangan di bawah normal (negatif) $= 13$, dan $n_1 + n_2 = n = 30$.

Hipotesis

H_0 : Pola perolehan penyimpangan negatif dan positif dari normal ditentukan melalui proses acak

H_1 : Pola perolehan penyimpangan negatif dan positif dari normal tidak acak

Statistik Uji

Tabel 2.18 menunjukkan bahwa untuk hari-hari pertama hingga ke-6, semua penyimpangan dan normal adalah positif. Rangkaian penyimpangan positif ini membentuk sebuah rangkaian. Rangkaian ini diikuti tiga rangkaian lain yang panjangnya masing-masing adalah satu. Hari ke-10 dan ke-11 juga sebuah rangkaian. Rangkaian yang lain adalah sebagai berikut : hari ke-12 hingga ke-16, hari ke-17 hingga ke-24, dan hari ke-25 hingga ke-30. Jadi secara keseluruhan data ini memiliki delapan rangkaian.

Keputusan

Kita mengacu ke Tabel A.5 dan A.6 dengan n_1=17 dan n_2=13, dan menjumpai bahwa harga-harga kritis untuk uji ini adalah 10 dan 22. Karena 8 Iebih kecil daripada 10 mka kita menolak H dan menyimpulkan bahwa pola kejadian temperatur-temperatur di atas dan di bawah normal tidak acak (Harga P < 0.05).

Pendekatan Bila Sampel Besar

Bila baik n_1 maupun n_2 lebih besar dari 20, kita tidak dapat menggunakan Tàbel-tabel A.5 dan A.6 untuk menguji hipotesis kita. Bagaimanapun, untuk sampel-sampel besar,

$$z = \frac{r - \{[(2n_1n_2)/(n_1 + n_2)] + 1\}}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}}$$

kurang-lebih terdistribusi sebagai distribusi normal standar bila H_0 benar. Untuk taraf nyata, bandingkan harga z hasil perhitungan dengan harga z dalam tabel.

Mosteller (T—38) dan Prairie dkk. (T-39) membahas pemakaian teori rangkaian dalam pengendalian mutu (*quality control*). Goodman dan Grundfield (T-40), Moore dan Wallis (T-41), Sen (T-42), serta Wallis dan Moore (T-43) membahas teori rangkaian dalam aplikasi time-series. Mood (T—44) mengemukakan sejarah penggunaan teori rangkaian, dan Barton (T—45) juga memberikan ulasan yang cukup menarik.

Koppen dan Verhelst (T56) menemukan sebuah algoritma untuk menghitung distribusi eksak dari angka pada urutan dalam run. Grafton (T57) telah menulis FORTRAN algoritma untuk menghitung uji run ke atas dan ke bawah yang ditemukan dalam buku karangan Knuth (T58).

Latihan

2.19 Tabel 2.19 memperlihatkan data persentase waktu bersinarnya matahari pada setiap slang hari yang diamati di Atlanta selama bulan November 1974. Data ini berasal dari Departemen Perdagangan Amerika Serikat (E-28). Bagi dua pengamatan-pengamatan tersebut berdasarkan

TABEL 2.19

Persentase pancaran sinar matahari harian di Atlanta selama bulan November 1974

Hari	Persentase	Hari	Persentase	Hari	Persentase
1	85	11	31	21	87
2	85	12	86	22	100
3	99	13	100	23	100
4	70	14	0	24	88
5	17	15	100	25	50
6	74	16	100	26	100
7	100	17	46	27	100
8	28	18	7	28	100
9	100	19	12	29	48
10	100	20	54	30	0

Sumber: Local Climatological Data, U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Data Service, National Climatic Center, Federal Building, Asheville, N.C., November 1974

2.20 Kolom-kolom 1 dan 2 Tabel 2.20 memperlihatkan, untuk 15 fetus yang normal, data tentang usia kehamilan *(gestational age)* dan harga rata-rata Q - A_0 (suatu pengukuran siklus kardiak), sebagaimana yang dilaporkan oleh Murata dan Martin (E-29). Jika kita melakukan suatu analisis regresi terhadap data ini dengan menggunakan usia kehamilan sebagai variabel bebas X dan rata-rata Q - A_0 sebagai variabel tidak bebas Y, kita mendapatkan residual-residual melalui pengurangan harga $\hat{Y}$ di garis regresi dari harga-harga Y hasil pengamatan (terdapat di kolom 3). Bagi dua residuaI-residuaI tersebut berdasarkan sifat negatif atau positifnya, dan ujilah hipotesis nol yang menyatakan bahwa pola penolehan itu acak.

TABEL 2.20

Data tentang usia kehamilan, harga-harga Q - A_0 rata-rata, dan residual yang diperoleh melalui penyelarasan suatu garis regresi terhadap data yang teramati

Usia Kehamilan	40	39	40	38	40	40	39	37
Rata-rata Q - A_0	71.5	71.5	72,5	64,4	69,3	72,7	67,7	61,1
Residual	-1,4	+2,6	-0,4	-0,5	-3.6	-0,2	-1,2	+0,2
Usia Kehamilan	38	39	40	38	36	39	36	
Rata-rata Q - A_0	69,5	69,5	71,8	68,3	57,5	70,7	51,6	
Residual	+4,6	+0,6	-1.1	+3,4	+0,6	+5,9	-6,5	

Sumber: Yuji Murata and Chester B. Martin, Jr., "Systokic Time Intervals of the Fetal Cardiac Cycle," Obstet. Gynecol 44 (1974), 224—232.

2.21 Dalam sebuah artikel tentang *quality control*, Purcell (E-30) menyajikan seperangkat data tipikal seperti yang tampak dalam Tabel 2.21. Kelompokkan masing-masing pengamatan itu berdasarkan apakah harganya lebih besar atau lebih kecil dan 1435, dan ujilah keacakan pola perolehan tersebut.

2.22 Littler dkk. (E-31) menyelidiki aliran darah dalam kapiler-kapiler paru-paru pada 16 pasien penderita Skoliosis atau kelemahan saraf otot *(neuromuscular* *weakness)*. Berdasarkan jenis kelamin pasien-pasien itu, urut-urutan pengamatan mereka adalah sebagai berikut:

P P P L P P L L L P P P P P P L

Ujilah hipotesis nol bahwa rangkaian ini acak.

TABEL 2.21

Data tentang usia lampu pijar (dalam jam), sebelum upaya pengendalian mutu dilaksanakan

Sampel*	Median	Sampel*	Median
1	1100	17	1210
2	1230	18	1620
3	1460	19	1560
4	1350	20	730
5	1060	21	1260
6	1250	22	1560
7	1440	23	1770
8	1230	24	1160
9	1630	25	1300
10	2100	26	1500
11	1210	27	1270
12	1760	28	1560
13	2410	29	1150
14	2080	30	1940
15	1500	31	840
16	1550	32	1140
			Rata-rata 1435

Sumber: Warren B. Purcell, "Saving Time in Testing Life," Indust. Quality Control, 3 (March 1947), 15-18. Copyright 1947, American Society for Quality Control, inc; dicetak ulang dengan izin
* Masing-masing sampel terdiri atas lima buah lampu.

2.4

UJI COX-STUART UNTUK MEMERIKSA KECENDERUNGAN

Dalam riset-riset ilmiah, para peneliti sering ingin menentukan atau memastikan apakah serangkaian pengamatan yang dilakukan dan waktu ke waktu menunjukkan suatu kecenderungan (*trend*). Contoh yang paling lazim terdapat dalam ilmu ekonomi. Saat ini kecenderungan ekonomi merupakan pokok studi dan evaluasi yang ekstensif. Analisis kecenderungan yang sederhana dalam ilmu ekonomi biasanya dibahas dalam buku-buku teks statistika bisnis, seperti yang telah ditulis oleh Daniel dan Terrell (T-46). Kita mengenal dua jenis kecenderungan, yaitu: kecenderungan naik (*upward trend*) dan kecenderungan menurun (*downward trend*). Serangkaian pengamatan dinyatakan menunjukkan suatu kecenderungan naik apabila nilal karakteristik yang diminati pada pengamatan-pengamatan yang belakangan cenderung lebih besar ketimbang pada pengamatan-pengamatan yang terdahulu. Sebaliknya, data menunjukkan suatu kecenderungan menurun apabila hasil pengamatan-pengamatan yang terdahulu cenderung lebih besar dibanding hasil pengamatan-pengamatan yang belakangan.

Cox dan Stuart, dalam karya tulis mereka (T-47), telah mengusulkan suatu uji yang mudah diterapkan untuk mendeteksi kecenderungan. Uji ini, yang disebut uji kecenderungan Cox-Stuart (Cox-Stuart test for trend), pada hakikatnya adalah modifikasi dan uji tanda. Untuk menggunakan uji ini, kita memasangkan salah satu dari hasil pengamatan terdahulu dengan salah satu dari hasil pengamatan yang belakangan. Apabila hasil pengamatan yang belakangan lebih besar daripada yang terdahulu, kita menggantikan pasangan itu dengan sebuah tanda minus. Apabila hasil pengamatan yang terdahulu lebih besar daripada yang belakangan, kita menggantikan pasangan hasil pengamatan itu dengan sebuah tanda plus. Dalam serangkaian pengamatan, tanda plus yang lebih banyak menyatakan kecenderungan yang menurun, sedangkan tanda minus yang lebih banyak menyatakan kecenderungan yang naik. Jika tanda plus dan tanda minus sama banyak, berarti hasil-hasil pengamatan tidak memilik kecenderungan. Prosedur mi dapat kita definisikan secara lebih formal sebagai berikut.

Asumsi

A. Data yang tersedia untuk dianalisis terdiri atas n' hasil pengamatan Independen X1, X_1, ... , Xn, yang tersusun dalam urutan tertentu.

B. Skala pengukuran sekurang-kurangnya ordinal.

Hipotesis

A. (Dua-sisi)
   H_0 : Tak ada kecenderungan dalam data
   H_1 : Ada kecenderungan, entah naik atau menurun
B. (Satu-sisi)
   H_0 : Tak ada kecenderungan naik
   H_1 : Ada kecenderungan naik
C. (Satu-sisi)
   H_0 : Tak ada kecenderungan menurun
   H_1 : Ada kecenderungan menurun

Statistik Uji

Mula-mula kita membentuk pasangan-pasangan

$$(X_1, X_{1+c}), (X_2, X_{2+c}), \dots, (X_{n'-c}, X_{n'})$$

dengan C = n'/2 bila n' suatu bilangan genap, dan C = (n' + 1)/2 bila n' suatu bilangan ganjil. Sebagai contoh, umpama n'= 6, X1 = 2, X2=4, X3=6, X4=8, X5=10, dan X6=12, maka C= 6/2 = 3. Dalam hal ini pasangan-pasangan yang kita miliki adalah (2, 8), (4, 10), dan (6, 12). Jika kita menambahkan hasil pengamatan X7=14 sehingga n'=7, maka C (7 + 1)/2 = 4. Dalam hal ini pasangan-pasangan kita adalah (2, 10), (4, 12), (6, 14), dan perhatikan bahwa hasil pengamatan yang di tengah tidak kita gunakan. ini selalu demikian bila n' suatu bilangan ganjil.

Setiap pasangan (Xi, Xi+c) dengan Xi yang lebih besar daripada Xi+c kita gantikan dengan tanda plus, dan setiap pasangan dengan Xi+c yang lebih besar daripada Xi kita gantikan dengan tanda minus. Dalam analisis ini, pasangan-pasangan yang menghasilkan beda nol kita abaikan. Banyaknya pasangan yang menghasilkan beda bukan nol biasa kita nyatakan dengan n.

Statistik uji yang akan digunakan bergantung pada hipotesis yang diuji. Statistik uji untuk hipotesis A adalah banyaknya tanda plus atau banyaknya tanda minus, yang manapun yang lebih kecil. Statistik uji untuk hipotesis B adalah banyaknya tanda plus, dan statistik uji untuk hipotesis C adalah banyaknya tanda minus.

Aturan keputusan

Kaidah-kaidah pengambilan keputusan untuk hipotesis-hipotesis yang mungkin adalah sebagai berikut.

A. Untuk suatu n yang kita peroleh, tolaklah H0 pada taraf nyata α jika peluang, apabila H0 benar, untuk mendapatkan tanda yang kurang sering muncul, sama sedikit dengan (atau kurang dari) yang sungguh-sungguh teramati lebih kecil daripada atau sama dengan α/2.

B. Untuk suatu n yang kita peroleh, tolaklah H0 pada taraf nyata α jika peluang, apabila H0 benar, untuk mendapatkan tanda plus yang sama sedikit dengan (atau kurang dari) yang sungguh-sungguh teramati lebih kecil daripada atau sama dengan α.

C. Untuk suatu n yang kita peroleh, tolaklah H0 pada taraf nyata α jika peluang, apabila H0 benar, untuk mendapatkan tanda minus yang sama sedikit dengan (atau kurang dari) yang sungguh-sungguh teramati lebih kecil daripada atau sama dengan α.

Peluang atau probabilitas di atas dapat kita peroleh dari Tabel A.1 dengan cara yang sama seperti pada uji tanda.

Contoh 2.11

Tabel 2.22 memperlihatkan panjang musim tanam di Atlanta, Georgia, AS, untuk tahun-tahun 1899 hingga 1938, sebagaimana yang dilaporkan oleh Departemen Pertanian AS (E-32). Sekarang gunakan uji Cox-Stuart untuk memeriksa kecenderungan dalam data tersebut.

Data ini terdiri atas n'=40 hasil pengamatan yang tersusun secara kronologi, dan karena itu memenuhi persyaratan skala pengukuran yang dibutuhkan untuk uji yang akan dilakukan. Andaikan α =0,05.

TABEL 2.22

Panjang musim tanam, dalam hari, di Atlanta, 1899-1938

Tahun	Panjang musim tanam	Tahun	Panjang musim tanam
1899	207	1919	227
1900	223	1920	213
1901	235	1921	213
1902	254	1922	261
1903	237	1923	222
1904	217	1924	237
1905	188	1925	239
1906	204	1926	216

1907	182	1927	260
1908	230	1928	246
1909	223	1929	256
1910	227	1930	242
1911	242	1931	266
1912	238	1932	242
1913	207	1933	249
1914	201	1934	228
1915	226	1935	255
1916	243	1936	226
1917	215	1937	209
1918	259	1938	247

Sumber: Climate and Man, Yearbook of Agriculture, 1941, U.S. Department of Agriculture, Washington, D.C.

Hipotesis

H0: Tak ada kecenderungan dalam data

H1: Ada kecenderungan, entah naik atau menurun

Statistik Uji

Karena n'=40 adalah bilangan genap, maka kita memiliki 20 pasangan hasil pengamatan.

(207, 227)	(223, 213)	(235, 213)	(254, 261)	(237, 222)
(217,237)	(188, 239)	(204, 216)	(182, 260)	(230, 246)
(223, 256)	(227, 242)	(242, 266)	(238, 242)	(207, 249)
(201, 228)	(226, 255)	(243, 226)	(215, 209)	(259, 247)

Apabila selisih pada masing-masing pasangan telah kita hitung, kita mempunyai 6 tanda plus dan 14 tanda minus. Dengan demikian harga statistik uji di sini adalah 6, yakni banyaknya tanda plus.

Keputusan

Kita akan menolak H0 jika peluang untuk mendapatkan 6 atau kurang dan 6 tanda plus bila n=20 dan H0 benar (yaitu bila di sini tak ada kecenderungan) kurang dari atau sama dengan 0,025. Dalam Tabel A.1 I kita dapat mengetahui bahwa peluang ni adalah $P(K \leq 6 \mid 20, 0.50) = 0.0577$. Karena 0.0577 lebih besar dan 0.025, kita tidak dapat menolak H0. Kita menyimpulkan bahwa uji ini tidak menunjukkan adanya suatu kecenderungan. Dan karena uji yang kita kerjakan adalah uji dua-sisi, nilai p untuk contoh ini adalah $2(0.0577) = 0.1154$.

Pendekatan Sampel Besar

Pendekatan sampel besar untuk uji ini sama dengan untuk uji tanda.

Efisiensi Power

Cox dan Stuart dalam (T-47) berbincang-bincang tentang efisiensi relatif asimtotik untuk uji ini. Mereka melaporkan ARE sebesar 0.79 bila uji ini dibandingkan dengan uji-uji korelasi peringkat, dan ARE sebesar 0.78 bila dibandingkan dengan uji parametrik yang terbaik.

BACAAN LANJUTAN

Anda dapat mengetahui lebih banyak perihal analisis kecenderungan nonparametrik dalam tulisan-tulisan Bartholomew (T-48), Cox (T-**49),** Ferguson (T-50), Mann (T-51), Mansfield (T-52), Olshen (T-53), Rao (T-54), Sen (T-42), Stuart (T-55), dan Ury (T-56). Hirsch et al (T-70) dan Van Belle dan Hughes (T-71) mendiskusikan tentang teknik nonparametric untuk *trend* dalam analisis kualitas data.

Latihan

2.23 Laporan Tahunan kepada Kongres oleh *Federal Corp Insurance Corporation* untuk tahun 1973 (E-33) berisi informasi tentang asuransi panenan kapas seperti tampak dalam Tabel 2.23. Apakah data ini menunjukkan kecenderungan menurun dalam banyaknya panen kapas yang diasuransikan? Misalkan $\alpha = 0.05$. Berapakah nilai P d sini?

TABEL 2.23

Jumlah panenan di AS yang diasuransikan per tahun, antara 1948-1972

Tahun	Panen yang diasuransikan	Tahun	Panen yang diasuransikan
1948	19,479	1961	15,375
1949	26.667	1962	21,312
1950	63,969	1963	26,526
1951	57,715	1964	24,865
1952	38,086	1965	21,152
1953	38,434	1966	23,458
1954	24,196	1967	25,774
1955	19,319	1968	32,646
1956	29,975	1969	31,786
1957	25,451	1970	24,821
1958	20,410	1971	19,593
1959	19,910	1972	14,960
1960	15,628		

Sumber: Annual Report to Congress, Federal Crop Insurance Corp., U.S. Department of Agriculture, 1973

2.24 Edisi 1972 *FAA Statistical Handbook of Aviation* (E-34) menyajikan informasi tentang ekspor-ekspor tahunan pesawat terbang, suku cadang pesawat terbang, dan perlengkapan lain dan Amerika Serikat seperti tampak dalam Tabel 2.24. Apakah data ini mencerminkan kecenderungan kenaikan ekspor? Misalkan $\alpha = 0.05$. Berapakah nilai P di sini?

TABEL 2.24

Jumlah ekspor pesawat terbang AS, 1947-1971

Tahun	Ekspor Pesawat*	Tahun	Ekspor Pesawat*
1947	3125	1960	2336
1948	2259	1961	2459

1949	881	1962	2131
1950	756	1963	2251
1951	894	1964	2577
1952	1180	1965	3129
1953	1377	1966	3611
1954	1053	1967	3881
1955	1714	1968	3682
1956	1711	1969	3322
1957	2025	1970	3383
1958	1689	1971	2904
1959	1628		

Sumber: FAA Statistical Handbook of Aviation, Department of Transportation, Federal Aviation Administration, for sale by the Superintendent of Documents, U.S Government Printing Office, Washington, D.C., 1972
* 1949—1954, hanya pesawat sipil

2.5

PROGRAM KOMPUTER

Dalam bab ini perhitungan dibutuhkan dalam proses diskusi akan sangat mudah dan cepat tampilannya ketika jumlah sampelnya kecil. Situasi ini diperlukan untuk komputer tidak begitu penting. Jika jumlah sampelnya besar dan untuk beberapa alasan aproksimasi normal tidak akan bekerja, cepat, akurat, dan tingkat kepercayaan dari komputer adalah lebih baik prediksinya dengan beberapa prosedur yang harus digunakan yang ditunjukkan dalam bab ini.

Krieg (T-72) telah menulis FORTRAN 77 yaitu sebuah program untuk uji run. Yang diperlukan dalam memasukkan hasil angka dari tiap kategori dalam satu tipe, angka dari kategori lainnya dan angka dari run -nya. Hasilnya termasuk dalam perhitungan dan aproksimasi dari peluang run tersebut dan parameter distribusi dari run -nya.

Banyak sekali paket *software* komputer mikro statistik yang menyediakan satu atau lebih prosedur untuk menampilkan dalam bab ini. Paket tersebut akan menampilkan uji tanda termasuk BMDPC, SCA, STATA, dan STATISTIX. Uji Wilcoxon untuk kasus satu sampel tersedia dalam EXEC*U*STAT, MICROSTAT, MINITAB, NUMBER CRUNCHER STATISTICAL SYSTEM, SPSS/PC, STAT-GRAPHICS, dan STATISTIX, dan lain-lain. Uji binomial tersedia dalam SCA. Dan banyak lagi paket yang dapat menampilkan uji run seperti M/STAT-2000, MIPSAQ, SCA, SPSS/PC, dan STATPRO.

EVALUASI LENGKAP BAB 2

2.25 Lima belas pecandu heroin ditanyai tentang pada usia berapa mereka mulai menggunakan obat terlarang itu. Hasil penelitian ini tampak seperti dalam Tabel 2.25. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa median usia populasi yang diambil sampelnya bukan 20? Gunakan uji tanda, dan tentukan nilai *P* di sini.

Tabel 2.25

Usia dari ke-15 pecandu heroin ketika pertama kali menggunakan obat terlarang itu

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Usia	22	24	37	28	15	14	22	16	18	17	23	16	20	18	15

Sumber: Data fiktif

2.26 Buatlah sebuah interval kepercayaan 95% untuk median populasi asal data yang digunakan dalam Latihan 2.25.

2.27 Dalam sampel yang terdiri atas 20 ibu rumah tangga yang bekerja, 6 di antaranya menyatakan bahwa alasan utama mengapa mereka bekerja adalah guna mendapatkan uang untuk bermewah-mewah. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa proporsi subjek-subjek dalam populasi asal sampel yang bekerja dengan alasan serupa lebih besar dari 0.25? Berapakah nilai *P* untuk uji ini?

2.28 Gunakan data dalam Latihan 2.27 untuk membuat interval kepercayaan 95% untuk proporsi populasinya.

2.29 Sebuah uji untuk mengukur pengetahuan tentang kejadian-kejadian mutakhir diberikan kepada sebuah sampel yang terdiri atas 25 murid sekolah dasar yang tinggal di suatu kota. Data ini tampak dalam Tabel 2.26. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa median populasinya kurang dari 70? Gunakan uji Wilcoxon dan tentukan harga P-nya.

TABEL 2.26

Skor-skor yang dihasilkan oleh 25 murid sekolah dasar sesudah menjalani ujian tentang pengetahuan mereka mengenai peristiwa-peristiwa terakhir. Murid-murid itu tinggal di daerah perkotaan

80	68	30	67	70	62	69	65	53	29	65	68	62
56	46	48	39	72	36	69	40	61	54	53	25	

Sumber: Data fiktif

2.30 Buatlah interval kepercayaan 95% untuk median populasi menggunakan data dalam Latihan 2.29.

2.31 Dalam suatu eksperimen psikologi, 24 orang dewasa yang belum saling kenal diminta berbaris sejajar dengan sebuah dinding. Menurut jenis kelamin masing-masing, susunan barisan ini sebagai berikut :
L P L L L L P L L L P P P P L P P L L L P P P P
Apakah data ini memberikan bukti yang memadai untuk menunjukkan bahwa data tidak random?

2.32 Dalam sebuah survei terhadap 200 penduduk di suatu daerah metropolitan tertentu, 110 orang menyatakan bahwa mereka setuju bila hukuman mati diberlakukan. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa proporsi populasi yang berpendapat demikian lebih besar dan 0.50?

2.33 Dalam suatu uji *extrasensory perception* (ESP) atau *mental.* Dilakukan percobaan pada 25 subjek dalam satu ruangan untuk mengenali target gambar di ruangan yang lain. Terdapat 11 *hits*. Buktikan apakah dengan data ini kita dapat menyimpulkan bahwa ESP berhasil? (H0 : p = 0,5) dan berapa hasil p dalam uji ini?

2.34 Departemen kontrol kualitas dari sebuah perusahaan sampo menyatakan rata-rata berat botol samponya 12 ons. 20 sampel botol diambil dari sebuah mesin. Data nya sebagai berikut (dalam ons) : 12,9 12,5 12,2 12,3 11,5 11,8 11,7 12,2 12,4 12,6 12,5 12,8 11,8 11,5 11,6 12,7 12,6 12,7 12,8 12,2. Lakukan pengujian data ini apakah dan memiliki kecenderungan ke atas dan ke bawah? Dengan α = 0,05

2.35 Lapp (E-35) melaporkan data estimasi jumlah laki-laki mengundurkan diri dari pekerjaannya (pensiun) pada usia antara 55 sampai 64 pada tahun1948 sampai 1977, dengan Tabel 2.27. ujilah persentase tren ke atas dalam data ini. Dengan α = 0,05

2.36 Sebuah pasar ingin menganalisis tentang apakah dapat disimpulkan dengan α = 0,05 bahwa median pendapatan keluarga di daerah tersebut kurang dari $35.000. wawancara dilakukan dengan kepala rumah tangga yang diambil sampel sebanyak 20 keluarga dari daerah tersebut dengan hasil di Tabel 2.28. distribusi pendapatan populasi dapat dipercayai mendekati asimetrik. Apa yang dapat kita simpulkan dari sampel data tersebut?

2.37 Dalam sampel acak terdapat 15 pekerja, 9 diantaranya bahwa mereka adalah korban seksual. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari populasi tersebut lebih dari 50% pekerja pernah dilecehkan secara seksual? Dengan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 2.27

Jumlah pensiun, 1948-1977, laki-laki usia 55-64

Tahun	Angka (ribuan)	Tahun	Angka (ribuan)
1948	38,7	1963	171,0
1949	179,4	1964	223,4
1950	124,4	1965	272,3
1951	86,9	1966	213,8
1952	89,3	1967	207,3
1953	136,2	1968	215,1
1954	34,9	1969	254,2
1955	171,2	1970	218,1
1956	91,1	1971	246,5
1957	163,6	1972	273,0
1958	103,1	1973	398,8
1959	165,5	1974	272,3
1960	167,5	1975	383,2
1961	111,1	1976	352,3
1962	238,6	1977	290,1

Sumber: John S. Lapp, "The Secular Behavior of Aggregate Retirement Flows," Atlantic Econ. J., 14 (March 1986). 30-38. Reprinted by permission.

TABEL 2.28

Pendapatan tahunan keluarga dari sampel acak 20 keluarga (dalam dollar)

28,900	29,300	30,100	38,000	30,300	32,200	27,500
29,900	31,200	35,300	37,200	43,000	32,500	35,100
34,900	34,300	36,200	33,900	35,000		

2.38 Dari latihan 2.37. Dengan selang kepercayaan 95% untuk proporsi populasinya

2.39 Sebuah industri psikologis percaya bahwa median hasil nilai untuk populasi dalam ketangkasan pekerja lebih dari 70. Sebuah sampel acak diambil dari pekerja dalam populasi tersebut dan hasilnya sebagai berikut :

72, 94, 91, 84, 80, 58, 46, 47, 49, 76, 86, 64, 86, 87, 93, 65, 48, 71, 85, 59.

Pilihlah uji mana yang cocok untuk data ini berdasarkan informasi yang ada, apakah sampelnya membuktikan bahwa pendapat psikologis tersebut dapat dipercayai. Dengan $\alpha = 0{,}05$

2.40 Dari Latihan 2.39. Dengan selang kepercayaan 99% untuk populasi mediannya

2.41 Dari Latihan 2.36. Dengan selang kepercayaan 95% untuk populasi mediannya

2.42 Sebuah perusahaan besar mengadakan survei terhadap beberapa sampel pekerjanya untuk menetapkan peraturan sikap alami pekerja dalam perusahaan. Dari 400 sampel, 2900 menghasilkan sikap yang tidak baik. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa lebih dari 50% pekerja memiliki sikap yang tidak baik dalam perusahaan ? Dengan $\alpha = 0{,}05$. Berapa hasil p dalam uji ini?

2.43 Dari Latihan 2.42. Dengan selang kepercayaan 95% untuk proporsi populasi yang memiliki sikap yang tidak baik dalam perusahaan.

2.44 Konsultasi mengenai isu dari majalah *Forbes* mengandung data “Peringkat *Forbes* 500s.” (ini adalah spesial tiap tahun yang biasanya menarik perhatian dari awal sampai akhir April). Dari variabel yang terpilih dari daftar, seperti aset, diskon dan lainnya. Maka dipilih sampel sebanyak 30 atau lebih dari daftar tersebut. Tentukan hipotesisnya dan gunakan untuk kasus sampel besar aproksimasi dengan uji tanda dari hipotesis nolnya.

2.45 Gunakan data dari Latihan 2.44. Tentukan selang kepercayaannya dengan menggunakan metode aproksimasi untuk sampel besar dengan uji tanda.

2.46 Lihat Latihan 2.44. Gunakan aproksimasi untuk sampel besar dengan uji Wilcoxon dan hipotesis nolnya.

2.47 Ulangi Latihan 2.45. Dengan menggunakan metode kasus sampel besar berdasarkan uji Wilcoxon.

2.48 Gunakan data *Forbes* pada latihan 2.44. untuk beberapa variabel seperti aset, tentukan hipotesisnya dalam proporsi, pilih variabel yang kurang dari, lebih dari, dan sama dengan. Pilih sampel acak sebanyak 30 atau lebih dan gunakan aproksimasi untuk sampel besar untuk proporsi dan hipotesis nol nya

2.49 Gunakan data dari Latihan 2.48. dan aproksimasi untuk sampel besar proporsinya dan selang kepercayaannya untuk proporsi populasinya.

2.50 Konsultasi sebuah tabel besar acak digit seperti perusahaan Rand "*A Milion Random Digit wih 100,000 Normal Deviates* (Glencoe, Illinois: The Free Press, 1955). Dipilih acak dari tabel dan *record* sebanyak 50 atau lebih digit. Jika digit ganjil sebagai tipe pertama dan genap sebagai tipe lainnya. Hitung run -nya berdasarkan urutannya dan digitnya. Tentukan hipotesis nolnya dan gunakan pendekatan untuk sampel besar dengan uji run pada hipotesisi nolnya. Bandingkan hasilnya dengan teman sekelas. Berdasarkan sampel, apa yang dapat disimpulkan dari digit random tabel tersebut?

2.51 Konsultasi publik terdiri dari banyak bagian data *time series*. Pilih 30 sampel atau lebih dan gunakan aproksimasi untuk sampel besar pada uji Cox-Stuart trend pada hipotesis nolnya. (saran : coba dengan *Statistical Abstract of the United States.* Kemungkinan variabel tahunan yang termasuk dalam kecelakaan motor dan volume penumpang bus macet. Itu mungkin akan lebih cocok untuk disimpulkan lebih dari satu volume jumlah sampel).

DAFTAR PUSTAKA

T-1 Arbuthnott, J., "An Argument for Divine Providence Taken from the Constant Regularity Observed in the Births of Both Sexes," *Philosophical Transactions,* 27 (171 0), 186—190.

T-2 Dixon, W. J., and A M. Mood, "The Statistical Sign Test," *J. Amer.* , *Statist. Assoc.,* 41 (1946), 557—566.

T-3 Mackinnon, William J., "Tabel for Both the Sign Test and Distribu.. ' ton-Free Confidence Intervals of the Median for Sample Sizes to 1,000," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 59 (1964), 935—956.

T-4 Walsh, J, E., "On the Power Function of the Sign Test for Slippage of Means," *Ann. Math. Statist.,* 17 (1946), 358—362.

T-5 Dixon, W. J,, "Power Functions of the Sign Test and Power Efficiency for Normal Alternatives," *Anrt. Math, Statist.,* 24 (1953), 467—473.

T-6 Cochran, W. G., "The Efficiencies of the Binomial Series Tests of Significance of a Mean and of a Correlation Coefficient," *J. Roy. Statist. Soc.,* 100 (1937), 69—73.

T-7 Gibbons, Jean Dickinson, *Nonparametric Statistical Inference,* New York: McGraw-Hill, 1971,

T-8 Hodges, J. L.,Jr.,and E. L. Lehman, "The Efficiency of Some Nonparam etric Competitors of the t-test," *Ann. Math. Statist.,* 27 (1956), 324—335.

T-9 MacStewart, W., "A Note on the Power of the Sign Test," *Ann. Math, Statist.,* 12 (1941), 236—239.

T-10 Wilcoxon, Frank, "Individual Comparisons by Ranking Methods," *Biometrics,* 1 (1945), 80—83.

T-11 McCornck, R. L., "Extended Tabels of the Wilcoxon Matched Pairs Signed Rank Statistics,"J, *Amer. Statist. Assoc,,* 60(1965), 864—871.

T-12 Wilcoxon, Frank, "Probability Tabels for Individual Comparisons by Ranking Methods," *Biometrics,* 3 (1947), 119—122.

T-13 Wilcoxon, Frank, *Some Rapid Approximate Statistical Procedures,* New York: American Cyanamid, 1949.

T-14 Wilcoxon F., S. Katti, and R. A. Wilcox, *Critical Values and Probability Levels for the Wilcoxon Rank Sum Test and the Wilcoxon Signed Rank Test,* Pearl River, New Yorlç: American Cyanamid, and I lorida State University, 1 963.

T-15 Pratt, J. W., "Remarks on Zeroes and Ties in the Wilcoxon Signed Hank Procedures," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 54 (1959), 655—667.

T-16 Cureton, **E. E.,** "The Normal Approximation to the Signed-Rank impling Distribution When Zero Differences Are Present," *J. Amer. S'atist. Assoc.,* 62 (1967), 1 068—1 069,

T-17 Conover, W. J., "Methods of Handling Ties in the Wilcoxon SignedH nk Test," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 68 **(1** 973), 985—988.

T-18 Klotz, J., "The Wilcoxon, Ties, and the Computer," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 61(1966), 772—787.

T-19 Putter, Joseph, "The Treatment of Ties in Some Nonparametric lests," *Ann. Math. Statist.,* 26 (1955), 368—386.

T-20 Arnold, H. J., "Small Sample Power for the One-Sample Wilcoxon lest for Non-Normal Shift Alternatives," *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 1767—1778.

T-21 Klotz, J., "Small Sample Power and Efficiency for the One-Sample Wilcoxon and Normal Scores Test," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 624—632,

T-22 Klotz, J., "Alternative Efficiencies for Signed Rank Tests," *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 1759—1 766.

T-23 Mood, A. M., "On the Asymptotic Efficiency of Certain Non-parametric Two-Sample Tests," *Ann. Math. Statist.,* 25 (1954), 514—522.

T-24 Noether, Gottfried E., *Elements of Nonparametric Statistics,* New York: Wiley, 1967.

T-25 Thompson, W. R., "On Confidence Ranges for the Median and Other Expectation Distributions for Populations of Unknown Distribution Form," *Ann. Math. Statist.,* 7 (1936), 122—1 28.

T-26 Savur, S. R., "The Use of the Median in Tests of Significance," *Proc. Indian Acad. Sci.,* A5 (1 937), 564—576.

T-27 David, H. A., *Order Statistics,* New York: Wiley, 1970.

T-28 Hollander, M., and D, A. Wolfe, *Nonparametric Statistical Methods,* New York: Wiley, 1973.

T-29 Tukey, J. W., "The Simplest Signed-Rank Test," *Mimeographed Report Number 17,* Statistical Research Group, Princeton University, 1 949. Cited in Conover, W, J., *Practical Nonparametric Statistics,* New York: Wiley, 1971.

T-30 Moses, L. E., "Query: Confidence Limits from Rank Tests, *"Technom etrics,* 7 (1965), 257—260.

T-31 Noether, G. E., "Wilcoxon Confidence Intervals for Location, Parameters in the Discrete Case," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 62 (1 967), 184—188.

T-32 Crow, E. L., "Confidence Intervals for a Proportion," *Biometrika,* 43 (1956), 423—435.

T-33 Sterne, T. E., "Some Remarks on Confidence or Fiducial Limits," *Biometrika,* 41(1954), 275—278

T-34 Clopper, C. J., and E. S. Pearson, "The Use of Confidence or Fiducial Limits Illustrated in the Case of the Binomial;' *Biometrjka* 26 (1934), 404—413.

T-35 Anderson, T. W., and H. Burstein, "Approximating the Upper Binomial Confidence Limit," *J. Amer. Statist. Assoc,,* 62 (1967), 857—861,

T-36 Anderson, T. W., and H. Burstein, "Approximating the Lower Binomial Confidence Limit," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 63 (1968), 1413— 1415. Correction, 64 (1969), 669.

T-37 Swed, F. S., and C. Eisenhart, "Tabels for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Ann, Math. Statist.,* 14 (1 943), 66—87.

T-38 Mosteller, F., "Note on an Application of Runs to Quality Control Charts," *Ann. Math, Statist.,* 12 (1941), 228—232.

T-39 Prairie, R. R., W. J. Zimmer, and J. K. Brookhouse, "Some Accepta nce Samplin Plans Based on the Theory of Runs," *Technometrics* 4 (1962), 177—1 85.

T-40 Goodman, L. A., and Y. Grunfield, "Some Nonparametric Tests for Comovements between Time Series," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 56 (1961), 11—26.

T-41 Moore, G. H., and W. A. Wallis, "Time Series Significance Test Based on Signs of Differences," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 38 (1943). 153—164.

T-42 Sen, P. K., "Some Nonparametric Tests for m-Dependent Time Series," *.1. Amer. Statist. Assoc.,* 60 (1965), 134—1 47.

T-43 Wallis, W. A., and G. H. Moore, "A Significance Test for Time Series," *J. Amer. Statist, Assoc.,* 3,6 (1941), 401 —409.

T-44 Mood, A M., "The Distribution Theory of Runs," *Ann. Math. Statist.,* 11(1940), 367—392.

T-45 Barton, D. E., "Query; Completed Runs of Length *k* above and below Median," *Technometrics* 9 (1967), 682—694,

T-46 Daniel, Wayne W., and James C. Terrell, *Business Statistics; Basic Concepts and Methodology* Boston: Houghton Mifflin, 1975.

T-47 Cox, D. R., and A. Stuart, "Some Quick Tests for Trend in Location and Dispersion," *Biometrika,* 42 (1955), 80—95.

T-**48** Bartholomew, D., "Tests for Randomness in a Series of Events Where the Alternative Is a Trend,". *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B,* 18 (1956), '34—239,

T-49 Cox, D., "Some Statistical Methods Connected with Series of I vents," *J. "Roy. Statist. Soc. Se,. B,* 17 (1955), 129—1 64.

T-50 Ferguson, George Andrew, *Nonparametric Trend Analysis,* Monh eal: McGill University Press, 1 965.

T-51 Mann, H. B., "Nonparametric Tests against Trend,," *Econometrika,* 13 (1945), 245—259.

T-52 Mansfield, E., "Power Functions for Cox's Test of Randomness against Trend," *Technometrics,* 4 (1962), 430—432.

T-53 Qlshen, R. A., "Sign and Wilcoxon Tests for Linearity," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1 967), 1759—1769,

T-54 Rao, T. S., "A Note on the Asymptotic Relative Efficiences of Cox and Stuart's Tests for Testing Trend in Dispersion of a p-Dependent lime Series," *Biometrika,* 55 (1968), 381—386.

T-55 Stuart, A., "The Efficiencies of Tests of Randomness against Normal Regression," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 51 (1956), 285—287.

T-56 Ury, H. K., "Large-Sample Sign Tests for Trend in Dispersion," *Biometrika,* 53 (1 966), 289—291.

E-1 Liedtke, A. James, Harvey G. Kemp, David M. Borkenhagen, and Richard Gorlin, "Myocardial Transit Times from Intra-coronary Dye — Dilution Curves in Normal Subjects and Patients with Coronary Artery Disease," *Am. J. Cardiol.,* 32 (1973), 831 —839.

E-2 Lenzer, Irmingard I., and Carol A. White, "Satiation Effects in Continuous Reinforcement and Successive Sensory Discrimination Situations," *Physiolog. Psychol.,* 1 (1973), 77—82.

E-3 Iwamoto, Mitsuo, "MorphoIgical Studies of *Macaca Fuscata:* VI, Somatometry," *Primates,* 12 (1971), 151—174.

E-4 *Drug Abuse in Suburbia,* Mineola, New York; Nassau County Probation Department, 1970.

E-5 Malina, Robert M., "Comparison of the Increase in Body Size between 1899 and 1970 in a Specially Selected Group with that in the General Population," *Am. J. Phys. Anthropol,,* 37 (1972), 135—142.

E-6 Moore, Ruth C., and Earl J, Ogletree, "A Comparison of the Readin ess and Intelligence of. First Grade Children with and without a Ful Year of Head Start Training," *Education,* 93 (1973), 266—270.

E-7 Palmer, Alden, "The Alden Palmer Letter," *The Fraternal Monitor,* 70 (February 1960), 18—19.

E-8 Agnew, Harman W., Jr., Wilse W. Webb, and Robert L. Williams,"Sleep Patterns in Late Middle Age Males: An EEG Study," *Electroencej phalog. C/in. Neurophys/o/,,* 23 (1967), 1 68—i 7l

E-9 Armstrong, R. W., "Tracing Exposure to Specific Environments in Medical Geography," *Gog. Anal.,* 5 (1973), 122—132.

E-10 Abu-Ayyash, A. Y., "The Mobile Home: A Neglected Phenomenon in Geographic Research," *Geog. Bull.,* 5 (November 1972), 28—30.

E-11 *Changes inA/abamaAgricu/ andRe/ated Data 1950 to 1960,* Agric ultural Experiment Station of Auburn University, Auburn, Alabama, 1 961.

E-12 Cartright, Lillian Kaufman, "Personality Differences in Male and Female Medical Students," *Psychiatry in Med.,* 3 (1972), 213—218.

E-13 Hall, F. F., C. R. Ratliff, T. Hayakawa T. W. Culp, and N. C. High- tower, "Substrate Differentiation of Human Pancreatic and Salivary Alpha-Amylases,"Am *J. Dig. Dis.,* 15 (1970), 1031—1 038.

E-14 Golde, David W., Belina Rothman, and Martin J. Cline, "Production of Colony-Stimulating Factor by Malignant Leukocytes," *Blood,* 43 (1974), 749—756.

E-15 Silverman, M., E. Zeidjfard J, W. Paterson, and S. Godfrey, "The Effect of lsoprenaline on the Cardiac and Respiratory Responses to I Exercise," *Quart, J. Exper, Physiol.,* 58 (1973), 7—17.

E-16 Cinotti, Alfonse A., and Joseph C. Patti, "Lens Abnormalities in an Aging Population of Nonglaucornato Patients," *Am, J. Optha/.,* 65 (1968), 25—32.

E-17 Georgia Board of Corrections, *Annual Report July 1, l969—June 30, 1970,* Atlanta.

E-18 Bowman, P., J. C. Wilt, and H. Sayed, "Chronicity and Recurrence of Psittacosis" *Canad. J. Public Health,* 64 (1973), 167—173,

E-19 Moles, Oliver C., “The Relationship of Family Circumstances and Personal History to Use of Public Assistance,” *Social Work,* 16 (April 1971), 37—46.

E-20 Chin, William, David M. Bear, Edward J. Colwell, and Sanong Kosakal, “A Comparative Evaluation of Sulfalene_Trimethoprim and against Falciparum Malaria in Thai - land,” *Am, J. Trop. Med. Hyg.,* 22 (1973), 308-31 2.

E-21 Zackler, Zack, Olga Brolnitsky and Hyman Orbach, “Preliminary Report on a Mass Program for Detection of Gonorrhea,” *Public Health Reports,* 85 (1970), 681 —684.

E-22 Spencer, J., “Hiatus Hernia and OEsophageal Reflux,” *Proc. Roy. Soc. Med.,* 65 (1972), 30—32.

E-23 Bernstein, L. M., and L. A. Baker, “A Clinical Test for Esophagitis” *Gastroenterology,* 34 (1958), 760—781.

E-24 Sack, Richard, “The Impact of Education of Individual Modernity in Tunisia,” *lnt.J. Compar. Soc/of.,* 14(1973), 245—272.

E-25 May, David, “Illegitimacy and Juvenile Court Involvement,” *lot J. Cr/rn/no!. Peno!.,* 1 (1973), 227—252.’

E-26 Westermeyer, Joseph, “Grenade-Amok in Laos: A Psycho-Social I’iirspective,” *!nt. J. Soc. Psychiatry,* 19 (1973), 251 —260.

E-27 Strimbu, Jerry L., Lyle F. Schoenfeldt, and 0. Suthern Sims, Jr., Sex Differences in College Student Drug Use,” *J. College Student I’t’rsonnel,* 14 (1973), 507—510.

E-28 *Local Clirnatological Data,* U. S. Department of Commerce, Nitional Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Data .Service, National Climatic Center, Federal Building, Asheville, North Carolina, November 1974.

E-29 Murata, Yuji, and Chester B. Martin, Jr., “Systolic Time Intervals of the Fetal Cardiac Cycle,” *Obstet. Gynecol.,* 44 (1974), 224—232.

E-30 Purcell, Warren B., “Saving Time in Testing Life,” *Indust. Quality Control,* 3 (March 1947), 15—18.

E-31 Littler, W. A., S. R. Reuben, and D. J. Lane, “Lung Blood Flow Studies in Patients with Scoliosis and Neuromuscular Weakness,” *Thorax,* 28 (1 973), 209—213.

E-32 *Climate and Man, Yearbook of Agriculture,* 1 941, United States Department of Agriculture, Washington, D. C.

E-33 *Annual Report to Congress,* Federal Crop Insurance Corp., U. S. Department of Agriculture, 1973.

E-34 *FAA Statistical Handbook of Aviation,* Department of Transport ation, Federal Aviation Administration, for sale by the Superintendent of Documents, U. S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1972.

B A B 3

PROSEDUR YANG MEMANFAATKAN DATA DARI DUA SAMPEL INDEPENDEN

Bab 2 meliputi beberapa prosedur yang sesuai untuk membuat kesimpulan tentang populasi berdasarkan data dari sampel tunggal yang diambil dari populasi tersebut. Bab ini berfokus pada dua populasi. Prosedur inferensial yang diperhatikan di sini didasarkan pada data yang dihasilkan oleh dua sampel independen, satu dari masing-masing dua populasi yang diobservasi. Sampel harus independen dalam dua hal. Pertama, unsur-unsur yang kita pilih untuk sampel pertama harus tidak bergantung sama sekali pada unsur-unsur yang kita pilih untuk sampel kedua. Kedua, dalam setiap sampel, setiap elemen harus independen dari setiap elemen lain dalam sampel itu. Dengan kata lain, terdapat kebebasan dalam sampel serta antar sampel.

Tujuan inferensial adalah baik untuk memperkirakan perbedaan antara parameter tertentu dari dua populasi atau uji hipotesis tentang dua populasi. Sebagai contoh, kita mungkin ingin menguji hipotesis nol bahwa nilai numerik dari beberapa parameter adalah sama pada kedua populasi. Pembaca yang sudah mempelajari statistik dasar akan akrab dengan prosedur parametrik untuk membuat kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh dari dua sampel independen. Sebagai contoh, kita menggunakan uji t untuk menguji hipotesis nol bahwa dua mean populasi adalah sama dan uji F untuk menguji hipotesis nol bahwa dua varians populasi adalah sama berdasarkan asumsi tertentu mengenai data yang diuji. Ketika data tidak memenuhi beberapa asumsi dasar, alternatif adalah dengan menggunakan prosedur nonparametrik. Tujuan dari bab ini adalah untuk memperkenalkan beberapa prosedur nonparametrik yang sesuai untuk dua sampel independen.

Populasi yang diuji mungkin salah satu dari dua jenis: real atau hipotetis. Mungkin, pada kenyataannya, ada dua populasi yang terdefinisi dengan baik (real) di mana dari populasi tersebut kita memilih sampel acak independen, sehingga kita dapat menarik kesimpulan tentang populasi tersebut. Populasi 1, misalnya, terdiri dari rumah tangga dalam komunitas tertentu di beberapa daerah perkotaan, sementara populasi 2, misalnya terdiri dari rumah tangga di daerah pinggiran kota. Variabel data yang akan diuji misalnya pendapatan keluarga tahunan, dan peneliti mungkin ingin menguji hipotesis nol bahwa pendapatan keluarga tahunan rata-rata adalah sama pada kedua populasi.

Dua populasi, di sisi lain, bisa bersifat hipotetis. Misalnya, subyek yang tersedia untuk penelitian dapat menerima salah satu dari dua perlakuan secara acak. (istilah perlakuan digunakan dalam arti luas, untuk menunjuk beberapa prosedur yang efeknya kita hitung.). Suatu perlakuan bahkan mungkin tidak ada perlakuan atau penerapan *placebo* ketika kita ingin satu kelompok sebagai kontrol. Populasi hipotetis kemudian akan menjadi subyek serupa dengan yang diamati di mana di satu waktu menerima salah satu perlakuan.

Bab ini mencakup prosedur untuk memperkirakan dan menguji hipotesis tentang perbedaan antara dua lokasi parameter, dan prosedur untuk pengujian hipotesis tentang kesamaan dua parameter dispersi. Tiga prosedur lainnya dianggap sebagai: (a) uji dua sampel, (b) uji Hollander untuk reaksi ekstrim, dan (c) uji Fisher probabilitas tepat.

Bab selanjutnya akan membahas prosedur lain yang sesuai untuk menganalisis data dari dua sampel independen. Bab 5 menyajikan tes chi-square untuk kebebasan dan homogenitas, dan Bab 8 meliputi diskusi dari beberapa prosedur goodness-of-fit.

3.1

MEMBUAT KESIMPULAN TENTANG PERBEDAAN ANTARA DUA PARAMETER LOKASI

Bagian ini mencakup beberapa prosedur yang tepat untuk membuat kesimpulan tentang perbedaan antara dua parameter lokasi: prosedur untuk menguji hipotesis nol bahwa dua parameter lokasi yang sama dan prosedur untuk membangun *convidence interval* untuk perbedaan antara dua parameter lokasi.

Prosedurnya adalah nonparametrik analog dari uji parametrik t. Ingat bahwa untuk uji t dalam kasus dua sampel agar menjadi valid, dua sampel populasi harus setidaknya terdistribusi normal dan memiliki varians yang sama, dan memiliki setidaknya skala interval. Ketika populasi sampel tidak memenuhi salah satu atau lebih asumsi ini, peneliti dapat memilih salah satu prosedur yang dibahas dalam bagian ini sebagai metode alternatif untuk menganalisis.

UJI MEDIAN

Salah satu prosedur paling sederhana dan paling banyak digunakan untuk menguji hipotesis nol, di mana dua sampel independen ditarik dari suatu populasi, dengan median yang sama adalah *tes median*, yang biasanya dihubungkan dengan Mood (Ti) dan Westenberg (T2).

Asumsi

A. Data terdiri dari dua sampel acak independen : X_1 , X_2, X_3 , .. , X_{n1} dan Y_1, Y_2,Y_3,... ,Y_{n2}. Sampel pertama dari populasi dengan median yang tak diketahui, M_X, dan yang kedua adalah dari populasi dengan median yang tak diketahui, M_Y.

B. Skala pengukuran yang digunakan paling tidak adalah ordinal.

C. Variabel yang akan diteliti kontinu.

D. Kedua populasi memiliki bentuk yang sama .

E. Jika kedua populasi memiliki median yang sama, maka peluang p setiap populasi adalah sama, di mana nilai yang diamati akan lebih besar daripada median.

Hipotesis

$H_0 : M_X = M_Y$

$H1 : M_X \neq M_Y$

Median tes juga dapat digunakan dengan menggunakan metode alternatif satu sisi, akan tetapi karena prosedurnya agak rumit, maka tidak akan dibahas di sini.

Uji Statistik

Sebelum melihat rumus untuk uji statistik, mari kita terlebih dahulu mempertimbangkan alasan yang mendasari suatu prosedur. Jika dua populasi memiliki median yang sama, kita akan mendapatkan sekitar setengah pengamatan dari masing-masing populasi, yaitu setengah sampel berada di bawah, dan setengah sampel berada di atas. Berdasarkan hipotesis yang menyatakan bahwa dua median populasi sama, kita dapat memperkirakan parameter umum ini dengan menghitung median dari nilai sampel di dalam dua sampel gabungan. Dengan kata lain, kita menggabungkan pengamatan dari dua sampel dan menghitung median dari pengamatan $n_1 + n_2$.

Kemudian kita dapat mengklasifikasikan setiap sampel observasi menurut dua kriteria:

(a) apakah sampel tersebut milik sampel 1 atau sampel 2 dan (b) apakah sampel tersebut berada di atas atau di bawah sampel median yang telah dihitung. Jumlah observasi yang jatuh ke dalam empat kategori yang dihasilkan dapat ditampilkan dalam tabel kontingensi, seperti Tabel 3.1. Pada Tabel 3.1, A adalah jumlah observasi dari sampel 1 yang jatuh di atas median , B adalah jumlah observasi dari sampel 2 yang jatuh di atas sampel median, dan seterusnya.

TABEL 3.1

Tampilan data untuk uji median

Hubungan dengan sampel median	**Sampel**		
	1	**2**	**Total**
Atas	A	B	A+B
Bawah	C	D	C+D
Total	A+C = n	B+D = n_2	N = n_1+n_2

Jika H_0 benar, diharapkan sekitar setengah pengamatan di setiap sampel jatuh di atas sampel median gabungan. Dengan kata lain, jika H_0 benar, diharapkan A dan C masing-masing menjadi kurang lebih sama dengan n_1 / 2, dan B dan D masing-masing kurang lebih sama dengan n_2 / 2. Uji median memungkinkan kita untuk menyimpulkan, berdasarkan data sampel, apakah ada kemungkinan bahwa hipotesis nol salah. Apabila proporsi atas dan bawah sampel median yang diamati cukup berbeda dari apa yang kita harapkan berada di bawah H_0, kita menolak H_0. Uji Median memungkinkan kita untuk memutuskan apakah besarnya perbedaan ini cukup untuk menolak H_0.

Untuk melakukan tes ini, kita membutuhkan sampling distribusi dari A dan B di bawah hipotesis nol. Mood (T1) telah menunjukkan bahwa distribusi yang diinginkan dapat dinyatakan sebagai *distribusi hipergeometrik*:

$$P(A,B) = \frac{\binom{n1}{A}\binom{n2}{B}}{\binom{N}{A+B}}$$

Untuk menguji H_0, kita bisa mengevaluasi Persamaan 3.1 atau menggunakan tabel distribusi hipergeometrik. Seperti yang diberikan oleh Owen (T3). Kedua metode ini agak sulit, kecuali ukuran sampel kecil. Jika ukuran sampel besar, kita lebih baik menggunakan prosedur pengujian alternatif.

Para pembaca mungkin ingat dari pelajaran yang sebelumnya dalam statistik, bahwa dalam kondisi tertentu kita bisa memperkirakan distribusi hipergeometrik melalui pendekatan distribusi binomial, yang pada gilirannya kita bisa melalui pendekatan distribusi normal. [Lihat Ostle dan Mensing (T4) untuk contohnya]. Tapi kita harus mempertimbangkan kondisi di mana perkiraan ini berlaku. Burr (T5) menyatakan bahwa pendekatan binomial terhadap distribusi hipergeometrik agar berguna, besar populasi haruslah lebih besar 8 sampai 10 kali dari besar sampel. Pendekatan normal terhadap binomial adalah yang terbaik ketika ukuran sampel besar dan ketika proporsi item dalam populasi memiliki karakteristik yang diteliti mendekati 0,5. Sebuah aturan praktis yang sering diberikan dalam buku-buku statistik dasar. [lihat Dunn (T6) untuk contoh] adalah bahwa pendekatan normal untuk binomial memuaskan jika *np* dan *n(1 - p)* keduanya lebih besar daripada 5, dimana *n* adalah ukuran sampel dan *p* adalah proporsi populasi dengan karakteristik yang diteliti.

Ketika sampel memenuhi kondisi untuk pendekatan normal, uji statistik adalah

$$\mathrm{T} = \frac{(A/n1)—(B/n2)}{\sqrt{\hat{p}(l-\hat{p})(l/n1+\mathrm{I}/n2)}} \qquad (3.2)$$

Di mana $\hat{p} = (A + B)/N$ (3.3)

Aturan Pengambilan Keputusan

Jika H_0 adalah benar dan jika sampel adalah ukuran yang dibutuhkan, maka T didistribusikan kurang lebih sebagai standar distribusi normal. Untuk tingkat signifikansi tertentu, nilai-nilai kritis T sesuai dengan nilai-nilai z yang diperoleh dari Tabel A.2 sedemikian rupa bahwa $\alpha/2$ adalah di sebelah kanan z dan $\alpha/2$ adalah di sebelah kiri -z. Jika T sama dengan atau melebihi z maupun lebih kecil dari atau sama dengan -z, kita menolak H_0. Jika sebaliknya maka kita terima H_0.

Contoh 3.1

Russell et al. (El) melaporkan nilai indeks *stroke* yang ditunjukkan pada Tabel 3.2 untuk pasien yang dirawat di unit penelitian *myocardial-infarction* rumah sakit universitas. Kita ingin tahu apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa median dari dua populasi yang diwakili oleh data sampel adalah berbeda. $\alpha = 0{,}05$.

Hipotesis

$H_0 : M_X = M_Y$

$H_1 : M_X \neq M_Y$

TABEL 3.2

Nilai stroke-Index, militer, untuk pasien yang dirawat di unit penelitian *myocardial-infarction* dari rumah sakit universitas

Diagnosa	
Anterior transmural infarction dan anterior necrosis (X)	Inferior transmural infarction dan Inferior necrosis (Y)

25	13	9	46	31	43
25	30	17	20	21	42
17	20	37	25	38	30
26	23	20	17	19	20
18	26	11	36	38	29
30	12	32	54	41	13
24	20	16	8	68	32
21	37	31	26	28	30

Source. Richard 0. Russefl, Jr.. David Hunt, and Charles E. Rackley, "Left Vent tricular Hemodynamics in Anterior and Interior Myocardial Infarction, *Amer. J. Cardiol.*, 32 (1973), 8—16.

Uji Statistik

Media yang terhitung dari 48 sampel adalah (25+26)/2=25.5. Tabel 3.3 menunjukkan jumlah observasi di tiap sampel yang jatuh di atas dan di bawah 25.5.

Kita menggunakan Persamaan 3.3 dan data pada tabel 3.3 untuk menghitung $\hat{p} = \frac{12+12}{48} = 0.50$. Dengan persamaan 3.2 kita dapat memperoleh

$$T = \frac{(12/32)-(12/16)}{\sqrt{(0.50)(1-0.50)(1/32+1/16)}} = -2.45$$

TABEL 3.3

Tabel kontingensi untuk Contoh 3.1

Hubungan dengan 25.5	Anterior transmural infarction dan anterior necrosis	Inferior transmural infarction dan inferior necrosis	Total
Di atas	12	12	24
Di bawah	20	4	24
Total	32	16	48

Keputusan

Untuk α=0.05, nilai kritis dari distribusi normal standar adalah ± 1.96. Karena -245 kurang dari -1.96, kita menolak H_0 dan menyimpulkan bahwa median kedua populasi tidak sama. Nilai dari P value adalah 2(0.5-0.4929)= 0.0142.

Ketika ukuran sampel besar, kita juga bisa menguji H_0 dengan menggunakan uji chi-kuadrat(lihat bab 5).

Hubungan

Meskipun asumsi dari kontinuitas mendasari uji median, dalam prakteknya hubungan memang terjadi; yaitu, satu atau lebih sampel observasi mungkin sama dengan median sampel terhitung. Pada kenyataannya, bila total sampel observasi ($n_1+n_2=N$) ganjil, setidaknya satu sampel observasi akan sama dengan median sampel gabungan. Kita bisa memperoleh hubungan dalam satu dari 3 cara : (a) bila $n_1+n_2=N$ besar, dan jika hanya sedikit observasi sama dengan median, kita bisa menghapusnya sebelum menghitung statistik uji. (b) kita bisa mengkategorikan observasi dalam tiap sampel baik yang di atas median sampel maupun tidak di atas median sampel, sehingga hubungan observasi jatuh pada kategori selanjutnya. (c) kita bisa menghitung observasi yang sama dengan median sampel di atas dan di bawah kategori dalam segala kemungkinan. Kita pilih sebagai kontingensi tabel yang benar untuk menolak H_0.

Efisiensi Power

Mood (T7) telah menunjukkan bahwa efisiensi asimtotik dari uji median untuk sampel independen diambil dari populasi yang berdistribusi normal adalah $2/\pi \approx 64\%$.

BACAAN LANJUTAN

Bedall dan Zimmerman telah mengusulkan sebuah uji median bivariate yang meggunakan median geometrik atau *median center.* Fligner dan Rush (T9) mendeskripsikan modifikasi dari uji median yang memungkinkan untuk menguji beda antara dua median tanpa asumsi mengenai bentuk yang mendasari distribusa dari populasi. Brown dan Mood (T10) dan Westenberg (T11) juga mendiskusikan uji median.

TABEL 3.4

Subjek	Lama tinggal, bulan	Skor membaca	Subjek	Lama tinggal, bulan	Skor membaca
1	0	19	59	0	6
2	0	8	60	1	20
3	1	5	61	0	9
4	2	20	62	2	25
5	1	20	63	1	15
6	0	10	64	0	17
7	0	10	65	0	0
8	1	13	66	0	19
9	1	10	67	1	12
10	2	12	68	0	19
11	1	13	69	2	7
12	2	23	70	1	14
13	1	4	71	0	15
14	0	16	72	0	11
15	0	21	73	1	2
16	1	11	74	7	22
17	1	17	75	5	6
18	0	5	76	4	23
19	1	6	77	10	19
20	1	6	78	7	18
21	0	21	79	7	18
22	0	18	80	3	16

23	1	8	81	3	8
24	0	26	82	7	14
25	0	9	83	7	11
26	1	14	84	3	17
27	2	6	85	6	22
28	1	12	86	4	11
29	1	15	87	5	4
30	1	20	88	6	10
31	0	17	89	10	17
32	1	22	90	7	10
33	0	10	91	3	16
34	1	23	92	6	17
35	1	4	93	26	19
36	2	5	94	3	16
37	1	20	95	3	24
38	0	17	96	4	20
39	1	21	97	6	11
40	1	16	98	3	6
41	1	24	99	3	7
42	2	12	100	6	6
43	0	15	101	11	0
44	2	11	102	11	13
45	2	2	103	14	19
46	1	22	104	8	14
47	1	24	105	4	16
48	1	9	106	12	10
49	1	1	107	24	8
50	2	5	108	19	23
51	0	5	109	5	20
52	1	20	110	6	18
53	0	22	111	13	6
54	2	0	112	11	13
55	1	20	113	17	15
56	1	0	114	22	10
57	1	9	115	12	19
58	2	8	116	5	20

Source: William H. Taylor. Correlations between Length of Stay In the Job Corps and Reading Ability of the Corpsmen," J. Employment CcunseLing, 9(1972). 78—85. Copyright 1972. American Association of Counseling and Development; reprinted with permission.

3.2 Manajer pengawasan mutu dengan produsen obat ingin mengetahui apakah dua metode memproduksi tabelt tertentu menghasilkan perbedaan pada ketebalan median. Suatu sampel acak tabelt diambil dari populasi yang diproduksi dengan dua metode. Tabel 3.5 menunjukkan hasil, yang telah dikodekan untuk memudahkan perhitungan. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa dua median populasi berbeda $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 3.5

Data untuk latihan 3.2

Metode	**Ketebalan**									
A	5	4	4	4	5	4	5	4	5	4
	1	2	5	8	2	4	8	1	2	4

	45	52	61	60	41					
B	40	47	36	39	37	46	43	55	53	56

UJI MANN-WHITNEY

Prosedur lain untuk menguji hipotesis nol dari lokasi parameter populasi yang sama dikemukakan oleh Mann dan Whitney (T12). Meskipun Festinger (T13), White (T14), dan Wilcoxon (T15) telah mengusulkan prosedur yang sama, tes ini biasanya dikenal sebagai uji Mann-Whitney. Tes ini kadang-kadang juga disebut sebagai uji Mann-Whitney-Wilcoxon. Wilcoxon (T15) hanya mempertimbangkan kasus ukuran sampel yang sama dan menggunakan jumlah rank sebagai uji statistik. Mann dan Whitney (T12), yang pertama kali menguji kasus ukuran sampel yang tidak sama, menunjukkan hubungan antara uji statistik dan antara keduanya, seperti yang ditunjukkan di bawah ini, yang merupakan Wilcoxon.

Asumsi

A. Data terdiri dari sampel acak X_1, X_2,....X_n dari populasi 1 dengan median tidak dikenal M, dan sampel acak lain Y_1, Y_2,....Y_n dari populasi 2 dengan median tidak diketahui M_1.

B. Kedua sampel independen.

C. Variabel yang diamati adalah variabel acak kontinu.

D. Skala pengukuran yang digunakan minimal ordinal.

E. Fungsi distribusi dari dua populasi hanya berbeda sehubungan dengan lokasi, apabila berbeda sama sekali.

Hipotesis

Hipotesis ini hanya sesuai jika asumsi E terpenuhi. Salah satu dari hipotesis nol berikut dapat diuji lagi dengan alternatif yang sesuai.

A. (Dua Sisi)

$H_0 : M_X = M_Y$

$H_1 : M_X \neq M_Y$

B. (Satu Sisi)

$H_0 : M_X \geq M_Y$

$H_1 : M_X < M_Y$

C. (Satu Sisi)

$H_0 : M_X \leq M_Y$

$H_1 : M_X > M_Y$

Statistik Uji

Untuk menghitung nilai yang diamati dari statistik uji, kita menggabungkan kedua sampel dan semua rank pengamatan sampel dari terkecil hingga terbesar. Kita tetapkan pengamatan terikat terhadap mean dari posisi rank yang diduduki kalau memang tidak ada hubungan. maka jumlahkan rank pengamatan dari populasi 1 (yaitu, X). Jika lokasi parameter populasi 1 lebih kecil dari lokasi parameter populasi 2, kita mengharapkan (untuk ukuran sampel yang sama) jumlah rank sampel dari populasi 1 akan lebih kecil daripada jumlah rank sampel dari populasi 2. Demikian pula, jika lokasi parameter populasi 1 lebih besar dari lokasi parameter populasi 2, Kita mengharapkan hanya kebalikannya untuk menjadi benar. Statistik uji yang didasarkan pada pemikiran ini sedemikian rupa bahwa, tergantung pada hipotesis nol, baik cukup kecil maupun besar rank yang ditetapkan untuk sampel pengamatan dari populasi 1 menyebabkan kita menolak hipotesis nol.

Statistik uji-nya adalah

$$T = S - \frac{n1(n1+1)}{2} \qquad \textbf{(3.4)}$$

dimana S adalah jumlah rank untuk pengamatan sampel dari populasi 1.

Aturan Keputusan

Pilihan aturan untuk pengambilan keputusan tergantung pada hipotesis nol. Pilihan yang mungkin untuk tingkat signifikansi α adalah sebagai berikut.

A. Ketika kita menguji H_0 dari A, kita menolak H_0 baik untuk nilai T yang kecil maupun besar. Oleh karena itu kita menolak H_0 jika jumlah nilai T kurang dari $w_{\alpha/2}$ atau lebih besar dari $w_{1-\alpha/2}$, di mana $w_{\alpha/2}$ adalah nilai kritis dari T yang diberikan dalam Tabel A.7, dan $w_{1-\alpha/2}$, diberikan oleh

$$w_{1-\alpha/2} = n_1 n_2 - w_{\alpha/2} \qquad \textbf{(3.5)}$$

B. Ketika kita menguji H0 dari B, kita menolak untuk nilai yang cukup kecil dari T.

Tolak H_0 jika jumlah nilai T kurang dari w_α, nilai kritis T diperoleh dengan memasukkan Tabel A.7 dengan n_1, n_2, dan α.

C. Ketika kita menguji H_0 dari C, kita menolak H_0 untuk nilai-nilai yang cukup besar dari T. Oleh karena itu kita menolak H_0 jika jumlah nilai T lebih besar dari $w_{1-\alpha}$, di mana

$$w_{1-\alpha/2} = n_1 n_2 - w_\alpha \tag{3.6}$$

Contoh 3.2

Newmark et al. (E3) telah melaporkan hasil dari upaya menilai perkiraan validitas dari Prognistic Rating Scale (PRS) oleh Klopfer dengan subyek yang telah menerima psikoterapi modifikasi perilaku. Setelah psikoterapi, subyek dipisahkan menjadi dua kelompok: meningkat dan tidak meningkat. Tabel 3.6 menunjukkan skor PRS untuk setiap subjek sebelum terapi.

Kita ingin melihat apakah kita dapat menyimpulkan berdasarkan data ini bahwa kedua populasi, berbeda sehubungan dengan median keduanya. $X_1 = 119$, $X_2 = 11{,}7$,....$X_{n1} = X_{17} = 2.2$, dan $Y_1 = 6.6$, $Y_2 = 5.8$,....,$Y_{n2} = Y_{10} = 1.7$. $\alpha = 0.05$.

TABEL 3.6

Skor PRS sebelum terapi untuk improved dan un-improved subjects.

Improved subjects		Unimproved subject	
Subject	**Score (x)**	**Subject**	**Score (Y)**
1	11.9	1	6.6
2	11.7	2	5.8
3	9.5	3	5.4
4	9.4	4	5.1
5	8.7	5	5.0
6	8.2	6	4.3
7	7.7	7	3.9
8	7.4	8	3.3
9	7.4	9	2.4
10	7.1	10	1.7
11	6.9		

12	6.8
13	6.3
14	5.0
15	4.2
16	4.1
17	2.2

Source : Charles S. Newrnark, William Hetzel, Lily Walker, Steven Holstein, and Martin Finklestein, "Predictts.e Validity of the Rorachach Prognostc Hating Scale with Behavior Modification Techniques,' *J. Clin. Psychol.*. 29 (1973), 246—248.

Hipotesis

$H_0 : M_X = M_Y$

$H_1 : M_X \neq M_Y$

Statistik Uji

Tabel 3.7 menunjukkan nilai dari Tabel 3.6 dalam urutan peringkat. Dengan Persamaan 3.4, kita memiliki

$$T = 296.5\text{-}17\ (17 + 1)\ /\ 2 = 143{,}5$$

Keputusan

Tabel A.7 menunjukkan bahwa $w_{\alpha/2} = 46$ untuk $n_1 = 17$, $n_2 = 10$, dan $\alpha/2 = 0{,}025$. Jadi dengan Persamaan 3.5, $w_{1\text{-}\alpha/2} = (17)\ (10) - 46 = 124$. Karena 143.5 lebih besar dari 124, kita menolak H_0, dan kita simpulkan bahwa lokasi dari parameter dua populasi berbeda.

Menentukan Nilai P

Ketika hipotesis nol benar, distribusi sampling dari statistik uji Mann-Whitney adalah simetris. Karena hal ini terjadi, kita dapat menemukan nilai P dua sisi dengan menggandakan nilai P yang akan kita miliki jika menggunakan tes satu sisi. Untuk contoh ini lihat Tabel A.7 untuk $n_1 = 17$, $n_2 = 10$. Kita temukan bahwa nilai yang dihitung dari statistik uji, 143.5, adalah di antara (17) (10) - 26 = 144 dan (l7) (10) 35 = 135. Akibatnya, untuk tes ini, 2 (0,005)> P> 2 (0,001) atau 0.010> P> 0,002.

TABEL 3.7

Scores dan corresponding ranks,

Contoh 3.3

X Score	Rank	Y Score	Rank

		1.7	1
2.2	2		
		24	3
		3.3	4
		3.9	5
4.1	6		
4.2	7		
		4.3	8
		5.0	9.5
5.0	9.5		
		5.1	11
		5.4	12
		5.8	13
6.3	14		
		6.6	15
6.8	16		
6.9	17		
7.1	18		
7.4	19.5		
7.4	19.5		
1.7	21		
8.2	22		
8.7	23		
9.4	24		
9.5	25		
11.7	26		
11.9	27		
Total	296.5		

Hubungan

Noether (T16) memberikan faktor penyesuaian untuk digunakan saat hubungan terjadi, tapi ia menunjukkan bahwa penyesuaian memiliki efek yang dapat diabaikan kecuali sebagian besar pengamatan terhubung atau terjadi hubungan sampai batas tertentu.

Pendekatan Sampel Besar

Ketika baik n_1 atau n_2 lebih besar dari 20, kita tidak dapat menggunakan Tabel A.7. Ketika n_1 dan n_2. keduanya besar, teorema limit sentral berlaku. Jadi,

$$z = \frac{T - n1n2 / 2}{\sqrt{n1n2\ (n1 + n2 + 1) / 12}} \qquad (3.7)$$

mendekati distribusi normal ketika H_0 benar. Pada Persamaan 3.7 nilai harapkan dari T adalah $n_1\ n_2$ / 2 dan varians adalah $n_1 n_2$ ($n_1 + n_2 + 1$) / 12.

Hubungan mungkin terjadi di dalam kelompok atau antar kelompok. Hubungan dalam kelompok tidak berpengaruh pada statistik uji, tetapi hubungan antar kelompok berpengaruh pada statistik uji. Ketika kita menggunakan pendekatan sampel besar, kita dapat menyesuaikan rumus untuk uji statistik. t merupakan jumlah hubungan untuk rank yang diberikan. Koreksi hubungan adalah

$$\frac{n_1 n_2 (\sum i^3 - \sum t)}{12\ (n_1 + n_2)\ (n_1 + n_2 - 1)}$$

Kita kurangkan faktor koreksi ini dengan Persamaan 3.7

$$\sqrt{\frac{n_1 n_2\ (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \frac{n_1 n_2 (\sum i^3 - \sum t)}{12\ (n_1 + n_2)\ (n_1 + n_2 - 1)}}$$

Efisiensi Power

Mood (T17) telah menunjukkan bahwa untuk sampel yang sangat besar, *efisiensi power* uji Mann - Whitney mendekati 3 / $\pi \approx$ 95,5 % bila populasi yang mendasari terdistribusi secara normal. Haynam dan Govindarajulu (TI7) dan Chanda (TI8) juga membahas power-efficiency dari uji tersebut. Chanda memberikan contoh untuk uji Poisson, binomial, dan distribusi geometrik. Rasmussen (T19) dan Blair dan Higgins (T20, T2l) telah membandingkan power of test dengan uji statistik Student t. Bradstreet dan Lemeshow (T22) memandingkan tingkat eror dari uji Student t tipe 1 oleh Monte Carlo dan beberapa tes dua sampel parametrik dan nonparametrik lainnya, termasuk uji Mann - Whitney - Wilcoxon, untuk situasi di mana asumsi varians yang sama dilanggar. Auble (T23), Jacobson (T24). Milton (T25), dan Verdooren (T26) telah membuat tabel nilai kritis untuk uji ini. Noether (T27) memberikan rumus ukuran sampel untuk digunakan saat kerja uji Mann - Whitney diantisipasi. The Mann - Whitney tes juga dibahas oleh Buckle et al. (T28) , Gelberg (T29), Nemenyi (T30), Serfling (T31), Zaremba (T32), dan Zeoli dan Fong (T33). Jacobson (T24) memberikan 57 referensi daftar pustaka pada tes ini.

Distribusi Sampling Statistik Mann – Whitney

Kita peroleh distribusi sampling dari Mann - Whitney uji statistik T dengan asumsi bahwa X's dan Y's terdistribusi dengan sama. Jika ini benar dan jika X's dan Y's independen, masing-masing susunan yang mungkin dari X's dan Y's yang dapat terbentuk ketika dua sampel digabungkan dan susunan pengukuran sama dengan yang lain - yaitu, susunan yang kemungkinan besar sama satu sama lain.

Jika asumsi independen dan terdistribusi secara identik X dan Y adalah benar, kita dapat mempertimbangkan rank X dalam sampel gabungan sebagai pilihan acak dari n bilangan bulat antara 1 dan n1 + n2. Hal ini tampaknya masuk akal, karena tidak ada alasan untuk berpikir bahwa pengukuran *given* X harus menerima rank satu tingkat lebih tinggi dari yang lain. Setiap pengukuran *given* X, maka diberikan sebuah rank antara 1 dan n1 + n2 dengan kemungkinan yang sama, masing-masing pengukuran X kemungkinan menerima salah satu rank dari 1 sampai n1 + n2. Sebagai hasil dari proses ranking, n dari angka antara 1 dan n1 + n2 dipilih sebagai rank untuk pengukuran X. Akibatnya peluang distribusi S., jumlah ranks untuk pengukuran X, adalah peluang distribusi dari jumlah bilangan bulat n1 yang dipilih secara acak dan tanpa penggantian dalam bilangan bulat antara 1 dan n1 + n2.

Jumlah cara di mana kita dapat memilih bilangan bulat n1 dari total bilangan bulat n1 + n2, diberikan melalui jumlah kombinasi n1 + n2, n1 diambil pada suatu waktu. Dapat ditulis

$\binom{n1+n2}{n1}$ = (n1 + n2)! / n1n2!

Sesuai dengan penalaran sebelumnya, setiap cara memilih bilangan bulat n1 dari n1 + n2 bilangan bulat memiliki peluang yang sama untuk diwujudkan. Jadi untuk menemukan peluang bahwa S adalah sama dengan jumlah yang diberikan (katakanlah, s), kita menghitung jumlah set yang berbeda dari bilangan bulat n1 dari 1 sampai n1 + n2 yang menghasilkan jumlah *s* dan membagi hasilnya dengan total dari banyaknya cara memilih bilangan bulat n1 dari bilangan bulat n1+n2.

Untuk menggambarkan prosedurnya, mari kita perhatikan kasus di mana n1 = 2 dan n2 = 3. Ukuran sampel gabungannya adalah n1 + n2 = 2 + 3 = 5. Jumlah cara untuk memilh 2 rank dari 5 adalah

$\binom{5}{2}$ = 5 ! / 2 ! 3 ! = 10

Sepuluh set kemungkinan dari rank 2 dan jumlah S adalah

Rank	1,2	1,3	1,4	1,5	2,3	2,4 .	2,5	3,4	3,5	4,5
S	3	4		6	5	6	7	7	8	9

arena T = S – n1(n1 + 1) / 2 = S - 2 (2 + 1) / 2 = 3, kita dapat menampilkan distribusi probabilitas dari S dan T pada saat yang sama sebagai berikut:

S	T	f(S) = f(T)	
3	0	1	P(S=3)=FIT=O)=1/10
4	1	1	P(S=4)=P(T=l)=1/10
5	2	2	P(S=5)=F(T=2)=2/10
6	3	2	P(S=6)=P(T3)=2/10

7	4	2	P(S=7)=P(T4)=2/10
8	5	1	P(S=8)=P(T=5)=1/10
9	6	1	P(S9)=P(T—6)= 1/10
			Total 10/10

TES LOKASI DUA-SAMPEL YANG LAIN

Ketika data yang digunakan untuk analisis terdiri dari dua sampel independen kecil, kita dengan cepat dan mudah dapat menguji hipotesis nol di mana tidak ada perbedaan antar populasi dengan menggunakan uji pengacakan yang disarankan oleh Fisher (T34) dan yang diuraikan oleh Pitman (T35). Ketika sampel berukuran cukup besar, menggunakan uji pengacakan bisa menjadi sulit. Meskipun tes ini tampaknya tidak digunakan secara luas, tes ini telah menerima cukup banyak perhatian dalam literatur statistik. Mereka yang tertarik bisa mengacu pada artikel yang ditulis oleh Hoeffding (T36) Lehmann dan Stein (T37), Welch (T38), Moses (T39), Gocka (T40), Ray (T41) dan Ray dan Schabert (T42).

Mungkin uji nonparametrik dua sampel yang paling sederhana dan cepat untuk dilakukan adalah tes cepat Tukey (T43). Tes ini didasarkan pada kenyataan bahwa ketika kita membandingkan dua kelompok, semakin sedikit tumpang tindih dalam pengamatan, semakin besar kemungkinan kita bisa mencapai kesimpulan bahwa kelompok tersebut berbeda. Tujuan Tukey dalam merancang tes ini adalah untuk menyediakan prosedur yang mudah dilakukan dan mudah diingat. Untuk mewujudkan tujuan ini, ia menciptakan aturan-aturan keputusan yang mudah diingat.

Meskipun tes cepat Tukey mungkin kurang kuat (dalam arti kata biasa) daripada beberapa prosedur alternatif yang lain, Tukey menunjukkan bahwa kekuatan praktis tes mungkin adalah meniadakan kelemahan yang jelas. *Practical power*, sebuah konsep yang dari Tukey untuk Churchill Eisenhart, adalah produk dari kekuatan prosedur matematika dan peluang bahwa prosedur akan digunakan. Tukey berpendapat bahwa prosedur seperti tes cepat mungkin cukup sederhana dalam konsep dan akan jauh lebih sering digunakan daripada prosedur lain yang lebih sulit. Hal ini membayar kekurangannya akan lemahnya kekuatan tes ini. Kekuatan dan properti lainnya dari tes cepat Tukey telah dipelajari oleh Neave dan Granger (T44 , T45 , T46), Rosenbaum (T47), and Biebler dan Jager (T48).

LATIHAN

3.3 West (E4) melakukan percobaan dengan subyek *aphasic* dewasa, di mana masing-masing harus menanggapi salah satu dari 62 perintah. Lima subyek menerima percobaan program pengobatan, dan lima kontrol menerima terapi wicara konvensional. Tabel 3.8 menunjukkan persentase jawaban yang benar dari masing-masing subjek pada kedua kelompok setelah pengobatan. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa percobaan perlakuan meningkatkan proporsi dari jumlah yang merespon benar. $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai P?

TABEL 3.8

Persentase jawaban yang benar untuk 62 perintah oleh subjek aphasic dalam dua kelompok perlakuan

Experimental(X)	73	42	90	58	62
Control (V)	50	23	68	40	45

Sumber: Joyce A. Barat. Pemahaman Auditory di aphasic Dewasa : Peningkatan melalui Pelatihan , *Arch. Phys. Med. Rehabil*.. 54 (1973), 78-86.

3.4 Tabel 3.9 menunjukkan volume tidal dari 37 orang dewasa yang menderita defek septum atrium. Pada 26 kasus ini, hipertensi paru tidak ada, dan1! ada. Data yang dilaporkan oleh Ressl e al. (E5). Apakah data ini memberikan cukup bukti yang menunjukkan bahwa volume tidal akan lebih rendah pada subyek tanpa hipertensi paru? Biarkan $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai P?

TABEL 3.9

Volume Tidal, dalam mililiter, dalam dua kelompok subyek

Hipertensi pulmonari tidak ada		Hipertensi hipertensi tidak ada	
Kasus	**(X)**	**Kasus**	**(Y)**
1	652	1	876
2	556	2	556
3	618	3	493
4	500	4	348
5	500	5	530
6	526	6	780
7	511	7	569
8	538	8	546
9	440	9	766
10	547	10	819
11	605	11	710
12	500		
13	437		
14	481		

15	572
16	589
17	605
18	436
19	724
20	515
21	552
22	722
23	778
24	677
25	680
26	428

Source: I Ressi, ki Kubis. P. LukI, J. Vykydal, and .1. Weinberg, Resting Hyperventilation in Adults with Atriat Septal Detect." Br. Heart J., 31 (1969), 118—121; used by permission ol the authors and the editor

INTERVAL KEPERCAYAAN UNTUK PERBEDAAN ANTARA DUA LOKASI PARAMETER

Sama seperti kita dapat membuat interval kepercayaan untuk parameter lokasi populasi tunggal, kita juga bisa membuatnya untuk perbedaan antara dua parameter lokasi populasi. Beberapa prosedur tersedia. Metode umum terdiri dari menentukan nilai yang mungkin dari parameter yang tidak akan membawa kita untuk menolak hipotesis nol pada tingkat signifikansi α. "diterima" kemungkinan dari nilai parameter merupakan *confidence interval*, dan koefisien kepercayaannya adalah 1 – α.

Khususnya, dalam kasus dua sampel independen, mari kita perhatikan uji hipotesis nol bahwa perbedaan antara median dari dua populasi yang relevan adalah sama dengan nol. 100 (1 - α)% *confidence interval* perbedaan antara dua median populasi terdiri dari nilai yang mungkin dari perbedaan di mana kita akan "menerima" hipotesis nol pada tingkat signifikansi α . Prosedur yang disajikan di sini didasarkan pada uji Mann - Whitney.

Asumsi

Asumsi yang mendasari *confidence interval* dengan prosedur ini adalah sebagai berikut :

1. Data terdiri dari dua sampel random : X_1, X_2,......,X_n dari populasi 1 dan Y_1, Y_2,....,Y_n, dari populasi 2.
2. Dua sampel independen.

3. Fungsi distribusi dari kedua populasi adalah identik kecuali untuk kemungkinan perbedaan dalam parameter lokasi.

Asumsi kontinuitas tidak diperlukan. Seperti disebutkan dalam Bab 2, Noether (T49 , T50) telah menunjukkan bahwa ketika kita mengambil sampel dari distribusi diskontinu, *confidence interval* yang dihitung dengan cara ini memiliki koefisien keyakinan setidaknya sama dengan koefisien kepercayaan untuk kasus distribusi kontinu jika kita mempertimbangkan *confidence interval* ditutup.

Kita dapat menggunakan baik grafis atau metode aritmatika untuk membangun *confidence interval* yang didasarkan pada uji Mann - Whitney.

Metode Grafis

Untuk menggunakan metode grafis, kita mulai dengan sumbu X (horizontal) dan sumbu Y (vertikal) - berpotongan pada titik asal (0,0). Kedua sumbu menggunakan skala yang sama. Kita tentukan n_2 nilai-nilai Y pada sumbu vertikal dan menggambar garis sejajar dengan sumbu horizontal melalui titik-titik yang berhubungan. Kita gambarkan poin yang sesuai dengan nilai-nilai X pada sumbu horizontal dan menggambar garis sejajar dengan sumbu vertikal melalui titik-titik tersebut. Konstanta yang sama dapat dikurangi dari setiap nilai X dan Y untuk membawa garis lebih dekat ke titik asal. Transformasi tersebut tidak akan mempengaruhi nilai-nilai titik akhir interval, karena lebih menitik beratkan pada perbedaannya daripada pengukuran aslinya. Kita tarik titik pada setiap persimpangan garis horizontal dengan garis vertikal. Untuk mewakili nilai-nilai duplikat setiap variabel (yang mengakibatkan garis tumpang tindih), kita dapat melingkari titik pertama pada persimpangan sekali untuk setiap nilai tambahan. Akan ada total n_1n_2 titik dan lingkaran.

Untuk 100 (1 - α) % *confidence interval*, kita lokasikan $w_{\alpha/2}$ pada Tabel A.7. Kita gambar garis dengan sudut 45° (menuju sumbu horizontal) melalui titik-titik sedemikian rupa sehingga titik-titik $w_{\alpha/2}$, melanjutkan dari kiri, bisa berada tepat pada garis maupun pada bagian sebelah kirinya. Kita tarik garis dengan sudut 45° yang lain (menuju sumbu horizontal) sedemikian sehingga titik-titik $w_{\alpha/2}$ berada tepat pada garis atau di sebelah kanannya ketika melanjutkan dari kanan. Batas bawah L *confidence interval* adalah titik di mana garis dengan sudut 45° yang berada di sebelah kiri memotong sumbu horizontal. Batas atas U *confidence interval* adalah titik-titik di mana garis dengan sudut 45° yang berada di sebelah kiri memotong sumbu horizontal. Penafsiran praktis ini Interval adalah bahwa minimal 100 (1 - a) % kita yakin bahwa perbedaan median populasi adalah berada di antara L dan U inklusif.

Jika karena perbedaan hubungan, beberapa titik jatuh pada garis dengan sudut 45°, atau jika penerapan dari pendekatan sampel besar menghasilkan nilai noninteger dari $w_{\alpha/2}$ kita pilih garis dengan sudut 45° sedemikian rupa titik-titik di luar garis adalah kurang dari $w_{\alpha/2}$ tetapi terdekat dengan $w_{\alpha/2}$.

Contoh berikut menggambarkan metode grafis.

Contoh 3.3

Davidson ct al. (E6) mempelajari respon glukosa oral pada pasien dengan enyakit Huntington dan di dalam kelompok subyek kontrol . Tanggapan lima jam ditunjukkan pada Tabel 3.10. Kami ingin menghitung *confidence interval* 95 % untuk perbedaan antara median populasi. Dalam Tabel A.7 kita temukan bahwa $w_{\alpha/2}$ = 27 untuk n_1 = II , n_2 = 10 , dan x / 2 = 0,025. Sebelum menggambar grafik, kita kurangi 60 dari setiap nilai yang diamati untuk memberikan nilai-nilai yang berubah berikut.

X : 25 , 29 , 26 , 31 , 17 , 33 , 40 , 22 , 32 , 26 , 26

Y : 23 , 13,5 , 5,30 , 17 , 18 , 37 . 25 , 15

TABEL 3.10

Tanggapan lima jam glukosa (miligram persen) terhadap karbohidrat oral pada 11 pasien dengan penyakit Huntington (HO) dan 10 subyek kontrol.

HD patients (X)	85	89	86	91	77	93	100	82	92	86	86
Control (Y)	83	73	65	65	90	77	78	97	85	75	

Source: Mayer B. Davidson. Stuart Green, and John I-f. Menkes, Normal Glucose, Insulin, and Growth Hormone Responses to Oral Glucose in Huntingtons Disease.' J. Lab. Clin. Med., 84 (1974). 807—812.

Gambar 3.1, yang menggambarkan grafik yang tepat untuk contoh ini, menunjukkan bahwa L = I dan U = 17. sehingga kita dapat setidaknya 95% yakin bahwa perbedaan antara median populasi berada di antara I dan 17 inklusif.

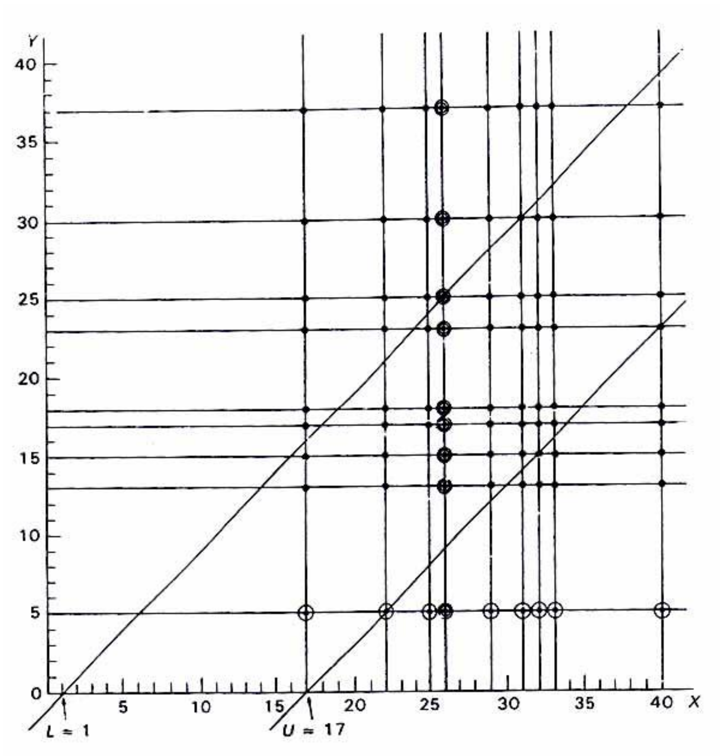
Metode Aritmatika

Metode aritmatika lebih mudah digunakan jika kita terlebih dahulu menempatkan nilai-nilai dalam setiap sampel dalam urutan numerik. Kita kemudian menghitung perbedaan n_2n_1 dengan mengurangkan masing-masing nilai dari setiap nilai X, dan mengatur perbedaan urutan besarnya dari terkecil hingga terbesar. Kita temukan $w_{\alpha/2}$, di Tabel A.7 sesuai dengan n_1, n_2, dan, $\alpha/2$, di mana 1 - α adalah koefisien keyakinan yang diinginkan.

Batas bawah L dari *confidence interval* adalah $w_{\alpha/2}$ dengan perbedaan terkecil, dan batas atas U adalah $w_{\alpha/2}$ dengan perbedaan terbesar. Kita dapat mengatakan bahwa kita setidaknya l00 (1 – α) yakin bahwa perbedaan median populasi berada di antara L dan U inklusif.

GAMBAR 3.1

95% *confidence interval* perbedaan antara median populasi dalam Contoh 3.3.



Contoh 3.4

Mari kita menggunakan data Contoh 3.3 untuk menggambarkan metode aritmatika menghitung *confidence interval* 95% perbedaan antara median populasi. Sampel terurut adalah sebagai berikut.

X: 77, 82, 85, 86, 86, 86, 89, 91, 92, 93, 100

Y: 65, 65, 73, 75, 77, 78, 83, 85, 90, 97

Dari Tabel A.7 kita menemukan bahwa $w_{\alpha/2}$ adalah 27. Karena itu kita harus menghitung perbedaan antara 27 terkecil dan 27 terbesar.

TABEL 3.11

Array perbedaan antara nilai-nilai X dan Y dalam Contoh 3.4

	X										
Y	77	82	85	86	986	86	89	91	92	93	100
65	12	17	20	21	21	21	24 -	26	27	28	35
65	12	17	20	21	21	21	24	26	27	28	35
73	4	9	12	13	13	3	16	18	19	20	27
75	2	7	10	11	11	11	14	16	17	18	25

77	0	5	8	9	9	9	12	14	15	16	23
78	1	4	7	8	8	8	11	13	14	15	22
83	6	1	2	3	3	3	6	8	9	10	17
85	—8	—3	0	1	1	1	4	6	7	8	15
90	—13	—8	—5	—4	—4	—4	—1	1	2	3	10
97	—20	—15	—12	—11	—11	—11	—8	—6	—5	—4	3

Pertama kita siapkan matriks perbedaannya, seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3.11. Dimulai dengan perbedaan terbesar, kita dapat mengidentifikasi 27 perbedaan terbesar dalam tabel. Perbedaan terbesar muncul di mana nilai-nilai kecil dari Y dikurangi dari nilai-nilai besar X - dalam hal ini, di sudut kanan atas tabel. Kemudian kita dapat mengidentifikasi 27 perbedaan terkecil dalam tabel. Ini terjadi di bawah sudut kiri dari tabel, di mana nilai-nilai kecil dari X dikurangi dari nilai-nilai besar Y. Tabel 3.11 menunjukkan bahwa 27 perbedaan terkecil adalah -20 . - 15 - 13 , -12 , -11 , -11 , - 11 . -8 . -8 . -8 , -6 , -6 , -5 , -5 , -4 , -4 , -4 , -4 , -3 , -1 . -1 , - 1, 0.0 , 1 , 1 , 1 , sehingga L = 1. 27 Perbedaan terbesar adalah 35 , 35 , 28 , 28 , 27 , 27 , 27 , 26 , 26 , 25 , 24 . 24 . 23 , 22 , 21 , 21 , 21 , 21 , 21 , 21 , 20 , 20 , 20 , 19 , 18 , 18 , 17. Oleh karena itu U = 17. Dengan demikian batas bawah dan batas atas 95% *confidence interval* adalah 1 dan 17, seperti sebelumnya.

BACAAN LANJUTAN

Moses (T5) dan Walker dan Lev (T52) membahas metode grafis menghitung *confidence interval* berdasarkan uji Mann - Whitney, dan Noether (T16) membahas metode aritmatika. Bauer (T53) membahas prosedur yang sistematis untuk menentukan batas-batas kepercayaan dan titik perkiraan berdasarkan rank statistik untuk parameter lokasi dua sampel, skala dua - sampel, dan parameter lokasi satu - sampel.

Gibbons (T54) membahas penghitungan *confidence interval* untuk kasus dua sampel berdasarkan uji median. Sandelius (T55) menyajikan versi grafis dari confidence interval berdasarkan tes cepat Tukey. *Confidence Interval* untuk kasus dua sampel juga dibahas oleh Hodges dan Lehmann (T56), HØyland (T57). Laan (T58), dan Lehmann (T59). Hettmansperger dan McKean (T60) menyajikan sebuah representasi grafis dari hubungan antara estimasi nonparametrik dan pengujian hipotesis.

LATIHAN

3.5 Dalam sebuah studi tentang efek dari vitamin D dalam epilepsi, Christiansen ci al. (E7) melaporkan jumlah kejang dalam waktu 28 hari untuk 9 pasien yang menerima 4000 dan 16.000 IU vitamin D2 harian (kelompok A) dan 14 pasien yang menerima *placebo* (kelompok B). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 3.12. Gunakan metode grafis dan aritmatika untuk membangun *confidence interval* 95% untuk selisih antara median populasi.

TABEL 3.12

Jumlah kejang yang dialami oleh dua kelompok subyek

Group A (X)	4	1	1	3	4	12	19	23	7					
Group B (Y)	2	6	21	2	3	17	3	34	2	6	30	53	4	16

Source: Claus Christiansen, Paul Rødbro, and Ole Std, ‘‘Anticonvulsant Action of Vitamin 0 in Epileptic Patients’ A Controlled Pilot Study. *Br. Med. J.* 5913 (1974), 258—259; reprinted by permission of the authors and the editor.

3.2

MEMBUAT INFERENSI TENTANG KESETARAAN DUA PARAMETER DISPERSI

Sebuah pertanyaan yang sering ditemukan peneliti ada hubungannya dengan kesamaan dua parameter populasi yang mengukur dispersi. Sinonim untuk kata dispersi meliputi penyebaran, acak, variabilitas, dan skala . Dalam inferensia statistik parametrik uji F digunakan untuk menguji hipotesis nol bahwa dua parameter dispersi populasi adalah sama. Dalam kasus parametrik pengukuran dispersi adalah varians dua populasi, biasanya ditunjukkan dengan $\sigma1^2$dan $\sigma2^2$. Namun, uji F tidak bisa diandalkan ketika populasi tidak terdistribusi normal, seperti yang telah ditunjukkan oleh Pearson (T61) dan Gayen (T62), Geary (T63), dan Finch (T64) kemudian menguatkan. Baru-baru ini Miller (T65) menggunakan Monte Carlo sampling untuk menunjukkan uji F untuk H_0 : $\sigma1^2 = \sigma2^2$ ketika populasi tidak terdistribusi secara normal.

Beberapa tes dispersi alternatif telah diusulkan selama bertahun-tahun, tapi banyak dari mereka yang memiliki kelemahan tertentu. Setidaknya satu mensyaratkan bahwa median populasi diketahui, sementara yang lain mengizinkan median populasi diketahui, tetapi mengharuskan mereka sama. Kita dapat memodifikasi tes ini dengan memusatkan setiap sampel pada setiap median atau rata-rata sampel, tetapi seperti yang Miller (T65) tunjukkan, tes tersebut pada umumnya tidak berdistribusi bebas.

Bagian ini menyajikan dua alternatif distribusi bebas untuk uji F parametrik untuk pengujian kesetaraan parameter dispersi. Tes pertama mengasumsikan bahwa kedua median populasi yang tidak diketahui adalah sama, sedangkan yang kedua tidak tergantung pada asumsi ini.

UJI ANSARI - BRADLEY

Tes pertama untuk dispersi yang dipertimbangkan di sini diusulkan oleh Ansari dan Bradley (T66), David dan Barton (T67), dan Frund dan Ansari (T68). Tes ini biasanya disebut sebagai tes Ansari - Bradley.

Asumsi

A. Data terdiri dari dua sampel random X_1, X_2,....,X_{n1} dan Y_1, Y_2,....,Y_{n2} dari populasi 1 dan 2.

B. Distribusi populasi kontinu.

C. Kedua sampel independen.

D. Data diukur setidaknya dalam skala ordinal .

E. Kedua populasi identik (termasuk median yang sama) kecuali untuk perbedaan yang mungkin dalam dispersi.

Hipotesis

Jika kita menunjukkan parameter dispersi dari populasi 1 dan 2 oleh σ_1 dan σ_2, kita dapat menguji hipotesis nol berikut terhadap alternatif yang sesuai.

A. (dua sisi)

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$, $\quad$ $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$

B. (satu sisi)

$H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2$, $\quad$ $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$

C. (satu sisi)

$H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2$, $\quad$ $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$

Simbol σ seharusnya tidak harus ditafsirkan sebagai deviasi standar populasi, melainkan sebagai ukuran umum dispersi.

Statistik Uji

Untuk mendapatkan statistik uji, kita mengatur set gabungan n1 + n2 = n' pengukuran dalam urutan dari yang terkecil sampai terbesar, sementara tetap mempertahankan identitas masing-masing pengukuran terhadap sampel yang merupakan anggota. Kita kemudian menetapkan rank untuk pengukuran terurut sebagai berikut : Pengukuran terkecil dan pengukuran terbesar masing-masing diberi pangkat 1; pengukuran terkecil kedua dan pengukuran terbesar kedua masing-masing diberi pangkat 2 : dan terus.

dengan cara ini sampai semua pengukuran telah ditetapkan sebuah rank. Jika n1 + n2 adalah bilangan genap , susunan ranknya akan menjadi 1,2,3 n '/2 , n'/2 , ... , 3,2,1 . Jika n1 +n2 adalah angka ganjil , susunan urutannya menjadi 1,2,3 ,(n' - 1)/2 , (n ' + 1)/2 ,

(n'- 1)/2, ... , 3,2,1 .Jika Ri menjadi rank dari pengukuran X ke-i di dalam kumpulan beberapa rank. Uji statistiknya adalah

$$T = \Sigma R_i \qquad (3.8)$$

Dengan kata lain. T adalah jumlah dari rank yang ditetapkan untuk nilai-nilai X .

Alasan yang mendasari uji statistik adalah bahwa jika dua populasi sampel mempunyai median yang sama , kita akan mengharapkan populasi dengan jumlah yang lebih besar dari dispersi untuk menghasilkan sampel dengan dispersi lebih besar dari pada sampel dari populasi lain . Sampel dengan jumlah yang lebih besar dari dispersi akan menerima rank yang lebih kecil . Jika sampel dengan penyebaran yang lebih besar adalah sampel dengan pengukuran X , T uji statistik akan cenderung kecil . Jika di sisi lain , sampel pengukuran Y memiliki jumlah yang lebih besar dari dispersi. T akan cenderung besar . Alasan ini memberikan dasar bagi aturan-aturan keputusan .

Aturan Keputusan

A. Karena hipotesis alternatif dalam A adalah dua sisi , baik cukup besar atau nilai yang cukup kecil nilai T akan menyebabkan penolakan H0 . Akibatnya, untuk tingkat yang kita pilih signifikansi α, kita menolak H0 jika T adalah baik lebih besar atau sama dengan nilai kritis lebih besar dari x pada Tabel A.8 atau kurang dari nilai kritis lebih rendah dari x dalam tabel . Untuk menemukan nilai kritis atas x , kita lihat di Tabel A.8 dengan α /2 , n1 , dan n2 . The x di kolom paling kiri dari tabel yang sesuai dengan nilai-nilai ini adalah nilai kritis atas. Untuk menemukan nilai kritis lebih rendah dari x , lihat di Tabel A.8 dengan 1-α/2 , n1 , dan n2 . X di kolom paling kiri dari tabel yang sesuai dengan nilai-nilai ini adalah nilai kritis yang lebih rendah dari x . Jika nilai-nilai yang tepat dari α /2 dan 1- α/2 untuk n1 , dan n2 tidak dari tabel , pilih nilai yang paling mendekati.

B. Sebuah nilai yang cukup kecil T akan menyebabkan penolakan H0 muncul di B , karena hipotesis alternatif menentukan bahwa ada lebih bervariasi di X . Kita tolak H0 jika T adalah kurang dari nilai kritis x pada Tabel A.8 untuk 1- α, n1, dan n2

C. Hipotesis alternatif dalam C menentukan variabilitas kurang di X. Akibatnya kita menolak H0 jika T lebih besar dari atau sama dengan nilai kritis x pada Tabel A.8 untuk α, n1 ,dan n2 .

Contoh 3.5

Gordon et al . (E8) melaporkan nilai indeks jantung untuk dua kelompok pasien , seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3.13 . Semua pasien terlihat awalnya untuk penyakit katup aorta berat yang membutuhkan penggantian katup prostetik . Data indeks jantung diperoleh

Tabel 3.13

Indeks Cardiac , liters/minute/M2 , pada dua kelompok pasien berdasarkan penggantian katup prostetik

Kelompok 1 (X)	3.84	2.60	1.19	2.00	
Kelompok 2 (Y)	3,97	2,50	2,70	3,36	2,30

Sumber: Richard F. Gordon , MoosaNajmi , Benedict Kingsley , Bernard L. Segal , dan Joseph W. Linhart , Spectroanalytic Evaluation of Aortic Prosthetic Valves , " Chest , 66 (1974), 44-49 .

setelah operasi . Kelompok 1 terdiri dari pasien dengan fungsi katup prostetik yang normal. Kelompok 2 terdiri dari pasien dengan fungsi katup prostetik abnormal. Kita ingin tahu apakah dispersi sehubungan dengan variabel kepentingan berbeda dalam dua populasi yang diwakili oleh sampel tersebut . Dengan α= 0,05 .

Hipotesis

$H0 : σ1 = σ2$ $H1 : σ1 \neq σ2$

Statistik Uji

Pada menggabungkan dua sampel dan rank, kita memiliki hasil yang ditunjukkan pada Tabel 3.14 .

TABEL 3.14

Data dari Tabel 3.13 gabungan dan rank

Pengamatan	1,19	2,00	2,30	2,50	2,60	2,70	336	3,84	3,97
Kelompok	X	X	Y	Y	X	Y	Y	X	Y
Rank	1	2	3	4	5	4	3	2	1

Keputusan

Dengan Persamaan 3.8 kita dapat

$T = 1 +2 + 5 + 2 = 10$

Untuk menemukan nilai-nilai kritis atas dari T , kita lihat Tabel A.8 dengan n1 = 4 , n2 = 5 , dan α/2 = 0,025 . Karena nilai yang tepat , 0.025 , tidak dalam tabel, kita memilih nilai terdekat, 0,0159 . Nilai yang sesuai T adalah 16 . Untuk menemukan nilai kritis lebih rendah dari T. kita memasuki Tabel A.8 dengan n1 = 4 , n2 = 5 , dan 1 - α / 2 = 1-0,025 = 0,975 . Sekali lagi , nilai probabilitas yang tepat tidak dalam tabel , dan kita memilih nilai terdekat , 0,9603 . Nilai yang sesuai T adalah 8 . Aturan keputusan , maka , adalah " Tolak H0 jika T lebih besar dari atau sama dengan 16 atau kurang dari 8". Karena T hasil hitung adalah 10 adalah tidak lebih besar dari atau sama dengan 16 atau kurang dari 8, kita tidak dapat menolak H0 . Kita simpulkan bahwa dua parameter dispersi populasi mungkin sama .

Penaksiran Sampel Besar

Ketika ukuran sampel melebihi yang ditemukan di Tabel A.8, kita dapat menghitung

$$T^* = \frac{T-[n_1(n_1+n_2+2)/4]}{\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+2)[n_1+n_2-2]/[48(n_1+n_2-1)]}} \tag{3.9}$$

Jika n1+n2 adalah genap, dan

$$T^* = \frac{T-[n_1(n_1+n_2+1)^2/4(n_1+n_2)]}{\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+1)[3+(n_1+n_2)^2]/48(n_1+n_2)^2}} \tag{3.10}$$

Jika n1 + n2 ganjil. Kita bandingkan T * untuk signifikansi dengan nilai-nilai yang sesuai dari distribusi normal standar.

Hubungan

Ketika sampel kecil dan mengandung ikatan , kita menggunakan rata-rata rank pada saat menghitung T dan ikuti prosedur yang diuraikan sebelumnya untuk sampel kecil . Ketika sampel besar , kita memodifikasi Persamaan 3.9 atau Persamaan 3.10, dimana yang diperlukan , sebagai berikut . Ganti penyebut Persamaan 3.9 dengan

$$\frac{n_1n_2[16\sum_{j=1}^{g} t_j r_j^2-(n_1+n_2)(n_1+n_2+2)^2]}{16(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)} \tag{3.11}$$

dan mengganti penyebut Persamaan 3.10 dengan

$$\frac{n_1n_2[16(n_1+n_2)\sum_{j=1}^{g} t_j r_j^2-(n_1+n_2+1)^4]}{16(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)} \tag{3.12}$$

Dalam Persamaan 3.11 dan 3.12, g adalah jumlah kelompok terikat, tj, adalah ukuran dari ke-j kelompok terikat , dan rj adalah rata-rata rank pengukuran dalam ke-j kelompok terikat. Kita memperlakukan pengukuran tidak terikat sebagai kelompok terikat dengan ukuran 1 .

Efisiensi Power

Ansari dan Bradley (T66) menyatakan bahwa efisiensi relatif dari statistik mereka bila dibandingkan dengan uji F parametrik adalah $6/\pi^2$ ketika sampling dari populasi yang terdistribusi normal . Mereka juga mencatat bahwa statistik kurang efisien asimtotik dari beberapa tes dispersi lain, tetapi lebih mudah untuk diterapkan .

LATIHAN

3.6 Reimer et al . (E9) mempelajari efek dari *propranolol* pada beratnya nekrosis miokard berikut 40 menit oklusi koroner - arteri sementara pada anjing . Satu kelompok anjing itu tidak diobati , dan kelompok kedua menerima propranolol 10 menit sebelum oklusi . Setelah prosedur ini Reimer et al . mencatat daerah relatif nekrosis (persentase serat yang terlibat) dalam otot papiler posterior dari jantung setiap anjing . Tabel 3.15 memberikan hasil parsial . Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa dispersi berkaitan dengan relatif nekrosis berbeda dalam dua populasi yang diwakili ? Dengan $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 3.15

Nekrosis memproyeksikan posterior otot papilaris (%) dalam dua kelompok subyek

Tidak Diobati(X)	44,4	81,0	23,6	62,1	39,1
	25,5	44,2	43,3	39,8	61,3
Propranolol diobati, 5,0 mq / kg , iv (Y)	0	4,5	5,6	6,1	22,6
	30,8	13,4	1,3	45,0	30,3

Sumber : Keith A Reimer , Margaret M. Rasmussen , dan Robert B. Jennings , " Reduction by propranolol of Myocardial Necrosis Following Temporary Coronary Artery Occlusion in Dogs, " CIRC Res , 33 (1973) , 353-363 ; dicetak ulang dengan izin dari American Heart Association .

3.7 Boullin dan O'Brien (F.10) mempelajari penyerapan dan hilangnya 14C - dopamin oleh trombosit dalam lima anak-anak autis dan lima kontrol normal . Bagian dari hasil mereka ditunjukkan pada Tabel 3.16 . Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa dua populasi diwakili berbeda sehubungan dengan penyebaran nilai-nilai serapan ?Dengan $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 3.16

Tingkat ^{14}C - dopamin dalam trombosit anak-anak autis dan kontrol

Anak-anak autis (X)	433	347	328	607	478
Kontrol (Y)	428	372	434	425	336

Sumber: David J. Boullin dan Robert A. O Brien , " Uptake and loss '^{4}C – dopamine by Platele's Children withInfantile Austism," J. Aunt. Child.Schizophrenia , 2 (1972) , 67 - 74 , yang diterbitkan oleh Plenum Publishing Corporation , New York .

UJI MOSES

Uji lain untuk kesetaraan parameter dispersi diusulkan oleh Moses (T69) . Berbeda dengan uji Ansari - Bradley, uji Moses tidak menganggap kesetaraan lokasi parameter, dan fakta ini memberi penerapan uji yang lebih luas .

Asumsi

A. Data terdiri dari dua sampel random $X_1, X_2, \ldots, X_{n1}$ dan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n2}$, dari populasi 1 dan 2 , masing-masing.

B. Distribusi populasi kontinu, diukur pada setidaknya skala interval , dan memiliki bentuk yang sama .

C. Dua sampel independen .

Hipotesis

A. (dua sisi)
$H0 : \sigma 1 = \sigma 2$ $H1 : \sigma 1 \neq \sigma 2$
B. (satu sisi)
$H0 : \sigma 1 \geq \sigma 2$ $H1 : \sigma 1 < \sigma 2$
C. (satu sisi)
$H0 : \sigma 1 \leq \sigma 2$ $H1 : \sigma 1 > \sigma 2$

Statistik Uji

Secara singkat , kita memperoleh statistik uji oleh (1) pengelompokan sampel X yang acak ke subsampel dengan ukuran yang sama , (2) pengelompokan sampel Y secara acak ke dalam Subsampel dengan ukuran yang sama , (3) komputasi untuk setiap sub-sampel jumlahnya dari kuadrat deviasi dari pengamatan dari rata-rata mereka , dan (4) menerapkan lokasi uji Mann - Whitney hasil . Rincian prosedur adalah sebagai berikut :

1. Bagilah X beberapa observasi secara acak ke dalam Subsamples dengan ukuran k. Buang pengamatan sisa.
2. Bagilah Y observasi secara acak ke dalam Subsamples m_2 ukuran k. Membuang sisa pengamatan . Shorack (T70) merekomendasikan bahwa k seluas mungkin , tetapi tidak lebih dari 10 ,serta m_1 dan m_2 cukup besar untuk memungkinkan hasil yang berarti dari penerapan uji lokasi.
3. Untuk setiap sub-sampel , mendapatkan jumlah deviasi kuadrat dari observasi dari rata-rata mereka . Artinya, menghitung pembilang dari varians sampel, pembilang memiliki bentuk E (X - $\overline{X}$)2 atau X (Y - $\overline{Y}$)2. Menunjukkan m_1 jumlah kuadrat dihitung dari sampel subsampel dari X oleh $C_1, C_2, \ldots, C_{m2}$. Menunjuk m2 jumlah kuadrat dihitung dari Subsamples dari Y oleh $D_1, D_2, \ldots, D_{m2}$.
4. Terapkan uji Mann - Whitney dengan membiarkan C dan D melebarkan peran dari X dan Y , masing-masing , serta mengganti m_1 dan m_2 dengan n_1 and n_2 .

Statistik uji

$$T = S - m_1(m_1 + 1)/2 \qquad \textbf{(3.13)}$$

dimana S adalah sama dengan jumlah dari jajaran ditugaskan untuk jumlah kuadrat dihitung dari Subsampel dari X .

Aturan Keputusan

Untuk tingkat signifikansi tertentu, tiga aturan keputusan adalah sebagai berikut :

A. Tolak $H0 : \sigma 1 = \sigma 2$ jika nilai yang dihitung dari T kurang dari $w_{\alpha/2}$, atau lebih besar dari $w_{1-\alpha/2}$, di mana $w_{\alpha/2}$ adalah nilai kritis dari T diberikan dalam Tabel A. 7 dan $w_{1-\alpha/2}$ diberikan oleh Persamaan 3.5.

B. Tolak H0 : σ1 ≥ σ2 jika T yang dihitung kurang dari w_{α}, nilai kritis T diperoleh dengan memasukkan Tabel A.7 dengan m1, m2 , dan α.

C. Tolak H0 : σ1 ≤ σ2 jika T yang dihitung lebih besar dari $w_{1-\alpha}$ (Persamaan 3.6)

Contoh 3.6

Dalam sebuah studi dari rentang hidup rata-rata dan produksi trombosit pada pasien dengan *idiopathic thrombocytopenic* purpura (ITP) dan pada subyek sehat , Branehog et al . (Ell) mengumpulkan data pada pemulihan trombosit ditunjukkan pada Tabel 3.17 . mereka

TABEL 3.17

Persentase pemulihan trombosit dalam dua kelompok subyek

Pasien dengan	26	30	32	17	21	27	26	44	35	14
ITP(tanpa treatmen)	18	18	17	23	29	16	13	36	28	23
(X)	24	34	52	35						
Subyek Sehat (Y)	47	66	51	44	80	65	58	65	61	64
	51	56	76	58	61	48	55	68	59	60
	58									

Sumber: ingemar Branehog, Jack Kutti . and Aleksander Weinfeîd Platelet Survival and Platelet Production in idiopathic Thrombocytopenic Purpura (ITP)."Br. J Haematol. 27 (1974), 127-143; published by Blackwell Scientific Publitcations. Oxford.

didefinisikan pemulihan platelet sebagai persentase diresapi radioaktivitas platelet yang terikat sisa dalam darah perifer 15 menit setelah infus . Kita ingin tahu apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan dalam dispersi antara dua populasi yang diwakili oleh sampel yang diamati. Kita memilih tingkat signifikansi 0,05 .

Hipotesis

H0 : σ1 = σ2 H1 : σ1 ≠ σ2

Uji Statistik

Jika kita memiliki sejumlah k pengamatan di setiap sub-sampel yang sama dengan 4 , maka 24 X pengamatan menghasilkan $m_1 = 6$ subsampel , dan 21 Y pengamatan menghasilkan $m_2 = 5$ Subsampel . Kita harus membuang satu Y observasi . Ketika kita secara acak membagi pengamatan X menjadi enam Subsampel , salah satu kemungkinan set Subsampel dan yang sesuai dengan jumlah kuadrat adalah sebagai berikut :

Subsampel	Observasi	Jumlah kuadrat
1	26 32 35 24	78,75
2	26 36 18 23	172,75
3	18 16 30 13	166,75
4	35 27 29 28	38,75
5	52 17 14 17	978,00
6	21 44 23 34	341,00

Subdivisi Acak dari Y pengamatan Y mengarah berdasarkan kumpulan subsampel yang mungkin dan sesuai jumlah kuadrat.

Subsampel	Observasi	Jumlah Kuadrat
1	60 . 58 . 48 . 61	106,75
2	80 . 58 . 58 . 61	336,75
3	64 . 56 . 51 . 51	113.00
4	55 . 44 . 66 . 65	317,00
5	59 . 76 . 68 , 47	465.00

Tabel 3.18 menunjukkan jumlah kuadrat dalam urutan rank dengan rank yang terpasang. Dengan Persamaan 3.13 kita memiliki T = 34-6 (7) / 2 = 13 .

TABEL 3.18

Jumlah kuadrat dan Rank yang sesuai , Contoh 3.6

Jumlah Kuadrat (X)	Rank	Jumlah Kuadrat (Y)	Rank
38.75	1		
78,75	2		
		106,75	3
		113.00	4
166,75	5		
172,75	6		
		317,00	7
		336,75	8
341.00	9		

		465.00	10
978,00	11		
Total	34		

Keputusan

Tabel A.7 menunjukkan bahwa nilai kritik untuk uji ini adalah 4 dan 26. Karena $4<13<26$, kita tidak dapat menolak H0 , dan dengan demikian kita tidak bisa menyimpulkan bahwa dua populasi ¬ berbeda sehubungan dengan dispersi .

Hubungan

Kita menangani hubungan antara C dan D seperti yang dijelaskan dalam pembahasan uji Mann - Whitney .

Pendekatan Sampel Besar

Ketika kita tidak dapat menggunakan Tabel A.7 untuk mendapatkan nilai kritik karena baik jumlah C atau jumlah D' s melebihi 20 , kita dapat menggunakan besar sampel pendekatan uji Mann - Whitney .

Efisiensi Power

Moses (T69) menemukan efisiensi asimtotik tes untuk menjadi 0,50 ketika $k = 3$ dan pengamatan diambil dari populasi yang terdistribusi normal . Shorack (T70) mengacu pada tes jenis Moses sebagai " statistik tidak efisien berguna. "

Keuntungan dan Kerugian Uji Moses

Satu kelemahan dari tes Moses untuk kesetaraan parameter dispersi adalah inefisiensi relatif . Lain halnya, karena sub-populasi diperoleh dengan prosedur random , sangat mungkin bahwa orang yang berbeda menerapkan tes akan mendapatkan nilai yang berbeda dari uji statistik . Jadi salah satu subdivisi dapat menyebabkan hasil yang signifikan di mana yang lainnya tidak. Hal ini patut untuk mencoba prosedur pengacakan yang berbeda sampai ada yang ditemukan yang mengarah ke kesimpulan yang diinginkan . Kita harus menentukan ukuran k sesuai dengan kriteria yang disebutkan sebelumnya dan menggunakan prosedur yang sesuai untuk subdivisi acak. Kita kemudian harus siap dengan hasilnya.

Keuntungan dari Uji Moses adalah bahwa hal itu tidak tergantung pada asumsi parameter lokasi yang diketahui atau sama . Selain itu, tes Moses cukup mudah untuk menghitung bila dibandingkan dengan alternatif yang lebih efisien .

Sering kali tujuan utama peneliti adalah untuk memutuskan apakah dua parameter lokasi yang sama . Ketika uji statistik yang tepat mengasumsikan bahwa parameter dispersi adalah sama , peneliti mungkin ingin memutuskan hal ini dengan menganalisis data yang sama diperoleh untuk menguji kesetaraan parameter lokasi . Ketika sampel diambil dari distribusi simetris , dan ketika seseorang ingin menguji secara simultan untuk persamaan parameter lokasi dan kesetaraan parameter dispersi . Hollander (T71) merekomendasikan penggunaan uji Mann - Whitney untuk pengujian kesetaraan parameter lokasi , dan baik tes Moses atau tes karena Lehmann (T72) untuk menguji kesetaraan parameter dispersi . Dia menunjukkan bahwa uji Mann - Whitney dan uji Moses dan Lehmann tidak berkorelasi dan asimtotik independen ketika H0 benar (parameter dispersi adalah sama) dan populasi sampel yang simetris . Dengan kondisi tersebut , ketika tes Mann - Whitney dilakukan pada $\alpha 1$ tingkat signifikansi dan uji Moses, misalnya , pada tingkat signifikansi $\alpha 2$, probabilitas menolak setidaknya satu dari dua hipotesis yang diuji adalah kira-kira $\alpha 1+ \alpha 2- \alpha 1 \alpha 2$.

TES DISPERSI LAINNYA

Tes-tes lain untuk kesetaraan parameter dispersi disarankan sebagai pengganti untuk uji F termasuk yang oleh Box (T73) , Box dan Andersen (T74) , Capon (T75) , Crouse (T76) , Deshpande dan Kusum (T77) . Kamat (T78) , Klotz (T79) , Lehmann (T72) , Levene (T80) , Miller (T65) , Mood (T7) . Nemenyi - (T81) . Raghavachari (T82) , Rosenbaum (T83 | , Savage (T84) Shorack (T85, T70) Siegel dan Tukey (T86) , Sukhatme (T87) Taha (T88) , Tiku (T89) , dan Ulrich dan Einsporn (T90) . Tidak semua tes ini bebas distribusi.

BACAAN LEBIH LANJUT

Literatur tentang tes dispersi luas . Laubscher et al . (T91) memberikan dipilih nilai-nilai kritis untuk uji dispersi Mood , dan Mielke (T92) mengusulkan penyesuaian untuk digunakan bila ikatan busur hadir . Kekuatan dan efisiensi uji Mood telah dibahas oleh, antara lain, Basu dan Woodworth (T93) . Klotz (T79), Puri (T94l. Rosenbaum (T471. Duran (T95) . AndSukhatme (uji T961. mood itu juga dibahas oleh Crouse (T76) .

Hasil tambahan lain yang dapat membuktikan berguna yang adalah oleh David (T971. Duran dan Mielke (T98) . Gibbons (T99) . Goria (T100. T101) . Goria dan Vorlickova (T102) . Lepage (T103) . Noether (T104) . Penfield (T105. T106), Puri (T107) Randles dan Hogg (T108) , Sen (T109) Van Eeden (Til0) Wilks (Till) Kochar dan Gupta (T112) Tiku dan Balakrishnan (T113) , dan Vegelius(T114).

Latihan

3.8 Dalam sebuah studi yang dirancang untuk menentukan efek jangka panjang halofenate pada pasien dengan hipertrigliseridemia. Aronow et al. (E12) mengumpulkan data tentang kadar trigliserida pasien selama periode kontrol dan pada akhir periode percobaan. Para pasien ditempatkan pada diet yang sesuai untuk hipertrigliseridemia, dan obat hipolipidemik mereka dihentikan. Setelah satu bulan rejimen ini, pasien melewati periode kontrol dua bulan. Kemudian mereka ditunjuk secara acak untuk menerima baik halofenateor plasebo. Tabel 3.19 menunjukkan perubahan kadar trigliserida dari dua kelompok pasien dari periode kontrol ke akhir periode percobaan . Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa ada perbedaan dalam dispersi antara dua populasi yang diwakili oleh sampel ? Misalkan α = 0,05 . Tentukan P value.

TABEL 3.19

Perubahan kadar trigliserida dalam dua kelompok pasien

Pasien Pada Halainate (X)	1170 -16 36 371 68 -169 151 97 169 238 253 93 201 -75 201 -1 -377 2 653 166 66 23
Pasien Pada Plasebo	-640 -1363 -28 -33 9 -1703 -63 -59 -68 -88 -58 -458 -117 42 4 652 124 2 -1720 15 60

Sumber: Wilbert S. Aronow , Phillip R. Harding , Mohammed Khursheed , Jack S Vangrow , Nicholas P. Papageorge , dan James Mays . "Effect Halofenate on Serum Lipid , " Clin.Pharmacol.Ther , 14 (1973) , 358 - . 365 .

Catatan : angka positif menunjukkan penurunan , angka negatif peningkatan

3.9 Dalam studi yang dirancang untuk menentukan apakah subjek setengah baya dan tua dengan kematangan - onset diabetes merespon latihan dengan memproduksi tingkat tinggi hormon pertumbuhan serum puasa , Hansen (EL3) mengumpulkan data yang ditunjukkan pada Tabel 3.20 . Tes untuk perbedaan secara signifikan dalam dispersi antara kedua kelompok . Dengan α= 0,05 . Tentukan P value.

TABEL 3.20

Tingkat hormon pertumbuhan serum puasa (nanogram per mililiter) dalam dua kelompok subyek

Penderita Diabetes (X)	Kontrol (Y)
1,2 0,2 0,3 0,9 4,2 0,9 0,3 0,7 0,9 1,1 3,0 0,9 2,3 1,3 0,2 1,2 1,5 2,1 7,7 20,0 1,2 3,4 2,2 0,1 4,3 0,7 0,7 1,3 1,3 9,8 0,9 4 0,0 0,4 7 21 0 12 0 4,2 2,7 1,7 0,5 1,0 0,9 2,1 0,1 17 1,0 3,9 1,0 05 0,7 0,2 0,9 0,9 0,8 0,5 1,5 1,1 1,1 1,6 1,5 40 4,7 0,9	1,4 1,6 1,4 4,1 2,6 1,1 0,4 1,8 2,2 0,3 1,3 1,7 1,0 1,2 1,4 0,5 1,1 1,5 1,1 3,3 2,6 0,7 0,1 1,6 2,5 0,7 1,7 0,3 1,9 0,0 0,5

Sumber: AagePrange Hansen, "Abnormal Serum Growth Hormone Response to Exercise in Maturity-Onset Diabetes," Diabetes , 24 (1973) ,619-628 .

BEBERAPA UJI DUA SAMPEL LAINNYA

Pada bagian ini , kita akan membahas tiga tes yang berguna dalam situasi tertentu untuk menganalisis data dari dua sampel .

WALD - WOLFOWITZ RUNS TEST

Dalam Bab 2 runs test satu sampel untuk keacakan telah dibahas . Dalam bab itu runi didefinisikan sebagai urutan peristiwa seperti, item, atau simbol yang didahului dan diikuti oleh sebuah peristiwa, item, atau simbol dari tipe yang berbeda atau dengan tidak ada sama sekali. Uji statistik r, jumlah run tersedia dalam set data .

The Wald - Wolfowitz runs test (T115) menggunakan jumlah berjalan hadir dalam data dari dua sampel untuk menguji hipotesis nol bahwa sampel berasal dari populasi yang sama terhadap alternatif bahwa populasi berbeda dalam hal apapun apapun - dispersi , atau lokasi , atau kemiringan , misalnya.

Asumsi

A. Data terdiri dari pengamatan X1, X2 ,...., Xn1 dan Y1, Y2, ... , Yn2 , terdiri dari sampel acak yang diambil dari populasi 1 dan populasi 2 , secara berturut-turut.
B. Kedua sampel independen .
C. Variabelnya kontinu .

Hipotesis

H0 : X dan Y berasal dari populasi terdistribusi secara identik

H1 : Populasi X dan populasi Y itu tidak terdistribusi secara identik

Statistik Uji

Definisi run dalam tes ini adalah sama seperti yang diberikan pada Bab 2 . Statistik uji adalah r , jumlah run terdapat dalam set lengkap data. Untuk mendapatkan nilai dari statistik uji dalam situasi tertentu , kita menggabungkan dua sampel dan mengatur pengamatan di urutan besarnya . Dalam urutan ini , kita harus melacak sampel yang masing-masing pengamatan.

Jika ada hubungan di seluruh sampel, yaitu jika satu atau lebih nilai X adalah sama dengan satu atau lebih dari Y - kita harus menerapkan beberapa metode untuk menangani masalah tersebut. Satu pendekatan untuk mempersiapkan dua aturan pengurutan, salah satunya mengakibatkan pada jumlah runs r’ terkecil , dan satu yang mengakibatkan jumlah terbesar runs r " , dan kemudian r sama dengan kedua rata-rata. Hubungan hanya diantara X atau di hanya antara Y tidak ada masalah .

Alasan yang mendasari Wald - Wolfowitz runs tes adalah sebagai berikut. Jika sampel X dan Y pada kenyataannya berasal dari populasi terdistribusi secara identik, kita mengharapkan mereka untuk menjadi tercampur. Ketika hal ini terjadi jumlah deret r relatif besar. Nilai-nilai besar r, kemudian, cenderung mendukung hipotesis nol .

Cukup beberapa runs menyebabkan kita menolak H0 dan menyimpulkan bahwa dua populasi yang diwakili oleh dua sampel tidak terdistribusi secara identik . Populasi mungkin memiliki median yang berbeda, parameter dispersi yang berbeda, atau jenis atau derajat kemiringan yang berbeda, atau mereka mungkin berbeda dalam beberapa hal lainnya. Ketika kita menolak H ", kita tidak bisa lebih spesifik dalam hipotesa alternatif .

Aturan Keputusan

Tolak H0 pada tingkat signifikansi 0,025 jika nilai yang dihitung dari r kurang dari atau sama dengan nilai tabulasi dari r untuk n1 dan n2 yang diberikan dalam Tabel A.5 .

Contoh 3.7

Sebagai bagian dari penelitian yang lebih besar yang dilakukan oleh Cabasso et al . (E14) ,subyek yang telah menerima vaksin rabies sebelumnya, tetapi tidak selama enam bulan sebelumnya, ditugaskan secara acak untuk dua kelompok. Subjek dalam satu kelompok menerima dosis *booster* dari jenis tertentu vaksin rabies, dan subyek pada kelompok lain diberi dosis jenis lain. Tabel 3.21 menunjukkan respon antibodi dari subyek pada hari keempat belas setelah menerima vaksin. Kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan bahwa distribusi populasi diwakili oleh dua sampel ini berbeda. Dengan $\alpha = 0,05$

TABEL 3.21

Respon antibodi dari subyek yang menerima satu dosis booster (unit internasional antibodi rabies per mililiter serum) rabies vaksin jenis tertentu

Tipe I (X) 0,26 1,00 1,28 5,00 8,00 16,00 <2.56 * 1.60 8.00 10.20

Tipe II (Y) 0,16 0,08 <0,08** 0,10 1,28 2,02 0,80 2,56 1,28 5,10

Sumber: VJ Cabasso , MB Dobkin , RE Roby , dan AH Hammar , " Antibody Response to a Human Diploid Cell Rabies Vaccine," Appl. Microbiol.. 27 (1974), 553-561 .

* Dihilangkan dari perhitungan

** Diperlakukan sebagai nol dalam perhitungan

Hipotesis

H0 : Kedua sampel berasal dari populasi yang terdistribusi secara identik

H1 : Kedua populasi tidak terdistribusi secara identik

Statistik Uji

Kita mencatat pada Tabel 3.21 bahwa ada satu dasi di seluruh sampel. (Kita ketahui nilai X dan nilai Y sebesar 1,28) Aturan pengurutan dua sampel menghasilkan nilai terkecil dan terbesar dari r diberikan dalam Tabel 3.22 . Karena r ' = 10 dan r " = 12 , kita memiliki r = (10 + 12) / 2 = 11 .

TABEL 3.22

Pengaturan pengurutan data pada Tabel 3.21 menghasilkan nilai r terkecil dan terbesar

Pengaturan pengurutan menghasilkan nilai terkecil r										
0	0,08	0,10	0,16	0,26	0,80	1,00	1,28	1,28	1,28	1,60
Y	Y	Y	Y	X	Y	X	X	Y	Y	X
2,02	2,56	5,00	5,10	8,00	8,00	10,20	16,00			
Y	Y	X	Y	X	X	X	X	r' = 10		
Pengaturan pengurutan menghasilkan nilai terbesar r										
0	0,08	0,10	0,16	0,26	0,80	1,00	1,28	1,28	1,28	1,60
Y	Y	Y	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X
2,02	2,56	5,00	5,10	8,00	8,00	10,20	16,00			
Y	Y	X	Y	X	X	X	X	r " = 12		

Keputusan

Untuk n1 = 9 dan n2 =10 , Tabel A.5 mengungkapkan bahwa nilai kritis dari statistik uji adalah 5. Karena 11 tidak kurang dari atau sama dengan 5, kita tidak dapat menolak H0. Kita menyimpulkan bahwa dua populasi yang diwakili oleh dua sampel mungkin memiliki distribusi yang identik (P value > 0,025) .

Pendekatan Sampel Besar

Ketika baik n1 atau n2 lebih besar dari 20 , kita tidak dapat menggunakan Tabel A.5 untuk mendapatkan nilai-nilai kritis . Ketika ukuran sampel besar, uji statistik

$$z = \frac{r - \left(\frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1\right)}{\sqrt{\frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}}} \qquad \textbf{(3.14)}$$

didistribusikan kurang lebih sebagai standar normalnya, dan kita dapat membandingkannya untuk signifikansi dengan nilai-nilai yang sesuai dari Tabel A.2.

Efisiensi Power

Wald - Wolfowitz runs tes bukan tes yang sangat kuat untuk alternatif tertentu seperti ketimpangan parameter lokasi atau parameter dispersi . Salah satu tes yang telah dijelaskan sebelumnya adalah pilihan yang lebih baik ketika alternatif khusus telah dirumuskan . The Wald - Wolfowitz tes yang paling berguna sebagai tes cepat dan mudah untuk menganalisis data ketika tidak ada alternatif tertentu adalah kepentingan utama .

Smith (T116) menemukan bahwa uji Wald - Wolfowitz memiliki efisiensi daya di sektar 75 % ketika distribusi hanya berbeda sehubungan dengan sarana dan ketika ukuran sampel sekitar 20 . Tes ini juga telah dibahas oleh Blumenthal (T117) dan Noether (T118) .

LATIHAN

3.10 Von Burg dan Rustam (E15) melaporkan nilai-nilai median kecepatan konduksi saraf motorik ditunjukkan pada Tabel 3.23 . Subyek eksperimental dirawat di rumah sakit telah didiagnosa menderita keracunan methylmercury dan sebagai telah dimakan Dread terkontaminasi . Kontrol adalah anggota dari personil rumah sakit yang mungkin lolos dari paparan roti terkontaminasi . Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa populasi diwakili oleh dua sampel memiliki distribusi yang berbeda ? Dengan α = 0,025 .

TABEL 3.23

Median kecepatan konduksi saraf motorik (meter per detik) dalam dua kelompok subyek

Kontrol (x)	68	67	56	62	55	60	67							
Subjek Eksperimen	60	59	72	73	56	53	43	50	65	56	56	56	57	36

Sumber: R. Van Burg dan HussainRustam , " Investigasi elektrofisiologi Methylmercury Intoksikasi pada Manusia . Evaluasi saraf perifer oleh Konduksi Velocity dan Elektromiografi , " Electro - encephalogr.Clin.Neurophysiol . , 37 (1974), 381-392 .

3.11 Skerfving et al . (Et6) melaporkan data pada kadar merkuri darah ditunjukkan pada Tabel 3.24 . Semua subyek dalam kelompok terpapar telah memiliki lebih dari tiga kali seminggu ikan yang terkontaminasi (0,5-7 mg merkuri sebagai methylmercury per kilogram ikan) selama lebih dari tiga tahun . Tak satu pun dari subyek kontrol memiliki sejarah yang menunjukkan konsumsi rutin ikan tercemar. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa dua populasi yang diwakili memiliki distribusi yang berbeda ? Dengan α = 0,025 .

TABEL 3.24

Tingkat Mercury , nanogram per gram , dalam sel-sel darah dari dua kelompok subyek

Kontrol (X)	5,3	15	11	5,8	17	7	8,5	9,4	7,8
	12,0	8,7	4	3	12,2	6,1	10,2		

Terkena	100	70	50	196	69	370	270	150	60	
Mercury (Y)	330	1100	40	100	70	150	200	68	304	236
	75	178	41	120	300	161	62	12.8		

Sumber: S. Skerfving , K Hansson . C. Mangs . J. Lindsten , dan N Ryman , "Methylmercury-Induced Chromosome Damage in Man. Res., 7 (1974) , 83-96 .

UJI HOLLANDER REAKSI EXTREME

Dalam situasi tertentu paparan kondisi eksperimental dapat menyebabkan beberapa subyek untuk bereaksi dalam satu cara , sedangkan menyebabkan orang lain memiliki reaksi yang berlawanan. Obat A dapat menekan beberapa subyek dan meningkatkan suasana hati orang lain. Sebuah metode pengajaran tertentu mungkin efektif dengan beberapa siswa tetapi tidak efektif dengan orang lain. Kondisi ekonomi tertentu dapat menyebabkan beberapa orang untuk menjadi lebih konservatif dalam kebiasaan belanja mereka, sekaligus menciptakan kecenderungan pada orang lain . Dalam percobaan psikologis tertentu , beberapa subyek mungkin menunjukkan reaksi defensif melalui respon tertunda , namun subyek lain mungkin menunjukkan perilaku defensif melalui reaksi cepat .

Jika peneliti menggunakan tes lokasi dalam situasi seperti untuk menentukan apakah ada perbedaan yang signifikan antara respon rata-rata kontrol dan subyek eksperimental , mereka akan menemukan bahwa mereka tidak dapat menolak hipotesis ada perbedaan . Reaksi dalam satu arah oleh beberapa subyek eksperimental dan reaksi dalam arah yang berlawanan dengan yang lain dapat menyebabkan respon rata-rata subyek eksperimental menjadi hampir sama dengan rata-rata jawaban dari kontrol . Kemudian mereka tidak dapat menolak hipotesis nol tidak ada efek pengobatan padahal sebenarnya mereka seharusnya. Hollander (T119) mengusulkan tes berikut untuk mendeteksi perbedaan antara kontrol dan subyek eksperimental ketika beberapa dari yang terakhir diharapkan untuk bereaksi dalam satu cara dan yang lainnya dengan cara yang berlawanan .

Asumsi

A. Data terdiri dari dua sampel acak independen X1, X2, ... , Xni dan Y1, Y2 , ... ,Yni kontrol dan subyek eksperimental , secara berturut-turut.
B. Variabelnya kontinu
C. Ukuran datanya setidaknya ordinal .

Hipotesis

H0 : Kedua sampel dapat dianggap diambil dari populasi yang sama

H1 : Salah satu populasi terdiri dari pengamatan yang dihasilkan dari reaksi ekstrim di kedua arah

Uji Statistik

Untuk mendapatkan nilai numerik dari statistik uji, pertama-tama kita menggabungkan pengamatan dari dua sampel dan mengaturnya dalam urutan dari terkecil hingga terbesar, melacak mana observasi X dan manakah yang Y. Statistik ujinya adalah

$$G = \sum_{i=1}^{n_1}(r_1 - \bar{r})^2 \tag{3.15}$$

di mana r adalah peringkat dari dengan nilai X terbesar dan r adalah rata-rata dari rank-rank yang berada sampai n1 di nilai X.

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} r_i}{n_1} \tag{3.16}$$

Jika reaksi dari subyek eksperimental yang ekstrim , respon dari subyek kontrol cenderung diringkas dengan rank mereka , dan G relatif kecil .

Aturan Keputusan

Menolak hipotesis nol jika nilai yang dihitung dari G kurang dari atau sama dengan C_α pada Tabel A.9, di mana C_α adalah nilai kritis G untuk tingkat signifikansi α. Lihat pada tabel A.9 dengan α, n1, dan N= n1 + n2

Contoh 3.8

Dua puluh anak yang terdaftar dalam kelas renang untuk cacat secara acak ditugaskan untuk salah satu dari dua kelompok. Anak-anak dalam kelompok A, kelompok kontrol, diajarkan dengan metode tradisional. Sedangkan di grup B, kelompok eksperimen , diajarkan dengan metode baru . Instruktur menduga bahwa metode baru mungkin lebih efektif daripada metode tradisional dengan beberapa anak-anak dan kurang efektif dengan lainnya. Pada akhir kursus , seorang penilai yang tidak menyadari metode yang anak tertentu diajarkan dinilai kemampuan berenang setiap anak . Tabel 3.25 menunjukkan hasilnya. Kita ingin menguji reaksi ekstrim .

TABEL 3.25

Nilai renang anak-anak penyandang cacat

(X) Kelompok A, kontrol	86 80 78 77 63 62 87 75 84
(Y) Kelompok B, eksperimen	85 56 46 91 79 94 45 41 54

Hipotesis

H0 : Kedua sampel skor dapat dianggap diambil dari populasi yang sama

H1 : Metode baru menghasilkan reaksi ekstrim

Statistik Uji

Tabel 3.26 menunjukkan memerintahkan gabungan sampel dan jajaran terkait . Dengan Persamaan 3.16 , kita memiliki

$$\bar{r} = \frac{(6+7+8+9+10+11+13+16+14+17)}{10} = 11.1$$

dan oleh Persamaan 3.15 , nilai statistik uji

$G = (6\text{-}11{,}1)^2 + (7 - 11{,}1)^2 + \ldots + (17 - 11.1)^2 = 128{,}9$

TABEL 3.26

Data dari Tabel 3.25

Observasi	41	45	46	54	56	62	63	66	75	77
Kelompok	Y	Y	Y	Y	Y	X	X	X	X	X
Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Observasi	78	79	80	84	85	86	87	91	94	95
Kelompok	X	Y	X	X	Y	X	X	Y	Y	Y
Rank	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Keputusan

Pada Tabel A.9 dengan n1 = 10 dan N = 20 , kita menemukan bahwa nilai-nilai kritik untuk α= 0.01 dan 0,05 adalah 153,6 dan 196,4. Karena 128,9 kurang dari 153,6 , kita dapat menolak H0 pada α= 0,01 dan menyimpulkan bahwa metode baru tidak menghasilkan reaksi yang ekstrim.

Hubungan

Pengamatan terikat menimbulkan masalah hanya ketika mereka terjadi antara X dan Y. Dalam situasi seperti itu, kita menggunakan teknik *tie-breaking* yang tepat. Sebagai contoh, kita dapat memutus hubungan dalam segala cara yang mungkin, menghitung nilai statistik uji untuk setiap pengaturan, dan menolak H0 jika G maksimum kurang dari atau sama dengan C_α .

Pendekatan Sampel Besar

Untuk ukuran sampel yang melebihi nilai-nilai kritis diberikan dalam Tabel A.9 , kita dapat menggunakan pendekatan sampel besar.

Hollander (T119) telah menunjukkan bahwa untuk sampel besar dan ketika H0 benar, G distribusi yang mendekati normal , dengan mean

$$E(G)=(n_1-1)(N^2+N)/12 \qquad \textbf{(3.17)}$$

Dan varians

$$\sigma^2= E(G^2)- [E(G)]^2 \qquad \textbf{(3.18)}$$

Dimana,

$$E(G^2)=\frac{(n1-1)^2}{720}\left[\frac{-6}{n1}(N^4+2N^3+N^2)+\left(\frac{n_1+1}{n_1-1}\right)(5N^4+6N^3-5N^2-6N)\right] \quad \textbf{(3.19)}$$

Efisiensi Power

Tingkat efisiensi uji Hollander belum diketahui.

BACAAN LANJUTAN

Moses (T120) pertama kali yang mengusulkan uji reaksi ekstrim. Tes-nya, bagaimanapun, memiliki sejumlah kelemahan yang mengatasi tes Hollander. Hollander (T119) menunjukkan bahwa tes-nya tidak harus dianggap sebagai uji dua sampel dispersi.

Arnold dan Briley (T121) menyajikan uji reaksi ekstrim berdasarkan jumlah rank yang setara dengan tes dispersi Ansari dan Bradley (T66) ,Siegel dan Tukey (T86), dan lain-lain.

LATIHAN

3.12 Dalam percobaan yang dilakukan untuk mengevaluasi efek dari obat antidepresan yang diusulkan, 19 subyek yang sedang sedikit depresi dipilih secara acak dan ditugaskan untuk menerima obat percobaan atau plasebo. Para peneliti menduga bahwa obat dapat menyebabkan depresi pada beberapa subyek. Setelah subyek diberikan obat dan plasebo, mereka diberi tes untuk mengukur tingkat depresi mereka Tabel 3.77 menunjukkan hasil . Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa obat menghasilkan reaksi ekstrim ? Dengan α= 0,05 .

TABEL 3.27

Tingkat depresi pada dua kelompok subyek

Kelopok plasebo (X)	83 80 73 86 82 79 70 81 76
Kelompok eksperimen (Y)	85 96 97 58 84 67 72 74 75 54

3.13 Untuk mengevaluasi efektivitas metode pengajaran membaca , peneliti secara acak memilih 20 murid kelas pertama baik untuk kelompok kontrol atau kelompok eksperimental. Pada percobaan tersebut, masing-masing murid diberi tes untuk mengukur sejauh mana mengalami perbaikan dalam membaca. Tabel 3.28 menunjukkan hasil . Menguji hipotesis nol tidak ada perbedaan dalam distribusi skor antara dua populasi diwakili terhadap alternatif yang kelompok eksperimen merupakan reaksi ekstrim . Dengan α= 0,05

TABEL 3.26

Peningkatan nilai membaca dalam dua kelompok murid

Kelompok kontrol (X)	50 48 41 58 51 56 57 40 42 53

Kelompok eksperimen (Y)	69 88 65 38 54 85 35 55 75 43

FISHER EXACT TEST

Biasanya data dari dua sampel independen terdiri dari pengukuran yang dikotomis - yaitu, setiap pengamatan merupakan salah satu atau lebih dari dua jenis saling berbeda. Kita mendapatkan data seperti ketika kita membandingkan dua perlakuan dan mengklasifikasikan subyek baik sebagai menanggapi atau tidak menanggapi. Kita mungkin mengambil contoh acak independen dari masing-masing dua populasi dan mengklasifikasikan item atau subyek baik memiliki atau tidak memiliki beberapa karakteristik .

Sebagai contoh, kita dapat mengklasifikasikan remaja dari dua sampel independen sesuai untuk mengetahui apakah mereka telah bereksperimen dengan obat-obatan. Dalam sebuah pabrik , kita dapat mengkategorikan item diproduksi pada dua *shift* yang berbeda sebagai cacat atau tidak cacat . Atau kita dapat menetapkan secara acak siswa dengan masalah membaca salah satu dari dua yang berbeda profams membaca remedial dan kemudian mengklasifikasikan kemampuan membaca mereka sudah membaik atau belum membaik. Kita mungkin menunjukkan hasil dalam tabel kontingensi 2 x 2 seperti Tabel 3.29. Dalam mengantisipasi menggunakan uji hendak dijelaskan, Kita menempatkan data dalam bentuk tabel seperti Tabel 3.29 , kita harus mengaturnya sedemikian rupa bahwa $A \geq B$ dan memilih karakteristik yang menarik sehingga $a/A \geq b/B$.

TABEL 3.29

Sebuah tabel kontingensi 2x2

Sampel	**Dengan Karakteristik**	**Tanpa Karakteristik**	**Total**
1	a	A-a	A
2	b	B-b	B
Total	a+b	A+B-a-b	A+B

Tujuan penelitian dalam studi jenis ini adalah untuk menentukan apakah dua populasi berbeda sehubungan dengan proporsi subyek (atau item) yang masuk dalam dua klasifikasi. Dengan kata lain, kita ingin menguji hipotesis nol bahwa $p_1=p_2$ di mana p adalah proporsi dengan beberapa karakteristik yang menarik di populasi 1 dan p_2 adalah proporsi dengan karakteristik populasi 2 .

Sebuah tes , sesuai untuk digunakan dengan percobaan dan studi yang menghasilkan data dengan karakteristik ini , diusulkan pada pertengahan 1930-an hampir bersamaan oleh Fisher (T122 , T123) , Irwin (T124) , dan Yates (T125) . Tes ini paling berguna ketika ukuran sampel yang kecil . Tes ini dikenal sebagai uji Fisher Exact. Karena, jika diinginkan, hal tersebut memungkinkan kita untuk menghitung probabilitas yang tepat untuk memperoleh hasil yang diamati atau hasil yang lebih ekstrim .

Beberapa ahli teori berpendapat bahwa uji eksak Fisher sesuai hanya ketika kedua total marjinal Tabel 3.29 sesuai dengan percobaan . Model khusus ini tampaknya tidak muncul sangat sering dalam praktek. Peneliti telah menggunakan tes ketika kedua total marjinal tidak tetap. Mereka biasanya terpaksa untuk menggunakan tes ini ketika sampel sangat kecil dan uji chi -square (lihat Bab 5) tidak boleh digunakan.

Jika kita menganggap total marjinal tetap, kita dapat memperoleh probabilitas setiap pengaturan tertentu frekuensi sel dengan mengevaluasi persamaan hipergeometrik (lihat Persamaan 3.1). Untuk sampel yang sangat kecil , kita dapat mengevaluasi persamaan hipergeometrik untuk menentukan probabilitas dari hasil mengamati seekstrim atau lebih ekstrim daripada yang yang diamati , mengingat bahwa hipotesis nol benar . Tabel tersedia, namun, dalam prakteknya kita tidak perlu melakukan perhitungan ini .

Asumsi

A. Data terdiri dari A pengamatan sampel dari populasi 1 dan sampel B pengamatan dari populasi 2.

B. Sampel random dan independen.

C. Setiap pengamatan dapat dikategorikan sebagai salah satu jenis dari dua jenis yang beda .

Hipotesis

A. (dua sisi)
H0 : Proporsi dengan karakteristik sama dalam kedua populasi , yaitu, $p1 = p2$
H1 : Proporsi dengan karakteristik tidak sama di kedua populasi, $p1 \neq p2$

B. (Satu Sisi)
H0 : Proporsi dengan karakteristik dalam populasi 1 kurang dari atau sama dengan proporsi populasi 2 , $p1 \leq p2$
H1 : Proporsi dengan karakteristik lebih besar pada populasi 1 daripada di populasi 2 , $p1 > p2$

Statistik Uji

Statistik uji adalah b , jumlah sampel 2 dengan karakteristik

Aturan Keputusan

Finney (T126) telah menyiapkan nilai kritis b untuk $A \leq 15$. Latscha (T127) telah memperpanjang tabel Finney untuk mengakomodasi nilai-nilai dari A sampai dengan 20 . Tabel A. 10 memberikan nilai-nilai kritis b untuk A antara 3 dan 20. Tingkat signifikansi 0.05, 0.025, 0.01, dan 0,005 telah disertakan. Aturan keputusan secara spesifik adalah sebagai berikut :

A. Uji dua sisi : Masukkan Tabel A. 10 dengan A , B , dan a. Jika nilai diamati b sama dengan atau kurang dari integer dalam kolom tertentu, menolak H0 pada tingkat signifikansi sama dengan dua kali signifikansi tingkat ditampilkan di bagian atas dari kolom tersebut. Misalnya, A = 8 , B = 7 , a = 7 , dan nilai yang diamati dari b adalah 1 . Kita dapat menolak hipotesis nol pada 2 (0,05) = 0,10 , 2 (0,025) = 0,05 , dan 2 (0,01) = 0,02 tingkat signifikansi , tetapi tidak pada 2 (0,005) = 0,01.

B. Uji Satu sisi : Masukkan Tabel A.10 dengan A , B , dan a. Jika nilai diamati b kurang dari atau sama dengan integer dalam kolom tertentu , menolak H0 pada tingkat signifikansi ditampilkan di bagian atas dari kolom tersebut. Sebagai contoh, misalkan A = 16 , B = 8 , a = 4 , dan nilai yang diamati dari b adalah 3 . Kita dapat menolak hipotesis nol pada 0,05 dan 0,025 tingkat signifikansi , tetapi tidak pada 0,01 atau 0,005.

Contoh 3.9

Almy (EL7) mempelajari hubungan antara lokasi perumahan kelompok - kelas sosial di kota-kota Amerika dan kohesi pemilu ditampilkan oleh kelompok masyarakat tersebut . Dia juga belajar konsekuensi dari intragrup kohesi ini pada konflik antarkelompok seperti yang dituturkan dalam kompetisi pemilu. Tabel 3.30 menunjukkan 14 kota diklasifikasikan berdasarkan lokasi perumahan kelompok sosial - dass dan kohesi pemilu dalam kelompok kelas pada saat referendum pendidikan .

Untuk membuat data sesuai dengan pengaturan yang ditentukan dalam Tabel 3.29 , kita mengambil kelompok spasial terpisah sebagai sampel 1 , dan kohesi pemilu tinggi dalam kelompok kelas sebagai karakteristik yang diamati. Tabel 3.31 menunjukkan data tersebut.

Kita berasumsi bahwa kita memiliki sampel spasial terpisah dari ukuran 10 dan sampel spasial terpadu independen ukuran 4 . Kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan bahwa proporsi kota dengan kohesi pemilu yang tinggi dalam kelas.

TABEL 3.30

Lokasi perumahan kelompok - kelas sosial dan kekompakan pemilu pada saat referendum pendidikan

Lokasi perumahan Kelompok kelas sosial	Kohesi pemilu dalam kelompok kelas Rendah	Kohesi pemilu dalam kelompok kelas Tinggi	Total
Spasial terpisah	1*	9	10
Spasial terintegrasi	3	1	4
	4	10	14

Total

Sumber: Timothy A. Almy , " Residental Location and Elactoral Cohesion: The Pattern of Urban Polotical Conflict . " Am . Polit . Sci . Wahyu , 67 (1973) , 914-923.

* Penulis menyajikan persentase dalam empat sel dari tabelnya. Hal ni telah menyesuaikan pada total baris untuk sel yang ditampilkan di sini .

TABEL 3.31

Data dari Tabel 3.31 disusun kembali agar sesuai dengan Tabel 3.29

Lokasi perumahan Kelompok kelas sosial	Kohesi pemilu dalam kelompok kelas Rendah	Kohesi pemilu dalam kelompok kelas Tinggi	Total
Spasial terpisah	9=a	1=A-a	10=A
Spasial terintegrasi	1=b	3=B-b	4=B
Total	10=a+b	4=A+B-a-b	14+A+B

kelompok yang lebih tinggi pada penduduk kota dengan spasial terpisah kelompok kelas sosial daripada populasi kota dengan spasial terintegrasi kelompok kelas sosial.

Hipotesis

H0 : $p_1 \leq p_2$

H1 : $p_1 > p_2$

Statistik Uji

Statistik uji adalah b = l .

Keputusan

Pada Tabel A. 10 dengan A = 10 , B = 4 , dan a=9 , kita menemukan bahwa nilai kritis dari b adalah l untuk α = 0,05 (uji satu sisi) . Karena nilai yang diamati dari b = l adalah sama dengan nilai kritis dari *b* dari α = 0,05, kita bisa tolak H_0 dengan tingkat kepercayaan sebesar 0,05. Kita tidak bisa menolak H0 pada tingkat kepercayaan yang lain pada Tabel A.10 karena 1 > 0

Perkiraan Sampel Besar

Untuk sampel besar yang cukup, kita bisa menguji H0 tentang kesamaan proporsi dua populasi dengan menggunakan perkiraan distribusi normal yang dilanjutkan dengan uji nilai tengah. Hitunglah

$$z = \frac{\left(\frac{a}{A}\right) - \left(\frac{b}{B}\right)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right)}} \quad (3.20)$$

Dimana

$$\hat{p} = (a+b)/(A+B) \quad (3.21)$$

dan bandingkan dengan tingkat kepercayaan dengan nilai kritik yang sesuai dengan menggunakan distribusi normal standar. Dengan penggunaan perkiraan distribusi normal biasanya akan memuaskan jika a , b, A-a, dan B-b seluruhnya lebih besar atau sama dengan 5. Atau dengan cara lain, ketika sampel terbilang cukup besar, kita akan menguji H0 dengan menggunakan uji chi-square yang dipelajari di Bab 5.

Efisiensi Power

Kekuatan uji Fisher telah dibuktikan oleh Mainland dan Sutcliffe (T128), Bennet dan Hsu (T129), Sillitto (T130), dan Gail dan Gart (T131). Gail dan Gart (T131) memberikan sampel minimal yang harus dipenuhi untuk memperoleh kekuatan setidaknya sebesar 0,50, 0,80, dan 0,90, dan pada tingkat kepercayaan sebesar 0,05 dan 0,01 untuk kasus uji satu arah dengan *margin* yang sama (A=B) dan akan menerima Hipotesis Alternatif.

BACAAN TAMBAHAN

Uji Fisher sesungguhnya telah menjadi perdebatan di antara para statistisi. Beberapa dari mereka berpikir bahwa asumsi dengan total marginal tetap terbilang tidak realistis pada kebanyakan aplikasi praktiknya. Perdebatan itu pada akhirnya terfokus kepada apakah test Fisher cocok jika kedua total marginalnya tidak tetap. Untuk diskusi selanjutnya tentang hal ini dan lainnya, lihatlah artikel dari Barnard (T132, T133, T134), Fisher (T135), dan Pearson (T136).

Sweetland (T137) membandingkan hasil yang menggunakan uji chi-square yang dijelaskan pada Bab 5, dengan hasil yang didapat dengan menggunakan uji Fisher untuk ukuran sampel A+B = 3 sampai A + B = 69. Dia menemukan kesepakatan ketika A dan B dekat dengan ukuran sampel dan ujinya melakukan uji satu arah. Keseluruhan (T138) menyatakan bahwa uji Fisher sangat konservatif dengan mengacu kepada tingkat kepercayaan yang sederhana karena diskontinuitas dari distribusi sampling dengan tabel berukuran 2x2. Dia mengajukan penyesuaian frekuensi sel yang hasilnya berupa koreksi dengan kontinuitas dengan kontinuitas dari tingkat kepercayaan yang sesuai dan kekuatan yang meningkat.

Carr (T139) mengenalkan pengembangan dari uji Fisher untuk jumlah sampel yang lebih dari dua dan berukuran sama serta memberikan aplikasi dalam bidang industri untuk menunjukkan cara perhitungannya. Dalam laporan yang lain, Carr (T140) memberikan jalan alternatif untuk melakukan pengujian, menyarankan dengan penggunaan prosedur yang terpilih seperti yang dibahas oleh Gibbons et al. (T141). Dia menyatakan bahwa prosedur yang terpilih tersebut terbukti lebih sederhana dan sampel yang dibutuhkan lebih sedikit.

Neave (T142) mengenalkan uji eksak Fisher dengan format yang baru; uji nya lebih dinilai dari independensi nya daripada homogenitasnya (lihat Bab 5). Dia telah menyiapkan tabel tambahan yang bisa digunakan untuk pendekatannya.

Tingkat sensitifitas uji eksak Fisher terhadap gangguan kecil pada tabel kontingensi berukuran 2x2 dibahas oleh Dupont (T143). Untuk pembahasan mendasar mengenai uji eksak Fisher, lihat Sokal dan Rohlf (T144).

3.4

Program Komputer

Dinneen dan Blakesiey (T145), Jung et al (T146), Odeh (T147), Larsen (T148), Kummer (T149), dan Harding (T150) membahas tentang penggunaan komputer untuk uji Mann-Whitney-Wilcoxon. Schuster (T151) membandingkan algoritma untuk komputasi dari statistik Mann-Whitney. Algoritma yang bisa menghasilkan distribusi frekuensi null dari statistik Ansari-Bradley telah ditulis oleh Dinneen dan Blakesley (T152). Youngman dan Daniel (T153) mengenalkan program komputer untuk menghitung statistik uji dispersi Mood. Sejumlah angka yang tertulis pada beberapa program komputer tersebut untuk uji eksak Fisher. Mereka ditulis oleh Gregory (T154). Robertson (T155), Berry dan Mielke (T156, T157, T158) dan Mehta dan Patel (T159, T160).

Edgington et al. (T161) dan Harlow dan Lowry (T162) telah merancang program komputer untuk uji acak terhadap dua sampel independen (telah disebutkan sebelumnya). Edgington dan Strain (T163) mempertimbangkan waktu yang dibutuhkan oleh mesin untuk melakukan komputasi termasuk uji acak oleh kedua test t dan test ANOVA. Mereka berpendapat bahwa dengan menggunakan komputer berkecepatan tinggi untuk melakukan uji acak tersebut secara relatif menjadi lebih murah.

Diantara paket-paket program komputer-mikro yang memiliki kemampuan untuk melakukan prosedur-prosedur yang terdapat di bab ini adalah *FILEST AT* (uji nilai tengah), *HP STATISTICS LIBRARY* 2000 (uji nilai tengah), *SCA* (uji nilai tengah, uji Mann-Whitney), dan *STATISTIX* (uji eksak Fisher, uji Mann-Whitney, uji nilai tengah). Diantara keseluruhan paket-paket yang ada, yang mampu mengakomodir uji Mann-Whitney adalah *BMDPC, EXEC*U*STAT, MICROSTAT, MINITAB, NUMBER CRUNCHER, SPSS, STATISTIX, STATGRAPHICS, dan STATPRO.*

Latihan

3.14 Pada sebuah penelitian tentang pengaruh teknik wawancara yang berbeda terhadap *diastolict* tekanan darah dari pewawancara, William et al. Memperoleh hasil yang disajikan pada Tabel 3.32. Pada salah satu tipe wawancara (CARD), peserta wawancara berespon secara verbal terhadap setiap pertanyaan yang ditanyakan sekali dalam satu waktu dengan indeks kartu 3s5. Pewawancara berperan secara pasif. Pada tipe wawancara yang kedua (INT), pewawancara berusaha untuk melakukan interaksi yang hangat dan dengan tepat pada peserta wawancara dengan menanyakan beberapa pertanyaan dan memberikan pendapat yang tepat ketika peserta wawancara menjawab pertanyaan yang diberikan. *Diastolic blood preasure* dihitung setiap 1 menit selama wawancara berlangsung. Tabel 3.32 menunjukkan klasifikasi subjek jika dikaitkan dengan rata-rata *diastolic blood preasure* selama wawancara dan tipe wawancara.

Berdasarkan data-data berikut, bisakah kita simpulkan bahwa proporsi dari Populasi yang lebih besar secara signifikan yang diwakili oleh sampel INT lebih tinggi daripada yang diwakili oleh sampel CARD? Diberikan $\alpha = 0{,}05$. Tentukan P-value.

TABEL 3.32

Perbandingan dari rerata Diastolic Blood Preasure selama wawancara

Wawancara	Significantly Larger	Smaller and no change	Total
INT	6	0	6
CARD	1	5	6
Total	7	5	12

Sumber : Redford B. Williams, Jr., Chase P. Kimball, dan Harold N. Williard, "The Influences of Interpersonal Interaction on Diastolic Blood Pressure," *Psychosom, Med.,* 34(1972), 194-198.

3.15 Gill dan Murray (E19) mengadakan rancangan percobaan untuk menguji perbedaan kemampuan bernyanyi dari burung pengicau bersayap biru dan bersayap emas (*Vermivora pinus* dan *V. chrysopetra)* dari *Michigan* Tenggara. Dalam wilayah jarak jangkau pendengaran oleh burung jantan peneliti memutar kaset rekaman yang berisi kicauan dari burung *pendengar* dengan kicauan dari spesies lain. Perbedaan perilaku dari burung-burung tersebut berdasarkan bagaimana mereka merespon rekaman tersebut. Tabel 3.33 menyajikan klasifikasi burung berdasarkan spesies dan perbedaan perilaku. Bisakah kita menyimpulkan bahwa berdasarkan data di bawah ini, proporsi dari *nondiscriminators* bersayap emas lebih tinggi daripada di antara bersayap biru? Diberikan $\alpha = 0{,}05$. Tentukan P value nya.

TABEL 3.33

Perbedaan perilaku dari *Vermivora* setempat jantan

Spesies	Pembeda	Bukan Pembeda	Total
Michigan bersayap biru	4	6	10
Michigan bersayap emas	3	9	12
Total	7	15	22

Sumber : Frans B. Gill dan Bertram G. Murray Jr., "Discrimination Behavior and Hybridization of the Blue-winged and golden-winged Warblers," *Evolution,* 26 (1972), 282-293; by permission of the Society for the Study of Evolution.

LATIHAN ULANGAN

3.16 Pada suatu penelitian dari penemuan *cardiovascular* pada pasien dengan acromegaly, McGuffin et al. (E20) memperoleh data yang disajikan pada tabel 3.34 bahwa terdapat 13 orang dari total pasien yang menderita hipertensi, dan 10 orang yang *nonmortensive.* Dengan tujuan untuk mendapatkan kesimpulan dari data dibawah ini bahwa terdapat dispersi pada *systolic blood preasure* diantara pasien yang menderita hipertensi dan *nonmortensive*. Gunakan Uji dispersi Moses dan tentukan P value.

TABEL 3.34

Systolic blood preasure, in millimeters of mercury untuk kedua kategori pasien

Nonmortensive (X)	122	110	140	130	140	110	120
	105	98	140				
Hipertensi	160	140	150	140	150	160	220
	155	150	170	180	210	150	

Sumber: William L. McGuffin, Barry M. Sherman, Jesse Roth, Phillip Gorden, C. Ronald Kahn, William C. Roberts, and Peter L. Frommers, "Acromegaly dan Cardiovaskular Disease," *Ann. Intern. Med.,* 81 (1974), 11-18.

3.17 Pada sebuah penelitian yang dirancang untuk menaksir kinerja dari subjek yang menderita Parkinson, Cassell et al. (E21), telah dicatat kelambatan waktu rata-rata dari aktivitas melakukan pekerjaan yang cepat pada saat percobaan dan kepada orang-orang yang normal. Tabel 3.35 menunjukkan hasilnya. Penderita Parkinson dikategorikan sebagai penyandang cacat. Berdasarkan data di bawah ini, bisakah kita menyimpulkan bahwa terdapat dispersi yang lebih rendah dari orang normal? Tentukan P-value, menggunakan uji dispersi Ansari-Bradley.

Tabel 3.35

Keterlambatan waktu rata-rata, millisekon, melakukan kerja cepat.

Orang normal (X)	321	213	211	258	267	281	317	229	206	201

Penderita Parkinson (Y)	290	660	400	403	290	360	460	420

Sumber: Kenneth Cassell, Kenneth Shaw, dan Gerald Stern, "A Computerized Tracking Technique for the Assessment of Parkinsonian Motor Disabilities," *Brain,* 96 (1973), 815-826.

3.18 Pada suatu percobaan modifikasi-perilaku, peneliti memperoleh hasil yang disajikan pada tabel 3.36 dari 12 subjek, setengahnya menerima stimulan sebesar 5 mA dan sisanya memperoleh stimulan yang kurang dari 5 mA selama percobaan. Bisakah kita simpulkan bahwa berdasarkan data di bawah ini subjek penerima 5 mA akan menghasilkan output berupa nilai tengah yang lebih besar daripada subjek yang menerima kurang dari 15 mA? Gunakan uji nilai tengah.

3.19 Keyvan-Larijarni dan Tannenberg (E23) meneliti pengaruh dari dua metode berbeda dalam perawatan pasien yang telah mencerna cairan yang mengandung 60% methanol dari volume cairan dengan takaran yang tidak diketahui. 3 pasien (kelompok 1) dirawat dengan *merecycle single-pair twin-coil hemodialyzet* dan 3 pasien lainnya (kelompok 2) dirawat dengan dialisis peritoneal. Takaran metanol setiap pasien ditentukan oleh rumah sakit yang sama dengan prosedur tertentu.

Tabel 3.36

Hasil penilaian untuk 12 subjek partisipan terhadap penelitian perubahan perilaku

5 mA (x)	1,322	0,061	0,715	0,257	1,755	0,198
<5 mA (y)	0,111	0,064	0,154	0,120	0,032	0,382

Tingkat alkohol pada serum metil (SMAL) dihitung pada saat ditambahkan dan pada saat 8 jam kemudian, terlihat pada tabel 3.37, bersamaan dengan jumlah reduksinya. Kita berharap bisa menyimpulkan bahwa berdasarkan data tersebut, bahwa terdapat perbedaan mengenai kemampuan mereka untuk mengurangi jumlah SMAL pada kedua metode. Gunakan uji Mann-Whitney dan tentukan P-value nya.

Tabel 3.37

Tingkat alkohol pada serum metil, milligram per 100 ml, pada 6 pasien sebelum dan sesudah diberi perlakuan dengan kedua metode.

Grup 1		
Saat Penambahan	8 jam kemudian	Jumlah Reduksi (X)
185	22	163
178	54	124
96	78	18

Grup 2		
Saat Penambahan	8 Jam kemudian	Jumlah Reduksi (Y)

186	158	28
198	177	21
171	147	24

Sumber: Hossein Keyvan-Larijarni and Alf M Tannenberg, "Methanol Intoxication, Comparison of Peritoneal Dialysis and Hemodialysis," Arch. Inter. Med., 134 (1974), 293-296; copyright 1974, American Medical Association.

3.20 Seppala et al. (E24) melaporkan data yang terpapar pada Tabel 3.38. Gunakan uji Mann-Whitney untuk menguji H0 apakah tidak terdapat perbedaan di antara lokasi parameter populasi dinyatakan dalam sampel-sampel tersebut.

Tabel 3.38

Konsentrasi Oxytocin, picogram per ml, dalam air ketuban pada 2 kelompok wanita

Pasien yang melahirkan yang mengalami kontraksi persalinan (X)	1450	510	720	510	820	680	400	710	110
	800	280	1100	1600	650	800	670	350	1350
Wanita yang tidak mengalami kontraksi persalinan (Y)	240	300	150	330	360	180	250	170	200
	430	510	800						

Sumber: Markku Seppala, Iikka Aho, Anja Tissari, dan Erkki Ruoslahti, "Radio-Immunoassay of Oxytocin in Amniotic Fluid, Fetal Urine, and Meconium During Late Pregnancy and Delivery," Am. J. Obstet. Gynecol., 114 (1972), 788-795.

3.21 Griffiths (E25) melaporkan data mengenai meluasnya wabah coffee-berry pada kebun yang disemprot ataupun tidak disemprot oleh fungisida. Hasilnya terpapar di tabel 3.39, dalam persentase banyaknya berry yang terinfeksi pada berry yang diuji. Apakah data tersebut menyediakan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan di lokasi parameter populasi? Diberikan $\alpha = 0{,}01$. Gunakan uji Mann-Whitney, dan tentukan P-value nya.

Tabel 3.39

Jangkauan wabah coffee-berry (persentase berry yang terinfeksi) di kebun yang disemprot ataupun tidak disemprot oleh fungisida.

Tidak disemprot	6,01	2,48	1,76	5,10	0,75	7,13	4,88
Disemprot (minimal 14 bulan sebelum pengambilan sampel)	5,68	5,68	16,30	21,46	11,63	44,20	33,30

Sumber : Ellis Griffiths, "'Negative' effects of Fungicides in Coffee," Trop. Sci., 14 (1972), 79-89.

3.22 Garrod et al. (E26) menghitung pengolahan nikotin, kotinin, dan nikotin-1-N-oksida di dalam urin yang dikumpulkan selama 24 jam dari perokok pria yang normal dan sehat dengan perokok yang menderita kanker kandung kemih. Tabel 3.40 memaparkan hasil rasio kotinin dengan nikotin-1-N-oksida pada dua kelompok subjek. Ujilah perbedaan diantara nilai tengah populasi pada taraf nyata sebesar 0,01. Gunakan uji nilai tengah dan tentukan P-value nya.

Tabel 3.40

Rasio kotinin dengan nikotin-1-N-oksida pada dua kelompok subjek.

Pasien dengan kanker kandung kemih	5,0	8,3	6,7	3,0	2,5	12,5	2,4	5,5	5,2	21,3	5,1	1,6
	2,1	4,6	3,2	2,2	7,0	3.3	6,7	11,1	3,4	5,9	27,4	
Variabel Kontrol	2,3	1,9	3,6	2,5	0,75	2,5	2,1	1,1	2,3	2,2	3,5	1,8
	2,3	1,4	2,1	2,0	2,3	2,4	3,6	2,6	1,5			

Sumber : J.W Garrod, P. Jenner, G. R. Keysell, and B.R. Mikhael, "Oxidative Metabolism of Nicotine by Cigarette Smoker with Cancer of the Urinary Bladder," J. Nat. Cancer Inst., 52 (1974), 1421-1924.

3.23 O'Neill et al. (E27) menggambarkan sampel waktu thromboplastin parsial yang aktif (APTT) pada 10 pasien (grup A) sesudah adanya pemindahan kunci heparin. Spesimen APTT juga menggambarkan 10 pasien (Grup B) sebelum adanya perpindahan kunci heparin. Nilai APTT untuk kedua kelompok dipaparkan pada Tabel 3.41. Buatlah pada tingkat kepercayaan sebesar 95% , *confidence interval* untuk selisih nilai tengah diantara populasi tersebut.

Tabel 3.41

Nilai APTT untuk dua kelompok subjek pada latihan 3.23

Grup A	52,0	74,0	34,0	32,5	51,5	65,0	52,0	49,0	32,0	40,0
Grup B	31	30,0	32,5	28,0	31,5	33,0	31,0	27,0	30,5	34,5

Sumber: Thomas J. O'Neill, Lawrence M. Tierney. Jr. Ronald J. Proulx, "Heparin Lock-Induced Alterations in the Activated Thromboplastin Time" J. Am. Med. Assoc., 227 (1974), 1297-1298;copyright 1974, American Medical Association.

3.24 Sebuah konsep-diri dengan sampel sebanyak 15 subjek yang terlihat normal dan sampel independen dari 15 orang yang sedang di bawah pengobatan psikiater. Hasilnya ditunjukkan di Tabel 3.42. Dapatkah diambil kesimpulan dari data populasi tersebut, nilai tengah dari kedua populasi berbeda? Diberikan α sebesar 0,05. Gunakan uji nilai tengah.

TABEL 3.42

Hasil penilaian dari skala self-concept dari 15 orang normal dan 15 pasien psikiater.

Subjek Normal	63	69	70	81	90	91	90	88	82	87	83	85	85	87	86

Pasien Psikiater	62	64	68	88	75	79	71	70	82	70	69	75	79	78	75

3.25 Tabel 3.43 menunjukkan hasil dari nilai pada uji pemahaman verbal dari sampel berjumlah 25 anak dengan cacat secara edukasi, dan sampel sejumlah 20 anak dengan keterlambatan mental. Apakah data tersebut menyediakan cukup bukti untuk menunjukkan bahwa nilai tengah kedua populasi tersebut berbeda? Diberikan α sebesar 0,05 dan tentukan P –value nya. Gunakan uji nilai tengah.

TABEL 3.43

Nilai tingkat pemahaman verbal dari anak-anak yang cacat secara edukasi (EH), dan anak-anak dengan keterlambatan mental (EMR).

EH	77	78	70	72	74	68	71	70	72	71	75	78	79
	87	88	70	72	74	88	71	80	82	72	72	73	
EMR	60	62	65	71	62	70	68	65	76	72			
	68	72	78	71	70	76	79	68	66	70			

3.26 Penelitian dengan menggunakan siswa kelas 7 yang dilakukan untuk membandingkan performa dari pembaca tingkat normal dengan pembaca tingkat rendah terhadap tugas rumit. Hasilnya terlihat pada Tabel 3.44. Apakah data tersebut menunjukkan bahwa nilai yang diperoleh pembaca tingkat rendah lebih rendah daripada pembaca normal pada tugas rumit? Gunakan uji Mann-Whitney dengan taraf nyata sebesar 0,05. Tentukan P-value nya.

TABEL 3.44

Nilai performa dalam menyelesaikan tugas yang rumit oleh pembaca tingkat rendah dengan pembaca normal.

Pembaca Tingkat rendah	67	55	51	40	25	18	34	44	52	59	54	53			
Pembaca Normal	95	87	77	73	44	64	68	70	55	59	67	88	89	90	52

3.27 Untuk meneliti pengaruh penghirupan kadmium yang berkepanjangan, Princi dan Geever (E28) menggunakan 10 anjing kepada cadmium oksida, sedangkan ke-10 anjing lainnya tidak digunakan untuk substansi tersebut. Pada akhir penelitian, mereka menentukan tingkat hemoglobin dari ke-20 anjing, ditunjukan di Tabel 3.45. Dengan $\alpha = 0{,}05$ dan menggunakan uji Mann-Whitney untuk mengetahui apakah terdapat kesimpulan bahwa secara rata-rata, penghirupan cadmium dapat berdampak kepada reduksi jumlah hemoglobin anjing.

TABEL 3.45

Jumlah hemoglobin, satuan gram, pada ke-20 anjing.

Dilepaskan untuk cadmium (X)	14,6	15,8	16,4	14,6	14,9	14,3	14,7	17,2	16,8	16,1
Var. Kontrol (Y)	15,5	17,9	15,5	16,7	17,6	16,8	16,7	16,8	17,2	18,0

Sumber: Frank Princi and Erving F. Geever, "Prolonged Inhalation of Cadmium," Arch. Indust. Hyg. Occup. Med., 1(1950), 651-661. Copyright 1950, American-Medical Association

3.28 Singh dan Prasad (E29) meneliti konformitas sosial dan *harga diri* dari mahasiswa pascasarjana. Mereka menemukan bahwa rata-rata nilai *harga diri* dari sampel sejumlah 100 orang konformis dengan sampel sejumlah 100 orang non-konformis mempunyai perbedaan yang signifikan pada taraf nyata sebesar 0,01 dengan uji t. Kemudian penelitian tersebut diulang dengan subjek lain, dan hasilnya ditunjukkan pada Tabel 3.46. Dapatkah kita simpulkan bahwa nilai tengah dari kedua populasi tersebut berbeda? Gunakan uji nilai tengah dan diberikan $\alpha = 0{,}01$.

TABEL 3.46

Nilai *harga-diri* dari kedua kelompok

Konformis	48	55	56	49	41	55	44	53	42	50
Non-konformis	59	58	48	57	59	45	59	68	61	

3.29 Jamuar dan Singh (E30) meneliti adaptasi di Hindi terhadap keamanan dan ketidakamanan inventaris di Maslow dengan sampel sejumlah 50 orang *after-care home girls* dan sampel sejumlah 50 mahasiswi. Uji t menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan pada taraf nyata sebesar 0,01 pada rata-rata sampel. Kemudian dilakukan pengulangan penelitian dengan dua subjek lain, hasilnya terlihat pada Tabel 3.47. Berdasarkan data tersebut, apakah terdapat bukti yang cukup untuk mengetahui bahwa nilai tengah kedua populasi adalah berbeda? Gunakan uji Mann-Whitney dan taraf nyata sebesar 0,01.

TABEL 3.47

Nilai dari tingkat keamanan dan tingkat ketidakamanan inventaris

After-care home girls	34	39	32	32	31	34	35	40	45	34	30	37	39	43
Mahasiswi	22	27	22	22	29	26	20	30	23	43	31	33		

3.30 Hoffman dan Jackson (E31) mengolah *Differential Personality Inventory* Jackson (E32) kepada pecandu alkohol pria dan wanita. Penulis menggunakan uji t untuk menghitung perbedaan rata-rata terhadap skala individual terhadap pria dan wanita. Di antara penemuan mereka, terdapat perbedaan tingkat sinisme yang signifikan pada taraf nyata sebesar 0,01. Kemudian, dilakukan pengujian terhadap kelompok lain, dimana hasilnya terlihat pada Tabel 3.48. Gunakan uji Mann-Whitney untuk membuktikan apakah terdapat bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan nilai tengah dari kedua populasi. Diberikan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 3.48

Skor dari tingkat sinisme

Pria	5	6	5	4	3	2	3	4
Wanita	1	2	2	3	1	2	3	

3.31 Seorang peneliti memberikan sampel acak berupa 15 orang mahasiswa dan sampel acak yang independen berupa mahasiswi untuk menguji pengetahuan mereka terhadap pasar modal. Tabel 3.49 menunjukkan skornya. Berdasarkan data tersebut, kita berharap dapat mengetahui apakah kita dapat menyimpulkan bahwa kedua populasi memiliki nilai tengah yang berbeda. Diberikan $\alpha = 0{,}05$, gunakan uji mana yang sangat cocok pada informasi yang tersedia.

TABEL 3.49

Data untuk Latihan 3.31

Skor Laki-laki (X)			Skor Perempuan (Y)		
21,50	20,00	15,40	15,00	9,10	8,00
17,00	19,00	18,20	13,00	8,75	11,00
23,00	12,50	12,50	11,20	16,10	13,50
21,00	15,00	22.25	18,00	16,50	17,25
22,50	10,00	11,00	20,00	17,75	16,30
			13,00	13,25	19,00
			20,30	21,20	

3.32 Sebuah perusahaan ingin membandingkan dua metode periklanan terhadap produk baru. Dua sampel terpilih untuk berpartisipasi pada penelitian ini. Subjek terpilih pada sampel pertama digunakan untuk metode periklanan A, dan subjek pada sampel lain digunakan untuk metode periklanan B. Pada akhir penelitian ini, kedua subjek diberikan tes untuk menghitung pengetahuan mereka terhadap produk baru tersebut. Hasilnya terlihat pada Tabel 3.50. Berdasarkan data tersebut, gunakan uji

Mann-Whitney untuk menentukan apakah terdapat bukti yang cukup untuk menunjukkan adanya perbedaan nilai tengah skor pada kedua populasi. Diberikan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 3.50

Data untuk latihan 3.32

Skor Metode A	55	64	65	76	85	86	85	83	77	62	78	80	80	82	81
Skor Metode B	57	59	63	83	70	74	66	65	77	65	64	70	74	73	70

3.33 Tabel 3.51 menunjukkan daya rentang (dibulatkan untuk kemudahan perhitungan) dari sampel berupa kantung plastik tempat sampah yang merupakan stok dari dua perusahaan, A dan B. Gunakan uji Mann-Whitney untuk menentukan apakah secara rata-rata, plastik yang diproduksi oleh perusahaan B lebih kuat daripada yang diproduksi oleh perusahaan A? Diberikan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 3.51

Data untuk latihan 3.33

A	62	71	62	68	66	60	68	70	60	65	70	65	72	62	71	
B	69	63	68	72	75	72	71	72	70	71	68	74	72	70	68	67

3.34 Sebuah tim proyek dari beberapa psikolog meneliti tingkat kedewasaan emosional dari siswa yang lulus sekolah menengah dengan siswa yang pernah mengalami DO untuk mengerjakan pekerjaan yang bertipe sama. Tes yang telah mengalami standarisasi diberikan kepada sampel dari subjek yang terpilih dari kedua populasi. Skor tes terlihat pada Tabel 3.52. Gunakan uji Mann-Whitney untuk mengetahui apakah kita dapat menyimpulkan bahwa dua sampel dari masing-masing populasi memiliki nilai tengah yang berbeda. Diberikan $\alpha = 0{,}05$ dan tentukan P-value nya.

TABEL 3.52

Data untuk latihan 3.35

Lulus Sekolah Menengah	57	69	62	94	96	63	62	89	69	67	86	97	71
	64	85	68	57	78	80	57	83	73	80	79	84	
DO saat Sekolah Menengah	49	54	47	72	78	49	74	67	58	41	63	57	51
	65	63	64	65	57	85	59	85					

3.35 Sebuah sampel acak dari pelamar wanita untuk pekerjaan *assembly-line* dan sampel pelamar pria yang independen untuk pekerjaan yang sama diberikan sebuah tes kecerdasan mengenai pekerjaannya. Skor dari masing-masing sampel terlihat pada Tabel 3.53. Dapatkah kita simpulkan bahwa berdasarkan data dari kedua sampel tersebut memiliki varians yang berbeda? Diberikan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 3.53

Data untuk Latihan 3.35

Skor	18,1	9,0	9,0	25,9	11,5	9,9	18,1	10,7	13,6	18,2
(perempuan)	10,4	28,8	32,4	28,0	24,3	17,1	21,9	9,0	9,5	
Skor (Pria	21,3	23,1	28,9	32,6	29,3	15,0	39,9	16,8	11,8	32,3
	20,0	13,0	14,0	12,5	13,3	23,7				

3.36 Seorang pengusaha membandingkan kerekatan dari 2 merk dari oli mesin. Sampel dari merk A (SRS) dan sampel independen merk B menghasilkan hasil (dibulatkan untuk kemudahan perhitungan) terlihat pada Tabel 3.54. Dapatkah disimpulkan bahwa tingkat kerekatan merk A lebih bervariasi daripada tingkat kerekatan merk B? Gunakan uji Ansari-Bradley. Diberikan $\alpha = 0{,}05$

TABEL 3.54

Data untuk Latihan 3.36

Merk A	25	39	35	18	50	11	42	47	19	16	45	41	25	35	44	35
	24	55	36	11	11	10	38	25	52	35	25	60	51	21	17	13
Merk B	59	37	36	65	42	33	56	36	64	55	61	63	57	33	37	60
	38	41	48	62	32	55	56	35	59	66	50	38	70	46	35	54

3.37 Seorang pengusaha sabun ingin mengetahui apakah 2 formula yang berbeda akan menyebabkan variasi berat atas produknya. Sampel berupa beberapa batang sabun dibuat dari masing-masing dari kedua formula tersebut, dan hasilnya (coded) terlihat pada Tabel 3.55. Apa yang dapat disimpulkan oleh pengusaha tersebut juga uji yang digunakan adalah Uji Moses?

TABEL 3.55

Data untuk Latihan 3.37

Formula A	9	11	9	13	10	8	7	12	11	9					
Formula B	12	10	13	11	11	15	15	14	15	11	14	14	13	13	9

3.38 Seorang spesialis produktivitas mengadakan sebuah penelitian untuk menelusuri pengaruh musik terhadap pegawai *assembly-line*. 16 pegawai secara acak dibentuk ke dalam sebuah grup musik atau grup non-musik. Tabel 3.56 menunjukkan tingkat efisiensi dari masing-masing subjek pada akhir bulan. Berdasarkan data tersebut, dapatkah disimpulkan bahwa musik menyebabkan terdapat reaksi terhadap tingkat efisiensi pegawai secara ekstrim? Dan pada taraf nyata berapa akan menghasilkan hasil yang signifikan?

TABEL 3.56

Data untuk Latihan 3.38

Grup musik	12	35	18	57	67	40	39	58
Grup non-musik	21	35	40	38	23	27	28	39

3.39 Sebuah agen periklanan menggunakan prosedur tersebut untuk menguji efektivitas dari kedua periklanan radio dengan dua produk yang sama. Format dari sebuah iklan A digunakan selama program Senin pagi pada sebuah radio lokal. Hari berikutnya, agen tersebut menghubungi ke-15 pendengar, 9 diantaranya mengaku mengingat terhadap iklan tersebut. Hari Senin pagi selanjutnya, dilakukan format periklanan B disiarkan kembali di radio tersebut. Pada 12 panggilan kepada pendengar, 4 diantaranya mengingat iklan tersebut. Apakah data tersebut memiliki bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa tipe periklanan A lebih mudah diingat? Diberikan $\alpha = 0{,}01$ dan tentukan P-value nya.

3.40 Konsul *Newspaper Rates and Data,* diterbitkan oleh Standart Rate and Data Service, Inc. at Wilmette, Illinois. Pilihlah sampel dengan penarikan sampel sederhana, berukuran 30 atau lebih koran harian yang diterbitkan di Missisipi Timur, dan sebuah sampel independen dengan penarikan sampel sederhana berukuran 30 atau lebih koran harian yang diterbitkan di Missisipi Barat. Gunakan uji Mann-Whitney dengan perkiraan sampel besar untuk menguji apakah koran harian dari dua area dari sebuah daerah mempunyai nilai tengah rating yang berbeda.

3.41 Dari masing-masing populasi data dari latihan 3.40, pilihlah sebuah sampel dengan penarikan sampel sederhana berukuran 30 atau lebih. Gunakan uji Ansari-Bradley dengan perkiraan sampel besar untuk menguji H0 dispersi dari rating dari kedua populasi.

3.42 Diketahui populasi dari Latihan 3.40. Misalkan pengelompokan rating bervariasi berdasarkan hobi. Rumuskan H0 mengenai variabel populasi tersebut yang dapat diuji dengan uji Wald-Wolfowitz. Pilihlah sampel berukuran 30 atau lebih koran dari populasi tersebut, dan gunakan uji tersebut, serta gunakan perkiraan sampel besar.

REFERENSI

T1. Mood, Alexander M., *Introduction to the Theory of Statistics.* New York: McGraw Hill, 1950.

T2. Westenberg, J., "Significance Test for Median and Interquartile Range in Samples from Continous Populations of Any Form," *Akad. Wetensch. Afdeeling Voor de Wis.,* 51 (1948), 252-261.

T3. Owen D B., *Handbook of Statistical Tabels,* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1962.

T4. Ostle, Bernard, and Richard W. Mensing, *Statistics in Research,* third edition, Ames, Iowa: The Iowa State University Press, 1975.

T5. Burr, Irving W., *Applied Statistical Methods,* New York: Academic Press, 1974.

T6. Dunn, Olive Jean, *Basic Statistics. A Primer for the Biomedical Sciences,* second edition, New York: Wiley, 1977.

T7. Mood, Alexander M., "On the Asymptotic Efficiency of Certain, Non-Parametic Two-Sample Tests," *Ann. Math. Statist.,* 25 (1954), 514-522.

T8. Bedall, F. K., and H. Zimmermann, "A Bivariate Median Test," *Biometrical J.,* 22 (1980), 281-282.

T9. Fligner, Michael A., and Steven W. Rust, "A Modification of Mood's Median Test for the Generalized Behrens-Fisher Problem," *Biometrica,* 69 (1982), 221-226.

T10. Brown. G. W., and A. M. Mood. "On Median Tests for Linear Hypotesis," in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability,* Jerzy Neyman (ed.), Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1951.

T11. Westenberg. J., "A Tabulation of The Median Test with Comments and Corrections to Previous Papers." *Neder. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A. 55 (Indag.* Math.) 14 (1952), 10-15.

T12. Mann. H. B., and D. R. Whitney, "On a Test of Whether One of Two Random Variables is Stochastically Larger than the Other," *Ann. Math. Statist.,* 18 (1947), 50-60.

T13. Festinger. L., "The Significance of the Difference Between Means without Frequency Distribution Function," *Psychometrika,* 11 (1946), 97-105.

T14. White. C., "The Use of Ranks in a test of Significance by Comparing Two Treatmens," *Biometrics* , 8 (1952), 33-41.

T15. Wilcoxon. F., "Individual Comparison by Ranking Methods," *Biometrics*, 1 (1945), 80-83.

T16. Noether. Godfried., E. *Elements of Nonparametric Statistics,* New York; Wiley, 1967.

T17. Haynam, G. E., and Z. Govindarajulu," Exact Power of the Mann-Whitney Test for Exponential and Rectangular Alternatives," *Ann. Math. Statist.,* 37 (1966), 945-953.

T18. Chanda. K. C., "Onee of the Efficiency of Two-Samples Mann-Whitney Test for Discrete Populations," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 612-617.

T19. Rasmussen, Jeffrey Lee," The Power of Student's t and Wiloxon W Statistics: A Comparison," *Eval. Rev.* 9 (1985). 505-510.

T20. Blair. R. Clifford, and James J. Higgins, "A Comparison of The Power of Wiloxon's Rank-Sum Statistics to that of Student's t Statistic Under Various Nonnormal Distributions," *J. Educ. Statist.,* 5 (1980), 309-335.

T21. Blair, R. Clifford, and J. J Higgins, "The Power of T and Wilcoxon Statistics: A Comparison," *Eval., Rev.,* 5 (1980), 645-656.

T22. Bradstreet, T. E., and S. A. Lemeshow, "A Comparison of Type I Error Rates of Some Two-Sample Parametric and Nonparametric Tests of Location When The Assumption of Equal Variances is violated" (Abstract), *Biometrics*, 40 (1948), 1185.

T23. Auble, D., "Extended Tabels for the Mann-Whitney Statistics," *Bull. Inst. Educ. Res. Indiana Univ.,* 1 (1953), 1-39.

T24. Jacobson, J. E., “The Wilcoxon Two-Sample Statistics : Tabels and Bibliography,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 58 (1963), 1086-1103.

T25. Milton. R. C., “An Extended Tabels of Critical Values for the Mann-Whitney (Wilcoxon) Two-Sample Statistic,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 59 (1964), 925-934.

T26. Verdooren, L. R., “Extended Tabels of Critical Values for Wilcoxon’s Test Statistic,” *Biometrica,* 50 (1963), 177-186.

T27. Noether, Gottfried E. “Sample Size Determination for Some Common Nonparametric Tests,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 82 (1987), 645-647.

T28. Buckle, N. C. H. Kraft. And C Van Eeden, “An Approximation to the Wilcoxon Mann-Whitney Distribution,” *J. Amer. Statist. Assoc.* 64 (1969). 591-599.

T29. Gelberg. R. S., “Relation Between Mann-Whitney’s Statistics and Kendall’s Correlation Coefficient Tau,” *Teor. Veroyatnost. I Yeye Primenen.* 19 (1974), 211.

T30. Nemenyi. P., “Agilit: Ratings and Ground Meat- Introducing Mann-Whitney Differences,” *Int. Statist. Rev.,* 41 (1973), 240-244.

T31. Serfling, R. J., “The Wilcoxon Two-Sample Statistics on Strongly Mixing Processes, “ *Ann. Math. Statist.,* 39 (1968), 1202-1209.

T32. Zaremba. S. K., “Note on the Wilcoxon-Mann-Whitney Statistic,” *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 1058-1060.

T33. Zeoli. G. W., and T. S. Fong, “Performance of a 2-Sample Mann-Whitney Nonparametric Detector in a Radar Application,” *IEEE. Trans. Aerospace and Electron. Systems. AES 7 (1971), 951.*

T34. Fisher R. A., *Design of Experiments,* London: Oliver and Boyd. 1936.

T35. Pitman, E J. G., “Significance Tests Which may be Applied to Samples from Any Populations,” *Supplements to J. Ray. Statists. Soc.,* 4 (1937), 119-130.

T36. Hoeffding. W., “Large Sample Power of Tests Based on Permutations of Observations,” *Ann. Math. Statist.,* 23 (1952), 169-192.

T37. Lehmann, E. L., and C. Stein, “On Some Theory of Nonparametric Hypothesys.,” *Ann. Math. Statist.,* 20 (1949), 28-46.

T38. Welch, B. L., “On the z-test in Randomized Blocks and Latin Squares,” *Biometrika*, 29(1937), 21-52.

T39. Moses. L. E., “Non-Parametric Statistics for Phsycological Research,” *Phsycol. Bull.,* 49 (1952), 122-143.

T40. Gocka. E. F., “Comments of Randomization Tests,” Psychol. Rep., 32 (1973), 293-294.

T41. Ray, W., “Logic for Randomization Test,” *Behav. Sci.,* 11 (1966), 405-406.

T42. Ray, W. S., and S. A. Schabert, “An Algorithm for a Randomization Test,” *Educ. Psychol. Measurement.* 32 (1972), 823-829.

T43. Tukey. J. W., “A Quick, Compact, Two-Sample Test to Duckworth’s Specifications,” *Technometrics*, 1 (1959), 31-48.

T44. Neave. H. R., and W. J. Granger, “A Monte Carlo Study Comparing Various Two Sample Tests for Difference in Mean,” *Technometrics,* 10 (1968), 509-522.

T45. Neave, H. R., “A Development of Tukey’s Quick Test of Location” *J. Amer. Statist. Asoc.,* 61 (1966). 949-964. Corrigenda. *Ibid.,* 62 (1967), 1522.

T46. Neave. H. R., and C. W. J. Granger, "Two-sample tests for Difference in Mean- Results of a Simulation Study." Interval Report of the Department of Mathematics, University of Nottingham, 1966. Cited in Neave (T45).

T47. Rosenbaum. S., "On Some Two-Sample Nonparametric Tests," *J. Amer. Statist. Assoc.* 60 (1965) 1118-1126.

T48. Biebler, K. E., and B. Jager., "On a Nonparametric Test of Location," *Int. J. Clin. Pharmacol., Therapy and Toxicol.,* 22 (1984), 479-480.

T49. Noether G. E., "Wilcoxon Confidence Interval for Location Parameter in a Discrete Case," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 62 (1967), 184-188.

T50. Noether. G. E., "Distribution Free Confidence Intervals," *Amer. Statist.,* 26 (February 1972), 39-41.

T51. Moses. L. E., "Query: Confidence Limits from Rank Tests," *Technometrics.* 7 (1965), 257-260.

T52. Walker. H. M., and J. Lev., "Statistical Inference," New York: Holt, Rineheart, and Winston (1953).

T53. Bauer, D. F., "Constructing Confidence Sets Using Rank Statistics," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 67 (1972), 687-690.

T54. Gibbons. Jean Dickinson, *Nonparametric Statistical Inference,"* New York : McGraw-Hill, 1971.

T55. Bandelius. M., "A Graphical Version of Tukey's Confidence Interval for Slippage," *Technometrics* 10 (1968), 193-194.

T56. Hodges. J. L. Jr., and E. L. Lehmann, "Estimates of Location Based on Rank Tests," *Ann. Math. Statist,* 34 (1963) 598-611.

T57. Hoyland A., "Robustness of the Hodges – Lehmann Esimates for Shift," *Ann. Math, statist,,* 36 (1965), 174-197.

T58. Laan, P. Van Der, "Simple Distribution-Free Confidence Interval for a Difference in Location, Eindhoven, The Netherlands: Philip Resource Report Supplements Number 5, 1970.

T59. Lehmann, E. L., "Nonparametric Confidence Interval for a Shiift Parameter," *Ann. Math, statist.,* 34 (1963), 1507-1512.

T60. Hettmanspenger, Thomas P., and Joseph W. McKean, " A Graphical Representation for Nonparametric Inference," *Amer. Statist,.* 28 (1974). 100-102.

T61. Pearson, E.S., "The Analysis of Variance in Cases of Non-normal Variation," *Biometrika,* 23 (1931), 114-133.

T62. Gayen, A. K., "The Distribution of the Variance Ratio in Random Sample of Any Size Drawn from Non-normal universes," *Biometrika*, 37 (1950), 236-255.

T63. Geary, R. C., "Testing for Normality," *Biometrika* , 34 (1947), 209-242.

T64. Finch D. J., "The Effect of Non-Normality on the Z-test When Used to Compare the Variances in Two Populations," *Biometrika*, 37 (1950) 186-189.

T65. Miller. R. G. Jr., "Jackniffing Variances," *Ann. Math. Statist.,* 39 (1968), 367-582.

T66. Ansari, A. R., and R. A. Bradley, "Rank-Sum Tests for Dispersion," *Ann. Math, statist.,* 31 (1960), 1174-1189.

T67. David, F. N., and D. E. Barton. "A Test for A Birth-Order Effects," *Ann. Hum. Gen.,* 22 (1958), 250-257.

T68. Freund. J. E., ad A. R. Ansari, "Two-way Rank-Sum Variances," Technical Report Number 34, Blackburg, Va.: Virginia Polythecnic Institute, 1957.

T69. Moses. L. E., "Rank Tests of Dispersio," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 973-983.

T70. Shorack. G. R., "Testing and Estimation Ratio of Scale Parameters," *J. Amer. Statist. Assoc.* 64 (1969), 999-1013.

T71. Hollander M., "Certain Un-Correlated Nonparametric Test Statistics," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 63 (1968) 707-714.

T72. Lehmann. E. L., "Consistency and Unbiasedness of Certain Non-Parametric Tests," *Ann. Math. Statist.,* 22 (1951), 165-179.

T73. Box. G. E. P., "Non-Normality and Tests on Variances," *Biometrika,* 40 (1953), 318-335.

T74. Box, G. E. P., and S. L. Andersen, "Permutation Theory in the Derivation of Robust Criteria and the Study of Departures of Assumption," *J. Roy. Statist, soc. Ser. B,* 17 (1955), 1-26.

T75. Capon. J., "Asymtotic Efficiency of Certain Locally Most Powerful Rank Tests," *Ann. Math. Statist.,* 32 (1961), 88-100.

T76. Crouse. C. F., "Note on Mood's Test," *Ann. Math. Statist.,* 35 (1964), 1825-1826.

T77. Deshpande, Jayant, V., and Kalpana Kusum," A Test for the Nonparametric Two-Sample Scale Problem," *Austral. J. Statist.,* 26 (1984), 16-24.

T78. Kamat. A. R., "A Two-Sample Distribution-Free Test," *Biometrika,* 43 (1956), 377-387.

T79. Klotz. J. H., "Nonparametric Tests for Scale," *Ann. Math. Statist.,* 33 (1962), 498-512.

T80. Levene. H., "Robust Tests for Equality of Variances," in *Contribution to Probability and Statistics, Oikin, et al. (*eds), Palo Alto, Calif: Stanford University Press, 1960, pp. 278-292.

T81. Nemenyi, P., "Variance: An Elementary Proof and A Nealy Distribution-Free Test," *Amer. Statist.,* 23 (December 1969), 35-37.

T82. Rhagavachari, M., "The Two-Sample Scale Problem When Locations Are Unknown," *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 1236-1242.

T83. Rosenbaum, S., "Tabels for a Nonparametric Test of Dispersion," *Ann. Math. Statist.,* 24 (1953), 663-668.

T84. Savage, I. R., "Contribution to Theory of Rank Order Statistics – The Two Sample Case," *Ann. Math. Statist.,* 27 (1956), 590-615.

T85. Shorack. G. R., "Nonparametric Tests and Estimation of Scale in Two-Sample Problem," Technical Report Number 10 (USPHS-STIGM 25-07), Statistics Department, Stanford University, 1965.

T86. Siegel S., and J. W. Tukey., "A Nonparametric Sum of Ranks Procedure for Relative Spread in Unpaired Samples," *J. Amer. Statist., Assoc.,* 55 (1960), 429-445, Errata, *Ibid.,* 56 (1961), 1005.

T87. Sukhatme. B. V., "A Two-Sample Distribution-Free Test For Comparing Variances, *Biometrika,* 45 (1958), 544-548.

T88. Taha. M. A. H., "Rank Test for Scale Parameter for Assymetrical One-Sided Distributions," *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris.,* 13 (1964), 169-180.

T89. Tiku. M. L., "Robust Statistics for Testing Equality of Means or Variances," *Communic. In statist. – Theory and Methods,* 11 (1982), 2543-2558.

T90. Ulrich, Gary and Richard Einsporn," A Comparison of Nonparametric Tests for Shift in Scale," *Proc. Amer. Statist. Assoc. Statist. Computing.,* (1985), 242-245.

T91. Laubscher Nico, F., F. E. Steffens and Elsie M. Delange,"Exact Critical Value for Mood's distribution-Free Test Statistcis for Dispersion and Its Normal Approximation," *Technometrics,* 10 (1968), 497-507.

T92. Mielke. P. W., Jr., "Note on Some Squared Rank Test With Existing Ties," *Technometrics,* 9 (1967), 312-314.

T93. Basu. A. P., and G. Woodworth., "A Note on Nonparametric Tets for Scale," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 274-277.

T94. Puri. M. L., "On Some Tests of Homogenity of variances," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 17 (1965), 323-330.

T95. Duran B. S., "A Survey of Nonparametric Tests for Scale," *Communic. In statist.,* --- Theory and Methods, 5 (1976), 1287-1312.

T96. Sukhatme. B. V., "On Certain Two Sample Nonparametric Tests for Variance," *Ann. Math. Statist.,* 28 (1957), 188-194.

T97. David. F. N., "A Note on Wilcoxon's and Alliend Tests," *Biometrika, 43 (1956),* 485-488.

T98. Duran. B. S., and P. W. Mielke. Jr., "Robustness of the Sum of Squared Rank Tests," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 63 (1968), 338-344.

T99. Gibbons. J. D., "Correlation Coefficients between Nonparametric Tests for Location and Scale," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 19 (1967), 519-526.

T100. Goria. M. N., "Some Locally Most Powerful Generalized Rank Tests," *Biometrika,* 67 (1980), 297-500.

T101. Goria M. N., "A Survey for Two-Sample Location-Scale Problem, asymptotic Relative Effeciency of Some Rank Tests," *Statist. Neverland.,* 36 (1982), 3-13.

T102. Goria M. N., and Dana Vorlickova,"On the Asymptotic Properties of Rank Statistics for the Two-Sample Locations and Scale Problem," Aplikace Matematiky, 30 (1985), 425-434.

T103. Lepage, Y., "A Combination of Wilcoxon's and Ansari-Bradley's Statictics," *Biometrica,* 58 (1971), 213-217.

T104. Noether Gottfried E., "Use of the Range Instead of the Standard Deviation," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 59 (1955), 1040-1055.

T105. Penfield, Douglas, A., "A Comparison of Some Nonparametric Tests for Scale," paper presented at the annual meeting of the American Educational Researh Association, Chicago, April 1972.

T106. Penfield, Douglas A., and Stephen L. Koffler, "A Comparison of some K-sample Nonparametric Tests for Scale," paper presented at the annual meeting of the American Educational Researh Association, Chicago, April 1974.

T107. Puri. M. L., "Multi-Scale Scale Problem: Unknown Location of Parameters," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 20 (1968), 99-106.

T108. Randles, R. H., and R. V. Hogg,"Certain Uncorrelated and Independent Rank Statistics," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 66 (1971), 569-574.

T109. Sen. P. K., "On Wieghted Rank-Sum Tests for Dispersion," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 15 (1963), 117-1735.

T110. Van Eeden, C., "Note on the Consistency of Some Distribution-Free Tests for Dispersion," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 59 (1964), 105-119.

T111. Wilks. S. S., "Statistical Prediction With Special Reference to the Problem of Torelance Limits," *Ann. Math. Statist.,* 13 (1942), 400-409.

T112. Koehar, Subhash C., amd R. P. Gupta., "Some Competitors of the Mood Test for the Two-Sample Scale Problem," *Communic. In Statist. – theory and Methods,* 15 (1986), 231-239.

T113. Tiku M. L., and N. Balakrishnan, "Testing Equality of Population Variances the Robust Way," Communic, In Statist – Theory and Methods, 13 (1984), 2143-2159.

T114. Vegelius, Jan, "A Note on the Tie Problem for the Siegel-Tukey's Nonparametric Dispersion Test," *Bull. Appl. Statist.,* 9 (1982), 19-23.

T115. Wald. A., and J. Wolfowitz, "On a Test Whether Two Samples are from The Same Population," *Ann. Math. Statist.,* 11 (1940), 147-162.

T116. Smith. K., "Distribution-Free Statistical Methods and The Concept of Power Efficiency," in *Research Methods in the Behavioral Sciences,* L. Festinger and D. Katz (eds.), New York: Dryden, pp. 536-577.

T117. Blumenthal, Saul, "The Asymptotic Normality of Two Test Statistics Associated with the Two Sample Problem," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 1513-1523.

T118. Noether. G. E., "Asymptotic Properties of the Wald-Wolfowitz Test of Randomness," *Ann. Math. Statist.,* 21 (1950), 231-246.

T119. Hollander. M., "A Nonparametric Test for Two Sample Problem," *Psychometrica,* 28 (1963), 395-403.

T120. Moses. L. E., "A Two Sample Test," Psychometrica, 17 (1952), 239-247.

T121. Arnold. J. C., and T. S. Briley., "A Distribution-Free Test for Extreme Reactions," *Educ. Psychol. Measurements.,* 33 (1973), 301-309.

T122. Fisher. R. A, "Statistical Methods for Research Worker, fifth edition," Edinburgh: Oliver and Boyd, 1934.

T123. Fisher. R. S, "The Logic of Inductive Inference," *J. Roy. Statist. Soc. Ser. A,* 98 (1935), 39-54.

T124. Irwin. J. O., "Tests of Significances for Differences Between Precentages Based on Small Numbers," *Metron,* 12 (1935), 83-94

T125. Yates, F., "Contingency Tabels Involving Small Numbers and Chi Square Test," *J. Roy. Statist. Soc. Suppl.,* 1 (1934), 217-235.

T126. Finney. D. J., "The Fisher-Yates Test of Significance of 2x2 Contingency Tabels," *Biometrika,* 35 (1948), 145-146.

T127. Latscha, R., "Tests of Significance in a 2x2 Contingency Tabel: Extension of Finney's Tabel," *Biometrika,* 40 (1955), 74-86.

T128. Mainland, D., and M. I. Sutcliffe,"Statistical Methods in Medical Research. H. Sample sizes in Experiments Involving All-or None Responses," *Can. J. Med. Sci.,* 31 (1953), 406-416.

T129. Bennelt. B. M., and P. Hsu., "On The Power Functions of the Exact Test For 2x2 Contingency Tabel," *Biometrika,* 47 (1960), 393-398. Correction, *Ibid.,* 48 (1961), 475.

T130. Sillito. S. P., "Note on Approximations to the Power Function of the 2x2 Comparative Trial," *Biometrika,* 36 (1949), 347-352.

T131. Gail, Mitchell, and John J. Gart, "The Determination of Sample Sizes for Use with the Exact Conditional Tests in 2x2 Comparative Trials," *Biometrics,* 29 (1973), 441-448.

T132. Barnard. G. A., "A New Test for 2 x 2 Tabels," *Nature,* 156 (1945), 177.

T133. Barnard. G. A., "A New Test for 2 x 2 Tabels," *Nature,* 156 (1945), 783-784.

T134. Barnard. G. A., "Significance Tests for 2 x 2 Tabels," *Biometrika,* 34 (1947), 123-138.

T135. Fisher, R. A., ""A New Test for 2 x 2 Tabels," *Nature,* 156 (1945), 388.

T136. Pearson, E. S., "The Choice of Statistical Tests Illustrated on the Interpretation of Data Classed in a 2x2 Tabel," *Biometrica,* 34 (1947), 139-167.

T137. Sweetland, A., "A Comparison of the Chi Square Test for 1 df and the Fisher Exact Test," Santa Monica, California:Rand Corporation, 1972.

T138. Overall, John,"Continuity Correlation for Fisher's exact Probability Tests," *J. Educ. Statist.,* 5 (1980), 179-190.

T139. Carr, Wendell E., "Fisher's Exact Test Extended to More Than Two Sample of Equal Size," *Technometrics,* 22 (1980), 269-270.

T140. Carr, Wendell E., "An Exciting Alternative to Fisher's Exact Test for Two Proportions," *J. Quality Technol.,* 17 (July 1985), 128-133.

T141. Gibbons, Jean Dickinson, Ingram Olkin, and Milton Sobel, *Selecting and Ordering Populations: A New Statistical Methodology,* New York: Wiley, 1977.

T142. Neave, Henry R., "A New Look at an Old Test," *Bull. Appl. Statist.,* 9 (1982), 165-178.

T143. Dupont, William D., "Sensitivity of Fisher's Exact Test to Minor Pesturbation in 2 x 2 Contingency Tabels," *Statist. Med.,* 5 (1986), 629-635

T144. Sokal, Robert R., and F. James Rohfl, "Biometry, second edition, San Fransisco: W. H. Freeman, 1981.

T145. Dinneen, L. C., and B. C. Blakesley," A Generator for The Sampling Distibution of the Mann-Whitney U Statistic," *Appl. Statist.,* 22 (1973), 269-273.

T146. Jung, Steven M., Dewey Lipe, and Thomas J. Quirk, "An Alternation of Program U Test to Determine The Direction of Group Differences for the Mann-Whitney U Test," *Educ. Physicol. Measurements.,* 31 (1971), 269-273.

T147. Odeh R. E., "Generalized Mann-Whitney U Statistics," *Appl. Statist.,* 21 (1972), 348-351.

T148. Larsen, S. Olesen, "APL Programs for p-values in Wilcoxon's One-Sample and Two-Sample Tests," *Computer, Prog. In Biomed.,* J2 (1980), 42-44.

T149. Kummer G., "Formulas for the Computation of the Wilcoxon Test and Other Rank Statistics," *Biometrical,* J., 23 (1981), 237-243.

T150. Harding. E. F., "An Efficient Minimal-Storage Procedure for Calculating the Mann-Whitney U, Generalized U and Similar Distribution," *Appl. Statist.,* 33 (1984), 1-6.

T151. Schuster, E., "A Comparison of Algorithms for the Computation of Mann-Whitney Test," *Biometrical J.,* 27 (1985), 405-410.

T152. Dinneen, L. C., and B. C. Blaskesley, "A Generator for the Null Distribution of the Ansari-Bradley W Statistics," *Appl. Statist.,* 25 (1976), 75-81.

T153. Youngman, Grant H., and Wayne W. Daniel, "Calculation of Mood's Dispersion Test Statistic Using Mielke's Adjustment for Ties," *Behav. Res. Method Instrum.,* 8 (1976), 469.

T154. Gregory, R. J., "Fortran Computer Program for Fisher Exact Probability Test," *Educ. Psychol. Measurements.,* 33 (1973). 697-700.

T155. Robertson, W. H., "Programming Fisher Exact Method of Comparing Two Precentages," *Technometrics,* 2 (1960), 103-107.

T156. Berry, Kenneth J., and Paul W. Mielke Jr., "A Rapide FORTRAN subroutine for the Fisher Exact Probability Test," *Educ. Psychol. Measurements.,* 43 (1983), 167-171.

T157. Berry, Kenneth J., and Paul W. Mielke Jr., "Subroutines for Computing Exact Chi-Square and Fisher's Exact Probability Test," *Educ. Psychol. Measurements.,* 45 (1985), 153-159.

T158. Berry, Kenneth J., and Paul W. Mielke Jr., "Exact Chi-Square and Fisher's Exact Probability Test for 3 by 2 Cross-Classification Tabels," *Educ. Psychol. Measurements.,* 47 (1987), 631-636.

T159. Mehta, Cyrus R., and Nitin R. Patel,"A Network Algorithm for Performing Fisher's Exact Test in r x c Contingency Tabels," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 78 (1983), 427-434.

T160. Mehta, Cyrus R., and Nitin R. Patel, "FEXACT: A FORTRAN Subroutine for Fisher's Exact Test on Unordered r x c Contingency Tabels," *ACM Transac. Math. Software,* 12 (1986), 154-161.

T161. Edgington E. S., T. Taerum, F. Pysh, A. R. Strain, "Computer Program for a Randomization Test of a Difference between Independent Groups," *Behav. Res. Methods Instrum.,* 6 (1974), 352-353.

T162. Harlow, D. N., and J. Lowry, "Program for Pitman's Randomization Test for Two Independent Samples," *Behav. Sci.,* 15 (1970), 206.

T163. Edgington, E. S., and A. R. Strain, "Randomization Tests --- Computer Time Requirements," *J. Psychol.,* 85 (1973), 89-95.

E1. Russell, Richard O., Jr., David Hunt, and Charles E. Rackley, "Left Ventricular Hemodynamics in Anterior and Inferior Myocardial Infarction," *Amer. J. Cardiol.,* 32 (1973), 8-16.

E2. Taylor, William H., "Correlations Between Lenght of Stay In the John Corps and Reading Ability of the Corpsmen," *J. Employment Counseling,* 9 (1972), 78-85.

E3. Newmark, Charles S., William Hetzel, Lilly Walker, Steven Holstein, and Martin Finsklestein, "Predictive Validity, of the Roschach Prognostic Rating Scale with Behavior Modification Techniques," *J. Clin. Psychol.,* 29 (1973), 246-248.

E4. West, Joyce A., "Auditory Comprehension in Aphasic Adults: Improvement Through Training," Arch. Phys. Med. Rehabil., 54 (1973), 78-86.

E5. Ressl, Jm., Kubis, P. Lukl, J. Vykydal, and J. Weinberg, "Resting Hyperventilation in Adults with Atrial Septal Defect, " *Br. Heart. J.,* 31 (1969), 118-121.

E6. Davidson Mayer B., stuart Green, and John H. Menkes, "Normal Glukose, Insulin and Growth Hormone Responses to Oral Glukose in Huntington's Disease," *J. Lab. Clin. Med.,* 84 (1974), 807-812.

E7. Christiansen, Claus, Paul Rodbro, and Ole Sjo, "Anticonvulsant Action of Vitamin D in Epileptic Patients? A Controlled Pilot Study," *Br. Med. J.,* 5913 (1974), 258-293.

E8. Gordon, Richard F., Moosa Najmi, Benedict Kingsley, Bernard. L. Segal, and Joseph W. Linhart, "Spectroanalytic Evaluations of Aortic Prosthetic Valves," *Chest,* 66 (1974), 44-49.

E9. Reimer, Keith A., Margaret M, Rasmussen, and Robert B. Jennings,"Redution by Propanolol of Myocardial Necrosis Following Temporary Coronary Artery Occlusion in Dogs," *Cirs. Res.,* 33 (1973), 353-363.

E10. Boullin, David J., and Robert A, O'Brien, "Uptake and Loss of C-dopamine by Platelets from Children with Infatile Autism," *j. Autism Child Schizophrenia,* 2 (1972), 67-74.

E11. Branchog, Ingemar, Jack Kuiti, and Alexander Weinfeld, "Platelet Survival and Platelet Production in Idiopathic Thrombocytopenic Purpura," *Br. J. Haemasol.,* 27 (1974), 127-143.

E12. Aronow, Wilbert S, Phillip R. Harding, Mohammed Khursheed, Jack, S. Vangrow, Nicholas P. Papageorge's and James Mays, "Effect of Halofenate on Serum Lipids," *Clin. Pharmacol. Ther.,* 14 (1973), 358-365.

E13. Hansen, Aage Prange, "Abnormal Serum Growth Hormone Response to Exercise in Maturity Onset Diabetes," *Diabetes,* 22 (1973) 619-628.

E14, Cabasso, V. J., M. B. Dobkin, R E, Roby, and A. H Hammar, "Antibody Response to a Human Diploid Cell Rabies Vaccine," *Appl. Microbiol., 27 (1974),* 553-561.

E15. Burg, R. Von, and Hussain Rustam, "Electrophysiological Investigation of Methylmercury Intoxication in Humans. Evaluation of Peripheral Nerve by Conduction Velocity and Electromyography," *Electroencephalog. Clin. Neurophysiol.,* 37 (1974), 381-392.

E16. Skerfving, S., K. Hansson, C. Mangs, J. Lindsten, and N. Ryman, "Methyl-Mercury Induced Chromosome Damage in Man," *Environ. Res.,* 7 (1974), 83-98.

E17. Almy, Timothy A., "Residential Location and Electrocal Cohesion: The Pattern of Urban Political Conflict," *Amer. Polit. Sci. Rev.,* 67 (1973), 914-923.

E18. Williams, Redford B., jr., Chase P. Kimball, and Harold N. Williard, "The Influence of Interpersonal Interaction on Diastolic Blood Pressure," *Psychosom. Med.,* 34 (1972), 194-198.

E19. Gill, Frank B., and Bertram G. Murray J., "Discrimination Behavior and Hybridization of the Blue-Winged and Golden-Winged Warblers," *Evolution,* 26 (1972), 282-293.

E20. McGuffin, William L., Barry M. Sherman, Jesse Roth, Phillip Gorden, C. Ronald Khan, William C. Roberts, and Peter L. Frommer, :Acromegaly and Cardiovascular Disorders, " *Ann. Intern. Med.,* 81 (1974), 11-18.

E21. Cassell, Kenneth, Kenneth Shaw, and Gerald Stern, "A Computerized Tracking Techniques for the Assesments of Parkinsonian Motor disabilities," *Brain,* 96 (1973), 815-826.

E22. Artifial Data Simulating Result of a real experiment.

E23. Keyvan-Larijani, Hossein, and Alf M. Tannenberg, "Methanol Intoxication, Comparison of Peritoneal Dialysis and Hemodalysis," *Arch. Intern. Med.,* 134 (1974) 293-296.

E24. Seppala, Markku, Ilkka Aho, Anja Tissari, and Erkki Ruoslahti, "Radio-Immunoassay of Oxytoxin in Amniotic Fluid, Fetal Urine, and Meconium during Late Pregnancy and Delivery, "*Amer. J. Obstet. Gynecol.,* 114(1972), 788-795.

E25. Griffiths, Ellis, "Negative Effect of Fungicide in Coffee," *Trop. Sci.,* 14 (1972), 79-89.

E26. Garrod. J. W., P Jenner, G. R. Keysell, and B. R. Mikhael, "Oxidative Metabolism of Nicotine by Ciggarate smokers With Cancer of Urinary Bladder," *J. Natl. Cancer Inst.,* 52 (1974), 1421-1924.

E27. O'Neill, Thomas, J., Lawrence. M. Tierney, Jr., Ronald J. Proulx, "Heparin Lock-Induced Alterations in the Activated Partial Thromboplastin Time," *J. Amer. Med. Assoc.,* 227 (1974), 1297-1298.

E28. Princi, Frank, and Erving F. Geever, "Prolonged Inhalation of Cadmium," *Arch. Ind. Hyg. Occup. Med.,* 1 (1950), 651, 661.

E29. Singh. Udai P., and Tapeshwar Prasad, "Self-Esteem. Social-Esteem and Conformity Behaviour," *Psychologia.* 16 (1973), 61-68.

E30. Jamuar, K. K., and S. Singh, "Adaptation in Hindi of Maslow's Security – Insecurity Inventory," *Psychologia,* 16 (1973), 214-217.

E31. Hoffman, Helmut, and Douglas N. Jackson, "Differential Personality Inventory for Male and Female Alcoholics," *Psychol,* Rep., 34 (1974), 21-22.

E32. Jackson, D. N., "Differential Personality Inventory," London, Ontario: Author, 1972

B A B 4

PROSEDUR YANG MEMANFAATKAN DATA DARI DUA SAMPEL TERKAIT

Bab 3 memperkenalkan beberapa prosedur untuk membuat kesimpulan tentang populasi berdasarkan data dari dua sampel independen. Bab ini dikhususkan untuk prosedur pengujian hipotesis dan pembangunan selang kepercayaan ketika data berasal dari dua sampel terkait. Data jenis ini dapat timbul dari berbagai situasi. Salah satu contoh yang paling umum adalah "sebelum dan sesudah" atau "pre- dan post-test" percobaan di mana pengukuran dilakukan pada subjek yang sama baik sebelum dan setelah mereka telah diberi beberapa perlakuan intervensi atau manipulasi eksperimental. Sebagai contoh, subyek obesitas ditimbang sebelum dan setelah periode diet akan menghasilkan dua sampel yang berhubungan dari pengamatan. Kedua sampel terkait dalam arti bahwa mereka terdiri dari pengukuran yang dilakukan pada subjek yang sama.

Kita dapat menghasilkan sampel terkait dengan pasangan subyek atas dasar karakteristik tertentu. Salah satu anggota dari masing-masing pasangan menerima satu perlakuan, sedangkan anggota lainnya menerima perlakuan yang berbeda. Salah satu "perlakuan" mungkin tidak ada perlakuan sama sekali, atau *placebo* - yaitu, salah satu anggota masing-masing pasangan dapat berfungsi sebagai kontrol. Tujuan dari pencocokan adalah untuk membuat setiap pasangan subjek semirip mungkin sehubungan dengan variabel asing yang dapat mempengaruhi hasil percobaan. Anggaplah, misalnya, bahwa seorang peneliti ingin menilai efek dari beberapa obat pada waktu reaksi terhadap rangsangan tertentu. Minimal, peneliti akan ingin mencocokkan subyek atas dasar usia, karena itu variabel yang mungkin memiliki efek pada waktu reaksi.

Pasangan alami, seperti manusia kembar atau saudara kandung dan pasangan sampah binatang, mungkin tersedia bagi peneliti. Jika penggunaan pasangan alami tersebut tidak layak, subjek harus disesuaikan secara saksama pada banyak variabel yang relevan sebagaimana prakteknya. Industri sering mendapatkan sampel yang dipasangkan dengan membagi spesimen bahan setengah jadi dan secara acak menugaskan sebagian setengah yang lain untuk satu perlakuan dan setengah lainnya perlakuan lain. Sebagai contoh, produsen deterjen dapat seragam spesimen tanah dari kain, memotong mereka dalam setengah, dan secara acak menetapkan satu setengah dari setiap spesimen untuk pencucian dengan satu deterjen dan setengah lainnya untuk pencucian dengan deterjen lainnya.

Variabel yang menarik dalam analisis dua sampel terkait adalah perbedaan antara dua pengukuran dalam pasangan. Jika pengukuran dalam pasangan sampel cukup berbeda, peneliti dapat menyimpulkan bahwa dua perlakuan memiliki efek yang berbeda atau bahwa satu perlakuan lebih efektif daripada yang lain atau tanpa perlakuan, sebagai kemungkinan kasus. Bab ini mencakup prosedur untuk pengujian hipotesis dari tidak ada efek perlakuan atau tidak ada perbedaan dalam perlakuan, serta prosedur untuk membangun selang kepercayaan untuk selisih median antara pasangan pengukuran. Juga disajikan adalah prosedur pengujian hipotesis yang sesuai ketika data terdiri dari frekuensi daripada variabel yang diukur.

4.1

TATA CARA PENGUJIAN HIPOTESIS TENTANG PARAMETER LOKASI

Bagian ini menyajikan beberapa prosedur untuk menguji hipotesis nol dari tidak ada perbedaan dalam efek perlakuan ketika kita membandingkan dua perlakuan. Juga disajikan bahwa prosedur untuk menguji hipotesis ada efek perlakuan ketika kita membandingkan perlakuan tunggal dengan *plasebo*, atau tanpa perlakuan sama sekali. Tes ini sering kali disebut tes perbandingan berpasangan ketika data terdiri dari dua sampel terkait dari pengukuran.

Kita biasanya menggunakan uji t untuk data berpasangan ketika prosedur inferensial parametrik adalah tepat. Kita mendapatkan perbedaan antara setiap pasangan pengukuran dan menganalisis sampel yang dihasilkan dari perbedaan. Kita tertarik, maka, untuk mengetahui apakah kita dapat menyimpulkan bahwa perbedaan rata-rata secara signifikan berbeda dari nol Ketika uji t tidak tepat, kita dapat menggunakan salah satu dari analog nonparametrik bagian ini. Kita mencari alternatif untuk uji t jika asumsi yang mendasari penggunaannya tidak terpenuhi, jika skala pengukuran yang digunakan adalah setidaknya selang, atau jika kita membutuhkan hasil terburu-buru dan prosedur dieksekusi lebih cepat tersedia.

Tes pertama dipertimbangkan adalah uji tanda, yang disajikan dalam Bab 2 sebagai prosedur inferensial untuk digunakan dengan data dari sampel tunggal. Kita dapat dengan mudah menyesuaikan tes tersebut untuk kasus di mana data terdiri dari pengukuran dari dua sampel terkait.

UJI TANDA UNTUK DUA SAMPEL BERHUBUNGAN

Uji tanda untuk dua sampel terkait sangat berguna jika skala pengukuran hanya ordinal, sehingga dalam setiap pasangan pengukuran kita dapat menentukan apakah hanya satu lebih besar dari yang lain dan, jika demikian, yang mana yang lebih besar. Jika kita mengukur data pada skala yang lebih kuat, kita mungkin dapat menggunakan tes yang lebih kuat.

Karena prosedur pengujian hipotesis dan dasar pemikiran untuk kasus dua sampel terkait adalah sama dengan yang untuk kasus sampel tunggal yang dibahas dalam Bab 2, diskusi di sini akan agak disingkat. Mungkin akan membantu untuk membaca ulang pembahasan uji tanda dalam Bab 2 sebelum membaca bagian ini.

Asumsi

A. Data terdiri dari sampel acak dari pasangan n pengukuran (X_1, Y_1), (X_2, Y_2), ..., (X_n, Y_n), di mana setiap pasangan pengukuran diambil pada subjek yang sama atau subjek yang telah dipasangkan sehubungan dengan satu atau lebih variabel. Variabel yang menarik adalah $X_i - Y_i = D_i$, perbedaan antara pasangan pengukuran. Parameter yang mana yang kita buat kesimpulan adalah M_D, median populasi dari perbedaan antara pasangan pengukuran.

B. Pasangan pengukuran adalah independen.

C. Skala pengukuran setidaknya ordinal dalam masing-masing pasangan, sehingga seseorang dapat menentukan mana dari dua anggota lebih besar (kecuali mereka adalah sama).

D. Variabel yang diteliti adalah kontinu.

Hipotesis

A. (Dua sisi)

$H_0: M_D = 0$

$H_1: M_D \neq 0$

B. (Satu sisi)

$H_0: M_D \leq 0$

$H_1: M_D > 0$

C. (Satu sisi)

$H_0: M_D \geq 0$

$H_1: M_D < 0$

Statistik Uji

Untuk setiap pasangan (X_i, Y_i) mencatat tanda perbedaan diperoleh dengan mengurangkan Y_i dengan X_i. Dengan kata lain, mencatat tambah jika X_i - $Y_i > 0$, dan mencatat kurang jika X_i - $Y_i <0$. Jika ikatan terjadi, yaitu jika $X_i = Y_i$ untuk setiap pasangan-pasangan yang menghilangkan dari analisis dan mengurangi n yang bersesuaian.

A. Jika H0 benar, kita memperkirakan bahwa perbedaan sampel yang termasuk sekitar sebanyak tanda tambah sebagai tanda dikurangi. Entah jumlah yang cukup kecil ditambah tanda-tanda atau jumlah yang cukup kecil dari tanda-tanda dikurangi menyebabkan kita menolak H_0. Statistik uji untuk hipotesis ini, kemudian, adalah jumlah tanda tambah atau jumlah tanda kurang, yang lebih kecil.

B. Karena sejumlah angka yang cukup kecil dari tanda kurang menyebabkan kita menolak H0, statistik uji untuk hipotesis ini adalah banyaknya tanda kurang.

C. Sejumlah angka yang cukup kecil tanda tambah menyebabkan kita menolak H_0; sebagai konsekuensi yang paling sering uji statistik adalah jumlah tanda tambah.

Aturan Keputusan

Kita bisa menyatakan hipotesis dalam hal probabilitas plus dan minus tanda-tanda.

A. $H_0 : P (+) = P (-) = 0{,}50$, $H_1 : P (+) \neq P (-) \neq 0.50$

B. $H_0 : P (+) < P (-)$, $H_1 : P (+) > P (-)$

C. $H_0 : P (+) > P (-)$, $H_1 : P (+) < P (-)$

Kita melihat lagi bahwa uji tanda adalah kasus khusus dari uji binomial (dibahas dalam Bab 2) di mana kita uji $H_0 : p = 0{,}50$ terhadap alternatif yang tepat. Apakah kita menolak H_0 atau tidak tergantung pada besarnya

$$P (K \leq k \mid n, 0.50) \tag{4.1}$$

dimana K adalah variabel acak (jumlah tanda-tanda penting di bawah H0), k adalah nilai yang diamati dari statistik uji, dan n adalah ukuran sampel yang efektif. Pembaca mungkin mengenali ini sebagai Persamaan 2.1. Kita mengevaluasi Persamaan 4.1 dengan mengacu pada Tabel A.1. Aturan keputusan spesifik untuk tiga hipotesis adalah sebagai berikut:

A. (Dua sisi) : Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika

$P (K \leq k \mid n, 0.50) \leq \alpha / 2$.

B, C. (Satu sisi) : Tolak H0 pada tingkat signifikansi α jika

$P (K \leq k \mid n, 0.50) < \alpha$

Contoh 4.1

Latane dan Cappell (El) mempelajari efek dari kebersamaan pada detak jantung pada tikus. Mereka mencatat detak jantung dari 10 tikus sementara mereka sendiri dan sementara di hadapan tikus lain. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 4.1. Para penulis, yang menggunakan pada pengujian dengan data, mampu menyimpulkan pada tingkat signifikansi 0,05 bahwa kebersamaan pada tikus meningkatkan denyut jantung. Mari kita lihat apakah kita dapat mencapai kesimpulan yang sama dengan menggunakan uji tanda. Biarkan $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 4.1

Denyut jantung, denyut per menit, dari 10 tikus sendiri dan di hadapan tikus lain

Tikus	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sendiri (X)	463	462	462	456	450	426	418	415	409	402
Bersama (Y)	523	494	461	535	476	454	448	408	470	437

Sumber : F. F. Hall, C.R. Ratliff, T. Hayawaka, T. W. Culp, and N. C. Hightower, "Substrate Differentiatioan of Human Pancreatic and Salivary Alpha-Amylases, " Amer.J.Dig.Dis, 15 (1970), 1031-1038

Hipotesis

$H_0 : M_D \geq 0$ atau $P(+) > P(-)$

$H_1 : M_D < 0$ atau $P(+) < P(-)$

Statistik Uji

Perbedaan antara sendirian dan bersama-sama detak jantung dan tanda-tanda mereka tampak pada Tabel 4.2. Nilai statistik uji adalah 2, jumlah tanda plus.

TABEL 4.2

Sendiri dan bersama-sama detak jantung, perbedaan, dan tanda-tanda perbedaan untuk data Tabel 4.1

Sendiri (X)	463	462	462	456	450	426	418	415	409	402
Bersama (Y)	523	494	461	535	476	454	448	408	470	437
Perbedaan (X_i - Y_i)	-60	-32	+ 1	-79	-26	-28	-30	+ 7	-61	-35
Tanda Perbedaan	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-

Keputusan

Tabel 4.1 mengungkapkan bahwa $P(K < 2 \mid 10, 0.50) = 0{,}0547$. Uji tanda tidak cukup memungkinkan kita untuk menolak H0 pada tingkat 0,05, seperti yang dilakukan uji t. P-value untuk contoh ini adalah 0,0547.

Efisiensi Power

Untuk pembahasan tentang kekuatan-efisiensi uji tanda, lihat Bab 2.

BACAAN LANJUTAN

Bennett (Tl) mengusulkan perpanjangan asimtotik nonparametrik uji tanda untuk menguji median dari distribusi multivariat. Sifat kekuatan uji Bennett telah dipelajari oleh Bhattacharyya (T2). Krauth (T3) telah menunjukkan bahwa uji tanda sepihak yang diusulkan oleh Putter (T4) adalah asimtotik, uji seragam yang paling kuat. Chatterjee (T5) telah mengusulkan uji tanda distribusi bebas untuk menguji bahwa beberapa pasang independen variabel acak telah ditentukan oleh lokasi. Tes tanda untuk simetri dan uji tanda berurutan dibahas oleh Gastwirt (T6) dan Groeneve (T7), masing-masing.

LATIHAN

4.1 G. Van Duijn (E2) mempelajari pengaruh clonazepam pada kejang kobalt-diinduksi fokus pada kucing waspada. Sebelum dan sesudah pemberian clonazepam, ia mencatat aktivitas paroksismal fokus sebagai rata-rata per detik dengan spikes/10 detik rekaman. Tabel 4.3 menunjukkan hasil ini bagian dari percobaan. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa clonazepam menurun fokus spiking? Biarkan $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai P?

TABEL 4.3 Pengaruh clonazepam pada paku fokus diproduksi oleh kobalt

Kucing	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sebelum(X)	2.7	42	3.3	5.3	4.2	3.5	6.5	4.8	3.7	7.1
Sesudah(V)	4.5	2.6	1.4	2.5	2.5	2.3	3.0	2.6	1.9	0.4

Sumber: H. Van Duijn, "Keunggulan Clonazepam atas Diazepam di Experimental Epilepsi." Epilepsia. 14 (1973). 195-202.

4.2 H. Shani et al. (E3) mempelajari pengaruh fenobarbital pada fungsi hati pada pasien dengan Sindrom Dubin-Johnson. Tabel 4.4 menunjukkan total bilirubin dalam serum pasien sebelum dan setelah perlakuan dengan fenobarbital. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa fenobarbital mengurangi total tingkat bilirubin? Biarkan $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai P?

TABEL 4.4

Jumlah bilirubin, miligram per 100 ml, dalam serum pasien dengan Dubin-Johnson syndrome, sebelum dan sesudah perlakuan dengan fenobarbital

Patient	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Before (X)	40	3.2	3.8	1.8	3.0	5.3	5.7	3.0	2.7	2.9	2.8	1.8	2.6
After (y)	3.1	3.0	3.5	1.0	1.8	3.9	2.2	2.1	1.4	2.9	2.6	1.4	2.5

Sumber: Mordechai Shani. Url Seligsohn, dan Judith Ben-Ezzer, "Pengaruh fenobarbital pada Fungsi Hati pada Penderita Dubin-Johnson Syndrome," Gaslroenteroiogy. 67 (1974). 303-308; copyright 1974, Williams & Wilkins, Baltimore.

4.3 Smith dan Di Girolamo (L4) meneliti perubahan morfologi dalam sel lemak epididimis matang, tikus obesitas moderat selama penurunan berat badan dan massa jaringan adiposa. Tabel 4.5 menunjukkan bagian dari hasil mereka. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup pada tingkat signifikansi 0,05 menunjukkan bahwa penurunan berat badan mengurangi diameter sel-sel lemak?

TABEL 4.5

Rata-rata * diameter sel lemak, dalam mikrometer, dewasa, tikus cukup obesitas sebelum dan setelah pengurangan 20% berat badan dengan cukup makan

Bat	1	2	3	4	5	6
Before (X)	84.4	86.0	87.9	93.9	952	96.6
After (Y)	62.9	75.4	78.2	83.6	57.6	58.0
Rat	7	8	9	10	11	12
Before (X)	97.5	101.4	103.8	115.2	116.4	134.5
After (Y)	69.6	76.5	73.9	88.0	73.8	94.1

Sumber Jerry E. Smith, dan Mario Di Girolamo, "Pengaruh Pengurangan Berat di Rat pada epididimis Fat-Cell Ukuran dan Dispersi Relatif." Amer. J. Physiol., 227 (1974), 420-424.

* Berasal dari pengukuran diameter dalam 300 sel-sel lemak.

UJI RANKING BERTANDA MATCHED-PAIRS WILCOXON

Satu-satunya informasi yang uji tanda untuk menganalisis pengamatan dipasangkan menggunakan adalah apakah X lebih besar dari, lebih kecil dari, atau sama dengan Y. Jika skala pengukuran begitu lemah bahwa data mentah tidak memberikan informasi belaka, uji tanda mungkin tes terbaik untuk membuat kesimpulan berdasarkan data. Namun, jika data berisi informasi lebih lanjut, uji tanda mungkin bukan pilihan terbaik, karena pengorbanan informasi tambahan. Biasanya ketika kita menggunakan tes yang mengabaikan informasi yang tersedia, kita kehilangan kekuatan statistik. Apa yang kita butuhkan adalah tes yang menggunakan lebih dari informasi yang tersedia.

Uji ranking bertanda matched-pairs Wilcoxon (T8) memenuhi kebutuhan ini untuk kasus dua sampel yang bersangkutan pada saat skala pengukuran memungkinkan kita untuk menentukan tidak hanya apakah anggota dari sepasang pengamatan berbeda, tetapi juga besarnya perbedaan. Dalam kata lain, uji ranking bertanda berpasangan Wilcoxon adalah tepat ketika kita dapat menentukan jumlah perbedaan antara pasangan pengamatan Xi dan Yi serta arah perbedaan. Ketika kita dapat menentukan besaran perbedaan, kita dapat membuat peringkat mereka. Ini adalah melalui temuan peringkat perbedaan bahwa uji Wilcoxon memanfaatkan informasi tambahan.

Ingatlah bahwa dalam Bab 2 uji ranking bertanda berpasangan Wilcoxon digunakan sebagai tes median. Dalam aplikasi ini perbedaan antara pengamatan dipasangkan dianalisis, daripada perbedaan antara pengamatan tunggal dan median hipotesis.

Asumsi

A. Data untuk analisis berisi nilai n dari perbedaan $D_i = Y_i - X_i$. Setiap pasangan pengukuran (X_i, Y_i) diambil pada subjek yang sama atau pada subjek yang telah dipasangkan sehubungan dengan satu atau lebih variabel. Sampel (X_i , Y_i) pasang adalah acak..

B. Perbedaan mewakili pengamatan pada variabel acak kontinu.

C. Distribusi populasi perbedaan adalah simetris tentang rata-rata mereka, M_D.

D. Perbedaan independen.

E. Perbedaan diukur setidaknya dalam skala interval.

Hipotesis

A. (Dua sisi)

$H_0: M_D = 0$

$H_1: M_D \neq 0$

B. (Satu sisi)

$H_0: M_D \leq 0$

$H_1: M_D > 0$

C. (Satu sisi)

$H_0: M_D \geq 0$

$H_1: M_D < 0$

Statistik Uji

Prosedur untuk mendapatkan nilai numerik dari statistik uji adalah sebagai berikut:

A. Mendapatkan setiap perbedaan tertanda

$$D_i = Y_i - X_i \qquad \textbf{(4.2)}$$

B. Peringkat nilai absolut dari perbedaan-perbedaan ini dari terkecil hingga terbesar, yaitu, rank

$$|D_i| = |Y_i - X_i| \qquad \textbf{(4.3)}$$

C. Tetapkan ke masing-masing hasil dari paket jajaran tanda perbedaan yang nilai absolut menghasilkan peringkat itu.

D. Hitung

T_+ = jumlah dari barisan dengan tanda-tanda positif **(4.4)**

dan

T_- = jumlah dari barisan dengan tanda-tanda negatif **(4.5)**

T_+ atau T_- adalah statistik uji, tergantung pada hipotesis alternatif.

Kaitan

Ada dua jenis ikatan, satu atau keduanya mungkin terjadi pada pemberi situasi. Tipe pertama terjadi ketika $X_i = Y_i$, untuk sepasang tertentu. Kita menghilangkan dari analisis semua pasangan pengamatan memiliki $Di = Y_i - X_i = 0$ dan mengurangi n bersesuaian. Yang jenis lainnya terjadi keterkaitan ketika dua atau lebih nilai dari $|Di|$ sama. Untuk hubungan jenis ini, yang $|Di|$ menerima rata-rata peringkat yang seharusnya dapat dikenakan kepada mereka.

Aturan Keputusan

Jika H0 benar -yaitu, jika rata-rata populasi perbedaan adalah nol- kita berharap untuk menemukan di antara peringkat yang besar tentang banyak tanda-tanda positif sebagai tanda-tanda negatif. Demikian pula, di antara peringkat yang kecil, kita berharap untuk menemukan tentang perwakilan yang sama dari tanda-tanda positif dan negatif. Jadi jika H_0 benar, kita berharap jumlah dari barisan dengan tanda-tanda positif menjadi sekitar sama dengan jumlah dari peringkat dengan tanda-tanda negatif. Sebuah keberangkatan diamati cukup besar dari harapan ini membuat keraguan pada hipotesis nol. Aturan keputusan spesifik untuk tiga kemungkinan set hipotesis adalah sebagai berikut.

A. Entah nilai yang cukup kecil T_+ atau nilai yang cukup kecil $T\_$ akan menyebabkan penolakan H_0 bahwa median dari populasi berbeda sama dengan nol. Oleh karena itu uji statistik dalam hal ini adalah T_+ atau $T\_$, mana yang lebih kecil. Seperti dalam Bab 2, statistik uji akan disebut sebagai T, untuk penyederhanaan notasi ketika tes adalah dua sisi. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi jika dihitung T lebih kecil dari atau sama dengan tabulasi T untuk n dan terpilih $\alpha/2$ diberikan dalam Tabel A.3. Jika kita menolak H_0, kita menyimpulkan bahwa rata-rata perbedaan populasi tidak nol. Perhatikan implikasi praktis untuk bisa menolak atau tidak menolak hipotesis nol. Anggaplah, misalnya, bahwa pengamatan X yang diambil pada subjek sebelum menerima beberapa perlakuan, dan pengamatan Y yang dibuat setelah mereka menerima perlakuan. Menolak H_0 memungkinkan kita untuk menyimpulkan bahwa perlakuan memiliki efek. Jika kita tidak menolak H_0, kita menyimpulkan bahwa perlakuan mungkin tidak berpengaruh. Jika hasil data dari pengalaman percobaan dirancang untuk membandingkan dua perlakuan, menolak H_0 memungkinkan kita untuk menyimpulkan bahwa perlakuan memiliki efek yang berbeda.

B. Nilai Cukup kecil dari $T\_$ akan menyebabkan penolakan H_0 bahwa median dari perbedaan populasi sama dengan atau kurang dari nol. Kemudian kita harus menolak H_0 pada tingkat signifikansi $T\_$ jika kurang dari atau sama dengan tabulasi T untuk n dan terpilih (satu sisi) diberikan dalam Tabel A.3. Jika data yang dihasilkan oleh sebuah percobaan di mana dua perlakuan yang dibandingkan, menolak H_0 mengarah pada kesimpulan bahwa satu perlakuan lebih efektif daripada yang lain.

C. Nilai Cukup kecil T_+ akan menyebabkan penolakan H0 bahwa median dari populasi perbedaan lebih besar dari atau sama dengan nol. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi jika nilai yang dihitung dari T_+ kurang dari atau sama dengan tabulasi T untuk n dan terpilih (satu sisi) diberikan dalam Tabel A.3. Sekali lagi, jika data yang dihasilkan oleh sebuah percobaan di mana dua perlakuan yang dibandingkan, menolak H_0 memungkinkan kita untuk menyimpulkan bahwa satu perlakuan lebih efektif dari yang lain.

Contoh 4.2

Dickie et al. (E5) mempelajari perubahan hemodinamik pada pasien dengan tromboemboli paru akut. Tabel 4.6 menunjukkan tekanan arteri pulmonalis rata-rata dari sembilan pasien ini sebelum dan 24 jam setelah terapi urokinase. Kita ingin tahu apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa terapi urokinase menurunkan tekanan arteri pulmonalis. Biarkan $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 4.6

Rata-rata tekanan arteri pulmonalis, milimeter merkuri

Pasien	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 jam (X)	33	17	30	25	36	25	31	20	18
24 jam (Y)	21	17	22	13	33	20	19	13	9

Sumber: Kenneth J. Dickie. William J. de Groot, Robert N. Cooley, Ted P. Bond, dan M. Mason Guest, "Efek hemodinamik dari bolus Infus Urokinase di paru tromboemboli," Amer. Rev Pernafasan. Dis., 109 (1974), 48-56.

Hipotesis

$H_0 : M_D \geq 0$

$H_1 : M_D < 0$

Statistik Uji

Perhitungan uji statistik telah ditunjukan pada Tabel 4.7.

TABEL 4.7

Perhitungan statistik uji untuk Contoh 4.2

Sebelum terapi (X)	Setelah 24 jam (Y)	$D_i = Y_i - X_i$	Peringkat tertanda |Di|
33	21	-12	-7
17	17	0	omit
30	22	-8	-4
25	13	-12	-7
36	33	-3	-1
25	20	-5	-2
31	19	-12	-7

20	13	-7	-3
18	9	-9	-5
			C = 0

Keputusan

Tabel A.3 dengan n = 8 mengungkapkan bahwa kemungkinan mengamati nilai $T_+ = 0$, ketika H_0 benar, adalah 0,0039. Sejak 0,0039 kurang dari 0,05, kita menolak H_0. Jadi kita menyimpulkan bahwa rata-rata populasi perbedaan kurang dari nol dan karenanya bahwa terapi urokinase menurunkan tekanan arteri pulmonalis. Karena $T_+ = 0$, nilai P adalah 0,0039.

Pendekatan Sampel Besar

Bila n lebih besar dari 30, kita tidak dapat menggunakan Tabel A.3 untuk mendapatkan nilai kritis uji statistik. Untuk sampel lebih besar dari 20, kita dapat menghitung

$$z = \frac{\mathrm{T} - [\mathrm{n}(\mathrm{n}+1)/4}{\sqrt{\frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}+1)(2\mathrm{n}+1)}{24}}}$$

z didistribusikan mendekati distribusi normal standar. Tabel A.2 memberikan nilai-nilai kritis z.

Efisiensi Power

Aspek efisiensi daya dari uji Wilcoxon dibahas dalam Bab 2. Basu (T9), yang juga membahas uji Wilcoxon, menganggap sifat besar-sampel dari umum Wilcoxon-Mann-Whitney statistik. Buckle et al. (T10) dan Claypool dan Holbert (Til) membahas pendekatan untuk distribusi Wilcoxon, dan Hodges dan Lehmann (T12) membahas uji t Wilcoxon dan untuk pasangan yang cocok ketika data dari jenis tertentu. Hollander et al. (T13) mempertimbangkan ketahanan uji Wilcoxon bawah kondisi khusus tertentu. Jureckova (T14) membahas teorema sentral limit Wilcoxon proses statistik peringkat, dan Noether (T15) mempertimbangkan efisiensi dua-sampel statistik untuk blok acak.

BACAAN LANJUTAN

Lepage (T16) telah mengusulkan uji dua sampel yang menggabungkan uji Wilcoxon untuk lokasi dan uji Ansari-Bradley untuk dispersi. Dalam sebuah kertas kemudian (T17), ia menyajikan tabel titik kritis dan tingkat signifikansi untuk tes-nya. Hollander (T18) menganggap efisiensi asimtotik dari dua pesaing nonparametrik dari uji Wilcoxon dua sampel. Gehan (T19, T20) membahas tes Wilcoxon umum untuk digunakan dengan data tersensor. Ailing (T21) membahas penggunaan Wilcoxon dua statistik sampel dalam prosedur pengujian berurutan, dan Batu (T22) menganggap perilaku asimtotik dari probabilitas ekor ekstrim distribusi nol dari dua sampel Wilcoxon statistik. The Wilcoxon tes ini juga dibahas dalam Wilcoxon (T23) dan oleh Biihler (T24), Claypool (T25), dan Verdooren (T26).

Uji pengacakan untuk pasangan yang cocok juga tersedia, tetapi perhitungan untuk tes ini sangat membosankan dan memakan waktu, kecuali dengan sampel yang sangat kecil atau dengan bantuan komputer.

Kempthorne dan Doerfler (T27) membandingkan uji pengacakan dengan uji tanda dan uji Wilcoxon; mereka menyimpulkan bahwa tes pengacakan selalu lebih baik untuk dua lainnya David dan Kim (T28) menyarankan teknik pengacakan untuk menganalisis data yang cocok-berpasangan dimensi. Edgington (T29) menganggap masalah khusus menerapkan tes pengacakan sebagai pengganti untuk analisis kovarians atau korelasi parsial (T30). Untuk percobaan lain dari uji pengacakan, lihat Edgington (T31, T32), Cleroux (T33), Klauber (T34), dan Alf dan Abraham (T35). Walsh (T36, T37) telah mengusulkan tes lain yang sesuai untuk data berpasangan.

LATIHAN

4.4 Piggott et al. (E6) dipasangkan 10 psikotik dan 10 anak normal pada usia dan jenis kelamin. Mereka kemudian membandingkan subyek untuk perbedaan dalam aritmia sinus pernapasan dalam kondisi spontan dan 5 -, 10 -, dan 15 detik selang pernapasan. Mereka merekam tingkat jantung dan perubahan pernapasan secara bersamaan. Tabel 4.8 menunjukkan perbedaan dalam durasi kardiak fase acceleratory setelah awal inspirasi (psikotik dibandingkan dengan kontrol untuk respirasi ketiga). Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan antara anak-anak psikotik dan normal? Biarkan $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai P untuk tes ini?

TABEL 4.8

Durasi akselerasi jantung, detik, waktunya respirasi berarti tor 15 detik selang bernapas

Pasangan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Psychotic (X)	1.74	1.44	2.12	1.80	2.00	2.70	1.96	1.46	1.82	1.40
Kontrol (V)	2.46	1.88	2.38	1.94	2.14	1.60	1.96	1.82	1.80	1.84

Sumber: Leonard R. Plggctt, Albert F. Ax. Jacqueline L. Bamford. dan Joanne M. Fetzner, Respirasi Sinus Aritmia di psikotik Anak-anak, "psikofisiologi, 10 (1973), 401-414; copyright 1973. The Society for Psy-chophysiological Penelitian; dicetak ulang dengan izin dari penerbit.

4.5 Bhatia et al. (E7) melaporkan data yang ditunjukkan pada Tabel 4.9. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa perlakuan menurunkan indeks stroke pada pasien jenis ini? Biarkan $\alpha = 0{,}05$.

TABEL 4.9

Indeks stroke (ml / denyut / m²) dalam pra-dan pasca-studi perlakuan sirkulasi koroner di anemia berat kronis

Kasus	1	2	3	4	5	6	7	8
Sebelum perlakuan (X)	109	57	53	57	68	72	51	65
Sesudah perlakuan (*Y*)	56	44	55	40	62	46	49	41

Sumber: ML Bhatia, SC Manchanda, dan Sujoy Roy B., "Studi hemodinamik Koroner di Anemia berat kronis," dr. Jantung. J., 31 (1969). 365-374. Dicetak ulang dengan izin dari penulis dan editor.

4.6 Balai et al. (E8) melaporkan Lintner Soluble Starch (LSS) io Amilase Azure (AA) rasio ditunjukkan pada Tabel 4.10. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa air liur dan cairan duodenum LSS / AA rasio adalah, rata-rata, yang berbeda? Biarkan $\alpha = 0{,}05$. Tentukanlah nilai P untuk tes ini.

TABEL 4.10

Rasio LSS / AA untuk air liur dan cairan duodenum pada 11 pasien

Subjek	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**
Saliva **(X)**	0.78	0.86	0.82	1.10	0.71	1.00	0.65	0.85	0.64	0.86	0.70
Cairan Duodenal **(V)**	0.46	0.37	0.41	0.46	0.45	0.67	0.47	0.37	0.25	0.33	0.42

Sumber: F. F. Hall, C. R. Ratliff, T. Hayakawa. T. W. Culp, dan N. C. Hightower. "Substrat Diferensiasi Manusia Pankreas dan saliva Alpha-Amilase," Amer. J. Dig. Dis., 15 (1970). 1031-1038

4.2

LANGKAH PENGUJIAN SELANG KEPERCAYAAN UNTUK SELISIH NILAI TENGAH

Ketika tersedia data untuk analisis pengamatan berpasangan (X_i, Y_i), kita dapat menentukan selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah populasi, $D_i = (Y_i - X_i)$ (atau kita dapat mendefinisikan D_i sebagai $D_i = (X_i - Y_i)$. Bagian ini berhubungan dengan dua metode membangun selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah. Metode pertama yang dibahas adalah berdasarkan uji tanda, dan yang kedua adalah berdasarkan uji Wilcoxon .

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK SELISIH MEDIAN BERDASARKAN UJI TANDA

Prosedur untuk membangun suatu simetris, selang kepercayaan dua arah 100(1-α)% untuk nilai tengah dari selisih populasi berdasarkan pasangan yang identik dengan metode yang dijelaskan dalam Bab 2 untuk membangun selang kepercayaan (berdasarkan uji tanda) untuk nilai tengah populasi. Dalam prosedur ini sampel acak dari selisih D_i dalam kasus data berpasangan dari penggantian sampel acak terhadap pengamatan dalam kasus sampel tunggal. Kita asumsikan bahwa data memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari uji tanda untuk data berpasangan.

Kita dapat meringkas prosedurnya dalam langkah-langkah seperti berikut:

1. Untuk setiap n pasang pengamatan (X_i, Y_i), tentukan selisih $D_i = (Y_i - X_i)$.
2. Lihat tabel A.1 untuk menemukan K' terbesar sehingga $P(K \leq K'|n, 0.50) \leq \alpha/2$. (Dengan kata lain, pilih K' seperti dalam uji tanda dua arah.)
3. Susunlah selisih sampel dari urutan terbesar. Kemudian selisih $(K' + 1)$ kali adalah M_L, batas bawah 100(1-α)% selang kepercayaan.
4. Jika kita hitung dari yang terbesar hingga yang terkecil, selisih $(K' + 1)$ kali adalah M_U, batas atas selang kepercayaan.

Seperti ditunjukkan dalam Bab 2, kita biasanya tidak dapat tepat memperoleh selang kepercayaan dengan koefisien kepercayaan 0.90, 0.95, 0.99. Kita yakin pada selang di sekitar koefisien kepercayaan dan pilih K' yang sesuai dengan nilai perkiraan dari $\alpha/2$.

Contoh 4.3

Vagenakis et al. (E9) melaporkan data pada Tabel 4.11 yang menunjukkan efek pemberian iodida pada konsentrasi serum dari serum tiroksin (T_4) pada sembilan laki-laki dan tiga perempuan sukarelawan normal. Mereka diberikan 190 mg iodida setap hari selama 10 hari. Kita ingin membangun selang kepercayaan 95% untuk selisih nilai tengah populasi yang diambil dari sampel berbeda yang diduga telah ditarik.

1. Selisih pengamatan $D_i = (Y_i - X_i)$ yang diurutkan dari yang terbesar -0.1, 0.2, 0.8, 1.1, 1.4, 1.5, 1.6, 2.3, 2.3, 2.3, 2.3, 2.4.
2. Mengacu pada tabel A.1, kita temukan $P(K \leq 2|12{,}0.50) = 0.0192$.
3. $K' + 1 = 2 + 1 = 3$, sehingga selisih sampel ketiga dari susunan terendah adalah 0.8. Dengan demikian batas bawah selang kepercayaan adalah $M_L = 0.8$.
4. Selisih sampel ketiga dari susunan teratas adalah 2.3, dan batas atas selang kepercayaan adalah M_U= 2.3.

TABEL 4.11

Konsentarsi serum dari T_4 sebelum (kontrol) dan setelah pemberian iodida (190 mg setiap hari selama 10 hari) pada 12 pengamatan.

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Iodida	7.9	9.1	9.2	8.1	4.2	7.2	5.4	4.9	6.6	4.7	5.2	7.3
Kontrol	10.2	10.2	11.5	8	6.6	7.4	7.7	7.2	8.2	6.2	6	8.7

Sumber: Apostolos G. Vagenakis, Basil Rapoport, Fereidoun Azizi, Gary I. Portnay, Lewis E. Braverman, dan Sidney H. Ingbar, " Hyperresponse to Thyrotropin - Releasing Hormone Accompanying Small Decreases in Serum Thyroid Concentrations, " J. Clin. Invest. , 54 (1974), 913-918 .

*Nilai rata-rata tiga hari terakhir administrasi iodida

*Nilai rata-rata tiga hari berturut-turut

Jadi, selang kepercayaannya 100[1 – 2(0.0192)] = 96.16% untuk selisih nilai tengah dalam konsentrasi serum T_4 antara kontrol dan kondisi iodida adalah 0.8 hingga 2.3.

Metode untuk sampel besar dibahas dalam Bab 2.

LATIHAN

4.7 Angseesing (E10) melakukan sebuah percobaan dimana 18 siput diberikan pada dua tanaman baik cyanogenic (Ac) maupun acyonogenic (ac). Tabel 4.12 menunjukkan jumlah pucuk daun muda yang dimakan dari masing-masing jenis tanaman oleh masing-masing siput. Buatlah sebuah perkiraan dengan selang kepercayaan 95% untuk selisih nilai tengah.

TABEL 4.12

Jumlah dari cyanogenic (Ac) dan acyanogenic (ac) pucuk daun muda yang dimakan oleh siput

Siput	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Total Ac (X)	9.25	7.5	3	1.5	3.5	6.25	5.75	5	5
Total ac (Y)	8.5	14.75	13.5	5	17.25	17.25	8.75	11.25	17.5
Siput	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Total Ac (X)	3.5	3.75	5	2.25	4.25	7.5	1.25	4.5	6.75
Total ac (Y)	9.25	16	22	18.25	13.5	8.5	9	13.25	10.25

Sumber: J.P.A Angseesing, " Selective Eating the Acyanogenic Form of Trifolium Repens, " Heredity, 32(1974), 73-83.

4.8 Weis dan Peak (E11) mempelajari efek dari oksitosin pada tekanan darah selama anestesi. Subjek penelitian ini adalah 11 wanita, 19-31 tahun yang beratnya 103-251 pon dan berada di trisemester pertama kehamilan. Mereka telah dibius untuk pelebaran dan kuret, dan disuntik dengan 0.1 satuan/kg oksitosin. Rata-rata tekanan darah arteri sebelum dan sesudah oksitosin ditunjukkan dalam Tabel 4.13. Buatlah sebuah perkiraan dengan selang kepercayaan 95% untuk selisih nilai tengah.

TABEL 4.13

Rata-rata tekanan darah arteri dalam 11 subjek penelitian yang dibius sebelum dan sesudah

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sebelum	95	173	94	97	81	100	97	104	72	101	83
Sesudah	55	90	36	59	46	46	49	92	23	55	49

Sumber: F. Robert Weis, Jr., dan Jerome Peak, " Effects of Oxytocin on Blood Pressure during Anesthesia, ''Anesthesiology, 40(1974), 189-190.

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK SELISIH RATA-RATA BERDASARKAN UJI WILCOXON

Kita dapat membuat sebuah selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah berdasarkan uji Wilcoxon matched-pairs signed-ranks jika asumsi-asumsi yang mendasari uji tersebut terpenuhi. Kita dapat membuat selang grafis atau aritmatik. Prosedur yang sama seperti dijelaskan pada Bab 2 untuk membuat sebuah selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah, kecuali dalam kasus berpasangan, perbedaan menggunakan peranan dari pengamatan asli yang digunakan dalam kasus sampel tunggal.

Prosedur Aritmatik

Prosedur aritmatik terdiri dari langkah-langkah seperti berikut:

1. Untuk setiap n pasang (X_i, Y_i), diperoleh selisih $D_i = (Y_i - X_i)$.
2. Bentuk semua kemungkinan rata-rata

   $$u_{ij} = \frac{D_i + D_j}{2}, \qquad 1 \le i \le j \le n \qquad \textbf{(4.7)}$$

   Akan ada total dari [n(n - 1)/2] + n rata-rata tersebut.
3. Susunlah u_{ij} dari urutan terkecil hingga terbesar.
4. Nilai tengah dari u_{ij} memberikan perkiraan titik dari selisih nilai tengah populasi.
5. Cari di dalam Tabel A.3 ukuran sampel dan nilai yang sesuai dengan P sebagaimana ditentukan oleh tingkat kepercayaan yang diinginkan. Ketika (1 – α) adalah koefisien kepercayaan, $P = \alpha/2$.

   Ketika nilai yang tepat dari α/2 tidak dapat ditemukan dalam Tabel A.3, pilih sebuah nilai yang berdekatan, baik nilai yang terdekat atau yang lebih besar atau lebih kecil daripada α/2, tergantung apakah selang lebih lebar atau selang lebih kecil dari yang diinginkan lebih dapat diterima.
6. Titik terakhir dari selang interval adalah nilai K terkecil dan nilai K terbesar dari u_{ij}. $K = T + 1$, dimana T adalah nilai dalam kolom berlabel T yang bersesuaian dengan nilai P yang dipilih pada langkah 5.

Contoh 4.4

Adamson et al. (E12) mempelajari efek dari latihan fisik berat sukarelawan pria sehat pada siang hari. Selama delapan dari subjek pada Tabel 4.14 menunjukkan tingkat kortikisteroid plasma nocturnal pada malam yang dikontrol dan pada malam setelah latihan. Kita ingin membuat sebuah perkiraan dengan selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata.

TABEL 4.14

Tingkat Kortikosteroid Plasma Nocturnal dalam delapan subjek penelitian pada malam kontrol dan pada malam setelah latihan.

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8
Malam Kontrol (Y)	69.9	46	63.7	55.9	53.9	72.9	53.9	36.5
Setelah Latihan (X)	49.9	45.9	47.5	57.9	47.1	50.3	36.7	31.4

Sumber: Liisi Adamson, W. M. Hunter, O. O. Ogunremi, I. Oswald, and I. W Percy - Robb, "Growth Hormone Increase during Sleep after Daytime Exercise, " J. Endocrinol., 62(1974), 473-478

1. Selisihnya 20.0, 0.1, 16.2, -2.0,6.8, 22.6,17.2, 5.1.
2. [8(7)/2] + 8 = 36 rata-rata disusun dalam urutan terbesar yang ditunjukkan dalam Tabel 4.15.
3. Nilai tengah dari u_{ij}, 10.90, adalah estimasi titik dari selisih nilai tengah.
4. Dalaam tabel A.3 kita menemukan bahwa $T = 4$ untuk $n = 8$ dan $P = 0.0273 \approx 0.025 = 1 - 0.05/2$. Kemudian Titik akhir dari selang ($T + 1 = 4 + 1 = 5$) urutan rata-rata terkecil dan terbesar yang ditunjukkan dalam Tabel 4.15.
5. Kemudian Batas bawah selang kepercayaan adalah 2.4 dan batas atasnya 19.4. Jadi, kita yakin 100[1 – 2(0.0273)] = 94.54% bahwa selisih nilai tengah populasi berada diantara 2.4 dan 19.4.

TABEL 4.15

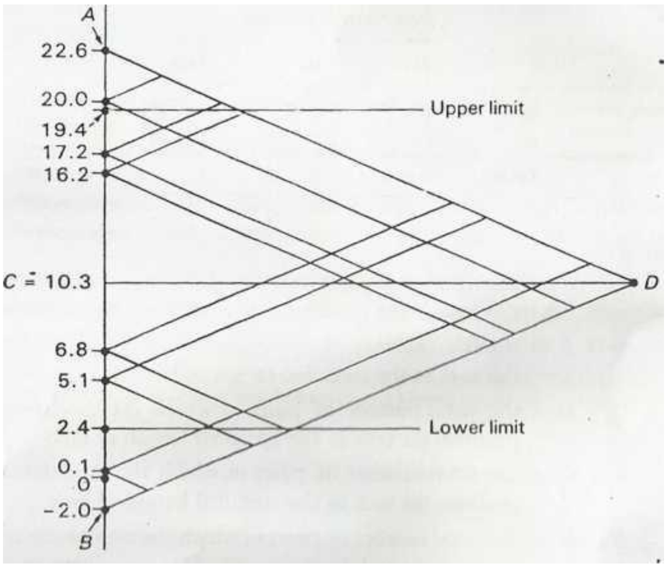
Pengurutan rata-rata, $u_{ij} = (D_i + D_j)/2$, untuk Contoh 4.4

1	-2	**7**	3.45	**13**	8.15	**19**	11.15	**25**	13.85	**31**	18.6
2	-0.95	**8**	5.1	**14**	8.65	**20**	11.35	**26**	14.7	**32**	19.4
3	0.1	**9**	5.95	**15**	9	**21**	11.5	**27**	16.2	**33**	19.9
4	1.55	**10**	6.8	**16**	10.05	**22**	12	**28**	16.7	**34**	20
5	2.4	**11**	7.1	**17**	10.3	**23**	12.55	**29**	17.2	**35**	21.3
6	2.6	**12**	7.6	**18**	10.65	**24**	13.4	**30**	18.1	**36**	22.6

Kita dapat menghemat waktu dalam membuat selang kepercayaan jika kita mengurutkan D_i terlebih dahulu sebelum menghitung u_{ij}. Kemudian kita dapat menghitung nilai K terkecil dan nilai K terbesar dengan cukup cepat. Jika kita ingin selisih nilai tengah sampel, kita biarkan sama dengan jumlah rata-rata dan hanya menghitung rata-rata terkecil (atau terbesar) (a + 1)/2 jika a ganjil dan rata-rata terkecil (atau terbesar) (a/2) + 1 jika a genap.

GAMBAR 4.1

Prosedur grafis untuk mencari selang kepercayaan 95 % pada Contoh 4.4



Prosedur grafis

Dalam beberapa contoh metode grafis yang dijelaskan dalam bab 2 mungkin lebih ingin menemukan batas-batas kepercayaan untuk selisih nilai tengah. Berikut langkah-langkah prosedur sebagaimana diterapkan pada Contoh 4.4 yang diilustrasikan pada gambar 4.1.

1. Untuk setiap n pasang pasang (X_i, Y_i), diperoleh selisih $D_i = (Y_i - X_i)$.
2. Selisih plot pada sumbu vertikal grafik.
3. Label selisih A terbesar dan selisih B terkecil. Dalam Contoh 4.4, A = 22.6 dan B = -2.0.
4. Cari titik tengah antara A dan B dan label C nya. Dalam contoh, C muncul pada grafik di 10.3.
5. Tarik garis panjang yang melalui C, tegak lurus terhadap garis vertikal. Label titik akhir dari garis D.
6. Hubungkan AD dan DB dengan garis-garis lurus yang membentuk segitiga ADB.
7. Gambarlah garis yang sejajar dengan BD dari setiap titik data pada sumbu vertikal dengan garis AD.
8. Gambarlah garis yang sejajar dengan AD dari setiap titik data pada sumbu vertikal dengan garis BD.
9. Untuk menemukan batas atas keyakinan, periksa tabel A.3 untuk menentukan K. Dimulai dengan titik A, hitung mundur ke titik potong K. Dalam penghitungan, termasuk titik potong dengan sumbu vertikal. Gambar garis horizontal dari titik potong K ke garis vertikal. Titik perpotongan dari garis ini dan sumbu vertikal batas atas dari selang kepercayaan. Untuk contoh 4.4 K adalah 5. Sebuah garis horizontal

perpotongan kelima dari atas memotong sumbu vertikal pada grafik sekitar 19.4.

10. Untuk menemukan batas atas keyakinan, mulai dari titik B dan hitung hingga perpotongan ke K. Gambar sebuah garis horizontal dari perpotongan ini ke sumbu vertikal. Titik dimana garis ini memotong sumbu vertikal adalah batas bawah dari selang kepercayaan. Untuk contoh 4.4 batas atas sekitar 2.4. Dengan demikian batas atas dan bawah adalah 19.4 dan 2.4 yang diperoleh dari grafis yang sesuai dengan prosedur aritmatik.

Seperti yang ditunjukkan dalam Bab 2, jika nilai dalam data plot asli terjadi lebih dari sekali, garis horizontal melalui titik-titik yang berulang pada sumbu vertikal akan bertepatan. Kemudian kita harus berhati-hati untuk menghitung persimpangan yang dibuat oleh semua baris tersebut, bahkan jika mereka muncul sebagai satu baris pada grafik.

Pendekatan sampel besar

Untuk pembahasan tentang pendekatan sampel besar, lihat Bab 2.

Høyland (T38) telah menyelidiki ketahanan estimasi Wilcoxon terhadap lokasi ketika hanya beberapa pengamatan dapat dikumpulkan per hari dan ketika beberapa hari yang diperlukan untuk mendapatkan jumlah yang diperlukan pengamatan. Dalam situasi seperti ini beberapa asumsi yang mendasari prosedur Wilcoxon dapat dilanggar. Srivastava dan Sen (T39) membahas secara berurutan selang kepercayaan berdasarkan jenis estimator Wilcoxon.

LATIHAN

4.9 Scott Patterson dan (EL3) mengukur detak jantung pada 15 pasien sebelum dan setelah tiga hari konversi arus searah fibrilasi atrium ke irama sinus. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 4.16. Buatlah 99% selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah.

TABEL 4.16

Pengaruh konversi dc pada cardiac output , liter per menit

Pasien	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
konversi	6.3	3.6	4.5	6.3	5.7	4.7	4.8	5.6	6.6	5.5	5.8	4	5.4	3.1	4.2
3 jam setelah konversi	6.4	3.4	4.8	6.6	5.4	5.8	5.1	6.2	6.1	6.8	6.3	4.7	6.8	4.4	4.8

Sumber: M. E. Scott dan G. C. Patterson. "Cardiac Output after Direct Current Conversion of Atrial Fibrillation," Br. Heart J., 31 (1969), 87-90; reprinted by permission of the editor and publisher.

4.10 Yau et al. (EL4) melaporkan rincian koreksi bedah kyphosis tuberkulosis tulang belakang pada 30 pasien. Tabel 4.17 menunjukkan sebelum dan sesudah operasi paru-paru dari 20 pasien mereka .Buatlah perkiraan 99 % selang kepercayaan untuk selisih nilai tengah .

TABEL 4.17

Jumlah kapasitas paru-paru dalam mililiter, dari 20 pasien sebelum dan setelah koreksi bedah kyphosis tuberkulosis

Pasien	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sebelum Operasi	1160	1870	1980	1520	3155	1485	1150	1740	3260	4950
Setelah Operasi	1500	2220	2080	2160	3040	2030	1370	2370	4060	5070
Pasien	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sebelum Operasi	1440	1770	2850	2860	1530	3770	2260	3370	2570	2810
Setelah Operasi	1680	1750	3730	3430	1570	3750	2840	3500	2640	3260

Sumber: A. C. M. C. Yau, L. C. S. Hsu, J. P. O'Brien, and A.R. Hodgson, " Tuberculosis Kyphosis, Correction with Spinal Osteotomy, Halo-Pelvic Distraction, and Anterior dan Posterior Fusion, "J. Bone Joint Surg., 56-A (1974), 1419-1434.

4.3

TES UNTUK DUA SAMPEL YANG BERHUBUNGAN SAAT DATA TERDIRI DARI FREKUENSI

Respon subyek yang terdiri dari sampel berpasangan yang terbagi dalam satu dari dua kategori: ya atau tidak , merespon atau tidak merespon, selamat atau tidak selamat, dan sebagainya. Dalam kasus tersebut, kita tertarik dalam frekuensi kejadian (atau proporsi) yang terbagi dalam dua kategori. Sebagai contoh, kita dapat mencocokkan subyek pada variabel yang relevan dan kemudian memberikan mereka untuk melakukan beberapa tugas, dengan menggunakan metode standar untuk salah satu anggota masing-masing pasangan (subjek kontrol), dan metode baru atau metode percobaan untuk anggota lain (subjek percobaan). Tanggapan yang menarik mungkin apakah subjek individu, setelah pelatihan, dapat menyelesaikan tugas dengan benar dalam jangka waktu tertentu. Hasilnya mungkin akan ditampilkan dalam 2 x 2 tabel kontingensi seperti Tabel 4.1 , dimana variabelnya berarti sebagai berikut :

N = jumlah pasangan yang cocok

A = jumlah pasangan di mana kedua anggota dapat melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu

D = jumlah pasangan dimana tak satu pun dari anggota mampu melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu

B = jumlah pasangan dimana subjek kontrol mampu melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu , tetapi subjek eksperimen tidak dapat

TABEL 4.18

Hasil dari dua metode pengajaran subjek percobaan

		Experimental		
		Yes	No	Total
Control subjects	*Yes*	*A*	*B*	*A + B*
	No	*C*	*D*	*C + D*
	Total	*A* + C	*B + D*	*N*

C = jumlah pasangan dimana subjek percobaan mampu melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu, tetapi subjek kontrol tidak dapat

A + B = jumlah pasangan dimana subjek kontrol mampu melakukan tugas dalam jangka waktu tertentu

C + D = jumlah pasangan dimana subjek kontrol tidak mampu melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu

A + C = jumlah pasangan dimana subjek eksperimental mampu melakukan tugas dalam jangka waktu tertentu

B + D = jumlah pasangan dimana subjek eksperimental tidak mampu melakukan tugas tersebut dalam jangka waktu tertentu

Pengamatan berpasangkan mungkin timbul dalam keadaan lain. Subjek yang sama dapat diberikan *placebo* pada satu waktu dan *treatment* nyata yang lain. Jumlah subjek yang menanggapi dan tidak menanggapi antara dua kondisi dapat ditampilkan dalam sebuah tabel kontingensi yang mirip dengan Tabel 4.18, di mana N = jumlah subjek, A = nomor yang menanggapi kedua placebo dan treatment, D = jumlah yang tidak menanggapi baik placebo maupun treatment, dan sebagainya. Dalam sebuah percobaan industri, N spesimen dari bahan tertentu dapat dibagi menjadi dua, satu setengah diberikan oleh agen pelindung A dan setengah lainnya oleh pelindung agen B. Untuk mengevaluasi manfaat relatif dari dua agen, eksperimen dapat mengekspos setiap setengah kondisi yang mempunyai potensi merusak yang sama. Sekali lagi hasilnya mungkin digambarkan di dalam tabel seperti Tabel 4.18. Dalam kasus ini, N = jumlah spesimen, A = jumlah spesimen dimana kedua bagian menahan kondisi percobaan, dan D = jumlah spesimen dimana kedua bagian gagal dengan tahan dengan kondisi percobaan.

UJI MCNEMAR UNTUK DUA SAMPEL YANG BERHUBUNGAN

Uji yang tepat untuk menganalisis data frekuensi dari dua sampel yang berhubungan adalah uji McNemar untuk sampel yang berhubungan, diperkenalkan oleh McNemar (T40) pada tahun 1947.

Asumsi

Data terdiri dari N subjek yang dipilih secara acak (atau item) atau pasangan subjek, tergantung pada apakah subjek bertindak sebagai kontrol mereka sendiri atau apakah subjek percobaan dipasangkan dengan kontrol yang cocok. Data yang tersedia untuk analisis dapat ditampilkan dalam tabel seperti Tabel 4.18. Skala pengukuran adalah nominal, dengan empat kategori. Menggunakan notasi dari Tabel 4.18, empat kategori tersebut adalah Ya - Ya, Ya - Tidak, Tidak - Ya, dan Tidak - Tidak .

Ketika subjek kontrol mereka sendiri, mereka independen satu sama lain. Tentu saja, dua pengamatan yang dilakukan pada subjek yang sama berhubungan, karena mereka dibuat pada individu yang sama. Ketika pasangan yang cocok digunakan yaitu pasangan yang independen, tetapi pengamatan dalam sepasang yang diberikan terkait.

Hipotesis

A. Kita mungkin ingin menguji hipotesis nol bahwa proporsi item atau subjek dengan karakteristik yang sama antara dua kondisi (atau *treatment*). Jika P_1 adalah proporsi dengan karakteristik dengan satu syarat, dan P_2 proporsi dengan karakteristik dengan kondisi lainnya. Kita dapat menyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif secara simbolis sebagai berikut :

$$H_0 : P_1 = P_2 \text{ atau } P_1 - P_2 = 0,$$

$$H_1 : P_1 \neq P_2 \text{ atau } P_1 - P_2 \neq 0$$

B. Jika kita ingin melihat apakah kita dapat menyimpulkan bahwa proporsi dengan karakteristik dalam kondisi 1 lebih tinggi daripada kondisi 2, kita memiliki uji satu sisi, dan hipotesisnya adalah

$$H_0 : P_1 \leq P_2, \qquad H_1 : P_1 > P_2$$

C. Hipotesis untuk uji satu sisi lainnya

$$H_0 : P_1 \geq P_2, \qquad H_1 : P_1 < P_2$$

Statistik Uji

Proporsi sampel dengan karakteristik tertentu dapat ditunjukkan $\hat{p}_1$dan $\hat{p}_2$. Menggunakan notasi dari Tabel 4.18, kita tunjuk subjek kontrol sampel 1 dan subjek percobaan sampel 2. Kemudian proporsi sampelnya adalah

$$\hat{p}_1 = \frac{A+B}{N}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{A+C}{N}$$

dimana karakteristik yang menarik adalah respon Ya.

Selisih antara proporsi sampelnya adalah

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{A+B}{N} - \frac{A+C}{N} = \frac{B-C}{N}$$

Hipotesis nol adalah bahwa harapan dari(B - C)/N adalah nol. McNcmar (T40) menunjukkan bahwa uji statistik yang sesuai adalah

$$z = \frac{B-C}{\sqrt{B-C}}$$

Ketika $H_0\ : P_1\ = P_2$ benar, z didistribusikan sebagai variasi standar normal, bahwa B + C setidaknya 10.

Aturan Keputusan

A. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika z dihitung sama dengan atau lebih besar dari z (Tabel A.2) yang terletak di sebelah kanan $\alpha/2$ dari luas area di bawah kurva normal standar (uji dua arah).
B. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika z dihitung lebih besar dari atau sama dengan tabulasi nilai α di wilayah kanan .
C. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika z dihitung kurang dari atau sama dengan tabulasi z bahwa α di wilayah kiri.

Uji McNemar telah direkomendasikan (T40 , T41) untuk digunakan dalam sebelum dan sesudah percobaan ketika percobaan tertarik dalam jumlah subjek yang merespon secara berbeda setelah mereka terkena beberapa kondisi atau pengobatan intervensi. Sebagai contoh, sebuah sampel acak dari subjek dapat diminta untuk menunjukkan apakah mereka mendukung atau menentang calon tertentu untuk jabatan publik. Subjek kemudian dapat terkena pidato atau debat oleh kandidat. Setelah itu , mereka kembali bertanya apakah mereka mendukung atau menentang calon. Kita tertarik untuk mengetahui apakah pembicaraan atau perdebatan intervensi menyebabkan perubahan pendapat yang signifikan. Karena penggunaan ini, uji ini sering disebut sebagai uji McNemar untuk pentingnya perubahan.

Contoh 4.5

Pike dan Smith (E15) menggunakan data dari Johnson dan Johnson (E16) untuk menggambarkan penggunaan uji McNemar. Mereka mencocokkan masing-masing 85 pasien yang diobati untuk penyakit Hodgkin dengan saudara nonpatient dari jenis kelamin yang sama dan dalam waktu lima tahun dari usia pasien. Pertanyaan yang harus dijawab adalah apakah ada tingkat perbedaan tonsilektomi dalam dua kelompok. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 4.19.

Hipotesis

Karakteristik yang menarik adalah sejarah dari tonsilektomi dalam suatu subjek tertentu. Hipotesis nol yang tepat adalah bahwa proporsi tonsilektomi di

TABEL 4.19

Sejarah tonsilektomi pada pasien dengan penyakit Hodgkin dan kontrol yang cocok

		Tonsilektomi dengan kontrol yang cocok		
		Ya	**Tidak**	**Total**
	Ya	26	15	41
Tonsilektomi pasien	**Tidak**	7	37	44
	Total	33	52	85

Sumber: Sandra K. and Ralph E. Johnson, " Tonsillectomy History and Hodgkin's Disease, "N. Eng J. Med., 287 (1972), 1122-1125: reprinted by permission from *The New England Journal of Medicine.*

populasi pasien penyakit Hodgkin sama seperti pada populasi saudara kandung yang cocok. Jika α = 0,05, dan kita nyatakan hipotesisnya sebagai berikut. $H_0 : P_1 = P_2$, $H_1 : P_1 \neq P_2$

Statistik Uji

Gunakan data dalam Tabel 4.19 dan Persamaan 4.11, kita menemukan bahwa nilai yang dihitung dari statistik uji adalah

$$z = \frac{15 - 7}{\sqrt{15 - 7}} = 1.71$$

Keputusan

Sejak 1,71 kurang dari kritik z 1,96, kita tidak dapat menolak H_0. Karena kita memiliki uji dua arah, nilai P (ditentukan dari Tabel A.2) adalah 2 (0.0436) = 0,0872.

Efisiensi Power

Bennett dan Underwood (T42) telah menyelidiki fungsi kekuatan uji McNemar. Nam (T43) berasal fungsi kekuatan uji McNemar dan karena uji Gart (T44) atas dasar perbandingan dari dua uji. Nam (T43) menunjukkan bahwa uji Gart lebih baik jika ukuran sampel kecil dan ada pengaruh urutan. Hasil penelitian Nam menunjukkan bahwa uji Gart harus digunakan, karena kondisi ini uji McNemar memberikan nilai distorted P dan ditemukan bias.

BACAAN LANJUTAN

Bennett (T45) telah memperpanjang uji McNemar untuk situasi di mana ada lebih dari dua kategori yang cocok. Perpanjangan uji oleh Cochran (T46) dibahas dalam Bab 7. Fink (T47) menganggap penggunaan uji McNemar ketika seseorang ingin memiliki klasifikasi tambahan untuk kasus yang meragukan.

McNemar (T41) merekomendasikan penggunaan faktor kontinuitas koreksi, tapi Bennett dan Underwood (T42) menemukan bahwa secara umum koreksi kontinuitas yang direkomendasikan oleh McNemar harus dihindari. Mereka memberikan koreksi alternatif, yang mereka katakan adalah lebih baik .

Schemper (T48) menyajikan survei singkat prosedur nonparametrik dan program komputer untuk digunakan dengan data yang berpasangkan. Kekuatan uji pengacakan komponen untuk uji lokasi sampel berpasangan dibandingkan dengan kekuatan uji parametrik untuk perbandingan berpasangan dalam tulisan oleh Deutsch dan Schmeiser (T49). Analisis tersebut disajikan dalam bentuk kurva karakteristik operasi untuk normal, eksponensial, seragam, dan pengamatan lambda mutlak atas berbagai ukuran sampel yang kecil .

Algoritma berbasis komputer untuk uji komponen pengacakan Fisher untuk perbandingan berpasangan dikembangkan dalam tulisan oleh Schmeiser dan Deutsch (T50) . Mereka menjelaskan operasi program dan menyajikan contoh bersama dengan daftar Program. Program ini memberikan perbandingan grafis dari distribusi pengacakan distribusi t Student yang sesuai.

Dalam sebuah makalah yang membahas masalah hubungan dalam uji tanda ketika perbandingan dalam pasangan didasarkan pada kelas diperintahkan, Hay dan Peck (T51) menyarankan alternatif untuk uji tanda, yang mereka katakan mungkin lebih kuat.

Lam dan Longnecker (T52) mengusulkan fungsi dari Wilcoxon jumlah rank statistik untuk menguji kesetaraan distribusi marjinal ketika sampling dari populasi bivariat. Statistik uji adalah asimtotik nonparametrik. Penulis membandingkan statistik yang mereka usulkan dengan beberapa uji parametrik dan nonparametrik sehubungan dengan Pitman relatif efisiensi dan kinerja sampel kecil. Mereka menyatakan bahwa uji statistik mereka memiliki kekuatan yang sebanding dengan uji t berpasangan saat sampling dari distribusi normal bivariat dan kekuatan yang lebih besar dalam beberapa kasus penting.

Lachenbruch dan Woolson (T53) membandingkan tiga uji untuk menganalisis data survival berpasangan. Uji McNemar dibahas secara rinci dalam buku analisis tabel kontingensi oleh Everitt (T54).

Latihan

4.11 Water (E17) melakukan uji coba klinis terkontrol untuk mengobati migrain pada wanita. Subjek menerima tabelt ergotamine (1 mg) dan placebo (laktosa) dalam urutan acak selama delapan minggu untuk masing-masing tabelt. Tabel 4.20 menunjukkan hasil percobaan. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa pengobatan eksperimental efektif dalam pengobatan jenis sakit kepala yang dipelajari? misalkan $\alpha = 0{,}05$. Berapakah nilai dari P value?

TABEL 4.20

respon 79 wanita yang diobati dengan ergotamine dan placebo

		Manfaat Ergotamine?		
		Yes	No	Total
Manfaat Placebo?	Yes	22	24	46
	No	18	15	33
	Total	40	39	79

Source : W.E. Waters."Controlled clinical trial of ergotamine tartrate".Br.Med.J.,2(1970),325-327;used by permission of the editor and publisher.

4.12 Sokal dan Rholf (E18) mengutip sebuah studi oleh Nelson (E19) di mana respon kutu kelinci (haemaphysalis Leporis-palustris) terhadap cahaya diukur. Tiap kutu ditempatkan pertama di arena yang berdiameter 1 inci , kemudian pada arena berdiameter 2 inci. Respon yang diamati adalah apakah kutu meninggalkan arena menuju cahaya atau menjauhi cahaya. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 4.21. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa ukuran arena mempengaruhi respon kutu kelinci terhadap cahaya? misalkan $\alpha = 0{,}05$. berapa nilai Pvalue?

TABEL 4.21

respon kutu kelinci terhadap cahaya

	Menuju cahaya dari arena 1 inchi		
	ya	Tidak	Total

Menuju cahaya dari arena 2 inchi	Ya	8	9	17
	tidak	5	8	13
	Total	13	17	30

Sumber : V.E. Nelson, unpublished laboratory data: used by permission of professor Nelson

4.4

Program Komputer

Di antara paket perangkat lunak komputer mikro yang prosedur dibahas dalam bab ini akan berjalan adalah BETASTAT (uji McNemar), SCA (uji tanda dan uji Wilcoxon), SPSS / PC (uji McNemar) dan STATA (uji Wilcoxon)

ULASAN LATIHAN

4.13 August et al. (E20) mempelajari metabolisme kolagen pada anak-anak dengan defisiensi hormon pertumbuhan sebelum dan setelah terapi hormon pertumbuhan. Mereka melaporkan data pada hidroksiprolin ditunjukkan pada Tabel 4.22. Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa terapi hormon pertumbuhan meningkatkan panas-larut hidroksiprolin pada kulit? α = 0,05. Gunakan uji tanda, dan tentukan nilai P value

TABEL 4.22

jumlah total panas-larut hidroksiprolin, micromoles per gram berat kering, pada kulit dari tujuh anak-anak sebelum dan tiga bulan setelah terapi hormon pertumbuhan.

Anak	1	2	3	4	5	6	7
Sebelum (X)	349	400	520	490	574	427	435
Setelah (Y)	425	533	362	628	463	427	449

Sumber: Gilbert P. August, Wellington Hung, and John C Houck. "The Effects of Growth Hormone Therapy on Collagen Metabolism in Children."J.Clin.Endocrinol.Metabol.,39 (1974), 1103-1109.

4.14 Goldzimer et.al. (E21) mempelajari peran vasokonstriksi di zona nonnecrotizing pneumonia. Dalam model eksperimental pneumonia, mereka mengukur sejauh mana infus vasodilator paru poten mengoreksi defisit perfusi. Subjek penelitian adalah anjing-anjing yang sehat di mana lobar pneumonia pneumokokus diinduksi. Perfusi paru dipelajari baik segera sebelum dan selama infus atau isoproterenol dan

/ atau prostaglandin E_1. Perubahan aliran darah relatif terhadap zona paru-paru yang terinfeksi diukur dengan scintiphotographs perfusil dan fraksi shunt.

Tabel 4.23 menunjukkan nilai-fraksi shunt (Qs / Qt%) lima anjing sebelum manipulasi farmakologis dan selama infus prostaglandin E_1 di 10 µg.min-1 (infus PGE_1 dosis tinggi). Gunakan Wilcoxon untuk menentukan apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa infuse dari PGE_1 dosis tinggi dapat meningkatkan fraksi shunt. Misalkan $\alpha = 0,05$. Tentukan nilai P value.

TABEL 4.23

fraksi shunt, Qs / Qt%, untuk anjing dengan pneumonia pneumokokus sebelum dan selama infuse dosis tinggi (10-µg.min 1) dari PGE1

Anjing	1	2	3	4	5
Sebelum	20,7	22,7	19,9	20,4	18
Setelah	37,4	28,6	31	29,1	26,5

Sumber: Edward L. Goldzimer, Ronald G. Konopka, and Kenneth M. Moser, "Reversal of the Perfusion Defect in Experimental Canine Lobar Pneumococcal Pneumonia," J. Appl. Physiol., 37 (1974), 85-91.

4.15 Del Greco dan Burgess (E22) menjelaskan pengalaman mereka dengan pasien gagal ginjal terminal yang diamati sebelum dan sesudah nephrectomy. Tabel 4.24 menunjukkan nilai tekanan darah diastolik terlentang pada pasien dengan hipertensi terkontrol sebelum dan dua sampai enam bulan setelah nephrectomy. Gunakan prosedur berdasarkan uji tanda untuk membangun interval keyakinan 95% untuk perbedaan median.

TABEL 4.24

nilai tekanan darah diastolik terlentang pada pasien ginjal terminal dengan hipertensi terkendali sebelum dan dua sampai enam bulan setelah nephrectomy bilateral

Pasien	1	2	3	4	5
Sebelum	107	102	95	106	112
Setelah	87	97	101	113	80

sumber: Francesco del Greco and Janis L. Burgess, "Hypertension in terminal renal failure, Observations Pre and Post Bilateral Nephrectomy," J. Chronic Dis., 26 (1973), 471-501; reprinted with permission from Pergamon Press.

4.16 Heiman et al. (E23) secara acak menempatkan satu anggota dari masing-masing tujuh pasangan siswa membaca di bawah tingkat kelasnya dalam program bacaan pelengkap. Subyek dipasangkan sedemikian hingga perbedaan antara tingkat membaca mereka dan tingkat kelas mereka saat ini sangat kecil. Program tambahan ini terdiri dari sistem poin untuk penghargaan atas perhatian dan identifikasi terhadap huruf dan kata kombinasi. Tabel 4.25, berasal dari hasil seorang penulis, menunjukkan perbedaan antara skor yang dibuat oleh subyek pada tes membaca setelah dan sebelum program. Gunakan prosedur berdasarkan uji Wilcoxon untuk membangun interval keyakinan 95% untuk perbedaan median.

TABEL 4.25

Perbedaan dalam hasil tes membaca yang dilakukan oleh tujuh pasangan, salah satu ditugaskan untuk program eksperimental dan yang lain untuk kelompok kontrol (sebelum skor dikurangi dari skor setelahnya)

Pasangan	1	2	3	4	5	6	7
Eksperimen	0,5	1,0	0,6	0,1	1,3	0,1	1,0
kontrol	0,8	1,1	-0,1	0,2	0,2	1,5	0,8

Sumber : Julia R. Heiman, Mark J. Fischer, and Alan O. Ross, "A Supplementary Behaviorial Program to Improve Deficient Reading Performance," J. Abnormal Child Psychol., 1 (1973), 390-399; Published by Plenum Publishing Corporation, New York

4.17 Seorang psikolog menilai subyek yang mengalami penarikan dari narkotika atas dasar tingkat depresi mereka sebelum dan satu jam setelah menerima dosis metadon. Tingkat depresi dinilai sebagai N (tidak tertekan), M (depresi ringan), S (mengalami depresi berat). Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 4.26. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data tersebut subjek yang menjalani penarikan dari narkotika cenderung lebih tertekan setelah menerima dosis metadon dari sebelumnya? Dimisalkan $\alpha = 0,05$, dan tentukan nilai P value

TABEL 4.26

Tingkat depresi yang diamati pada subyek yang menjalani penarikan dari narkotika sebelum dan setelah dosis metode

Subyek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sebelum	N	N	M	N	M	M	M	N	N	N
Setelah	M	M	S	M	M	N	S	S	M	M

Catatan: N = tidak tertekan, M = agak tertekan, S = mengalami depresi berat

4.18 Lima belas anak yang *drop-out* sekolah diberi tes untuk mengukur sikap mereka terhadap "pembentukan" tak lama setelah mereka *drop-out* dan enam bulan setelah mereka diterima kembali ke sekolah. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 4.27. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa anak yang dropout sekolah cenderung skor lebih tinggi ada pada skala sikap setelah diterima kembali ke sekolah? misalkan $\alpha = 0,05$, dan tentukan nilai P value. Gunakan metode yang menggunakan informasi yang paling terkandung dalam data.

TABEL 4.27

Skor dari tes yang menunjukkan sikap terhadap "Pembentukan" dari anak putus sekolah sebelum dan setelah diterima kembali ke sekolah

Subject	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Before	63	75	78	84	58	58	70	76	74	88	74	94	99	79	93
After	84	86	75	94	50	95	97	98	72	100	101	98	105	84	90

4.19 Dua puluh siswa SMA yang sehat berpartisipasi dalam pertemuan-kelompok di mana setengah peserta adalah orang-orang cacat dari sekitar usia yang sama. Sebelum dan sesudah pertemuan kelompok, 20 siswa yang tidak cacat mengambil tes yang dirancang untuk mengukur pemahaman mereka tentang orang-orang cacat. Tabel 4.28 menunjukkan hasil tes. Dapatkah kita menyimpulkan dari data bahwa pengalaman pertemuan kelompok seperti itu meningkatkan pemahaman siswa (seperti ditunjukkan oleh skor yang lebih tinggi) terhadap orang-orang cacat? misalkan α = 0,05, dan tentukan nilai P value. Gunakan tes yang menggunakan informasi yang paling terkandung dalam data.

TABEL 4.28

Skor dibuat oleh 20 siswa SMA dalam tes untuk mengukur pemahaman terhadap orang cacat sebelum dan sesudah pengalaman pertemuan kelompok

Siswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sebelum	55	63	54	61	63	60	59	67	55	64	68	57	81	84	90	97	80	72	64	55
Setelah	60	68	69	64	67	61	63	62	58	62	70	57	89	88	94	96	80	65	74	70

4.20 Lima belas siswa kelas enam yang membaca pada atau di bawah tingkat kelas tiga berpartisipasi dalam program membaca perbaikan selama enam bulan. Tabel 4.29 menunjukkan skor tes membaca oral siswa ini sebelum dan setelah program. Gunakan tes terbaik untuk menentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa program ini efektif. Biarkan $\alpha = 0{,}05$, dan tentukan nilai P value

TABEL 4.29

Skor membaca oral dari 15 siswa kelas enam sebelum dan setelah program membaca remedial.

Siswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sebelum	22	20	19	14	17	20	24	18	23	20	22	22	22	25	30
Setelah	50	30	29	17	17	40	41	17	38	32	42	31	30	30	38

4.21 Dalam sebuah studi faktor yang terkait dengan pengembangan hubungan antara pelaku remaja laki-laki dan pekerja sosial , dua jenis wawancara dilakukan dengan masing-masing 12 subjek . Dalam wawancara pertama pekerja sosial berjenggot dan rambut panjang , berpakaian dengan cara yang sangat santai , dan menggunakan bahasa subkultur anak muda. Setiap pelaku remaja kemudian diwawancarai oleh pekerja sosial laki-laki yang lain yang umurnya sama seperti yang pertama , yang pakaian , bahasa , dan penampilan mengidentifikasi dia sebagai anggota " establishment " . Wawancara sebaliknya dilakukan semirip mungkin. Setelah setiap wawancara , subjek menilai pewawancara berdasarkan seberapa baik mereka ingin memiliki dia sebagai konselor tetap (1 = akan sangat ingin dia , 2 = ingin dia , 3 = akan tidak ingin dia , 4 = akan sangat banyak tidak ingin dia) . Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 4.30 . Apakah data ini memberikan informasi yang cukup untuk menunjukkan bahwa pekerja sosial yang dianggap sebagai anti-establishment lebih populer dengan pelaku remaja ? α = 0,05 , tentukan P value nya

TABEL 4.30

peringkat pelaku remaja dari dua pekerja sosial

Subyek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pekerja sosial Antiestablishment	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	2
Pekerja sosial Establishment	4	2	1	3	4	4	3	2	4	3	3	4

4.22 Sebuah sampel dari 150 mahasiswa ditunjukkan pada kuesioner apakah mereka percaya merokok menyebabkan kanker paru-paru. Para siswa kemudian menghadiri ceramah dan pameran yang dilakukan oleh tim kesehatan yang menjelaskan bahaya merokok. Setelah presentasi tim kesehatan, para siswa kembali diminta pendapat mereka tentang hubungan sebab-akibat dari merokok dan kanker paru-paru, dengan hasil yang ditunjukkan pada Tabel 4.31. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa ceramah dan pameran tentang bahaya merokok efektif dalam mengubah pendapat orang tentang hubungan antara merokok dan kanker paru-paru? Biarkan α = 0,05, dan tentukan nilai P value

TABEL 4.31

Pendapat siswa pada hubungan sebab-akibat dari merokok dan kanker paru-paru sebelum dan setelah mendengar ceramah dan pameran tentang bahaya merokok

Apakah merokok menyebabkan kanker paru-paru?				
		Sebelum		
		Ya	**Tidak**	**Total**
Setelah	**Ya**	30	67	97
	tidak	10	43	53
	Total	40	110	150

4.23 Untuk membandingkan efektivitas dua deterjen dalam membersihkan kain katun, peneliti secara seragam mengotori kain dan kemudian kain dipotong dua belas potongan. Setengah bagian dari masing-masing potongan kain secara acak dicuci dalam deterjen A; setengah bagian lainnya dicuci dalam deterjen B. Setelah bagian kain telah dicuci dan dikeringkan, masing-masing diperiksa untuk menentukan efektivitas deterjen. Tabel 4.32 menunjukkan hasilnya. x atau y menunjukkan bagian yang mana dari potongan kain yang dianggap lebih bersih daripada bagian yang dicuci dalam deterjen lainnya. Ada satu contoh di mana kedua bagian yang dinilai sama-sama bersih. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa deterjen B lebih baik daripada deterjen A? biarkan α = 0,05, dan cari P value

TABEL 4.32

Data latihan 4.23

Sampel kain	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Deterjen A	x			x						x		
Deterjen B		y	y		y	y	y	y	y	y	y	y

4.24 Masing-masing sampel acak dari 16 pembeli yang berpartisipasi dalam survei diberi kasus minuman ringan untuk usaha mereka. Mereka bisa memilih antara dua merek. Tiga belas memilih merek A. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa atas dasar informasi ini bahwa populasi sampel pembeli lebih memilih merek A minuman ringan? Biarkan α = 0,05, dan cari P value

4.25 Sebuah perusahaan melakukan percobaan untuk menentukan mana dari dua metode pelatihan yang paling efektif bagi karyawan mereka. Sembilan pasang karyawan dicocokkan pada usia, jenis kelamin, dan variabel lain yang relevan. Salah satu anggota dari masing-masing pasangan secara acak ditugaskan untuk kursus pelatihan diajarkan dengan metode A. lainnya ditugaskan untuk jenis yang sama diajarkan dengan metode B. pada akhir kursus, setiap karyawan diberi ujian untuk menguji retensi materi yang disampaikan. Tabel 4.33 menunjukkan hasil. Dapatkah kita simpulkan berdasarkan data ini bahwa metode A lebih baik dari metode B? skor yang lebih tinggi menunjukkan kinerja yang lebih baik. misalkan α = 0,05, kemudian tentukan nilai P value. Gunakan prosedur yang menggunakan informasi yang paling terkandung dalam data

TABEL 4.33

skor yang diperoleh pegawai yang mengikuti kursus pelatihan

Pasangan	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Metode A	91	87	84	93	89	84	86	94	89
Metode B	79	71	69	81	81	85	86	87	84

4.26 Seorang peneliti dengan sebuah biro iklan ingin menilai efek dari strategi periklanan khusus pada kebiasaan pembelian konsumen di masa depan .Sebuah sampel acak dari 25 orang dewasa yang dipasangkan berdasarkan dengan usia , jenis kelamin , status sosial ekonomi , dan variabel lain yang relevan dengan 25 dewasa lainnya untuk membentuk satu set dari 25 pasangan yang cocok . Salah satu anggota dari masing-masing pasangan secara acak ditugaskan untuk menonton , sekali seminggu selama enam minggu , iklan televisi untuk sebuah merek baru tertentu pasta gigi . Anggota lain dari masing-masing pasangan , yang berfungsi sebagai kontrol , tidak melihat iklan . Pada akhir percobaan semua 50 subjek diberi cukup uang untuk membeli tabung merek baru dari pasta gigi atau tabung beberapa merek bersaing . Dalam tiga pasang subjek kedua anggota membeli merek baru ; dalam dua pasang anggota tidak membeli merek baru ; dan dalam 15 pasang anggota yang telah melihat iklan membeli merek baru , tetapi anggota yang tidak melihat iklan membawa merek lain . Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa strategi periklanan efektif ? $\alpha = 0{,}05$, dan carilah P value

4.27 Sepuluh restoran yang terletak di kota besar yang dipilih secara acak untuk berpartisipasi dalam percobaan yang dilakukan oleh departemen kesehatan negara sebagai bagian dari upaya untuk meningkatkan sanitasi di antara pendiri makan di kota ini. Manajer restoran dibayar untuk menghadiri seminar tiga hari yang menekankan manfaat dan teknik operasi restoran bersih. Restoran diperiksa oleh sanitarian departemen kesehatan sebelum dan enam bulan setelah seminar. Skor inspeksi ditunjukkan pada Tabel 4.34. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa seminar itu efektif? Gunakan uji Wilcoxon. Biarkan $\alpha = 0{,}05$, dan carilah nilai P value

TABEL 4.34

Data nilai inpeksi untuk latihan 4.27

Restoran	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sebelum	80	83	82	81	77	77	65	67	75	85
Sesudah	90	85	87	78	75	82	75	85	90	95

4.28 Peneliti ingin membandingkan dua metode mengajar karyawan untuk mengoperasikan mesin yang rumit. Salah satu anggota di setiap dari 30 pasang yang telah dipasangkan secara acak diajarkan dengan metode A, dan subjek lainnya diajarkan dengan metode B. Pada akhir masa pelatihan, para peserta diberi tes untuk menentukan apakah mereka bisa mengoperasikan mesin dengan memuaskan . Dari empat pasang kedua subjek lulus ujian. Dalam enam belas pasang anggota yang diajarkan dengan metode B lulus, dan anggota lainnya gagal. Dalam satu pasangan kedua subjek gagal. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa metode B lebih efektif daripada metode A? Biarkan $\alpha = 0{,}05$, dan menemukan nilai P

4.29 Konsultasi Tarif koran dan Data, yang diterbitkan oleh Standard & Tingkat Layanan Data, Inc, dari Wilmette, Illionis. Pilih sampel acak sederhana dari 30 atau lebih surat kabar harian yang diterbitkan di sebelah timur Sungai Mississippi. Cocokkan atas dasar sirkulasi setiap surat kabar di sampel ini dengan sebuah surat kabar harian yang terbit di sebelah barat Mississippi. Gunakan sampel pendekatan besar ke Wilcoxon matched-pairs signed-ranks test untuk menguji hipotesis nol yang tepat mengenai tingkat display diklasifikasikan.

REFERRENSI

T1 Bennet, B. M ., "On Multivariet Sign Test," *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B,* 24 (1962) 159-161.

T2 Bhattacharyya G. K., " A Note on Asymtotic Efficiency of Bennet's Bivariet Sign Test," *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, 28 (1966), 146-149*

T3 Krauth, J., "Asymptotic UMP Sign test in Presence of Ties," *Ann. Statist.* 1 (1973), 166-169

T4 Putter, J., "The Treatment of Ties in some Nonaparametric Tests," *Ann. Math. Statist.,* 26(1955), 368-386

T5 Chatterjee, S. K., "A Bivariate Sign Test for Location," *Ann. Math. Statist.,*37 (1966), 1771-1782

T6 Gastwirt, J. L., "Sign Test for Symmetry," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 66 (1971), 821-823.

T7 Groeneve, R. A., "Note on Sequential Sign Test," *Amer Statist.,* 25 (April 1971), 15-16

T8 Wilcoxon, F., "Individual Comparisons by Ranking Methods," *Biometrics* 1 (1945), 80-83

T9 Basu, A. P., "On Large Sample Properties of a Generalized Wilcoxon-Mann-Whitney Statistic," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 905-915.

T10 Buckle, N,. C. Kraft, and C. Van Eeden, "An Approximation to the Wilcoxon-Mann-Whitney Distribution," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 64 (1969), 591-599

T11 Claypool, P. L., and D. Holbert, "Accuracy on Normal and Edgeworth Approximations to Distribution of Wilcoxon Signed-Rank Statistic," *J. Amer. Statist. Assoc,.* 69 (1974), 255-258.

T12 Hodges, J. L., and E. L. Lehmann, " Wilcoxon and t Test for Matched Pairs of Typed Subjects," *J. Amer. Statist. Assoc,.* 68 (1973), 151-158.

T13 Hollander, M., G. Pledger, and P. E. Lin, "Robustness of Wilcoxon Test to a Certain Dependency between Samples," *Ann. Statist.,* 2 (1974), 177-181.

T14 Jureckova, J., "Central Limit Theorem for Wilcoxon Rank Statistics Process," *Ann. Statist.,* 1 (1973), 1046-1060.

T15 Noether, G. E., "Efficiency of the Wilcoxon Two-Sample Statistic for Randomized Blocks," *J. Amer. Statist. Assoc,.* 58 (1963) 894-898.

T16 Lepage. Y., "A Combiantion of Wilcoxon and Ansari-Bradley's Statistic," *Biometrika*, 58 (1971), 213-217.

T17 Lepage, Y., " A tabel for Combined Wilcoxon Ansari-Bradley Statistic," *Biometrika,* 60 (1973), 113-116

T18 Hollander, M., "Asymtotics Efficiency to Two Nonparametric Competitors of Wilcoxon's Two-sample Test," *J. Amer. Statist. Assoc,.* 62 (1967) 939-949.

T19 Gehan. E.A., “ A Generalized wilcoxon test for Comparing Arbitrarily Singly Censored Sample,” *Biometrika,* 52 (1965), 203-223

T20 Gehan, E. A., “A Generalized two-sample Wilcoxon Test for Doubly Censored data.” *Biometrik*, 52 (1965) 650-653.

T21 Alling, D., ”Early Decision in the Wilcoxon two-sample Test.” *J. Amer. Statist. Assoc,. 58* (1963),713-720

T22 Stone, M., “ Extreme tail probabilities for the Null Distribution of the two-sample Wilcoxon Statistic.” *Biometrika,* 54 (1967), 629-640

T23 Wilcoxon, F.., *Some Rapid Approximate Statistical Procedure, Stramford,* Conn.: American Cynamid Company,1949

T24 Buhler, W. J., “the treatment of ties in the Wilcoxon test,” *Ann. Math. Statist., 38* (1967), 519-522

T25 Claypool, P. L., “Linear Interpolation within McCornack’s Tabels of the Wilcoxon Matched-pair signed-rank Statistic,” *J. Amer. Statist. Assoc,.* 65 (1970) 974-975

T26 Verdooren, L. R., “Extended Tabels of Critical Value for Wilcoxon’s Test Statistic,” *biometrika,* 50 (1963) 177-186

T27 Kempthorne, O., and T. E. Doerfler, “The behavior of some Significant Tests under Experimental Randomized,” *biometrika,* 56(1969) 231-248

T28 David, F. N. , and P. J. Kim,. “Matched pairs and Randomization set.” *Ann. Hum. Genet.,* 31 (1967), 21-27.

T29 Edgington, E. S., “Approximate Randomization Test.” *J. Psychol.,* 71 (1969) 143-149.

T30 Edgington, E. S., “Randomization tests with statistical Contol over Concomitant Variables,” *J. Psychol*., 79 (1971), 13-19

T31 Edgington, E. S., “Randomization Test.” *J. Psychol.,* 57 (1965), 445-449.

T32 Edgington, E. S., “The Random-sampling assumption in ‘Comment on Component-Randomization Test,’” *Psychol. Bull.,* 80 (1973), 84-85

T33 Cleroux, R., “First and Second Moments of the randomization test in two-Associate PBIB Design.” *J. Amer. Statist. Assoc,.* 64 (1969) 1424-1433

T34 Klauber, M.R, “Two-sample Randomization test for space-time Clustering,” *Biometrik,* 27 (1971), 129-142

T35 Alf, E. F., and N. M. Abraham, “Comment on Component Randomization Tests,” *Psychol. Bull.,* 77 (1972) 223-224

T36 Walsh. J. E., “Some Significance Tests for the Median Which Are Valid under very general Conditions,” *Ann. Math. Statist.,* 20 (1949), 46-81

T37 Walsh. J. E., “Applications of some Significance Test for the Median which are valid under very general Conditions,” *J. Amer. Statist. Assoc,.* 44 (1949), 342-355

T38 Hoyland, A., “Robustness of the Wilcoxon Estimate of Location against a Certain Dependence,” *Ann. Math. Statist.,* 39 (1968), 1196-1201.

T39 Srivastava. M. S., and A. K. Sen, “Sequential Confident Intervals based on Wilcoxon Type Estimates,” *Ann. Statist.,* 1 (1973), 1200-1202.

T40 Mcnemar, Quinn, “Note on the sampling Error of the Difference between Correlated Proportions or Percentages, “ *Psychometrika,* 12 (1947), 153-157.

T41 McNemar, Quinn, *Psychological Statistics,* fourth edition*,* New York: Wiley 1969

T42 Bennet, B. M., "On McNamer's test for the 2x2 tabel and its Power Funtion," *Biometrika*, 26 (1970) 339-343

T43 Nam, Jun-Mo, " On Two test for comparing matched Proportions," *Biometrika*, 27 (1971), 945-959

T44 Gart, J. J., "An Exact Test for Comparing matched Proportions in crossover Design," *Biometrika*, 56 (1969), 75-80

T45 Bennet, B. M., " Test of Hypotheses Concerning Matched Samples," *J. Roy. Statist. Soc. , Ser. B,* 29(1967)468-474

T46 Cochran, W. G., "The Comparison of percentages in matched samples," *Biometrika*, 37 (1950), 256-266.

T47 Fink, H., "McNemar's test using an additional classification for Doubtful Cases," *Arzneimittel-forschung,* 22 (1972), 606-609

T48 Schemper, M., "Statistical Methods and Program for Nonparametric Analysis of pairs," *Statist. Software Newsl.,* 11 (1985), 128-129

T49 Deutsch, Stuart Jay, and Bruce Weyne Schmeiser, " The Power of paired sample Test," *Naval Res. Logist. Q.,* 29 (1982), 635-649

T50 Schemeiser, bruce, and Stuart J. Deutsch, "Commputation of the Component Randomization Test for paired Comparison," *J. Quality Technol.,* 15(1983), 94-98

T51 Hay, Alan, and Francis Peck, "An Alternative to the sign Test in a matched pairs Design," *Statistician,* 33 (1984), 201-204

T52 Lam, F. C., and M. T. Longnecker, "A modified Wilcoxon Rank Sum Test for paired Data," *Biometrika,* 70 (1983), 510-513.

T53 Lachenbruch, Peter A., and Robert F. Woolson, "The generalized Signed Rank Test, the Generalized Sign Test and the Stratified Log Rank Test," in P. K. Sen (ed.), *Biostatistic: Statistics in Biomedical, Public Health and Environmental Sciences,* North-Holland: Elsevier 1985, 389-398

T54 Everitt, B. S., *The Analysis of Contingency Tabels,* London: Chapman and Hall, 1977.

E1 Latane, Bibb, and Howard Cappell, "The effects of Togetherness on Heart Rate in Rats," *Psychon. Sci.,* 29 (1972), 177-179

E2 Van Dujin, H., "Superiority of Clonazepam over Deazepam in Experimental Epilepsy," *Epilepsia,* 14 (1973), 195-202

E3 Shani, Mordechai, Uri Seligsohn, and Judith Ben-Ezzer, "Effect of Phenobarbital on Liver Functions in Patients with Dubin-Johnson Syndrome," *Gastroenterology,* 67 (1974), 303-308

E4 Smith, Jerry E., and Mario Di girolamo, "Effect of weight Reduction in the Rat on Epididymal Fat-cell Size and Relative Dispersion," *Amer. J. Psysiol.,* 227 (1974) 402-424

E5 Dickie, Kenneth J., William J. de Groot, Robert N. Cooley, Ted P. Bond, and M. Manson Guest, "Hemodynamic Effects of Bolus Infusion of Urokinase in Pulmonary Thromboembolism," *Amer. Rev. Respir. Dis.,* 109 (1974), 48-56

E6 Piggott, Leonard R., Albert F. Ax, Jascquelina L. Bamford, and Joanne M. Fetzner, "Respiration Sinus Arrhythmia in Psychotic Children," *Psychophysiology,* 10 (1973), 401-414

E7 Bhatia, M. L., S. C. Manchanda, and Sujoy B. Roy, " Coronary Haemodynamic Studies in Chronic Severe Anamenia," *Br. Heart J.,* 31 (1969), 365-374

E8 Hall. F. F., C. R. Ratliff. T. Hayakawa, T. W. Culp, and N. C. Hightower, "Substrace Differentiation of human pancreatic and salivary alpha-amylases," *Amer. J. Dig. Dis.,* 15 (1970), 1031-1038

E9 Vagenakis, Apostolos G. Basil Rapoport, and Sidney, "Hyperresponse to Thyrotropin-Releasing Hormone Accompanying Small Decreases in Serum Thyroid Concentration," *J. Clin. Invest., 54*(1974), 913-918

E10 Angseesing, J. P. A., "Selective Eating of the Acyanogenic From of Trifolium Repens." *Heredity,* 32 (1974) 73-83

E11 Weis, F. Robert, Jr., and Jerome Peak, "Effect of Oxytocin on blood pressure during anesthesia." *Anesthesiology,* 40 (1974), 189-190

E12 Adamson, Liisi, W. M. Hunter, O. O. Ogunremi, I. Oswald, and I. W. Percy-Robb, "Growth Hormone Increase During sleep after Daytime Exercise," *J. Endocrinol,* 62 (1974), 473-478

E13 Scott, M. E., and G. C. Patterson, "Cardiac Output after Direct Current Conversion of atrial Fibrillation," *Br. Heart J.,* 31 (1969), 87-90

E14 Yau, A. C. M. C,. L. C. S. Hsu, J. P. O'Brien, and A. R. Hodgson, "Tuberculosis Kyphosis, Correction with Spinal Osteotomy, Halo-Pelvic Distraction, and Anterior and Posterior Fusion," *J. Bone Joint Surg.,* 56-A (1974), 1419-1439

E15 Pike, M. C., and P. G. Smith, "Tonsillectomy and Hodgkin's Disease," *Lancet*, 1 (1973) 434

E16 Johnson, Sandras K., and Palph E. Johnson, "Tonsillectomy History and Hodgkin's Desease," *N. Engl. J. Med., 287* (1972), 1122-1125

E17 Water, W. E., "Controlled Clinical Trial of Ergotamine Tartrate," *Br. Med. J.,* 2 (1970), 325-327

E18 Sokal, Robert R., and F. James Rohlf, *Biometry*, San Francisco: W. H. Freeman, 1969

E19 Nelson, V. E., unpublished laboratory data

E20 August, Gilbert P., Wellington Hung, John C. Houck, " The Effect of growth Hormone Therapy on Collagen Metabolism in children," *J. Clin. Endocrinol. Metabol.,* 39 (1974), 1103-1109

E21 Goldzimer, Edward L., Ronald G. Kopanka, and Kenneth, "Reversal of the Perfusion Defect in Experimental Canine Lobar Pneumococcal Pneumonia," *J. Appl. Physiol.,* 37 (1974), 85-91

E22 Del Greco, Francesco, and Janis L. Burgess, "Hypertension in terminal Renal failure, Observation Pre and Post Bilateral Nephrectomy," *J. Chronic Dis.* 26 (1973) 471-501

E23 Heiman, Julia R., Mark J. Fischer, and Alan O. Ross, "A Supplementary Behavioral Program to Improve Deficient Reading Performance," *J. Abnorm. Child Psychol.,* 1 (1973) 390-399

B A B 5

TES INDEPENDEN DAN HOMOGENITAS CHI-SQUARE

Tes independen dan homogenitas Chi-Square merupakan satu diantara banyak prosedur statistik yang sering digunakakan. Tes ini berdasarkan pada teknik yang pertama kali diperkenalkan pada 1900 oleh Karl Pearson (T1), yang disebut sebagai *founder of the science of statistics* (T2). Pearson memperhatikan masalah *goodness of fit* data observasi ke kurva frekuensi teoritikal. Pada paper pentingnya (t1), dia memperoleh tes *goodness of fit* chi-square yang dibahas lebih detail pada Chapter 6.

Tes independen dan homogenitas chi-square merupakan tes *goodness of fit.* Pada setiap kasus prosedur tes terdiri dari perbandingan nilai frekuensi observasi dengan frekuensi yang diharapkan. Kita menghitung ukuran *goodness of fit* observasi terhadap frekuensi harapannya. Jika ukuran perhitugan menunjukkan bahwa kesesuaian rendah, kita menolak H_0, jika sebaliknya kita menerima H_0. Kita menentukan *goodness of fit* frekuensi observasi terhadap frekuensi harapan dengan membandingkan ukuran perhitungan kesesuaian dengan nilai distribusi chi-square.

Beberapa statistisi tidak mempertimbangkan tes independen dan homogenitas chi-square untuk prosedur non-parametrik. Pada kasus dua jenis sampel, tes tersebut merupakan cara lain untuk mengetes hipotesis nol bahwa proporsi dua populasi adalah sama. Pada kasus jenis sampel banyak, tes chi-square memperbolehkan kita untuk membuat inferensia tentang parameter dari distribusi multinomial.

Walaupun begitu, tes chi-square sudah biasa dipelajari pada tulisan-tulisan statistik non-paramaetrik dan pada buku ini tidak akan melanggar tradisi dengan mengabaikannya.

Pada pembahasan selanjutnya menjelaskan secara singkat properti matematis distribusi chi-square dan dua bagian yang menjelaskan tes independensi dan homogenitas. Pada bagian akhir mengkhususkan kepada kumpulan teknik spesial yang memungkinkan seorang investigator menggunakan tes chi-square secara benar.

5.1

PROPERTI MATEMATIS DARI DISTRIBUSI CHI-SQUARE

Seperti yang telah pembaca ketahui pada pembahasan dasar statistik, setiap distribusi normal dapat ditransformasi ke distribusi norma standar (dengan mean 0 dan standar deviasi 1) dengan formula

$$Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma} \qquad (5.1)$$

dimana nilai Z_i dari distribusi normal standar, X_i adalah observasi dari distribusi normal yang ditransformasikan dan μ dan σ adalah mean dan standar deviasi, secara berurutan dari distribusi ini.

Jika kita mengkuadratkan Z_i yang merupkan persamaan 5.1 didapat

$$Z_i^2 = \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 \qquad (5.2)$$

Maka Z^2 mengikuti distribusi chi-square. Maka jika kita memilih nilai secara random dan independen dari nilai random variabel X yang berdistribusi normal, standarisasi nilai lalu dikuadratkan menghasilkan nilai yang terstandardisasi yang mengikuti distribusi chi-square.

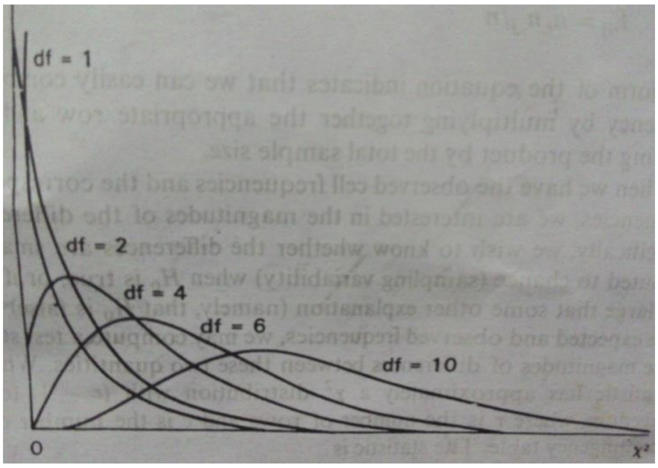
Jika kita memilih nilai secara random dan independen dari nilai random variabel X yang berdistribusi normal, standarisasi masing-masing dengan menghitung $Z_1 = (X_1 - \mu)/\sigma$ dan $Z_2 = (X_2 - \mu)/\sigma$, kuadratkan masing-masing menghasilkan Z dan didapat sum square Z's, kita mendapatkan variabel $Z_1^2 + Z_2^2$, yang mengikuti distribusi chi-square. Pada umumnya, jika kita mengikuti prosedur untuk ukuran sample n, kita mendapatkan variabel

$$Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \cdots + Z_n^2$$

Ini juga mengikuti distribusi chi-square.

Satu distribusi chi-square berbeda dengan lainnya tergantung derajat bebasnya. Derajat bebas merujuk pada nilai independen normal standar yang dikuadratkan sehingga didapat variabel berdistribusi chi-square.

Figure 5.1 Distribusi Chi-Square untuk derajat bebas tententu



Variabel chi-square dilambangkan dengan χ^2, yang pertama kali digunakan oleh Pearson (T3). Derajat bebasnya ditunjukkan oleh *subscript*, yang dimaksudkan agar bisa dibedakan antara distribusi satu dengan yang lain. Maka $\chi^2{}_1$, $\chi^2{}_2$, $\chi^2{}_n$ menunjukkan variabel tersebut berdistribusi 1, 2, n secara berurutan. Distribusi chi-square untuk derajat bebas tertentu ditunjukkan pada Figure 5.1. Berdasarkan teorema limit pusat (*central limit theorem*), distribusi chi-square mendekati normal sepanjang pertambahan n.

Tabel A.11 menunjukkan nilai chi-square untuk bermacam derajat bebas. *Subscript* (alpha) pada χ^2 ada pada bagian atas yang menunjukkan daerah di bawah kurva chi-square yang berada sebelah kiri nilai yang ada pada tabel. Contohnya $\chi^2{}_{0,95}$ menunjukkan 95% daerah di bawah kurva chi-square untuk derajat bebas 1 berada di sebelah kiri dari 3.841.

Mean pada distribusi chi-square sama dengan derajat bebasnya dan variansnya sama dengan dua kali derajat bebasnya. Contohnya, mean dari distribusi chi-square dengan derajat bebas 10 adalah 10 dan variansnya 20.

Pembahasan lebih mengenai properti matematik distribusi chi-square ada pada buku statistik matematik. Buku Lancaster (T4) menjelaskan semua tentang distribusi chi-square.

Pada bagian ini menunjukkan bahwa di bawah beberapa hipotesis nol, ukuran dari goodness of fit data yang diobservasi terhadap nilai yang diharapkannya mengikuti distribusi chi-square ketika hipotesis nol benar. Pada masing-masing tes, maka distribusi chi-square dengan derajat bebas yang tepat memberikan standar yang bisa dibandingkan dengan nilai hitung dari tes sehingga kita bisa memutuskan untuk menolak atau tidak tolak hipotesis nol.

CHI SQUARE TES OF INDEPENDENCE

Sebuah pertanyaan yang sering muncul adalah apakah kedua variabel itu berhubungan atau tidak. Contohnya, seorang sosiologis ingin mengetahui tingkatan pendidikan formal berhubungan dengan pemasukan. Seorang pelindung konsumen tertarik untuk mengetahui apakah harga berhubungan dengan kualitas alat-alat rumah tangga. Seorang ahli nutrisi sekolah ingin mengetahui apakah status nutrisi murid berhubungan dengan kemampuan akademiknya.

Jika tidak ada hubungan antara dua variabel, kita bisa mengatakan bahwa kedua variabel tersebut independen. Kedua variabel independen jika salah satu distribusi variabel bergantung pada variabel lain. Jika kedua variabel tidak berhubungan (independen), maka dengan mengetahui satu nilai dari variabel tentang suatu subjek tersebut tidak akan membantu kita mengetahui nilai variabel untuk subjek yang sama. Contohnya, jika harga dan kualitas alat-alat rumah tangga kecil adalah independen, seseorang yang mengetahui harga suatu alat dikatakan tidak lebih baik dalam memprediksi dibanding orang yang tidak tahu harganya. Dilain kasus, jika kedua varibel tersebut berhubungan, pengetahuan tentang sesuatu tersebut bisa sangat berguna untuk memprediksi nilai yang diasumsikan.

Kita menggunakan chi-square test of independence untuk memutuskan apakah kedua variabel tersebut independen atau tidak.

Asumsi

A. Data berisi *simple random sample* dengan ukuran n dari populasi.

B. Observasi pada sample mungkin di klasifikasi silang menjadi dua kriteria, agar masing-masing observasi hanya ada satu pada satu kriteria saja per kriteria. Kriteria ini adalah *variable of interest* pada situasi yang diberikan.

C. Variabel-variabel mungkin merupakan kategori yang inheren atau mungkin variabel kuantitatif yang mempunyai ukuran-ukuran yang bisa diklasifikasikan masing-masing menjadi kategori numerik yang eksklusif.

Data yang ditampilkan pada tabel kontingensi seperti Tabel 5.1, dimana jumlah yang diobservasi sebesar n_{ij} subjek yang dikarakterisasi ke dalam satu kategori setiap kriteria berada pada sel perpotongan baris ke i dan kolom ke j. Nilai pada sel merujuk pada sel frekuensi observasi dan biasanya dilambangkan O_{ij}, $O_{ij} = n_{ij}$. Sel frekuensi obeservasi O_{ij} merupakan gabungan subjek sampel ke i kategori pada kriteria pertama dengan ke j kategori dari kriteria kedua.

TABEL 5.1

Tabel kontingensi untuk tes idependen chi-square

Kriteria kedua dari klasifikasi

Kriteria pertama dari klasifikasi	Kategori						
Kategori	**1**	**2**	**...**	**j**	**...**	**c**	**Total**
1	n11	n12	...	n1j	...	n1c	n1.
2	n21	n22	...	n2j	...	n2c	n2.
⋮	...	...	...	...	...	...	...
I	ni1	ni2	...	nij	...	nic	ni.
⋮	...	...	...	...	...	...	...
R	nr1	nr2	...	nrj	...	nrc	nr.
Total	n.1	n.2	...	n.j		n.c	N

Hipotesis

H_0 : Dua kriteria klasifikasi adalah independen

H_1 : Dua kriteria klasifikasi tidak independen

Statistik uji

Kita menghitung statistik ujinya dengan asumsi bahwa Ho adalah benar yaitu kedua kriteria klasifikasi independen. Seperti yang sudah dijelaskan, chi-square test of independence membandingkan nilai observasi dengan nilai ekspektasi ketika Ho benar. Secara spesifik, tes ini membandingkan frekuensi observasi dengan frekuensi ekspektasinya ketika Ho benar.

Untuk mendapatkan frekuensi ekspektasi, kita menggunakan aturan dasar probabilitas : Jika kedua kejadian independen, maka gabungan peluang muncul keduanya sama dengan hasil dari masing-masing peluangnya. Jika Ho benar, kedua kriteria independen-peluang subjek pada sampel dengan ukuran n akan berada pada bagian ij yang nilainya sama dengan peluang subjek pada baris ke i kali peluang pada kolom ke j. Kita mengestimasi probabilitas dari sampel data $n_{i.}/n$ dan $n_{.j}/n$ secara berurutan. Maka kita bisa menulis estimasi peluang subjek yang berada pada sel ij sebagai berikut :

$$P\text{ (subjek pada sel ij)} = \left(\frac{n_{i.}}{n}\right)\left(\frac{n_{.j}}{n}\right) \qquad (5.3)$$

Untuk mendapatka E_{ij}, ekspektasi frekuensi untuk sel ij, kita mengalikan estimasi peluang ini dengan total ukuran sampel. Maka sesuai dengan tabel kontingensi 5.1 didapat

$$E_{ij} = n\left(\frac{n_{i.}}{n}\right)\left(\frac{n_{.j}}{n}\right) \qquad (5.4)$$

Dapat disederhanakan lagi menjadi

$$E_{ij} = \frac{n_{i.}n_{.j}}{n} \qquad (5.5)$$

Bentuk persamaan ini menunjukkan bahwa kita bisa dengan mudah menghitung sel frekuensi harapan dengan mengalikan baris yang dimaksud dan total kolom dibagi dengan seluruh *sample size.*

Ketika kita mempunyai sel frekuensi observasi dan sel frekuensi harapan yang berhubungan, kita tertarik tentang besarnya perbedaan diantara keduanya. Secara spesifik kita ingin mengetahui apakah perbedaannya cukup kecil ketika H_0 benar, atau perbedaannya sangat besar sehingga H_0 ditolak. Dari nilai observasi dan harapan tadi kita bisa menghitung tes statistik yang menunjukkan besarnya perbedaan antara keduanya. Ketika H_0 benar, statistiknya berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas (r-1)(c-1), dengan r adalah jumlah baris dan c adalah jumlah kolom pada tabel kontingensi. Statistiknya

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \left[\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \right] \tag{5.6}$$

Ketika perbedaan antara frekuensi observasi dengan frekuensi harapan besar, X^2 besar; ketika kecil perbedaannya maka X^2 juga kecil.

Aturan Keputusan

Kita menolak H_0 pada tingkat signifikansi α ketika hasil dari tes statistik X^2 melebihi nilai $\chi^2_{1-\alpha}$ untuk derajat bebas (r-1)(c-1).

Contoh 5.1

Data pada tabel 5.2 yang dilaporkan Monteiro (E1), menunjukkan 2764 penduduk Rhode Island diklasifikasikan berdasarkan pemasukan dan waktu terakhir berkonsultasi dengan dokter. Kita ingin mengetahui apakah data tersebut memberikan cukup bukti untuk mengatakan apabila ada hubungan antara pemasukan dan lama waktu sejak terakhir kali berkonsultasi dengan dokter. Dengan kata lain kita ingin mengetahui apakah kita bisa menyimpulkan kedua variabel tersebut tidak independen.

Hipotesis

H_0 : Pendapatan dan waktu terakhir sejak berkonsultasi dengan dokter independen

H_1 : Kedua variabel tidak independen

TABEL 5.2

Waktu terakhir konsultasi dengan dokter berdasarkan pemasukan (Rhode Island, 1971)

Pemasukan	**Terakhir Konsultasi**

	Dalam 6 bulan terakhir	Antara 7 bulan sampai setahun	Lebih dari setahun yang lalu	Total
Kurang dari $3000	186	38	35	259
$3000-$4999	227	54	45	326
$5000-$6999	219	78	78	375
$7000-$9999	355	112	140	607
$10,000 lebih	653	285	259	1197
Total	1640	567	557	2764

Sumber : Lois A. Monteiro, "Expense is No Object...: Income and Physician Visits Reconsidered," J. Health Soc. Behav., 14(1973), 99-115.

Statistik Uji

Dengan menggunakan persamaan 5.5, kita mendapatkan ekspektasi frekuensi untuk sel 11

E11= (259)(1640)/2764= 153,68

Untuk hasil selengkapnya bisa dilihat pada tabel 5.3.

TABEL 5.3. **Frekuensi observasi dan frekuensi harapan untuk Contoh 5.1 (nilai harapan ada pada tanda kurung)**

Pemasukan	**Terakhir kali berkonsultasi dengan dokter**			
	Dalam 6 bulan terakhir	**Antara 7 bulan sampai setahun**	**Lebih dari setahun yang lalu**	**Total**
Kurang dari $3000	186(153,68)	38 (53,13)	35 (52,19)	259
$3000-$4999	227 (193,43)	54 (66,87)	45 (65,70)	326
$5000-$6999	219 (222,50)	78 (76,93)	78 (75,57)	375
$7000-$9999	355 (360,16)	112 (124,52)	140 (122,32)	607
$10,000 lebih	653 (710,23)	285 (245,55)	259 (241,22)	1197

Total	1640	567	557	2764

Hasil perhitungan tes statistik persamaan 5.6

$$X^2 = \frac{(186-153{,}68)^2}{153{,}68} + \frac{(227-193{,}43)^2}{193{,}43} + \cdots + \frac{(259-241{,}22)^2}{241{,}22}$$

Derajat bebas (5-1)(3-1) = 8.

Keputusan

Karena 47,90 lebih besar dari $\chi^2_{0,995} = 21{,}955$ kita menolak Ho pada tingkat signifikansi 0,005. Kita menyimpulkan pemasukan dan waktu terakhir kali konsultasi dengan dokter tidak independen. Nilai P kurang dari 0,005.

Small Expected Frequencies

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\left[\frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}}\right]$$

didistribusikan sebagai (chi-square) ketika Ho benar jika frekuensi harapan E_{ij} besar. Batasan besar E_{ij} yang harus ada pada penggunaan tes chi-square agar valid belum secara pasti diputuskan oleh para statistisi. Beberapa penulis punya rekomendasi minimal sebesar 10 untuk Eij. Untuk tabel kontingensi dengan derajat bebas lebih dari satu, Cochran (T5,T6) merekomendasikan minimal Eij sebesar 1 diperbolehkan jika tidak lebih dari 20% sel punya frekuensi harapan kurang dari 5. Jika X^2 berderajat bebas kurang dari 30 dan minimal frekuensi harapannya 2 atau lebih, Cochran (T6) menyatakan bahwa penggunaan tabel chi-square cukup memadai.

Baris-baris atau kolom yang berdekatan pada tabel kontingensi bisa digabungkan agar didapatkan nilai minimal dari frekuensi harapan.Masalah kecilnya nilai frekuensi harapan juga diselesaikan oleh Katt dan Sastry(T7), Nass(T8), Roscoe dan Byars (T9), Tate dan Hyer (T10, T11), dan Yarnold (T12).

Roscoe dan Byars (T9), tidak terlalu membatasi seperti Cochran dalam rekomendasinya tentang minimal frekuensi harapan. Dengan data yang didapat dari populasi uniform, pada tingkat signifikansi 0,05 mereka mendapatkan rata-rata nilai frekuensi harapan sebesar 2. Rata-rata frekuensi harapan sebesar 4 diterima pada tingkat signifikansi 0,01. Mereka merekomendasi ketika sampling dari populasi cukup menunjukkan keseragaman, rata-rata frekuensi harapan harusnya bernilai 4 atau lebih pada signifikansi 0,05 dan 6 pada signifikansi 0,01. Peneliti lain lebih tidak membatasi, asalkan nilainya masih memungkinkan pada kondisi umum, frekuensi harapan pada semua sel sekecil 1 bisa diterima tanpa membahayakan validitas tes.

Tabel kontingensi 2x2

Ketika ada dua kategori dari masing-masing dua kriteria, hasil tabel kontingensi mempunyai dua baris dan dua kolom membentuk empat sel. Tabel tersebut merujuk pada 2x2 atau tabel kontingensi lipat empat. Tabel kontingensi 2x2 secara umum ditunjukkan pada tabel 5.4. Kita bisa menemukan bahwa derajat bebas pada tabel kontingensi 2x2 adalah 1 ketika kita menerapkan aturan (r-1)(c-1). Kita bisa menggunakan formula berikut untuk mendapatkan X^2 dari data tabel 2x2.

$$X^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)}$$

TABEL 5.4

2 x 2 tabel kontingensi

Kriteria pertama klasifikasi	Kriteria kedua klasifikasi		
	1	2	Total
1	a	b	a + b
2	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	n

Contoh berikut mengilustrasikan prosedur analisis data untuk tabel 2x2.

Contoh 5.2

Abse et al.(E2) melapokan data yang ditunjukkan pada tabel 5.5 untuk merokok pada malam hari dan kanker paru-paru pada 56 subjek. Kita ingin mengetahui apakah merokok pada malam hari dengan kanker paru-paru berhubungan.

TABEL 5.5

Merokok pada malam haridan status kanker paru-paru pada 58 subjek

Kanker Paru-paru	**Kebiasaan merokok malam hari**		
	Ya	**Tidak**	**Total**
Ya	20	16	36
Tidak	6	14	20
Total	26	30	56

Hipotesis

H_0 : Merokok pada malam hari dan kanker paru-paru independen

H_1 : Kedua variabel berhubungan (tidak independen)

Statistik Uji

Dari data Tabel 5.5, kita menggunakan persamaan 5.7 untuk menghitung

$$X^2 = \frac{56[(20)(14) - (16)(6)]^2}{(26)(30)(20)(36)} = 3{,}376$$

Keputusan

Karena $X^2 = 3{,}376$ kurang dari 3,841 nilai dari chi-square untuk derajat bebas 1 dan α=0.05 kita tidak tolak Ho pada tingkat signifikansi 0.05. Dan bisa disimpulkan bahwa kedua variabel - merokok malam dan kanker paru-paru independen ($0.10 >$ P value > 0.05).

Masalah nilai frekeunsi harapan yang kecil bisa diatasi pada penggunaan tabel kontingensi 2x2. Pada kasus ini biasanya mengikuti rekomendasi Cochran (T5,T6). Dia merekomendasi untuk tidak menggunakan tes chi-square ketika $n < 20$. Untuk $20 < n < 40$, Cochran merekomendasikan tidak menggunakan tes chi-square jika frekuensi harapan terkecil kurang dari 5. Untuk $n > 40$, tidak ada nilai frekuensi harapan pada tabel kontingensi 2x2 yang kurang dari 1.

Yate's Correction.

Pada 1934, Yates (T13) menyatakan prosedur koreksi untuk digunakan ketika menghitung X^2 dari data tabel kontingensi 2x2. Prosedur yang dikenal dengan *Yate's correction for continuity,* terdiri dari pengurangan 0.5n dari nilai absolut ad-bc pada numerator persamaan 5.7. Tujuan prosedur ini adalah untuk 'membetulkan' penggunaan distribusi kontinu chi-square untuk memperkirakan distribusi diskrit X^2. Ketika kita menggunakan koreksi, persamaan 5.7 menjadi

$$X_c^2 = \frac{n(|ad-bc|-0{,}5n)^2}{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)} \qquad (5.8)$$

Meskipun koreksi Yates banyak digunakan sejak dulu, ada kritikan untuk prosedur tersebut, termasuk Conover(T14), Grizzle (T15), Lancaster (T16), Pearson (T17) dan Plackett (T18). Sebagai hasil temuan mereka, penggunaan koreksi sudah jarang digunakan. Untuk komentar lain untuk koreksi Yates, lihat artikel oleh Liddell (T19) dan Mantel dan Greenhouse (T20).

Jika kita menggunakan koreksi Yates ke data contoh 5.2 pada tabel 5.5 kita dapat

$$X_c^2 = \frac{56[|(20)(14) - (16)(6)| - 0{,}5(56)]^2}{(26)(30)(20)(36)} = 2{,}427$$

Maka pada 0.05 tingkat signifikansi, kita mencapai kesimpulan yang sama baik dengan koreksi atau yang tidak dengan koreksi (P value > 0.10).

LATIHAN

5.1 Highman dan Davidson (E3) surveyed nonprofit, meneliti rumah sakit umum dengan 100 kamar atau lebih di United States untuk menentukan planning method mereka. Tabel 5.6 menunjukkan banyaknya kuesioner yang dikembalikan dan tidak dikembalikan terhadap ukuran rumah sakit yang disurvei. Bisakah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa ada hubungan antara ukuran rumah sakit dengan kemauan mereka untuk mengembalikan kuesioner? Apa P value-nya?

TABEL 5.6

Jumlah rumah sakit yang merespon dan tidak merespon kuesioner survei terhadap ukuran rumah sakit

	Ukuran rumah sakit (dalam jumlah kamar)					
Respon	100-199	200-299	300-399	400-699	700<	Total
Kuesioner dikembalikan	108	94	62	67	14	345
Kuesioner tidak dikembalikan	334	151	112	53	6	656
Kuesioner yang dikirim	442	245	174	120	20	1001

Sumber: Arthur Highman amd Leth Davidson, "Plans and Planning Methods of Hospital Administrators," Hosp. Topics, 50 (June 1972), 30-42; reprinted by permission from Hospital Topics

5.2 Sebagai bagian dari penelitian yang didisain untuk mengidentifikasi substruktural yang memungkinkan, etnis dan pengaruh keluarga pada perpindahan setelah pelatihan. Lieberman (E4) mendapatkan data untuk underclass whites ditunjukkan pada tabel 5.7. Apakah data tersebut cukup membuktikan untuk menolak Ho bahwa opportunity level dengan perpindahan tenaga kerja adalah independen? Apa P value-nya?

TABEL 5.7

Opportunity level untuk underclass whites dan angkatan kerja

Opportunities	Perpindahan tenaga kerja		
	Rendah	Tinggi	Total
Rendah	45	19	64
Tinggi	6	43	49
Total	51	62	113

Sumber: Leonard Lieberman, "Atornism and Mobility among Underclass Chippewas and Whites," Hum. Org., 32(1973), 337-347; reproduced by permission of the Society for Applied Anthropology

5.3 Pada penelitian hubungan antara hypoglecimia dan peningkatan rata-rata dosis per hari insulin, peneliti dengan Boston Collaborative Drug Surveillance Program (E5) didapat data yang ditunjukkan pada tabel 5.8. Bisakah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa rata-rata dosis insulin per hari berhubungan dengan ada atau tidaknya hypoglecimia? Temukan P value?

TABEL 5.8

Rata-rata dosis insulin per hari (MDD), units perkilogram berat badan dan ada tidaknya hypoglicemia pada 325 pasien.

MDD	Hypoglicemia		
	Ada	Tidak ada	Total
< 0,25	4	40	44
0,25-0,49	21	74	95
0,50-0,74	28	59	87
0,75-0,99	15	26	41
≥ 1,0	12	46	58
Total	80	245	325

Sumber : "SpecialCommunications : Relation of Body Weight and Insulin Dose to the Frequency of Hypoglisemia, A Report from the Boston Collaboration Drug Surveillance Program, "J. Amer. Med. Assoc.,228(1974), 192-194; copyright 1974, American Medical Association.

5.4 Data pada Tabel 5.9 untuk status fertilitas dan ada atau tidaknya diagnosa psikiatrik untuk 100 wanita yang menikah dilaporkan oleh Mai et al. (E6). Apakah data tersebut menyediakan cukup bukti untuk menunjukkan hubungan antara status fertlitas dengan ada tidaknya diagnosis psikiatrik? Tentukan P value?

TABEL 5.9

Status Fertilitas dan Diagnosis Psikiatrik pada 100 Wanita yang Sudah Menikah

Diagnosis psikiatrik	Status Fertitlitas		
	Infertil	Fertil	Total
Ya	31	17	48
Tidak	19	33	52
Total	50	50	100

Sumber: FrancoisM.Ma, Robert N. Munday and Eric E. Rump, "Psysichiatric Interview Comparisons between Infertile and Fertile Couples, " *Psychosom. Med.,* 34 (1972), 431-440.

5.5 Pada sebuah penelitian tentang sikap orang kulit putih terhadap kulit hitam, Heller dan Redente (E7) berfokus pada sikap mengenai kemungkinan untuk berhubungan. Dari berbagai respon untuk kuesioner ditujukan ke 231 rumah tangga, penulis mendapatkan "Indeks Sikap" dengan skor 10 sebagai sikap yang paling positif. Tabel 5.10 menunjukkan indeks sikap dan jarak dalam mil dari sample point ke lingkungan orang kulit hitam. Apakah data menyediakan cukup bukti untuk menunjukkan bahwa jarak dari lingkungan orang kulit hitam dan indeks sikap tidak independen? Tentukan P value?

TABEL 5.10

Indeks Sikap dan Jarak dari Lingkungan Orang Berkulit Hitam pada 231 penduduk

	Indeks Sikap				
Jarak (dalam mil)	0-3	4-6	7-8	9-10	Total
0,55-1,23	5	11	13	21	50
1,54-1,78	3	16	27	9	55
1,97-3,02	10	26	20	22	78
3,88-7,12	14	15	11	8	48
Total	32	68	71	60	231

Sumber: Charles F. Heller, Jr., and Anthony L. Redente, "Residental Loction and White Attitude toward Mixed-Race Neighborhoods in Kalamazoo, Michigam, "*J. Geog.,* 72 (March 1973), 15-25

5.6 Steadman (E8) meneliti data dari 256 kasus tentang ketidakmampuan mengajukkan tindak kejahatan terdakwa ditinjau berdasarkan undang-undang New York State yang mengharuskan determinasi terhadap sesuatu yang membahayakan. Subjek diklasifikasi silang menurut (a) apakah mereka mempertimbangkan keadaan bahaya atas dasar penilaian psikiatrik dan (b) tindak kejahatan. Tabel 5.11 menunjukkan hasilnya. Bisakah kita memutuskan keduanya berhubungan? Tentukan P value?

TABEL 5.11

Temuan Psikiartrik tentang Keadaan Bahaya oleh Tindak Kejahatan

Bahaya menurut psikiatrik	Tindak Kejahatan				
	Kekerasan terhadap orang	Pencurian dan Pencopetan	Vandalis me	Lainn ya	Tot al
Ya	75	46	23	11	155
Tidak	30	32	24	15	101
Total	105	78	47	26	256

Sumber: Henry J Steadman, "Some Evedence on the Inadequacy of the Concept and Determination of Dangerourness in Laaw and Psychiatry, "*J. Psychiatry and the Law,* 1 (1973), 409-426; copyright 1973 by Federal legal Publications, 95 Morton Street, New York, N.Y.

5.7 Pada penelitian mengenai dampak background masa kecil terhadap tingkat orang dewasa yang berpartisipasi dalam kegiatan memancing dan berburu, Sofranko dan

Nolan (E9) melaporkan data seperti yang ada pada Tabel 5.12 dari 440 responden. Tes hipotesis nol tentang independensi dua variabel tersebut dan tentukan P value.

TABEL 5.12

Tempat Tinggal Pada Masa Muda dan Sumber Pengenalan Terhadap Olahraga dari 440 Nelayan

Sumber Pengenalan	Tempat Tinggal masa muda		
	Rural	Bukan rural	Total
Orang tua	118	47	165
Saudara	32	24	56
Teman	56	40	96
Sendiri	44	24	68
Kombinasi	34	12	46
Suami/Istri	2	7	9
Total	286	154	440

Sumber: Andrew J. Sofranko and Michael F. Nolan, "Early Life Experience and Adult Sports Participation," *J. Leisure Res.,* 4(1972(, 6-18: copyright National Recreation and Park Association, 1972.

5.8 Farrell (E10) meneliti 108 pelanggar yang menerima perawatan legal selama periode 5 tahun pada yuridiksi kota besar di United States. Tabel 5.13 menunjukkan subjek yang diklasifikasi silang dengan status sosial dan perawatan legal. Tes hipotesis nol bahwa kedua kriteria tersebut independen. Temukan P value.

TABEL 5.13

Perawatan Legal dan Status Sosial Pelanggar

Perawatan Legal	Status Sosial			
	Kelas Menengah	Menengah ke bawah	Kelas Bawah	Total
Pengurungan	2	11	26	39
Masa Percobaan	8	17	6	31
Membayar atau lainnya	16	15	7	38
Total	26	43	39	108

Sumber: Ronald A. Farrell, "Class Linkages of Legal Treatment of Homosexuals, "*CriminologyCriminology.* 9(May 1971), 57 : reprinted by permission of Sage Publications.

5.9 Hazell (E11) mengklasifikasi responden di Itali berdasarkan kelas sosial dan ketertarikan terhadap politik. Anggota kelas sosial ditentukan berdasarkan pekerjaan/jabatan. Responden yang mempunyai posisi nonmanual diklasifikasi sebagai kelas menengah, mereka yang memegang posisi manual diklasifikasi sebagai kelas pekerja, dan pemilik peternakan/perkebunan kecil dan petani bagi hasil sebagai agraria. Ketertarikan politik diklasifikasikan berdasar pada jawaban responden tentang pertanyaan: "Menurut pendapat anda, partai mana di Itali yang paling baik dalam membela orang seperti anda?" hasilnya pada Tabel 5.14; nilai pada kolom adalah hasil presentasi dari sampel size yang ada pada bagian bawah kolom. Ubah presentase tersebut ke dalam frekuensi dan tentukan apakah data hasil menyimpulkan kelas sosial dan ketertarikan politik berhubungan. Tentukan P value.

TABEL 5.14

Sample dari responden diklasifikasi berdasarkan kelas sosial dan ketertarikan politik

Ketertarikan Politik	Kelas Sosial		
	Pekerja	Kelas Menengah	Agraria
Aliran Kiri	68	47	37
Aliran Tengah	28	34	57
Aliran Kanan	4	19	6
	n_1=392	n_2=230	n_3=230

Sumber: Lawrence E. Hazelrigg, "Religious and Class Bases of Political Conflict in Italy, "Amer J. Sociol. 75 (1970). 496-511: copyright 1971 by The University of Chicago; all rights reserved.

Note: angka pada kolom adalah persentase pada kolom n

5.10 Potter and Hoeke (E12) meneliti kebiasaan investasi dari 756 investor dalam stock yang sama. Tabel 5.15 menunjukkan subjek penelitian diklasifikasikan berdasarkan nilai stock share yang dimiliki (dalam dollar) dan tingkat pengeluaran untuk belanja. Level 1 investor terdiri dari 512 subjek yang berlangganan ke satu majalah investor. Penulis merujuk mereka sebagai "heterogenous" investor. Level II investor terdiri dari 172 catatan eksekutif pada stock brokerages. Level III investor adalah 72 analis keuangan yang menjadi anggota Society for Financial Analysts. Rubah presentase pada tabel 5.15 ke angka dan tentukan apakah hasil menyediakan cukup bukti untuk menunjukkan bahwa nilai stock shares yang dimiliki dan tingkat pengeluaran untuk belanja berhubungan. Cari P value.

TABEL 5.15

Persentasi investor dari tiga kelompok pengalaman masalah financial yang memiliki nilai variasi dari stok saham

Nilai Saham ($)	**Tingkat 1**	**Tingkat 2**	**Tingkat 3**
0–999	16.3	8.1	5.1
1,000—4,999	27.5	14.6	5.1

5,000−19,999	26.7	27.3	17
20,000−99,999	19.1	28.5	20.3
Over 1,000,000	10.2	21.4	52.6

Sumber: Roger E. Potter dan Robert S. Hoeke, "Intergroup Comparison of Stock Investor Dimensions," Oklahoma Bus. Bull., 41 (April 1973), 6−11.

5.11 Tabel 5.16 menunjukkan sampel dari 178 pengguna kontak-lensa dengan klasifikasi jenis kelamin dan usia ketika mereka pertama kali memakai kontak-lensa [Bailey (E13)]. Apakah data menyatakan bahwa jenis kelamin dan umur ketika kontak-lensa pertama kali digunakan tidak independen? Tentukan P value.

TABEL 5.16

Jenis kelamin dan usia ketika pertama kali memakai kontak lensa dari 178 subjek

Usia ketika memakai kontak-lensa pertama kali	Laki-laki	Perempuan	Total
< 15	2	8	10
15−19	38	93	131
20 dan yang lebih tua	22	15	37
Total	62	116	178

Sumber: Neal J. Bailey, "Contact Lens Design—A Survey," Amer. J. Optom., 45 (1968), 96−102; digunakan dengan izin penerbit.

5.3

UJI CHI-SQUARE UNTUK HOMOGENITAS

Pada pembelajaran dalam statistik, mahasiswa mempelajari untuk menguji hipotesis nol bahwa 2 proporsi populasi P_1 dan P_2 adalah sama dengan menggunakan pendekatan normal ke binomial. Hipotesis nol biasanya dinyatakan dengan H0: P1=P2. Dengan kata lain hipotesis nol bisa dinyatakan dengan H0: 2 populasi homogen (berhubungan dengan proporsi subjek yang memiliki beberapa karakteristik yang ingin kita uji). Biasanya, sebuah sampel diambil dari masing-masing populasi yang ingin diteliti, subjek diklasifikasikan berdasarkan apakah mereka mempunyai karakteristik yang ingin kita uji. Hasilnya, dapat ditampilkan dalam tabel kontingensi 2x2 seperti tabel 5.17. Kesamaan dari 5.17 terhadap tabel kontingensi 2x2 (tabel 5.4) dari pembahasan sebelumnya sudah jelas. Seperti yang dapat diduga, kita bisa menghitung statistik χ^2 dari data pada tabel 5.17 dengan menggunakan persamaan 5.7.

Meskipun kita menghitung χ^2 untuk uji homogenitas dan uji kebebasan dengan menggunakan formula yang sama, uji tersebut berbeda dalam 2 hal penting:

prosedur sampling dan perhitungan dari frekuensi harapan. Perbedaan tersebut secara lengkap akan dijelaskan dalam pembahasan berikutnya.

Tabel 5.17

Tabel kontingensi 2 x 2

	Adanya karakteristik dari yang kita uji		
Sampel	**Ya**	**Tidak**	**Total**
1	a	b	a + b
2	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	n

Kita menguji hipotesis nol bahwa 2 populasi, yang diwakili oleh 2 sampel, adalah homogen dengan membandingkan nilai hitung dari χ^2 dengan nilai tabel dari χ^2 dengan derajat bebas 1. Uji seperti itu disebut Uji Chi-Square untuk homogenitas. Prosedur pengujian yang digambarkan di atas untuk tabel kontingensi 2x2 merupakan kasus khusus dari pengujian yang lebih umum. Ketika tabel kontingensi terdiri dari r baris dan c kolom, kita bisa menyimpulkan prosedur sebagai berikut:

ASUMSI

a. Sampel independen

b. Sampel acak

c. Masing-masing subjek di populasi mungkin diklasifikasikan dalam satu atau dua kategori sendiri satu sama lain, berdasarkan apakah subjek itu punya atau tidak karakteristik yang ingin kita uji.

d. Variabel yang diukur menghasilkan kategori yang mungkin tak terpisahkan dengan kategori variabel, atau mungkin variabel kuantitatif yang diukur bisa diklasifikasikan sendiri satu sama lain ke dalam kategori menurut angka.

HIPOTESIS

H0: sampel populasi homogen

H1: sampel populasi tidak homogen

STATISTIK UJI

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \left[\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \right]$$

Untuk tabel kontingensi 2x2, kita bisa menghitung χ^2 dengan formula penghitungan persamaan 5.7.

WILAYAH KRITIK

Kita tolak H_0 jika nilai χ^2 hitung lebih dari atau sama dengan nilai tabel χ^2 dengan derajat bebas (r - 1) (c - 1).

Contoh 5.3: Richardson dan kawan-kawan. (E14) melaporkan ada dan tidak adanya *Respiratory Distress Syndrome* (RDS) di dua kelompok bayi. Kelompok 1 terdiri dari 42 bayi yang selaput janin pecah 24 jam atau kurang dari itu, sedangkan kelompok 2 terdiri dari 22 bayi yang selaput janin pecah lebih dari 24 jam. Data dapat dilihat pada Tabel 5.18. Kita dapat menggunakan hasil tersebut untuk menguji hipotesis nol untuk dua populasi homogen. Diketahui $\alpha = 0.05$.

TABEL 5.18

Munculnya *Respiratory Distress Syndrome* (RDS) di dua kelompok Bayi

	RDS		
Kelompok	**Ya**	**Tidak**	**Total**
1	27	15	42
2	7	15	22
Total	34	30	64

Sumber: C.Joan Richardson, Jeffrey J. Pomerance, M. Dougglas Cunningham, dan Louis Gluck, "Acceleration of Fetal Lung Maturation Following Prolonged Rupture of the Membranes," Amer. J. Obstet. Gynecol., 118 (1974), 1115−1118.

Hipotesis

H0: dua populasi yang diwakili oleh dua kelompok dalam penelitian adalah homogen sehubungan dengan adanya RDS

H1: dua populasi tidak homogen

Statistik Uji

Dari persamaan 5.7, kita punya

$$\chi^2 = \frac{64[(27)(15)-(15)(7)]^2}{(34)(30)(22)(42)} = 6.112$$

Keputusan

Ketika 6.112>3.841, tolak H_0 dan dapat disimpulkan dua populasi tidak homogen ($0.025 > P$ value > 0.01).

Tanggapan mengenai frekuensi harapan yang kecil dan koreksi yate berhubungan dengan tabel 2x2 uji homogenitas.

Tabel kontingensi r x 2 kita bisa memperpanjang uji chi-square untuk homogenitas dengan 3 populasi atau lebih yang mana subjek bisa diklasifikasikan ke dalam satu atau dua kategori sendiri-sendiri. Data untuk uji seperti ini biasanya diperoleh dengan mengambil sampel acak independen dari masing-masing r populasi, dan sampel tersebut bisa ditunjukkan dengan menggunakan Tabel kontingensi r x 2, ketika r baris mewakili r populasi dan dua kolom mewakili dua klasifikasi karakteristik yang akan kita uji. Dengan kata lain, kata atau simbol yang berfungsi untuk mengidentifikasi populasi bisa jadi judul baris dan kategori variabel yang ingin kita uji bisa jadi judul kolom.

Contoh berikut menggambarkan uji homogenitas situasi ini.

Contoh 5.4

Mims dan kawan-kawan. (E15)mempelajari karakteristik dari subjek yang menghadiri program 5 hari seksualitas manusia. Datanya bisa dilihat di Tabel 5.19. Di dalam uji homogen berikut, kita asumsikan bahwa keempat kelompok merupakan sampel acak sederhana yang independen dari empat populasi yang diidentifikasi oleh judul baris.

TABEL 5.19

Status Perkawinan dari empat kelompok dari subjek yang menghadiri program seksualitas manusia

Kelompok	Sendiri	Menikah atau Bercerai	Total
Mahasiswa Kedokteran	50	20	70
Mahasiwa keperawatan	12	25	37
Mahasiswa lainnya	6	8	14
Ketua kelompok	1	21	22
Total	69	74	143

Sumber: Fern Mims, Rosalee Yeaworth, dan Stephen Hornstein, "Effectiveness of an interdisciplinary Course in Human Sexuality," Nursing Res., 23(1974). 248—253. Copyright 1974, The Ammerican Journal of Nursing Company.

Hipotesis

H_0 : empat populasi yang diwakili dalam penelitian ini adalah homogen dengan hubungan status perkawinan

H_1 : empat populasi tidak homogen dengan hubungan status perkawinan

TABEL 5.20

Nilai frekuensi harapan untuk contoh 5.4

Kelompok	Sendiri	menikah atau cerai	Total
Mahasiswa kedokteran	33.776	36.224	70
Mahasiswa keperawatan	17.853	19.147	37
Mahasiswa lainnya	6.755	7.245	14
Ketua kelompok	10.615	11.385	22

Total	69	74	143

Statistik Uji

Sel frekuensi harapan bisa dilihat pada Tabel 5.20

Dari frekuensi harapan dan frekuensi yang diamati dari tabel 5.19, kita hitung

$$\chi^2 = \frac{(50-33.776)^2}{33.776} + \frac{(20-36.224)^2}{36.224} + \cdots + \frac{(21-11.385)^2}{11.385}$$

$$=35.761$$

Keputusan

Ketika 35.761> χ_3^2= 12.838, kita bisa tolak H_0 pada tingkat kepercayaan 0.005. Kita simpulkan bahwa berdasarkan data laporan empat populasi tidak homogen dengan hubungan status perkawinan. P value kurang dari 0,005.

Tabel kontingensi r x c

Biasanya, subjek dari populasi bisa dikelompokkan menjadi tiga kategori atau lebih dari beberapa karakteristik. Ketika subjek sampel dari dua populasi diklasifikasikan menjadi satu atau tiga kategori, hasilnya bisa dilihat pada tabel kontingensi 2 x c. Dalam kasus umum, tiga populasi atau lebih mewakili dan tiga populasi atau lebih dikelompokkan dalam kategori subjek yang bisa dikelompokkan. Kondisi diatas datanya bisa dilihat pada tabel kontingensi r x c seperti Tabel 5.21, dimana r baris sama dengan r populasi dan c kolom sama dengan c kategori kelompok. Biasanya, baris bisa sama dengan kategori kelompok dan kolom untuk identifikasi populasi. Kita bisa melakukan uji chi-square homogen pada hasil data. Mekanis uji ini sama denga uji independen dari tabel r x c, yang dibahas pada bagian sebelumnya.

Satu hal penting bahwa uji chi-square homogen berbeda dengan uji chi-square independen pada penghitungan dasar frekuensi harapannya. Pada uji independen yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, kita menghitung sel frekuensi harapan dari tabel kontingensi dengan asumsi yang kurang dari dua kriteria dari klasifikasi independen. Berdasarkan hukum peluang, peluang kejadian gabungan dari dua tingkat masing-masing sama untuk produk dari dua peluang individu.

TABEL 5.21

Tabel kontingensi r x c untuk uji chi-square homogen

	Kategori dari klasifikasi						
Populasi		1	2	⋯	j	⋯	c	Total
1	n_{11}	n_{12}	⋯	n_{1j}	⋯	n_{1c}	n_1
2	n_{21}	n_{22}	⋯	n_{2j}	⋯	n_{2c}	n_2
⋮							⋮

i	n_{i1}	n_{i2}		n_{ij}		n_k	n_i
⋮							⋮
r	n_{r1}	n_{r2}	⋯	n_{rj}	⋯	n_{rc}	n_r
Total	n_1	n_2	⋯	n_j	⋯	n_c	n

Kita menghitung nilai frekuensi harapan dalam uji homogen menurut asumsi populasi diwakili tabel kontingensi homogen yang berhubungan dengan variabel yang kita uji. Jika ini benar, kita dapat menggabungkan beberapa populasi dan memperlakukan mereka sebagai satu sampel tunggal yang besar sejauh kriteria atau variabel klasifikasi yang bersangkutan. Akibatnya, setiap satu populasi diwakili oleh penelitian ini, kita memperoleh estimasi terbaik dari proporsi yang subjeknya jatuh dalam kategori tertentu dengan membagi total dari semua sampel yang jatuh pada kategori total dari semua subjek penelitian.

Untuk contoh, dalam Tabel 5.21, estimasi terbaik dari proporsi subjek di 1 populasi jatuh ke dalam 1 kategori dari kriteria yang klasifikasinya sama untuk n_1/n, jumlah sampel total dalam kategori 1 dibagi dengan jumlah total subjek penelitian. Kita arahkan n_1/n sebagai proporsi harapan dari n_1 subjek yang jatuh ke kategori 1. Kemudian untuk mendapatkan angka harapan dari n1 subjek sampel jatuh ke kategori 1, kita kalikan proporsi harapan dari kategori tersebut dengan n1 untuk mendapatkan

$$E_{11} = \left(\frac{n_1}{n}\right) n_1$$

Dengan demikian setiap nilai frekuensi harapan bisa diperoleh dengan membagi produk dari total marginal yang cocok dengan total keseluruhan. Ingatlah bahwa ini sama dengan prosedur untuk menghitung nilai frekuensi harapan pada uji independen. Dengan demikian, meskipun uji independen dan uji homogen penghitungannya sama, tapi untuk menghitung frekuensi harapan dasar berbeda.

Kedua uji juga berbeda dari cara pengumpulan datanya. Untuk uji independen, peneliti biasanya menarik satu sampel dari populasi subjek dan kemudian klasifikasi persilangan subjek mendasar dari dua kriteria yang kita uji. Untuk uji homogen, di sisi lain peneliti biasanya mengidentifikasi dua populasi atau lebih yang kita uji sebelum pengumpulan data dan menarik sampel independen dari masing-masing populasi yang di identifikasi. Setelah pengumpulan data, peneliti menempatkan subjek dalam setiap sampel, secara terpisah, dalam satu kategori atau dua atau lebih dari kriteria klasifikasi. Dalam kedua kasus, kita dapat menyimpulkan hasil pada tabel kontingensi. Berikut ini adalah contoh dari uji chi-square homogen.

Contoh 5.5:

Untuk mengetahui kesadaran masyarakat dan kepedulian terhadap polusi udara, Wall (E16) mewawancarai sampel sebanyak 40 warga masing-masing dari 3 daerah di Inggris. Tabel 5.22 menunjukkan tanggapan mereka terhadap pertanyaan, "apakah ada masalah polusi udara di lingkungan ini?" Mari kita gunakan prosedur uji hipotesis yang dijelaskan di awal bagian ini. Misal $\alpha = 0.05$.

TABEL 5.22

Tanggapan untuk pertanyaan : "apakah ada masalah polusi udara di lingkungan ini?"

Area warga	Tidak	Yes	ragu-ragu	tidak tahu	Total
Rawmarsh	5	31	2	2	40
Treeton	10	21	4	5	40
Wath	11	20	7	2	40
Total	26	72	13	9	120

Sumber: Geoffray Wall, "public Response to Air Pollution in South Yorkshire, England," Environ dan Behav., 5 (juni 1973), p. 239, copyright 1973 by Sage publication, Inc. Reprinted by permission of sage Publication, Inc.

Hipotesis

H_0: tiga populasi warga homogen sehubungan dengan pengetahuan tentang

masalah populasi udara

H_1: tiga populasi tidak homogen

Statistik Uji

Nilai frekuensi harapan ditunjukkan di tabel 5.23. dari frekuensi harapan dan

frekuensi amatan dari tabel 5.22, kita hitung

$$\chi^2 = \frac{(5-8.6667)^2}{8.6667} + \frac{(31-24)^2}{24} + \cdots + \frac{(2-3)^2}{3} = 10.391$$

Keputusan

Ketika $10.391 > \chi^2_6 = 12.592$, kita tidak bisa menolak H0, dan kita simpulkan

bahwa populasi mungkin homogen sehubungan dengan pengetahuan tentang masalah populasi udara (P value > 0.10).

TABEL 5.23

NILAI FREKUENSI HARAPAN UNTUK CONTOH 5.5

Area Warga	Tidak	Yes	Ragu-Ragu	tidak tahu	Total
Rawmarsh	8.6667	24	4.3333	3	40
Treeton	8.6667	24	4.3333	3	40
Wath	8.6667	24	4.3333	3	40
Total	26.0001	72	13.0000	9	120

Metode untuk menangani masalah dari kecilnya frekuensi harapan pada tabel kontingensi r x c di pergunakan pada bagian sebelumnya pada kasus uji homogen.

Latihan

5.12 Rosenwald dan Stonehill (E17) hipotesis bahwa kerusakan postpartum dini perempuan berbeda dari kerusakan kemudian yang masing-masing berhubungan dengan resolusi patologis dari krisis yang berbeda dari Ibu. Tabel 5.24 menunjukkan dari 12 wanita yang mengalami kerusakan postpartum dini dan 14 yang mengalami kerusakan terlambat, angka yang mengalami tingkat tinggi dan rendah mengalami penarikan kembali. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa kedua kelompok berbeda sehubungan dengan meluasnya penarikan kembali ? Tentukanlah P value.

TABEL 5.24

Meluasnya penarikan kembali pada wanita yang mengalami kerusakan postpartum dini dan terlambat.

	Meluasnya penarikan		
Waktu kerusakan	**high**	**low**	**Total**
Dini	10	2	12
Terlambat	2	12	14
Total	12	14	26

Sumber: George C. Rosenwald dan Marshall W. Stonehill, "Early and Late postpartum Illnesses," Psychosom. Med., 34 (1972), 129—137.

5.13 Van Vliet dan Gupta (E18) melaporkan hasil uji coba terkontrol untuk pengobatan idiopatik *Respiratory Distress Syndrome* (RDS). Bayi dianggap mempunyai RDS berat diobati secara acak dengan baik dengan larutan molar sodium bicarbonate (NaHCO3) atau 0.3 tri-hydroxy-methyl-amino-methane (THAM). Hasil pengobatan pada kedua kelompok ditunjukkan pada tabel 5.25. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa kedua kelompok berbeda sehubungan dengan tingkat pemulihan? Tentukanlah P value.

5.14 Kaufmann dan Raaheim (E19) menggunakan 93 mahasiswa laki-laki psikologi dalam percobaan untuk melihat apakah meningkatkan tingkat subjek aktivitas meningkatkan jumlah solusi untuk masalah tertentu. Sebuah kelompok kontrol dari 46 subjek diberi petunjuk dasar tentang pemecahan masalah, sedangkan kelompok eksperimen dari 47 subjek diberi petunjuk tambahan untuk aktif yaitu, untuk melakukan upaya konstruktif pada solusi. Tabel 5.26 menunjukkan angka dari setiap kelompok yang memecahkan masalah dalam 30 menit. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa kelompok eksperimen dan kontrol berbeda sehubungan dengan proporsi dari solusi?

TABEL 5.25

Hasil dari pemulihan pada pengobatan dua kelompok *Respiratory Distress Syndrome* (RDS) yang parah.

	sembuh dari	**kematian karena**	
Kelompok	**RD**	**RD**	**total**
Diobati THAM	18	7	25
Diobati $NaHCO_3$	10	15	25
Total	28	22	50

Sumber: P. K. J. van Vliet dan J. M. Gupta, "THAM v. Sodium Bicarbonate in Idiopathic Respiratory Distress Syndrome," Arch. Dis. in Childhood, 48 (1973), 249—255; reprinted by permission of the editor and publisher.

TABEL 5.26

Jumlah Subjek yang Memecahkan Masalah Kurang Dari 30 Menit

	Kelompok	Kelompok	
	Percobaan	Kontrol	Total
Terpecahkan	33	23	56
Tidak Terpecahkan	14	23	37
Total	47	46	93

Sumber: Reproduced with permission of the author and publisher from Kaufmann, G., & Raaheim, K. "Effect of inducing activity upon performance in an unfamiliar task." Psychological Reports, 1973, 32, 303—306, Tabel 1.

5.15 Bayer (E20) melaporkan data, yang ditunjukkan pada tabel 5.27, pada jumlah laki-laki menikah dan belum menikah yang memasuki perguruan tinggi yang masih terdaftar di perguruan tinggi tiga tahun kemudian. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa laki-laki yang sudah menikah dan laki-laki yang belum menikah ketika memasuki perguruan tinggi berbeda sehubungan dengan proporsi proporsi yang masih kuliah tiga tahun kemudian?

TABEL 5.27

Klasifikasi mahasiswa laki-laki dengan status perkawinan pada waktu awal pendaftaran perguruan tinggi dan status pendaftaran tiga tahun kemudian

	Tidak menikah	**menikah**	**total**
Mendaftar	775	687	1462
Tidak mendaftar	76	170	246

Total	851	857	1708

Sumber: Alan E. Bayer, "College Impact on Marriage" J. Marriage Fam., 34 (1972), 600—609; copyright 1972 by National Council on Family Relations; reprinted by permission.

5.16 Dalam sebuah penelitian terhadap penggunaan obat terlarang oleh mahasiswa di sebuah universitas besar, Garfield dan Garfield (E21) memperoleh data mengenai pengalaman minuman keras, pengguna ganja dan bukan pengguna ditunjukkan pada tabel 5.28. Dapatkah kita menyimpulkan berdasarkan data bahwa pengguna ganja dan bukan pengguna berbeda sehubungan dengan pengguna alkohol? Temukan P value.

TABEL 5.28

Pengalaman minum keras dari pengguna ganja dibandingkan dengan bukan pengguna

	Pengguna ganja		
Pengguna minuman keras	**pengguna**	**bukan**	**total**
Sekali atau lebih	66	23	89
Tidak pernah	3	8	11
Total	69	31	100

Sumber: Mark D. Garfield dan Emily Garfield, "A Longitudinal study of Drugs on a Campus," Int. J. Addictions, 8 (1973), 599—611.

5.17 Analisis dari catatan pengguna heroin, Newmeyer dan Gay (E22) mengklasifikasikan setiap subjek sebagai Old-Style Junkie (OSJ), Transition Junkie (TJ), New Junkie (NJ), atau Very New Junkie (VNJ), atas dasar berapa banyak waktu telah berlalu sejak penggunaan pertama obat-obatan terlarang. Tabel 5.29 menunjukkan jumlah kelas menengah, kelas menengah ke bawah, dan kelas pekerja ke dalam empat kategori. Mereka menentukan anggota kelas atas dasar pekerja dari individu terlatih. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan ketidakhomogenan tiga kelas sehubungan dengan klasifikasi pencandu?

5.18 Dalam penelitian yang dirancang untuk mempelajari efek dari lingkungan sosial budaya pada perasaan anak dan evaluasi dari anggota keluarga lainnya, Oliverio (E23) menggunakan 36 anak kelas bawah dari sekolah di Roma Sardinia, dan Pantai Gading. Setiap anak diperintahkan untuk menggambar sebuah keluarga. Tabel 5.30 menunjukkan tokoh terkemuka yang dibuat oleh setiap kelompok. Ujilah hipotesis nol bahwa tiga populasi tersebut homogen sehubungan dengan hubungan tokoh terkemuka pada gaambar. Tentukan P value.

TABEL 5.29

Pekerja terlatih dari kategori pencandu

	Kelas menengah	kelas menengah Kebawah	kelas pekerja	total
OSJ	25(11.8%)	35(16.5%)	152(71.7%)	212(100%)
TJ	16(12.7%)	23(18.3%)	87(69%)	126(100%)
NJ	27(11.3%)	50(20.8%)	163(67.9%)	240(100%)
VNJ	56(11.6%)	126(26.1%)	300(62.3%)	482(100%)
Semua	124(11.7%)	234(22.1%)	702(66.2%)	1060(100%)

Sumber: John A. Newmeyer dan George R. Gay, "The Traditional Junkie, the Aquarian Age junkie, dan the Nixon Era Junkie" Drug Forum, 2 (nomor 1, Fall 1972), 17—30; copyright 1972, Baywood Publishing Company.

5.19 Dalam sebuah penelitian yang dirancang untuk mengeksplorasi sikap dari pekerja perempuan yang lebih tua, Jacobson (E24) melaporkan data yang ditunjukkan pada tabel 5.31. Mengkonversi persentase frekuensi. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan ketidak homogenan sehubungan dengan lokasi kontak sosial utama antara perempuan yang bersedia untuk pensiun dan mereka yang tidak mau pensiun? Berapakah P valuenya?

TABEL 5.30

Tokoh Terkemuka di gambar anak, dengan area tempat tinggal

	Roma	**Pantai Gading**	**Sardinia**	**Total**
Orang tua	33	19	34	86
S Keluarga	0	16	1	17
D Sendiri	3	1	1	5
Total	36	36	36	108

Sumber: Anna Ferraris Oliverio, "Children's Evaluation of Family Roles, A Cross Cultural Comparison" Int. J. Psychol., 8(1973), 153—158; reprinted by permission of the International Union of Psychological Science and Dunod, Editeur, Paris.

TABEL 5.31

Pekerja wanita yang bersedia pensiun dengan lokasi kontak sosial utama

	Lokasi kontak sosial utama			
	Total(%) (n=66)	**masuk kerja(%) (n=28)**	**tidak kerja(%) (n=21)**	**teman tidak "nyata"(%) (n=17)**
Bersedia	42.4	14.3	61.9	64.7
Tidak	57.6	85.7	38.1	35.3

Sumber: Dan Jacobson, "Rejection of the retiree Role: A study of Female Industrial Workers in Their 50's," Hum. Rel., 27(1974), 477—492; published by Plenum Publishing Corporation, New York.

5.20 Steiitz dan kawan-kawan. (E25), dalam penelitian mode pemikiran politik antara "bright" remaja kelas pekerja, diperoleh data pada tabel 5.32. Dapatkah kita menyimpulkan berdasarkan data ini bahwa remaja dari berbagai komunitas berbeda sehubungan dengan kedudukan ayah mereka? Tentukan P value.

TABEL 5.31

Anak remaja dari tiga komunitas berdasarkan klasifikasi kedudukan ayahnya

	Komunitas		
Posisi ayahnya	**Milltown**	**Townline**	**City Ville**
Tidak ahli dan setengah kerah biru	**8**	**5**	**5**
Ahli kerah biru	4	7	8
Kerah putih dan sale	2	7	8
Pengusaha dan profesional	6	1	0
Total	20	20	21

Sumber: Victoria A. Steinitz, prudence King, Ellen Solomon, dan Ellen Shapiro, "Ideological Development in Working-Class Youth," Harvard Educ. Rev., 43(1973), 333—361; copyright 1973, President and Fellows of Harvard College.

5.21 Dalam sebuah penelitian yang dirancang untuk mengevaluasi pengaruh kelas sosial pada karir akademis dan pilihan kejuruan siswa laki-laki pada perguruan tinggi "elit", Goldstein (E26) mengumpulkan data yang ditunjukkan pada tabel 5.33. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan dalam pilihan subjek utama antara dua kelas sosial?

TABEL 5.33

Pilihan subjek mata pelajaran antar senior dengan kelas sosial

	Subjek mata pelajaran					
Kelas sosial	**ilmu satra**	**IPS**	**biologi**	**fisika**	**tehnik mesin**	**total**
Kelas menengah	**20**	**40**	**9**	**14**	10	93
Kelas Pekerja	27	39	10	16	12	104
Total	47	79	19	30	22	197

Sumber: Michael S. Goldstein, "Academic Careers and Vocational Choices of Elite and non-elite students at an Elite college," Sociol. Educ., 47(1974), 491—510.

5.4

MISCELLANY

Pada bagian ini akan memperkenalkan beberapa topik yang ingin kita uji bagi pengguna uji chi-square independen dan homogen. Keakraban dengan topik ini akan meningkatkan potensi analisis peneliti. Perlakuan yang mendalam dari topik ini tidak dapat disediakan di sini, tapi ada referensi yang cukup untuk membantu pembaca yang tertarik mengejar setiap topik secara lebih rinci.

Partisi Chi-Square

Ketika uji chi-square dari independen atau dari homogen dilakukan pada tabel kontingensi 2 x 2, interpretasi sangat mudah dan tidak ambigu. Pada uji independen, kita menyimpulkan bahwa dua variabel yang diteliti mungkin independen atau mereka berhubungan. Pada uji homogen, kita menyimpulkan bahwa dua populasi sampel mungkin homogen atau tidak homogen, tergantung pada apakah kita menolak hipotesis nol atau tidak. Ketika kita melakukan uji chi-suare independen dan homogen data dari tabel kontingensi menghasilkan derajat bebas satu atau lebih , interpretasi hasil yang tidak jelas. Jika kita menolak hipotesis nol dari independen, misalnya kita tidak mengetahui apakah independen menyebar merata pada setiap kategori atau hanya di kalangan kategori tertentu, ketika independen di antara beberapa kategori tersembunyi atau dependen yang lainnya. Hasil penghitungan semua nilai χ^2 tidak signifikan.

Kita dapat memperoleh beberapa pengetahuan dalam masalah ini dengan menggunakan sebuah teknik yang dikenal dengan *partisi dari chi-square.* Pada dasarnya, prosedurnya adalah untuk memecah tabel kontingensi r x c menjadi tabel yang lebih kecil. Kemudian kita menganalisa tabel-tabel yang lebih kecil tersebut secara terpisah untuk menentukan mana tabel yang memuat area terbesar dimana kita dapat menolak hipotesis independensi ataupun hipotesis homogenitas.

Perintis yang bekerja di wilayah ini adalah Irwin(T21), Kastenbaum(T22) , Kimbail (T23), dan Lancaster (T24,T25). Metode mereka telah didiskusikan dan diilustrasikan oleh Castellan(T26) dan Maxwell(T27). Makalah yang lebih baru dalam bidang ini telah ditulis oleh Bresnahan dan Saphiro(T28), dan Shaffer(T29). Brunden(T30) menjelaskan sebuah metode partisi untuk sebuah 2 x c tabel yang memungkinkan perbandingan dari sekelompok plasebo dengan seluruh kelompok perlakuan lain melalui analisis ketepatan terpilih tabel 2x2.

Tabel Kontingensi Multidimensional

Sejauh ini pembahasan kita telah difokuskan pada analisis dari data yang dapat ditampilkan dalam tabel kontingensi dua arah. Meskipun demikian, bukan sesuatu yang umum bagi suatu eksperimen atau survei sampel untuk menghasilkan data yang dapat ditampilkan dengan penuh arti dalam sebuah tabel kontingensi dengan dimensi yang lebih tinggi. Hoyt et al. (T31), misalnya, menganalisis tabel kontingensi empat arah yang mengklasifikasikan 13,968 lulusan SMA dengan dasar (a) sepertiga posisi pada kelulusan SMA, (b) status mereka pada suatu tanggal setelah SMA (misalnya mendaftar universitas, mendaftar di non-universitas, bekerja penuh, atau lainnya), (c) jenis kelamin, dan (d) tingkat pekerjaan ayah. Judul marginal untuk tabel mereka ditunjukkan pada tabel 5.34. Badan tabel terdiri atas 2 x 7 x 4 x 3 = 168 sel berisi jumlah frekuensi dihubungkan dengan subgroup terindikasi dari 13,968 subjek.

TABEL 5.34

Judul Marginal Tabel Kontingensi yang mengelompokkan 13.968 lulusan SMA

Status Pasca SMA		**Peringkat Sekolah Tertinggi**											
		Sepertiga Terendah				**Sepertiga Pertengahan**				**Sepertiga Tertinggi**			
		1	**2**	**3**	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Jenis Kelamin (1)	1												
Status Pekerjaan Ayah	2												
	3												
	4												
	5												
	6												
	7												
Jenis Kelamin (2)	1												
Status Pekerjaan Ayah	2												
	3												
	4												
	5												
	6												
	7												

Lewis (T32) memberikan gambaran umum dari metode yang lebih penting dalam menganalisa tabel multidimensional sepanjang dengan sebuah prosedur pilihan yang dikatakannya secara komputasi adalah yang paling sederhana. Artikel lain yang menarik termasuk dari Lancaster(T33), Pleckett(T34), Shaffer(T35), Smith(T36), Sutcliffe(T37), dan Goodman(T38, T39, T40, T41). Referensi tambahan dapat ditemukan di Lancaster (T4). Freeman(T42) dan Paik (T43) membahas teknik grafikal untuk merepresentasikan tabel kontingensi multidimensional.

Mengkombinasikan Tabel Kontingensi

Tabel kontingensi data yang berhubungan dengan penelitian yang sama kadang-kadang tersedia. Kemudian pertanyaan logisnya adalah apakah dan bagaimana beberapa potong bukti dapat digabungkan pada pengujian hipotesis independen atau homogenitas sepanjang baris dan kolom.

Armitage(T44) dan Cochran(T6) membahas beberapa metode yang menggabungkan tabel kontingensi yang telah dikembangkan sebelumnya. Cochran (T6), yang mengutip ketidakcukupan para beberapa prosedur, menyarankan sebuah metode menggunakan penimbang dalam prpses pengumpulan. Radhakrishna(T45) mengembangkan metode Cochran's. Sebuah catatan dari Nelson (T46) juga menarik.

Menguji Tren dalam Tabel Kontingensi

Ketika c klasifikasi kategori dari sebuah 2 x c tabel kontingensi jatuh ke urutan natural, sebagaimana jika kategorinya adalah kelompok umur, komponen dari chi-square yang disebabkan oleh tren linier dapat diisolasi dan diuji signifikansinya. Armitage (T44, T47) dan Cochran (T6) membahas prosedur ini dengan sangat detail. Smith (T48) mengilustrasikan prosedur itu menggunakan data dari sebuah penelitian tentang preferensi konsumen. Uji chi-square secara keseluruhan pada hipotesis nol bahwa preferensi pada sebuah barang dan umur konsumen adalah independen tidak dapat ditolak pada tingkat kepercayaan 0.10. Menggunakan uji ini untuk tren, walaupun, dapat digunakan untuk menyimpulkan, pada tingkat kepercayaan 0.01, proporsi dari konsumen yang berpreferensi pada barang tersebut meningkat sejalan dengan usia. Steel dan Torie (T49) juga memberi sebuah contoh numerik sebagai ilustrasi dari teknik ini. Pemilihan pengelompokan yang sesuai ketika menguji tren dalam konteks ini dibahas oleh Connor (T50).

Uji Statistik Simultan Menggunakan Data Kategorik

Dalam tipikal survei sampel, respon untuk berbagai pertanyaan dirangkum dalam beberapa tabel kontingensi dua arah. Ketika kita menggunakan uji chi-square untuk tiap tabel dan membandingkan hasil perhitungan signifikansi X^2 untuk nilai-nilai yang ditabulasikan dari distribusi chi-square pada cara biasa, masalah interpretasi muncul karena berbagai uji tersebut tidak independen-individu yang sama dilibatkan dalam semua uji. Jensen et al(T51) telah memberikan prosedur untuk menggunakan bebarapa uji chi-square secara simultan meskipun terdapat korelasi diantara uji-uji statistik. Pengarang juga menyediakan tabel khusus yang memfasilitasi aplikasi dari prosedur yang diusulkan

Menentukan Ukuran Sampel

Ketika berbagai teknik statistik dapat digunakan, ukuran sampel merupakan pertimbangan yang penting. Merupakan hal yang benar juga ketika analisis chi-square digunakan. Holt et al(T52) memberikan rumus untuk mengestimasi ukuran sampel yang dibutuhkan untuk tabel kontingensi 2 x 2. Dalam paper yang lain, Holt (T53) memberikan penurunan dari sebuah rumus untuk ukuran sampel untuk sebuah tabel r x c.

Hornick dan Overall (T54) mengevaluasi estimasi dari kebutuhan sampel untuk tabel kontingensi 2 x 2, diturunkan dari tiga perkiraan rumus, dengan perbandingan terhadap perhitungan eksak. Penulis menjelaskan strateginya untuk penentuan eksak dari ukuran sampel minimum yang dibutuhkan untuk menghasilkan kekuatan spesifik untuk uji signifikansi dari perbedaan proporsi dalam dua kelompok perlakuan. Perkiraan sederhana untuk ukuran sampel yang dibutuhkan untuk koreksi Yates- uji chi-square terkoreksi untuk memperoleh kekuatan spesifik, diberikan oleh Ury dan Fleiss (T55). Mereka membandingkan perkiraan mereka dengan perkiraan lain dan dengan ukuran sampel eksak untuk kasus sampel yang sama.

Kekuatan

Sejumlah makalah berfokus mengenai kekuatan dari uji chi-square tampak dari literature, termasuk oleh Diamond(T56), Harkness dan Katz(T57), Meng dan

Chapman(T58), dan Mitra(T59). Kekuatan dari uji chi-square untuk tren linier pada proporsi telah dikemukakan oleh Chapman (T60). Overall(T61) telah menyelidiki kekuatan uji chi-square untuk tabel kontingensi 2 x 2 dengan frekuensi harapoan yang kecil. Dia mencatat bahwa frekuensi harapan yang kecil pada tabel kontingensi 2 x 2 sering terjadi karena satu dari hasil kategorinya merupakan peristiwa yang langka. Penulis memberikan rumus untuk mengestimasi jumlah peristiwa langkah yang dibutuhkan untuk menyajikan kekuatan uji chi-square yang cukup. Dia menyimpulkan bahwa kekuatan uji chi-square dalam hubungannya dengan sebuah tabel kontingensi 2 x 2 dengan frekuensi harapan yang kecil dalam satu baris atau kolom sangatlah kecil sehingga uji yang diberikan tersebut pada dasarnya tidak berguna.

Haber (T62, T63) membahas kekuatan asymptotic dari uji chi-square untuk alternative kelas-kelas tertentu dan untuk tabel kontingensi multidimensional. Dalam makalah Haber yang lain(T64), tiga pendekatan untuk fungsi kekuatan dari uji chI-square untuk hipotesis “tidak ada tiga faktor interaksi” dalam sebuah tabel kontingensi 2 x 2 x 2 telah diperkenalkan dan dibandingkan.

Penggunaan Analisis Chi-Square yang tidak perlu

Karena uji chi-square merupakan salah satu dari teknik statistik yang digunakan paling luas, tidak mengehrankan jika ia juga salah digunakan. Lewis dan Burke(T65, T66) membahas beberapa contoh bagaimana mereka endasarkan kesalahan penggunaan dari chi-square. Makalah mereka telah mencantumkan tambahan komentar dari Peter(T67), Pastore(T68), Edwards(T69), dan Burke(T70). Berbagai jenis makalah-makalah tersebut tersedia dalam sebuah buku bacaan yang diedit oleh Steger (T71). Alleged kesalahgunaan dari analisis chi-square juga telah dikutip oleh Rich. Et al(T72) dan Wright(T73).

Artikel tahun 1949 yang ditulis oleh Lewis dan Burke(T75) telah diperbaharu pada 1983 oleh Delucchi (T74). Sebagai tambahan, penulis membuat sebuah penelitian pada penggunaan statistik chi square dan membahas pendekatan tambahan dan alternative yang mungkin dikembangkan oleh peeliti yang sering bersinggungan dengan data kualitiatif.

BACAAN LEBIH LANJUT

Ketertarikan pengguna terhadap teknik chi-square dibahas oleh Feinstein dan Ranshaw (T75) dalam sebuah prosedur untuk kalkulasi mental yang rapat dari empat uji chi-square. Smith(T76) memberikan sebuah nomogram untuk menghitung statistik chi-square yang dapat berguna di lapangan atau ketika hasil dibutuhkan dengan segera. Masalah pilihan optimum pada kelas-kelas untuk tabel kontingensi telah diutarakan oleh Hamdan (T77). Chernoff (T78) membahas derajat bebas untuk chi-square.

Sebagaimana disebutkan sebelumnya, banyak situasi melibatkan analisis tabel kontingensi muncul dimana kategori-kategori untuk satu atau lebih variabel mewakili titik-titik pada skala yang berurutan. Situasi seperti ini telah menjadi fokus penelitian Hirotsu(T79, T80), Takeuchi dan Hirotsu (T81), dan Goodman(T82).

Pada 1959 Mantel dan Haenszel (T83) mengusulkan sebuah metode untuk menganalisis kumpulan tabel kontingensi 2 x 2 yang membandingkan hasil dari dua perlakuan dalam beberapa strata. Kekuatan dari uji Mantel-Haenszel diselidiki oleh Wittes dan Wallenstein (T84). Mantel dan Fleiss(T85) mengusulkan sebuah aturan mengenai frekuensi harapan minimum sel pada uji Mantel-Haetszel untuk independensi dalam beberapa tabel rangkap empat. Rumus alternative untuk menghitung statistik chi-square telah diusulkan oleh Boynton dan Poe (T86), McDonald-Schlichting (T87), dan Cox (T88).

Lackritz (T89) menggambarkan sebuah metode untuk menemukan nilai P eksak bagi uji chi-square dengan menghindari kalkulator tangan dan tabel normal standar. Metode tersebut juga memungkinkan investigator untuk menemukan nilai dari statistik chi-square yang hilang drai tabel paling siap yang tersedia.

Analisis data dari tabelkontingensi 2 x 2 dengan chi-square dan teknik lain merupakan pokok bahasan Brown (T90), yang menggunakan contoh dari obat untuk mengilustrasikan prosedurnya. Penggunaan analisis chi-square pada penelitian terapi fisik dibahas oleh Witt dan MCGrin (T91). Sebuah prosedur uji multiple menggunakan statistik chi-square diajukan oleh O'Brien dan Fleming (T92) untuk digunakan di klinik percobaan.

Schouten et al. (T93) mengusulkan sebuah koreksi kontinuitas, yang diklaim lebih sesuai dan lebih *powerfull* daripada Koreksi Yate's. Haber (T94) melaporkan hasil dari sebuah penelitian yang membandingkan uji chi-square tanpa menggunakan koreksi dengan empat metode yang mengatur kontinuitas.

Saran dalam tampilan grafik dari komponen signifikan tabel kontingensi dua arah adalah pokok bahasan dari paper Cohen(T95). Dari ketertarikan sejarah adalah sebuah makalah dari Plackett(T96), yang membahas aktivitas Karl Pearson's yang bersesuaian selama dekade pertama karir statistiknya dan menggambarkan beberapa pekerjaan orang-orang yang sezaman dengannya serta pendahulunya.

Pembahasan yang lebih luas mengenai uji chi-square dan analisis tabel kontingensi secara umum ditemukan pada buku Aikin (T100), Gokhale dan Kullback(T101), Goodman(T82, T102), dan Reynolds(T103).

5.5

Program-program Komputer

Russell (T104) telah menulis sebuah program computer yang membangun frekuensi dan tabel kontingensi dari sebuah kuisioner dan adata lain yang disimpan pada kartu berlubang-lubang. Hill dan Pike(T105) menyajikan sebuah algoritma untuk menemukan peluang X^2 untuk derajat khusus melebihi nilai yang dirancang.

Algoritma lain dibahas oleh Goldstein(T106) yang menaksir kuantil dari peluang khusus untuk distribusi chi-square dengan derajat bebas yang telah dirancang.

Sebuah program BASIC untuk menghitung statistik chi-square dengan derajat bebas lebih dari 1 telah ditulis oleh Forer(T107). Penulis menyatakan bahwa program itu membutuhkan kecanggihan komputer yang minimum dan mudah disesuaikan dengan paket perangkat lunak spreadsheet.

Tsai(T108) menggambarkan sebuah program komputer interaktif yang memungkinkan peneliti untuk menghitung ukuran samper yang dibutuhkan untuk mengatur kesalahan tipe I Dan II, dalam sebuah basis *post hoc*, untuk menganalisis kekuatan ujinya. Program tersebut ditulis dalam Bahasa BASIC dan membutuhkan tempat penyimpanan 7K.

CHITEST, dibuat oleh Romesburg dan Marshall(T109), merupakan program FORTRAN 77 yang interaktif dengan menggunakan metode Monte Carlo untuk menguji hipotesis nol bahwa faktor kolam dan baris pada sebuah r x k tabel kontingensi independen satu sama lain. Program itu dirancang untuk memberikan estimasi *P-value* yang lebih akurat ketika frekuensi harapannya kecil.

Arena(T110) telah menulis sebuah program FORTRAN untuk menghitung uji statistik chi-square Mantel-Haenszel yang telah diperluas untuk tabel 2 x j multiple. Dalam analisis tabel 2 x 2, program memeriksa nilai frekuensi harapan untuk memastikan bahwa asumsi asimptotik terpenuhi. Sebagai pilihan, koreksi Yates untuk kontinuitas dapat digunakan pada analisis tabel 2 x 2.

Bergan et al.(T111) membuat sebuah program komputer untuk membangun tabel kontingensi multidimensional. Program itu dapat menerima sampai 500 variabel sebagai data dan membangun sebuah tabel frekuensi dari satu sampai delapan dimensi. Setiap variabel dapat memiliki sebanyak delapan kategori. Sebagai tambahan, program tersebut dapat menggabungkan, mengode ulang, dan membuat variabel formal sesuai kebijaksanaan pengguna.

Penggunaan komputer pada analisis tabel kontingensi dibahas dalam buku Everitt(T98) dan Goodman(T82, T102). Thakur et al.(T112) telah menulis program FORTRAN untuk menguji tren linier dan homogenitas dari proporsi. Tren diuji dengan metode Cochran-Armitage, dan homogenitas diuji dengan sebuah uji chi-square secara keseluruhan sebagaimana perbandingan pasangan multiple diuji dengan metode eksak Fisher-Irwin. Penulis menyatakan bahwa program tersebut seharusnya dengan mudah diimplementasikan dalam berbagai ukuran komputer dengan FORTRAN compiler.

Berry dan Mielke (T113) telah menulis sebuah fungsi APL untuk uji eksak chi-square. Sebuah program untuk menghitung peluang chi-square sebagaimana perluang untuk distribusi lain yang digunakan secara luas telah dibuat dengan sesuai oleh von Collani (t114). Karena analisis chi-square merupakan sebuah teknik statistik yang digunakan secara luas, kebanyakan kemasan software computer komersial untuk analisis statistik tujuan umum telah dilengkapi penggunaan uji chi-square.

Latihan Ulasan

Untuk latihan 5.22 sampai 5.27, tunjukkan apakah hipotesis nolnya harus independen atau homogenitas.

5.21 Seorang psikolog ingin mengetahui kelompok professional tertentu yang memiliki pendapat berbeda tentang pelegalan ganja. Sebuah sample acak dipilih dari setiap grup berikut : tabib, rohaniawan, pengacara, guru, dan perawat. Setiap potensial responden ditanya untuk menjawab ya, tidak, atau tidak peduli dengan pertanyaan, "Apakah anda berpendapat bahwa penjualan dan penggunaan ganja harus dilegalkan?"

5.22 Sebuah sampel acak dari penduduk dewasa sebuah komunitas yang memiliki 30% penduduk lajang, 20% menikah tanpa anak, dan 50% menikah dengan satu anak atau lebih. Setiap orang dalam sampel tersebut diminta untuk menjawab ya, tidak, atau tidak peduli dengan pertanyaan ini, "Apakah anda berpendapat bahwa permintaan aborsi seharusnya dilegalkan?"

5.23 Sebuah sampel acak dari 300 penduduk kawasan metropolitan tertentu yang berpartisipasi dalm survei dikategorikan berdasarkan jawaban mereka terhadap pertanyaan berikut: (1) Apa pekerjaan anda? (2)Apakah menurut anda orang yang memutuskan bunuh diri memiliki gangguan mental?

5.24 Dalam sebuah survei wawancara personal pada penduduk dewasa dalam kawasan metropolitan tertentu, responden ditanya, "Apa masalah terberat yang dihadapi negara ini pada hari ini?" sementara pewawancara survei membuat catatan mengenai kelompok etnik yang terlihat nyata dimana responden tersebut termasuk.

5.25 Sebuah sampel siswa diambil dari tubuh siswa setiap tiga SMA negeri. Setiap siswa dikelompokkan dengan dasar apakah orang tua mereka termasuk golongan kelas sosial bawah, menengah, atau atas.

5.26 Sebuah sekolah psikologi negeri ingin mengetahui apakah dapat menyimpulkan bahwa siswa SMA baru, siswa tingkat dua, junior, dan senior berbeda dalam perilaku terhadap konselor sekolah.

5.27 Arlinghaus dan Salzarulo (E27) meneliti kebutuhan yang dirasakan para pasca-sarjana muda pendidikan profesional pajak. Peneliti tersebut mengirimkan kuesioner untuk seluruh profesional pajak di Ohio dengan delapan perusahaan akuntansi terbesar. Dari 605 kuesioner yang dikirim, 384 kembali. Salah satu pertanyaan meminta responden untuk menunjukkan apakah mereka berpendapat latar belakang pendidikan mereka secara cukup telah menyiapkan mereka sebuah sebuah entry-level posisi pada saat mereka memasuki departemen pajak. Setelah menghilangkan jawaban responden dengan lebih dari satu tingkatan, 318 kuesioner dapat dikonstruksikan dalam tabel 5.35.

Dapatkah seseorang menyimpulkan dari data tersebut bahwa terdapat hubungan antara latar belakang pendidikan dan persepsi persiapan posisi entry-level? Diberikan $\alpha = 0.01$, dan tentukan P-valuenya. Beri pendapat mengenai desain penelitian dan asumsi berdasarkan analisis data anda.

TABEL 5.35

Pendapat responden mengenai apakah mereka cukup siap untuk posisi entry-level pada saat mereka memasuki departemen pajak

Latar belakang pendidikan	Respons			
	Ya	Tidak	Tidak Yakin	Total
Gelar Sarjana Akuntansi	110	69	17	196
Gelar hokum	71	1	4	76
Gelar MBA	24	4	1	29
Gelar Master Perpajakan	12	3	2	17
Total	217	77	24	318

Sumber : Barry P. Arlinghaus dan W. Peter Salzarulo,"The Importance of Post-Baccalaureate Education for Tax Professionals," Akron Bus. Econ. Rev., 17(Musim Dingin 1966), 8-17. Dicetak ulang dengan izin.

5.28 Dalam sebuah penelitian mengenai aktivitas dari sekelompok perusahaan bisnis selama periode enam tahun untuk menentukan bagaimana kemampuan mereka berdasarkan hasil hasil sebuah program konseling. Rocha dan Khan(E28) mengumpulkan data yang diberikan pada Tabel 5.36.

TABEL 5.36

Perpanjangan pelaksanaan berdasarkan area fungsional

Rekomendasi	Area Rekomendasi					
	A	B	C	D	E	Total
Diimplementasikan	25	17	8	5	5	60
Ditolak	2	10	3	3	0	18
Total yang diajukan	27	27	11	8	5	78

Sumber : Rocha, Joseph R., Jr., dan M. Riaz Khan, "The Human Resource Factor in Small Business Decisin Making," Amer. J. Small Bus., 10(Fall 1985), 53-62. Dicetak ulang dengan izin

Perusahaan yang diteliti tersebut berpartisipasi dalam pelayanan konseling yang ditayangkan oleh Small Bussiness Institute of the University of Lowell in Massachusetts. Setelah meneliti operasional dari perusahaan yang mengikuti program tersebut, kelompok siswa membuat rekomendasi dari perusahaan yang diteliti. Dapatkah kita menyimpulkan dari data di tabel 5.36 bahwa terdapat homogenitas di dalam area fungsional yang merespon dengan antusias terhadap rekomendasinya? Berilah pendapat dalam ketepatan penggunaan uji chi-square dengan data tersebut. Untuk populasi apakah inferensia ini digunakan?

5.30 Menurut Bellur(E29) retailer di Amerika Serikat secara berkala kehilangan barang lebih dari lima juta dolar dikarenakan pengutilan. Untuk memperoleh informasi tambahan mengenai pengutilan, pengutil, dan korbannya, penulis mendesain sebuah kuesioner yang dikirim ke sampel retailer barat pertengahan. Dia memperoleh lengkap 106 kuesioner. Tujuh tipe toko (departemen, grosir, pakaian, kartu dan hadiah, obat, variasi dan diskon, dan khusus) terwakili dalam sampel. Salah satu pertanyaan yang ditanyakan terhadap retailer tersebut adalah, “Apakah anda mengalami permasalahan pengutilan?” Responnya adalah Ya atau Tidak. Dalam sebuah uji hipotesis nol bahwa tipe toko independen dengan jumlah masalah pengutilan. Bellur menghitung nilai chi-squarenya 32.60. Berapa derajat bebas untuk uji ini? Dapatkah hipotesis nolnya ditolak pada tingkat kepercayaan 0.05? Mengapa? Berapa P-value untuk uji ini? Kesimpulan apa yang dapat ditarik dari hasil tersebut? Apa asumsi yang diperlukan untuk memvalidasi inferensia yang ditarik?

5.31 Denisoff dan Bridges (E30) mengatakan bahwa artis rekaman adalah salah satu aspek yang paling diperiksa dalam industri musik. Dalam sebuah penelitian yang memeriksa “siapa-apa-dimana” dari penampil dan musik mereka, mereka menganalisis data biografi 667 artis, yang diklasifikasikan berdasarkan jenis musiknya: (1)rock, (2)soul/rhythm dan blues/disco, (3)easy listening, (4)country dan western, (5)jazz, (6)klasikal, dan (7) “lainnya”, yang mana termasuk artis komedi dan artis elektronik murni. Peneliti juga mengelompokkan musisi dengan dasar beberapa variabel, termasuk gender. Sebagai bagian dari analisis statistiknya, Denisoff dan Bridges klasifikasi silang 580 artis dengan dasar gender dan daftar jenis musik sebelumnya. Mereka menghitung statistik chi-square-nya pada 41.13. Apakah hipotesis nol yang seseorang dapat uji berdasarkan data tersebut? Dapatkah hipotesis nolnya ditolak? mengapa? Diberikan $\alpha = 0.05$. Hitunglah P-value untuk uji ini. Apa asumsi yang diperlukan untuk memvalidasi inferensia yang ditarik?

5.32 Peneliti ingin mengetahui apakah pekerja kerah putih dan kerah biru berbeda dalam pendapat mengenai implementasi kebijakan larangan merokok di tempat kerja mereka. Sebuah sampel acak diambil dari tiap dua populasi tersebut, dihasilkan informasi yang ditunjukkan pada tabel 5.37.

TABEL 5.37

Pendapat pekerja sehubungan dengan pelaksanaan kebijakan tidak merokok di ruang kerja mereka

Pendapat	Kategori Pekerja	
	Kerah Putih	Kerah Biru
Setuju	80	45
Menolak	30	95

Dapatkah kita menyimpulkan dari data bahwa dua populasi tersebut berbeda dalam pendapat mengenai implementasi kebijakan larangan merokok di tempat kerja mereka? Diberikan α=0.01, dan tentukan nilai P.

5.33 Nonrespons untuk kuesioner surat adalah masalah terbesar yang harus dihadapi survei sampel. Penyelesaian yang diajukan antara lain insentif keuangan, personalisasi sampul surat, dan kontrak pra-penyuratan pada responden yang prospektif. Dengan keyakinan bahwa kuesioner yang diposkan dicetak dalam kertas warna akan lebih banyak dikembalikan daripada yang dicetak dalam kertas putih, sebuah analisis pasar melakukan suatu penelitian. Sebuah sampel acak dari 400 pelanggan pada sebuah majalah umum dipilih., dan setiap pelanggan dikirim kuesioner yang sama. Setengahnya dicetak dengan kertas putih dan setengah sisanya dalam kertas warna. Dari kuesioner yang dikembalikan, 500nya terdiri dari kertas dicetak putih. Apakah hasil ini memberikan bukti yang cukup untuk mengindikasikan bahwa masyarakat lebih menyukai untuk merespon kuesioner yang dicetak dalam kertas warna? Diberikan α = 0.01, dan tentukan P-valuenya.

5.34 Seorang peneliti periklanan ingin mengetahui apakah terdapat kebenaran dalam klaim pada iklan tertentu untuk lebih berorientasi pada pria atau berorientasi pada wanita. Penelitian tersebut mengambil sampel 200 iklan dari media yang terdapat di kota besar. Iklan-iklan tersebut kemudian dikategorikan berdasarkan orientasi jenis kelamin dan isinya. 80 dari iklan tersebut diklasifikasikan memiliki orientasi pada pria dan tujuh puluhnya berorientasi pada wanita. Sisanya dianggap netral. Tujuh puluh lima dari iklan tersebut berisi petualangan, yang mana 60 diantaranya berorientasi pria dan 10 berorientasi wanita. Enam puluh lima darinya memiliki konten situasi domestik, 5 berorientasikan pria dan 59 berorientasi wanita. Kategori isi yang lain adalah nostalgia. Dari dasar data tersebut, dapatkah kita menyimpulkan bahwa orientasi jenis kelamin dan isi pada iklan dimana sampel ditarik tidak independen? Diberikan α = 0.05, dan tentukan nilai P-value. Apakah yang menjadi target populasi dalam hal ini?

5.35 "Apakah anda percaya jika tingkat inflasi akan naik di tahun yang akan datang dibandingkan tahun lalu?" Pertanyaan tersebut dikirimkan kepada 500 eksekutif bisnis oleh seorang peneliti di bidang ekonomi. Lima industri secara seimbang dicerminkan dalam survei ini. Hasilnya ditunjukkan pada tabel 5.38.

Dapatkah seseorang menyimpulkan berdasarkan hasil tersebut bahwa terdapat homogenitas dalam industri dengan hasil opini eksekutifnya terhadap inflasi? Diberikan α = 0.01, dan tentukan nilai P-value.

TABEL 5.38

Tanggapan eksekutif bisnis terhadap pertanyaan, "Apakah Anda percaya tingkat inflasi akan lebih tinggi selama tahun mendatang dibanding tahun lalu?"

Tanggapan	Industri

	A	B	C	D	E
Ya	25	75	50	45	65
Tidak	75	25	50	55	35

DAFTAR PUSTAKA

T1 Pearson, Karl,"On the Criterion that a Given System of Deviations from the Probablenin the Case of a Correlated System of Variables Is Such thatIt Can Be Reasonably Supposed to Hava Arisen from Random Sampling," *The London, Edinburgh and Dublin Philosoph. Mag. J. Sci.* (5th series), 50(1900),157-175. Reprinted in Karl Pearson's Early Statistical Papers, London : Cambridge University Press, 1948.

T2 Wilks, Samuel S., "Karl Pearson : Founder of the Science of Statistics," Scientific Monthly, 53 (1941), 249-253.

T3 Pearson, Karl, "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. III, Regression, Heredity, and Panmixia," Philosoph. Trans. Roy. Soc. A, 187 (1896), 253-318.

T4 Lancaster, H.O., The Chi-Square Distribution. New York: Wiley, 1969.

T5 Cochran, W.G., "The χ^2 Test of Goodness of Fit," Ann. Math. Statis., 23(1952), 315-345.

T6 Cochran, W.G., "Some Methods for Strengthening the Common χ^2 Tests," Biometrics, 10(1954), 417-451.

T7 Katti, S. K., and A. N. Sastry, "Biological Examples of Small Expected Frequencies and the Chi-Square Test," Biometrics, 21(1965), 49-54.

T8 Nass, C. A. G., "The χ^2 Test for Small Expectations in Contingency Tabels, with Special Reference to Accidents and Absenteeism," Biometrika, 46(1959), 365-385.

T9 Roscoe, J. T., and J.A. Byars, "An investigation of the Restraints with Respect to Sample Size Commonly Imposed on the Use of the Chi-Square Statistic," J. Amer. Statist. Assoc., 66 (1971), 755-759.

T10 Tate, Merle W., and Leon A. Hyer, "Significance Values for an Exact Multinomial Test and Accuracy of the Chi-Square Approximation," U.S. Department of Health, Education, and Welfare, Office of Education, Bureau of Research, August 1969.

T11 Tate, Merle W., and Leon A. Hyar, "Inaccuracy of the χ^2 Test of Goodness of Fit When Expected Frequencies are Small," J. Amer. Statist. Assoc., 68(1973), 836-841.

T12 Yarnold, James K., "The Minimum Expectation in χ^2 Goodness-of-Fit Tests, and the Accuracy of Accuracy of Approximatons for the Null Distribution," J. Amer. Statits. Assoc. 65(1970), 864-886.

T13 Yates, Frank, "Contingency Tabels Involving Small Numbers and the χ^2 Test, " J. Roy. Statist. Soc., 1(1934), 217-235.

T14 Conover, W. J., "Some Reasons for Not Using the Yates Continuity Correction on 2 x 2 Contingency Tabels," with comments by E. Frank Starmer, James E. Grizzle, P. K. Sen, Nathan Mantel, Olli S. Miettinen, and a rejoined by W. J. Conover, J. Amer. Statist. Assoc., 69(1974), 374-382.

T15 Grizzle, J. E., "Continuity Correction in the χ^2 Test for 2 x 2 Tabels," Amer. Statist., 21(October 19670, 28-32.

T16 Lancaster, H. O., "The Combination of Probabilities Arising from Data in Discrete Distributions," Biometrika, 36(1949), 370-382.

T17 Pearson, E. S., "The Choice of Stattistical Test illustrated on the Interpretation of Data Classed in a 2 x 2 Tabel," 34(1947), 139-167.

T18 Plackett, R. L., "The Continuity Correction in 2 x 2 Tabels," Biometrika, 51(1964), 327-338.

T19 Liddell, F. D. K.,"Correcting Correction in Chi-Squared Test in 2 x 2 Tabels," Biometrics, 28(1972), 268-269.

T20 Mantel, N., and S. W. Greenhouse, "What Is the Continuity Corrention?" Amer. Satitst., 22(December 1968), 27-30.

T21 Irwin, J. O., "A Note on the Subdivison of χ^2 into Components," Biometrika, 36(1949), 130-134.

T22 Kastenbaum, M. A.,"A Note on the Additive Partitioning of Chi-Square in Contingency Tabels," Biometrics, 16(1960), 416-422.

T23 Kimball, A. W., "Short-Cut Formulas for the Exact Partitioning of χ^2 in Contingency Tbales," Biometrics, 10(1954), 452-458.

T24 Lancaster, H. O., "The Derivation and Partition of χ^2 in Certain Discrete Distributions," Biometrika, 36 (1949), 117-129.

T25 Lancaster, H.O., "The Exact Partition of χ^2 and Its Application to the Problem of Pooling Small Expectations," Biometrika, 37(1950), 267-270.

T26 Castellan, N.J., Jr., "On the Partitioning of Contingency Tabels," Psychol. Bull., 64(1965), 330-338.

T27 Maxwell, A. E., Ananlysing Qualitative Data, London : Methuen, 1961.

T28 Bresnahan, J. L., and M. M. Shapiro, " A General Equation and Technique for Exact Partitioning of Chi-Square Contingency Tbales," Psychol. Bull., 66(1966), 252-262.

T29 Shaffer, J.P., "Testing Specific Hyphoteses in Contingency Tabels-- Chi-Square Partitioning and Other Methods," Psychol. Rep., 33(1973), 343-348.

T30 Brunden, Masrhall N., "The Analysis of Non-Independent 2 x2 Tabels from 2 x c Tabels Using Rank Sums," Biometrics, 28(1972), 603-607.

T31 Hoyt, C. J., P. R. Krishnaiah, and E. P. Torrance, "Analysis of Complex Contingency Data," J. Experim. Educ., 27(1959), 187-194.

T32 Lewis, B. N., "On the Analysis of Interaction in Multi-Dimensional Contingency Tabels," J. Roy. Satitist. Soc. Ser. A, 125(1962), 88-117.

T33 Lancaster, H. O., "Complex Contingency Tabels Treated by the Partition of χ^2," J. Roy. Statist. Soc. Sre. B, 13(1951), 242-249.

T34 Plackett, R. L., "A Note on Interactions in Contingency Tabels," J. Roy. Satitst. Soc. Ser. B, 24 (1962), 162-166.

T35 Shaffer, J. P., "Defining and Testing Hyphoteses in Multidimensional Contingency Tabels," Psycol. Bull., 79(1973), 127-141. Correction, Ibid., p. 340.

T36 Smith, R. A., M. James, and W. B. Michael,"Fortran IV Program to Compute Post Hoc, Comparisons for Multilevel Chi-Square Tests," Educ. Psychol. Measurement, 34 (1974), 159-160.

T37 Sutcliffe, J. P., " A General Method of Analysis of Frequency Data for Multiple Classification Designs," Psychol. Bull., 54(1957), 134-137.

T38 Goodmana, L. A., “On Methods for Comparing Contingencies Tabels,” J. Roy. Statist. Soc. Ser. A, 126 (1963), 94-108.

T39 Goodman, L. A., “On Partitioning χ^2 and Detecting Partial Association in Three-Way Contingency Tabels,” J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, 31(1969) 486-498.

T40 Goodman, L. A., “Partitioning of Chi-Square, Analysis of Marginal Contingency Tabels, and Estimation of Expected Frequencies in Multidimensional Contingency Tabels,” J. Amer. Statist. Assoc., 66(1971), 339-344.

T41 Goodman, L. A., “Analysis of Multidimensional Contingency Tabels-Stepiwise Pocedures and Direct Estimation Methods for Building Models for Multiple Classifications,” Technometrics, 13(1971), 33-61.

T42 Freeman, Daniel H., Jr., “Graphical Representation of Multiway Contingency Tabels : Alternative Measures of Addociantion,” Proc. Soc. Statist. Sec/ of Amer. Statist. Assoc., Washington, D. C.: American statistical Association, 1983, 544-548.

T43 Paik, Minja, “A Graphic Representation of a Three-Way Contingency Tabels: Simpson’s Paradox and Correlation,” Amer. Statist., 39(1985), 53-54.

T44 Armitage, P., Statistical Methods in Research, Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1971.

T45 Radhakrishna, S., “Combination of Results from Several 2 x 2 Contingency Tabels,” Biometrics, 21 (1965), 86-98.

T46 Nelson, L. S., “Query: Combining Values of Observed χ^2‘s,” Technometrics, 8 (1966), 709.

T47 Armitage, P., “Test for Linear Trends in Propottion and Frequencies,” Biometrics, 11(1955), 375-385.

T48 Smith, Harry, Jr., “Problem 6-66” Indust. Quality Control, 23 (1966), 385-286.

T49 Steel, Robert G. D., and James H. Torrie, Principles and Procedures of Satistics. New York: McGraw-Hill, 1960.

T50 Connor, Robert J., “Grouping for Testing Trends in Categorical Data,” J. Amer. Statist. Assoc, 67(1972), 601-604.

T51 Jensen, D. R., G. B. Beus, and ZG. Storm, “Simultaneus Statistical Test on Categorircal Data,” J. Experim. Educ., 36(Summer 1968), 46-56.

T52 Holt, W. R., B. H. Kennedy, and J. W. Peacock, “Formulae for Estimating Sample Size for Chi Square Test,” J. Econ. Etomol., 60(1967), 286-288.

T53 Holt, W. R.,”A Further Note on Sample Size for Chi-Square Test-R x C Tabel,” J. Econ. Entomol., 61(1968), 853-854.

T54 Hornick, Chris W., and John E. Overall, ”Evaluation of Three Sample Size Formulae for 2 x 2 Contingency Tabels,” J. Educ. Statist., 34 (1963), 1432-1440.

T55 Ury, Hask. K., and Joseph L. Fleiss, “On Approximate Sample Size for Comapring Two Independent Proportions with the Use of Yates’ Corrections.” Biometrics, 36(1980), 347-351.

T56 Diamond, E. L., “The Limiting Power of Categorical Data Chi-Square Test Analogous to Normal Analysis of Variance,” An. Math. Statist., 34(1963), 1432-1440.

T57 Harkness, W. L., and L. Katz, “Comparison of the Power Functions to the Test of Independence in 2 x 2 Contingency Tabels,” Ann. Math. Statist., 35(1964), 1115-1127.

T58 Meng, Rosa. C., and Doudlas G. Cahpman, ”The Power of Chi-Square Tests for Contingency Tabels,” J. Amer. Statist. Assoc., 61 (1966), 965-975.

T59 Mitra, S. K., "On the Limiting Power Function of the Frequency Chi-Square Test," Ann. Math. Statits. 29 (1958), 1221-1233.

T60 Chapman, D. G., "Asysmptotic Power of Chi-square Tests for Linear Trends in Proportions," Biometrics, 24 (1968), 315-327.

T61 Overall, John E., "Power of Chi-Square Test for 2 x 2 Contingency Tabels with Small Expected Frequencies," Psycoll. Bull. 87(1980), 132-135.

T62 Haber, Michael, "On the Asymptotic Power and Relative Efficiency of the Frequency χ^2 Test," J. Statist. Planning, and Inference, 5(1981) 299-308.

T63 Haber, M., "The Large-Sample Power of the χ^2 Test of Multidimensional Contingency Tabels," Metrika, 31(1984), 195-202.

T64 Haber, M., "The Power Function of the Test for 'No Tree Factor Interaction' ini 2 x 2 x 2 Contingency Tabels." Biometrical J., 27 (1985), 231-235.

T65 Lewis, D., and C. J. Burke, "The Use and Misuse of the Chi-Square Test," Psycol. Bull., 46 (1949), 433-489.

T66 Lewis, Don, and C. J. Burke, "Further Discussion of the Use and Misuse of the Chi-Square Test," Psychol.Bull., 47(1950), 347-355.

T67 Peters, Charles C., "The Misuse of Chi-Square – A Reply to Lewis and Burke," Physcol. Bull., 47(1950), 331-337.

T68 Pastore, Nicholas, "Some Comments on 'The Use and Misuse of the Chi-Square Test," Psychol. Bull., 47(1950), 341-346.

T69 Edwards, Allen L., "On 'The Use and Misuse of The Chi-Square Test' – The Case of the 2 x 2 Contingency Tabel, " Psychol. Bull., 47 (1950), 341-346.

T70 Burke, C. J., "Letter to the Editor on Peters Reply to Lewis and Burke," Psychol. Bull. 48, (1951), 81-82.

T71 Stenger, Joseph A. (ed.), Readings in Statistics for the Behavioral Scientist, New York : Holt, Rinehart, and Winston, 1971.

T72 Rich, H., A. L. Luhby, H. M. Babikian, and M. Gordon, "Misuse of the Chi-Squared Test," Lancet, 1 (1974), 1294-1295.

T73 Wright, P> B., "Erroneous Use of Chi-Square Test," Meteorol. Mag., 100(1971), 301-303.

T74 Delucchi, Kevin L., "The Use and Misuse of Chi-Square: Lewis and Burke Revisited," Psycol.Bull., 94(1983), 166-176.

T75 Feinstein, A> R., and W. A. Ranshaw, "Procedure for the Rapid Mental Calculation of a Four-Fold Chi-Square Test," J. Chronic Dis., 25(1972), 551-553.

T76 Smith, D. B., "A Chi-Squared Nomogram, " Ecology, 53(1972), 529-530.

T77 Hamdan, M. A., "Optimum Choice of Classes for Contingency Tabels," J. Amer. Statist Assoc., 63(1968), 291-297.

T78 Chernoff, H.,"Degrees of Freedom for Chi-Square,"Technometrics, 9(1967), 489-490.

T79 Hirotsu, C., "Use of Cumulative Efficient Scores for Testing Ordered Alternatives in Discrete Models," Biometrika, 69(1982), 567-577.

T80 Hirotsu, C., "Defining the Pattern of Assosiation in Two- Way Contingency Tabels," Biometrika, 70(1983), 579-589.

T81 Takeuchi, Kei, and Chihiro Hirotsu, "The Cumulative Chi-Squares Method against Ordered Alternatives in Two-Way Contingency Tabels," Rep. Statist. Appl. Res, 29(September 1982), 1-13.

T82 Goodman, Leo A., The Analysis of Cross-Classified Data Having Ordered Categories, Cambridge, Mass. : Harvard Universiti Press, 1984.

T83 Mantel, Nathan, and William Haenszel, "Statistical Aspects of the Analysis of Data from Retrospective Studies of Disease," J. Nat. Cancer Institute, 22(1959), 719-784.

T84 Wittes, Janet, and Sylvian Wallenstein, " The Power of the Mantel-Haenszel Test," J. Amer. Statist. Assoc., 82(1987), 1104-1109.

T85 Mantel, Nathan, and Joseph L. Fleiss, "Minimum Expected Cells Size Requirements for the Mantel-Haenszel One-Degree-of-Freedom Chi-Square Test and a Related Rapid Procedure," Amer. J. Epidemiology, 112.(1980), 129-134.

T86 Boynton, Kathrya M., and Nancy M. Poe,"Alternate Formulas for Chi-Square," Perceptual anad Motor Skills, 48(1979), 556-558.

T87 McDonald-Schlichting, U., "Note on Simply Calculating Chi-Square for a r x c Contingency Tabel," Biometrical J., 21(1979), 787-789.

T88 Cox, C. Philip, "An Alternative Way of Calculating the χ^2 Independence or Association Test Statistic for a 2 x k Contingtncy Tabel," Amer.Statist., 36(1982),133.

T89 Lackritz, James R., "Exact P-Values for Chi-Square Tests," Proc. Statist. Educ. Sec. Amer. Statist. Assoc., Washington, D. C.: American Statistical Association, 1983, 130-132.

T90 Brown, George W., "2 x 2 Tabels," Amer. J. Dis. Of Children, 139 (1985), 410-416.

T91 Wit, Philip L., and Peter McGrain, "Nonparametric Testing Using the Chi-Square Distribution," Physical Therapy, 66 (1986), 264-268.

T92 O'Brien, Peter C., and Thomas R. Fleming,"A Multiple Testing Procedure for Clinical Trials," Biometrics, 35 (1979), 549-556.

T93 Schouten, H. J. A., I., W., Molenaar, R. van Strik, and A. Boomsma, "Comparing Two Independent Binomial Proportions by a Modified Chi-Square Test," Biometrical J., 22(1980), 241-248.

T94 Haber, Michael, "A Comparison of Some Continuity Corrections for the Chi-Squared Test on 2 x 2 Tabels," J. Amer. Statist. Assoc., 75(1980), 510-515.

T95 Cohen, Ayala, "On the Graphical Display of the Significant Component in Two-Way Contingency Tabels," Communic. Statist. – Theory and Methods, A9(1980), 1025-1041.

T96 Plackett, R. L., "Karl Perason and the Chi-Squared Test," Int. Statist. Rev., 51(1983), 59-72.

T97 Aickin, Mikel, Linear Statistical Analysis of Discrete Data, New York : Wiley, 1983.

T98 Everitt, B. S., The Analysis of Contingency Tabels, London : Chapman and Hall, 1977.

T99 Fienberg, Stephen, The Analysis of Cross-Classified Categorical Data, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1977.

T100 Fingleton, B., Models of Category Counts, Cambridge, England: Cambridge University Press, 1984

T101 Gokhale, D. V., and Solomon Kullback, The Information in Contingency Tabels, New York : Marcel Dekker, 1978.

T102 Goodman, Leo A., Analyzing Qualitative/Categorical Data, Cambridge, Mass: Abt Books, 1978.

T103 Reynolds, H. T., The Analysis of Cross-Classifications, New York: The Free Press, 1977.

T104 Russell, P. N., "Cross Tabulating-An IBM 360/44 Fortran 4 Program for Construction of Contingency Tabels and Calculation of Chi-Square and Contingency Coefficients," Behav. Sci., 14(1969), 166-167.

T105 Hill, J. D., and M. C. Pike, "Chi-Squared Integral," Comm. ACM, 10(1967), 243-244.

T106 Goldstein, R. B., "Chi-Squares Quantiles," Comm. ACM, 16(1973),483-485.

T107 Forer, Bertram R., "Computerized Chi-Square: Multiple Degree of Freedom," Perceptual and Motor Skills, 58(1985), 525-526.

T108 Tsai, San-Yun W., "A Computerized Aid for Calculating the Power of Chi-Squared Tests," Amer. Statist., 34(1980), 184-185.

T109 Romesburg, H. Charles, and Kim Marshall, "CHITEST :A Monte-Carlo Computer Progrma for Contingency Tabel Tests," Comput. & Geosci., 11(1985),69-78.

T110 Arena, Vincent C., "A Program to Compute the General Mantel-Haaetszel Chi-Square for Multiple 2 x J Tabels, " Computer Programs in Biomed., 17(1983), 65-72.

T111 Bergan, John R., Olga M. Towstopiat, and Joh W. Luiten, " A Computer Program for Multidimensional Contingency Tabel Construction, " Educ. Psychol. Measurement, 40 (1980), 127-132.

T112 Thakur, Ajit. K., Kenneth J. Berry, and Paul W. Mielke, Jr., "A FORTRAN Program for Testing Trand and Homogenity in Proportions," Computer Programs in Biomed., 19 (1985), 229-233.

T113 Berry, Kenneth J., and Paul Mielke, Jr., "An APL Function for Radlow and Alf's Exact Chi-Square Test," Behav. Res. Methods. Instruments, & Computers, 17 (1985), 131-132.

T114 Von Collani, Gernot,"Computing Probabilities for F, T, Chi-Square, and z in BASIC," BEhav. Res. Methods, & Instrumentation, 15 (1983), 543-544.

E1 Monteiro, Lois A., "Expense Is NO Object… : Income and Physician Visit Reconsidered," J. Health Soc. Behav., 14(1973), 99-115.

E2 Abse, D. Wilfred, Marilyn M. Wilkins, Gordon Kirshner, Don L. Weston, Robert S. Brown, and W. D. Buxton, "Serlf-Frustation, Nighttime Smoking and Kung Cancer," Psychosom. Med., 34(1972), 395-404

E3 Highman, Arthur, and Leth Davidson, "Plans and Planning Methods of Hospital Administrators," Hosp. Topics, 50(june 1972), 30-42.

E4 Lieberman, Leonard, "Atomism and Mobility among Underclass Chippewas and Whites," Hum. Org., 32(1973), 337-347.

E5 "Special Communications : Relation of Body Weight and Insulin Dose to the Frequency of Hypoglycemia, A Report from the Boston Collaborative Drug Surveillance Program, " J. Amer. Med. Assoc., 228(1974), 192-194.

E6 Mai, Francois M., Robert N., Munday, and Eric E. Rump, "Physiatric Interview Comparisons between Infertile and Fertile Couples," Pyschosom. Med, 34(1972), 431-440.

E7 Helle, Charles F., Jr., and Anthony L. Redente, "Residential Location and White Attitudes toward Mixed-Race Neighborhoods in Kalamazoo, Michigan," J. Geog., 72 (March 1973), 15-25.

E8 Steadman, Henry J., "Some Evidences on the Inadequacy of the Concept and Deetermiantion of Dangerousness in Law and Psyciatry," J. Psychiatry and the Law, 1 (1973), 409-426.

E9 Sofranko, Andrew J., and Michal F. Nolan, "Early Life Experiences and Adult Sports Participation" J. Leisure Res., 4(1972), 6-18.

E10 Farrell, Ronald A., "Class Linkages of Legal Treatment of Homosexuals," Criminology, 9(May 1971), 49-68

E11 Hazelrigg, Lawrence E., "Religious and Class Bases of Political Conflict in Italy," Amer. J. Sociol., 75(1970), 496-511.

E12 Potter, Roger E., and Robert S. Hoeke, "Intergroup Comparison of Stock Investor Dimensions," Okla. Bus. Bull., 41(April 1973), 6-11.

E13 Bayley, Neal J., "Contact Lens Design- A Survey," Amer. J. Optom. Arch. Amer. Acad. Optom., 45(1968), 96-102.

E14 Richardson, C. Joan, Jeffrey J. Pomerance, M. Douglas Cunningham, and Louis Gluck, "Acceleration of fetal Lung Maturation Following Prolonged Rupture ot the Membranes," Amer. J. Obstet. Gynecol., 118(1974), 1115-1118.

E15 Mims, Fern, Rosalee Yeaworth, and Stephen Hornstein, "Effectiveness of an Interdisciplinary Course in Human Sexuality," Nursing Res., 23)(1974), 248-253.

E16 Wall, Geoffrey, "Public Response to Air Pollution in South Yorkshire, England," Environ. And Behav, Med., 5(1973),219-248.

E17 Rosenwald, George C., and Marshall W. Stonehill, "Early and Late Postpartum Illness," Pyschosom. Med., 34(1972), 129-137.

E18 Van Vliet, P. K. J., and J. M. Gupta, "THAM v. Sodium Bicarbonate oin Idiopathic Respiratory Disstress Syndrome," Arch. Dis. In Childhood, 48(1973), 249-255.

E19 Kaufmann, Geir, and Kjell Raaheim, "Effect of Inducting Activity upon Performance in an Unfamiliar Task," Psychol. Rep., 32(1973), 303-306

E20 Bayer, Alan E., "College Impact on Marriage," J. Marriage Fam., 34(1972), 600-609.

E21 Garfield, Mark D., and Emily F. Gardfield, "A Longitudinal Study of Drugs on a Campus," Int. J. Addict., 8(1973), 599-611.

E22 Newmeyer, John A., and George R. Gay, "The Traditional Junkie, the Aquarian Age Junkie, and the Nixon Era Junkie," Drug Forum, 2 (Fall 1972), 17-30.

E23 Oliverio, Anna Ferraris, "Children's Evaluations of Family Roles, A Cross Cultural Comparison," Int. J. Psychol., 8(1973), 153-158.

E24 Jacoban, Dan, Rejecting of the Retire Role: A Study of Female Industrial Workers in Their 50's," Hum. Rel., 27(1974), 477-492.

E25 Steinitz, Victoria A., Prudence King, Ellen Solomon, and Ellen Shapiro, "Ideological Development in Working-Class Youth," Harv. Educ. Rev., 43 (1973), 333-361.

E26 Goldstein, Michael S., "Academic Careers and Vocational Choices of Elite and Non-Elite Students at an Elite College," Sociol. Educ., 47(1974),491-510.

E27 Arlinghaus, Barry P., and W. Peter Salzarulo, "The Importance of Post-Baccalaureate Education for Tax Professionals," Akron Bus. Econ. Rev., 17 (Winter 1986), 8-17.

E28 Rocha, Joseph R., Jr., and M. Riaz Khan, "The Human Resource Factor in Small Business Decisin Making," Amer. J. Small Bus., 10(Fall 1985), 53-62.

E29 Bellur, Venkatakrishna V., "Shoplifting: Can It Be Provented?" J. Acad. Marketing Sci., 9(1981), 78-87.

E30 Denisoff, Serge, and John Bridges, "Popular Music : Who Are the Recording Artists? J. Communic., 32 (Winter 1982), 132-142.

B A B 6

PROSEDUR YANG MENGGUNAKAN DATA DARI TIGA ATAU LEBIH SAMPEL INDEPENDEN

Bab 3 memberikan beberapa teknik nonparametrik untuk menganalisis data dari dua sampel independen. Bab ini memperkenalkan beberapa prosedur yang sesuai untuk digunakan dengan data dari tiga atau lebih sampel independen. Seperti pada bab 3, kata independen biasanya menunjuk pada kebebasan baik di dalam dan di antara beberapa sampel yang diteliti.

Kebanyakan kasus pada bab ini, kita akan tertarik dalam pengujian hipotesis nol bahwa beberapa sampelnya diambil dari populasi yang sama atau dari populasi dengan parameter lokasi yang sama. Teman parametrik untuk sebagian besar dari prosedur ini adalah analisis varians satu arah F uji. Pembaca boleh mengingat bagian dalam statistik dasar bahwa analisis varians satu arah mengasumsikan bahwa sampel secara acak dan independen diambil dari populasi yang berdistribusi normal dengan varians yang sama. Keuntungan dari prosedur yang dibahas dalam bab ini adalah bahwa validitas dari sampel tersebut tidak bergantung pada asumsi-asumsi yang bersifat membatasi.

Bab 5 meliputi tes lain yang menggunakan data dari tiga atau lebih sampel independen; uji homogenitas chi-square, yang menguji hipotesis nol bahwa sampelnya diambil dari populasi dengan proporsi yang sama.

BAB 6

6.1

PERLUASAN UJI MEDIAN

Bab 3 memperkenalkan uji median untuk menguji hipotesis nol bahwa dua sampel independen diambil dari populasi dengan median yang sama. Sekarang tes ini diperluas ke kasus di mana tiga atau lebih sampel independen tersedia untuk analisis.

Asumsi

A. Setiap sampel adalah sampel acak dengan ukuran n_i diambil dari salah satu perhatian populasi c dengan median tidak diketahui $M_1, M_2, ..., M_c$.

B. Pengamatan bersifat independen baik di dalam dan di antara sampel.

C. Skala pengukuran yang digunakan adalah minimal ordinal.

D. Jika semua populasi memiliki median yang sama, maka untuk setiap populasi probabilitas p adalah sama agar nilai yang diamati melebihi median utama.

Hipotesis

$H_0 : M_1 = M_2 = ... = M_c$

H_1 : minimal 1 populasi memiliki median berbeda dari semuanya.

Statistik Uji

Kita menggabungkan sampel c, mengurutkannya, dan menghitung sampel median gabungan. Kemudian kita mengklasifikasikan setiap pengamatan sesuai dengan sampel (atau populasi) dimana ia berasal dan menurut apakah itu lebih besar dari, sama dengan, atau kurang dari median. kita dapat menampilkan hasil dalam sebuah tabel kontingensi dua arah seperti tabel 6.1. Dalam tabel ini O_{ij} adalah frekuensi yang diamati dari pengamatan yang jatuh pada kelompok i dari sampel ke-j, a adalah jumlah observasi yang lebih besar dari gabungan sampel median, dan b adalah jumlah observasi yang sama atau lebih kecil dari gabungan sampel. Seperti tabel yang ditunjukkan, $\sum_{i=1}^{c} n_i = a + b = N$.

Menguji hipotesis nol yang populasi sampelnya memiliki median sama setara dengan menguji hipotesis nol yang populasinya homogen sehubungan dengan proporsi pengamatan yang jatuh di atas dan di bawah median populasi umum. Akibatnya, jika frekuensi sel harapan dari tabel kemungkinan bertemu dengan ukuran minimum yang merupakan syarat yang ditetapkan dalam bab 5, kita boleh uji hipotesis nol dengan menggunakan uji homogenitas chi-square. Kita menghitung frekuensi sel harapan seperti yang dijelaskan dalam bab 5, menghitung X^2dengan persamaan 5.9, dan membandingkannya untuk signifikansi dengan nilai-nilai tabulasi dari chi-square untuk $c - 1$ sebagai derajat bebas yang diberikan dalam tabel A.11.

TABEL 6.1

Tabel Kemungkinan untuk uji median

	Sampel					
	1	**2**	**3**	**...**	**c**	**Total**
> median sampel	O11	O12	O13	...	O1c	a
≤ median sampel	O21	O22	O23	...	O2c	b
Total	n1	n2	n3	...	nc	N

Kaidah Keputusan

Jika nilai yang dihitung dari uji statistic X^2 melebihi nilai tabulasi dari chi-square untuk $c - 1$ derajat bebas dan α, maka kita menolak hipotesis nol dari median populasi yang sama pada α tingkat signifikansi.

Contoh 6.1

Dalam sebuah studi yang dirancang untuk menentukan distribusi air miokard dan konsentrasi seluler elektrolit jantung, polimeni (E1) menggunakan metode pengusutan dengan ukuran ruang ekstraselular pada otot ventrikel dari dua kelompok tikus nephrektomis dan satu kelompok tikus utuh. Tabel 6.2 menunjukkan hasilnya. Kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan dari data tersebut bahwa median populasi berbeda.

Tabel 6.2

Ruang ekstraselular, metode pengusutan otot ventrikel tikus nephrektomis dan tikus utuh

Tikus nephrektomis		*Tikus utuh*
Kelompok I	**Kelompok II**	**Kelompok III**
0,185	0,189	0,219
0,187	0,193	0,204
0,209	0,176	0,219
0,194	0,195	0,234
0,175	0,169	0,233
0,197	0,183	0,194
0,188	0,185	0,209

0,185 0,179 0,195

Sumber : Philip I Polimeni, "Ruang Ekstraselular Dan

Distribusi Ion dalam Ventrikel Tikus," Amer. J. Physiol., 227 (1974), 676-683

Hipotesis

$H_0 : M_1 = M_2 = M_3$

H_1 : Tiga populasi mediannya tidak sama

Statistik Uji

Median untuk tiga sampel gabungan adalah 0,1935. Tabel 6.3 menunjukkan angka dalam setiap sampel yang jatuh di atas dan di bawah median sampel.

Tabel 6.3

Tabel kemungkinan untuk contoh 6.1

	Sampel			
	I	II	III	Total
> 0,1935	3	1	8	12
≤ 0,1935	5	7	0	12
Total	8	8	8	24

Frekuensi harapan setiap sel adalah (8)(12)/24 = 4, jadi kita dapat menghitung

$$X^2 = \frac{(3-4)^2}{4} + \frac{(1-4)^2}{4} + \cdots + \frac{(0-4)^2}{4} = 13{,}00$$

Kaidah Keputusan

Karena 13,00 lebih besar dari 10,597, nilai chi-square tabel untuk $\alpha = 0{,}005$ dan dua derajat bebas, kita dapat menolak H_0 pada tingkat signifikansi 0,005, dan kita menyimpulkan bahwa tiga median populasi tidak sama (nilai $P < 0{,}005$).

LATIHAN

6.1 Sattler (E2) mempelajari efek stres penciuman dan pendengaran pada tikus. Variabel yang menjadi perhatian adalah rasio dari berat kelenjar adrenal (mikrogram) dengan berat badan (gram). Sattler menggunakan tiga kelompok tikus albino nulipara dalam percobaan berikut.

Kelompok 1: kelompok ramai, terdiri dari 12 jantan dan 12 betina, yang menyediakan sumber suara dan aroma untuk kelompok tidak ramai. Kelompok 2: kelompok tidak ramai, yang terdiri dari lima pasang terisolasi, yang menerima rangsangan penciuman dan pendengaran dari grup 1. Kelompok 3: kelompok kontrol, terdiri dari lima pasang, dibesarkan dalam kondisi identik dengan tikus tidak ramai, tapi tanpa rangsangan dari grup 1.

Hasilnya ditunjukkan pada tabel percobaan 6.4 untuk perbedaan yang signifikan antara kelompok sampel sehubungan dengan rasio adrenal median. Misalkan $\alpha = 0{,}05$. Tentukan nilai P

TABEL 6.4

Rasio, mikrogram kalenjar adrenal berat badan per gram, dalam tiga kelompok tikus albino

Kelompok I	86,4	128,8	138,8	140,6	140,8	154,1
	158,8	165,7	170,4	190,6	194,4	213,1
Kelompok II	182,9	190,3	191,6	234,0	252,5	
Kelompok III	139,8	142,8	144,8	185,5	207,7	

Sumber: Krista M. Sattler, " stres penciuman dan pendengaran pada tikus (*mus musculus*)," Psychon. Sci., 29 (1972),294-296

6.2 Mameesh et al (E3) menentukan ketersediaan zat besi dari gandum berlabel secara isotopic, kacang panjang, buncis, dan okra dalam donor darah anemia. Hasilnya ditunjukkan pada tabel 6.5. Dapatkah kita simpulkan dari data tersebut persentase dari zat besi yang berbeda serap, rata-rata, menurut sumber itu? Temukan nilai *P*.

Tabel 6.5

Penyerapan zat besi dari sumber yang ditetapkan dalam donor darah anemia

Source	Persentase penyerapan zat besi									
Roti gandum lengkap arab	27	16	19	4	2	16	30	9	16	
Burger kacang panjang goreng	44	34	43	47	22	35	51	22	37	29
Burger buncis goreng	17	45	28	13	36	3	42	41	15	
Okra dengan jus tomat	51	29	30	50	47	40	43	44	54	

Sumber : Mostafa Mameesh, Simon Aprahamian, Joseph P. Salji, dan James W. Cowan, "Tersedianya zat besi dari gandum berlabel, kacang panjang, buncis, dan okra dalam donor darah anemia," Amer. J. Clin. Nutr., 23 (1970), 1027-1032

6.3 Data dari tabel 6.6 dilaporkan oleh Schapira et al (E4). Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa tiga populasi berbeda yang diwakilkan berhubungan dengan tingkat median serum Aldolase? Tentukan nilai *P*.

6.4 Dalam sebuah studi tentang hubungan antara kekurangan makanan dan miopia, Young et al. (E5) mengumpulkan data yang ditampilkan dalam tabel 6.7. Subyek terdiri dari 20 monyet rhesus dipelihara pada diet rendah protein untuk rata-rata 32 bulan, 17 monyet rhesus dipelihara pada diet protein tinggi untuk rata-rata 28 bulan, dan 40 monyet rhesus dibesarkan dengan makanan monyet komersial.

Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa, rata-rata, diet mempengaruhi nilai tontonan refraksi vertikal?

6.5 Chandra (E6) memperoleh data yang ditunjukkan pada tabel 6.8 pada 22 anak yang dikategorikan sebagai sehat, menderita kekurangan zat besi moderat, atau menderita kekurangan zat besi yang parah. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan antara median dari tiga populasi? Tentukan nilai P untuk uji tersebut.

TABEL 6.6

Nilai-nilai serum Aldolase dalam gangguan otot yang dinyatakan dalam satuan Meyerhof, miligram fosfor alkali-labil yang dikeluarkan per menit, per liter serum

Anak	0,20	0,20	0,20	0,30	0,30	0,40	0,40	0,40
Kontrol	0,40	0,50	0,50	0,50	0,50	0,60	0,60	0,60
Anak distrofi otot	0,30	0,34	0,50	0,60	0,70	0,90	1	1
Progresif	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3
	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7
	1,7	1,8	2	2	2	2,1	2,2	2,2
	2,4	2,4	2,4	2,4	2,8	2,8	2,8	2,8
	3	3	3,8	3,9	4	4	4,2	4,3
	4,8	5	5	5,2	5,2	5,4	6,2	7
	7	7	10	12	13			
Anak polio	0,2	0,2	0,3	0,35	0,4	0,4	0,4	0,45
	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7
	0,75	0,75	0,75	1,4				

Sumber : Georges Schapira, Jean-Claude Dreyfus, Fanny Schapira, dan Jaqcues Kruh,"Glikogenolisi Enzim dalam Manusia distrofi otot progresif," Amer. J. Phys. Med., 34 (1955), 313-319; hak cipta 1955, Williams & Wilkins

Tabel 6.7

Pembiasaan tontonan vertikal untuk mata kanan pada protein rendah, normal, dan tinggi dari kelompok monyet rhesus

Kelompok protein	1,27	-4,98	-0,50	1,25	-0,25	0,75	-2,75	0,75	1,00	3,00
rendah	2,25	0,53	1,25	-1,50	-5,00	0,75	1,50	0,50	1,75	1,50
Kelompok protein	-6,00	-2,00	-4,00	0,50	0,00	2,50	2,75	3,00	1,50	1,50
normal*	0,75	1,75	2,50	-3,00	0,25	1,00	0,75	1,25	-1,75	
	-5,50	-3,50	0,25	1,25	1,00	-1,00	1,50	1,00	-0,75	2,00
	1,25	3,59	5,00	3,00	-1,25	-1,75	1,75	-1,00	4,75	-0,50
Kelompok protein	-6,00	0,25	1,25	-2,00	3,14	2,00	0,75	1,75	0,00	0,75
tinggi	0,75	0,25	1,25	1,25	1,00	-0,50	-2,25			

Sumber: Francis A. Young, George A. Leary, Robert R. Zimmerman, dan Dvid Strobel, " Karakteristik Diet dan Bias," Amer. J. Optom. Dan Arch. Amer. Acad. Optom., 50 (1973), 226-233; digunakan dengan izin. *data tersedia dari 39 sampai 40 subjek

Tabel 6.8

Hasil kuantitatif uji nitro biru tetrasolium (Δ densitas optik) pada 22 anak

Kontrol Normal	0,32	0,23	0,20	0,14	0,19	0,32	0,31	0,34	0,37	0,39
Dengan defisiensi besi sedang	0,06	0,06	0,19	0,13	0,11	0,03				
Dengan defisiensi besi parah	0,03	0,02	0,06	0,01	0,02	0,01				

Sumber : R. K. Chandra," Pengurangan Kapasitas Bakteri Polimorf pada Defisiensi besi,"Arch. Dis. Child., 48 (1973), 864-866; digunakan dengan izin dari penulis dan editor

6.2

Kruskal-Wallis analisis varians satu arah berdasarkan rank

Mungkin yang paling banyak digunakan teknik nonparametrik untuk menguji hipotesis nol yang beberapa sampelnya diambil dari populasi yang sama atau identik populasi adalah Kruskal-Wallis analisis varians satu arah menurut rank (T1). Ketika hanya ada dua sampel yang dipertimbangkan, uji Kruskal -Wallis setara dengan uji Mann-Whitney yang telah dibahas dalam bab 3.

Uji Kruskal-Wallis menggunakan informasi lebih lanjut dari uji median. Sebagai konsekuensinya, uji Kruskal-Wallis biasanya lebih kuat, dan lebih disukai ketika ukuran data yang ada setidaknya pada skala ordinal.

Asumsi

A. Data untuk analisis terdiri dari k sampel acak dengan ukuran $n_1, n_2, \ldots, n_k$.

B. Pengamatan bersifat independen baik di dalam dan di antara sampel.

C. Variabel yang menjadi perhatian adalah kontinu.

D. Skala pengukuran minimal ordinal.

E. Populasi harus identik kecuali untuk sebuah perbedaan yang mungkin dalam lokasi untuk setidaknya satu populasi.

Hipotesis

H_0: fungsi distribusi populasi k adalah identik

H_1: populasi k semuanya tidak memiliki median yang sama

Statistik Uji

Kita dapat menampilkan variabel data untuk analisis dalam tabel seperti tabel 6.9. Kita mengganti setiap pengamatan asli berdasarkan rank ke semua pengamatan dalam sampel k. Jika kita misalkan $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$, menjadi jumlah pengamatan dalam sampel k, kita tetapkan rank 1 dari yang terkecil, rank 2 untuk ukuran selanjutnya, dan sampai yang terbesar, yang diberi rank N . dalam kasusnya kita memberikan pengamatan terikat rata-rata dari rank-rank yang akan ditetapkan jika tidak ada hubungan.

TABEL 6.9

Tampilan data untuk analisis varians satu arah Kruskal-Wallis berdasarkan rank

Sample			
1	**2**	**...**	***k***
$X_{1,1}$	$X_{2,1}$	...	$X_{k,1}$
$X_{1,2}$	$X_{2,2}$	...	$X_{k,2}$
$X_{1,n1}$	$X_{2,n2}$	...	$X_{k,nk}$

Jika hipotesis nol benar, kita mengharapkan distribusi rank atas kelompok menjadi persoalan kesempatan, sehingga baik rank kecil atau rank besar tidak cenderung terkonsentrasi dalam satu sampel. Oleh karena itu, jika hipotesis nol benar, kita mengharapkan jumlah k dari rank (yaitu, jumlah dari rank di setiap sampel) menjadi hampir sama ketika disesuaikan dengan ukuran sampel yang tidak sama. Secara intuitif uji statistic yang sangat menarik adalah salah satu menentukan apakah jumlah dari rank cukup berbeda dimana mereka tidak mungkin berasal dari sampel populasi identik – yang mengarah ke penolakan H_0 – atau apakah mereka begitu dekat dalam besarnya yang tidak bisa kita diskreditkan hipotesis dari distribusi populasi identik. Statistik yang seperti itu adalah uji statistik Kruskal-Wallis. Itu merupakan jumlah kuadrat yang menimbang deviasi jumlah rank ketika memperkirakan jumlah rank tersebut, dengan menggunakan ukuran sampel sebagai penimbang. Kita menulis uji statistik Kruskal-Wallis seperti

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_1}\left[R_i - \frac{n_1(N+1)}{2}\right]^2$$

Dimana R_i adalah jumlah dari rank yang ditugaskan untuk pengamatan dalam sampel ke-i, dan ni (N +1) / 2 adalah jumlah rank yang diharapkan untuk perlakuan ke-i di bawah H_0. Bentuk komputasi yang lebih baik dari persamaan 6.1 yaitu

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

Kaidah Keputusan

Ketika kita mempertimbangkan tiga sampel, dan masing-masing sampel memiliki 5 atau lebih sedikit pengamatan, kita membandingkan nilai yang dihitung dari H untuk signifikansi dengan nilai-nilai tabulasi dari statistik uji yang diberikan pada tabel A.12. Bila jumlah sampel dan / atau pengamatan per sampel seperti itu tidak dapat menggunakan tabel A.12, kita membandingkan nilai hitung dari H untuk signifikansi dengan nilai chi-square untuk k-1 derajat bebas yang diberikan dalam tabel A.11 . Kita melakukannya saat kruskal (T2) menunjukkan bahwa untuk ni besar dan k, H didistribusikan mendekati chi-square dengan k-1 derajat bebas.

Kecukupan dari pendekatan chi-square untuk sampel kecil telah diteliti oleh Gabriel dan Lachenbruch (T3).

Untuk jumlah sampel dan ukuran sampel yang dapat dipenuhi oleh tabel A.12, kita menolak H_0 jika nilai yang dihitung dari H melebihi nilai kritis yang tercantum dalam tabel untuk nilai terpilih dari α. ketika nilai terpilih dari α tidak dalam tabel (kasus biasanya), memilih nilai tetangga, mungkin yang paling dekat. jika tabel chi-square yang harus digunakan, tolak H_0 jika nilai yang dihitung dari H melebihi nilai tabulasi dari chi-square terpilih dan k-1 derajat bebas.

Contoh 6.2

Cawson et al. (E7) melaporkan data yang ditunjukkan pada tabel 6.10 pada tingkat kortisol dalam tiga kelompok pasien yang dikirim antara 38 dan 42 minggu kehamilan. Kelompok I dipelajari sebelum awal persalinan pada operasi caesar elektif, kelompok II dipelajari pada bagian darurat caesar selama persalinan diinduksi, dan kelompok III terdiri dari pasien yang terjadi persalinan spontan dan yang dikirim baik melalui vagina atau dengan operasi caesar. Kita ingin mengetahui apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan median tingkat kortisol antara tiga populasi yang mewakili.

Tabel 6.10

Tingkat antecubital vena kortisol pada tiga kelompok pasien pada saat dikirim

Kelompok I	262	307	211	323	454	339	304	154	287	356
Kelompok II	465	501	455	355	468	362				
Kelompok III	343	772	207	1048	838	687				

Sumber : M. J. Cawson, Anne B. M. Anderson, A. C. Turnbull, and L. Lampe,"Kortisol,Kortison, dan 11 Tingkat Deoksikortisol pada Pusar Manusia dan Plasma Ibu Hamil dalam kaitannya denan awal persalinan," J. Obstet. Gynaecol. Brit. Commonw.,81 (1974), 737-745

Hipotesis

H_0 : tiga populasi yang mewakili data adalah identik

H_1: populasi tidak memiliki median yang sama

Statistik Uji

rank menggantikan pengamatan asli dari tabel 6.10 yang ditampilkan pada tabel 6.11, bersama dengan tiga jumlah rank. dari data tersebut kita menggunakan persamaan 6.2 untuk menghitung

$$H = \frac{12}{22(22+1)}\left[\frac{69^2}{10} + \frac{90^2}{6} + \frac{94^2}{6}\right] - 3(22+1) = 9{,}232$$

Tabel 6.11

Rank yang sesuai dengan data pada tabel 6.10

Kelompok	Rank										Jumlah rank
I	4	7	3	8	14	9	6	1	5	12	R1 = 69

II	16	18	15	11	17	13	R2 = 90
III	10	20	2	22	21	19	R3 = 94

Kaidah Keputusan

Karena semua ukuran sampel melebihi 5, kita harus menggunakan tabel chi-square untuk menentukan apakah median sampel berbeda secara signifikan. Nilai kritis chi-square untuk $k - 1 = 3 - 1 = 2$ derajat bebas adalah 9,210 untuk $\alpha = 0{,}01$. sehingga dengan $H = 9.232$, kita dapat menolak Ho pada tingkat signifikansi. Kita simpulkan bahwa median dari populasi yang mewakili tidak semua sama - yaitu, median tingkat kortisol tidak sama untuk semua tiga jenis pasien. Nilai P adalah antara 0.01 dan 0.005.

Koreksi untuk ikatan

Jika ada sejumlah besar ikatan, kita mungkin ingin menyesuaikan uji statistic. faktor penyesuaiannya adalah

$$1 - \frac{\sum T}{N^3 - N}$$

dimana $T = t3 - t$ dan t adalah jumlah observasi terikat dalam kelompok skor terikat. uji statistik yang disesuaikan menjadi

$$H_c = \frac{H}{1 - \sum T/(N^3 - N)}$$

Di mana H adalah nilai yang dihitung dari persamaan 6.2. Efek dari penyesuaiannya adalah untuk mengembangkan nilai uji statistik. Sehingga jika H signifikan pada tingkat yang diinginkan tanpa penyesuaian, tidak ada gunanya dalam menghitung H_0. Selanjutnya, Kruskal dan Wallis (T1) menunjukkan bahwa dengan 10 atau lebih sedikit sampel, nilai H sebesar 0,01 atau lebih tidak mengubah lebih dari 10% ketika nilai disesuaikan H_0 yang dihitung, asalkan tidak lebih dari seperempat dari pengamatan yang terlibat dalam ikatan tersebut.

Efisiensi Power

Andrews (T4) menemukan efisiensi asimtotik dari uji Kruskal-Wallis, relatif terhadap uji F parametrik biasa, menjadi 0,955 saat sampling dari populasi yang terdistribusi normal. jika fungsi distribusi memiliki bentuk yang sama dan hanya berbeda dalam lokasi, Hodges dan Lehmann (T5) telah menunjukkan bahwa efisiensi relatif asymptotic tidak pernah kurang dari 0,864 dan mungkin lebih besar dari 1 dalam kondisi tertentu.

BACAAN LEBIH LANJUT

Iman, Quade, dan alexander (T6) menyajikan tabel yang lebih luas untuk tiga sampel masalah Kruskal- Wallis. Breslow (T7) membahas sebuah uji Kruskal-Wallis umum untuk membandingkan beberapa sampel mengikuti pola yang tidak sama dari penyensoran. Rust dan fligner (T8) mengusulkan sebuah modifikasi dari uji Kruskal-Wallis, yang mana mereka berpendapat diperlukan sedikit asumsi tentang bentuk dari populasi. penulis menyatakan bahwa prosedur yang dimodifikasi adalah asimtotik distribusi bebas ketika populasi diasumsikan simetris. berdasarkan sebuah penelitian sampel kecil, mereka menyimpulkan bahwa penggunaan modifikasi daripada hasil statistik Kruskal-Wallis yang asli, sedikit atau tidak ada kehilangan daya bila digunakan dalam situasi di mana prosedur Kruskal-Wallis sesuai.

Mengutip kebutuhan suatu metode jumlah rank yang memuaskan untuk desain eksperimental faktorial, Toothaker dan chang (T9) melaporkan penggunaan metode monte carlo untuk mengevaluasi prosedur seperti yang sebelumnya diusulkan oleh scheirer et al (T10). mereka menemukan bahwa distribusi dari statistik uji yang disarankan adalah fungsi efek selain yang sedang diuji kecuali di bawah situasi yang sama sekali nol. mereka merekomendasikan untuk penggunaan prosedur yang dijelaskan oleh scheirer et al. (T10).

Dalam sebuah makalah yang berkaitan dengan penggunaan klasik dan teknik nonparametrik dalam analisis percobaan, van der laan dan verdooren (T11) membahas sejumlah masalah yang dihadapi dalam penerapan kedua pendekatan tersebut.

DISTRIBUSI SAMPLING DARI STATISTIC KRUSKAL-WALLIS

Untuk menemukan distribusi uji statistic Kruskal -Wallis, H, kita mengasumsikan bahwa semua pengukuran diambil dari populasi yang sama atau identik. Untuk menemukan distribusi H, kita menggunakan metode pengacakan yang digunakan untuk mencari distribusi statistik Mann-Whitney. Jumlah kemungkinan set dari rank ukuran n_1, n_2, ..., n_k masing-masing, dapat dibentuk dari rank 1 sampai N sama dengan $N! \ / \ n_1! \ n_2! \ ... \ n_k!$. masing-masing set yang sama mungkin dengan asumsi bahwa pengukuran berasal dari populasi yang sama atau identik. probabilitas terjadinya set rank sama dengan 1 dibagi dengan $N! \ / \ n_1! \ n_2! \ ... \ n_k!$. kita menghitung H untuk setiap set rank, menentukan frekuensi kejadian setiap nilai yang berbeda dari H, dan menghitung probabilitas setiap nilai H dengan membagi setiap frekuensi dengan N! / n1! n2! ... nk!. hasilnya adalah distribusi sampling dari H.

Pembangunan distribusi sampling dari uji statistik Kruskal-Wallis diilustrasikan dengan contoh di mana kita memiliki tiga sampel ukuran $n_1 = 2$,$n_2 = 2$, dan $n_3 = 1$. karena N = 2 +2 +1 = 5, jumlah kemungkinan set rank adalah 5!/2! 2! 1! = 30. dengan kata lain, jumlah cara di mana rank 1, 2, 3, 4, dan 5 dapat ditugaskan untuk tiga kelompok yang berisi masing-masing, 2, 2, dan 1 rank yaitu 30. ini mungkin set rank, bersama dengan nilai-nilai H yang dapat dihitung, adalah sebagai berikut:

	Sampel					**Sampel**			
Set	**1**	**2**	**3**	**H**	**Set**	**1**	**2**	**3**	**H**
1	1,2	3,4	5	3,6	16	2,4	1,3	5	2,4
2	1,2	3,5	4	3,0	17	2,4	1,5	3	0,0
3	1,2	4,5	3	3,6	18	2,4	3,5	1	2,4

4	1,3	2,4	5	2,4	19	2,5	1,3	4	1,4
5	1,3	2,5	4	1,4	20	2,5	1,4	3	0,4
6	1,3	4,5	2	3,0	21	2,5	3,4	1	2,0
7	1,4	2,3	5	2,0	22	3,4	1,2	5	3,6
8	1,4	2,5	3	0,4	23	3,4	1,5	2	0,6
9	1,4	3,5	2	1,4	24	3,4	2,5	1	2,0
10	1,5	2,3	4	0,6	25	3,5	1,2	4	3,0
11	1,5	2,4	3	0,0	26	3,5	1,4	2	1,4
12	1,5	3,4	2	0,6	27	3,5	2,4	1	2,4
13	2,3	1,4	5	2,0	28	4,5	1,2	3	3,6
14	2,3	1,5	4	0,6	29	4,5	1,3	4	3,0
15	2,3	4,5	1	3,6	30	4,5	2,3	1	3,6

Berikut ini adalah distribusi sampling dari H untuk kondisi yang dijelaskan dalam contoh:

H	frekuensi *H*	P(*H*)
0,0	2	2/30
0,4	2	2/30
0,6	4	4/30
1,4	4	4/30
2,0	4	4/30
2,4	4	4/30
3,0	4	4/30
3,6	6	6/30
Total	30	30/30

BEBERAPA PROSEDUR ALTERNATIF

Ada sejumlah alternatif untuk prosedur k-sampel yang disajikan dalam bab ini. Beberapa dijelaskan dalam paragraf berikut.

1. Uji nilai normal harapan. Ketika kita menggunakan tes ini kita mengganti setiap N pengamatan yang asli dengan peringkat relatif terhadap semua pengamatan lain dalam sampel k, seperti dengan uji Kruskal-Wallis. Pada saat ini kita lebih mengubah data dengan mengganti setiap peringkat dengan nilai harapan dari pengamatan yang memiliki rank dalam suatu sampel acak N pengamatan dari distribusi normal standar. Kita memerlukan tabel khusus untuk transformasi ini. Kita kemudian membangun statistik uji dari nilai normal harapan ini dan

membandingkannya untuk signifikansi dengan nilai-nilai tabulasi dari statistic chi-square.

Uji nilai normal harapan adalah salah satu dari beberapa jenis uji nilai normal yang telah diusulkan. Fisher dan Yates (T12) mengusulkan teknik ganti data rank dengan "nilai normal" sebelum melakukan analisis statistikal seperti 1938 pada pengenalan tabel XX dalam buku tabel statistik mereka. Sejak saat itu, perhatian difokuskan pada penggunaan nilai normal dalam masalah lokasi dua-sampel masalah. Karya Hoeffding (T13) dan Terry (T14) adalah sangat penting. Uji penggunaan terbalik nilai normal transformasi sensitif terhadap lokasi yang tidak sama dalam kasus dua sampel telah diusulkan oleh van der Waerden (T15).

Puri (T16) telah menunjukkan bahwa distribusi dari statistik uji untuk uji nilai normal harapan di bawah hipotesis nol dari distribusi yang identik cenderung mendekati distribusi chi-kuadrat dengan $k - 1$ derajat bebas sebagai ukuran sampel yang cenderung tak terhingga. lihat juga Hajek dan Sidak (T17).

McSweeney dan Penfield (T18) mempertimbangkan perpanjangan dari teknik nilai normal harapan untuk kasus tiga atau lebih sampel. Mereka memberi dasar rasional untuk dan derivasi dari statistik uji untuk k (> 2) kasus sampel. Penulis mengutip karya puri (T16) untuk mendukung pendapat mereka bahwa uji nilai normal adalah Paling tidak sama efisiennya dengan parametrik uji F dan lebih efisien dibandingkan dengan pengujian Kruskal - Wallis ketika sampel diambil dari distribusi yang telah mungkin ditemui dalam praktek. Keseluruhan kesimpulan mereka menyerupai *normal scores test* atas dasar efisiensi tinggi dan daya. Feir Walsh dan Toothaker (T19), di sisi lain, muncul kesimpulan yang berlawanan. Berdasarkan penelitian mereka, mereka tidak merekomendasikan normal scores-test .

Tabel nilai ekspektasi normal telah dibuat oleh David et al . (T20) , Harter (T21 , T22 , T23) , dan Owen (T24) . Bell dan Doksum (T25 , T26) telah mengusulkan serangkaian tes yang menggunakan pengamatan acak normal itu sendiri , sebagai pengganti rank-rank, ekspektasi atau invers dari skor normal. Teknik-teknik ini , bersama dengan contoh-contoh numerik , dibahas secara rinci oleh Conover (T27) . Bradley (T28) mengabdikan seluruh bab pada bukunya tentang statistic nonparametrik dengan topik tes normal - nilai .

2. Peringkat Uji Karena Barbour et al.suggest generalisasi dari dua sampel Wilcoxon rank-sum statistik untuk memberikan k - sampel uji derived from ekspresi untuk jumlah pengobatan kuadrat dalam satu analisis arah varians. Penulis laporan bahwa statistik yang relevan dalam sama seperti

yang diusulkan oleh Crouse (T30 , T31) , dan bahwa untuk penerapan praktis distribusi empiris baik didekati dengan distribusi beta .

3. Prosedur pengkajian berpasangan Ranking oleh Fligner Fligner mengusulkan pembentukan statistik uji untuk k - sampel masalah lokasi dengan tepat menggabungkan semua sampel wilcoxon tests.Pada dasar studi simulasi , dia menyimpulkan bahwa hasil prosedurnya menunjukkan setidaknya sama baiknya dengan tes Kruskal - wallis .
4. Intrinsic rank test dipopulerkan oleh Kanneman Untuk pendekatan sensitivitas uji Kruskall - Wallis terhadap gangguan tertentu , Kannemen (T33) mengusulkan rank test intrinsic untuk k sampel independen. Statistik uji dihitung bukan untuk jajaran ordinal dari pengamatan langsung , seperti statistik Kruskal - wallis, tapi dari peringkat intrinsik, intrinsik rank dari pengamatan didefinisikan sebagai nomor urut dari rank interval dimana peringkat ordinal jatuh . Untuk sampel k ukuran sama dengan n , peringkat interval yang ditentukan dengan membagi jajaran ordinal dari pengamatan ke dalam interval k mengandung divisi n dari skala ordinal. Sebuah $k \times k$ matriks ini kemudian dibangun , dengan sel yang mengandung frekuensi terjadinya intrinsik peringkat dalam setiap sampel . Sebuah chi square seperti uji statistik dihitung dari tabel disebut distribusi gamma untuk signifikansi.
5. Prosedur Uji Median oleh Shoemaker Menggunakan perpanjangan uji median sebagai titik awal , Shoemaker (T34) memperkenalkan prosedur nonparametrik yang ia klaim sangat resisten terhadap outlier , komputasi sederhana, dan dipahami oleh siapa pun dengan pengetahuan dasar analisis klasik varians . Penulis membahas pembangunan variasi tes median untuk menguji interaksi dan kombinasi efek dalam dua arah dan model tatanan yang lebih tinggi .

Yang juga menarik adalah prosedur tes permutasi digunakan untuk analisis dengan salah satu cara tata letak varians untuk data biner , yang diusulkan oleh Soms (T35).

Latihan

6.6 Ali dan sweeney (E8) menentukan tingkat protoporfirin di 15 normal, pekerja laboratorium healthly dan di 26 pasien yang dirawat dengan alkoholisme akut. Hasil mereka muncul dalam Tabel 6.12. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa para pekerja normal dan kedua kelompok pecandu alkohol berbeda sehubungan dengan tingkat protoporfirin rata-rata? Menetapkan P - value

TABEL 6.12

Tingkat protoporfirin , miligrams/100 ml RBC , dalam tiga kelompok mata pelajaran

Normal	22	27	47	30	38	78	28	58	72	56	30	39	53	50	36
Alcohlics dengan cincin sideroblast dalam sumsum tulang	78	172	286	82	453	513	174	915	84	153	780				
Alcohlics tanpa															

cincin sideroblast dalam sumsum tulang	37	28	38	45	47	29	34	20	68	12	37	8	76	148	11

Sumber: MAM Ali dan G. Sweeney , '' eritrosit corproporphyrin dan protoporfirin dalam Ethanol - induced sideroblastic Erythropoieseis , '' Darah , 43 (1947) , 291-295 ; digunakan dengan izin .

6.7 Torre et al . (E9) mencatat perubahan dalam otak tikus dan ekstraserebral (trombosit) selective seretonin (5 - HT) setelah pemberian intraperitoneal LSD - 25 dan 1 - metil - d - lysergic acid butanolamide (UML) . Mereka juga mengambil pengukuran pada 11 kontrol . Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 6.13 . Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan antara tiga kelompok ? Tentukan nilai P .

TABEL 6.13

Brain Serotonin (5-HT),nanogram pergram,pada 3 jenis tikus

Kontrol	340	340	356	386	386	402	402	417	433	495	557
LSD,0,5 mg/kg	294	325	325	340	356	371	385	402			
UML, 0,5 mg/kg	263	309	340	356	371	371	402	417			

Sumber : Michele Torre,Flippo Bogetto,and Euginio Torre, ''effect of LSD25 and 1-Methyl-d-Lisergic Acid Bunatolamide on rat brain and plateletSeretonin Levels,''Psychopharmacologia,36(1974),117-122.

6.8 Kando (E10) mengurutkan laki-laki,perempuan dan kaum feminisme transeksual berdasarkan persentase dari persetujuan akan sebab-sebab seks tradisional. Peringkat tersebut dapat dilihat di tabel 6.14. Bisakah kita menyimpulkan dari data-data yang berasal dari jenis-jenis yang berbeda dengan respect persentase persetujuan tersebut.

TABEL 6.14

Urutan dari sampel berdasarkan persentase dari persetujuan akan sebab-sebab seks tradisional

Laki-laki	1	10	11	12	13	14	15	16	17
	20	23	25	26,5	30	32	44,5	51	
Perempuan	5	9	22	26,5	33,5	33,5	36	38	39
	42	43	44,5	46	47	48	49	50	
Transeksual	2	3,5	3,5	6	7	8	18	19	21
	24	28	29	31	35	37	40	41	

Sumber : Thomas M. Kando,''Role Strain : A comparison of males,females,and transexual ,''J Marriage Fam.,34(1972),459-464; copyright 1972 by National Council on family relations; reprinted by permission.

6.9 Stern el al.(E11) mempelajari penyerapan dari timidin oleh epidermis dorsal dari janin dan tikus yang baru lahir, untuk mendefinisikan metode dari H-thymidin yang mempengaruhi hasil dari percobaan, penulis menunjukkan tes Kruskal-Walis pada tabel 6.15. Mereka memperoleh sebuah nilai dari suatu uji statistik yang sama dengan 3.28. Tunjukkan nilai tersebut dan tentukan nilai dari p value.

Tabel 6.15

Data untuk latihan 6.9

Metode									
1	125,6	123,8	123,3	132,4	156,6	99,9	60,4	135,1	72,5
2	140,4	50,0	101,0	70,4	149,7				
3	74,2	72,4	55,8	95,1	134,6				
4	125,5	102,4	80,6	82,9	95,4	93,7			
5	72,9	90,0	137,5	65,5					
6	88,0	96,0	106,4						

Sumber : I B Stern, L Dayton, and J Duecy, '' the uptake of tritiated thymidin by the dorsal epidermis of the fetal and newborn rat.

6.3

JONCKHEERE-TERPSTRA TEST FOR ORDERED ALTERNATIVES

Pada beberapa aplikasi dari prosedur statistik parametrik,terjadi ketepatan untuk tes terhadap hipotesis nol dari persamaan antara rata-rata populasi (μj's)

Ho: $\mu 1 = \mu 2 = ... = \mu k$

Berhadapan dengan hipotesis alternatif

H1: $\mu 1 <= \mu 2 <= ..... <= \mu k$

(dimana minimal terdapat satu dengan pertidaksamaan yang ketat, setidaknya ada satu dari rataan populasi yang lebih kecil daripada rata-rata yang lainnya). Alternatif ini kadang-kadang lebih berarti dari alternatif

H1: tidak semua μ sama

Yang hanya meniadakan satu persamaan pada Ho. Situasi dengan analogi yang sama muncul ketika aplikasi dari prosedur statistik nonparametrik adalah tepat dan lokasi dari parameter yang menjadi perhatian adalah median.

Pada suatu pembelajaran tentang kemanjuran suatu obat, contoh, investigator mungkin telah mengetahui sampel data yang mengindikasikan peningkatan respon seiring dengan peningakatan dosis. Seorang edukator mungkin telah mengetahui level dari sampingan bervariasi dari tidak ada, sedang sampai berlebihan selama pengujian hasil pada skor dengan urutan cadangan yang besar. Seorang sosiologis mungkin tertarik untuk mengetahui baik orang dengan kalangan bawah, tengah sapai kalangan sosial ekonomi yang tinggi yang memiliki pengetahun ke bawah, menengah serta tinggi mengenai peristiwa tertentu. Hipotesis alternatif dari tipe ini yang dimaksud adalah alternatif yang diperintahkan. Tes Kruskal Wallis dan eksistensi dari tes median akan dibahas pada sesi 6.1 dan 6.2 yang menjadi tidak tepat ketika alternatifnya diurutkan, karena tes tersebut tidak di desain untuk mendeteksi di arah tertentu.

Pada kasus dua sampel melibatkan lokasi dari parameternya,kami mencapai tujuan dari sebuah alternatif yang diurutkan dengan menggunakan alternatif satu arah daripada alternatif dua arah. Ketika data tersedia untuk analisis dengan tiga atau lebih sampel dalam suatu observasi ,bagaimanapun,perbedaan antara uji satu arah dana dua arah tidak dapat dipertahankan lagi. Konsekuensinya kita membutuhkan sebuah prosedur yang secara spesifik memperbolehkan untuk alternatif yang terurut pada suatu kasus k sampel.

Terpstra(T36) dan Jonckheere(T37) telah mengusulkan suatu uji yang bisa digunakan alternatif yang terurut dengan hasil yang tepat.

Asumsi

A. Data untuk analisis terdiri atas k sampel acak dari ukuran n1,n2,.....,nk dari populasi 1,2,...,k dengan median yang belum diketahui M1,M2,...,Mk.

B. Observasinya independen,baik didalam maupun diantara sampel-sampelnya.

C. Variabel yang menjadi perhatian bersifat kontinu.

D. Skala pengukurakn minimal ordinal

E. Sampel populasi adalah identik kecuali untuk yang berbeda lokasi parameternya

Hipotesis

Ho: M1=M2=.....=Mk

Ho: M1≤M2≤.....≤Mk dengan minimal satu pertidaksamaan yang tepat

Jika arah yang diharapkan dari pertidaksamaan tidak ditentukan di hipotesis alternatif, reliabel, dan menyusun ulang sampel-sampel untuk memperoleh kesesuaian.

Statistik Uji

Statistik uji adalah

$$J=\sum_{i<j} Uij$$

Dimana U_{ij} adalah pasangan bilangan dari suatu observasi (a,b) dengan X_{ia} lebih kecil dari X_{ib}. Dengan kata lain, kami membandingkan observasi-observasi dengan semua pasangan dari sampel. Kami membandingkan setiap observasi pada sampel pertama pada pasangan dari sampel-sampel dengan setiap observasi pada sampel kedua yang berpasangan. Dan jika observasi dari sampel pertama lebih kecil dari observasi dari sampel kedua,kami mencatat skor 1. Kami mencatat skor 0 jika observasi dari sampel yang pertama lebih besar dari sampel yang kedua.

Aturan Keputusan

Tolak Ho pada signifikan level α jika perhitungan dari J adalah lebih besar atau sama dengan nilai kritis dari J untuk α, k, dan n1,n2,...,nk yang diberikan di tabel A.13. Nilai kritis untuk J diberikan di tabel A.13 untuk k=3 ditabulasikan untuk ukuran sampel n1≤n2≤nk. Karena distribusi dari J memiliki sifat simetri tertentu ,bagaimanapun,kami bisa memperoleh nilai kritis untuk susunan yang tidak terurut,dengan menyusun tiga ukuran sampel sehingga mereka menjadi berurutan dengan ukuran sampel yang semakin besar sebelum kita masuk ke tabel. Contoh,jika kita berhadap nilai kritis untuk ukuran sampel n1=5,n2=7,n3=3,kita akan masuk ke tabel dengan n1=3,n2=5,dan n3=7

Hubungan dalam perhitungan Uij, mencatat skor ½ untuk setiap kasus dimana $X_{ia} = X_{ib}$. Dengan kata lain,setiap kali suatu hubungan ditemukan ketika membandingkan observasi-observasi, catat skor ½ daripada 1.

Contoh 6.3

Nappi (E12) meneliti perubahan yang terjadi pada hemosit larva Drosophila algonquin selama parasitisasi oleh parasit hymenopterous (parasit-oid) Pseudeucoila bochei . Dua puluh tujuh jam setelah parasitisasi larva cilgonquin Drosophila , jumlah yang berbeda(%) dari plasmatocytes yang dibuat menjadi tiga kelompok : larva tuan rumah yang berhasil bereaksi (S), mereka yang reaksinya tidak berhasil (U), dan mereka yang tidak terlihat bereaksi (N). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 6.16 . Kami ingin menguji hipotesis nol tidak ada perbedaan di antara ketiga kelompok terhadap alternatif bahwa perbedaan jumlah plasmatocytes (%) menurun dalam tiga kelompok dari grup N ke grup S.

Hipotesis

Ho : $M_S = M_U = M_N$

H1 : $M_S \leq M_U \leq M_N$

dengan setidaknya ada satu pertidaksamaan yang tepat

TABEL 6.16

Perbedaan jumlah plasmatocyte, persentase dari larva Drosophila Algonquin 27 jam setelah parasitisasi oleh Pseucieucoila bochei (umur tuan rumah 91 jam ketika terparasit)

Reaksi host yang sukses (S)	**Reaksi host yang tidak sukses (U)**	**Tidak terlihat bereaksi(N)**
54,0	79,8	98,6
87,0	82,0	99,5
47,2	88,8	95,8
71,1	79,6	93,3

62,7	85,7	98,9
44,8	81,7	91,1
67,4	88,5	94,5
80,2		

Source: A. J. Nappi, "Cellular Immune Reactions of Larvae of Drosophila algonquin," Parasitology, 70 (1975), 189-194: published by Cambridge University Press.

Statistik Uji

Pertama-tama kami membandingkan amatan pada kelompok S dengan mereka dari kelompok U untuk mendapatkan $U_{SU} = 54$. Perbandingan amatan pada kelompok S dengan amatan dalam kelompok N menghasilkan $U_{SN} = 56$. Akhirnya, ketika kita membandingkan amatan dari kelompok U dengan amatan dari kelompok N, kita memperoleh $U_{UN} = 49$. Dengan demikian kita memiliki

$J = 54 + 56 + 49 = 159$

Keputusan

Ketika kita membandingkan nilai hitung dari J dengan nilai-nilai kritis untuk k = 3 dan ukuran sampel 7, 7, 8 pada Tabel A.13, kami menemukan bahwa peluang untuk memperoleh nilai J sebesar 159 ketika Ho benar adalah kurang dari 0,00494 (karena 159> 123). Akibatnya kita menolak H_0 dan mendukung alternatif diubah. Nilai P kurang dari 0,00494.

Pendekatan Sampel Besar

Untuk ukuran sampel besar, distribusi J akan mendekati normal dengan rata-rata 0 dan varians 1. Ketika kita menggunakan pendekatan normal, kita menghitung

$$z = \frac{J - \{(N^2 - \sum_{j=1}^{k} n_j^2)/4\}}{\sqrt{\{N^2(2N+3) - \sum_{j=1}^{k} n_j^2)(2n_j+3)\}/72}} \qquad (6.6)$$

dan membandingkan signifikansinya dengan menggunakan nilai-nilai tabulasi dari distribusi normal standar yang diberikan dalam Tabel A.2.

Untuk menggambarkan penggunaan pendekatan normal, pertimbangkan contoh berikut, dimana

$J = 159$

$N = 8 + 7 + 7 = 22$

$$\sum_{j=1}^{k} n_j^2 = 8^2 + 7^2 + 7^2 = 162$$

$$\sum_{j=1}^{k} n_j^2 (2n_j + 3) = 8^2(2.8 + 3) + 7^2(2.7 + 3) + 7^2(2.7 + 3) = 2882$$

Substitusi nilai tersebut ke persamaan 6.6

$$z = \frac{159 - \{(22^2 - 162)/4\}}{\sqrt{\{22^2(2.22 + 3) - 2882\}/72}}$$

P value untuk z = 4,73 kurang dari 0,001 , dan kita menolak Ho . Kita melihat bahwa pendekatan untuk sampel besar mengarah pada kesimpulan yang sama dengan tes yang pasti .

Efisiensi Power

Kekuatan uji Jonckheere - Terpstra alternatifnya telah dipertimbangkan oleh Odeh (T38) . Puri (T39) membahas efisiensi dari tes itu . Potter dan Sturm (T40) menunjukkan bagaimana kekuatan maksimum uji dapat dihitung untuk beberapa alternatif sederhana . Mereka menemukan bahwa kekuatan dari tes ini dibatasi secara signifikan oleh ukuran sampel tertentu .

BACAAN LANJUTAN

Prosedur uji alternatif untuk alternatif terurut telah diusulkan oleh Chacko (T41) dan dilanjutkan oleh Shorack (T42) . Lehmann (T43) memberikan contoh numerik, yang menggambarkan prosedur ini dan menunjukkan bahwa dalam situasi tertentu tes yang diusulkan oleh Chacko tampaknya lebih baik daripada tes Jonckheere - Terpstra .

Roth dan Daniel (T44) menyajikan tabel nilai kritis yang dapat digunakan pada uji Chacko . Tabel tersebut menampung 3 sampai 15 sampel untuk skala nominal dengan signifikansi 0,005 , 0,01 , 0,025 , 0,05 , 0,10 , dan 0,20 . Parsons (T45) menghitung distribusi yang tepat dari statistik seperti yang dikembangkan oleh Shorack (T42) untuk tiga populasi kecil dengan ukuran sampel yang kecil .

Pembahasan lebih lanjut dari uji Jonckheere-Terpstra dapat ditemukan dalam artikel Odeh (T46) dan Tryon dan Hettinansperger (T47) . Cuzick (T48) telah mengembangkan tes alternatif terurut yang merupakan perpanjangan dari Wilcoxon rank - sum test . Penulis menggambarkan aplikasi dengan dua csampel dari penelitian kanker . Yang menarik adalah makalah oleh Hirotsu (T49) dan Rothe (T50) . Sebuah diskusi yang lebih lengkap dan umum dari alternatif terurut dapat ditemukan dalam buku oleh Barlow et al. (T51).

Latihan

6.10 Wohl et al . (E13) mempelajari sifat fisiologis paru-paru pada pasien yang menerima terapi radiasi paru bilateral pada anak usia dini . Perhatian mereka terdiri dari tiga kelompok anak-anak . Kelompok I terdiri dari enam anak yang menerima terapi tunggal polmonaryirradiation bilateral . Kelompok 2 berisi enam anak yang telah menerima radioterapi paru tambahan atau bedah dada atau keduanya . Kelompok 3 terdiri dari delapan anak-anak yang tidak menerima iradiasi diarahkan terutama ke paru-paru . Nilai kapasitas vital ,dinyatakan sebagai persentase dari nilai prediksi berdasarkan tinggi berdiri, subjek dalam tiga kelompok ditunjukkan pada Tabel

6.17 . Menguji hipotesis nol tidak ada perbedaan di antara tiga populasi diwakili terhadap alternatif bahwa nilai kapasitas vital median berada di urutan : kelompok 2 kelompok 1 kelompok 3 . Tentukan nilai P .

TABEL 6.17

Kapasitas vital, dinyatakan sebagai persentase dari nilai prediksi berdasarkan tinggi berdiri, dalam tiga kelompok subjek

Kelompok 1: iradiasi paru Bilateral

71 57 85 67 66 79

Kelompok 2: iradiasi paru tambahan atau operasi toraks

76 94 61 36 42 49

Group 3: tanpa iradiasi paru-paru

80 104 81 90 93 85 101 83

Source: Mary Ellen B. Wohl, N. Thornton Griscom, Demetrius G. Traggis. and Norman Jaffee, "Effects of Therapeutic Irradiation Delivered in Early Childhood upon Subsequent Lung Function," Pediatrics, 55 (1975), 5071516.

6.11 Davis (E14) meneliti kinerja pendengaran anak-anak sekolah pada tugas yang melibatkan pengetahuan tentang 50 konsep dasar yang dianggap perlu untuk prestasi akademik yang memuaskan selama TK , kelas pertama , dan kelas dua . Skor baku yang dibuat oleh 24 pendengaran anak-anak sekolah (TK sampai kelas tiga) pada Tes Boehm dari Konsep Dasar (E15) ditunjukkan pada Tabel 6.18 berdasarkan usia . Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa , rata-rata , nilai cenderung meningkat dengan bertambahnya usia ? Tentukanlah nilai P .

TABEL 6.18

Skor baku untuk 24 anak-anak tuna rungu oleh kelompok umur

Umur 6 nilai mentah 17 20 24 34 34 38

Umur 7 nilai mentah 23 25 27 34 38 47

Umur 8 nilai mentah 22 23 26 32 34 34 36 38 42 48 50

Sumber : . Julia Davis , " Perlorrnance of - Gangguan Pendengaran Anak Kecil pada Test of Konsep Dasar , " J. Pidato Hear.Res , 17 (1974) ,342-351

6.4

PERBANDINGAN BERGANDA

Ketika prosedur pengujian hipotesis seperti uji Kruskal - Wallis menuntun kita untuk menolak hipotesis nol dan menyimpulkan bahwa tidak semua populasi sampel adalah identik , kita tentu mempertanyakan mana populasi yang berbeda dari yang lain .

Untuk lebih spesifik , marilah kita mempertimbangkan lagi Contoh 6.2 , di mana penerapan uji Kruskal - Wallis membawa kita untuk menyimpulkan bahwa tingkat kortisol rata-rata yang tidak sama dalam tiga jenis subjek baru . Dalam hal ini, seperti dalam kebanyakan kasus yang sama , peluang dari sesuatu yang lebih besar dari yang menjadi perhatian dan penting sehingga bisa menjelaskan lebih lanjut tentang perbedaan . Dalam kasus ini , misalnya, kita ingin tahu apakah median M_1 , M_2 , dan M_3 , semuanya berbeda satu sama lain atau jika perbedaan antara M_1 , dan M_2 saja, antara M_1 , M_3, atau antara M_2 dan M_3 saja.

Pendekatan logis untuk menjawab pertanyaan ini mungkin tampak menggunakan beberapa prosedur seperti uji Mann - Whitney, yang dibahas dalam Bab 3, untuk menguji perbedaan yang signifikan antara masing-masing semua kemungkinan pasangan sampel. Bagaimanapun, masalah yang melekat dalam mengikuti arah tersebut: Pengujian semua pasangan rata-rata dengan cara biasa akan mempengaruhi peluang menolak H_0.

Jika kita melaksanakan C perbandingan antar pasangan independen sampel, masing-masing tingkat signifikansi dinyatakan dalam α, probabilitas menyatakan setidaknya satu perbedaan yang signifikan sebagai hasil dari kebetulan adalah sama dengan $1-(1-\alpha)^c$, yang kira-kira sama dengan Cα untuk nilai-nilai kecil dari α. Akibatnya, dalam situasi yang tertentu, peluang untuk menemukan setidaknya satu signifikansi palsu akan meningkat seiring dengan jumlah perbandingan independen yang meningkat. Menemukan peluang pada kasus perbandingan non independen itu lebih rumit.

Salah satu cara untuk menghindari masalah ini adalah dengan menggunakan prosedur perbandingan ganda yang menggabungkan penyesuaian untuk masalah mengenai tingkat signifikansi. Beberapa prosedur tersebut tersedia. Yang disarankan di sini oleh Dunn (T52) ;adalah tepat untuk digunakan setelah uji Kruskal-Wallis. Ketika kita menerapkan prosedur perbandingan ganda, kita menggunakan apa yang dikenal sebagai tingkat kesalahan dalam eksperimen. Tingkat kesalahan, yang merupakan pendekatan konservatif dalam pembuatan beberapa perbandingan, kemungkinan pembuatan keputusan hanya benar pada 1-α ketika hipotesis nol populasi yang tidak berbeda adalah benar. Pendekatan ini melindungi dengan baik terhadap kesalahan saat Ho benar, tetapi membuat lebih sulit seperti tugas untuk mendeteksi perbedaan yang signifikan ketika hipotesis nol salah. Pembenaran untuk tingkat kesalahan *experimentwise* dibahas oleh Kurtz et al. (T53).

Untuk menggunakan prosedur perbandingan ganda, pertama-tama kita mendapatkan rata-rata peringkat untuk setiap sampel, dan membiarkan $\overline{R_i}$, menjadi rata-rata jajaran sampel ke i dan $\overline{R_j}$ mean dari jajaran sampel ke j. Kami selanjutnya pilih tingkat kesalahan *experimentwise* dari α yang kita anggap sebagai suatu keseluruhan tingkat signifikansi. Pilihan kita terhadap α ditentukan sebagian oleh k, jumlah sampel yang terlibat, pengaruhnya semakin besar seiring dengan k yang semakin besar. Jika kita memiliki k sampel, akan ada total k (k-1) / 2 pasang sampel yang dapat dibandingkan berpasang-pasangan pada suatu waktu. Jika kita memiliki 5 sampel, misalnya, akan ada total 5 (4) / 2 = 10 perbandingan pasangan yang bisa kita buat. Ketika membuat beberapa perbandingan ganda dengan tingkat kesalahan *experimentwise*, kita biasanya memilih suatu nilai α yang lebih besar daripada yang ditemui dalam perbandingan tak berpasangan dalam prosedur untuk inferensi misalnya, 0,15, 0,20, atau mungkin 0,25, tergantung pada ukuran k.

Langkah berikutnya bisa ditemukan pada dalam Tabel A.2 nilai dari z yang berada disebelah kanan α / k (k-1). Akhirnya, kita membentuk ketidaksamaan

$$|\overline{R_i} - \overline{R_j}| \leq z_{(1-\alpha/k(k-1))}\sqrt{\frac{N(N+1)}{12}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)} \qquad (6.7)$$

di mana N adalah jumlah pengamatan pada semua kombinasi sampel. Probabilitas pertidaksamaan 6.7 berlaku untuk semua seluruh pasangan rata-rata, ketika Ho benar, setidaknya 1-α. Jika sampel k adalah semua berukuran sama, pertidaksamaan 6.7 tereduksi menjadi

$$|\overline{R_i} - \overline{R_j}| \leq z_{\left(1-\frac{\alpha}{k(k-1)}\right)}\sqrt{k(N+1)/6} \qquad (6.8)$$

Setiap perbedaan $|\overline{R_i} - \overline{R_j}|$ yang lebih besar daripada Pertidaksamaan 6.7 (atau Pertidaksamaan 6.8 *jika berlaku) signifikansinya dinyatakan pada tingkat α.

Dengan demikian prosedur memperbolehkan kita untuk melupakan tentang arah perbedaan antara jajaran rata-rata saat melakukan perhitungan. Arah yang berbeda tentu saja, harus diperhitungkan interpretasi hasilnya. Juga, dalam mengikuti prosedur, kita pada dasarnya memotong jumlah yang sama di setiap daerah ekor distribusi normal standar. Untuk alasan ini kita membagi α dengan k (k-1) bukan oleh k (k-1) / 2, jumlah kemungkinan pasangan perbedaan, ketika menganalisis data dari k sampel.

Mari kita lihat gambaran prosedur dengan sebuah contoh.

Contoh 6.4

Kita lihat lagi untuk data pada Contoh 6.2, yang kami analisis dengan menggunakan uji Kruskal-Wallis. Sebuah nilai yang dihitung dari statistik uji H = 9,232 memungkinkan kita untuk menolak, pada tingkat signifikansi 0,01, hipotesis nol bahwa tiga populasi yang identik. Sebagai hasilnya, kami menyimpulkan bahwa tingkat kortisol median tidak sama untuk semua tiga jenis pasien yang diteliti.

Untuk membuat semua kemungkinan perbandingan dalam rangka melokalisir perbedaan yang terjadi, kita memilih tingkat kesalahan α = 0,15. Ada k = 3 sampel yang terlibat, sehingga akan ada 3 (2) / 2 = 3 perbandingan yang mungkin, dan α / k (k-1) = 0,15 / 3 (2) = 0,025. Dari Tabel A.2, kita menemukan z dengan 0,025 dari daerah ke kanan untuk menjadi 1,96.

Rata-rata dari jajaran untuk tiga sampel

$$\overline{R_1} = 69/10 = 6.9, \overline{R_2} = 90/6 = 15, \text{dan } \overline{R_3} = 94/6 = 15.67.$$

Untuk membandingkan kelompok I dan II, kami mengevaluasi sisi kanan dari Pertidaksamaan 6.7 untuk memperoleh

$$1{,}96\sqrt{\frac{22(22+1)}{12}(\frac{1}{10}+\frac{1}{6})}=6{,}57$$

Karena | 6,9-15 | = 8,1 > 6.57, perbandingan ini adalah signifikan. Dari data, kita menyimpulkan bahwa subyek untuk operasi caesar elektif sebelum awal persalinan cenderung memiliki kadar kortisol lebih rendah daripada wanita mengalami induksi di bagian darurat caesar. Tanda perbedaan menunjukkan arahnya.

Untuk membandingkan kelompok I dan III, kita lagi menghitung

$$1{,}96\sqrt{\frac{22(22+1)}{12}(\frac{1}{10}+\frac{1}{6})}=6{,}57$$

Karena | 6,9-15,67 | = 8.77 > 6.57, kami menyimpulkan bahwa perempuan dalam populasi Saya juga cenderung memiliki lebih rendah nilai kortisol dibandingkan perempuan dalam populasi III. Akhirnya, kita membandingkan kelompok II dan III oleh komputasi pertama

$$1{,}96\sqrt{\frac{22(22+1)}{12}(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})}=7{,}35$$

karena | 15-15,67 | = 0,67 kurang dari 7,35, kita tidak dapat menyimpulkan bahwa populasi yang diwakili oleh sampel II dan III berbeda sehubungan dengan tingkat kortisol median mereka.

Hubungan

Jika ada hubungan yang luas dalam data, kita dapat menyesuaikan kesenjangan 6.7 dan 6.8 untuk memastikan hasil yang konservatif. Ketika kita menyesuaikan untuk menghubungkan, ketimpangan yang sesuai untuk ukuran sampel yang tidak sama adalah

$$\left|\overline{R_i} - \overline{R_j}\right| \leq z\sqrt{\frac{[N(N^2-1)-(\sum t^3-\sum t)](\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j})}{12(N-1)}} \qquad (6.9)$$

Pertidaksamaan yang sesuai untuk ukuran sampel yang sama adalah

$$\left|\overline{R_i} - \overline{R_j}\right| \leq z\sqrt{\frac{k[N(N^2-1)-(\sum t^3-\sum t)]}{6N(N-1)}} \qquad (6.10)$$

Dalam pertidaksamaan ini, t adalah jumlah nilai dalam kombinasi sampel yang terikat pada peringkat yang diberikan. Penyesuaian untuk hubungan biasanya memiliki efek yang dapat diabaikan pada hasil.

MEMBANDINGKAN SEMUA PERLAKUAN DENGAN KONTROL

Kadang-kadang situasi penelitian adalah sedemikian rupa sehingga salah satu perlakuan k adalah kondisi kontrol. Ketika hal ini terjadi, penyidik sering tertarik pada perbandingan setiap perlakuan dengan kondisi kontrol tanpa memperhatikan apakah Pengujian keseluruhan efek pengobatan adalah signifikan, dan terlepas dari setiap potensi perbedaan yang signifikan antara ' pasangan lain dari perlakuan. Ketika perhatian berfokus pada membandingkan semua perlakuan dengan kondisi kontrol, akan ada k-1 perbandingan yang akan dibuat. Prosedur ini sama seperti yang dijelaskan untuk kasus di mana semua kemungkinan pasangan perlakuan dibandingkan kecuali untuk metode memperoleh z untuk pernyataan 6,7 sampai 6,10. Dalam rangka berlaku memotong jumlah yang sama sesuai daerah di setiap ekor distribusi normal standar, kita membagi α dengan 2 (k-1). Contoh berikut menggambarkan prosedur ketika kita ingin membandingkan semua perlakuan dengan kontrol.

contoh 6.5

Sebuah produsen pupuk melakukan percobaan untuk membandingkan efek dari empat jenis pupuk terhadap hasil dari butiran tertentu. Sama-ukuran eksperimental plot Homogen tanah dibuat tersedia untuk percobaan. Mereka secara acak ditugaskan untuk menerima salah satu dari lima pupuk, dan plot tidak menerima pupuk menjabat sebagai kontrol. Pada saat panen sembilan plot dipilih secara acak dari mereka yang sebelumnya ditugaskan untuk masing-masing pupuk dan plot kontrol. Hasil panen (dalam bentuk kode) untuk setiap plot ditunjukkan pada Tabel 6.19.

TABEL 6.19

Data Grain hasil untuk Contoh 6.5

Pupuk				
1 None (0)	2 A	3 B	4 C	5 D
58	68	96	101	124
29	67	90	110	114
37	69	90	90	111
40	58	92	103	113
44	62	99	100	114
37	48	86	91	102
49	62	79	100	114
49	76	96	114	112
38	66	75	94	103

Kami ingin tahu mana pupuk lebih unggul tanpa pupuk. Sebuah tingkat signifikansi 0,20 akan digunakan. Peringkat, peringkat jumlah, dan jajaran rata-rata hasil panen untuk setiap troatment ditunjukkan pada Tabel 6.20.

TABEL 6.20

Rank, total peringkat, dan peringkat rata-rata untuk data pada Tabel 6.19

Pupuk

	1	2	3	4	5
	None (0)	A	B	C	D
	10,5	16	28,5	33	45
	1	15	23	37	42,5
	2,5	17	23	23	38
	5	10,5	26	35,5	40
	6	12,5	30	31,5	42,5
	2,5	7	21	25	34
	8,5	12,5	20	31,5	42,5
	8,5	19	28,5	42,5	39
	4	14	18	27	35,5
Total (R)	48,5	123,5	218,0	286,0	359,0
Mean ($\overline{R}$)	5,39	13,72	24,22	31,78	39,89

Karena data berisi beberapa hubungan, dan karena sampelnya semua berukuran sama, kita akan menggunakan pernyataan 6.10. Penyesuaian hubungan diperoleh sebagai berikut:

Posisi (ranking) di mana hubungan terjadi	t	t^3
2	2	8
8	2	8
10	2	8
12	2	8
22	3	27
28	2	8
31	2	8
35	2	8
41	4	64
Total	21	147

Sekarang kita menghitung $\sum t^3 - \sum t = 147 - 21 = 126$. Karena ada lima perlakuan (empat diberi pupuk, satu tidak diberi pupuk) berdasarkan studi, kita mempunyai empat perbandingan untuk dibuat. Untuk mencari nilai z yang tepat untuk $\alpha = 0.20$, kita hitung $0.20/2(4) = 0.025$. Dari Tabel A.2 kita memperoleh z 1.96. Sekarang kita menggunakan pernyataan 6.10 untuk menghitung

$$1.96\sqrt{\frac{5[45(45^2-1)-126]}{6(45)(45-1)}} = 12.127$$

Tabel 6.21 memperlihatkan nilai mutlak dari perbedaan antara $\bar{R}$o, rata-rata hasil panen pada bidang tanah yang tidak diberi pupuk, dan $\bar{R}$j, rata-rata pada bidang tanah yang diberi pupuk j= A, B, C, D.

TABEL 6.21

Perbandingan hasil panen pada bidang tanah yang diberi pupuk dan hasil panen pada bidang tanah yang tidak diberi pupuk

Pupuk	$\lvert\bar{R}o-\bar{R}j\rvert$	Lebih bagus daripada tidak diberi pupuk?
A(2)	|5.39-13.72| = 8.33	Tidak
B(3)	|5.39-24.22| = 18.83	Ya
C(4)	|5.39-31.78| = 26.39	Ya
D(5)	|5.39-39.89| = 34.50	Ya

Karena 8.33 kurang dari 12.127, kita tidak dapat menyimpulkan bahwa pupuk A lebih bagus daripada tidak diberi pupuk. Karena 18.83, 26.39, dan 34.50 semuanya lebih besar dari 12.127, kita dapat menyimpulkan bahwa pupuk B, C, dan D akan memberikan hasil panen yang lebih banyak daripada jika tidak diberi pupuk.

PENDUGAAN KONTRAS

Peneliti sering tertarik tidak hanya pada pengujian hipotesis mengenai perbedaan antara parameter populasi seperti mean dan median, tetapi juga pada mengestimasi perbedaannya. Pada Contoh 6.5 misalnya, kita mungkin ingin untuk mengestimasi perbedaan antara median hasil panen ketika pupuk A diberikan dan median hasil panen ketika pupuk D diberikan. Perbandingan seperti itu juga disebut dengan kontras. Pada umumnya, kontras di antara k median adalah bentuk $w_1M_1 + w_2M_2$

$+\ldots+ w_k M_k$, dengan $w_1 + w_2 +\ldots+ w_k = 0$. Jika pada Contoh 6.5 (mengabaikan pelakuan tidak diberi pupuk), kita ingin untuk mengestimasi perbedaan antara efek median pada pupuk A = 1 dan pupuk D= 4, kita dapat menulis kontras di antara semua mediannya, termasuk median untuk pupuk B = 2 dan pupuk C = 3, sebagai $(-1)M_1 + (0)M_2 + (0)M_3 + (1)M_4$. Pada kontras ini, $w_1 = -1$, $w_2 = 0$, $w_3 = 0$, dan $w_4 = 1$, dan $-1 + 0 + 0 +1 = 0$. Kontras $(-1)M_1 + (0)M_2 + (0)M_3 + (1)M_4$ dapat ditulis menjadi $M_1 - M_2$. Pada bentuk ini, jelas bahwa kita ingin membandingkan efek median pada pupuk A dan D. Untuk mengestimasi kontras sederhana pada tipe ini, kita menggunakan statistic yang diusulkan oleh SpjØtvoll (T54) yang dilakukan modifikasi estimator yang dikembangkan oleh Lehmann (T55). Prosedurnya terdiri dari beberapa langkah di bawah:

1. Kita menghitung $k(k\text{-}1)/2$ median pada bentuk

$$Z_{hj} = \text{median}\ \{x_{rh}\text{-}x_{sj},\ r = 1,\ldots, n_h,\ s = 1,\ldots, n_j\},\ h < j \qquad \textbf{(6.11)}$$

   Kita menamakan Z_{hj} sebagai estimator tetap bagi $M_h - M_j$, perbedaan antara median populasi h dan median populasi j. Penting untuk menghitung $k(k\text{-}1)/2$ estimator hanya untuk $h < j$, daripada juga menghitung untuk $h > j$, karena $Z_{hj} = -Z_{jh}$. Sebagai contoh, Z_{12} adalah median dari n_1n_2, perbedaan x_{r1}-x_{s2} diperoleh dari pengukuran pada sampel 1 dan 2. Misalkan sampel 1 terdiri dari pengukuran 4, 5, dan 6, dan sampel 2 terdiri dari pengukuran 1 dan 2. 3 x 2 = 6 perbedaan $x_{r1} - x_{s2}$ adalah (4-1) = 3, (4-2) = 2, (5 – 1) = 4, (5 – 2) = 3, (6 – 1) = 5, dan (6 – 2) = 4. Median perbedaan adalah $Z_{12} = 3.5$. Maka $Z_{21} = -3.5$, karena perbedaan dari yang dihitung adalah negatif.

2. Kita memperoleh rata-rata tertimbang

$$\bar{m}_h = \frac{\sum_{j=1}^{k} njZhj}{\sum_{j=1}^{k} nj}, \qquad h = 1,\ldots, k \qquad \textbf{(6.12)}$$

   Catatan bahwa aplikasi pada Persamaan hasil panen 6.12 $Z_{hh} = 0$.

   Ketika semua sampel berukuran sama, Persamaan 6.12 menjadi

$$\bar{m}_h = \frac{\sum_{j=1}^{k} Zhj}{k} \qquad \textbf{(6.13)}$$

3. Estimator tertimbang dan tidak tetap pada perbedaan M_h-M_j adalah

$$\bar{m}_h\text{-}\bar{m}_j$$

Sekarang kita mengilustrasikan prosedur oleh rata-rata pada suatu contoh.

Contoh 6.6

Operasi perakitan dapat dilakukan berdasarkan tiga macam aturan yang berbeda. Usaha untuk memperoleh pengertian cara operasi yang paling efisien, waktu dan gerakan, spesialis memiliki pekerja yang melakukan tugas berdasarkan masing-masing tiga aturan. Waktu yang dibutuhkan untuk melakukannya ditunjukkan pada Tabel 6.22.

TABEL 6.22

Waktu (dalam detik) yang dibutuhkan untuk melakukan tugas perakitan berdasarkan tiga aturan yang berbeda

Setup		
1	**2**	**3**
18.2	17.1	32.9
16.9	19.4	25.8
17.6	20.4	31.9
	17.8	

Kita ingin mengestimasi $M_1 - M_2$, perbedaan antara median waktu jangka panjang yang diperlukan untuk melakukan tugas berdasarkan aturan 1 dan 2. Kita mengerjakannya sebagai berikut:

1. Pertama kita menghitung median:

Z_{12} = median {(18.2-17.1) = 1.1, (18.2-19.4) = -1.2, (18.2-20.4) = -2.2, (18.2 – 17.8) = 0.4, (16.9 – 17.1) = -0.2, (16.9-19.4) = -2.5, (16.9 – 20.4) = -3.5, (16.9 – 17.8) = -0.9, (17.6 – 17.1) = 0.5, (17.6 – 19.4) = -1.8, (17.6 – 20.4) = -2.8, (17.6 – 17.8) = -0.2}

= -1.05

Z_{13} = median {(18.2 – 32.9) = -14.7, (18.2 – 25.8) = -7.6, (18.2 – 31.9) = -13.7, (16.9 – 32.9) = -16.0, (16.9 – 25.8) = -8.9, (16.9 – 31.9) = -15.0, (17.6 – 32.9) = -15.3, (17.6 – 25.8) = -8.2,(17.6 – 31.9) = -14.3}

= -14.3

Z_{23} = median {(17.1 – 32.9) = -15.8, (17.1 – 25.8) = -8.7, (17.1 – 31.9) = -14.8, (19.4 – 32.9) = -13.5, (19.4 – 25.8) = -6.4, (19.4 – 31.9) = -12.5, (20.4 – 32.9) = -12.5, (20.4 – 25.8) = -5.4, (20.4 – 31.9) = -11.5, (17.8 – 32.9) = -15.1, (17.8 – 25.8) = -8.0, (17.8 – 31.9) = -14.1}

= -12.5

$Z_{21} = 1.05$

$Z_{31} = 14.3$

$Z_{32} = 12.5$

$Z_{11} = 0$

$Z_{22} = 0$

$Z_{33} = 0$

2. Sekarang kita menghitung rata-rata tertimbang

$$\bar{m}_1 = \frac{3(0)+4(-1.05)+3(-14.3)}{10} = -4.71$$

$$\bar{m}_2 = \frac{3(1.05)+4(0)+3(-12.5)}{10} = -3.435$$

3. Estimasi kita dari $M_1 - M_2$ adalah

$$\bar{m}_1 - \bar{m}_2 = -4.71 - (-3.435) = -1.275$$

Ini memungkinkan untuk merumuskan dan mengestimasi kontras yang lebih kompleks daripada satu pasang sederhana yang dibahas di sini. Sebagai contoh, pada beberapa situasi, kita mungkin ingin mengestimasi kontras

$$\frac{M1 + M2}{2} - M3$$

Untuk informasi lebih lanjut mengenai kontras tersebut, pembaca ditunjukkan ke buku anova dan referensi yang berhubungan seperti di bawah ini.

BACAAN LANJUTAN

Prosedur perbandingan-berganda nonparametrik dibahas oleh Anscombe (T56), Dwass (T57), Gabriel (T58), Marascuilo dan McSweeney (T59), McDonald dan Thompson (T60), Miller (T61), Sherman (T62), dan Steel (T63, T64). Rhyne dan Steel (T65) membahas uji tanda perbandingan-berganda untuk perlakuan versus kontrol.

Campbell dan Skillings (T66) membahas prosedur perbandingan-berganda teratur nonparametrik. Penulis mengemukakan prosedur dan membandingkannya masing-masing sama bagusnya dengan prosedur bebas atas dasar level galat tipe I dan kekuatan perbandingan searah. Penulis menyimpulkan bahwa prosedur teratur mengontrol level galat tipe I dan bahwa mereka mempunyai kekuatan pasangan superior ketika dibandingkan dengan prosedur bebas yang biasa digunakan.

Paper yang berjudul Planned and post hoc comparisons for tests homogeneity where the dependent variable is categorical and ordered oleh Marscuilo dan Dagenais (T67).

Skillings (T68) menujukan pertanyaan jika prosedur rangking perbandingan-berganda bersama atau terpisah menunjukkan uji dan perangkat pemisahan perlakuan yang lebih baik. Dia menyimpulkan bahwa prosedur rangking bersama sedikit lebih baik sebagai uji; untuk pemisahan perlakuan, keputusan tergantung pada keadaan.

Levy (T69) memperkenalkan prosedur perbandingan berganda Tukey digunakan dalam one-way atau two-way anova. Dengan cara studi dari Monte Carlo, Wike dan Church (T70) menentukan kecepatan galat tipe I dari uji Levy. Juga menggunakan teknik Monte Carlo, Wike dan Church (T71,T72) membandingkan empat uji perbandingan-berganda nonparametrik untuk menentukan kecepatan galat tipe I nya ketika uji Kruskal – Wallis secara keseluruhan signifikan atau tidak signifikan.

Zwick dan Marascuilo (T73) menunjukkan jumlah isu yang berhubungan dengan penggunaan prosedur perbandingan-berganda nonparametrik dan membuat rekomendasi untuk para peneliti merenungkan penggunaan teknik ini.

Hurwitz (T74) mempersembahkan program kalkulator untuk uji perbandingan-berganda dan nonparametrik. Sebuah bibliografi oleh Daniel (T75) terdapat referensi untuk publikasi terkait dengan prosedur perbandingan-berganda nonparametrik.

Untuk pembahasan mengenai percobaan searah dan kecepatan galat yang lain, lihat artikel oleh Balaam (T76), Federer (T77), Petrinovich and Hardyck (T78), Ryan (T79), Steel (T80), dan Wilson (T81), dan buku oleh Kirk (T82).

Perbandingan berganda perlakuan versus kontrol merupakan judul paper oleh Fligner (T83), yang membandingkan penggunaan prosedur rangking bersama dengan metode rangking pasangan. Dia menyimpulkan bahwa meskipun rangking bersama mempunyai keuntungan pada penghitungan yang mudah dan sederhana, rangking pasangan pada setiap perlakuan menolak kontrol diusulkan oleh Steel (T84) merupakan yang lebih baik (superior) dibanding lainnya.

Untuk skema klasifikasi satu arah dan dua arah, Fligner dan Wolfe (T85) mengusulkan sebuah alternatif pendekatan perbandingan-berganda untuk menduga manfaat dari beberapa perlakuan dan kondisi kontrol. Mereka memperkenalkan uji bebas-distribusi tunggal pada H_0 bahwa tidak ada perbedaan pada perlakuan-perlakuan dan kontrol menolak hipotesis alternatif bahwa paling tidak terdapat satu perlakuan memiliki respons lebih besar atau lebih kecil daripada kontrol.

Sifat-sifat penduga kontras dibahas oleh Lehmann (T55) dan SpjØtvoll (T54). Untuk pendugaan kontras lebih lanjut, lihat paper oleh Bhuchongkul dan Puri (T86), Lehmann (T87), dan Sen (T88).

LATIHAN

6.12 Buatlah semua kemungkinan perbandingan pada Latihan 6.6. $\alpha = 0.15$.

6.13 Buatlah semua kemungkinan perbandingan pada Latihan 6.7. $\alpha = 0.20$.

6.14 Buatlah semua kemungkinan perbandingan pada Latihan 6.8. $\alpha = 0.15$.

6.5

PROGRAM KOMPUTER

Program komputer telah dibuat dan dibuat laporan pada literatur jurnal untuk prosedur yang dibahas pada bab ini. Smith et al (T89), Roberge (T90, T91, T92), Rock (T93), dan Theodorsson – Norheim (T94) telah membuat program untuk uji Kruskal-Wallis. Program oleh Theodorsson – Norheim juga memasukkan untuk melakukan perbandingan berganda. Program yang dibuat oleh Roberge (T91, T95) juga memasukkan prosedur perbandingan berganda. Program FORTRAN oleh Thakur (T96) menampilkan uji Jonckheere – Terpstra yang dapat digunakan pada mikrokomputer. Blaker (T97) mempersembahkan sebuah program yang dibuat untuk IBM-PC yang mengizinkan utuk penggunaan uji Kruskal – Wallis dan Prosedur Dunn untuk membandingkan beberapa perlakuan terhadap sebuah kontrol.

Program anova nonparametrik dibuat oleh Roberge dan Roberge (T98) menghitung berbagai statistik anova nonparametrik, membandingkan nilai statistik yang diberikan dengan nilai chi-square yang diminta untuk level signifikansi 0.05 dan 0.01, menampilkan tren priori dan post hoc analisis, dan melakukan perbandingan berganda post hoc.

Borys dan Corrigan (T99) mempersembahkan program BASIC yang menghitung perbandingan berganda post hoc untuk keragaman uji nonparametrik multivariat, termasuk uji homogenitas chi-square, uji anova Kruskal – Wallis, dan dua prosedur pada Bab 7, uji Cochran's Q dan uji Friedman.

Uji Kruskal – Wallis tersedia di banyak paket software mikrokomputer termasuk BMDPC, MINITAB, SCA, SPSS/PC, STATA, STATISTIX, dan STATPRO.

LATIHAN

6.15 Studi mengenai ekskresi feses rose bengal I^{131} (RB I^{131}) pada diagnosa penyakit kuning pada anak dipimpin oleh Maksoud et al (E16). Subjek terdiri dari 5 kontrol normal, 6 subjek penyakit kuning nonatresic, dan 16 penyakit kuning atresic. Tabel

6.23 menunjukkan 48 jam ekskresi feses RB I^{131} menunjukkan presentase dosis yang teratur. Kita ingin mengetahui jika data mempunyai cukup bukti untuk mengindikasikan perbedaan pada tiga kelompok. Gunakan uji Kruskal – Wallis untuk menentukan P value, dan buatlah semua kemungkinan perbandingan pada tingkat signifikan 0.15.

TABEL 6.23

48 jam presentase ekskresi feses rose bengal I^{131} pada 27 baru lahir dan bayi

Kontrol	37	22.1	44.4	71.5	70			
Neonatal	9.5	22	10.5	11.3	16.9	17.3*		
hepatitis								
Billary	2.6	4	4.7	4.7	0.9	6.6	1.6	3.3
atresia	3.2	4.1	0.6	2.9	3.6	2.3	3.7	3*

Sumber: Joao Gilberto Maksoud, Anneliese Fischer Thom, Julio Kieffer,and Virgilio A. Carvalho Pinto ”Fecal Excretion of Rose Bengal I^{131} in the Diagnosis of Obstructive Jaundice in Infancy with Special Reference to Billary Atresia” Pediatrics, 48 (1971), 966-969

* yang ditetapkan pada subjek yang ditulis oleh penulis tidak termasuk di sini.

6.16 Untuk meneliti pengaruh dari stimulasi lampu pada aktivitas pineal multiple-unit (MUA) pada burung puyuh, Herbute dan Bayle (E17) melakukan studi pemberhentian multiple-unit secara spontan pada kelenjar pineal pada tiga kelompok burung puyuh. Kelompok I terdiri dari burung utuh dengan elektroda rekamannya berdi ameter 30μm, kelompok II terdiri dari burung utuh dengan elektroda rekamannya berdiameter 15 μm, dan kelompok III terdiri dari burung dengan bagian bilateral pada optik menunjukkan tiga minggu sebelumnya pada eksplorasi elektropsikologi pineal. Elektroda rekaman pada kelompok III berdiameter 15 μm. Tabel 6.24 menunjukkan basal MUA (spikes/10 detik) pada tiga kelompok. Apakah data menmpunyai cukup bukti untuk mengindikasikan perbedaan antara tiga kelompok? Gunakan uji Kruskal – Wallis untuk menentukan P value, dan buatlah semua kemungkinan perbedaan pada tingkat signifikan 0.20.

TABEL 6.24

Basal MUA (spikes/10 detik) pada pineal di tiga kelompok burung puyuh

Kelompok I	82	127	53	89	81		
Kelompok II	32	24	16	22	30	27	30
Kelompok III	117	63	72	96	117	45	

Sumber: S. Herbute and J. D. Bayle, ”Multiple-Unit Activity in the Pineal Gland of the Japanese Quail: Spontaneous Firing and Responses to Photic Stimulations,” Neuroendocrinology, 16 (1974), 52-64; digunakan atas izin S. Karger AG, Basel.

6.17 Data pada Tabel 6.25 ditulis oleh Kaklamanis et al. (E18), yang memimpin studi untuk mengklarifikasi peran limfosit T pada pengaturan respons host terhadap HBAg (antigen hepatitis B). Mereka mempelajari tiga kelompok subjek. Kelompok A terdiri dari lima HBAg karier dengan tidak ada bukti klinik tentang penyakit liver, kelompok B terdiri dari delapan subjek yang mempunyai HBAb (antibodi hepatitis B) dan tidak ada riwayat hepatitis, dan kelompok C terdiri dari enam kontrol sehat yang tidak memiliki HBAg maupun HBAb. Tabel 6.25 menunjukkan respons terhadap phytohaemagglutinin (PHA) limfosit T dari 19 subjek. Apakah data di bawah mempunyai cukup bukti untuk mengindikasi perbedaan antara tiga populasi? Gunakan uji Kruskal – Wallis untuk menentukan P value dan buatlah semua kemungkinan perbandingan pada tingkat signifikan 0.15.

TABEL 6.25

Penggabungan ^{14}C-thymidine oleh limfosit terangsang-PHA darah perifer berdasarkan adanya antigen HB (Ag+, Ab-) dan antibodi (Ag-, Ab+)

Karier (Ag+, Ab-)	4163	9420	6428	6322	5919			
Antibodi positif HB (Ag-, Ab+)	7124	10698	13722	7435	8600	10443	10094	8720
Kontrol (Ag-, Ab-)	16864	16767	17427	16733	17972	15720		

Sumber: E. Kaklamanis, D. Trichopoulos, G. Papaevangelou, M. Drouga, and D. Karalis, "T Lymphocytes in HBAg Carriers and Responders," Lancet, Vol. I, No. 7908 (Maret 22, 1975), 689.

6.18 Svenningsen (E19) melaporkan hasil studinya mengenai titrasi asam-basa ginjal yang dilakukan terhadap 24 bayi yang dipilih secara acak dari populasi sebanyak 516 kelahiran di mana asidosis metabolik yang dipelajari. Bayi dibagi menjadi tiga kelompok sebagai berikut:

Kelompok I terdiri dari 6 bayi dengan keseimbangan asam-basa normal pada periode neonatal dan postnatal.

Kelompok II (disebut kelompok IIa pada studi) terdiri dari 10 bayi prematur dengan nilai asam-basa normal.

Kelompok III (disebut kelompok IIb pada studi) terdiri dari 8 bayi prematur yang darahnya memiliki nilai asam-basa yang menindikasikan suatu kondisi yang disebut asidosis metabolik

Sebuah analisis kimia tertentu pada urin bayi menghasilkan nilai pada Tabel 6.26. Ujilah hipotesis nol bahwa tidak ada perbedaan pada populasi menolak alternatifnya bahwa nilai kimia cenderung berkurang dari kelompok III ke kelompok I.

6.19 Tim penelitian psikologi melakukan desain uji untuk mengukur neurotisisme pada empat kelompok subjek yang berbeda pada kebiasaan mereka merokok. Hasilnya pada Tabel 6.27. Apakah data terdapat perbedaan pada tingkat neurotisisme pada empat kelompok? Gunakan uji Kruskal – Wallis.

TABEL 6.26

Hasil analisis kimia tertentu urin 24 bayi

Kelompok I (bayi)	4.5	3.9	5.0	4.8	4.1	4.6				
Kelompok II (bayi prematur)	4.1	3.9	3.2	4.6	5.1	4.9	5.0	4.3	5.2	5.3
Kelompok III (bayi prematur dengan asidosis pada umur 1-3 minggu)	7.3	8.4	6.9	7.3	8.2	6.2	8.2	7.9		

Sumber: N. W. Svenningsen, "Renal Acid-Base Titration Studies in Infants with and without Metabolic Acidosis in the Postneonatal Period," *Pediatric Res.*, 8 (1974), 659-672

TABEL 6.27

Angka neurotisisme dari subjek yang sudah diklasifikasikan menurut kebiasaan merokok

Bukan Perokok	7.6	7.7	7.5	7.8	7.6	7.3	7.1	8.0	7.5	8.0
Perokok Ringan	8.9	8.2	8.1	8.0	8.6	8.6	8.6	8.4		
Perokok Sedang	8.0	8.8	8.7	8.6	9.0	8.8	8.5			
Perokok Berat	9.9	9.1	9.8	9.8	9.9	9.6	9.2	9.8		

6.20 Sebuah uji didesain untuk mengukur tingkat kesehatan mental yang dilakukan terhadap tiga kelompok subjek. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 6.28. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa tingkat kesehatan mental berbeda dari tiga kelompok? Gunakan uji median yang diperluas.

TABEL 6.28

Skor yang diperoleh dari uji tingkat kesehatan mental tiga kelompok subjek

Wanita	30	40	70	75	15	20	20	30	80	25	25	25
hamil belum	75	30	90	30	60	85	100	90	75	70	90	15
menikah	15											
Wanita	15	17	25	30	35	45	50	50	55	60	60	60
hamil sudah	100	95	80	75	70	65	60	80	30	30	25	50
menikah	60	65	65	65	70	70	75	75	90	35	75	30
	25	45	65	60	20	75	100	80	90	90		
Wanita	20	15	60	45	15	35	55	20	70	65	30	100
belum	90	85	10	55	25	90	80	75	25	30	65	80

menikah,	55	100	15	100	50	90	30	40	15	40	50	65
tidak hamil	70											

6.21 Tabel 6.29 menunjukkan skor IQ verbal sampel dari anak kelas satu yang bertempat tinggal di empat tipe komunitas. Gunakan uji median yang diperluas untuk menentukan jika kita harus menyimpulkan bahwa populasinya berbeda terhadap median IQ verbal.

6.22 Setiap tiga kelompok anak 12 tahun – 10 normal, 6 cukup terbelakang, dan 6 sangat terbelakang – diberikan 100 tugas untuk dikerjakan. Tabel 6.30 menunjukkan proporsi dari jawaban benar yang dikerjakan oleh setiap anak. Apakah data tersebut menunjukkan cukup bukti untuk mengindikasikan perbedaan antara tiga kelompok terhadap variabel yang diteliti? Tentukan P value.

TABEL 6.29

Skor IQ verbal dari anak kelas satu yanng bertempat tinggal di empat tipe komunitas

Sangat	21	22	22	20	25	28	22	23	20	44	27	30
terisolasi	30	22	21	25	21	23	26	23	23	28	37	
Cukup	33	27	29	29	26	29	26	35	33	34	36	40
terisolasi	45	34	26	34	33	33	32	42	28	34	44	
Desa tidak	36	35	33	35	39	37	30	33	35	35	27	42
terisolasi	26	36	30	39	30	37	39	33	40	36	41	
Kota	41	43	44	37	36	36	42	32	43	25	25	38
	34	42	40	45	37	28	24	40	42	41	45	

TABEL 6.30

Proporsi dari tugas yang benar yang dikerjakan oleh tiga kelompok anak

Normal	Cukup terbelakang	Sangat terbelakang
0.64	0.15	0.08
0.25	0.10	0.01
0.14	0.08	0.03
0.20	0.11	0.11
0.75	0.13	0.10
0.62	0.12	0.09
0.25		

0.85

0.90

0.55

0.82

6.23 Merujuk pada Latihan 6.22. Apakah tren signifikan dari normal ke sangat terbelakang?

6.24 Studi mengenai efek film yang menayangkan sikap agresi, sebuah kelompok psikologi secara acak menentukan tiga siswa kelas tiga untuk melihat satu dari tiga film dengan derajat isi keagresifan yang berbeda. Kelompok I melihat sebuah film dengan tidak ada konten agresif, konten film kelompok II agresif sedang, dan kelompok III melihat sebuah film dengan konten agresif tinggi. Setelah anak menonton film, investigator mengamati setiap kelompok secara terpisah untuk periode satu jam dan menyimpan jumlah aktifitas agresif oleh setiap anak. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 6.31. Kita ingin mengetahui jika data menyediakan cukup bukti untuk mengindikasikan perbedaan pada median pada tiga populasi terwakili.

TABEL 6.31

Jumlah aktivitas agresif yang dilakukan oleh tiga kelompok anak

Kelompok I	15	18	13	19	25	20	17	10	16	23
Kelompok II	28	32	26	22	30	24				
Kelompok III	21	40	12	42	39	36				

6.25 Merujuk pada Latihan 6.24. Apakah tren signifikan pada data tersebut?

6.26 Merujuk pada Latihan 6.24. Perlakukan kelompok I sebagai kontrol, bandingkan dua perlakuan lainnya dengan itu, dan uji untuk signifikan.

6.27 Empat tur guide dipekerjakan di sebuah tempat wisata di suatu negara di tempat bersejarah. Setiap guide memimpin tur untuk 20 orang selama puncak musim. Setiap tur dicatat waktunya. Seorang peneliti pada departemen pariwisata memimpin studi untuk membandingkan efisiensi dari tur guide. Untuk setiap guide, peneliti memilih sampel acak sebanyak 6 tur selama bulan Juni, dan waktu yang dibutuhkan untuk masing-masing telah dicatat. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 6.32.

TABEL 6.32

Waktu yang dibutuhkan untuk memimpin tur oleh empat guide

Tur guide			
A	B	C	D

37	36	38	30
31	33	38	34
33	38	39	31
30	36	36	30
39	37	38	35
31	39	37	34

Dapatkah peneliti menyimpulkan berdasarkan data bahwa empat tur guide berbeda terhadap rata-rata waktu yang diperlukan untuk memimpin sebuah tur? α=0.05, dan cari P value.

6.28 Merujuk pada Latihan 6.27. Buatlah semua kemungkinan perbandingan berganda. Apa informasi tambahan yang disediakan pada latihan?

6.29 Seorang peneliti tertarik pada sebagus mana tipe program latihan untuk mempersiapkan kelulusannya untuk masuk pada profesi tertentu. Standar ukurannya adalah hasil pada ujian yang sudah distandarisasi yang diminta untuk sertifikasi seseorang masuk pada profesi tersebut. Tiga tipe program latihan menyatakan program universitas negeri, program universitas swasta, dan program nonuniversitas swasta. Sampel skor oleh kelulusan pada tiga program pada ujian sertifikasi dapat dilihat pada Tabel 6.33.

TABEL 6.30

Skor pada ujian sertifikasi oleh lulusan tiga tipe program latihan

Training program	Skor			
A	572	664	600	564
B	795	715	609	
C	755	823	920	

Perlakukan program ”A” sebagai kontrol dan lakukan uji untuk melihat jika kamu dapat menyimpulkan bahwa, rata-rata, lulusan setiap dua program yang lain menghasilkan skor yang lebih tinggi dari lulusan pada program A. Gunakan tingkat signifikansi 0.15.

6.30 Hal menarik pada perusahaan pakaian adalah daya rentang serat sintetis yang digunakan dalam membuat pakaian. Peneliti menduga bahwa daya rentang serat dipengaruhi oleh persentase serat alaminya. Empat tingkat persentase serat alami: 20%, 30%, 40%, dan 50%. Tiga contoh serat yang diproduksi pada setiap tingkat persentase serat alami, dan daya rentangnya masing-masing dicatat. Untuk kontrol, tiga contoh serat diproduksi tanpa tambahan serat alami. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 6.34.

TABEL 6.34

Daya rentang serat sintetis (lb/sq in.)

Persentase serat alami	**Daya rentang**		
Tidak ada	7	7	9
20	16	13	17
30	15	18	19
40	24	25	23
50	25	24	24

Berdasarkan data, dapatkan kita menyimpulkan bahwa tambahan serat alami pada setiap persentase yang diuji meningkatkan daya rentang? Gunakan tingkat signifikan 0.20.

REFERENSI

T1 Kruskal, W. H., and W. A. Wallis, "Use of Ranks in One-Criterion Variance Analysis," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 47 (1952), 583-621. Addendum, *Ibid.,* 48 (1953), 907-911.

T2 Kruskal, W. H., "A Nonparametric Test for the Several Sample Problem," *Ann. Math. Statist.,* 23 (1952), 525 – 540.

T3 Gabriel, K. R., and P. A. Lachenbruch, "Non-Parametric ANOVA in Small Samples: A Monte Carlo Study of the Adequacy of the Asymptotic Approximation," *Biometrics,* 25 (1969), 593 – 596.

T4 Andrews, F. C., "Asymptotic Behavior of Some Rank Tests for Analysis of Variance," *Ann. Math. Statist.,* 25(1954), 724 – 736.

T5 Hodges, J. L., Jr., and E. Lehmann, "The Efficiency of Soe Nonparametric Competitors of the *t*-Test," *Ann. Math. Statist.,* 27 (1956), 324 – 335.

T6 Iman, Ronald L., Dana Quade, and Douglas A. Alexander, "Exact Probability Levels for the Kruskal – Wallis Test," in H. L. Harter, D. B. Owen, and J. M. Davenport (eds.), *Selected Tabels in Mathematical Statistics,* Vol. III, Providence, R. I.: American Mathematical Society, 1975, pp. 329 – 384.

T7 Breslow, Norman, "A Generalized Kruskal – Wallis Test for Comparing *K* Samples Subject to Unequal Pattern of Censorship," *Biometrika,* 57 (1970), 579 – 594.

T8 Rust, Steven W., and Michael A. Fligner, "A Modification of the Kruskal – Wallis Statistic for the Generalized Behrens – Fisher Problem," *Communic. In Statist. – Theory and Methods,* 13 (1984), 2013 – 2027.

T9 Toothaker, Larry E., and Horng-shing Chang, "On 'The Analysis of Ranked Data Derived from Completely Randomized Factorial Designs,'" *J. Educ. Statist.,* 5 (1980), 169 – 176.

T10 Scheirer, C. J., W. S. Ray, and N. Hare, "The Analysys of Ranked Data Derived from Completely Randomized Factorial Designs," *Biometrics,* 32 (1976), 429 – 434.

T11 van der Laan, Paul, and L. Rob Verdooren, "Classical Analysis of Variance Methods and Nonparametric Counterparts," *Biometrical J.,* 29 (1987), 635 – 665.

T12 Fisher, R. A., and F. Yates. *Statistical Tabels for Biological, Agricultural, and Medical Research,* Edinburgh: Oliver and Boyd, 1938.

T13 Hoeffding, W., "'Optimum' Nonparametric Tests," in Jerzy Neyman (ed.), *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistic and Probability,* Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1951, pp. 83 – 92.

T14 Terry, M. E., "Some Rank Order Tests Which Are Most Powerful against Specific Parametric Alternatives," *Ann. Math. Statist.,* 23 (1952), 346 – 366.

T15 Van der Waerden, B. L., "Order Tests for the Two-Sample Problem and Their Power," *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A,* 55 (1952), (*Indag. Math.* 14), 453 – 458, and *Indag. Math.,* 150 (1953), 303 – 316. Errata, *Ibid.* (1953), 80.

T16 Puri, Madan Lal, "Asymptotic Efficiency of a Class of *c*-Sample Tests," *Ann. Math. Statist.,* 35 (1964), 102 – 121.

T17 Hajek J., and Z. Sedak, *Theory of Rank Tests,* Prague: Academic Press and Academia, 1967.

T18 McSweeny, Maryellen, and Douglas Penfield, "The Normal Scores Test for the *c*-Sample Problem," *Br. J. Math. Statist. Psychol.,* 22 (1969), 177 – 192.

T19 Feir-Walsh, Betty J., and Larry E. Toothaker, "An Empirical Comparison of the ANOVA *F*- test, Normal Scores Test, and Kruskal—Wallis Test under Violations of Assumptions," *Educ. and Psychol. Measurement,* 34 (1974), 789-799.

T20 David, F. N., D. E. Barton, S. Ganeshalingam, H. L. Harter, P. J. Kim, and M. Merrington, *Normal Centroids, Medians and Scores for Ordinal Data,* London: Cambridge University Press, 1968.

T21 Harter, Harman Leon, *Expected Values of Normal Order Statistics,* Wright-Patterson Air Force Base, Ohio: Aeronautical Research Laboratory, Office of Aerospace Research, U.S. Air Force, 1960 (ARL TR 60—292).

T22 Harter, H. Leon, "Expected Values of Normal Order Statistics," *Biometrika,* 48(1961), 151—165.

T23 Harter, H. Leon. *Order Statistics and Their Use in Testing and Estimation,* Vol. 2, Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1969.

T24 Owen, D. B., *Handbook of Statistical Tabels,* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1962.

T25 Bell, C. B., and K. A. Doksum, "Some New Distribution-Free Statistics," *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 203—214.

T26 BeII,C. B., and K. A. Doksum, "Distribution-Free Tests of Independence." *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 429—446.

T27 Conover, W. J., *Practical Nonparametric Statistics,* New York: Wiley, 1971.

T28 Bradley, James V., *Distribution-Free Statistical Tests,* Englewood Cliffs, NJ.: Prentice-Hall, 1968.

T29 Barbour, A. D., D. I. Cartwright, J. B. Donnelly, and G. K. Eagleson. "A New Rank Test for the *k*-Sample Problem," *Communic. in Statist.— Theory and Methods,* 14 (1985). 1471—1484.

T30 Crouse, C. F., "A Non-Null Ranking Model for a Sequence of *m* Alternatives," *Biometrika,* 48 (1961), 441 —444.

T31 Crouse, C. F., "Distribution Free Tests Based on the Sample Distribution Function," *Biometrika,* 53 (1966). 99—108.

T32 Fligner, Michael, "Pairwise versus Joint Ranking: Another Look at the Kruskal—Wallis Stat istic." *Biometrika,* 72(1985), 705—709.

T33 Kannemann, K., "An Intrinsic Rank Test for *k* Independent Samples." *Biometrical J.,* 22 (1980), 229-239.

T34 Shoemaker, Lewis H., "A Nonparametric Method for Analysis of Variance." *Communic. in Statist.— Simulation,* 15(1986), 609 – 632.

T35 Soms, Andrew P., "Permutation Tests for *k*-Sample Binomial Data with Comparisons of Exact and Approximate *P*-Levels," *Communic. in Statist.— Theory and Methods,* 14(1985), 217—233.
T36 Terpstra, T. J., "The Asymptotic Normality and Consistency of Kendall's Test against Trend, When Ties Are Present in One Ranking," *Indag. Math.*, 14(1952), 327—333.
T37 Jonckheere, A. R., "A Distribution-Free *k*-Sample Test against Ordered Alternatives," *Biometrika,* 41(1954), 133—145.
T38 Odeh, R. E.. "On the Power of Jonckheere's *k*-Sample Test against Ordered Alternatives," *Biometrika,* 59(1972), 467—471.
T39 Puri, M. L., "Some Distribution-Free *k*-Sample Rank Tests of Homogeneity against Ordered Alternatives," *Comm. Pure Appl. Math.,* 18(1965), 51—63.
T40 Potter, R. W., and G. W. Sturm, "The Power of Jonckheere's Test," *Amer. Statist.,* 35(1981), 249—250.
T41 Chacko, V. J., "Testing Homogeneity against Ordered Alternatives," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 945—956.
T42 Shorack, Galen R., "Testing against Ordered Alternatives in Model I Analysis of Variance; Normal Theory and Nonparametric," *Ann. Math. Statist.,* 38(1967), 1740—1752.
T43 Lehmann, E. L., *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks,* San Francisco: Holden-Day, 1975.
T44 Roth, Gary L., and Wayne W. Daniel, "Critical Values for Chacko's Homogeneity Test against Ordered Alternatives," *Educ. Psychol. Measurement,* 38(1978), 889—891.
T45 Parsons, Van L., "Small Sample Distribution for a Nonparametric Test for Trend," *Communic. in Statist.: Simulation and Computation,* 10 (1981), 289—302.
T46 Odeh, R. E., "On Jonckheere's *k*-Sample Test against Ordered Alternatives," *Technometrics,* 13 (1971), 912—918.
T47 Tryon, P. V., and T. P. Hettmansperger, "A Class of Nonparametric Tests for Homogeneity against Ordered Alternatives," *Ann. Statist.,* 1(1973), 1061—1070.
T48 Cuzick, Jack, "A Wilcoxon-Type Test for Trend," *Statist, in Med.,* 4 (1985), 87—90.
T49 Hirotsu, C., "The Cumulative Chi-squares Method and a Studentized Maximal Contrast Method for Testing an Ordered Alternative in a One-way Analysis of Variance Model," *Rep. Statist. Appl. Res.,* 26 (December 1979), 12—21.
T50 Rothe, G., "Linear Trend Test versus Global Test: A Comparison," *Statistica Neerlandica,* 40 (1986), 1—7.
T51 Barlow, R. E., D. J. Bartholomew, J. M. Bremner, and H. D. Brunk, *Statistical Inference under Order Restrictions,* New York: Wiley, 1972.
T52 Dunn, O. J., "Multiple Comparisons Using Rank Sums," *Technometrics,* 6(1964). 241—252.
T53 Kurtz, T. E., R. F. Link, J. W. Tukey, and D. L. Wallace, "Short-Cut Multiple Comparisons for Balanced Single and Double Classification, Part I, Results," *Technometrics,* 7(1965), 95—161.
T54 SpjØtvoll, E., "A Note on Robust Estimation in Analysis of Variance," *Ann. Math. Statist.,* 39 (1968), 1486- 1492.
T55 Lehmann, E. L., "Robust Estimation in Analysis of Variance," *Ann. Math. Statist.,* 34 (1963), 957—966.
T56 Anscombe, J. J., "Comments on Kurtz—Link—Tukey—Wallace Paper," *Technometrics,* 7 (1965), 167—168.
T57 Dwass, M., "Some *k*-Sample Rank-Order Tests," in I. Olkin et al. (eds.), *Contributions to Probability and Statistics.* Palo Alto, Calif.: Stanford University Press, 1960, pp. 198—202.
T58 Gabriel, K. R., "Simultaneous Test Procedures—Some Theory of Multiple Comparisons," *Ann. Math. Statist.,* 40(1969), 224—250.
T59 Marascuilo, L. A., and M. McSweeney, "Nonparametric Post Hoc Comparisons for Trend," *Psychol. Bull.,* 67(1967), 401—412.
T60 McDonald, B. J., and W. A. Thompson, "Rank Sum Multiple Comparisons in One- and Two- Way Classifications," *Biometrika,* 54(1967), 487—498.
T61 Miller, R. G., Jr., *Simultaneous Statistical Inference,* second edition, New York: Springer- Verlag, 1981.
T62 Sherman, Ellen, "A Note on Multiple Comparisons Using Rank Sums," *Technometrics,* 7 (1965), 255—256.
T63 Steel, R. G. D., "Some Rank Sum Multiple Comparisons Tests," *Biometrics,* 17(1961), *539—552.*

T64 Steel, Robert G. D., "A Rank Sum Test for Comparing All Pairs of Treatments," *Technometrics,* 2(1960), 197—207.

T65 Rhyne, A. L., and R. G. D. Steel, "Tabels for a Treatment versus Control Multiple Comparisons Sign Test," *Technometrics, (1965),* 293—306.

T66 Campbell, Gregory, and John H. Skillings "Nonparametric Stepwise Multiple Comparison Procedures," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 80 (1985), 998—1003.

T67 Marascuilo, Leonard A., and Fred Dagenais, "Planned and Post-hoc Comparisons for Tests of Homogeneity Where the Dependent Variable Is Categorical and Ordered," *Educ. Psychol. Measurement,* 42(1982), 777—782.

T68 Skillings, John H., "Nonparametric Approaches to Testing and Multiple Comparisons in a One-Way ANOVA," *Communic. in Statist.—Simulation and Computation,* 12(1983), 373-387.

T69 Levy, Kenneth J., "Nonparametric Large-Sample Pairwise Comparisons," *Psychol. Bull.,* 86 (1979), 371—375.

T70 Wike, Edward L., and James D. Church, "Monte Carlo Studies of Levy's 'Nonparametric Large-Sample Pairwise Comparisons,'" *Psychol. Bull.,* 88(1980), 607—613.

T71 Wike, Edward L., and James D. Church, "Further Comments on Nonparametric Multiple-Comparison Tests," *Perceptual and Motor Skills,* 45 (1977), 917—918.

T72 Wike, Edward L., and James D. Church, "A Monte Carlo Investigation of Four Nonparametric Multiple-Comparison Tests fork Independent Groups," *Bull. Psychonomic Soc.,* 11 (1978), 25—28.

T73 Zwick, Rebecca, and Leonard A. Marascuilo, "Selection of Pairwise Multiple Comparison Procedures for Parametric and Nonparametric Analysis of Variance Models," *Psychol. Bull..* 95 (1984), 148—l55.

T74 Hurwitz, Aryeh, "Multiple Comparisons and Nonparametric Statistical Tests on a Programmable Calculator," *J. Pharmacol. Methods,* 17(1987), 17—38.

T75 Daniel, Wayne W., *Multiple Comparison Procedures,* Monticello, I11.: Vance Bibliographies, June 1980.

T76 Balaam, L. N., and W. T. Federer, "Error Rate Bases," *Technometrics,* 7(l965), 260—262.

T77 Federer, W. T., "Experimental Error Rates," *Proc. Am. Soc. Hortic. Sci.,* 78(1961), *605—615.*

T78 Petrinovich, L. F., and C. D. Hardyck, "Error Rates for Multiple Comparison Methods: Some Evidence Concerning the Frequency of Erroneous Conclusions," *Psychol. Bull.,* 71 (1969), 43—54.

T79 Ryan. T. A., "The Experiment as the Unit for Computing Rate of Error," *Psychol. Bull.,* 59 (1962), 301—305.

T80 Steel, R. P. G., "Query 163: Error Rates in Multiple Comparisons," *Biometrics,* 17 (1961), 326—328. –

T81 Wilson, W. A., "A Note on the Inconsistency Inherent in the Necessity to Perform Multiple Comparisons," *Psychol. Bull.,* 59 (1962), 296—300.

T82 Kirk, Roger E., *Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences,* Belmont, Calif.: Brooks/Cole, 1968.

T83 Fligner, Michael A., "A Note on Two-Sided Distribution-Free Treatment versus Control Multiple Comparisons," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 79 (1984), 208—211.

T84 Steel, R. G. D., "A Multiple Comparison Rank Sum Test: Treatment versus Control," *Biometrics,* 15(1959), 560—572.

T85 Fligner, M. A., and D. A. Wolfe, "Distribution-Free Tests for Comparing Several Treatments with a Control," *Statistica Neerlandica,* 36 (1982), 119—127.

T86 Bhuchongkul, S., and M. L. Puri, "On the Estimation of Contrasts in Linear Models," *Ann. Math. Statist.,* 36 (1965), 847—858.

T87 Lehmann, E. L, "Asymptotically Nonparametric Inference: An Alternative Approach to Linear Models," *Ann. Math. Statist.,* 34(1963), 1494—1506.

T88 Sen, P. K., "On Nonparametric Simultaneous Confidence Regions and Tests for the One Criterion Analysis of Variance Problem," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 18(1966), 319—336.

T89 Smith, Robert A., Young B. Lee, and William B. Michael, "Fortran IV Program to Compute the Kruskal—Wallis Statistic," *Educ. Psychol. Measurement,* 30(1970), 735—736.

T90 Roberge, James J., "A Computer Program for Nonparametric Analysis of Variance," *Educ. Psychol. Measurement,* 30(1970), 731, 733.

T91 Roberge, James J., "A Generalized Nonparametric Analysis of Variance Program," *Educ. Psychol. Measurement,* 32(1972), 805—809.

T92 Roberge, James J., “A Generalized Non-Parametric Analysis of Variance Program,” *Br. J. Math. Statist. Psychol.,* 25(1972), 128.

T93 Rock, N. M. S., *“NPSTAT:* A FORTRAN-77 Program to Perform Nonparametric Variable- by-Variable Comparisons on Two or More Independent Groups of Data,” *Compur. &tGeosci.,* 12(1986), 757—777.

T94 Theodorsson—Norheim, Elvar, “Kruskal—Wallis Test: BASIC Computer Program to Perform Nonparametric One-Way Analysis of Variance and Multiple Comparisons on Ranks of Several Independent Samples,” *Comput. Methods & Programs in Biomed.* 23 (1986), 57—62.

T95 Roberge, James J., “A Computer Program for Nonparametric Post Hoc Comparisons for Trend,” *Educ. Psychol. Measurement,* 31(1971), 275—278.

T96 Thakur, Ajit K., “A FORTRAN Program to Perform the Nonparametric Terpstra—Jonckheere Test,” *Comput. Programs in Biomed.,* 18 (1984), 235—240.

T97 Blaker, William D., “Computer Program for the Parametric and Nonparametric Comparison of Several Groups to a Control,” *Comput. in Biol. & Med.,* 17 (1987), 37—44.

T98 Roberge, James J., and James Roberge, “A Generalized Nonparametric ANOVA Program (Version 2),” *Behav. Res. Methods & Instrumentation,* 9(1977), 28.

T99 Borys, Suzanne V., and James G. Corrigan, “A BASIC Program for Nonparametric Post Hoc Comparisons,” *Behav. Res. Methods & Instrumentation,* 12(1980), 635.

E1 Polirneni, Phillip I., "Extracellular Space and Ionic Distribution in Rat Ventricle," *Amer. J. Physioi,* 227 (1974), 676-683.

E2 Saltier, Krista M., "Olfactory and Auditory Stress in Mice *(mus musculus)," Psychon. Sci,,* 29 (1972), 294-296.

E3 Marr.eesh, Mostafa, Simon Aprahamian, Joseph P. Salji, and James W. Cowan, "Availability of Iron from Labeled Wheat, Chickpea, Broad Bean, and Okra in Anemic Blood Donors," *Amer. J. Clin. Nutr.,* 23 (1970), I077-1U32.

E4 Schapira, Georges, Jean-Claude Dreyfus, Fanny Schapira, and Jacques Knih, "Glycogenolytk Enzymes in Human Progressive Muscular Dystrophy," *Amer. J. Phys. Med.,* 34 (Iy55), 313-319.

E5 Young, Francis A., George A. Leary, Robert R. Zimmerman, and David Strobel, "Diet and Refractive Characteristics," *Amer. J. Optom. Arch. Amer. Acd'd. Optom.,* 50 (1973), 226-233.

E6 Chandra, R. K., "Reduced Bactericidal Capacity of Polymorphs in Iron Deficiency," *Arch. Dis. Child.,* 48 (1973), 864-866.

E7 Cawson, M. J., Anne B. M. Anderson, A C. Turnbull, and *L.* Lampe, "Cortisol, Cortisone, and 11-Deoxycortisol Levels in Human Umbilical and Maternal Plasma in Relation to the Onset of Labour," *J. Obstet. Gynaecol. Br. Commonw.,* 81 (1974), 737-745.

E8 Ali, M. A. M., and G. Sweney, "Erythrocyte Corprोporphyrin and Phoioporphyrin in Ethanol-Induced Sideroblastic Erythropoiesis," *Blood,* 43 (1974), 291-295.

E9 Torre, Michele, Filippo Bogetto, and Eugenic Torre, "Effect of LSD-25 and l-Methyl-d-Lysergic Acid Butauolamide on Rat Brain and Platelet Serctonin Levels," *Psychopharma-cologia, 36(^4),* 117-122.

E10 Kando, Thomas M., "Role Strain: A Comparison of Males, Females, and Transsexuals," y. *Marriage Fam.,* 34 (1972), 459-464. '.

E11 Stern, I. B., L. Dayton, and J. Duecy, "The Uptake of Tritiated Thymidine by the Dorsal Epidermis of the Fetal and Newborn Rat," *Anatotn. Rec.,* 170 (1971), 225 234.

E12 Nappi, A. J., "Cellular Immune Reactions of Larvae of *Drosophila algonquiii," Parasitology,* 70(1975), 189-194.

E13 Wohl, Mary Ellen B., N. Thornton Griscom, Demetrius G. Traggis, and Norman Jaffee, "Effects of Therapeutic Irradiation Delivered in Early Childhood upon Subsequent Lung Function," *Pediatrics, 55* (1975), 507-516.

E14 Davis, Julia, "Performance of Young Hearing-Impaired Children on a Test of Basic Concepts," /. *Speech Hear. Res.,* 17 (1974), 342-351.

E15 Boehm, A. E., *Boehm Test of Basic Concepts Manual,* New York: Psychological Corporation, 1971.

E16 Maksoud, Joao Gilberto, Anneliese Fischer Thorn, Julio Kieffer, and Virgilio A. Carvalho Pinto, "Fecal Excretion of Rose Bengal 1^{131} in the Diagnosis of Obstructive Jaundice in Infancy with Special Reference to Biliary Atresia," *Pediatrics,* 48 (1971), 966-969.

E17 Herbute, S., and J. D. Bayle, "Multiple-Unit Activity in the Pineal Gland of the Japanese Quail: Spontaneous Firing and Responses to Photic Stimulations," *Neuroendocrinology,* 16 (1974), 52-64.

E18 Kaklamanis, E., D. Trichopoulos, G. Papaevangelou, M. Drouga, and D. Karalis, "T Lymphocytes in HBAg Carriers and Responders," *Lancet,* Vol. I, Number 7908 (March 22, 1975), 689.

E19 Svenningsen, N. W., "Renal Acid-Base Titration Studies in Infants with and without Metabolic Acidosis in the Postneonatal Period," *Pediatric Res.,* 8 (1974), 659-672.

B A B 7

PROSEDUR YANG MEMANFAATKAN DATA DARI TIGA ATAU LEBIH SAMPEL TERKAIT

Bab 6 memperkenalkan prosedur yang berlaku bila data berasal dari tiga atau sampel Independen. Jika subyek menunjukkan banyak variabilitas, mungkin sulit untuk mendeteksi perbedaan dalam variabel kepentingan di antara kelompok-kelompok dengan metode Bab 6. Variabilitas antar subyek dalam kelompok yang sama dapat menutupi perbedaan dalam variabel kepentingan yang mungkin ada di antara kelompok-kelompok.

Misalnya, produsen obat ingin membandingkan efek dari empat obat terhadap waktu reaksi pada orang dewasa untuk beberapa stimulus. Mari kita asumsikan bahwa tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan obat yang terbaik dalam menciptakan efek menenangkan pada orang dewasa. Jika rancangan percobaan acak lengkap yang dibahas dalam Bab 6 digunakan, adalah mungkin bahwa orang yang dipilih secara acak untuk salah satu obat (mungkin yang memiliki efek menenangkan termiskin) adalah semua yang lebih tua. Dengan asumsi orang yang lebih tua cenderung memiliki waktu reaksi lebih lambat,obat tersebut mungkin saja menampilkan efek menenangkan, namun nyatanya efek menenangkan tersebut mungkin lebih dikarenakan faktor umur daripada efek dari obat tersebut. Keadaan demikian dapat dihindari dengan menggunakan desain eksperimen yang lebih baik.

Kita dapat meningkatkan kemampuan untuk mendeteksi perbedaan – perbedaan pada variabel kepentingan dengan membagi subyek menjadi subkelompok homogen, yang disebut blok, lalu membuat perbandingan antar subyek dalam blok. Kita dapat melakukan ini dengan menggunakan desain eksperimen yang dikenal

RAL (Rancangan acak Lengkap). Teknik ini memperluas model perbandingan dua sampel berpasangan yang dibahas di bab 4 untuk kasus yang mana beberapa sampel tersedia untuk analisis. Dengan demikian untuk tiga atau lebih sampel, sebuah blok terdiri dari tiga atau lebih subyek, umumnya disebut sebagai unit eksperimen, yang lebih homogen dengan subyek dalam 1 blok daripada dengan subyek di blok lain. Kembali lagi ke contoh Obat/waktu reaksi, kita dapat membentuk blok – blok dengan berdasarkan umur, sehingga menjamin bahwa setiap kelompok umur (blok) sama – sama terwakili dalam setiap perlakuan (obat) kelompok.

Satu blok dapat terdiri dari hewan yang diambil berdasarkan kesamaan nama, kumpulan material yang diproduksi sesuai dengan formula yang sama, atau subyek yang telah dicocokkan secara hati – hati berdasarkan variabel tertentu yang relevan seperti umur, pendidikan, dan kondisi fisik. Dalam situasi tertentu subjek tunggal mungkin blok. Sebagai contoh, dalam sebuah studi tentang efek dosis yang berbeda dari obat, masing–masing dari beberapa subyek (blok) dapat diberi obat dengan jumlah yang bervariasi pada waktu – waktu yang berbeda(cukup untuk menghindari efek “carryover”).

Pembaca mungkin ingat bahwa teknik parametrik digunakan untuk menganalisis data yang dihasilkan dari rancangan acak lengkap adalah analisis varians dua arah. Teknik ini memanfaatkan pengukuran aktual (atau transformasi yang sesuai) yang dihasilkan dari percobaan / eksperimen.

Bagian 7.1 menyajikan analog nonparametrik dari parametrik analisis varian dua arah, disebut Friedman analisis varians dua arah berdasarkan peringkat. Seperti namanya, itu didasarkan pada peringkat. Bagian 7.2 memperkenalkan suatu teknik untuk membuat beberapa perbandingan menggunakan prosedur peringkat yang sama. Bagian 7.3 dikhususkan untuk prosedur yang tepat ketika hipotesis alternatif diperintahkan. Bagian 7.4 menyajikan tes yang digunakan dengan desain yang disebut desain blok lengkap, dan Bagian 7.5 menyajikan tes yang sesuai ketika pengamatan yang tidak sesuai (bertentangan).

7.1

FRIEDMAN ANALISIS VARIANS DUA ARAH BERDASARKAN PERINGKAT

Tes yang disajikan dalam bagian ini adalah analog nonparametrik dari parametrik analisis varians dua arah. Kita melakukan perhitungan pada peringkat, yang mungkin berasal dari pengamatan yang diukur pada skala yang lebih tinggi atau mungkin pengamatan asli sendiri. Prosedur, yang diperkenalkan oleh Friedman (T1, T2), dapat digunakan ketika untuk satu alasan atau yang lain tidak diinginkan untuk menggunakan parametrik analisis varians dua arah. Sebagai contoh, peneliti mungkin tidak mau berasumsi bahwa populasi sampel terdistribusi secara normal, sebuah persyaratan untuk penggunaan uji parametrik. Juga, dalam beberapa kasus hanya peringkat yang mampu untuk dianalisis.

Tujuannya adalah untuk menentukan apakah kita dapat menyimpulkan dari bukti sampel yang ada perbedaan antara efek perlakuan. Kita beralasan bahwa jika perlakuan tidak membedakan efeknya, median respon dari subyek populasi yang menerima perlakuan yang diberikan akan sama dengan median respon dari subyek populasi yang menerima salah satu dari perlakuan lain yang diteliti, setelah pengaruh dari variabel stop telah dihapus. Jadi, jika kita membandingkan perlakuan k yang memiliki efek yang sama, $M_1 = M_2 = \bullet \bullet \bullet = M_k$, di mana M_j adalah median dari populasi yang menerima perlakuan ke-j, dan $1 < j < k$.

Asumsi

A. Data terdiri dari b sampel saling independen (blok) dari ukuran k. Pengamatan X_{ij} adalah pengamatan ke-j dalam sampel ke-i (blok). Data dapat ditampilkan seperti pada Tabel 7.1, di mana baris mewakili blok dan kolom disebut perlakuan. Arti perlakuan di sini cukup luas, bisa berarti sesuai dengan tulisannya secara umum, atau mungkin merujuk kepada beberapa kondisi lain seperti status sosial ekonomi atau tingkat pendidikan.

B. Variabel Kepentingan (variabel yang di cari) adalah kontinu.

C. Tidak ada interaksi antara Blok dan Perlakuan.

D. Observasi dalam tiap blok dapat diranking berdasarkan besarnya.

TABEL 7.1

Tampilan data untuk analisis varians dua arah Friedman berdasarkan ranking

	Perlakuan						
Blok	1	2	3	...	j	...	K
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}		X_{1j}		X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}		X_{2j}		X_{2k}
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}		X_{3j}		X_{3k}
i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	...	X_{ij}	...	X_{ik}
b	X_{b1}	X_{b2}	X_{b3}	...	X_{bj}	...	X_{bk}

Hipotesis

$H_0 : M_1 = M_2 = \bullet \bullet \bullet = M_k$

H_1 : paling tidak ada 1 yang berbeda

Statistik Uji

Langkah pertama dalam menghitung statistik uji adalah untuk mengkonversi observasi asli ke ranking / peringkat. (Langkah ini, tidak diperlukan jika pengamatan asli adalah peringkat/ ranking.) Prosedur peringkat / ranking untuk uji Friedman berbeda dari uji Kruskal-Wallis, yang mana pengamatan pada semua sampel gabungan diranking relatif satu sama lain. Dalam uji Friedman pengamatan dalam tiap blok diranking secara terpisah dari terkecil hingga terbesar, sehingga tiap blok berisi satu set terpisah k ranking.

Jika H_0 benar dan semua perlakuan memiliki efek yang sama, ranking yang muncul dalam kolom tertentu ketika data yang ditampilkan seperti pada Tabel 7.1 hanyalah sebuah peluang. Akibatnya, ketika H_0 benar, baik ranking kecil maupun besar cenderung menunjukkan "preferensi" pada kolom tertentu: yaitu, ranjing di tiap blok didistribusikan secara acak pada kolom (perlakuan) di setiap blok. Kita berharap keadaan sebenarnya dari hipotesis nol, entah benar atau salah, akan tercermin saat ranking dalam blok didistribusikan melalui kolom. Jika H_0 salah, kita berharap kurangnya keacakan dalam distribusi ini. Jika salah satu perlakuan yang lebih baik dari yang lain, misalnya, kita berharap ranking besar atau kecil untuk "mendukung" kolom tertentu. Sebuah tes hipotesis nol, maka, adalah salah satu yang sensitif terhadap kecenderungan seperti itu. Uji Friedman adalah tes seperti itu karena Uji Friedman mendeteksi penyimpangan dari ekspektasi H_0 berdasarkan besaran jumlah dari barisan terhadap kolom.

Langkah kedua dalam menghitung statistik uji adalah untuk mendapatkan jumlah dari ranking R_j di setiap kolom. Jika H_0 benar, kita berharap jumlah menjadi cukup mendekati ukuran sehingga kita dapat menghubungkan perbedaan dan peluang. Ketika H_0 salah, kita berharap setidaknya satu jumlah cukup berbeda dalam ukuran dari setidaknya satu jumlah lain yang kita tidak perlu untuk menghubungkan perbedaan dan peluang. Dengan kata lain, jika H_0 adalah salah, kita berharap untuk melihat setidaknya satu perbedaan antara pasangan rank jumlah begitu besar bahwa kita tidak dapat cukup menghubungkannya dengan variabilitas sampling. Kita harus menghubungkannya dengan beberapa penyebab lainnya yaitu, Hipotesis nol salah. Perbedaan di antara cukup besarnya total ranking menimbulkan nilai uji statistik yang cukup besar untuk membuat kita menolak H_0.

Statistik uji Friedman didefinisikan :

$$X_r^2 = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2}\right]^2$$

di mana b(k+l)/2 adalah rata-rata dari R_j terhadap H_0. Pemeriksaan rumus menunjukkan bahwa perbedaan besar antara R_j dan rata-rata memiliki efek meningkatkanX_r^2. Nilai X_r^2 yang cukup besar akan menyebabkan penolakan H_0.

Rumus hitung untuk statistik uji :

$$X_r^2 = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} {R_j}^2 - 3b(k+1)$$

Untuk alternatif, kita juga bisa pakai rumus ini :

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^{k} R_j^2 - 3b^2(k+1)^2}{b^2 k(k^2-1)}$$

Dimana $W = \frac{X_r^2}{b(k-1)}$.

Aturan Keputusan

Ketika b dan k kecil, kita membandingkan W untuk signifikansi dengan nilai-nilai kritis yang sesuai pada Tabel A.14. Jika W hitung lebih besar dari atau sama dengan W tabel untuk b, k, dan $\alpha = P$, kita dapat menolak H_0 pada tingkat signifikan. Untuk nilai b dan / atau k tidak termasuk dalam Tabel A.14, kita membandingkan X_r^2 untuk signifikansi dengan nilai-nilai tabel chi-square (Tabel A.11) dengan k-1 derajat kebebasan. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi jika $X_r^2 = b(k-1)W$ hitung dari data lebih besar dari atau sama dengan nilai tabel dari $X_{(1-\alpha)}^2$ untuk derajat kebebasan k – 1.

Hubungan Secara teoritis, tidak ada ikatan / hubungan harus terjadi, karena variabel yang nilainya teranking diasumsikan kontinu. Dalam prakteknya, bagaimanapun, hubungan yang terjadi, dan kita melakukan observasi terhadap mean berdasarkan posisi ranknya. Perhatikan bahwa hanya hubungan dalam blok tertentu yang menjadi perhatian.

Ketika hubungan terjadi, kita dapat menyesuaikan statistik uji untuk melakukan perhitungan dengan mengganti penyebut W dalam Persamaan 7.1

$$b^2 k(k^2-1) - b(\sum t^3 - \sum t)$$

Dimana t adalah jumlah observasi terikat untuk peringkat yang diberikan dalam setiap blok.

Lehmann (T3) memberikan teorema limit yang mendukung perkiraan X_r^2 yang mengikuti distribusi chi-square dengan derajat kebebasan k – 1.

Contoh 7.1

Hall et al. (El) membandingkan tiga metode penentuan nilai serum amilase pada pasien dengan pankreatitis. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.2. Kita ingin tahu apakah data ini menunjukkan perbedaan antara tiga metode.

TABEL 7.2

Nilai serum Amilase (unit enzim tiap 100ml serum) pada pasien dengan pankreatritis

Orang	Metode penentuan

	A	B	C
1	4000	3210	6120
2	1600	1040	2410
3	1600	647	2210
4	1200	570	2060
5	840	445	1400
6	352	156	249
7	224	155	224
8	200	99	208
9	184	70	227

Sumber : F.F. Hall, T. W. Culp, T. Hayakawa, C. R. Ratliff, and N. C. Hightower, "An Improved Amylase Assay Using a New Starch Derivative," Amer. J. Clin. Pathol., 53 (1970), 527-634: reproduced with permission.

Hipotesis

H_0: $M_A = M_B = M_C$

H_1: paling tidak ada 1 yang berbeda

Statistik Uji

Orang dalam contoh ini adalah sebagai blok, sehingg ab = 9. Karena kita menganalisis setiap orang dengan masing-masing tiga metode, jadi k = 3. Ketika kita ganti pengukuran asli yang ditunjukkan pada Tabel7.2 berdasarkan rankya, kita memperoleh data yang ditampilkan pada Tabel7.3, yang juga menunjukkan jumlah barisan dengan perlakuan.

TABEL 7.3

Data tabel 7.2 yang diganti berdasarkan ranknya sebelum perhitungan Statistik uji.

Orang	Metode penentuan		
	A	B	C
1	2	1	3
2	2	1	3
3	2	1	3
4	2	1	3
5	2	1	3
6	2	1	3

7	2.5	1	2.5
8	2	1	3
9	2	1	3
	$R_A =$ 19.5	$R_B =$ 19	$R_C =$ 25.5

Dengan persamaan 7.1, kita punya :

$$W = \frac{12(19.5^2+9^2+25.5^2)-3(9)^2(3)(3^2-1)}{(9)^2(3)(3^2-1)}$$

$$= \frac{1674}{1944} = 0.8611$$

Karena kita punya 1 ikatan atau hubungan, kita sesuaikan W.

$$\text{W (disesuaikan untuk hubungan)} = \frac{1674}{1944-9(2^3-2)} = 0.8857$$

Keputusan

Tabel A.14 dengan k=3 dan b=9 menunjukkan bahwa peluang mendapatkan nilai W sebesar atau lebih besar dari 0,8857 ketika H_0 benar kurang dari 0,001. Konsekuensi kita menolak H_0, dan kita menyimpulkan bahwa tiga metode tersebut hasilnya tidak identik. Nilai P kurang dari 0,001.

Pada titik ini, pembaca mungkin ingin tahu mana metode yang berbeda dari yang lain. Bagian 7.2 menyajikan prosedur yang membantu dalam menentukan perbedaan-perbedaan ini. Sejak menyesuaikan hubungan meningkatkan W, kita tidak perlu untuk menyesuaikan hubungan ketika W tidak disesuaikan cukup besar untuk membuat kita menolak H_0.

PENGGUNAAN RANK SELARAS

Uji Friedman didasarkan pada b set rank (peringkat), dan perlakuan diperingkat secara terpisah di masing-masing set. Skema peringkat memungkinkan untuk perbandingan antar blok saja, karena perbandingan antar blok tidak bermakna. Ketika jumlah perlakuan kecil,hal ini dapat menimbulkan kerugian. Ketika suatu situasi muncul di mana perbandingan antara blok diinginkan, metode Peringkat (rank) selaras dapat digunakan. Teknik ini melibatkan pengurangan dari masing-masing pengamatan dalam blok beberapa ukuran lokasi seperti blok mean atau median. Selisih, disebut pengamatan selaras, yang menjaga identitas sehubungan dengan kombinasi blok dan perlakuan mana mereka berasal, kemudian diperingkat dari 1 sampai *kb* relatif satu sama lain. Dengan kata lain, skema peringkat adalah sama dengan yang digunakan dengan uji Kruskal-Wallis. Peringkat diberikan untuk pengamatan selaras disebut peringkat selaras.

Jika tidak ada efek perlakuan, kita akan mengharapkan masing-masing blok untuk menerima sekitar urutan yang sama dari peringkat selaras. Akibatnya kita akan mengharapkan total rank perlakuan menjadi sekitar sama. Statistik uji berasal sedemikian rupa sehingga kesenjangan yang cukup antara jumlah rank perlakuan akan menyebabkan penolakan hipotesis nol tanpa efek perlakuan.

Dengan tidak adanya ikatan, peringkat selaras statistik uji untuk desain blok acak lengkap digambarkan dalam Tabel 7.1 dapat ditulis sebagai

$$T = \frac{(k-1)\left[\sum_{j=1}^{k} \hat{R}_j^2 - (kb^2/4)(kb+1)^2\right]}{\{[kb(kb+1)(2kb+1)]/6\} - (1/k)\sum_{i=1}^{b} \hat{R}_i^2}$$

Dimana $\hat{R}_i$ = total rank dari blok ke-i, dan $\hat{R}_j$ = total rank dari perlakuan ke *j*. Jika hubungan (yang rusak dengan cara biasa) ada, ganti penyebut T dengan

$$\sum_{i=1}^{b} \sum_{j=1}^{k} \hat{R}_{ij}^2 - (1/k)\sum_{i-1}^{b} \hat{R}_i^2$$

dimana $\hat{R}_{ij}$= pengukuran peringkat selaras ke-j pada blok ke-i. Uji statistik T dibandingkan untuk signifikansi dengan tabel chi-square untuk derajat beba k–1.

Kita ilustrasikan teknik rank yang selaras dengan cara contoh berikut

CONTOH 7.2

Dalam rangka menilai efek dari jumlah kobalt(Co) yang berbeda pada kekuatan tarik baja, peneliti melakukan percobaan menggunakan desain eksperimen acak lengkap. Perlakuan terdiri dari empat tingkat Co yang berbeda(dinyatakan sebagai persentase), dan delapan cawan lebur, di mana proses paduan berlangsung, sebagai blok. Kekuatan tarik dalam ribuan psi yang dihasilkan32 spesimen baja ditunjukkan pada Tabel7.4.

TABEL 7.4

Kekuatan tarik baja untuk empat tingkat Co dan delapan cawan lebur

	Perlakuan (% Co)			
Blok	A	B	C	D
1	43.3	45.8	45.5	44.7
2	48.3	48.7	46.9	48.8
3	49.8	48.7	56.0	48.6
4	49.8	51.3	55.3	58.6
5	56.6	56.1	58.6	54.6
6	57.6	57.5	58.1	57.7
7	72.0	74.2	89.6	82.1
8	86.1	88.7	92.6	88.2

Untuk tujuanperbandingan, mari kita hitung Friedman statistik uji padaPersamaan7.1. rank yang diperlukan dan total rank ditampilkan dalam tabel 7.5

TABEL 7.5

Rank dan total rank untuk contoh 7.2

	Perlakuan (% Co)			
Blok	A	B	C	D
1	1	4	3	2
2	2	3	1	4
3	3	2	4	1
4	1	2	3	4
5	3	2	4	1
6	2	1	4	3
7	1	2	4	3
8	1	3	4	2
To tal	1 4	1 9	2 7	2 0

Dengan persamaan 7.1 :

$$W = \frac{12(14^2+19^2+27^2+20^2)-3(8^2)(4)(4+1)^2}{(8)^2(4)(4^2-1)} = 0.26875$$

dalam tabel A.14 dengan k = 4 dan b = 8, kita menemukan bahwa P=0,091. kita tidak dapat menolak hipotesis nol “tidak ada perbedaan perlakuan pada tingkat signifikansi 0,05”.

Sekarang mari kita gunakan metode rank selaras untuk menguji perbedaan yang signifikan antara efek perlakuan. Untuk pengukuran asli dalam tabel 7.4, blok mean masing-masing adalah, 44.825, 48.175, 50.775, 53.75, 56.475, 57.725, 79.475, dan 89.4. ketika kita kurangi setiap blok mean dari pengukuran dari yang dihitung, kita memperoleh pengamatan selaras yang di tunjukkan pada tabel 7.6.

TABEL 7.6

Observasi Selaras untuk contoh 7.2

	Perlakuan			
Blok	A	B	C	D
1	– 1.525	0.975	0.675	– 0.125

2	0.125	0.525	−1.275	0.625
3	−0.975	−2.075	5.225	−2.175
4	−3.95	−2.45	1.55	4.85
5	0.125	−0.375	2.125	−1.875
6	−0.125	−0.225	0.375	−0.025
7	−7.475	−5.275	10.125	2.625
8	−1.3	−0.7	3.2	−1.2

Rank selaras, bersama dengan perlakuan dan total blok rank, ditampilkan dalam tabel7.7.

TABEL 7.7

Rank Selaras dan total untuk contoh 7.2

	Perlakuan				
Blok	A	B	C	D	**TOTAL**
1	8	25	24	16.5	73.5
2	19.5	22	10	23	74.5
3	12	6	31	5	54
4	3	4	26	30	63
5	19.5	14	27	7	67.5
6	16.5	15	21	18	70.5
7	1	2	32	28	63
8	9	13	29	11	62
Total	88.5	101	200	138.5	528

Dalam persiapan untuk menggunakan persamaan7.3, disesuaikan dengan ikatan yang terjadi pada peringkat rank selaras, kita menghitung hasil awal berikut ke dalam persamaan subtitusi

$$\sum_{j=1}^{k} \hat{R}_j^2 = 88.5^2 + 101^2 + 200^2 + 138.5^2 = 77215.5$$

$$\sum_{j=1}^{k} \hat{R}_i^2 = 73.5^2 + 74.5^2 + \cdots + 62^2 = 35177$$

$$\sum_{i=1}^{b} \sum_{j=1}^{k} \hat{R}_{ij}^2 = 8^2 + 19.5^2 + \cdots + 11^2 = 11439$$

Dengan persmaan 7.3, kita hitung :

$$T = \frac{(4-1)[77215.5 - (4.8^2/4)(4.8 + 1^2)]}{11439 - \frac{1}{4}(35177)} = 8.53$$

Referensi Tabel A.11 dengan derajat k-1 = 3 mengungkapkan bahwa 0,05> P> 0,025. Padahal kita tidak dapat menolak hipotesis nol "tidak ada perbedaan perlakuan" saat menggunakan uji Friedman, prosedur rank selaras memungkinkan kita untuk melakukannya.

Efisiensi Power

Relatif Efisiensi asymptotic uji Friedman dibahas oleh Noether (T4), yang menunjukkan bahwa efisiensi asimtotik tes bergantung pada jumlah pengamatan per blok k. Dia menunjukkan bahwa relatif terhadap uji F parametrik, itu adalah 0.955k / (k + 1) ketika populasi berdistribusi normal, k / (k + 1) ketika mereka didistribusikan secara seragam, dan 3k/2 (k + 1) ketika populasi mengikuti distribusi eksponensial ganda.

Distribusi Sampling X_r^2

Kita menemukan distribusi sampling dari X_r^2 dengan mengasumsikan bahwa setiap set rank dalam blok yang diberikan hanya sebagai kemungkinan untuk terjadi sebagai setiap himpunan lain dari rank dalam blok. Bila ada k perlakuan, jumlah kemungkinan set rank dalam blok sama dengan $k!$. Ketika kita memiliki b blok, ada $(k!)^b$ kemungkinan set rank di antara blok b. Ketika hipotesis nol benar, masing-masing $(k!)^b$ set barisan adalah kemungkinan sama. Untuk menemukan distribusi sampling dari X_r^2 untuk sejumlah k sampel dan b blok yang diberikan, kita lanjutkan sebagai berikut:

1. daftar semua kemungkinan rank set
2. hitung X_r^2 untuk tiap rank set
3. tentukan frekuensi tiap selisih nilai X_r^2
4. membagi tiap frekuensi dengan $(k!)^b$

Mari kita ilustrasikan dengan membuat distribusi samling X_r^2ketika sample k = 2 dan blok b = 3, jadi jumlah kemungkinan rank set $(2!)^3 = 8$. Yang dapat dihitung dari 8 set rank ini bersama dengan nilai X_r^2, yaitu :

	Sets of Ranks							
Block	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.2	1.2	1.2	2.1	2.1	2.1	2.1	1.2
2	1.2	1.2	2.1	1.2	2.1	2.1	1.2	2.1
3	1.2	2.1	1.2	1.2	2.1	1.2	2.1	2.1
X_r^2	3	1/3	1/3	1/3	3	1/3	1/3	1/3

Distribusi Sampling X_r^2 :

X_r^2	Frekuensi X_r^2	$P(X_r^2)$
3	2	2/8
1/3	6	6/8
Total	8	8/8

Jensen dan Hui (T5) telah mempelajari efisiensi uji Friedman ketika pengamatan dalam blok independen dan ketika mereka tergantung exchangeably. Dalam sebuah makalah oleh Rothe (T6) ekspresi untuk tajam batas bawah untuk efisiensi dari setiap uji Friedman-jenis sehubungan dengan uji Friedman-tipe dengan skor optimal di bawah pembatasan Model lemah diberikan dan dihitung secara eksplisit untuk tes Friedman klasik.

BACAAN LEBIH LANJUT

Pesaing uji Friedman berlimpah. Sebuah statistik setara telah diusulkan oleh Kendall dan Babbington-Smith (T7) dan Wallis (T8). Wilcoxon (T9) mengembangkan uji Friedman untuk menguji interaksi, seperti yang dilakukan de Kroon dan van der Laan (T10). Pesaing tambahan dan ekstensi termasuk oleh Cooley dan Cooley (Till. Mack dan Skillings (T12), Mack | T13). de Kroon dan van der Laan (T14), Rinaman (T15), Haux et al. (T16), dan Shoemaker (T17). Perbandingan antara berbagai uji rank untuk "layout" dua arah telah dilaporkan oleh Iman dan Conover (T18), Iman et al. (T19), Lemmer (T20), dan Hora dan Iman (T21). Tiga metode peringkat yang berbeda yang digunakan dengan uji Friedman diteliti oleh van der Laan dan de Kroon (T22).

Iman. Ind Davenport (T23), yang menyajikan dua pendekatan alternatif distribusi statistik Friedman, merekomendasikan penggunaan distribusi F yang bertentangan dengan distribusi chi-kuadrat biasa untuk menentukan daerah kritis dalam pengujian hipotesis. Ekstensi multivariat telah dipertimbangkan oleh Gerig (T24, T25I dan Jensen (T26). Artikel lainnya adalah atikel-artikel oleh Mehra dan Sarangi (T27), Sen (T28), Likes dan Laga (T29), Meddis (T30), Wei (T31), Brits dan Lemmer (T32), dan van der Laan (T33).

Prosedur rank selaras diperkenalkan oleh Hodges dan Lehmann (T34). Untuk derivasi rumus yang digunakan dalam bab ini, lihat Lebmann (T3). Tardif (T35, T36, T37) telah mempelajari efisiensi asimtotik dan aspek lain dari uji rank selaras dalam desain blok acak.

Latihan

7.1 Sebuah studi tentang efek dari tiga obat terhadap reaksi waktu pada subyek manusia menghasilkan data seperti pada Tabel 7.8. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa tiga obat berbeda dalam efeknya? Tentukan nilai P.

Tabel 7.8

Perubahan reaksi waktu (milliseconds) dari 10 subyek setelah menerima 1 dari 3 obat.

	Subyek									
Obat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	10	10	11	8	7	15	14	10	9	10
B	10	15	15	12	12	10	12	14	9	14
C	15	20	12	10	9	15	18	17	12	16

7.2 Perry et al. (E2) menentukan konsentrasi epinefrin plasma untuk isoflurane, halotan, dan siklopropana anestesi di 10 anjing. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.9. Apakah data ini menunjukkan perbedaan dalam efek pengobatan? Tentukanlah nilai P.

Dog	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Isoflurane	0,28	0.51	1.00	0.39	0.29	0.36	0.32	0.69	0.17	0.33
Halotan	0.30	0.39	0.63	0.38	0.21	0.88	0.39	0.51	0.32	0.42
Siklopropana	1.07	1.35	0.69	0.28	1.24	1.53	0.49	0.56	1.02	0.30

Sumber : Lawrence B. Perry, Russell A. Van Dyke, dan Richard A. Theye, "Sympathoadrenal dan Hemodynamic Effects of Isoflurane, Halothane, and Cyclopropana in Dogs," Anesthesiology. 40 (1974), 465 – 470.

7.3 Syme dan Pollard (E3) melakukan percobaan untuk mengetahui pengaruh tingkat motivasi yang berbeda pada langkah-langkah dominasi makanan pada tikus laboratorium. Data yang ditunjukkan pada Tabel 7.10 adalah jumlah makanan dalam gram yang dimakan oleh delapan tikus jantan mengikuti 0, 24, dan 72 jam kekurangan makanan. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan dalam pengaruh tiga tingkat kekurangan makanan? Tentukanlah nilai P.

TABEL 7.10

Jumlah makanan (gram) yang dimakan oleh 8 tikus teerhadap 3 tingkat kekurangan makanan

	Periode kekurangan makanan (jam)		
Subyek	0	24	72
1	3.5	5.9	13.9
2	3.7	8.1	12.6
3	1.6	8.1	8.1
4	2.5	8.6	6.8
5	2.8	8.1	14.3
6	2.0	5.9	4.2
7	5.9	9.5	14.5
8	2.5	7.9	7.9

Sumber. G. J. Syme and J. S. Pollard, "The Relation between Differences in Level of Food Deprivation and Dominance in *Food*Getting in the Rat," *Psychon.* So., 29 (1972), 297-298.

7.4 Uji sistem rubella hemaglutinasi inhibisi dan efeknya pada antigen dan antibodi titer dilakukan oleh Schmidt dan Len-nette (E4). Untuk membandingkan efektivitas berbagai metode dalam menghilangkan spesifik inhibitor, mereka memperlakukan sera secara paralel dengan empat metode yang berbeda dan kemudian diuji ke rubella hemaglutinasi-inhibisi antibodi. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.11. Bisakah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa empat metode menghasilkan hasil yang berbeda? Tentukanlah nilai P.

TABEL 7.11

Efek dari 4 metode menghilangkan inhibitor spesifik pada rubella hemaglutinasi – inhibisi titer antibodi.

	HI titer after treatment by methods A, B, C, D									
Serum*	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	32	32	32	64	64	64	32	128	128	128
B	16	32	32	64	64	32	32	128	64	128
C	16	32	32	32	64	32	32	64	64	128
D	<8	8	16	8	32	32	16	32	64	32
Serum*	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
A	128	256	256	256	128	512	512	1024	1024	
B	128	128	128	128	128	256	128	512	1024	
C	128	128	128	64	64	256	128	256	1024	
D	32	64	128	32	32	128	64	256	1024	

*baris : perlakuan HI titer terhadap metode A, B, C, D

Sumber : Nathalie J. Schmidt and Edwin H. Lennetle, "variables of the Rubella Hemagglutination-lnhibrtion Test System and Their Effect on Antigen and Antibody Tilers." *Appl. Mtcrobtoi.* 19 (1970). 491—504.

7.5 Basmajian dan Super (E5) meneliti suatu efek relaksan otot ketika spastisitas otot disebabkan oleh penyakit motor neuron atas. Mereka mengambil pengukuran pada pasien ketika mereka dipilih untuk penelitian dan satu minggu kemudian (periode kontrol 1 dan 2). Setiap subjek kemudian menerima placebo yang berbeda dan test obat. Hasil dari 4 kondisi itu ditunjukkan dalam tabel 7.12. dari data ini dapatkah kita simpulkan bahwa terdapat perbedaan respon / efek terhadap 4 kondisi tersebut ?? temukan nilai P ??

TABEL 7.12

Pembacaan kekuatan puncak ftx/Ob dalam empat periode Pada pasien dengan spastisitas otot

Pasien	Kontrol 1	Kontrol 2	Placebo	Tes obat
1	5140	9927	6592	3814
2	8112	12381	10779	8112
3	4608	3954	5019	1859
5	11418	12061	10992	3495
6	15154	15367	13765	9607
7	12371	13368	11931	11156
9	8262	7962	6403	5276
10	6578	5450	2193	3069
12	5629	6166	5963	4705
13	8272	9491	7521	4705
14	13325	12177	12081	8436
15	16582	11539	14593	14462
18	3601	4990	6079	8146
19	5629	3533	5310	1781
22	19955	17076	19316	16650

7.2

Prosedur perbandingan ganda untuk digunakan dengan uji Friedman

Penyidik / pengamat biasanya merasa tidak puas kalau hanya mengetahui apakah data mereka memungkinkan mereka untuk menyimpulkan bahwa tidak semua populasi sampel atau semua efek perlakuan adalah sama identik. Misalnya, ketika penerapan uji Friedman menuntun kita untuk menolak H_0, kita biasanya tertarik pada di mana adanya perbedaan. Apa yang kita butuhkan, kemudian, adalah prosedur multi-perbandingan untuk digunakan setelah uji Friedman.

Ketika kita membandingkan semua kemungkinan perbedaan antar pasangan sampel, ketika tingkat taraf nyata adalah α, dan ketika jumlah bloknya besar, maka kita mendeklarasikan $R_j$dan $R_{j'}$ berbeda signifikan jika

$$|R_j - R_{j'}| \geq z\sqrt{\frac{bk(k+1)}{6}} \tag{7.4}$$

Dimana R_j dan $R_{j'}$ adalah rank total perlakuan ke-j dan kej', dan z adalah sebuah nilai dari tabel A.2 sesuai dengan $\alpha/k(k-1)$. Untuk rumus alternatif perbandingan ganda (multiple comparison), lihat di Hollander and Wolfe (T38).

Contoh 7.3

Untuk menggambarkan penggunaan prosedur ini, mari kita perhatikan lagi data Contoh7.1. Karena kita menolak H_0, kita ingin tahu secara pasti mana metode yang berbeda dari yang lain. Misalkan kita memilih tingkat taraf nyata α =0,10. Dengan k=3 dan α=0.10 (0.10 /6 = 0, 0167≈0.02), kita temukan dalam TabelA.2 bahwa z = 2,05. Ketika kita melakukan subtitusi yang tepat disisi kanan ketidaksamaan dalam7.4, kita memiliki

$$2.05\sqrt{\frac{9(3)(3+1)}{6}} = 8.967$$

Total Rank nya R_A= 19.5, R_B= 9, R_C= 22.5. tiga pasang perbedaan $|R_j - R_{j'}|$ adalah

$$|19.5 - 9| = 10.5,\ \ |19.5 - 25.5| = 6,\ \ |9 - 25.5| = 16.5$$

Jadi kita menyimpulkan bahwa metode A dan B menghasilkan hasil yang berbeda, metode B dan C menghasilkan hasil yang berbeda, tetapi metode A dan C tidak.

MEMBANDINGKAN SEMUA PERLAKUAN DENGAN SEBUAH KONTROL

Seperti yang dibahas pada bab 6, banyak situasi penelitian yang melibatkan perbandingan dua atau lebih perlakuan, yang satu adalah kondisi kontrol. Sekali sebuah prosedur statistik yang sesuai memungkinkan peneliti untuk menyimpulkan bahwa ada perbedaan antara efek perlakuan, kepentingan (atau interest) biasanya berfokus pada menentukan mana dari perlakuan lain yang menunjukkan efek yang berbeda dari efek kontrol.

Prosedur berikut, yang diusulkan oleh Rhynedan Baja(T39), memungkinkan kita untuk membandingkan semua perlakuan lainnya dalam rancangan acak kelompok dengan kondisi kontrol yang diberi label perlakuan 0. Prosedur ini dapat digunakan dengan baik satu sisi dan alternatif dua sisi dengan tingkat taraf nyata α. Teknik ini pengembangan dari Familiar Sign Test, dikembangkan sepanjang baris satu untuk layout satu arah yang disajikan oleh Baja (T40). Langkah-langkah yang digunakan dalam melaksanakan prosedur adalah sebagai berikut:

1. diwakili olehX_{i0}DanX_{ij} (i = 1,..., b, dan j = 1,..., k)tanggapan terhadapkontrol dan perlakuan ke-j pada blok ke-i dari suatu rancangan acak. Di sini $k$adalah jumlah perlakuan, termasuk kondisi kontrol.
2. Hitung selisih $d_{ij} = X_{ij} - X_{i0}$. Dengan kata lain, setiap pasangan perlakuan dengan kondisi kontrol, dan dalam tiap blok pasangan ini, kurangi pengukuran kontrol dari ukuran perlakuan. Akan ada k pasangan, masing-masing punya b perbedaan (selisih)
3. r_j menjadi selisih d_{ij}, yang jarang terjadi tanda (baik positif atau negatif) dalampasangan perlakuan dengan kontrol
4. Jika M_0 adalah median dari populasi subjek atau objek yang dikontrol kondisinya dan M_j adalah median dari populasi subjek atau objek yang menerima perlakuan ke *j.* Maka terapkan salah satu aturan pengambilan keputusan berikut:

   a. Untuk pengujian H_0: $M_j \geq M_0$ dan lawannya H_1: $M_j > M_0$, tolak H_0 jika jumlah tanda plus(positif) kurang dari atau sama dengan nilai kritik dari r_j yang di tampilkan pada tabel A.15 untuk k (jumlah perlakuan tidak temasuk kontrol), b, dan pilih taraf nyatanya.

   b. Untuk pengujian H_0: $M_j \leq M_0$ dan lawannya H_1: $M_j > M_0$, tolak H_0 jika jumlah tanda minus(negatif) sama dengan atau kurang dari nilai kritik dari r_j yang di tampilkan pada tabel A.15 untuk *k, b,* dan pilih taraf nyatanya.

   c. Untuk pengujian H_0: $M_j = M_0$ dan lawannya H_1: $M_j \neq M_0$, tolak H_0 jika jumlah tanda minus atau jumlah tanda plus (manapun yang lebih sedikit) sama dengan atau kurang dari nilai kritik dari r_j yang pada tabel A.16 untuk *k, b,* dan pilih taraf nyatanya.

Teknik ini dapat diilustrasikan dengan contoh sebagai berikut.

Contoh 7.4.

Sebuah perusahaan cat ingin membandingkan tiga formula baru yang di tawarkan dengan standar formula yang digunakan saat ini untuk memproduksi jenis cat rumah tertentu. Respon variabel adalah komposit skor yang dimasukkan beberapa sifat yang mengukur kualitas cat. Ketika keefektifan kualitas cat dipengaruhi oleh permukaan yang digunakan, peneliti perusahaan tersebut menggunakan cat yang diproduksi standar yang digunakan saat ini dan tiga formula baru untuk empat permukaan yang berbeda, yang digunakan sebagai blok percobaan. Skor kualitas yang dihasilkan ditunjukkan dalam tabel 7.13. Skor tinggi menunjukkan kualitas yang lebih tinggi. Untuk setiap perbedaan perlakuan, d^{ij}, yang di dalam tanda kurung.

Tabel 7.13 Skor kualitas cat yang diproduksi standar dan percobaan tiga formula

	Formula			
permukaan	0(standard)	1	2	3
A	13	25(+12)	17(+6)	25(+12)
B	12	27(+15)	15(+3)	25(+13)
C	15	29(+14)	19(+4)	23(+8)
D	14	21(+7)	9(-5)	13(-1)
E	13	31(+18)	27(+14)	21(+8)
Number of minuses, r		0	1	1
Number of pluses, b-r		5	4	4

Misalnya kita memilih taraf nyata 0.10 dan jika hipotesisnya H_0: $M_j \le M_0$ dan H_1: $M_j > M_0$, di tampilkan dalam tabel A.15 untuk $k = 3$ dan $b = 5$ menunjukkan bahwa nilai kritik dari r_j adalah 0. Pada saat formula 1, ketika di bandingkan dengan standar, tidak menghasilkan tanda minus, maka dapat kami simpulkan bahwa formula 1 lebih unggul dari pada standar. Karena dua perlakuan yang lain menghasilkan tanda minus, maka dapat kami simpulkan bahwa formula 2 dan formula 3 tidak lebih baik dari pada standar.

Mengikuti analisis data yang dihasilkan dengan menggunakan desain blok rancangan acak lengkap dalam percobaan, peneliti berharap estimasinya berbeda antara dua efek perlakuan. Prosedur untuk tujuan ini telah diusulkan oleh Doksum (T41). Kami mengasumsikan efek dari perlakuan terlihat dari besaran median dari sampel yang mewakili dari populasi tersebut. Akibatnya kita tertarik dalam mengestimasi Kontras medians antara populasi seperti dibahas dalam bab 6. Untuk mengestimasi perbedaan antara dua efek perlakuan, kami melanjutkan sebagai berikut:

1. Untuk setiap pasangan dari k perlakuan di dalam percobaan, kita menghitung perbedaan antara respon dari dua perlakuan pada masing-masing b blok. Dengan kata lain, kita menghitunh perbedaan

   $D^{i(uv)} = x^{iu} - x^{iv}$

   Dimana $i = 1,...,b;$ $u = 1,...,k$; dan $v = 1,...,k$. Kita membuat pasangan perlakuan hanya ketika $u < v$. Untuk contoh, $D^{5(12)}$ perbedaan antara pengamatan untuk perlakuan 1 dan 2 pada blok 5.

2. kita cari median setiap set perbedaan dan menyebutnya Z^{uv} . Untuk contoh, Z^{12} adalah median dari $D^{i(12)}$. Z^{uv} *unadjusted estimator* $M^u - M^v$. Ketika $Z^{uv} = -Z^{uv}$, kita hanya harus menghitung Z^{uv} untuk kasus dimana $u < v$. Mediannya adalah $k(k-1)/2$. Catatan bahwa $Z^{uv} = 0$

3. Kita menghitung rata-rata masing-masing set dari unadjusted medians memiliki subscript pertama yang sama dan hasilnya disebut m^u ; kemudian, dapat dihitung dengan $m^{u.} = \dfrac{\sum_{j=1}^{k} Z_{uj}}{k}$, $u=1,...,k$

4. Penduga dari $M^u - M^v$ adalah $m^u - m^u$. Dimana u dan v rangenya dari 1 sampai k. Untuk contoh, penduga dari $M_1 - M_2$, perbedaan antara M_1 dan M_2 , dan $m^{1.} - m^{2.}$

Prosedur tersebut diilustrasikan dengan contoh berikut:

Contoh 7.5

Pada contoh 7.1, dimana “perlakuan” itu adaa tiga metode dalam penentuan serum amylase pada pasien dengan pancreatitis, dan contoh serum dari pasien yang berada di dalam blok. Misalkan A=1, B=2, dan C=3. Kami ingin mengestimasi M_1-M_2.

1. Dari pengukuran pada tabel 7.2, kita menghitung untuk masing-masing pasangan perlakuan (1 dan 2, 1 dan 3, dan 2 dan 3) perbedaan antara pasangan-pasangan dari pengukuran maing-masing blok. Hasilnya di tampilkan dalam tabel 7.14.

2. Dari perbedaan dalam tabel 7.14, kita menemukan tiga median yaitu $Z^{12}=$ 395 $Z^{13}=$ -560 $Z^{23}=$ -955.

3. Sekarang kita menghitung rata-ratanya sebagai berikut:

$$m^{1.}=\frac{0+395+(-560)}{3}=-55$$

$$m^{2.}=\frac{-395+0+(-955)}{3}=-450$$

$$m^{3.}=\frac{560+955+0}{3}=505$$

4. Estimasi dari M_1- M_2 adalah $m^{1.}$ - $m^{2.}$ = -55-(-450)=395

TABEL 7.14

Differences between pairs of measurements in each block for different pairs of treatments (data from tabel 7.2)

Block i	Differences, $D^{i(uv)}$		
	$D^{i(12)}$	$D^{i(13)}$	$D^{i(23)}$
1	790	-2120	-2910
2	560	-810	-1370
3	953	-610	-1563
4	630	-860	-1490
5	395	-560	-955
6	196	103	-93
7	69	0	-69
8	101	-8	-109
9	114	-43	-157

Dengan demikian kami memperkirakan bahwa metode A menghasilkan nilai yang, di atas rata-rata, 395 unit lebih besar daripada yang dihasilkan dari penggunaan metode B.

BACA LEBIH LANJUT

Prosedur multiple-comparison untuk klasifikasi dua arah yang dibahas oleh McDonald dan Thompson (T42), Dunn-Rankin dan Wilcoxon (T43), dan Rosenthal dan Ferguson (T44). Nemeny (T45) yang membahas sebuah prosedur alternatif yang memanfaatkan intrablock pangkat yang memungkinkan kita untuk membandingkan semua perlakuan dengan pengendalian dalam rancangan dua arah. Wilcoxon dan Wilcox (T46) yang membahas perbandingan dari semua kemungkinan berpasangan dari perlakuan, serta perbandingan beberapa perlakuan dengan control, baik satu arah maupun dua arah.

LATIHAN

7.6 Terapkan prosedur multiple-comparison dari bagian ini untuk latihan 7.2. dengan $\alpha = 0.10$.

7.7 Terapkan prosedur multiple-comparison dari bagian ini untuk latihan 7.3. dengan $\alpha = 0.05$.

7.8 Terapkan prosedur multiple-comparison dari bagian ini untuk latihan 7.4. dengan $\alpha = 0.10$.

7.3

PAGE'S TEST FOR ORDERED ALTERNATIVES

Sebagaimana disebutkan dalam bab 6, ada beberapa multi sampel situasi di mana sebuah hipotesis alternatif yang di urutkan, lebih bermakna daripada satu di mana urutan diabaikan. Bab 6 membahas prosedur pengujian untuk H_0 terhadap penurutan alternatif ketika data sesuai dengan format untuk satu arah analisis varians. Pada bagian ini akan menjelaskan prosedur yang sesuai dalam dua arah analisis varians pengujian hipotesis pada situasi dimana alternatif pengurutan bermakna. Ini prosedur, *page's test for ordered alternatives*, dijelaskan pada halaman (T47).

Asumsi

Asumsinya sama dengan yang untuk friedman tes yang dibahas pada bagian 7.1.

Hipotesis

Jika τ_j adalah efek dari perlakuan ke *j,* kita dapat menyatakan hipotesis sebagai berikut:

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_k$

H_1 : efek perlakuan $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k$ tersusun sebagai berikut: $\tau_1 \leq \tau_2 \leq ... \leq \tau_k$

Statistik Uji

Uji statistiknya adalah

$$L = \sum_{j=1}^{k} jR_j = R_1 + 2R_2 + ... + kR_k \qquad (7.5)$$

Dimana $R_1, ..., R_k$ adalah jumlah pangkat perlakuan yang diperoleh dalam penjelasan tes Friedman. Jika efek perlakuan pengurutan di tentukan pada H_1, R_j cenderung menjadi lebih besar maka $R_{j'}$ untuk $j' < j$. Dengan kata lain, jika ada tiga perlakuan dan efeknya yang disusun menurut H_1, kemudian R_1 cenderung lebih kecil dari pada R_2, dan R_2 lebih kecil dari pada R_3. Setelah jumlah pangkat perlakuan tertimbang dengan indeks dari posisinya yang di urutkan berdasarkan H_1, L cenderung menjadi besar ketika H_1 benar.

Pengambilan keputusan

Tolak H_0 pada α tertentu jika hasil perhitungan L lebih besar atau sama dengan nilai kritik dari L untuk $k,b,$ dan α yang terdapat pada tabel A.17.

Contoh 7.6

Cromer (E6) melaporkan nilai dari 36 anak yang melakukan tugas tertentu sebagai bagian dari percobaan. Anak-anak, kronologis dicocokkan oleh usia dan jenis kelamin, di bagi menjadi tiga kelompok. Anak-anak dalam kelompok satu kongenital buta, lalu pada kelompok 2 terdiri dari anak-anak normal namun ketika melakukan tugasnya matanya di tutup, dan kelompok 3 terdiri dari anak-anak normal yang melakukan tugasnya tanpa penghambat penglihatan. Dan hasilnya di tampilkan pada tabel 7.15. Kami berharap uji hipotesis nol dari hasil serupa yang berlawanan dengan alternatifnya pada anak-anak dalam kelompok 1 nilainya cenderung lebih rendah dari pada kelompok 2, dan dalam kelompok 2 cenderung lebih rendah dari pada kelompok 3.

TABEL 7.15

Konversi nilai untuk 12 anak dalam tiga kelompok yang berpadanan dengan umurnya

Umur	Jenis kelamin	Buta	Tutup mata	Melihat
5:7	F	0	0	0

6:0	M	0	8	1
6:4	F	0	0	8
6:6	M	0	0	8
6:11	F	1	2	0
7:9	F	8	8	8
7:11	F	8	5	8
8:0	F	8	6	8
8:5	F	0	8	8
8:6	F	8	8	8
8:10	F	8	3	8
9:6	M	8	8	8

Sumber: Richard F. Crome, "Conservation by the Congenitilly Blid, "*Br.J.Psychol*, 64 (1973), 241-250; published by Cambridge University Press.

Hipotesis

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$

H_1: pengurutan perlakuan, yaitu, $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3$

Statistik Uji

Ketika kita mengganti nilai dari tabel 7.15 dengan peringkat, kita peroleh tabel 7.16, yang mana ditampilkan juga jumlah peringkat perlakuan. Dari data tersebut kita hitung $L = 22.5 + 2(22.5) + 3(27) = 148{,}5$.

TABEL 7.16

nilai dari tabel 7.15 peringkat dalam blok

Blok	1(buta)	2(tutup mata)	3(melihat)
1	2	2	2
2	1	3	2
3	1.5	1.5	3
4	1.5	1.5	3
5	2	3	1
6	2	2	2
7	2.5	1	2.5

8	2.5	1	2.5
9	1	2.5	2.5
10	2	2	2
11	2.5	1	2.5
12	2	2	2
	R_1= 22,5	R_2 = 22.5	R_3 =27

Keputusan

Tabel A.17 menunjukkan bahwa 148.5 kurang dari 153, nilai kritik dari L untuk k = 3, b = 12, dan α = 0.05. Oleh karena itu, kita dapat menolak H_0 pada tingkat signifikan 0.05, dan kita tidak bisa (pada level itu) menyimpulkan hasil percobaan tersusun menjadi tertentu oleh hipotesis alternatif. P value-nya lebih besar dari 0.05.

Pendekatan Sampel Besar

Untuk sampel besar, statistiknya adalah

$$z = \frac{L - [bk(k+1)^2/4]}{\sqrt{b(k^3-k)^2/144(k-1)}}$$

distribusi pendekatannya sama dengan normal standar. Ketika kita menggunakan pendekatan sampel besar, kita tolak H_0 pada α tingkat signifikan jika perhitungan z lebih besar atau sama dengan nilai z yang berada di sebelah kanan α (Tabel A.2).

Efisiensi Power

Kekuatan dan efisiensi dari page's test for ordered alternatives telah dipelajari oleh Hollander (T48). Pirie (T49) membandingkan 2 kelas dari uji pangkat untuk susunan alternatif: Orang-orang di mana peringkat ini dilakukan dalam blok (W tests) dan Orang-orang yang didasarkan pada peringkat di antara blok (A test). Page's test contohnya adalah W test, sama dengan normal-cores test tujuan dari Pirie dan Hollander (T50). A test termasuk orang-orang yang di usulkan oleh Hollander (T48) dan Puri dan Sen (T51). Hasil asimtot relatif efisien diperoleh oleh Pirie (T49) tidak cukup bukti untuk menjadi dasar pilihan definitif antara W test dan A test. Ia merekomendasikan W test dalam kebanyakan kasus, untuk alasan sebagai berikut:

1. W test distribusinya bebas, sementara A test tidak.
2. W test lebih mudah untuk dihitung
3. W test dapat menunjang pada situasi-situasi tertentu, sedangkan A test tidak.

BACAAN LEBIH LANJUT

Uji distribusi bebas lainnya untuk alternatif penyusunan yang telah di usulkan oleh Jonckheere (T52) dan Shorack (T53). Hettmansperger (T54) telah mengusulkan uji pangkat untuk susunan alternatif dalam desain acak blok dengan lebih dari satu pengamatan per sel. Penulis juga membahas beberapa -perbandingan dan prosedur estimasi. Berenson (T55) mengusulkan dua uji A- jenis alternatif susunan, yang ia membandingkan dengan kompetitor lain.

Kepner dan Robinson (T56) menyarankan rank test distribusi bebas untuk mendeteksi alternatif dalam susunan desain blok acak lengkap dan ukuran berulang desain untuk empat atau lebih sedikit perlakuan. distribusi nol dari uji statistik nya adalah sama seperti yang dari Wilcoxon signed-rank statistik. Para penulis membahas kekuatan yang baik dalam kedua situasi kecil dan sampel yang besar.

Untuk kasus yang space susunan alternatifnya tidak sama dalam rancangan dua arah, Ghiassi dan Govindarajulu (T57) mengusulkan asymtotically distribution-free test statistik itu adalah persamaan linier dari peringkat residu yang menghambat ketika menduga parameter. Gore et al. (T58) mengusulkan beberapa beberapa uji statistik median yang biasa digunakan untuk menguji hipotesis nol dari kehomogenan dibandingkan lokasi susunan alternatif dalam dua arah, dua arah pengelompokan data, dan desain blok lengkap.

Untuk menguji sampel besar untuk membandingkan dosis peningkat zat dengan sebuah respon kontrol zerodose memberikan observasi percobaan dengan pengacakan blok desain dari House (T59). Metode ini, merupakan uji parametrik yang di usulkan oleh Williams (T60/T61), didasarkan pada Friedman-type ranks. Penulis menyelidiki validitas dari uji dan menyediakan contoh numerik.

Hirotsu (T62) mendefinisikan beberapa jenis dari ordered alternatives untuk kasus dua faktor interaksi, dengan satu faktor indikasi perlakuan dan yang lain mengungkapkan tahapan atau derajat dari efek faktor pertama. Untuk ini ordered alternatives, penulis mengusulkan metode lain untuk menguji hipotesis nol dan meneliti kekuatan dari prosedur untuk tuju jenis pola dari alternatifnya. Sebuah percobaan obat nyata di sajikan sebagai ilustrasi.

Untuk kedua rancangan satu arah dan dua arah, Berenson (T63, T64) keunggulan sampel kecil dari beberapa desain pengujian untuk uji dengan ordered location alternatives. Penting juga untuk penelitian yang bersangkutan dengan ordered alternatives paper dari Rao dan Gore (T65).

Latihan

7.9 Henry et al. (E7) melakukan penyelidikan untuk menentukan apakah melalui percobaan induksi pulmonary embolism pada hewan tanpa memiliki penyakit jantung di pengaruhi oleh aktifitas serum creatine phosphokinase (CPK). Hasil percobaan pulmonary embolism pada anjing mongrel dalam kondisi sadar dengan menyuntikkan seluruh darah atau clots plasma secara langsung kedalam pemnbuluh arteri kiri. Mereka mengukur serum CPK selama periode pengontrolan dan berturut turut setelah induksi pulmonary embolism. Hasilnya ditampilkan pada tabel 7.17. Uji hipoesis nol dari perubahan dalam aktivitas CPK terhadap alernatifnya bahwa hal itu meningkatkan dengan waktu sampai 120 menit. Berapa nilai P value nya?

TABEL 7.17

Serum creatine phosphokinase activity after pulmonary embolization in mongrel dogs

Dogs	Before embolization	after embolization, minutes		
		15	60	120
A*	28	97	126	158
B	23	45	48	48
C	26	22	87	97
D	24	32	33	52
E	25	68	60	80

Sumber: Philip D.Henry, Colin M. Bloor, and Burton E. Sobel, "Increased Serum Creatine Phosphokinase Activity in Experimental Pulmonary Embolism, "*Amer.J. Cardinol.*, 26 (1970), 151-155.

*Four experiments were run on dog A. Only the data for experiment 4 are reported here.

7.10 Dalam sebuah survei reaksi kimia yang dikemukakan oleh Gilbert (E8), Delapan botol dari serum lyophilized manusia sedang dianalisis oleh sejumlah besar dari laboratorium untuk 17 konstituen, dimana salah satunya adalah glukosa. Tujuh metode analisis-termasuk "lain"-yang digunakan untuk menganalisis delapan visual serum glukosa, dengan total 1602 laboratorium melakukan analisis. Nilai rata-rata, dengan metode analisis, lebih dari semua rumah sakit menggunakan sebuah metode yang diberikan dihitung. Sarana tersebut digolongkan dalam urutan untuk setiap botol, dengan pangkat 1 ditetapkan sebagai rata-rata terkecil.Uji hipotesis nol tidak ada perbedaan antara metode terhadap alternatif metode yang menghasilkan hasil pengurutan sebagai berikut: A < B < C < D < E < F < G. Carilah P value

7.11 Ster et al. (E9) melaporkan jumlah serum bilirubin indirek dalam 10 bayi normal yang ditunjukkan pada 7.19. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa tingkat penurunan dari waktu ke waktu terdapat pada usia antara 4 sampai 10 hari? Berapa P valuenya?

TABEL 7.18

Rank dari laporan untuk menganalisis delapan botol serum glukosa manusia dengan tujuh metode dan 1602 laboratorium.

Botol	metode

	A	B	C	D	E	F	G
1	1	3	2	4	5	7	6
2	1	3	2	5	4	6	7
3	1	2	4	3	5	7	6
4	1	3	2	4	5	6	7
5	1	2	3	4	5	6	7
6	1	3	2	5	6	4	7
7	1	2	4	3	6	5	7
8	1	2	3	4	6	5	7

Sumber: Roger K.Gilbert,"Analysis of Results of the 1969 Comprehensive Chemistry Survey of the College of American Pathologists,"*Amer.J.Clin. Pathol.*, 54 (463-482); reproduced with permission.

TABEL 7.19

Kadar serum bilirubin, milligram per 100 cc, pada 10 bayi normal

Kasus	usia dalam hari						
	4	5	6	7	8	9	10
1	10.80	6.15	4.10	5.00	5.00	3.40	2.60
2	12.50	11.80	13.20	11.00	8.20	6.80	6.00
3	13.70	16.80	16.80	15.60	11.70	12.50	10.55
4	11.50	6.80	4.00	3.50	1.66	1.60	1.60
5	10.20	6.40	3.10	3.00	2.60	2.20	1.98
6	8.00	7.85	7.45	7.00	3.60	4.00	3.00
7	10.80	11.10	6.15	7.00	3.80	4.30	5.60
8	14.90	10.80	9.90	9.40	10.50	7.70	7.60
9	16.20	16.40	15.40	10.20	8.30	10.70	7.40
10	10.80	10.00	6.80	4.60	4.20	3.80	3.50

Sumber: L.Stern,N. N. Khanna, G. Levey, S.J. Yaffe,"Effect of of Phenobarbital on Hyperbilirubinemia and Glucuronide Formation in Newborns," *Amer.J.Dis.Child.*, 120(1970), 26-21; copyright 1970, American Medical Association.

7.4

DURBIN TEST FOR INCOMPLETE BLOCK DESIGNS

Dalam merancang sebuah percobaan, peneliti mungkin menemukan bahwa tidak mungkin atau tidak praktis untuk membentuk rancangan acak lengkap dari jenis yang dibahas sejauh ini. Mungkin tidak mungkin atau tidak praktis untuk menerapkan semua perlakuan untuk masing-masing blok. Ini menjadi masalah penting ketika jumlah perlakuan besar dan ukuran blok terbatas. Anggaplah, misalnya, bahwa kita akan membandingkan efek dari tujuh perlakuan dengan pemberian perlakuan terhadap hewan laboratorium, dengan litter yang melayani sebagai blok. Karena subjek harus memenuhi kriteria tertentu, kita dapat menggunakan hanya tiga hewan dari setiap litter. Kondisi ini menunjukkan bahwa kita menggunakan *incomplete block design,* karena kita tidak bisa mengelola setiap perlakuan terhadap hewan dari setiap sampah.

Jenis tertentu dari desain blok lengkap yang kita bahas adalah balanced *incomplete block designed.* Dalam desain ini setiap kemungkinan pasangan perlakuan yang muncul dalam jumlah yang sama setiap kali. Selanjutnya, desain blok lengkap seimbang mensyaratkan bahwa setiap blok memiliki jumlah yang sama dari subjek dan setiap perlakuan muncul berkali-kali dalam jumlah yang sama.

Mari kita perhatikan lagi percobaan kita membandingkan tujuh perlakuan dan menggunakan tiga pasangan litter sebagai subyek. Tabel 7.20 menunjukkan tata letak kemungkinan data yang memenuhi persyaratan rancangan lengkap seimbang. Pada Tabel 7.20 diketahui bahwa setiap kemungkinan pasangan perlakuan muncul sekali, setiap blok berisi tiga subjek, dan setiap perlakuan yang muncul tiga kali.

TABEL 7.20

Tata letak data untuk rancangan lengkap seimbang

Blok	Perlakuan						
	A	B	C	D	E	F	G
1	x	x		x			
2		x	x		x		
3			x	x		x	
4				x	x		x
5	x				x	x	
6		x				x	x
7	x		x				x

Note: x = respon subjek dalam suatu blok tertentu untuk menunjukkan perlakuan

Sebuah tes yang valid dari hipotesis nol tidak ada perbedaan antar perlakuan dalam desain blok lengkap dengan menggunakan teknik parametrik mensyaratkan bahwa distribusi populasi memenuhi asumsi-asumsi tertentu. Ketika distribusi tidak memenuhi asumsi ini, tes berikut, yang diusulkan oleh Durbin (T66), memungkinkan peneliti untuk menguji hipotesis nol tidak ada perbedaan antara perlakuan.

Asumsi

A. Blok saling independen satu sama lain

B. Observasi dalam setiap blok akan memiliki peringkat dalam urutan besaran.

Hipotesis

H_0 : Perlakuan memiliki efek yang sama

H_1 : Setidaknya ada satu respon dari perlakuan yang cenderung lebih besar dari respon lain minimal satu dari perlakuan.

Statistik Uji

Hal ini mudah untuk menampilkan data dalam tabel yang mirip dengan Tabel 7.20. kemudian kita mengurutkan pengamatan dalam setiap blok dari terkecil hingga terbesar. Kami menetapkan pengamatan tergantung pada mean dari posisi peringkatnya. Sejumlah moderat hubungan tidak amat mempengaruhi hasil.

Uji statistik untuk uji Durbin adalah

$$T = \frac{12(t-1)}{rt(k-1)(k+1)}\sum_{j=1}^{t} R_j^2 - \frac{3r(t-1)(k+t)}{k-1}$$

Dimana

t = jumlah perlakuan yang di selidiki

k = jumlah subjek per blok (k < t)

r = berapa kali setiap perlakuan muncul

R_j = jumlah dari pangkat yang muncul di bawah perlakuan ke j

Jika perlakuan memiliki efek yang sama -yaitu, jika H_0 benar-pangkat cenderung didistribusikan secara acak selama perlakuan, dan nilai-nilai R_j cenderung besarnya sama. Namun, jika satu atau lebih perlakuan memiliki efek yang berbeda, pangkat yang relatif besar atau pangkat yang relatif kecil cenderung muncul di bawah satu perlakuan. ini memiliki efek meningkatkan perbedaan antara R_j, menyebabkan T menjadi besar. Sebuah T cukup besar, maka, menyebabkan kita menolak hipotesis nol.

Aturan pengambilan keputusan

Tolak H_0 pada tingkat perkiraan signifikansi α jika nilai yang dihitung dari statistik uji melebihi nilai tabulasi dari chi-kuadrat untuk α dan dengan derajat bebas t-1. pendekatan chi-square yang baik hanya bila r besar, dan harus disadari bahwa hasil yang mungkin sangat kasar ketika r kecil.

Contoh 7.7

Moore dan Bliss (E10) membandingkan toksisitas dari masing-masing tujuh bahan kimia diterapkan pada Aphis rumicis, kutu hitam yang ditemukan di nasturtiums. Logaritma dari dosis (+3,806) yang diperlukan untuk membunuh 95% dari serangga terpapar bahan kimia adalah pengukuran dilaporkan. Karena peneliti dapat menguji hanya tiga bahan kimia sehari, mereka menggunakan desain blok lengkap seimbang membutuhkan tujuh hari untuk menyelesaikan percobaan. Toksisitas ditunjukkan dalam tabel 7.21. Kami ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan dari data tersebut bahwa efektivitas dari tujuh bahan kimia berbeda.

Hipotesis

H_0 : Semua bahan kimia sama-sama efektif

H_1 : Setidaknya satu bahan kimia lebih efektif daripada satu dari yang lain

TABEL 7.21

Toksisitas dari tujuh bahan kimia diterapkan untuk wereng rumicis secara seimbang lengkap

Bahan Kimia	Hari						
	1	2	3	4	5	6	7
A	0.465	0.602		0.423			
B	0.343				0.652	0.536	
C		0.873	0.875		1.142		
D	0.396		0.325				0.609
E		0.634				0.409	0.417
F				0.987	0.989		0.931
G			0.330	0.426		0.309	

Sumber: W. Moore and C.I. Bliss,"A Method for Determining Insecticidal Effectiveness Using Aphis rumicis and Certain Organic Compounds," J. Econ. Entomol.,35 (1942), 544-553: used by permission of the Entomological Society of America.

Statistik Uji

Kita memiliki 7 blok (hari), t = 7 perlakuan (bahan kimia), k = 3 observasi per blok, dan r = 3, berapa kali yang muncul setiap perlakuan. Pengalihan pangkat dalam blok dan jumlah dari pangkat dengan perlakuan ditunjukkan pada Tabel 7.22. Ketika kita mengganti data ini ke dalam Persamaan 7.7, kita memiliki

$$T = \frac{12(7-1)}{3(7)(3-1)(3+7)}(5^2 + 5^2 + \ldots + 5^2) - \frac{3(3)(7-1)(3+1)}{3-1} = 7.71$$

TABEL 7.22

Data dari tabel 7.21 peringkat dari penyusunan besaran dalam blok

Bahan Kimia	Hari							
	1	2	3	4	5	6	7	R
A	3	1		1				5
B	1				1	3		5
C		3	3		3			9
D	2		1				2	5
E		2				2	1	5
F				3	2		3	8
G			2	2		1		5

Keputusan

Ketika kita melihat tabel A.11 dengan derajat bebas t-1 = 7-1 = 6, kita menemukan bahwa kemungkinan amatan nilai T lebih besar dari 7.71 ketika Ho yang benar maka lebih besar dari 0,10. Akibatnya data ini tidak memberikan bukti yang meyakinkan dari perbedaan efektivitas antara bahan kimia (nilai P> 0,10).

Efisiensi Power

Noether (T4) telah menunjukkan bahwa efisiensi relatif asymptotic dari uji relatif Durbin analisis parametrik yang sesuai uji varians adalah sama dengan uji relatif Friedman analisis parametrik yang sesuai uji varians.

PEMBAHASAN LEBIH LANJUT

Benard dan van Elteren (T67) telah memberi pernyataan umum mengenai uji Durbin dengan kasus di mana beberapa pengamatan yang diambil pada beberapa unit eksperimental. Puri dan Sen (T68) membahas kasus k = 2 (uji perbandingan berpasangan). Skillings dan Mack (T69) menyajikan uji distribusi bebas yang dapat digunakan sebagai pengganti uji Durbin dalam keadaan tertentu dan yang juga cocok untuk desain blok tidak seimbang. Dalam kasus-kasus tertentu perhitungan dari uji statistik itu rumit. Dalam buku yang sama penulis menjelaskan distribusi beberapa perbandingan untuk desain blok lengkap seimbang dan untuk desain yang memiliki pengamatan yang hilang hanya dalam satu percobaan.

Sejak diperkenalkan oleh Yates (T70) pada tahun 1936, desain blok lengkap telah digunakan secara luas dalam penelitian pertanian. Peneliti industri juga telah memanfaatkan desain ini. Tapi pada tingkat lebih rendah. Sebuah pembahasan dari desain blok lengkap dapat ditemukan di sebagian besar percobaan desain buku, seperti oleh Cochran dan Cox (T71), Hicks (T72), Federer (T73), dan Kirk (T74).

LATIHAN

7.12 Davies (E11) menjelaskan suatu uji dilakukan untuk menilai efek dari empat komponen bahan yang berbeda pada umur ban mobil. Peneliti menggunakan desain blok lengkap seimbang untuk membandingkan empat senyawa menggunakan mobil tes tunggal. Mereka memperoleh nilai tingkat ketahanan ditunjukkan dalam tabel 7.23. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data ini ada perbedaan antara senyawa? Tentukan nilai P.

7.13 Anderson dan Bancroft (E12) mengutip sebuah percobaan yang dilakukan oleh Paul (E13) untuk membandingkan efek dari ruangan digin pada keempukan dan aroma daging sapi panggang. Ada enam periode penyimpanan (0, 1, 2, 4, 9, dan 18 hari) yang diuji. Skor untuk nyeri yang ditunjukkandalam tabel 7.24. Berdasarkan data tersebut, dapat disimpulkan bahwa salah satu periode penyimpanan mempengaruhi rasa?

TABEL 7.23

Uji perjalanan pada ban, tingkat ketahan

	Ban (blok)			
Perlakuan	1	2	3	4
A	238	196	254	
B	238	213		312
C	279		334	421
D		308	367	412

Sumber: Owen L. Davies fed.), The Design and Analysis of Industrial Experiments, second edition, New York: Hainer, 1956.

TABEL 7.24

Tingkat kelembutan daging sapi panggang dibawah ini dengan periode yang berbeda dari penyimpanan

	Perlakuan					
Blok	0	1	2	4	9	18
1	7	17				
2			26	25		
3					33	29
4	17		27			
5		23			27	
6				29		30
7	10			25		
8		26				37
9			24		26	
10	25				40	
11		25		34		
12			34			32
13	11					27
14		24	21			
15				26	32	

Sumber: Pauline Paul. "Changes in Palatability, Microscopic Appearance and Electrical Resistance in Beef during the Onset and Passing of Rigor and during Subsequent Storage," unpublished thesis, Ames, Iowa: Iowa State College, 1943.

TABEL 7.25

Pengukuran, persentase pemanjangan -300, spesimen karet pada tekanan 400 psi

	Perlakuan				
Blok	1	2	3	4	5
1	35	16			
2	20		10		
3	13			26	
4	25				21
5		16	5		
6		21		24	
7		27			16
8			20	37	

9	15		20
10		31	17

Sumber: Carl A. Bennett and Norman L Franklin. Statistikal Analysis in Chemistry and the Chemical Industry. New York: Wiley, 1954.

7.14 Data ditunjukkan dalam tabel 7.23 (lihat p.289) yang diberikan oleh Bennett dan Franklin (E14). Pengukuran tercatat adalah (persentase pemanjangan -300) spesimen karet pada tekanan 400 psi. 10 blok bal karet, dari masing-masing, dua spesimen diambil. Setiap spesimen menjadi sasaran salah satu dari serangkaian lima tes (perlakuan). Uji hipotesis nol menyatakan tidak ada perbedaan antar perlakuan. Berapakah nilai P?

7.5

UJI COCHRAN'S UNTUK PENGAMATAN BERKORELASI

Dalam beberapa pengamatan yang menggunakan rancangan acak, respon terhadap percobaan mungkin menerima satu dari dua nilai. Kita mungkin sembarangan menunjuk dua kemungkinan hasil tersebut "sukses", atau 1, dan "gagal", atau 0.Sebagai contoh, kita dapat menilai efektivitas dari empat obat penghilang rasa sakit dengan memberikan masing-masing obat ke beberapa pasien. Para pasien adalah blok dalam desain. Jika pasien yang diberikan obat merasakan rasa sakit setelah menerima obat, respon diberikan skor 1. Jika pasien tidak merasakan rasa sakit, respon diberikan skor 0.

Cochran (T75) mengusulkan prosedur untuk menguji efektivitas hipotesis nol perlakuan yang sama dalam situasi ini, yang merupakan masalah proporsi berkorelasi. Prosedur Cochran adalah generalisasi dari teknik McNemar (T76), dibahas dalam Bab 4, untuk tiga atau lebih perlakuan. Uji yang dikenal sebagai uji Q Cochran, terdiri dari langkah-langkah berikut.

Asumsi

A. Data untuk analisis terdiri dari respon blok r untuk c independen diterapkan perlakuan.

B. respon adalah 1 untuk "sukses" atau 0 untuk "gagal". Hasil mungkin ditampilkan dalam tabel kontingensi seperti Tabel 7.26, di mana X^{ij} adalah 0 atau 1.

C. Blok adalah pilihan blok acak dari populasi dan dari semua kemungkinan blok.

TABEL 7.26

Tabel Kemungkinan tata letak data untuk uji Q Cochran

Blok	Perlakuan 1	2	3	. . .	c	Total blok
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}		X_{1c}	R_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}		X_{2c}	R_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}		X_{3c}	R_3
.						.
.						.
.						.
r	X_{r1}	X_{r2}	X_{r3}		X_{rc}	R_r
Total perlakuan	C_1	C_2	C_3		C_c	N = total keseluruhan

Hipotesis

H_0 : Perlakuan sama-sama efektif

H_1 : Perlakuan tidak semua memiliki efek yang sama

Statistik Uji

Cochran (T75) menunjukkan bahwa jumlah keberhasilan (1) dalam suatu blok tertentu dianggap tetap. Jika hipotesis nol benar, setiap salah satu dari perlakuan dianggap memiliki kemungkinan yang sama untuk berisi salah satu dari keberhasilan ini. Tujuan dari uji ini adalah untuk menentukan apakah total pengobatan berbeda secara signifikan antar perlakuan.

Statistik Uji

$$Q = \frac{c(c-1)\sum_{j=1}^{c} C_j^2 - (c-1)N^2}{cN - \sum_{i=1}^{r} R_i^2}$$

Aturan Pengambilan Keputusan

Cochran (T75) menunjukkan bahwa distribusi yang membatasi Q sebagai r meningkat merupakan distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas c-1. Karena, seperti yang Cochran tunjukkan(T75), blok yang mengandung baik semua 0 atau semua 1 tidak mempengaruhi nilai Q, Tate dan Brown (T77) merekomendasikan prosedur berikut ini untuk menguji nilai yang dihitung dari Q untuk signifikansi.

Ketika data telah ditampilkan seperti pada Tabel 7.26, hapus semua blok yang hanya berisi 0 atau 1. Jika produk dari blok yang tersisa dengan jumlah perlakuan adalah 24 atau lebih, dan jumlah blok minimal 4, bandingkan Q dihitung untuk signifikansi dengan nilai tabulasi dari chi-square dengan derajat bebas c-1. Jika produk kurang dari 24, susun distribusi yang tepat atau gunakan tabel khusus. Tate dan Brown (T78) dan Patil (T79) telah menyiapkan tabel untuk nilai-nilai tertentu dari r dan c.

Contoh 7.8

Gustafson et al. (E 15) membandingkan kemampuan dari tiga sistem dibantu komputer diagnostik (disebut model), dan opini dokter (pendapat mayoritas) dalam mendiagnosis berdasarkan gejala, tanda-tanda fisik, dan informasi laboratorium. Tabel 7.27 menunjukkan hasil yang diperoleh dengan 11 pasien hipotiroid. Untuk menguji hipotesis nol bahwa empat metode diagnostik memberikan hasil yang sama, kita menggunakan Cochran Q test sebagai berikut.

Hipotesis

H_0 : Empat metode mendiagnosis memberikan hasil yang identik

H_1 : Empat metode berbeda dalam kemampuan mereka untuk mendiagnosa dengan benar

Statistik Uji

Ketika kita menghapus baris yang berisi semua 0 dan semua 1 dari Tabel 7.27, kita memiliki Tabel 7.28, yang juga berisi baris dan kolom total yang dibutuhkan untuk menghitung Q.

TABEL 7.27

Kesalahan individu yang dibuat oleh dokter dan model

Pasien hipoteroid	Pendapat mayoritas	Aktuarial PIP	Subjektif PIP	Semi-PIP
1	1	0	0	0
2	1	1	1	1
3	0	0	0	0
4	0	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	0	0	1
7	1	0	1	1
8	1	0	0	1
9	1	0	0	0
10	1	0	0	0
11	1	1	1	1

Sumber: : David H. Gustalson, John J. Kestly, Robert L. Ludke, and Frank Larson, “Probabilistic Information Processing: Implementation and Evaluation of a Semi-PIP Diagnostic System,” Comput. Blamed. Res., 6 (1973), 355—370.

Catatan: 1 menunjukkan diagnosis yang benar. 0 menunjukkan kesalahan

TABEL 7.28

Tabel 7.27 dengan baris yang berisi semua 0 dan semua 1 yang dihapus

Pasien hipoteroid	Pendapat mayoritas	Aktuarial PIP	Subjektif PIP	Semi-PIP	Total
1	1	0	0	0	1
4	0	1	1	1	3
6	1	0	0	1	2
7	1	0	1	1	3
8	1	0	0	1	2
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	0	1
	-	-	-	-	-
Total	6	1	2	4	13

Ketika kita mensubstitusikan data dari Tabel 7.28 ke Persamaan 7.8, kita memiliki

$$Q = \frac{4(4-1)(6^2 + 1^2 + 2^2 + 4^2) - (4-1)(13)^2}{4(13) - (1^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2)} = 7.70$$

Karena produk dari baris dengan kolom dalam tabel berkurang 7 x 4 = 28, kita membandingkan nilai yang dihitung dari Q = 7.70 dengan nilai chi-square yang ditabulasikan dengan derajat bebas 4 – 1 = 3.

Keputusan

Tabel A.11 menunjukkan bahwa ketika Ho benar, kemungkinan nilai Q besar seperti 7,70 adalah antara 0,05 dan 0,10.

Efisiensi Power

Kekuatan uji Q Cochran telah diteliti oleh Wallenstein dan Berger (T80).

BACAAN LEBIH LANJUT

Marascuilo dan McSweeney (T81) telah mengusulkan prosedur perbandingan-berganda untuk digunakan pada Cochran Q test. Shah dan Claypool (T82) menyarankan alternatif untuk uji statistik Q Cochran serta penurunan alternatif dari statistik terakhir. Artikel lain yang menarik pada sampel yang cocok dan uji Q Cochran termasuk oleh Bennett (T83), Berger dan Emas (T84), Blomqvist (T85), Fleiss (T86), Grizzle et al. (T87), Madansky (T88), dan Ramsey dan Ramsey (T89).

LATIHAN

7.15 Produsen ingin membandingkan efektivitas dari empat metode memperlakukan kain mentah untuk membuat itu menolak air. Ada Enam jenis kain yang digunakan dalam percobaan. Spesimen dari masing-masing jenis dibagi menjadi empat, dan masing-masing keempat acak ditugaskan untuk salah satu dari empat metode. Setelah perlakuan, setiap item diuji untuk menolak air dan memberikan skor 0 jika tidak memuaskan dan 1 jika memuaskan. Hasil yang ditunjukkan terdapat pada Tabel 7.29. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan antara metode?

TABEL 7.29

Data untuk latihan 7.15

	Metode			
Pabrik	A	B	C	D
I	1	1	0	0
II	1	1	0	1
III	1	0	0	0
IV	1	1	1	0
V	1	1	0	1
VI	1	1	0	1

7.16 Sebuah ahli perkebunan merancang percobaan berikut untuk menentukan apakah efektivitas lima pupuk cairan berbeda. Pupuk dikatakan efektif jika tanaman yang diterapkan mencapai standar minimum tertentu seperti kesehatan, pertumbuhan, dan sebagainya. Lima belas bangku rumah kaca dibentuk sebagai blok. Pada setiap bangku ditempatkan lima pabrik ukuran yang seragam, usia, kesehatan, dll, dan pupuk yang diterapkan secara acak. Pada akhir periode waktu tertentu, sebuah panel ahli menilai setiap tanaman. Jika tanaman telah mencapai standar minimum kesehatan, pertumbuhan, dan lain-lain, itu diberikan skor 1, jika tidak, itu diberikan skor 0. Hasil yang ditunjukkan terdapat pada Tabel 7.30. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk di melihat perbedaan antara pupuk? Berapakah nilai P?

TABEL 7.30 Data untuk latihan 7.16

	Blok														
Pupuk	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
C	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
E	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1

7.17 Sebuah produsen sedang mempertimbangkan pembelian empat mesin untuk perakitan produk tertentu. Sebuah percobaan dilakukan untuk menentukan akseptabilitas mesin untuk karyawan. Sebuah sampel acak dari 10 karyawan dipilih, dan masing-masing ditugaskan untuk mengoperasikan setiap mesin (secara acak) selama siklus perakitan lengkap. Karyawan memberikan setiap mesin skor 0 jika mereka tidak menyukai mesin, atau 1 jika mereka menyukainya. Hasil yang diperoleh ditunjukkan pada Tabel 7.31. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa empat mesin tidak diterima sama? Tentukan nilai P.

TABEL 7.31

Data untuk latihan 7.17

	Karyawan									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mesin A	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
Mesin B	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
Mesin C	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
Mesin D	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

7.6

PROGRAM KOMPUTER

Theodorsson-Norheim (T90) menjelaskan sebuah program komputer yang ditulis dalam subset dasar dari BASIC yang melakukan uji Friedman dan anova dua arah [Quade (T91) tes], diikuti dengan beberapa perbandingan. Makalah ini mencakup listing program, serta contoh output. Roberge (T92. T93) telah dilakukan uji Q Cochran untuk program komputer. Di antara paket perangkat lunak untuk mikrokomputer, uji Friedman baik diwakili. Uji Q Cochran dapat ditemukan di DAISY PROFESIONAL, M/STAT-2000, dan SPSS/PC Program untuk prosedur lain yang dibahas dalam bab ini mungkin kurang ditemukan.

REVIEW LATIHAN

7.18 Delapan belas siswa kelas 7 berpartisipasi dalam percobaan untuk mengevaluasi efek dari berbagai tingkat dukungan guru selama penyelesaian empat unit instruksi diprogram dalam matematika. Unit yang sebanding dalam kesulitan dan latar belakang yang diperlukan. Setiap siswa menyelesaikan setiap unit dengan satu kali dari empat derajat dukungan guru. Setelah menyelesaikan setiap unit, siswa menguasai keterampilan dan konsep-konsep yang dibahas. Hasil berupa peringkat ditunjukkan pada Tabel 7.32. Apakah data ini menunjukkan perbedaan efek dari empat tingkat yang berbeda dari bantuan guru?

TABEL 7.32

Peringkat nilai prestasi siswa dalam menyelesaikan unit instruksi dalam program matematika dengan berbagai tingkat bantuan guru

	Tingkat bantuan guru			
Siswa	Tak Ada	Minimal	Sedang	Tinggi
1	1	2	4	3
2	1.5	1.5	3	4
3	1	3	2	4
4	1	3	4	2
5	1	3	4	2
6	1	4	3	2
7	1	4	3	2
8	2	4	3	1
9	1	2	4	3
10	1	3	4	2
11	1	4	3	2
12	2	4	1	3
13	4	1	2	3
14	1	4	2	3
15	1	4	2	3
16	3	2	4	1
17	2	1	4	3
18	2	4	3	1

7.19 Buat semua kemungkinan perbandingan menggunakan data Latihan 7.18. Diketahui $\alpha = 0{,}18$.

7.20 Dalam sebuah studi tentang efek berkerumun pada timidity tikus, psikolog meletakkan satu tikus muda (semua tikus memiliki jenis kelamin yang sama) dari masing-masing 15 liter secara acak ke dalam salah satu dari tiga situasi hidup: tidak berkerumun, setengah berkerumun, dan sangat berkerumun. Pada akhir masa percobaan, seorang psikolog yang tidak menyadari kondisi dimana tikus individu itu diukur mengalami tingkat timidity oleh masing-masing. Hasil (peringkat) ditunjukkan pada Tabel 7.33. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa berbagai tingkat berkerumun mempengaruhi timidity pada tikus?

7.21 Buat semua kemungkinan perbandingan menggunakan data Latihan 7.20 dan tingkat signifikansi 0,15.

TABEL 7.33

Tingkat timidity tikus dipelihara dalam kondisi yang berbeda dari kerumunan

	Blok														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Tidak berkerumun	3	3	3	2.5	1	3	3	2	2.5	3	2	2	2	3	3
Kerumunan sedang	2	1	2	2.5	3	2	2	3	2.5	1	3	3	3	1	1
Sangat berkerumun	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2

7.22 Sebuah penelitian psikolog ingin membandingkan efek dari enam metode mengajarkan tikus jantan menjadi agresif. Eksperimen ingin menghilangkan faktor keturunan sebagai sumber variasi dengan menggunakan tikus dari beberapa induk. Komposisi jenis kelamin seperindukan mengharuskan penggunaan rancangan lengkap seimbang, dengan tiga tikus jantan dari masing-masing 10 seperindukan. Setelah periode pelatihan peneliti mengukur tingkat agresif yang ditunjukkan oleh masing-masing tikus. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.34. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data tersebut metode pelatihan memiliki dampak yang berbeda?

TABEL 7.34

Nilai Keagresifan tikus di bawah kondisi perlakuan yang berbeda

	Perlakuan

Blok	A	B	C	D	E	F
1	8	14			11	
2	15	23				29
3	16		26	24		
4	16		19			21
5	5			10	2	
6		24	26	17		
7		29	18		18	
8		20		14		31
9			24		14	32
10				6	5	13

7.23 Sebuah tim peneliti psikologi di sebuah universitas besar ingin mengetahui sejauh mana tingkat frustrasi yang ditunjukkan oleh remaja laki-laki, pertama mereka mencoba untuk melakukan tugas yang rumit setelah menerima salah satu dari empat jenis instruksi. Dalam upaya untuk menghilangkan efek dari banyak variabel keturunan dan lingkungan mungkin, para peneliti memutuskan untuk menggunakan saudara. Karena kelangkaan mata pelajaran yang memenuhi kriteria, mereka menggunakan desain blok lengkap seimbang. Tingkat skor frustrasi yang ditugaskan pada setiap anak di bawah kondisi perlakuan. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.35. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data tersebut perlakuan memiliki efek yang berbeda pada tingkat frustrasi?

7.24 Sebuah tim peneliti di fasilitas perumahan meneliti keterbelakangan mental, kemudian melakukan percobaan untuk menilai efektivitas dari empat metode yang berbeda untuk mengurangi perilaku yang merusak pasien. Dari sepuluh set dibentuk masing-masing empat pasien, dan satu pasien dari setiap set diambil secara acak untuk tiap perawatan. Dalam satu set, pasien dengan cermat dicocokkan berdasarkan usia, jenis kelamin, tingkat keterbelakangan, dan faktor-faktor lain yang relevan. Pada akhir satu bulan, setiap pasien diberi skor 1 jika ada peningkatan yang cukup dalam perilaku dan skor 0 jika belum ada perbaikan yang cukup.

TABEL 7.35

Tingkat frustrasi yang ditunjukkan oleh remaja laki-laki awal selama kinerja tugas yang rumit dengan metode yang berbeda dari instruksi

	Metode instruksi (perlakuan)

Keluarga (blok)	Instruksi lisan Umum	Instruksi lisan spesifik	Bimbingan langsung	Percontohan kinerja tugas
1	50		20	30
2		20	30	35
3	50	40	15	
4	60	50		40

Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.36. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan perbedaan dalam perlakuan?

TABEL 7.36

Hasil eksperimen untuk mempelajari efektivitas metode yang berbeda untuk mengurangi perilaku yang merusak dalam mata pelajaran keterbelakangan mental

	Metode			
Kecocokan	Koreksi berlebihan	Terpisah	Terkejut	Tanda Penghargaan tanda dan forfeits
1	1	0	0	1
2	1	1	0	0
3	1	0	1	1
4	0	0	1	1
5	0	0	1	1
6	0	1	1	1
7	0	1	1	0
8	1	1	1	1
9	0	0	1	0
10	0	0	1	1

7.25 Sebuah tim peneliti membandingkan empat metode untuk mempromosikan relaksasi dalam mata pelajaran yang tegang. Subjek penelitian ini adalah 12 mahasiswa senior jurusan psikologi. Keempat Perlakuan terdiri meditasi tersendiri (SM), pijat (M), meditasi kelompok (GM), dan mandi air hangat (WB). Setiap subjek menerima setiap perlakuan dengan periode 48 jam antara perlakuan. Setiap subjek menerima skor 1 ketika suatu tingkat relaksasi dicapai, dan skor 0 ketika pengobatan gagal mengurangi ketegangan. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.37. Atas dasar data ini, dapatkah di simpulkan bahwa perlakuan tidak sama efektifnya?

7.26 Lihat Latihan 7.1. Lakukan semua kemungkinan perbandingan, dengan menggunakan tingkat kesalahan percobaan 0,10.

7.27 Lihat Latihan 7.1. Gunakan metode tingkatan sesuai untuk menguji perbedaan antara efek pengobatan. Diketahui $\alpha = 0{,}05$, dan cari nilai P.

7.28 Lihat Latihan 7.2. Gunakan metode tingkatan sesuai untuk menguji perbedaan antara efek pengobatan. Diketahui $\alpha = 0{,}05$, dan cari nilai P.

TABEL 7.37

Hasil percobaan untuk membandingkan empat metode dalam mempromosikan relaksasi dalam mata pelajaran menegangkan

	Mata pelajaran											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Perlakuan SM	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
Perlakuan M	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
Perlakuan GM	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
Perlakuan WB	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0

7.29 Lihat Latihan 7.3. Gunakan metode peringkat sesuai untuk menguji perbedaan antara efek pengobatan. Misalkan a = 0,05, dan cari nilai P.

7.30 Lihat Latihan 7.1. Hitunglah estimasi dari $M_A - M_C$

7.31 Lihat Latihan 7.2. Hitunglah estimasi perbedaan antara efek median siklopropana dan efek median dari isoflurane.

7.32 Lihat Latihan 7.3. Hitunglah estimasi dari perbedaan antara $M_{72} - M_0$

7.33 Lihat Latihan 7.3. Gunakan nol jam kurang sebagai kondisi kontrol, dan lakukan tes untuk menentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa dua kondisi lain menghasilkan tingkat yang lebih tinggi dari variabel respon. Bagaimana tingkat signifikansi terkecil di mana hipotesis nol dapat ditolak?

7.34 Lihat Latihan 7.5. Biarkan periode kontrol kita sajikan sebagai kondisi kontrol dan lakukan sebuah tes untuk melihat apakah respon dari kondisi lain adalah berbeda signifikan dari kontrol.

7.35 Lihat Latihan 7.2. Uji urutan efek pengobatan sesuai dengan pola isoflurane $\leq$ halotan $\leq$ siklopropana.

7.36 Lihat Latihan 7.3. Ujilah urutan efek pengobatan sesuai dengan pola yang disarankan oleh data.

7.37 Seorang peneliti ingin membandingkan efek pada arus bahan nonkonduktif berbeda yang digunakan dalam pembuatan resistor. Perlakuan terdiri dari enam bahan yang berbeda, dan blok sebanyak 10 jenis perangkat elektronik. Logistik percobaan perlu dibuat untuk membatasi jumlah perlakuan yang akan digunakan per perangkat. Untuk mengatasi masalah tersebut, rancangan lengkap seimbang dipekerjakan. Hasilnya seperti yang ditunjukkan pada Tabel 7.38. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data tersebut bahan memiliki efek yang berbeda pada arus?

7.38 Seorang direktur pemasaran dengan perusahaan besar melakukan percobaan untuk membandingkan empat strategi penjualan yang berbeda. Lima belas penjual berpartisipasi dalam percobaan. Setiap penjual mencoba masing-masing dari empat strategi selama seminggu, penentuan secara acak dimana strategi akan digunakan selama satu minggu. Sebuah catatan disimpan apakah selama seminggu setiap penjual melebihi (1) atau gagal untuk melebihi (0) kuota mingguan nya. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 7.39. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa dari data tersebut bahwa strategi berbeda dalam efektivitas mereka? Diketahui $\alpha = 0{,}05$, dan cari nilai P.

TABEL 7.38

Data untuk Latihan 7.37

	Bahan					
Alat	A	B	C	D	E	F
1			12	15		20
2	7			10		30
3		4		18	20	
4	8	7		16		
5			18	20	13	
6		9			17	26
7		13	16			24
8	12				20	28
9	10	11	12			
10	9		15		13	

TABEL 7.39

Data untuk Latihan 7.38

	Strategi			
Penjual	A	B	C	D
1	1	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	1	0	1
4	0	1	1	1

5	1	1	0	1
6	0	1	0	0
7	1	1	1	0
8	1	0	0	1
9	0	1	0	0
10	0	1	1	1
11	0	0	0	1
12	0	1	0	0
13	1	1	1	0
14	1	1	0	1
15	0	1	0	0

REFERENSI

T1 Friedman. M., "The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance." *J. Amer. Statist. Assoc.*, 32 (1937), 675-701.

T2 Friedman. M., "A Comparison of Alternative Tests of Significance for the Problem of m Rankings." *Ann. Math. Statist.*, 11 (1940), 86-92.

T3 Lehmann. E. L., *Nonpararnerrics: Statistikal Methods Based on Ranks*, San Francisco: Holden Day, 1975.

T4 Noether, Gottfried E., *Elements of Nonparametric Statistiks*, New York: Wiley, 1967.

T5 Jensen, D. R., and Y. V. Nui. "Efficiency of Friedman's y, Test under Dependence," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 77 (1982). 468-474.

T6 Rothe, Gunter, "A Lower Bound for the Pitman Efficiency of Friedman Type Tests," *Statist. & Probabil. Letters*, 1(1983), 239-242.

T7 Kendall, M. G., and B. Babington-Smith, "The Problem of m Rankings," *Ann. Math. Statist.*, 10 (1939), 275-287.

T8 Wallis, W. A., "The Correlation Ratio for Ranked Data," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 34 (1939), 533-538.

T9 Wilcoxon, Frank, *Some Rapid Approximate Statistikal Procedures*, New York: American : Cyanamid Company, 1949.

T10 de Kroon, J., and P. van der Laan, "Distribution-Free Test Procedures in Two-Way Layouts; A Concept of Rank-Interaction," *Statistika Neerlandica*, 35 (1981), 189-213.

T11 Cooley, Belva J., and John W. Cooley, "Data Analysis for Simulation Experiments: Application of a Distribution-Free Multiple Comparisons Procedure," *Decision Sci.*, 11(1980), 483-492.

T12 Mack, Gregory A., and John H. Skillings, "A Friedman-Type Rank Test for Main Effects in a Two-Factor ANOVA," *J. Amer. Statut. Assoc.*, 75 (190), 947—951.

T13 Mack, Gregory A., "A Quick and Easy Distribution-Free Test for Main Effects in a Two-Factor ANOVA," *Communic. in Statist.—Simulation and Computation*, 10 (1981), 571-591.

T14 de Kroon, J., and P. van der Laan, "A Generalization of Friedman's Rank Statistik," *Statistika Neerlandica*, 37 (1983), 1-14.

T15 Rinaman, William C., Jr., "On Distribution Free Rank Tests for Two-Way Layouts," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 78 (1983), 655-659.

T16 Haux, R., M. Schumacher, and G. Weckesser, "Rank Tests for Complete Block Designs," *Biometrical J.,* 26 (1984), 567-582.

T17 Shoemaker, Lewis H., "A Nonparametric Method for Analysis of Variance," *Communic. In Statist.—Simulation and Computation,* 15 (1986), 609—632.

T18 Iman, Ronald L., and William J. Conover*, A Comparison of Several Rank Tests for the Two-Way Layout,* Springfield. Va.: National Technical Information Service, U.S. Department of Commerce, 1976.

T19 Iman, Ronald L., Stephen C. Hora, and W. J. Conovee, "Comparison of Asymptotically Distribution-Free Procedures for the Analysis of Complete Blocks," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 79 (1984), 674—685.

T20 Lemmer, H. H., "Some Empirical Results on the Two-Way Analysis of Variance by Ranks," *Communic. in Statist.— Theory and Methods*, 9 (1980), 1427—1438.

T21 Hora, Stephen C, and Ronald L. ¡man, "Asymptotic Relative Efficiencies of the Rank-Transformation Procedure in Randomized Complete Block Designs," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 83 (1988), 462—470.

T22 van der Laan, Paul, and Jos de Kroon, "Ranks, Standardized Ranks and Aligned Ranks in the Analysis of Friedman's Block Design," in Dieter Rasch and Moti LaI Tiku (eds.), *Robustness of Statistikal Methods and Nonparametric Statistiks,* Dordrecht, Netherlands: D. Reidel, 1984, pp. 66—69.

T23 Iman, Ronald L., and James M. Davenport, "Approximations of the Critical Region of the Friedman Statistik*," Communic. in Statist.— Theory and Methods*, 9(1980), 571—595.

T24 Gerig, T. M., "Multivariate Extension of Friedman's χ_r^2 Test with Random Covariates," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 70(1975), 443—447.

T25 Gerig, T. M., "A Multjvariate Extension of Friedman's χ_r^2 Test," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 64 (1969), 1595—1608.

T26 Jensen. D R. "On the Joint Distribution of Friedman's Statistik." *Ann. Statist.*, 2 (1974)., 311 – 322.

T27 Mehra. K. L..and J. Sarangi, "Asymptotic Efficiency of Certain Rank Tests for Comparative Experiments." *Ann. Math. Statist.*, 38 (1967). 90—107.

T28 Sen P. K., "A Note on the Asymptotic Efficiency of Friedman's χ_r^2 Test." *Biometrika*. 54 (1967) 677-679.

T29 Likes. J, and J. Latta. "Probabilities P(S≥ s) for the Friedman Statistik." *Biometrical J.*, 22 (1980), 433-440.

T30 Meddis. Ray, "Unified Analysis of Variance by Ranks." *Br. J. Math. Statist. Psychol.*, 33 (1980), 84–98.

T31 Wei. L. J., "Asymptotically Distribution-Free Simultaneous Confidence Region of Treatment Differences in a Randomized Complete Block Design*." J. Roy. Statist. Soc., Ser. B*. 44 (1982), 201-208.

T32 Brits. Susannah J. M., and H. H. Lemmer. "Nonparametric Tests for Treatment Effects after a Preliminary Test on Block Effects in a Randomized Block Design." *S. African. Statist. J.*, 20 (1986), 45-65.

T33 van der Laan, Paul, "Extensive Tabels with Exact Critical Values of a Distribution-Free Test for Rank-Interaction n a Two-Way Layout." *Biuletyn Oceny Odmian*, 12 (1987), 196—202.

T34 Hodges. J. L., and Lehmann. E. L., "Rank Methods for Combination of Independent Experiments in Analysis of Variance," *Ann. Math. Statist.*, 33 (1962), 482- 497.

T35 Tardif, Serge. "On the Asymptotic Distribution of a Class of Aligned Rank Order Test Statistiks in Randomized Block Designs," *Canad. J. Statist.*, 8 (1980), 7-25.

T36 Tardif, Serge, "On the Almost Sure Convergence of the Permutation Distribution for Aligned Rank Test Statistiks in Randomized Block Designs.".*Ann. Statist.*, 9 (1981), 190-193.

T37 Tardif, Serge. "On the Asymptotic Efficiency of Aligned-Rank Tests in Randomized Block Designs." *Canad. J. Statist.,* 13 (1985), 217-232.

T38 Hollander, Myles, and Douglas A. Wolfe, *Nonparametric Statistikal Methods*, New York: Wiley. 1973.

T39 Rhyne, A. L., Jr., and R. G. D. Steel. "Tabels for a Treatments versus Control Multiple Comparisons Sign Test," *Technometrics*. 7 (1965), 293—306.

T40 Steel, Robert G. D., "A Multiple Comparison Sign Test: Treatments versus Control*," J. Amer. Statist. Assoc.*, 54 (1959), 767-775.

T41 Doksum, Kjell, "Robust Procedures for Some Linear Models with One Observation Per Cell." *Ann. Math. Statist.*, 38 (1967), 878-883.

T42 McDonald. B. J., and W. A. Thompson. "Rank Sum Multiple Comparisons in One- and Two- Way Classifications." *Biometrika*, 54 (1967). 487 – 497.

T43 Dunn Rankin, P., and F Wilcoxon. "The True Distribution of the Range of Rank Totals in the Two-Way Classification." *Psychometrika,* 31 (1966), 573-580.

T44 Rosenthal, Irene, and Thomas S. Ferguson, "An Asymptotically Distribution-Free Multiple Comparison Method with Application to the Problem of n Rankings of m Objects." *Br. J. Math. Statist. Psycholl.*, 18 (1965), 243—254.

T45 Nemenyi, P., *Distribution-Free: Multiple Comparisons*. Ph.D. thesis. Princeton University, 1963.

T46 Wilcoxon, Frank, and Roberta A. Wilcox, *Some Rapid Approximate Statistikal Procedures* (revised), Pearl River. N. L. : Lederle Laboratories, 1964.

T47 Page, E. B., "Ordered Hypotheses for Multiple Treatments: A Significance Test for LinearRanks," *J. Amer. Statist Assoc.,* 58 (1963), 216—230.

T48 Hollander, Myles, "Rank Tests for Randomized Blocks When the Alternatives Have an a Priori Ordering." *Ann. Math. Statist.*, 38 (1967), 867—877.

T49 Pirie, W. R., "Comparing Rank Tests for Ordered Alternatives in Randomized Blocks," *Ann. Statist.*, 2 (1974), 374—382.

T50 Pirie, W. R., and M. Hollander "A Distribution-Free Normal Scores Test for Ordered Alternatives in Randomized Block Design," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 61(1972). 855—857.

T51 Puri, M. L., and P. K. Sen, "On Chernoff-Savage Tests for Ordered Alternatives in Randomized Blocks," *Ann. Math. Statist.*, 39 (1968), 967—972.

T52 Jonckheere, A. R., "A Test of Significance for the Relation between m Rankings and k Ranked Categories: *Br. J. Statist. Psychol.*, 7 (1954), 93-100.

T53 Shorack, G. R., "Testing against Ordered Alternatives in Model I Analysis of Variance; Normal Theory and Nonparametric," *Ann. Math. Statist.*, 38 (1967), 1740—1752.

T54 Hettmansperger, T. P., "Nonparametric Inference for Ordered Alternatives in a Randomized Block Design," *Psychometrika*, 40(1975), 53—62.

T55 Berenson, Mark L., "Some Useful Nonparametric Tests for Ordered Alternatives in Randomized Block Experiments," *Communic. in Sratist.—Theory and Methods*, 11 (982), 1681—1693.

T56 Kepner, James L., and David H. Robinson, "A Distribution-Free Rank Test for Ordered Alternatives in Randomized Complete Block Designs," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 79 (1984), 212—217.

T57 Ghiassi, S. H. Mansouri, and Z. Govindarajalu, "An Asymptotically Distribution-Free Test for Ordered Alternatives in Two-Way Layouts." *J. Statist. Planning and Inference,* 13 (1986), 239—249.

T58 Gore, A. P., K. S. Madhav Rao, and M. N. Sahasrabudhe, "Median Tests for Ordered Alternatives," *Gujarat Statist. Rev.*, 13 (April 1986), 55—63.

T59 House, Dennis E., "A Nonparametric Version of Williams' Test for a Randomized Block Design," *Biometrics*, 42 (1986), 187—190.

T60 Williams, D. A., "A Test for Differences between Treatment Means When Several Dose Levels Are Compared with a Zero Dose Control," *Biometrics*, 27 (1971), 103—117.

T61 Williams, D. A., "The Comparison of Several Dose Levels with a Zero Dose Control," *Biometrics*, 28 (1972), 519—531.

T62 Hirotsu, C., "Ordered Alternatives for Interaction Effects," *Biometrika*, 65 (1978), 561—570.

T63 Berenson, Mark L., "A Study of Several Useful Tests for Ordered Alternatives in the Randomized Block Design," *Communic. in Statist. —Simulation and Computation*, 11 (1982), 563—581.

T64 Berenson, Mark L., "A Comparison of Several k Sample Tests for Ordered Alternatives in Completely Randomized Designs," *Psychometrika*, 47 (1982). 265—280. Errata. *ibid.*, 535—539.

T65 Rao, K. S. Madhav, and A. P. Gore. "A Note on Optimality of Certain Rank Tests for Ordered Alternatives in Randomized Blocks." *Biometrical J.*, 28 (1986). 267 —271.

T66 Durbin, J., "Incomplete Blocks in Ranking Experiments,'' *Br. J. Psychol.* (Statistikal Section), 4 (1951). 85—90.

T67 Benard, A., and P. van Elteren. "A Generalization of the Method of m Rankings," *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A, 56 (Indag. Math,* 15) (1953), 358—369.

T68 Pun, M. L., and P. K. Sen, "On the Asymptotic Theory of Rank Order Tests for Experiments Involving Paired Comparisons," *Ann. Inst. Statist. Math.*, 21 (1969), 163—173.

T69 Skillings, John H., and Gregory A. Mack, "On the Use of a Friedman-Type Statistik in Balanced and Unbalanced Block Designs," *Technometrics*, 23 (1981), 171—177.

T70 Yates, F., "A New Method of Arranging Variety Trials Involving a Large Number of Varieties," *J. Agric. Sci.,* 26 (1936). 424—455.

T71 Cochran, William G., and Gertrude M. Cox. *Experimental Designs*. New York: wiley, 1957.

T72 Hicks, Charles R., *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*. New York: Holt, Rinehart. and Winston, 1964.

T73 Federer, Walter T., *Experimental Desien*. New York: Macmillan. 1955.

T74 Kirk, Roger E., *Experimental Design Procedures for the Behavioral Sciencess*. Belmont, Calif: Brooks/Cole, 1968.

T75 Cochran, W. G., "The Comparison of Percentages in Matched Samples." *Biometrika*. 37 (1950), 256-26.

T76 McNemar, W., "Note on the Sampling Error of the Difference between Correlated Proportions or Percentages," *Psycometrica*. 12 (1947), 153-157.

T77 Tate, M. W., and S. M. Brown. "Note on the Cochrans's Q Test." *J. Amer. Statist. Assoc.*, 65 (1970). 55-160.

T78 Tate, M. W., and S. M. Brown. "Tabel for Comparing Related Sample Percentages and for the Median Test." Philadelphia: Graduate School of Education. University of Pennsylvania. 1964 (monograph).

T79 Paul, K. D., "Cochran's Q Test: Exact Distribution." *J. Amer. Statist. Assoc.*, 70 (1975), 186— 189.

T80 Wallenstein, Sylvan, and Agnes Berger, "On the Asymptotic Power of Tests for Comparing k Correlated Proportions." *J. Amer. Statist. Assoc.*, 76 (1981), 114—118.

T81 Marascuilo, L. A., and M. McSweeney. "Nonparametric Post Hoc Comparisons for Trend." *Psychol, Bull.*, 67 (1967), 401—412.

T82 Shah, Arvind K., and P. L. Claypool, "Analysis of Binary Data in the Randomized Complete Block Design," *Communic. in Statist.— Theory and Methods*. 14 (1985), 1175—1179.

T83 Bennett, B. M. "Tests of Hypotheses Concerning Matched Samples." *J. Roy. Statist. Assoc., Ser. B*, 29 (1967), 468-474.

T84 Berger, A., and R. Z. Gold. "Cochran's Q Test for the Comparison of Correlated Proportions*," J. Amer. Statist. Assoc.*, 68 (1973), 989-993.

T85 Blomqvist, N., "Some Tests Based on Dichotomization." *Ann. Math. Statist.*, 22 (1951), 362—311.

T86 Fleiss, J. L., "A Note on Cochran's Q-Test," *Biometrics*, 21 (1965), 1008—1010.

T87 Grizzle. J. E., C. F. Starmer, and G. G. Koch, "Analysis of Categorical Data by Linear Models," *Biometrics*, 25 (1969), 489 -504.

T88 Madansky, A., "Tests of Homogeneity for Correlated Samples." *J. Amer. Statist. Assoc.*, 58 (1963), 97-119.

T89 Ramsey, Patricia P., and Philip H. Ramsey. "Minimum Sample Sizes for Cochran's Test*." Proc. Amer. Statist. Assoc., Sec. on Survei Res. Methods*. Washington, D.C American Statistikal Association, 1981.

T90 Theodorsson Norheim, Elvar, "Friedman and Quade Tests: BASIC Computer Program to Perform Nonparametric Two-Way Analysis of Variance and Multiple Comparisons on Ranks of Several Related Samples." *Comput. Biol. Med.*, 17 (1987), 85—99.

T91 Quade, D., "Using Weighted Rankings in the Analysis of Complete Blocks with Additive Block Effects," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 74 (1979), 680-683.

T92 Roberge, James J., "A Generalized Non-Parametric Analysis of Variance Program." *Br. J. Math. Statist. Psychol.*, 25 (1972), 128.

T93 Roberge, James J., "A Generalized Non-Parametric Analysis of Variance Program." *Educ. And Psychol. Measurement*, 32 (1972). 805—809.

E1 Hall, F. F., T. W. Culp. T. Hayakawa, C. R. Ratliff, and N. C. Hightower, " An Improved Amylase Assay Using a New Starch Derivative, " *Amer. J. Clin. Pathol.*, 53 (1970), 627-634.

E2 Perry, Lawrence B., Russell A. Van Dyke, and Richard A. Theye, " Sympathoadrenal and Hemodynamic Effects of Isoflurance, Halothane, and Cyclopropane in Dogs," *Anesthesiology*, 40 (1974), 465-470.

E3 Syme, G. J., and J. S. Pollard. "The Relation between Differences in Level of Food Deprivation and Dominance in Food Getting in the Rat." *Psychan. Sct.*, 29 (1972), 297-298.

E4 Schmidt, Nathalie J., And Edwin H. Lennette, "Variables of the Rubella Hemagglutination-Inhibition Test System and Their Effect on Antigen and Antibody Titers," *Appl. Microblol.,* 19 (1970), 491-504.

E5 Basmajian, J. V., And Gail A. Super, " Dantrolence Sodium in the Treatment of Spasticity," *Arch. Phys. Med. Rehabil.,* 54 (1973), 60-64.

E6 Cromer, Richard F., "Conservation by the Congenitally Blind," *Br. J. Psychol.,* 64 (1973), 241-250.

E7 Henry, Philip D., Colin M. Bloor, and Burton E. Sobel, "Increased Serum Creatine Phosphokinase Activity in Experimental Pulmonary Embolism," *Amer. J. Cardiol.,* 26 (1970), 151-155. E8 Gilbert, Roger K., " Analysis of results of the 1969 comprehensive Chemistry Survey of the college of American Pathologists," *Amer. J. Clin Pathol., 54* (1970), 463-482.

E9 Stern, L., N. N. Khanna, G. Levey, S. J. Yaffle," Effect of Phenobarbital on Hyperbilirubinemia and Glucuronide Formation in New born," *Amer. J. Dis. Child.,* 120 (1970), 26-31.

E10 Moore, W., And C. I. Bliss, "A Method for Determining lnsecticidal Effectiveness Using *Aphis rumicis* and Certain Organic Compounds," *J. Econ. Entomol.,* 35 (1942), 544-553.

E11 Davies, Owen L. (ed.), *The Design and Analysis of industrial Experiments,* second edition, New York : Hafner, 1956.

E12 Anderson, R. L., and T. A. Bancroft, *Statistikal Theory in Research,* New York : McGraw-Hill, 1952.

E13 Paul, Pauline,"Changes in Palatability, Microscopic Appearance and Electrical Resistance in Beef during the Onset and Passing of Rigor and during Subsequent Storage," unpublished thesis, Ames, lowa : lowa State College, 1943.

E14 Bennett, Carl A., And Norman L. Franklin, *Statistikal Analysis in Chemistry and the chemical Industry,* New York: Wiley, 1954.

E15 Gustafsoo, David H., John J. Kestly, Robert L. Ludke, and Frank Larson, " Probabilistic Information Processing : Implementation and Evaluation of a Semi-PIP Diagnostic System." *Comput, Biomed. Res.,* 6 (1973). 355-370.

B A B 8

GODNESS OF FIT

Dalam banyak situasi, perhatian kita terpusat pada sifat dasar yang dimiliki oleh suatu atau beberapa distribusi populasi. Kesahihan prosedur-prosedur inferensi statistik parametrik, misalnya, bergantung pada bentuk populasi-populasi asal sampel-sampel yang dianalisis. Apabila kita tidak mengetahui bentuk-bentuk fungsi dan populasi-populasi ini, maka yang pertama ingin kita uji adalah apakah populasi yang kita minati memiliki kecenderungan untuk terdistribusi sesuai dengan asumsi-asumsi yang mendasari prosedur parametrik yang diusulkan.

Dalam riset genetik, orang telah membuat model-model probabilitas untuk menerangkan struktur populasi-populasi yang terjadi akibat pengawinan (penyilangan) tumbuh-tumbuhan dan hewan tertentu. Model-model ini mengandaikan berlakunya kondisi-kondsi dan asumsi-asumsi tertentu. Apabila sampel-sampel ditarik dan populasi-populasi yang tidak diketahui, peneliti harus menggunakan metode-metode keselarasan (goodness of fit) untuk menentukan sampai seberapa jauh data sampel yang teramati “selaras”, “cocok” atau “fit” dengan model tertentu yang ditawarkan. Di berbagai bidang yang menyangkut analisis kuantitatif, pembuatan model merupakan suatu kegiatan yang penting. Uji-uji keselarasan (goodness-of-fit tests) bisa menjadi alat yang bermanfaat untuk mengevaluasi sampai seberapa jauh suatu model mampu mendekati situasi nyata yang digambarkannya.

Dalam buku ini, kita akan mencurahkan perhatian pada tiga macam masalah keselarasan. Pertama, kita membahas masalah di mana seorang investigator ingin tahu apakah data sampel yang tersedia menunjang hipotesis yang menyatakan bahwa populasi asal sampel mengikuti suatu distribusi yang telah ditetapkan. Kedua, kita membahas masalah yang timbul ketika seorang investigator ingin tahu apakah dua sampel bebas berasal dari populasi-populasi yang terdistribusi secara identik. Akhirnya, kita berbincang-bincang tentang sebuah prosedur pembentukan selang kepercayaan (confidence band) untuk distribusi suatu populasi.

Sejak bertahun-tahun yang lalu, banyak prosedur untuk memecahkan masalah keselarasan yang telah diusulkan. Dalam bab ini, hanya dua prosedur yang paling umum saja yang akan kita bahas secara rinci, yakni: uji keselarasan chi-kuadrat (chi-square goodness-of-fit test) dan uji Kolmogorov-Smirnov. Dalam Bagian 8.6, secara singkat kita akan mengulas beberapa prosedur keselarasan yang lain berikut rujukan-rujukan yang sesuai, yang memuat informasi lebih rinci tentang prosedur-prosedur itu.

8.1

UJI KESELARASAN CHI-KUADRAT

Dalam Bab 5 kita membahas uji-uji chi-kuadrat untuk memeriksa ketidaktergantungan dan homogenitas. Anda akan menjumpai uji kai kuadrat untuk memeriksa keselarasan dalam bab ini mirip dengan uji-uji chi-kuadrat yang terdahulu karena statistik ujinya juga dihasilkan dari pembandingan antara frekuensi-frekuensi harapan dan frekuensi-frekuensi teramati.

Asumsi

A. Data yang tersedia untuk analisis adalah sebuah sampel acak yang terdiri atas n hasil pengamatan bebas.

B. Skala pengukuran yang digunakan mungkin hanya skala nominal.

C. Hasil-hasil pengamatan dapat diklasifikasikan ke dalam r buah kategori yang tidak saling tumpang-tindih dengan memanfaatkan semua kemungkinan klasifikasi yang ada. Dengan perkataan lain, kategori-kategori tersebut saling eksklusif dan lengkap. Banyaknya hasil pengamatan yang masuk ke dalam suatu kategori disebut frekuensi teramati kategori yang bersangkutan.

Data yang tersedia untuk analisis boleh disajikan berupa tabel seperti yang tampak dalam Tabel 8.1. Kategori-kategori yang dipakai boleh nominal, boleh pula numerik. Sebagai contoh, suatu sampel yang beranggotakan individu-individu dapat dibagi ke dalam salah satu dan dua kategori nominal, yaitu pria atau wanita. Jika variabel yang diminati adalah usia, individu-individu tadi boleh dimasukkan. ke dalam masing-masing kategori usia (numerik) yang sesuai dengan sejumlah kategori usia yang tersedia, misalnya kurang dan 15 tahun, 15—24, 25—34, 35—44, 45—54, dan 55 tahun atau lebih tua.

TABEL 8.1

Peragaan data untuk uji keselarasan chi-kuadrat

Kategori	1	2	3	...	I	...	r	Jumlah
Frekuensi teramati	O_1	O_2	O_3	...	O_i	...	O_r	n

Untuk masing-masing kategori, terdapat suatu peluang bahwa sebuah hasil pengamatan yang dipilih secara acak dari populasi yang dihipotesiskan akan masuk ke kategori tersebut. Kita boleh menetapkan bahwa peluang-peluang untuk kategori-kategori 1, 2,..., *i*,..., *r*; berturut-turut adalah p_1, p_2,..., p_i,..., p_r. Apabila hipotesis nol benar, kita dapat memperoleh frekuensi harapan untuk masing-masing kategori dengan cara mengalikan n dengan peluang kategori yang bersangkutan. Sebagai contoh, hasil-hasil perkalian np_1, np_i, dan np_r merupakan frekuensi-frekuensi harapan, menurut H_0, untuk kategori-kategori 1, *i*, dan r.

Hipotesis

H_0 : Sampel telah ditarik dan sebuah populasi yang mengikuti suatu distribusi yang ditetapkan

H_1 : Sampel bukan berasal dan populasi dengan distribusi yang telah ditetapkan

Perhatikan bahwa hipotesis tandingan tidak menunjukkan sampai sejauh mana distribusi yang benar berbeda dengan distribusi yang dihipotesiskan.

Statistik Uji

Dalam pengujian ini kita menyimpan harapan bahwa sampel-sampel acak yang ditarik dari populasi-populasi mencerminkan karakteristik-karakteristik populasi-populasi yang bersangkutan. Dengan perkataan lain, kalau kita telah menarik sebuah sampel dari suatu populasi yang ditetapkan (dihipotesiskan), tentu kita mengharapkan adanya suatu “kecocokan” yang erat antara frekuensi-frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan untuk setiap kategori yang ada. Dengan demikian, jika hipotesis nol benar, kita mengharapkan adanya kecocokan yang erat antara frekuensi-frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan untuk setiap kategori.

Sebagaimana yang telah kita ketahui dari pembicaraan tentang uji-uji ketidaktergantungan dan homogenitas chi-kuadrat, sarana yang tepat untuk mengukur kecocokan/keselarasan (atau ketidakcocokan/ketidakselarasan) antara frekuensi-frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan adalah statistik uji yang dihitung dengan cara membagi kuadrat beda/selisih antara frekuensi-frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan untuk masing-masing pasangan frekuensi dengan frekuensi harapan dan menjumlahkan semuanya. Kalau dituliskan, statistik uji kita adalah

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \qquad (8.1)$$

Kaidah Pengambilan Keputusan

Untuk sampel-sampel besar, X^2 kurang-lebih memiliki distnibusi chi-kuadrat dengan derajat bebas r — 1. Jadi, jika harga X^2 hasil perhitungan sama dengan atau lebih besar daripada harga chi-kuadrat dalam tabel untuk derajat bebas r — 1 dan atas kebermaknaan α, maka kita dapat menolak hipotesis nol pada taraf nyata α.

Ukuran sampel

Seperti yang telah disebutkan, statistik X^2 kurang lebih mengikuti distribusi chi-kuadrat hanya jika *n* besar. Di kebanyakan penerapan praktis ukuran sampel yang cukup sekurang-kurangnya adalah 30, asalkan tak ada satu pun frekuensi harapan yang terlalu kecil. Cochran (T—1, T—2) telah memperkenalkan sebuah aturan sederhana yang dapat digunakan untuk menentukan ukuran minimum frekuensi harapan. la menganjurkan bahwa dalam uji-uji keselarasan seperti yang diterangkan di sini, frekuensi harapan tidak boleh kurang dan 1. Andaikata ada frekuensi harapan yang kurang dan 1, biasanya kita menggabungkan kategori-kategori dengan frekuensi harapan yang demikian dengan kategori-kategori terdekat sampai persyaratan frekuensi minimum terpenuhi. Kalau prosedur ini kita ikuti, kita harus menghitung kembali derajat bebas agar sesuai dengan banyaknya kategori yang baru.

Pendugaan Parameter

Bilamana kita menerapkan uji keselarasan chi-kuadrat, kita sering harus menghitung dugaan-dugaan atas parameter-parameter tertentu dan populasi yang dihipotesiskan sebelum kita dapat menghitung p_i, frekuensi-frekuensi relatif yang diharapkan. Meskipun jarang, ada kalanya parameter-parameter ini ditetapkan sebagai bagian dan hipotesis nol. Apabila kita harus menduga parameter-parameter dari data sampel, kita menghitung X^2 dengan cara yang telah diterangkan, kecuali dalam hal perhitungan derajat bebas. Kalau biasanya kita hanya mengurangkan 1 dan *r*, di sini kita juga mengurangkan 1 untuk setiap parameter yang harus kita duga. Jadi, jika banyaknya parameter yang harus kita duga dari data sampel adalah g, derajat bebas yang kita peroleh adalah r — g — 1.

Melalui contoh-contoh berikut kita dapat lebih memahami uni keselarasan chi-kuadrat.

Contoh 8.1 (Distribusi Seragam)

Stranges dan Riccio (E—1) melaporkan hasil-hasil sebuah studi untuk menentukan apakah para peminta nasihat (*counselee*) dengan latar belakang ras dan etnik yang berbeda-beda lebih suka dinasihati oleh orang-orang dengan latar belakang yang sama. Tiga puluh enam peserta latihan kerja di suatu Program Latihan dan

Pengembangan Tenaga Kerja dipersilakan memilih secara bebas seorang penasihat dan antara yang berikut: pria kulit hitam, pria *northern* kulit putih, wanita *Appalachian* kulit putih, wanita *northern* kulit putih, wanita kulit hitam, dan pria *Appalachian* kulit putih. Frekuensi-frekuensi dipilihnya para penasihat itu tampak dalam kolom 2 Tabel 8.2. Frekuensi-frekuensi harapan yang sesuai dengan hipotesis nol tentang tidak adanya tendensi rasial dalam pemilihan penasihat tampak dalam kolom 1 tabel yang sama. Kita ingin tahu apakab kita dapat menyimpulkan bahwa pola pemilihan para peserta latihan kurang seragam.

Tabel 8.2

Pola pemilihan penasehat oleh peserta latihan kulit hitam

Penasihat yang dipilih	Frekuensi Harapan	Frekuensi Teramati
Pria hitam	6	13
Pria putih *Northern*	6	6
Wanita putih *Appalachian*	6	0
Wanita putih *Northern*	6	3
Wanita hitam	6	11
Pria putih *Appalachian*	6	3
Jumlah	36	36

Sumber: Richard J. Stranges and Anthony C. Riccio. "Counselee Preferences for Counselors: Some Implications for Counselor Education and Supervision, 10 (1970), 39-45. Copyright 1970, American Personnel and Guidance Association; dicetak ulang dengan izin

Hipotesis

H_0 : Penasihat-penasihat yang tersedia sama-sama disukai oleh para pemilih (jadi, distribusi populasi di sini seragam)

H_1 : Setidaknya seorang penasihat yang tersedia lebih disukai ketimbang sekurang-kurangnya seorang penasihat yang lain (distnibusi populasi tidak seragam).

Statistik Uji

Menurut hipotesis nol yang menyatakan bahwa semua penasihat sama-sama disukai, p_i untuk semua kategori (penasihat) sama besar, yaitu $p_i = 1/6 =$ 0.1666667. Kalau kita mengalikan 36 dengan 0.166 6667, kita mendapatkan bahwa frekuensi harapan untuk masing-masing kategori adalah 6, seperti tampak dalam Tabel 8.2. Dengan Persamaan 8.1, kita dapat menghitung

$$X^2 = \frac{(13-6)^2}{6} + \frac{(6-6)^2}{6} + \cdots + \frac{(3-6)^2}{6} = 21.33$$

Keputusan

Karena kita tidak harus menduga parameter mana pun dan data sampel, kita mempunyai derajat bebas r — 1 = 6 — 1 = 5. Tabel. A.12 mengungkapkan bahwa peluang untuk mendapatkan suatu nilai X^2 sebesar 21.33 bila H_0 benar adalah kurang dan 0.005. Karena peluang ini begitu kecil, maka kita menolak H_0 dan menyimpulkan bahwa penasihat-penasihat yang tersedia memiliki popularitas yang tidak sama.

Contoh 8.2 (Distribusi Normal)

Salah satu karakteristik penting yang perlu dipertimbangkan dalam pemilihan dan pembiakan alfalfa adalah kadar *Fraction* 1 *Protein* (FR1P) pada tumbuhan tersebut. Miltimore dkk. (E—2) menyelidiki distribusi kadar FR1P pada *clone-clone* alfalfa. Hasil penelitian mereka dapat kita lihat dalam Tabel 8.3. Kita ingin tahu apakah data ini berkesesuaian dengan hipotesis yang menyatakan bahwa variabel yang diminati terdistribusi secara normal.

TABEL 8.3

Distribusi frekuensi kadar-kadar FR1P pada 1372 semaian alfalfa dari sumber-sumber genetik yang beragam.

Interval kiasifikasi FR1P, % berat kering	Nomor dalam kelas
0.61—1.20	1
1.21—1.80	3
1.81—2.40	4
2.41—3.00	65
3.01—3.60	180
3.61—4.20	328
4.21—4.80	408
4.81—5.40	284
5.41—6.00	83
6.01 —6.60	13
6.61—7.20	1
7.21—7.80	1
7.81—.40	0
8.41—9.00	1

Sumber: J. E. Miltimore, J. M. McArthur, B. P. Goplen, W. Majak, and R. E. Horwarth, “Variability of Fraction 1 Protein and Total Phenolic Constituents in Alfalfa,” Agronomy J., 66 (1974), 384—386; direproduksj dengan izin dan American Society of Agronomy

Perlu dijelaskan di sini bahwa uji Kolmogorov-Smirnov yang dibahas dalam Bagian 8.2 dirancang secara khusus untuk distribusi-distribusi teoritik yang kontinu. Jadi, kalau dipandang secara kaku, untuk keperluan ini uji chi-kuadrat tidak dapat digunakan. Kendatj kita lebih menyukai uji Kolmogorov-Smirnov bila distribusi yang dihipotesiskan kontinu, kita tetap dapat membenarkan pemakaian uji chi-kuadrat dengan memandang distribusi populasi yang kontinu itu sebagai distribusi yang terkelompok-kelompok atas sejumlah interval klasifikasi yang tidak saling tumpang tindih dan banyaknya terbatas.

Sekarang, untuk melanjutkan analisis kita, ikutilah prosedur empat langkah berikut ini.

Hipotesis

H_0 : Distribusi FR1P, berdasarkan persentase berat kering-oven, pada semaian alfalfa mengikuti suatu distribusi normal

H_1 : Populasi di atas tidak berdistribusi normal

Statistik Uji

Sebelum menghitung statistik uji, terlebih dahulu kita harus menduga rata-rata μ dan varians σ^2 dari populasi yang diwakili oleh sampel kita. Apabila kita menghitung dugaan-dugaan parameter untuk distribusi-distribusi yang dihipotesiskan dan data sampel yang terkelompok-kelompok dalam interval-interval klasifikasi, maka tepat sekali bila kita menghitung dugaan-dugaan itu dari data yang terkelompok-kelompok ketimbang dari data yang tidak terkelompok-kelompok.

Rumus-rumus berikut, yang digunakan untuk menghitung rata-rata dan varians sampel dari data terkelompok dapat dijumpai di kebanyakan buku teks pengantar statistika.

$$\text{Rata- rata : } \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{r} f_i x_i}{n} \tag{8.2}$$

$$\text{Varians: } \hat{\sigma}^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{r} f_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{r} f_i x_i\right)^2}{n\,(n-1)} \tag{8.3}$$

dengan f_i adalah frekuensi dalam interval klasifikasi ke-i, x1 adalah titik tengah interval klasifikasi ke-i, dan $n = \sum_{i=1}^{r} f_i$, Bila kita menggunakan rumus-rumus ini untuk data dan Tabel 8.3, kita menjumpai $\hat{\mu} = 4.32$ dan $\sigma^2 = 0.81$.

Langkah berikutnya adalah menentukan frekuensi harapan untuk masing-masing interval klasifikasi berdasarkan asumsi bahwa populasi yang diminati terdistribusi secara normal. Untuk ini mula-mula kita mencari frekuensi relatif harapan atau proporsi yang diharapkan untuk masing-masing interval klasifikasi. Selanjutnya kita mengalikan frekuensi relatif harapan ini dengan 1372 guna rnendapatkan frekuensi-frekuensi harapan untuk masing-maSing interval klasifikasi.

Untuk mencari frekuensi-frekuensi relatif harapan, kita mengganti batas bawah masing-masing interval klasifikasi dengan nilai yang sesuai menurut distribusi normal standar menggunakan rumus

$$Z_{Li} = \frac{(x_{Li} - \hat{\mu})}{\hat{\sigma}} \qquad (8.4)$$

dengan X_{Li} adalah batas bawah interval klasifikasi ke-i. Untuk menduga μ dan σ kita menggunakan $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$. Selanjutnya kita mendapatkan frekuensi-frekuensi relatif harapan dan tabel distribusi normal standar (Tabel A.2). Untuk menentukan batas-batas interval-interval klasifikasi yang dinyatakan menurut variabel normal standar kita menggunakan harga-harga Z_{Li} hasil perhitungan. Dalam Tabel 8.14 kita dapat menyaksikan langkah-langkah yang ditempuh untuk mengetahui frekuensi-frekuensi harapan. (Akibat keterbatasan Tabel A.2, kita terpaksa harus menggabungkan beberapa interval klasifikasi di masing-masing ujung distribusi yang diamati agar dapat menggunakan nilai-nilai z yang tersedia dalam tabel itu.)

TABEL 8.4

Perhitungan-perhitungan yang diperlukan guna mendapatkan frekuensi-frekuensi harapan untuk Contoh 8.2

Interval klasifikasi	z_{Li}	Frekuensi relatif harapan	Frekuensi harapan	Frekuensi teramati
<0.61				0
0.61— 1.20	—4.58	0.0091	12.49	1
1.21—1.80	—3.84			3
1.81—2.40	—3.10			4
2.41—3.00	—2.36	0.0435	59.68	65
3.01—3.60	—1.62	0.1368	187.69	180
3.61—4.20	—0.88	0.2549	349.72	328
4.21—4.80	—0.14	0.2814	386.08	408
4.81—5.40	0.60	0.1858	254.92	284
5.41—6.00	1.35	0.0702	96.31	83
6.01 —6.60	2.09	0.0160	21.95	13
6.61—7.20	2.83			1
7.21—7.80	3.57			1
7.81—8.40	4.31	0.0023	3.16	0
8.41—9.00	5.05			1
> 9	5.78			0
		1.0000	1372.00	1372

Tabel 8.4 menunjukkan bahwa z_{L5} = (2.41 – 4.32)/0.81 = -2.36 adalah nilai terkecil dari z_{Li} yang terdapat ditabel A.2. Dari tabel A.2, ilayah kiri dari -2.36 adalah sama dengan 0.0091. Dengan mengalikan 0.0091 dan 1372 didapatkan 12.49

sebagai frekuensi harapan untuk kelas interval hasil kombinasi dari empat kelas interval yang pertama.

Sekarang kita dapat menggunaa Persamaan 8.1 untuk menghitung statistik uji kita.

$$X^2 = \frac{(8-12.49)^2}{12.49} + \frac{(65-59.68)^2}{59.68} + \cdots + \frac{(3.00-3.16)^2}{3.16} = 13.81$$

Keputusan

Karena kita mempunyai sembilan buah kategori (interval klasifikasi), yakni sesudah menggabungkan interval-interval di kedua ujung, dan karena kita harus menduga dua buah parameter dan data itu, derajat bebas kita adalah 9 — 3 = 6. Kita mengacu ke Tabel A.12, dan karena 13.81 lebih besar dari 12.592, kita dapat menolak H_0 pada taraf nyata 0.05. Dengan demikian kita dapat menyimpulkan pada level signifikan 0.05 bahwa data itu bukan berasal dan populasi yang berdistribusi normal ($0.025 <$ harga $P < 0.05$).

Contoh 8.3 (Distribusi Binomial)

Gore (E—3) dalam bukunya menguraikan *mandrel bend test* yang digunakan untuk mengukur kerapuhan bahan-bahan nilon. Pengujian ini meliputi pelengkungan/penekukan batangan-batangan uji nilon yang masing-masing memiliki lebar 1/2 inci, panjang 5 inci, dan tebal 1/8 inci pada atau sekeliling suatu *mandrel (spindle)* berdiameter ½ inci. Patahan-patahan terjadi pada titik-titik yang rapuh. Masing-masing dari 280 batangan nilon itu ditekuk di lima tempat, dan yang dicatat adalah banyaknya patahan (0, 1,2, 3, 4, 5) untuk masing-masing batangan. Penulis ini melaporkan bahwa dua hasil penting dan penelitian ini adalah (a) karakterisasi fenomena kerapuhan, dan (b) reevaluasi *mandrel bend test*. Data yang dihasilkan disajikan dalam Tabel 8.5. Di sini kita ingin menguji hipotesis nol yang menyatakan bahwa data tersebut berasal dari populasi berdistribusi binomial.

TABEL 8.5

Patahan per bar dan banyaknya bar menurut banyaknya patahan yang terjadi setelah Uji pelengkungan mandrel diiaksanakan

Patahan per bar	0	1	2	3	4	5
Banyaknya bar	157	69	35	17	1	1

Sumber: W. L. Gore, “Quality Control in the Chemical Industry IV: Statistikal Methods in Plastics Research and Development,” Indust. Quality Control, 4 (September

1947), 5-8. Copyright 1947, American Society for Quality Control; dicetak ulang dengan izin

Hipotesis

H_0: Data berasal dan populasi berdistribusi binomial

H_1: Data bukan berasal dan populasi berdistribusi binomial

Statistik Uji

Statistik uji di sini adalah X^2, yang dihitung menggunakan Persamaan 8.1, tetapi terlebih dahulu kita harus menghitung frekuensi-frekuensi harapan. Total banyaknya penekukan yarg dilakukan adalah $280(5) = 1400$. Sedangkan banyaknya penekunan yang menghasilkan patahan adalah

$$(0)(157) + (1)(69) + (2)(35) + (3)(17) + (4)(1) + (5)(1) = 199$$

Berdasarkan hipotesis yang menyatakan bahwa setiap penekukan sama-sama cendrung menghasilkan sebuah patahan, dugaan $\hat{\rho}$ untuk peluang p bahwa setiap penekukan akan mengakibatkan sebuah patahan adalah $\hat{\rho} = 199/1\ 400 = 0.14$. Frekuensi-frekuensi relatif harapan f(x) kita peroleh dengan menghitung fungsi binomial berikut untuk x = 0,1, 2, 3, 4, dan 5 :

$$f(x) = \binom{5}{x}(O.14)^x(O.86)^{5-x}$$

Tabel A. 1 menyingkapkan bahwa frekuensi-frekueni relatif harapan ini berturut-turut adalah 0.4704, 0.3829, 0.1247, 0.0203, 0.0017, dan 0,0001. Pengalian masing-masing dari frekuensi-frekuensi relatif harapan ini dengan 280 menghasilkan frekuensi-frekuensi harapan berikut untuk 0, 1, 2, 3, 4, dan 5 patahan, yang berturut-turut adalah: 131.71, 107.21, 34.92, 5.68, 0.48, dan 0.03. Karena dua frekuensi harapan terakhir lebih kecil dari 1, kita menggabungkan keduanya dengan frekuensi harapan keempat untuk mendapatkan nilai 6.19.

Dengan demikian nilai statistik uji hasil perhitungan adalah

$$X^2 = \frac{(157—131.71)^2}{131.71} + \frac{(69 - 107.21)^2}{107.21} + \frac{(35 - 34.92)^2}{34.92} + \frac{(19 - 6.19)^2}{6.19} = 44.99$$

Keputusan

Derajat bebas kita berkurang satu karena kita harus menduga parameter binomial p dan data sampel, dan sesudah penggabungan kategori yang kita miliki tinggal 4. Sebab itu untuk mengetahui taraf nyata kita memperbandingkan statistik uji hasil perhitungan di atas dengan distribusi chi-kuadrat untuk derajat bebas 4—1—1 = 2. Dari Tabel A.12 kita menjumpai bahwa peluang untuk mendapatkan suatu nilai X^2

sebesar 44.99 bila H_0 benar kurang dan 0.005. Akibatnya kita menolak H_0 dan berkesimpulan bahwa data di atas bukan berasal dan populasi dengan distribusi binomial.

Contoh 8.4 (Distribusi Poisson)

Dalam suatu pengajaran fisika yang menekankan aspek inovatif, Laf leur dkk. (E—4) merangsang siswa-siswa mereka untuk melakukan penelitian tentang fenomena apa saja yang mereka pikir mungkin mengikuti suatu distribusi Poisson. Dalam salah satu penelitian tersebut, seorang siswa menghitung banyaknya orang yang berada di ruang tunggu sebuah asrama selama yang bersangkutan tengah berjalan melintasinya (30 detik). Hasil-hasil pengamatan siswa tersebut tampak dalam Tabel 8.6. Dalam rangka menguji keselarasan atau *goodness of fit* data ini dengan distribusi Poisson, kita bekerja dengan prosedur sebagai berikut.

Hipotesis

H_0 : Data asal sampel mengikuti suatu distribusi Poisson

H_1 : Data asal sampel tidak mengikuti suatu distribusi Poisson

TABEL 8.6

Banyaknya mahasiswa di lobi sebuah asrama selama interval 30 detik dan banyaknya interval yang bersangkutan

Banyaknya mahasiswa yang teramati	Banyaknya interval
0	20
1	54
2	74
3	67
4	45
5	25
6	11
7	4
	300

Sumber: M. S. Lafleur, P. F. Hinrichsefl, P. C. Landry, and RB. Moore, “The Poisson Distribution: An Experimental Approach to Teaching Statistiks,” Physics Teacher, 10 (1972), 314—321. copyright 1972, American Association of Physics Teachers

Statistik Uji

Statistik uji di sini dihitung menggunakan Persamaan 8.1. Namun karena parameter Poisson $\hat{\lambda}$ tidak diberikan, kita harus menghitungnya dan data sampel sebelum dapat menentukan frekuensi-frekuensi harapan. Kita menghitung dugaan $\hat{\lambda}$ atas parameter λ dengan cara sebagai berikut:

$$\lambda = \frac{(0)(20)+(1)(54)+(2)(74)+(3)(67)}{300} + \frac{(4)(45)+(5)(25)+(6)(11)+(7)(4)}{300} = 2.67$$

Kita mendapatkan frekuensi-frekuensi relatif harapan untuk interval-interval 0, 1,..., 7 dengan menghitung fungsi

$$f(x) = \frac{e^{-\hat{\lambda}}\hat{\lambda}^x}{x!}$$

berturut-turut untuk x 0, 1, 2. 7. Nilai-nilai f(x) untuk nilai-nilai x yang diberikan dan $\hat{\lambda}$ yang tertentu dapat dijumpai di kumpulan-kumpulan tabel matematik dan/atau statistik serta di apendiks-apendiks buku teks statistika. Dengan mudah Anda dapat mengevaluasi fungsi Poisson menggunakan kalkulator meja atau kalkulator saku yang dilengkapi dengan fungsi-fungsi c^x,y^x, dan x!. Dengan kalkulator semacam itu kita menjumpai bahwa frekuensi-frekuensi relatif harapan untuk contoh ini adalah: 0.069, 0.185, 0.247, 0.220, 0.147, 0.078, 0.035, dan 0.013. Frekuensi-frekuensi harapan yang sesuai dengan kedelapan kategori frekuensi-frekuensi teramati kita peroleh dengan cara mengalikan frekuensi-frekuensi relatif harapan dengan 300. Prosedur mi menghasilkan frekuensi-frekuensi harapan sebagai berikut: 20.7, 55.5, 74.1, 66.0, 44.1, 23.4, 10.5, dan 3.9.

Dengan demikian, sekarang kita dapat menghitung nilai statistik uji

$$X^2 = \frac{(20—20.7)^2}{20.7} + \frac{(54-55.5)^2}{55.5} + \frac{(74-74.1)^2}{74.1} + \frac{(67-66.0)^2}{66.0} + \frac{(45-44.1)^2}{44.1} + \frac{(25-23.4)^2}{23.4} + \frac{(11-10.5)^2}{10.5} + \frac{(4-3.9)^2}{3.9} = 0.234$$

Keputusan

Karena dalam contoh ini terdapat delapan kategori dan dan data sampel kita menduga sebuah parameter, kita memiliki derajat bebas 8—1—1 = 6. Apabila kita mengacu ke Tabel A.12, kita menjumpai bahwa peluang untuk mendapatkan suatu nílai X^2 sebesar atau lebih besar dan 0.234 lebih besar dari 0.995. Kita tidak dapat menolak H_0 pada taraf nyata yang wajar, dan data yang terkumpul hampir secara sempurna memenuhi distribusi Poisson.

***Efisiensi** Power*

Kuasa uji keselarasan chi-kuadrat telah dikaji oleh Broffitt dan Randles (T—3) serta Schorr (T—4). Schorr (T—4, T—5) juga membahas masalah pemilihan/penentuan banyaknya interval klasifikasi. Slakter (T—6) mengetengahkan hasil-hasil sebuah studi Monte Carlo tentang kecermatan suatu pendekatan terhadap kuasa uji keselarasan chi-kuadrat dengan frekuensi-frekuensi harapan yang kecil tetapi samabesar.

Chase (T—7) mencurahkan perhatian pada kasus di mana parameter-parameter diduga secara bebas dan sampel yang tersedia. Dahiya dan Gurland (T—8) mempertimbangkan banyaknya interval klasifikasi yang digunakan dalam pengujian untuk memeriksa kenormalan; dalam sebuah artikel lain (T—9), mereka berbincang-bincang tentang penggunaan uji chi-kuadrat dengan interval-interval yang acak. Brock dan Kshirsagar (T—10) membahas uji keselarasan chi-kuadrat untuk proses-proses pembaruan Markov *(Markov renewal processes).*

Hewett dan Tsutakawa (T—11) menciptakan sebuah uji dua-tahap untuk digunakan bila penarikan contoh dilakukan dalam dua tahap. Mereka menyediakan tabel-tabel nilai kritis untuk uji-uji dengan kebermaknaan 1% dan 5% dan derajat bebas dan 1 hingga 10.

Moore (T—12) membahas kasus acaknya batas-batas sel, sedangkan bersama Spruill (T—13) memperkenalkan sebuah teori sampel besar yang telah diunifikasi dan uji-uji keselarasan chi-kuadrat yang umum untuk hipotesis-hipotesis nol komposit dan hipotesis-hipotesis tandingan Pitman. Artikel-artikel lain yang berkaitan dengan uji keselarasan chi-kuadrat di antaranya adalah yang ditulis oleh O'Reilly dan Quesenberry (T—14) serta Slakter (T—15, T—16).

Latihan

8.1 Yousuf (E—5) menyusun dua daftar inventaris yang dirancang untuk mengukur orientasi risiko pada 200 mahasiswa pria. Yang pertama, *Choice Dilemmas Questionnaire* [Kogan dan Wallach (E—6) serta Wallach dan Kogan (E—7, E—8)], dimaksudkan untuk menilai kecenderungan pengambilan risiko dalam kondisi-kondisi tidak pasti yang secara sosial bukan merupakan tindakan pelanggaran. Yang kedua, *Behavior Prediction Scales* [Rettig dan Rawson (E—9)], dimaksudkan untuk mengukur kecenderungan pengambilan risiko yang tergolong tidak etik. Skor-skor untuk kedua daftar tadi disajikan dalam Tabel 8.7. Ujilah keselarasan masing-masing dan dua distribusi ini dengan distribusi normal. Tentukan nilai P.

Tabel 8.7

Distribusi frekuensi skor-skor untuk Choice Dilemma Questionnaire (CFD) dan Behavior Prediction Scale (BPS) yang dihasilkan oleh 200 mahasiswa pria

CDQ		BPS	
Skor	Frekuensi	Skor	Frekuensi
37—39	3	84—90	3
34—36	15	77—83	5
31—33	7	70—76	6
28—30	17	63—69	20
25—27	6	56—62	20
22—24	36	49—55	18
19—21	23	42—48	29
16—18	34	35—41	17
13—15	16	28—34	14
10—12	25	21—27	13
7—9	5	14—20	12
4—6	13	7—13	13
		0—6	30
	200		200

$\hat{\mu} = 19.91$ $\hat{\sigma} = 8.31$ $\hat{\mu} = 38.28$ $\hat{\sigma} = 23.24$

Sumber: S. M. Anwar Yousuf, "Two Measures of Risk-Taking in India," Psychologis, 16 (1973), 46—48 Harga rata-rata dan deviasi standar yang dilaporkan oleh penulis artikel.

8.2 Ibrahim dkk. (E—10) meneliti ciri-ciri darah yang menerangkan faktor-faktor genetik pada penduduk Oasis Siwa yang terletak di Gurun Barat Mesir. Daerah ¡ni berpenduduk sekitar 6000 jiwa. Sampel yang dipelajari terdiri atas siswa-siswa putra dan putri yang berusia antara 6 dan 18 tahun. Frekuensi-frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan dari empat golongan darah pada 191 subjek dapat dilihat dalam Tabel 8.8. Selenggarakan uji keselarasan chi-kuadrat terhadap data ini. Tentukan nilai P.

Tabel 8.8

Frekuensi.frekuensi teramati dan frekuensi-frekuensi harapan dari empat golongan darah untuk 191 penduduk Oasis Siwa

Golongan darah	Yang teramati	Yang diharapkan
O	72	72.52

A	63	62.40
B	43	42.40
AB	13	13.68
Jumlah	191	191.00

Sumber: W. N. Ibrahim, K. Kamel, O. Salim, A. Azim, MF. Gaballah, F. Sabry, A. EI-Naggar, and K. Hoerman, "Hereditary Blood Factors and Anthropometry of the Inhabitants of the Egyptian Siwa Oasis," Hum. Biol., 46 (1974), 57—68

8.3 Dari sebuah studi epidemilogik tentang bibir sumbing (*cleft lip*) dan kondisi-kondisi yang mempengaruhinya di Hongaria, Czeizel dan Tusnadi (E- 11) melaporkan data yang tampak dalam Tabel 8.9. Dapatkah kita menyimpulkan dan data ini bahwa dan waktu ke waktu kasus bibir sumbing tidak mencerminkan keseragaman? Tentukan nilai P.

Tabel 8.9 Frekuensi bibir sumbing dalam kelahiran antara 1962 hingga 1967 di Budapest

Tahun	Banyaknya kasus
1962	7
1963	12
1964	6
1965	10
1966	12
1967	6
Jumlah	53

Sumber: A. Czeizel and G. Tusnadi, "An Epidemiologic Study of Cleft Lip with or without Cleft Palate and Posterior Cleft Palate In Hungary," Hum. Hered., 21(1971), 17—38; digunakan dengan izin dan S. Karger AG, Basel

8.4 Sebagai bagian dan sebuah studi tentang penyakit Alzheimer, Dusheiko (E—12) melaporkan data yang tampak dalam Tabel 8.10. Apakah data tersebut selaras dengan hipotesis yang menyatakan bahwa berat otak penderita penyakit Alzheimer memiliki distribusi normal? Berapakah nilai P?

TABEL 8.10

Berat otak pada penderita penyakit Alzheimer

Berat, gram	800—900	900—1000	1000—1100	1100—1200	1200—1300	Diatas 1300

Banyaknya kasus	9	23	59	42	20	7*

Sumber: S. D. Dusheiko, "Some Questions Concerning the Pathological Anatomy of Alzheimer'S Disease," Soy. Neurol. Psychiat., 7 (Summer 1974), 56—64. Diterbitkan oleh International Arts and Sciences Press, White Plains, New York; dicetak ulang dengan izin
*Hilangkan dan analis

8.5 Tabel 8.11 menunjukkan banyaknya pria dalam tujuh anak pertama yang lahir dalam 1334 keluarga Swedia yang aktivis gereja. Data ini diaporkan oleh Edwards dan Fraccaro (E—13). Ujilah hipotesis nol yang menyatakan bahwa banyaknya pria terdistribusi secara binomial dengan P = 0.51. Cari nilai P.

Tabel 8.11

Banyaknya pria dan tujuh anak pertama yang lahir dalam sampel yang terdiri atas 1334 keluarga tokoh agama di Swedia

Banyaknya pria	0	1	2	3	4	5	6	7
Banyaknya keluarga yang banyaknya pria seperti di atas	6	57	206	362	365	256	69	13

Sumber: A. W. Edwards and M. Fraccaro, "Distribution and Sequences of Sexes in a Selected Sample of Swedish Families," Ann. Hum. Genet., 24 (1960), 245—252; digunakan dengan izin dan Cambridge University Press

8.6 Sebuah uraian tentang distribusi Poisson yang dipandang sebagai suatu proses acak dibahas dalam suatu diskusi tentang sebuah makalah yang ditulis oleh Kendall (E—14). Data yang dilaporkan, yang tampak dalam Tabel 8.12, adalah banyaknya taksi yang tiba di Euston Station, London, dalam selang-selang waktu satu menit antara pukul 9:45 dan 10:00. Ujilah hipotesis nol yang menyatakan bahwa banyaknya taksi yang tiba mengikuti distribusi Poisson. Tentukan nilai P.

TABEL 8.12

Data tentang banyaknya taksi yang tiba di Stasion Euston, London antara 9:45 dan 10:00

Banyaknya taksi yang dalam interval 1 menit	0	1	2	3	4	5	6	7
Banyaknya interval dengan data seperti di atas	18	18	14	7	3	0	0	0

Sumber: Dr. J. I-l. Howlett in David G. Kendall, "Some Problems in the Theory of Queues," J. Roy. Statist. Soc., Ser. B, 13 (1951), 151—185

TABEL 8.13

Distribusi hama jagung di Eropa dalam 120 kelompok yang masing-masing terdiri atas 8 kelompok lebih kecil

Banyaknya hama	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frekuensi Teramati	24	16	16	18	15	9	6	5	3	4	3	0	1

Sumber: J. Neyman, "On a New Class of Contagious Distributions, Applicable in Entomology and Bacteriology," Ann. Math. Statist., 10 (1939), 35—57; data disediakan oleh Dr. Beall

8.7 Data yang disajikan dalam Tabel 8.13 dilaporkan oleh Neyman (E—15). Ujilah keselarasan data ini dengan suatu distribusi Poisson. Tentukan nilai P.

8.2

UJI SAMPEL-TUNGGAL KOLMOGOROV-SMIRNOV

Uji keselarasan chi-kuadrat yang dibahas dalam Bagian 8.1 pada dasarnya dirancang untuk penggunaan dengan data nominal. Dalam bagian ini, kami memperkenalkan sebuah prosedur yang dirancang untuk menguji keselarasan data yang kontinu. Sebab itu uji ini dapat digunakan dengan data yang paling tidak diukur pada skala ordinal.

Prosedur keselarasan (goodness-of-fit) diperkenalkan dalam tahun 1933 oleh ahli matematika Rusia A.N. KoImogorov (T—17). Dalam tahun 1939 seorang ahli matematika Rusia yang lain, N.V. Smirnov (T—18), memperkenalkan sebuah prosedur untuk digunakan dengan data dan dua sampel. Prosedur ini memungkinkan pengujian hipotesis nol yang menyatakan bahwa dua buah sampel telah ditarik dan populasi yang sama atau identik, dan di samping itu memiliki sifat-sifat dasar yang sama dengan uji Kolmogorov. Akibat adanya kesamaan antara uji Kolmogorov dan uji Smirnov, uji yang terdahulu menjadi lebih dikenal sebagai uji sampel-tunggal Kolmogorov-Smirnov dan yang belakangan sebagai uji dua-sampel Koimogorov-Smirnov. Ui Kolmogorov-Smirnov untuk sampel tunggal akan kita bahas dalam bagian ini, sedangkan uji Kolmogorov-Smirnov untuk dua sampel dalam Bagian 8.3.

Manakala kita menerapkan uji keselarasan sampel-tunggal Kolmogorov-Smirnov kita memusatkan perhatian kita pada dua buah fungsi distribusi kumulatif, yaitu: distribusi kumulatif yang dihipotesiskan dan distribusi kumulatif yang teramati Anda mungkin ingat bahwa kita menggunakan huruf besar seperti F (x) untuk menyatakan suatu fungsi distribusi kumulatif. Untuk suatu nilai x, F (x) adalah peluang bahwa nilai variabel acak X kurang dan atau sama dengan x. Dengan kata lain, $F(x) = P(X \leq x)$.

Andaikan kita menarik sebuah sampel acak dan suatu fungsi distribusi F(x) yang belum kita ketahui. Dalam hal ini kita terdorong untuk memastikan apakah kita dapat berkesimpulan bahwa $F(x) = F_0(x)$ untuk semua x. Jika $F(x) = F_0(x)$, kita mengharapkan adanya kecocokan yang erat (kecuali dalam hal variabilitas sampling) antara $F_0(x)$ dan S (x), fungsi distribusi sampel (teramati) atau fungsi distribusi empirik. Sasaran uji keselarasan sampel-tunggal KoImogorov-Smirnov adalah menegaskan apakah kurangnya kecocokan antara $F_0(x)$ dan S (x) memadai untuk menyatakan keraguan terhadap hipotesis nol yang mengatakan bahwa F (x) $= F_0(x)$.

Uji sampel-tunggal Kolmogorov-Smirnov dapat kita ringkaskan dalam langkah-langkah sebagai berikut.

Asumsi

Data terdiri atas hasil-hasil pengamatan bebas $X_1, X_2, \ldots, X_n$, yang merupakan sebuah sampel acak berukuran n dan suatu fungsi distribusi yang belum diketahui dan dinyatakan dengan F (x).

Hipotesis

Jika kita mengandaikan $F_0(x)$ sebagai fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif), maka kita dapat menyatakan hipotesis-hipotesis nol dan hipotesis-hipotesis tandingannya masing-masing sebagai berikut.

A. (Dua-sisi)

   $H_0 : F(x) = F_0(x)$ untuk semua nilai x

   $H_1 : F(x) \neq F_0(x)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai x

B. (Satu-sisi)

   $H_0 : F(x) \geq F_0(x)$ untuk semua nilai x

   $H_1 : F(x) < F_0(x)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai x

C. (Satu-sisi)

   $H_0 : F(x) \leq F_0(x)$ untuk semua nilai x

   $H_1 : F(x) > F_0(x)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai x

Statistik Uji

Andaikan S (x) menyatakan fungsi distribusi sampel (atau empirik). Dengan kata lain, S (x) adalah fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel. Tegasnya

S (x) = proporsi nilai-nilai pengamatan dalam sampel yang kurang dari atau sama dengan x

= (banyaknya nilai-pengamatan dalam sampel yang kurang dari atau sama dengan x)/n

(8.5)

Statistik uji untuk ini bergantung dan hipotesis yang diminati.

A. Untuk uji dua-sisi statistik uji kita adalah

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$

(8.6)

yang kita baca “D sama dengan supremum, untuk semua x, dari nilai mutlak beda S (x) — F_0(x).” Apabila kedua fungsi tersebut disajikan secara grafik, D adalah jarak vertikal terjauh antara S (x) dan F_0(x).

B. Untuk uji satu-sisi dengan hipotesis tandingan yang menetapkan bahwa F (x) < F_0(x), statistik uji kita adalah

$$D^+ = \sup_x [F_0(x) - S(x)]$$

(8.7)

Dalam bentuk grafik statistik ini merupakan jarak vertikal terjauh antara F_0(x) dan S (x), di mana fungsi yang dihipotesiskan F_0(x) terletak di atas fungsi sampel S (x).

C. Untuk uji satu-sisi dengan hipotesis tandingan yang menetapkan bahwa F (x) > Fo(x), statistik uji kita adalah

$$D^- = \sup_x [S(x) - F_0(x)]$$

(8.8)

Bila disajikan dalam bentuk grafik, statistik ini merupakan jarak vertical terjauh antara S (x) dan F_0 (x) manakala S (x) terletak di atas F_0 (x).

Kaidah Pengambilan Keputusan

Tolaklah H_0 pada taraf nyata α jika statistik uji yang diminati, D, D^+, atau D^-, lebih besar dari kuantil 1 — a yang terdapat dalam Tabel A.17.

Jika data sampel telah ditarik dan distribusi yang dihipotesiskan, maka ketidaksesuaian antara S (x) dan F_0 (x) untuk nilai-nilai x yang teramati tidak boleh terlalu besar. Dengan perkataan lain, kecocokan antara S (x) dan Fo(x) untuk semua nilai x yang diamati harus cukup dekat bila H_0 benar. Di pihak lain, jika H0 salah—yaitu, jika sampel bukan berasal dan distribusi yang dihipotesiskan, kita berharap dapat menyaksikan ketidaksesuaian yang lebih besar antara S (x). dan F_0 (x). Jika D, maksimum dan beda-beda ini, terlalu besar, maka H_0 kita tolak. Guna menentukan apakah dalam situasi tertentu D cukup besar untuk membuat kita menolak H_0, perbandingkanlah nilai D hasil perhitungan dengan nilai-nilai yang diberikan dalam Tabel A.17.

Pendugaan Parameter

Apabila kita harus menduga parameter-parameter distribusi yang dihipotesiskan dan data sampel, uji sampel-tunggal Kolrnogorov-Smirnov tidak lagi diterapkan secara kaku. Massey (T-19) mengemukakan bahwa bila parameter-parameter diduga dari sampel data, maka uji ini konservatif dalam arti bahwa peluang munculnya suatu kesalahan tipe I akan lebih kecil ketimbang yang terdapat di kebanyakan tabel statistik uji yang tersedia. Lillietors (T—20, T -21) menguji kebenaran asumsi ini bila distribusi-distribusi yang dihipotesiskan normal dan eksponensial.

Contoh 8.5

Grunornann dkk. (E—16) melaporkan berat ginjal 36 ekor anjing geladak sebelum digunakan dalam sebuah eksperimen. Dalam tersebut disajikan dalam Tabel 8.14. Di sini kita bermaksud menguji hipotesis nol yang menyatakan bahwa data ini berasal dari populasi yang berdistribusi normal dengan nilai rata-rata 85 gram dan deviasi standar 15 gram.

TABEL 8.14

Berat Ginjal, dalam gram. pada 36 ekor anjing geladak

58	78	84	90	97	70	90	86	82
59	90	70	74	83	90	76	88	84
68	93	70	94	70	110	67	68	75
80	68	82	104	92	112	84	98	80

Sumber: R Grursmann M. Raab, E. Meusel), R. Klrchhoff. and H. Pichlamaier "Analyas of the Optimal Perfusion Pressure and Flow Rate of the Renal Vascular Resistance and Oxygen Consumption in Hypomermic Perfused Kidney," Surgery, 77 (1975). 45) 461

Hipotesis

H_0 : $F(x) = F_0(x)$, dengan F(x) adalah fungsi distribusi populasi yang diwakili oleh sampel dan $F_0(x)$ adalah fungsi distribusi suatu populasi berdistribusi normal dengar $\mu = 85$ dan $\sigma = 15$.

H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$

Statistik Uji

Karena uji tersebut merupakan uji dua arah, kita dapat memperoleh statistik uji dari Persamaan 8.6.

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$

Pertama-tama kita akan mendapatkan nilai-nilai $S(x)$ dari Persamaan 8.15. Prosedur tersebut dirangkum dalam Tabel 8.15. Untuk mendapatkan nilai $F_0(x)$, kita mengkonversi masing-masing nilai amatan χ menjadi nilai normal baku z. Kemudian gunakan Tabel A.2 untuk menemukan wilayah antara 0 dan z. Dari area tersebut, kita menghitung nilai $F_0(x)$. Prosedur yang dirangkum dalam Tabel 8.16

sama dengan yang digunakan pada uji goodness of fit menjadi distribusi normal dengan rata-rata uji chi square.

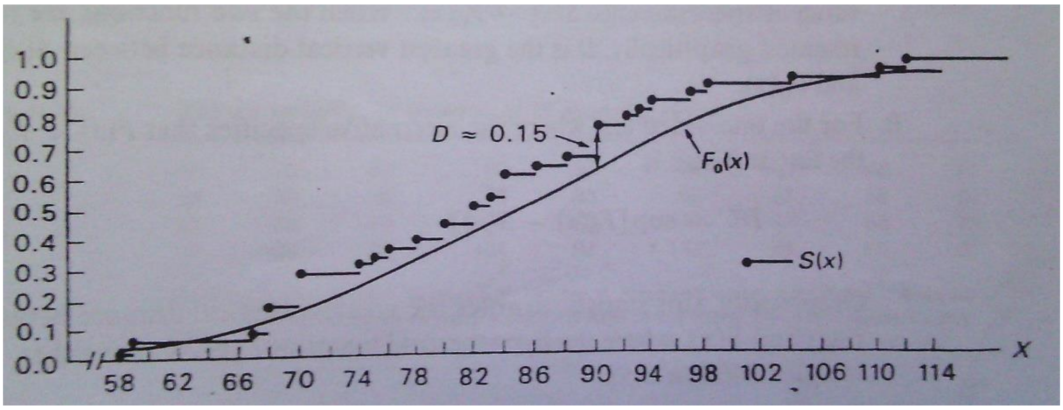
TABEL 8.15

Penghitungan $S(x)$ untuk Contoh 8.5

X	58	59	67	68	70	74
Frekuensi	1	1	1	3	4	1
Frekuensi Kumulatif	1	2	3	6	10	11
S(x)	0,0278	0,0556	0,0633	0,1667	0,2778	0,3056
X	75	76	78	80	82	83
Frekuensi	1	1	1	2	2	1
Frekuensi Kumulatif	12	13	14	16	18	19
S(x)	0,3333	0,3611	0,3889	0,4444	0,5000	0,5278
X	84	86	88	90	92	93
Frekuensi	3	1	1	4	1	1
Frekuensi Kumulatif	22	23	24	28	29	30
S(x)	0,6111	0,6389	0,6667	0,7778	0,8056	0,8333
X	94	97	98	104	110	112
Frekuensi	1	1	1	1	1	1
Frekuensi Kumulatif	31	32	33	34	35	36
S(x)	0,8611	0,8889	0,9167	0,9444	0,9722	1,0000

GAMBAR 8.1

$S(x)$ dan $F_0(x)$ untuk Contoh 8.5



Sebelum menghitung statistik uji secara aritmetik, gambarlah grafik dari kedua fungsi $S(x)$ dan $F_0(x)$, kemudian tentukan nilai D dengan mengukur secara nyata jarak vertikal terbesar antara kedua kurva. Grafik ditunjukkan pada Gambar 8.1.

Dari Gambar 8.1 kita dapat menemukan nilai D menghampiri 0,15.

Keputusan

Memasuki Tabel A.18 dengan $n = 36$ dan mengingat bahwa uji tersebut merupakan uji dua arah, kita menemukan bahwa peluang untuk memperoleh nilai D sama dengan atau lebih dari 0,15 ialah lebih besar dari 0,20. Karena data tersebut tidak menyediakan bukti yang cukup untuk menjamin kesimpulan bahwa bobot ginjal anjing kampung berdistribusi normal.

TABEL 8.16

Penghitungan untuk $F_0(x)$ Contoh 8.5

x	z = (x-85)/15	P(0 ≤ Z ≤ z)	$F_0(x)$				
58	-1,80	0,4641	0,0359	=	0,5	-	0,4641
59	-1,73	0,4582	0,0418	=	0,5	-	0,4582
67	-1,20	0,3849	0,1151	=	0,5	-	0,3849
68	-1,13	0,3708	0,1292	=	0,5	-	0,3708
70	-1,00	0,3413	0,1587	=	0,5	-	0,3413
74	-0,73	0,2673	0,2327	=	0,5	-	0,2673
75	-0,67	0,2486	0,2514	=	0,5	-	0,2486
76	-0,60	0,2257	0,2743	=	0,5	-	0,2257
78	-0,47	0,1808	0,3192	=	0,5	-	0,1808
80	-0,33	0,1293	0,3707	=	0,5	-	0,1293
82	-0,20	0,0793	0,4207	=	0,5	-	0,0793
83	-0,13	0,0517	0,4483	=	0,5	-	0,0517
84	-0,07	0,0279	0,4721	=	0,5	-	0,0279
86	0,07	0,0279	0,5279	=	0,5	+	0,0279
88	0,20	0,0793	0,5793	=	0,5	+	0,0793
90	0,33	0,1293	0,6293	=	0,5	+	0,1293
92	0,47	0,1808	0,6808	=	0,5	+	0,1808
93	0,53	0,2019	0,7019	=	0,5	+	0,2019
94	0,60	0,2257	0,7257	=	0,5	+	0,2257
97	0,80	0,2881	0,7881	=	0,5	+	0,2881
98	0,87	0,3078	0,8078	=	0,5	+	0,3078
104	1,27	0,3980	0,8980	=	0,5	+	0,3980
110	1,67	0,4525	0,9525	=	0,5	+	0,4525
112	1,80	0,4641	0,9641	=	0,5	+	0,4641

Dengan kata lain, kita menyimpulkan bahwa sampel berasal dari populasi yang terdistribusi secara normal dengan rata-rata $\mu = 85$ dan standar deviasi $\sigma = 15$.

Sekarang kita akan menentukan D secara aritmetik. Semua nilai $|S(x) - F_0(x)|$ yang dapat dihitung dari data sampel ditunjukkan pada Tabel 8.17. Tabel tersebut menunjukkan bahwa nilai maksimum terjadi pada saat $x = 90$ yaitu sama dengan 0,1485. Hasil yang diperoleh sama tetapi nilai yang lebih akurat terindikasi dari grafik.

TABEL 8.17

Penghitungan |S(x)-F0(x)| untuk Contoh 8.5

x	S(x)	F_0(x)	|S(x)-F_0(x)|
58	0,0278	0,0359	0,0081
59	0,0556	0,0418	0,0138
67	0,0833	0,1151	0,0318
68	0,1667	0,1292	0,0375
70	0,2778	0,1587	0,1191
74	0,3056	0,2327	0,0729
75	0,3333	0,2514	0,0819
76	0,3611	0,2743	0,0868
78	0,3889	0,3192	0,0697
80	0,4444	0,3707	0,0737
82	0,5000	0,4207	0,0793
83	0,5278	0,4483	0,0795
84	0,6111	0,4721	0,1390
86	0,6389	0,5279	0,1110
88	0,6667	0,5793	0,0874
90	0,7778	0,6293	D = 0,1485
92	0,8056	0,6808	0,1248
93	0,8333	0,7019	0,1314
94	0,8611	0,7257	0,1354
97	0,8889	0,7881	0,1008
98	0,9167	0,8078	0,1089
104	0,9444	0,8980	0,0464
110	0,9722	0,9525	0,0197
112	1,0000	0,9641	0,0359

Pokok Perhatian

Ketika kita mencari nilai D secara aritmetik, hal tersebut tidak selalu cukup untuk menghitung dan memilih nilai yang mungkin dari $|S(x)-F_0(x)|$. Jarak vertikal terbesar antara $S(x)$ dan $F_0(x)$ mungkin saja tidak diperoleh dari nilai x yang diamati, tetapi dari beberapa nilai X yang lain. Sebagai ilustrasi mengenai apa yang dimaksud, perhatikan grafik mengenai data fiktif yang ditunjukkan pada Gambar

8.2. Jika kita hanya mempertimbangkan nilai-nilai pada titik akhir sebelah kiri dari garis horizontal sebagai kemungkinan nilai D, kita akan keliru jika menyimpulkan bahwa $D = |0{,}2 - 0{,}4| = 0{,}2$. Dengan kata lain, jika kita menentukan nilai $|S(x) - F_0(x)|$ dari nilai X yang diamati saja, mungkin kita tidak akan mengidentifikasi nilai D dengan tepat. Identifikasi yang cermat pada Gambar 8.2. mengungkapkan bahwa jarak vertikal terbesar antara $S(x)$ dan $F_0(x)$ terjadi pada titik akhir sebelah kanan baris horisontal yang berasal pada titik yang sesuai dengan $x = 0{,}4$. Jadi nilai D yang sebenarnya adalah $|0{,}5 - 0{,}2| = 0{,}3$.

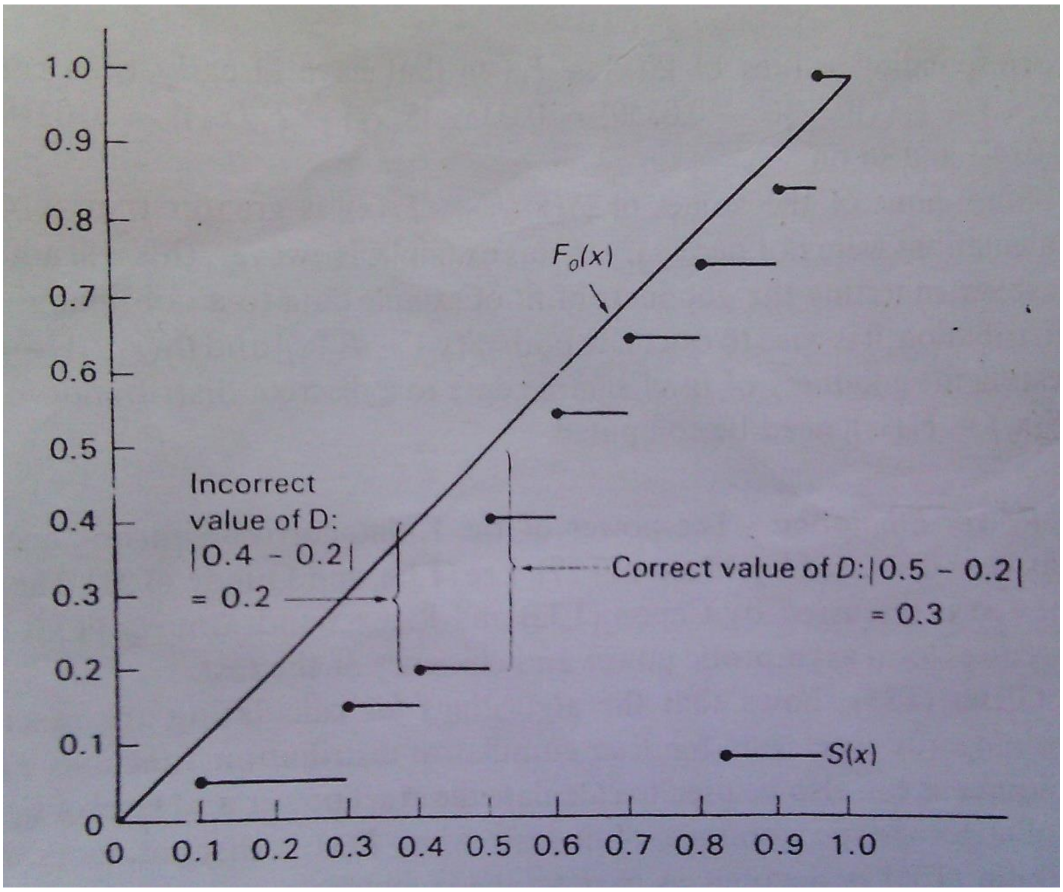
Kita bisa mendapatkan nilai-nilai D yang tepat dengan menghitung perbedaan-perbedaan tambahan $|S(x_{i-1}) - F_0(x_i)|$ untuk semua nilai $i = 1, 2, \ldots, r+1$, di mana $r =$ jumlah nilai yang berbeda dari χ dan $S(x_0) = 0$. Selanjutnya nilai yang tepat dari uji statistik ini adalah

$$D = \underset{1 \le i \le r}{\text{maximum}} \left\{ \text{maximum} [|S(x_i) - F_0(x_i)|, |S(x_{i-1}) - F_0(x_i)|] \right\}$$

Untuk menggambarkan prosedur ini, mari kita hitung perbedaan tambahan $|S(x_{i-1}) - F_0(x)|$ untuk Contoh 8.5 dan menampilkannya dalam Tabel 8.18 bersama dengan

GAMBAR 8.2

Grafik data fiktif yang menunjukkan perhitungan nilai D yang tepat



TABEL 8.18

Penghitungan $|S(x_{i-1})-F_0(x_i)|$ untuk Contoh 8.5

x	S(x)	$F_0(x)$	$\|S(x)-F_0(x)\|$	$\|S(x_{i-1})-F_0(x_i)\|$
58	0,0278	0,0359	0,0081	0,0359
59	0,0556	0,0418	0,0138	0,0140
67	0,0833	0,1151	0,0318	0,0595
68	0,1667	0,1292	0,0375	0,0459
70	0,2778	0,1587	0,1191	0,0080
74	0,3056	0,2327	0,0729	0,0451
75	0,3333	0,2514	0,0819	0,0542
76	0,3611	0,2743	0,0868	0,0590
78	0,3889	0,3192	0,0697	0,0419
80	0,4444	0,3707	0,0737	0,0182
82	0,5000	0,4207	0,0793	0,0237
83	0,5278	0,4483	0,0795	0,0517
84	0,6111	0,4721	0,1390	0,0557
86	0,6389	0,5279	0,1110	0,0832
88	0,6667	0,5793	0,0874	0,0596
90	0,7778	0,6293	D = 0,1485	0,0374
92	0,8056	0,6808	0,1248	0,0970
93	0,8333	0,7019	0,1314	0,1037

94	0,8611	0,7257	0,1354	0,1076
97	0,8889	0,7881	0,1008	0,0730
98	0,9167	0,8078	0,1089	0,0811
104	0,9444	0,8980	0,0464	0,0187
110	0,9722	0,9525	0,0197	0,0081
112	1,0000	0,9641	0,0359	0,0081

nilai-nilai yang sesuai dari $|S(x)-F_0(x)|$ yang dihitung. Dengan demikian, $|S(x_0)-F_0(x)|=|0-0{,}0359|=0{,}0359, |S(x_1)-F_0(x_2)|=|0{,}0278-0{,}0418|=0{,}0140$ dan seterusnya.

Karena tidak ada nilai-nilai $|S(x_{i-1})-F_0(x)|$ yang lebih besar dari $0{,}4185$, perhitungan akhir ini tidak diperlukan. Namun, hal ini tidak akan selalu terjadi ketika menguji goodness of fit sebuah data sampel untuk suatu hipotesis distribusi kontinu, ialah bijaksana untuk menghitung baik $|S(x_i)-F_0(x)|$ dan $|S(x_{i-1})-F_0(x_i)|$. Saat menguji goodness of fit suatu data sampel yang berdistribusi diskrit, hanya nilai-nilai $|S(x_i)-F_0(x_i)|$ yang perlu dihitung.

Efisiensi Power

Kekuatan uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel telah dibahas oleh Massey (T27), Lee (T30), dan Quade (T31). Uji efisiensi dibahas oleh Capon (T32) dan Ramachandramurty (T33). Andel (T34) membahas daya asimtotik lokal dan efisiensi pengujian.

Gleser (T35) menunjukkan bahwa algoritma untuk menghitung kekuatan yang tepat dari uji jenis Kolmogorov untuk fungsi distribusi kumulatif yang benar secara terus menerus juga dapat digunakan untuk menghitung daya yang tepat dan tingkat signifikansi uji jenis Kolmogorov goodness-of-fit ketika diskontinu. Sebuah paper yang dibuat oleh Nikitin (T36) yang dikhususkan dalam bagian perhitungan asymptotic relative efficiency (ARE) dari uji Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit Hodges-Lehmann.

Uji Kolmogorov-Smirnov Satu-Sampel dan Distribusi Diskrit

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, uji Kolmogorov-Smirnov dirancang untuk digunakan pada distribusi kontinu. Dalam pengujian berbagai jenis bahasan dalam bagian ini, kita dapat menentukan probabilitas yang tepat untuk memperoleh nilai statistik uji seekstrim yang diamati ketika H_0 benar jika distribusi hipotesis kontinu. Bila digunakan pada distribusi diskrit, uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel menjadi konservatif. Perhatikan, misalnya, Noether (T37, T38), dan Slakter (T39).

Conover (T40) mengutip karya-karya Schmid (T41), Carnal (T42), dan Taha (T43) dalam memperoleh distribusi asimtotik dari statistik uji untuk beberapa kasus diskontinu, tapi ia menyatakan bahwa hasil tersebut memiliki beberapa sifat yang tidak diinginkan. Conover (T40) memperoleh metode untuk mendapatkan tingkat kritis yang tepat (perkiraan dalam kasus dua arah) dari statistik uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel ketika fungsi distribusi hipotesis tidak kontinu. Prosedur ini sesuai bila ukuran sampel kurang dari atau sama dengan 30.

Ilmuwan lain yang telah meneliti penggunaan statistik Kolmogorov-Smirnov pada data diskrit antara lain Azzalini dan Diana (T44), Zelterman (T45), dan Guilbaud (T46).

Uji Normalitas Liliefors (μ dan/atau σ^2 tidak diketahui)

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, ketika kita menggunakan prosedur uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel untuk menguji hipotesis nol yang sampelnya diambil dari populasi dengan parameter tidak diketahui, uji tersebut menjadi konservatif. Namun, untuk beberapa situasi penting, tabel nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel telah dibuat untuk memungkinkan berbagai pilihan uji yang lebih baik ketika ada kebutuhan untuk memperkirakan paramater populasi dari distribusi hipotesis. Liliefors (T28, T29), misalnya, adalah penulis prosedur yang memungkinkan kita untuk menghitung estimasi parameter populasi yang tidak diketahui saat melakukan uji hipotesis di mana populasi ditetapkan dalam hipotesis nol baik distribusi normal atau distribusi eksponensial. Uji Normalitas Liliefors terdiri dari langkah-langkah sebagai berikut:

Asumsi

Data terdiri dari pengamatan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ yang independen, sampel acak berukuran *n* dari fungsi distribusi yang tidak diketahui, $F(x)$ dengan rata-rata μ dan/atau varians σ^2 yang tidak diketahui. Kita menggunakan Persamaan 8.2 dan 8.3, sesuai kebutuhan untuk menghitung masing-masing perkiraan μ dan σ^2.

Hipotesis

H_0: Populasi sampel berdistribusi normal

H_1: Populasi sampel tidak berdistribusi normal

Statistik Uji

Kita menggunakan notasi yang telah diadopsi sehubungan dengan uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel yang telah dijelaskan sebelumnya. Statistik uji dalam kasus ini adalah

$$D = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

Dengan kata lain, statistik uji tersebut identik dengan statistik uji Kolmogorov-Smirnov uji satu sampel untuk dua arah.

Aturan Pengambilan Keputusan

Tolak H_0 jika nilai D yang dihitung lebih besar dari nilai kritis untuk n dan α yang dipilih ditunjukkan pada Tabel A.19 (a), A.19 (b), atau A.19 (c), tergantung pada parameter yang tidak diketahui apakah hanya μ, σ^2 saja, atau keduanya μ dan σ^2.

Penerapan uji Normalitas Liliefors diilustrasikan pada contoh berikut.

Contoh 6.8

Tabel berikut ini menunjukkan waktu dalam hitungan detik yang diperoleh dari data sampel sebanyak 16 karyawan perakitan untuk melakukan operasi tertentu:

5,8	7,3	8,9	7,1	8,8	6,4	7,2	5,2
10,1	8,6	9,0	9,3	6,4	7,0	9,9	6,8

Dapatkah kita menyimpulkan bahwa waktu yang diperlukan oleh populasi karyawan perakitan untuk melakukan operasi tidak berdistribusi normal? Misalkan $\alpha = 0{,}05$.

Untuk menguji hipotesis nol bahwa populasi sampel berdistribusi normal, tanpa menentukan μ dan σ^2, pertama-tama kita menghitung mean dan standar deviasi dari data sampel. Dengan Persamaan 8.2, kita memiliki $\mu = 7{,}7375$, dan dengan Persamaan 8.3 kita dapat mendapatkan $\sigma^2 = 1{,}4966$. Dari estimasi parameter dan data sampel, kita buat Tabel 8.19.

TABEL 8.19

Perhitungan untuk Contoh 8.6

x_i	$z=(x_i-7{,}7375)/1{,}4966$	$F_0(x_i)$	$S(x_i)$	$S(x_i)-F_0(x_i)$	$S(x_{i-1})-F_0(x_i)$
5,2	-1,70	0,0446	0,0625	0,0179	-0,0446
5,8	-1,29	0,0985	0,1250	0,0265	-0,0360
6,4	-0,89	0,1867	0,2500	0,0633	-0,0617
6,4	-0,89	0,1867	0,2500	0,0633	0,0633
6,8	-0,63	0,2643	0,3125	0,0428	-0,0143
7,0	-0,49	0,3121	0,3750	0,0629	0,0004
7,1	-0,43	0,3336	0,4375	0,1039	0,0414
7,2	-0,36	0,3594	0,5000	0,1406	0,0781
7,3	-0,29	0,3859	0,5625	0,1766	0,1141
8,6	0,58	0,7190	0,6250	-0,0940	-0,1585

8,8	0,71	0,7611	0,6875	-0,0736	-0,1361
8,9	0,78	0,7823	0,7500	-0,0323	-0,0948
9,0	0,84	0,7995	0,8125	0,0130	-0,0495
9,3	1,04	0,8508	0,8750	0,0242	-0,0383
9,9	1,44	0,9251	0,9375	0,0124	-0,0501
10,1	1,58	0,9429	1,0000	0,0571	-0,0054

Tabel 8.19 menunjukkan bahwa nilai statistik uji yang dihitung adalah $D = 0{,}1766$, perbedaan nilai absolut terbesar dalam tabel. Kita menemukan dalam Tabel A.19 (c) bahwa nilai kritis D untuk $n = 16$ dan $\alpha = 0{,}05$ adalah $0{,}212$. Karena $0{,}1766$ tidak lebih besar dari $0{,}212$, kita tidak dapat menolak hipotesis nol. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa sampel yang diamati diambil dari populasi yang berdistribusi normal.

BACAAN LANJUTAN

Selama bertahun-tahun, goodness-of-fit telah terbukti menjadi ladang yang subur bagi penelitian. Schuster (T47) menganggap uji $H_0 : F(x) = F_0(x)$ ketika $F_0(x)$ secara lengkap ditentukan, kontinu, dan simetris terhadap beberapa titik θ menentang alternatif yang juga kontinu dan simetris terhadap θ.

Schafer et al. (T48) membahas dan memberikan koreksi untuk uji jenis Kolmogorov-Smirnov yang diusulkan oleh Srinivasan (T49) untuk menguji goodness of fit dalam kasus distribusi eksponensial dan distribusi normal dengan parameter yang tidak ditentukan. Fienkelstein dan Schafer (T50) dan Lohrding (T51) menghasilkan beberapa uji goodness of fit yang lebih kuat dari uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel. Mereka telah menunjukkan kekuatan yang lebih besar dari uji ini dengan berbagai simulasi.

Riedwyl (T52) mendefinisikan sebuah kelas distribusi berukuran bebas dari goodness of fit untuk distribusi yang tepat untuk sampel kecil dapat dihitung pada komputer. Dua ukuran memiliki distribusi asimtotik sama dari statistik Kolmogorov-Smirnov.

Setelah Riedwyl (T52), Maag et al. (T53) menggeneralisasi beberapa statistik satu sampel sehingga mereka dapat digunakan untuk menguji data yang dikelompokkan untuk goodness of fit. Artikel lain yang tertarik pada uji goodness-of-fit satu sampel dibuat oleh D'Agostino (T54), Heathcote (T55), Maag sebuah Dicaire (T56), Suzuki (T57), Harter et al. (T58), Mantel (T59), Guilbaud (T60), dan Inglot dan Ledwina (T61).

Iman (T62) menyajikan grafik dimana fungsi distribusi empiris dapat diplot untuk menguji asumsi uji normalitas Liliefors. Grafik tersebut bisa digunakan pada uji dengan tingkat signifikansi $10\%, 5\%,$ dan 1%. Paper ini juga berisi grafik untuk digunakan pada uji Liliefors ketika distribusi hipotesis adalah eksponensial.

LATIHAN

8.8 Tabel 8.20 menunjukkan usia *menarche* dari 324 perempuan seperti yang dilansir oleh Treloar (E17). Gunakan prosedur uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel untuk menguji hipotesis nol bahwa data tersebut berasal dari populasi yang terdistribusi normal. Berapakah nilai P-value?

TABEL 8.20

Usia *menarche* 324 wanita

Usia (tahun)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Jumlah wanita	4	30	79	104	60	32	11	2	1	1

8.9 Moreno et al. (E18) melaporkan data yang ditunjukkan pada Tabel 8.21 pada portal bertekanan bebas pada pasien dengan sirosis hati. Gunakan prosedur uji Kolmogorov-Smirnov untuk menentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa data tersebut tidak berasal dari distribusi normal.

8.10 Mengacu pada Latihan 8.5, gunakan uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel untuk menguji hipotesis nol bahwa jumlah laki-laki berdistribusi binomial dengan $p = 0{,}51$. Tentukanlah nilai P-value.

8.11 Mengacu pada Latihan 8.6, gunakan uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel untuk menguji hipotesis nol bahwa data berasal dari distribusi Poisson. Berapakah nilai P-value?

TABEL 8.21

Portal bertekanan bebas, milliliter air, pada pasien sirosis hati

390	410	400	420	385	380	420	440	470	400	420	360	410
435	430	410	365	360	200	285	380	450	460	365	390	480
430	320	350	325	355	450	350	410	430	420	270	285	380
430	400	460	430	400	340	430	430	320	360	380	465	370
300	440	300	430	490	370	410	500	435	365	420	460	310
350	460	450	380	300	440	400	300	370	460	405	375	320
300	410	460	370	420	400	450	310	360	390	380	335	400
330	410	350	420	430	330	480	350	300	410	480	395	
410	390	320	405	430	350	450	400	450	420	310	375	
390	490	405	340	410	410	435	340	440	345	445	330	
365	485	4850	300	485	380	390	245	300	380	365	270	
340	375	320	413	390	410	365	435	340	360	400	420	

8.12 Berikut ini adalah jumlah mil yang dilewati saat perjalanan berlibur seperti yang dilaporkan dari data sampel acak 15 keluarga yang terdaftar pada negara bagian tengah.

1112	1435	1789	1489	1805	1738	1932	750	2513	3201
1205	935	2085	988	2450					

Gunakan uji Liliefors untuk melihat apakah Anda dapat menyimpulkan bahwa populasi sampel berdistribusi normal. Misalkan $\alpha = 0{,}05$.

8.3

UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV DUA SAMPEL

Dalam beberapa uji yang telah dibahas sebelumnya, kita terfokus dengan pengujian hipotesis nol dari dua sampel independen yang berasal dari populasi yang identik sehubungan dengan lokasi dan dispersi. Bagian ini mencakup uji Kolmogorov-Smirnov dua sampel yang dapat disebut sebagai uji umum atau omnibus, karena hal tersebut sensitif terhadap perbedaan dari semua jenis yang mungkin ada di antara dua distribusi. Uji homogenitas chi-square yang dibahas dalam Bab 5 adalah uji umum lain untuk sampel independen.

Uji Kolmogorov-Smirnov dua sampel dikembangkan oleh Smirnov (T26). Uji ini juga membawa nama Kolmogorov karena kemiripannya dengan uji satu-sampel yang dikembangkan oleh Kolmogorov (T25).

Asumsi

A. Data untuk analisis terdiri dari dua sampel random independen berukuran *m* dan *n*. Masing-masing pengamatan dapat ditunjukkan sebagai $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$.

B. Pengukuran data setidaknya dalam skala ordinal.

Hipotesis

Kita misalkan $F_1(x)$ dan $F_2(x)$ menunjukkan fungsi distribusi yang tidak diketahui masing-masing *X* dan *Y*. Berikut ini uji dua arah dan satu arah yang dapat dilakukan.

A. (Dua arah)

$H_0 : F_1(x) = F_2(x)$ untuk semua nilai χ

$H_0 : F_1(x) \neq F_2(x)$ untuk sekurang-kurangnya satu nilai χ

B. (Satu arah)

$H_0 : F_1(x) \leq F_2(x)$ untuk semua nilai x

$H_0 : F_1(x) > F_2(x)$ untuk sekurang-kurangnya satu nilai x

C. (Satu arah)

$H_0 : F_1(x) \geq F_2(x)$ untuk semua nilai x

$H_0 : F_1(x) < F_2(x)$ untuk sekurang-kurangnya satu nilai x

Statistik Uji

Kita misalkan masing-masing $S_1(x)$ dan $S_2(x)$, menandakan sampel atau fungsi distribusi empiris dari nilai X yang diamati dan nilai Y yang diamati.

$S_1(x) =$ (jumlah $X \leq x$ yang diamati)$/m$

$S_2(x) =$ (jumlah $Y \leq x$ yang diamati)$/n$

Statistik uji untuk tiga set hipotesis adalah sebagai berikut:

A. (Dua arah): $D =$ maximum $|S_1(x) - S_2(x)|$ (8.11)

B. (Satu arah): $D =$ maximum $[S_1(x) - S_2(x)]$ (8.12)

C. (Satu arah): $D =$ maximum $[S_2(x) - S_1(x)]$ (8.13)

Aturan Pengambilan Keputusan

Jika dua sampel diambil dari populasi yang sama, $S_1(x)$ dan $S_2(x)$ harus cukup dekat untuk semua nilai x. Statistik uji D, D^+, dan D^- adalah ukuran sejauh mana $S_1(x)$ dan $S_2(x)$ gagal untuk diterima. Jika statistik uji yang sama dengan perbedaan maksimum pada beberapa nilai x antara $S_1(x)$ dan $S_2(x)$ kecil, perbedaan nilai-nilai x lain juga kecil, dan H_0 diterima (jika D cukup kecil). Di sisi lain, jika D cukup besar (yaitu, terlalu besar untuk menjadi kejadian yang wajar ketika H_0 benar), kita menolak H_0. Untuk menentukan apakah kita harus menolak H_0, kita amati aturan keputusan berikut.

Tolak H_0 pada tingkat signifikansi jika statistik uji yang sesuai dengan D, D^+, atau D^- melebihi kuantil yang diberikan dalam Tabel A.20 (a) jika $m = n$, dan dalam Tabel A.20 (b) jika $m \neq n$.

Jika dua distribusi populasi diwakili oleh dua sampel yang kontinu, sangat tepat untuk menggunakan uji seperti yang telah diuraikan. Jika distribusi diskrit, uji tersebut menjadi konservatif, Noether (T38) telah menunjukkan hal tersebut.

Contoh 8.7

Burrus et al. (E19) melaporkan tingkat metabolisme basal yang ditunjukkan pada Tabel 8.22 dengan subyek penelitian yaitu lima pria nonatletik dan enam juara lari. Kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan bahwa dua populasi yang diwakili oleh dua sampel memiliki fungsi distribusi yang berbeda.

TABEL 8.22

Tingkat metabolise dasar, milliliter oksigen per menit, pada pria atletik dan nonatletik

Pria atletik (Y)	Pria nonatletik (X)
236	206
209	238
278	224
276	257
252	230
251	

Sumber: Dicetak dari "Observations at Sea Level And Attitude on Basal Metabolic Rate and Related Cardio-Pulmonary Functions," *Human Biology*, 46 (1974), 677-692 oleh S.Kay Burrus, et al. dengan seizin Penerbit Wayne State University. Cetakan 1974 oleh Penerbit Wayne State University.

Hipotesis

$H_0 : F_1(x) = F_2(x)$, $H_1 : F_1(x) \neq F_2(x)$

Kita menggunakan uji dua arah.

Statistik Uji

Kita mengacu pada lima pengamatan nonatletik sebagai $X_1, X_2, ..., X_5$ dan enam pengamatan atletik sebagai $Y_1, Y_2, ..., Y_6$. Tabel 8.23 menunjukkan pengamatan dari dua sampel yang terurut, seperti $|S_1(x) - S_2(x)|$. Statistik uji seperti yang ditunjukkan dalam tabel adalah $D = 14/30 = 0{,}47$.

TABEL 8.23

Pengamatan sampel terurut dan $S_1(x)$-$S_2(x)$ untuk Contoh 8.7

Xi	Yi	$S_1(x)$-$S_2(x)$
206		1/5 - 0 = 6/30
	209	1/5 - 1/6 = 1/30
224		2/5 - 1/6 = 7/30
230		3/5 - 1/6 = 13/30
	236	3/5 - 2/6 = 8/30

238		4/5 - 2/6 = 14/30
	251	4/5 - 3/6 = 9/30
	252	4/5 - 4/6 = 4/30
257		5/5 - 4/6 = 10/30
	276	5/5 - 5/6 = 5/30
	278	5/5 - 6/6 = 0

Keputusan

Ketika kita mengamati Tabel A.20 (b) dengan $m = 5$ dan $n = 6$, kita menemukan bahwa peluang pengamatan nilai D sebesar 0,47 seperti ketika H_0 benar lebih besar dari 0,20. Oleh karena itu kita menyimpulkan bahwa data yang diamati tidak memberikan bukti yang meyakinkan untuk mendukung hipotesis alternatif. Dengan kata lain, data yang diamati lebih mendukung hipotesis nol.

Analisis Grafik

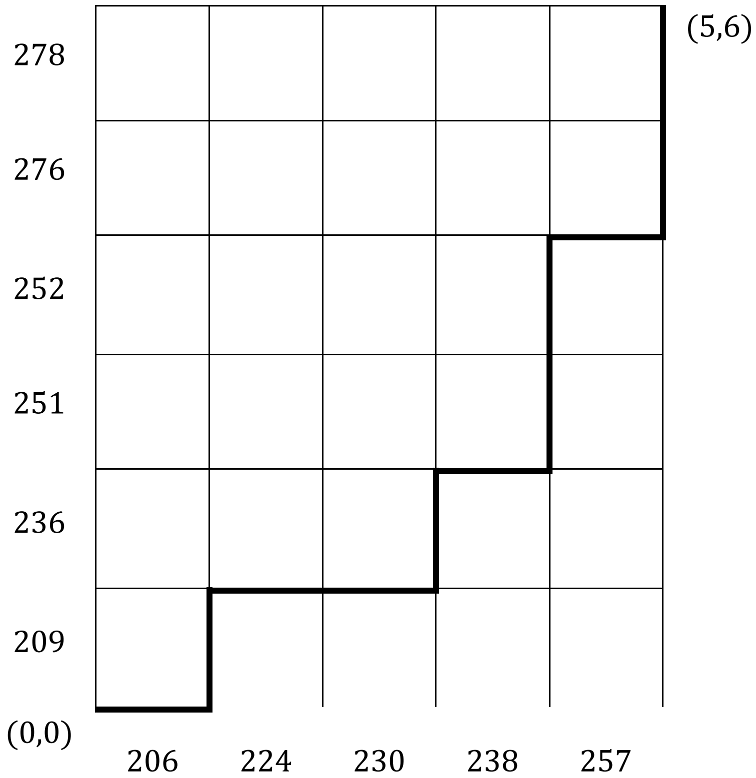
Sebuah metode alternatif perhitungan statistik Kolmogorov-Smirnov dua sampel digambarkan oleh Hodges (T63) dan Quade (T64). Metode ini menggunakan teknik grafik yang menghasilkan sebuah grafik yang dikenal sebagai grafik berpasangan. Quade (T64) memberi penghargaan kepada Drion (T65) dengan penemuan grafik berpasangan.

Untuk membuat sebuah grafik berpasangan dari data yang terdapat dalam dua sampel independen yang terdiri dari m nilai dari X dan n nilai dari Y, kita lanjutkan sebagai berikut.

1. Gambarlah sebuah persegi panjang dengan lebar m unit dan tinggi n unit.
2. Jika pengamatan terkecil dari $m+n$ adalah X, tarik sebuah garis dari pojok kiri persegi panjang sebesar satu unit ke kanan. Jika nilai terkecil adalah Y, tarik sebuah garis dari pojok kiri persegi panjang sebesar satu unit sebagai gantinya.
3. Dari ujung garis yang ditarik pada Langkah 2, tarik garis lain satu unit ke kanan jika nilai terkecil kedua dari $m+n$ adalah X, atau satu unit ke atas jika nilai terkecil kedua adalah Y.
4. Lanjutkan menggambar garis dengan cara ini sampai ruas garis telah ditarik untuk setiap $m+n$ pengamatan. Urutan segmen gambar garis sesuai dengan urutan besarnya pengamatan, sehingga garis untuk nilai-nilai X adalah horisontal dan untuk nilai-nilai Y adalah vertikal.

GAMBAR 8.3

Grafik berpasangan untuk data pada Contoh 8.7



Garis yang dihasilkan menelusuri jalan dari pojok kiri persegi panjang, yang kita sebut sebagai titik asal (0,0), ke sudut kanan atas persegi panjang (m,n). Grafik berpasangan untuk data Contoh 8.7 diberikan dalam Tabel 8.22 yang ditunjukkan seperti pada Gambar 8.3.

Hubungan

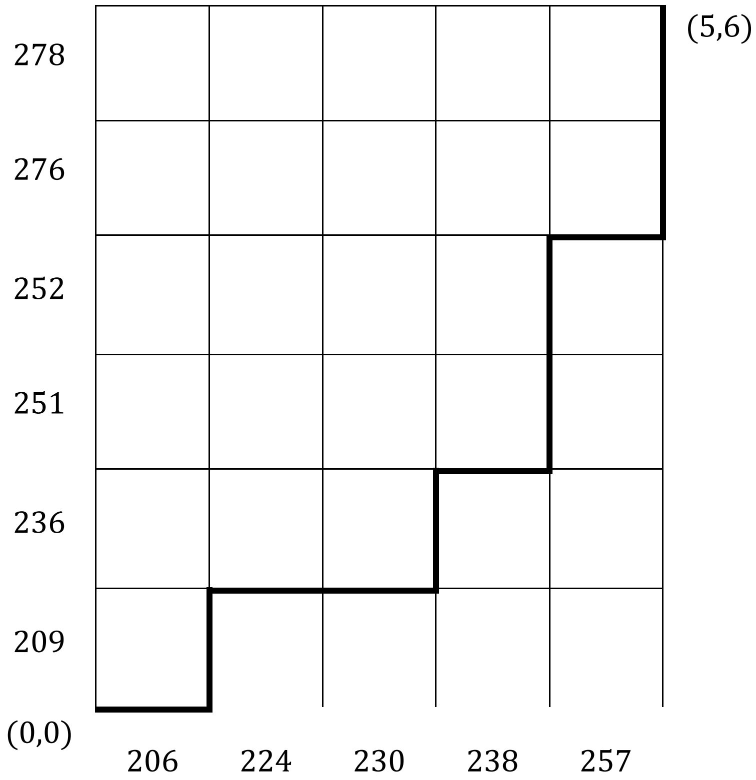
Hubungan yang terjadi dalam satu atau dua sampel tidak menimbulkan masalah, tapi hubungan antara sampel menghasilkan komplikasi, karena di hadapan mereka, jalan tidak dapat ditentukan secara unik. Untuk setiap hubungan antara-sampel yang terjadi, jalan dapat mengikuti salah satu dari beberapa rute, tergantung bagaimana kita menyelesaikan hubungan. Himpunan semua kemungkinan rute menggambarkan sebuah persegi untuk beberapa tujuan jalan dapat dilakukan untuk mengikuti diagonal dari persegi.

Penggunaan grafik berpasangan untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov, kita lanjutkan sebagai berikut:

1. Gambar garis diagonal pada grafik dari pojok kiri bawah ke pojok kanan atas, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.4, untuk data Contoh 8.7.

GAMBAR 8.4

Grafik berpasangan untuk Contoh 8.7 yang menunjukkan garis diagonal yang diperlukan untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov



2. Misalkan $\left(X_x, Y_x\right)$ menjadi titik terjauh jalan di bawah diagonal. Jika dua atau lebih poin sama-sama jauh di bawah diagonal, tunjuk salah satu dari $\left(X_x, Y_x\right)$. Jika jalan adalah tempat di bawah diagonal, misalkan $\left(X_x, Y_x\right) = (0{,}0)$.

3. Misalkan $\left(X_x, Y_x\right)$ menjadi titik terjauh jalan di atas diagonal dari persegi panjang. Jika jalan adalah tempat di atas diagonal, misalkan $\left(X_x, Y_x\right) = (0{,}0)$.

4. Statistik uji sebagaimana didefinisikan sebelumnya adalah

   $D^+ = | X_x / m - Y_x / n |$ (8.14)

   $D^- = | X_y / m - Y_y / n |$ (8.15)

   $D =$ maximum $\left(D^+, D^-\right)$ (8.16)

   Sekarang data Contoh 8.7 akan digunakan untuk menggambarkan penggunaan grafik berpasangan untuk menghitung *D*. Intinya pada jalur terjauh di bawah diagonal pada Gambar 8.4 adalah $\left(X_x, Y_x\right) = (4{,}2)$. Dengan demikian. $D^+ = | 4/5 - 2/6 | = 14/30 = 0{,}47$ Karena jalan berada di atas diagonal, kita misalkan $\left(X_y, Y_y\right) = (0{,}0)$ dan $D^- = | 0/m - 0/n | = 0$. Kita sekarang menghitung $D = \max(0{,}47{,}0) = 0{,}47$, nilai yang didapatkan dengan metode aritmatika. Kita menentukan signifikansi D dari Tabel A.20 (a) atau Tabel A.20 (b).

Hubungan

Ketika data berisi hubungan antar sampel, kita menghitung statistik uji yang sesuai dengan membiarkan jalan mengikuti diagonal dari persegi yang dibentuk dengan menggambar jalur yang sesuai dengan semua cara yang mungkin untuk menyelesaikan hubungan. Dalam contoh berikut, kita menunjukkan bagaimana menggunakan grafik berpasangan untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov dua sampel ketika hubungan terjadi di antara sampel.

Contoh 8.8

Glovsky dan Rigrodsky (E20) menganalisa dan membandingkan sejarah perkembangan anak-anak cacat mental yang beberapa di antaranya telah didiagnosa sebagai aphasia. Subyek penelitian terdiri dari 42 anak yang terdaftar dalam program terapi bicara di Sekolah Pelatihan di Vineland, New Jersey. Dua puluh satu dari anak-anak telah didiagnosa sebagai aphasia selama tahun-tahun awal pertumbuhan mereka. Subyek yang tersisa adalah sampel acak dari 21 anak-anak cacat mental yang juga terdaftar dalam program terapi bicara. Hasil skor sosial yang dilakukan oleh anak-anak ini di Vineland Skala Kematangan sosial disajikan pada Tabel 8.24.

TABEL 8.24

Hasil skor sosial yang dibuat dari dua kelompok anak-anak pada ukuran kedewasaan sosial Vineland

Aphasic* (X)	90	53	32	44	47	42	58	16	49	54	81
	59	35	81	41	24	41	61	31	20		
Mentally retarded (Y)	56	43	30	97	67	24	76	49	46	29	46
	83	93	38	25	44	66	71	54	20	25	

Sumber: Leon Glovsky dan Seymour Rigrodsky, "A Developmental Analysis of Mentally Deficient Children with Early Histories of Aphasia," Training School Bull., 61(1964), 76-96.

*One score not reported

Kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan bahwa distribusi populasi yang diwakili oleh sampel ini berbeda, yaitu, kita ingin menguji

$H_0 : F_1(x) = F_2(x)$ untuk semua nilai χ

dengan alternatif

$H_1 : F_1(x) \neq F_2(x)$ untuk sekurang-kurangnya satu nilai χ

Kita menggunakan menggunakan metode grafik berpasangan untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov dua sampel.

TABEL 8.25

Pengamatan dari Tabel 8.24 terkombinasi dan terurut dari terkecil sampai terbesar

16	(20	20)	(24	24)	25	25	29	30			
X	(X	Y)	(X	Y)	Y	Y	Y	Y			
31	32	35	38	41	41	42	43	(44	44)	46	46
X	X	X	Y	X	X	X	Y	(X	Y)	Y	Y
47	(49	49)	53	(54	54)	56	58	59			
X	(X	Y)	X	(X	Y)	Y	X	X			
61	66	67	71	76	81	81	83	90	93	97	
X	Y	Y	Y	Y	X	X	Y	X	Y	Y	

Catatan: Hubungan antar sampel diberikan pada tanda kurung

Untuk memfasilitasi pembuatan grafik berpasangan, kita menggabungkan dan mengurutkan pengamatan dari kedua sampel, dari terkecil hingga terbesar, seperti yang ditunjukkan pada Tabel 8.25. Gambar 8.5, grafik berpasangan untuk data mengungkapkan bahwa titik terjauh jalan di bawah diagonal adalah $(X_x, Y_x) = (17{,}14)$, sehingga

$$D^+ = |17/20 - 14/21| = 0{,}18$$

Dari gambar tersebut, kita juga menentukan bahwa titik terjauh jalan di atas diagonal adalah $(X_y, Y_y) = (3{,}6)$, memungkinkan kita untuk menghitung

$$D^- = |3/20 - 6/21| = 0{,}14$$

Akibatnya $D =$ maximum $(0{,}18, 0{,}14) = 0{,}18$

Karena kita tidak bisa menggunakan Tabel A.20 (b) ketika salah satu sampel sebesar 21, kita harus menghitung nilai-nilai kritis dari rumus pendekatan contoh besar yang diberikan di bagian bawah tabel. Untuk uji dua arah, nilai kritis dan kuantil yang sesuai adalah sebagai berikut:

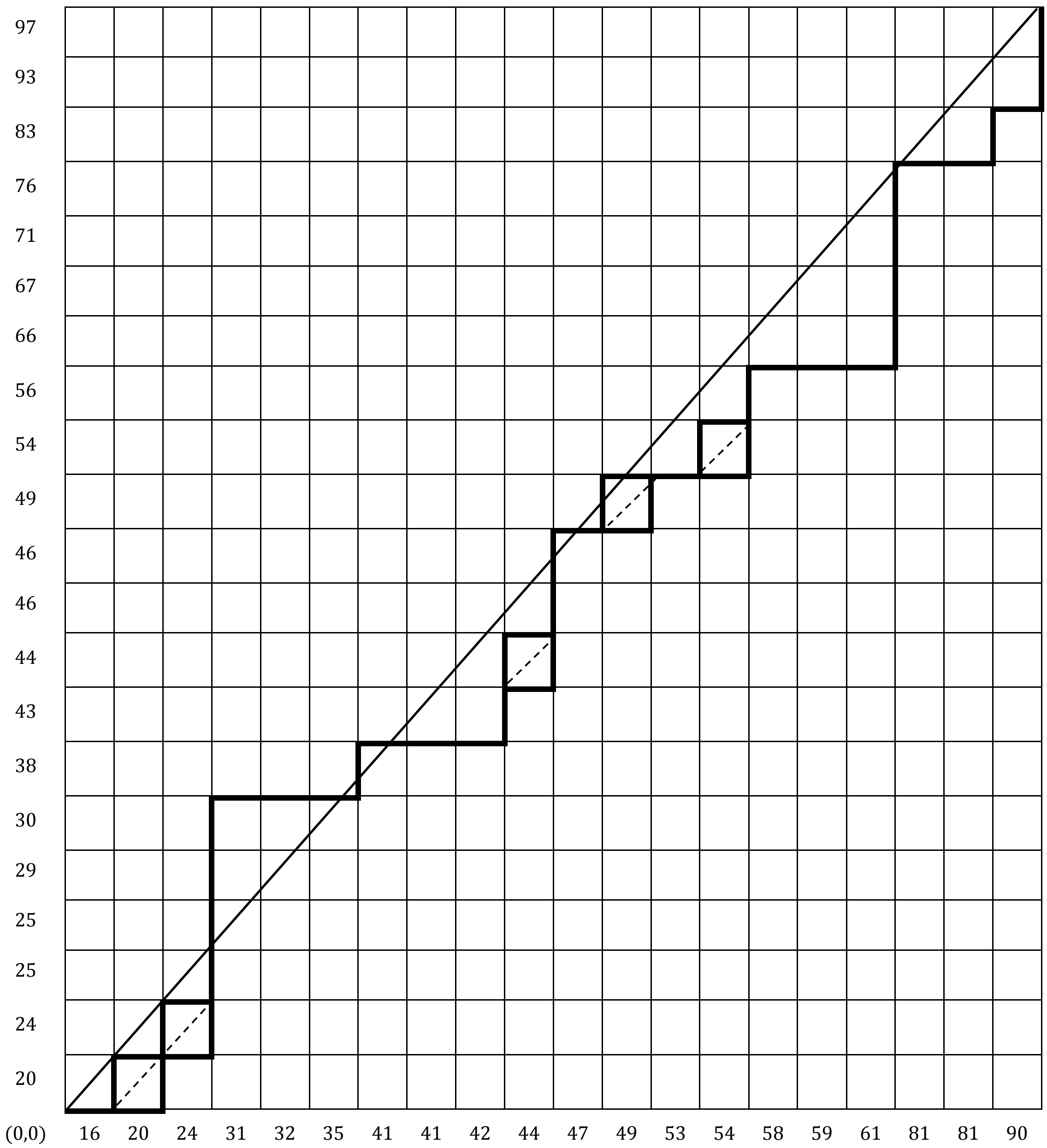
Kuantil (uji dua arah)	**Nilai kritis**
$p = 0{,}80$	$1{,}07\sqrt{\dfrac{20+21}{(20)(21)}} = 0{,}33$
$p = 0{,}90$	$1{,}22\sqrt{\dfrac{20+21}{(20)(21)}} = 0{,}38$
$p = 0{,}95$	$1{,}36\sqrt{\dfrac{20+21}{(20)(21)}} = 0{,}42$

$$p = 0{,}98 \qquad 1{,}52\sqrt{\frac{20+21}{(20)(21)}} = 0{,}47$$

$$p = 0{,}99 \qquad 1{,}63\sqrt{\frac{20+21}{(20)(21)}} = 0{,}51$$

Gambar 8.5

Grafik berpasangan untuk data pada Contoh 8.8



Dengan demikian peluang untuk mendapatkan nilai D sebesar 0,18, ketika H_0 benar, adalah lebih besar dari 0,20. Kita tidak dapat menolak H_0 untuk mendukung alternatif, dan akibatnya kita menyimpulkan bahwa kedua distribusi populasi mungkin tidak berbeda.

Efisiensi Power

Untuk bahasan mengenai efisiensi uji Kolmogorov-Smirnov dua sampel, lihat Capon (T32), Ramachandramurty (T33), dan Yu (T66), Klotz (T67) menggunakan efisiensi aimtotik berbeda untuk mendapatkan hasil efisiensi asimtotik untuk kasus dua sampel. Bickel (T68) membahas versi distribusi Kolmogorov-Smirnov dua sampel dalam kasus p-variabel. Distribusi dari statistik uji dipertimbangkan oleh Steck (T69).

BACAAN LANJUTAN

Angus (T70) menunjukkan kesetaraan jika uji dua sampel pada uji goodness-of-fit lain diperkenalkan oleh Barnard (T71) dan Birnbaum (T72). Sebuah aplikasi generalisasi dari statistik Kolmogorov-Smirnov dua sampel yang terkandung dalam paper Wicand (T73).

LATIHAN

8.13 Edwards (E21) menyelidiki peran sistem hipertensi pada 10 subjek emphysematous dengan hypertrophy rongga kiri. Tabel 8.26 menunjukkan ketebalan rata-rata tengah pembuluh nadi kelenjar susu bagian dalam (dinyatakan sebagai persentase dari diameter) dalam 10 subyek penelitian dan dalam 10 subjek normal. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa dua distribusi populasi yang diwakili oleh sampel ini berbeda? Tentukan nilai P-value.

TABEL 8.26

Rata-rata tengah ketebalan dari pembuluh nadi kelenjar susu bagian dalam ditunjukkan dalam persentase diameter dalam dua kelompok subjek

Subjek Normal	11,1	12,2	10,9	11,2	11,9	11,4	10,2	11,3	11,3	11,8
Subjek dengan emphysema dan hypertrophy rongga kiri	14,5	11,2	14,2	11,4	11,9	11,6	9,3	13,8	10,4	13,2

Sumber: C.W. Edwards, "Left Verticular Hypertrophy in Emphysema," *Thorax*, 29(1973), 75-80; dicetak ulang dengan seizin editor dan penerbit.

8.14 Konsentrasi Zync, mikrogram per gram jaringan kering, di biopsi kulit manusia dilaporkan oleh Gooden (E22) untuk 17 subjek normal dan 3 subjek dengan penyakit kulit (sel karsinoma dasar, skleroderma, dan psoriasis eritroderma). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 8.27.

TABEL 8.27

Konsentrasi Zync, microgram per gram jaringan kering, pada biopsi kulit dari dua kelompok subjek

Normal	437	358	72	43	107	223	60	72	54	35	70	20	34	24	24	51	23
Berpenyakit	18	16	18														

Sumber: D.S. Gooden, "Non-Destructive Neutron Activation Analysis for the Determination of Manganese and Zinc in Human Skin Biopsies," *Phys. Med. Biol.,* 17(1972), 26-31; dicetak 1972, Institut Fisika.

Periksalah data ini apakah menyediakan cukup bukti untuk mengindikasikan bahwa nilai tersebut cenderung rendah di subyek dengan sakit kulit? Temukan nilai P.

8.15 Wallenberg(E23) melakukan sebuah penelitian untuk mengetahui perubahan tekanan pada plasma oncotic akan mempengaruhi natriuresis yang dingin dan terinduksi pada manusia. Subyek terdiri dari 17 pria sehat;masing-masing menjalani diuresis air. Subyek terkena kedinginan yang berarti mendekati meja operasi hypothermic dengan temperatur dibawah +15°C. Delapan dari Subyek menerima pemasukan albumin manusia. Kelompok kontrol dari 9 subyek tidak menerima albumin. Tabel 8.28 menunjukkan bahwa ekskresi urinary sodium,μEq/min, di bawah 30 sampai 60 menit di kedinginan. Periksalah apakah data ini menyediakan cukup bukti untuk mengindikasikan bahwa distribusi populasi diperlihatkan dari sampel yang berbeda? Berapa nilai P?

TABEL 8.28

Eksresi urinary sodium,μEq/min,di dua grup dari subyek yang terkena kedinginan

Grup kontrol	315,7	314,0	336,9	797,5	118,5	261,7	352,7	135,0	565,5
Grup yang dimasukan albumin	324,3	182,7	304,0	351,2	347,9	297,7	273,0	204,0	

Sumber: L. R Wallenberg," Reduction in Cold-Induced Natriuresis Following Hyeroncotic Albumin Infusion in Man Undergoing Water Diuresis," Scand.J.Clin.Lab.Invest.,34(1974),233-239;used by permission of the publisher,Universitetsforiget,Osio.

8.16 Higby et al.(E24) menggambarkan sebuah pembelajaran dimana pasien dengan thrombocytopenia dan acuteleukimia diacak pada pembelajaran berganda untuk menerima trombosit maupun plasma trombosit yang lemah sebagai pencegahan penyakit dengan melawan pendarahan. Tabel 8.29 memperlihatkan rata-rata jumlah trombosit selama penelitian di dua grup. Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa perawatan yang berbeda memberi pengaruh pada rata-rata jumlah trombosit?

TABEL 8.29

Rata-rata jumlah trombosit,x10^3, untuk pasien dengan acute myelocytic leukimia yang dirawat dengan trombosit atau plasma trombosit yang lemah

Dirawat dengan trombosit	20,30	22,53	25,70	13,23	29,67	24,46
	26,07	19,35	17,813	16,00	12,50	32,90

Dirawat dengan plasma trombosit yang lemah	10,56	28,13	19,94	11,03	8,093	12,95
	21,14	32,50	10,90			

Sumber: D.J. Higby,E.Cohen,J.F. Holland,and L. Sink,"The Prophylactic Treatment of Trombocytopenic Leukemic Patients with Platelets: A Double Blind Study,"Transfusion,14(1974),440-446.

8.17 Akerfeldt(E25) menemukan bahwa serum dari pasien schizophrenic dioksidasi oleh N, bagian N-dimethyl dari p-phenylenediamine(PPD) pada tingkat lebih cepat daripada serum dari kontrol normal. Friedhoff et al.(E26) yang mengusahakan mengulang hasil dari Akerfeldt, melaporkan data dari oksidasi PPD ditunjukkan Tabel 8.30. Peneliti meyakini aktifitas oksidatif dengan kententuan dari peningkatan nilai kepadatan optikal setelah PPD di oksidasi selama enam menit. Kerjakanlah data ini untuk mendukung anggapan bahwa nilai kepadatan optikal berbeda pada schizophrenics dan pada subyek normal? Carilah nilai P.

TABEL 8.30

Hasil distribusi dari oksidasi PPD* oleh serum

Kepadatan optikal, x 10	Grup normal	Grup schizophrenic
Below 100	5	6
100-149	5	7
150-199	9	10
200-249	8	13
250-299	12	9
300-349	6	12
350-399	2	6
400-449	0	7
450-499	0	4
500-549	0	3
Over 550	0	4
	47	81

Sumber: Arnold J.Friedhoff, Myra Palmer, and Chistine Simmons,"An Effect of Exercise, Skin Shock, and Ascorbic Acid on Serum Oxidase activity," Arch.Neurol.Psychiatry,81(1959), 620-626. Copyright 1959. American Medical Association.

*N.N-dimethyl-p-phenylenediamine

8.4

Selang Kepercayaan untuk fungsi populasi berdistribusi

Kita sebaiknya menggunakan Kolmogorov-Smirnov satu sampel dengan dua sisi statistik untuk membangun sebuah 100(1-α)% tingkat kepercayaan untuk sebuah populasi yang tidak diketahui fungsi distribusinya. Diketahui sebuah sampel acak dari n observasi $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dari beberapa populasi dari bentuk fungsi yang tidak diketahui, kita dapat menggunakan S(x) sebagai titik estimasi dari F(x), fungsi distribusi yang tidak diketahui. Sebagai catatan sebelumnya, S(x) digambarkan grafis sebuah langkah fungsi. Selang kepercayaan yang diinginkan terdiri dari batas atas berada beberapa jarak di atas S(x) dan batas bawah mempunyai jarak sama di bawah S(x). Lokasi dari dua sisi batas diketahui dari menambahkan dan mengurangkan dari jumlah S(x), $w_{1-\alpha}$ yang kita peroleh dari tes memasukan dua sisi Tabel A.18. Nilai dari $w_{1-\alpha}$ dan karenanya jarak antara batas dari S(x), tergantung dari level kepercayaan yang diinginkan,1-α, dan ukuran sampel,n.

Untuk memperoleh batas atas untuk sebuah 100(1-α)% selang kepercayaan dua sisi, kita menambahkan $w_{1-\alpha}$, dari tabel A.18 ke S(x) pada setiap x dan menyebut batas U(x). Sehingga, jika jumlah kurang dari atau sama dengan 1.

$U(x)=S(x)+ w_{1-\alpha}$

Jika $S(x)+ w_{1-\alpha}$ lebih besar dari 1 maka U(x)=1, karena sebuah fungsi distribusi tidak dapat melebihi 1.

Untuk memperoleh batas bawah,L(x), dari selang kepercayaan, kita menentukan semua x

$L(x)=S(x)- w_{1-\alpha}$

Jika hasil negatif, kita mendapat L(x)=0, karena sebuah fungsi distribusi tidak dapat lebih kecil dari nol. Ketika digambar, U(x) dan L(x) juga membentuk fungsi.

Jika variabel kurang pertimbangan adalah kontinu, koefisien kepercayaan berhubungan dengan selang kepercayaan adalah ilmiah. Untuk variabel diskrit, dikatakan koefisien kepercayaan lebih kecil daripada yang benar tetapi tidak diketahui, koefisien kepercayaan sehingga mengandung batas adalah konservatif.

Contoh 8.9

Dari data Tabel 8.31 yang merupakan bagian dari himpunan yang lebih besar dari data yang dilaporkan oleh Reed dan Lanphere(E.27). Data pada tabel menunjukkan terdapat kandungan SiO_2 dari sampel batu pluto yang diambil dari Alaska-Aleutian Range batholith. Kerjakan selang kepercayaan 95% untuk fungsi distribusi dari populasi dari sampel yang tertulis.

TABEL 8.31

Konten SiO_2, persentase berdasarkan bobot, dari batu pluton Alaska-Aleutian Range Batholith (Merrill pass sequence)

77.7	71.4	74.9	73.4	74.2	76.1	72.6
73.6	75.6	76.3	65.2	73.4	72.8	69.8
77.7	75.4	74.8	74.6	75.0	70.8	75.4

Source: Bruce L. Reed a'id Marvin A. Lanphere, 'Chemic& Variations across the Alaska—Aleutian Range Batholith." *J. Res. U.S. Geol. Survey. 2* (1974), 343—352.

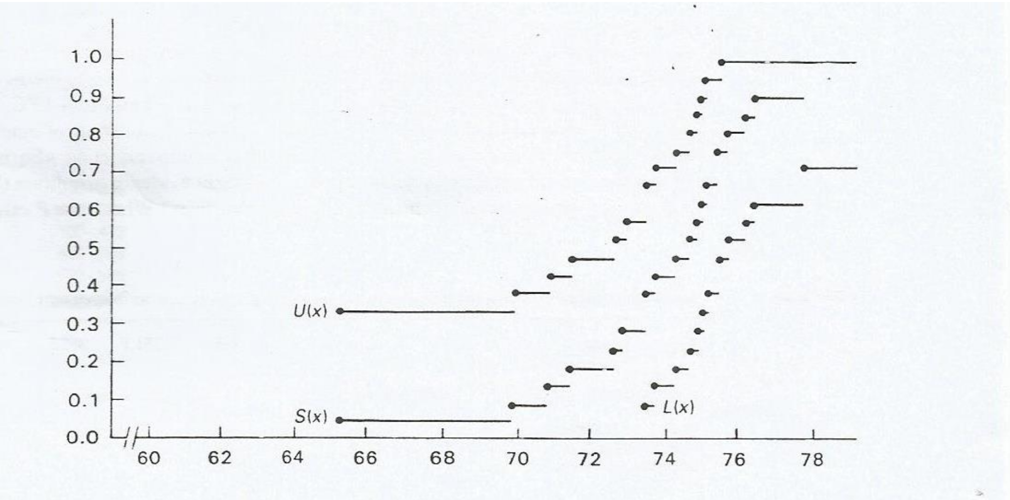
TABEL 8.32

Penghitungan kepercayaan untuk Contoh 8.9

x	S(x)	S(x) — 0.287	S(x) + 0.287	*L(x)*	*U(x)*
65.2	0.048	—0.239	0.335	0	0.335
69.8	0.095	—0.192	0.382	0	0.382
70.8	0.143	—0.144	0.430	0	0.430
71.4	0.190	—0.097	0.477	0	0.477
72.6	0.238	—0.049	0.525	0	0.53
72.8	0.286	—0.001	0.573	0	0.573
73.4	0.381	0.094	0.668	0.094	0.668
73.4	0.381	0.094	0.668	0.094	0.668
73.6	0.429	0.142	0.716	0.142	0.716
74.2	0.476	0.189	0.763	0.189	0.763
74.6	0.524	0.237	0.811	0.237	0.811
74.8	0.57 1	0.284	0.858	0.284	0.858
74.9	0.619	0.332	0.906	0.332	0.906
75.0	0.667	0.380	0.954	0.380	0.954
75.4	0.762	0.475	1.049	0.475	1
75.4	0.762	0.475	1.049	0.475	1
75.6	0.810	0.523	1.097	0.523	1
76.1	0.857	0.570	1.144	0.570	1
76.3	0.905	0.618	1.192	0.618	1
77.7	1.000	0.713	1.287	0.713	1
77.7	1.000	0.713	1.287	0.713	1

Gambar 8.6

Selang Kepercayaan untuk *F(x),* Contoh 8.9



Dua sisi kuantil 0,95 dari Tabel A.18 untuk n=21 adalah $w_{0,95}$=0,287. Perhitungan yang dibutuhkan diperlihatkan di Tabel 8.32. Grafik dari selang kepercayaan terlihat pada gambar 8.6.

LATIHAN

8.18 Kerjakan pada selang kepercayaan 95% untuk F(x) pada Latihan 8.8

8.19 Kerjakan pada selang kepercayaan 90% untuk F(x) pada Latihan 8.9

8.5

CHI-SQUARE AND KOLMOGOROV-SMIRNOV GOODNESS-OF-FIT TESTS: A COMPARISON

Peneliti berhadapan dengan sebuah masalah yang membutuhkan analisis dari beberapa teknik goodness-of-fit yang bisa jadi tidak mengetahui prosedur mana yang digunakan. Secara singkat, pilihan antara uji chi-square dan uji Kolmogorov-Smirnov.Birnbaum (T74), Goodman (T75), Massey (T27), and Slakter (T39) membahas masalah ini. Sehingga terdapat beberapa hal penting sebagai perbandingan.

1. Uji Chi-square di rancang untuk digunakan dengan data frekuensi,ketika uji Kolmogorov-Smirnov dirancang untuk digunakan pada data kontinu. Uji chi-square tepat digunakan untuk data nominal dan ketika distribusi hipotesis diskret. Seperti data yang sering muncul pada latihan. Ketika digunakan dengan data diskret, uji Kolmogorov-Smirnov menjadi tidak ilmiah melainkan konservatif.

2. Uji Kolmogorov-Smirnov diperbolehkan untuk uji satu sisi sebaik untuk uji dua sisi. Uji chi-square tidak membedakan arah pada perbedaan antara observasi dan ekspetasi.

3. Uji Kolmogorov-Smirnov dapat digunakan untuk membangun selang kepercayaan untuk F(x) yang digambarkan pada bagian 8.3.

4. Distribusi sampling yang ilmiah dari uji statistik Kolmogorov-Smirnov di ketahui dan diperhitungkan untuk bagian distribusi populasi kontinu karena ditentukan secara lengkap pada hipotesis nol. Uji statistik shi-square χ^2 hanya berdistribusi sebagai chi-square untuk sampel terhitung.

5. Uji chi-square membutuhkan data yang dibagi menjadi kategori dimana uji Kolmogorov-Smirnov tidak seperti itu. Sehingga uji Kolmogorov-Smirnov membuat kegunaan lebih lengkap dari data yang mungkin berbentuk bukan grup..

6. Sebuah prosedur pembetulan clear-cut memungkinkan untuk penggunaan uji chi-square ketika parameter seharusnya diperkirakan dari data sampel. Tidak berbeda dari pengaturan yang mungkin untuk penggunaan dengan uji Kolmogorov-Smirnov.

8.6

UJI GOODNESS-OF-FIT LAINNYA

Walaupun uji chi-square dan Kolmogorov Smirnov sangat jarang digunakan untuk uji goodness of fit, tetapi memungkinkan. Salah satu alternatif, uji Cramer-von Mises disarankan oleh Cramer(T76) pada tahun 1928 dan oleh Mises(T77) pada tahun 1931. Uji ini tidak hanya didasarkan oleh perbedaan sejajar yang paling luas antara $F_0(x)$ dan S(x) tetapi n berbeda untuk ukuran sampel n. Distribusi uji statistik satu sampel Camer-von Mises berdasarkan alternatif yang dipelajari oleh Angus(T78).

Sebuah analog dari uji dua sisi Kolmogorov-Smirnov kira-kira untuk beberapa sampel independen diusulkan oleh Birnbaum dan Hall(T79). Sangat disayangkan, uji statistik untuk prosedur ini berisi hanya untuk kasus dengan tiga ukuran sampel yang sebanding.

Gibbons(T80) mengusulkan uji goodness of fit distribusi dua sampel bebas untuk solusi umum. Uji berupa uji grup acak dimana uji statistik adalah sebuah fungsi penjumlahan dari simpangan kuadarat antara grup frekuensi relatif pada sampel.

Hora(T81) mempersembahkan sebuah metode untuk mengembangkan uji goodness-of-fit distribusi bebas untuk distribusi kontinu yang spesifik menggunakan regresi. Teknik ini melibatkan transformasi urutan statistik n dari sampel acak menjadi sebuah himpunan statistik berdasarkan hipotesis nol yang identik dan berdistribusi independen sebagai standar normal variabel acak. Penulis berpendapat bahwa jika sebuah solusi distribusi adalah benar, nilai yang bertransformasi cenderung memperlihatkan sifat keberadaan sistematik yang mungkin dia uji dengan regresi dari nilai yang bertransformasi pada urutannya. Uji prosedur menunjukkan bahwa keduanya tidak berdistribusi chi-square ataupun variance ratio. Efisiensi dari beberapa tes dikembangkan. Hasil Monte Carlo diberikan, Membandingkan kemampuan statistik yang diusulkan pada uji goodness-of-fit yang sudah terkenal.

Beberapa prosedur alternatif untuk menguji goodness of fit distribusi diskret didiskusikan oleh Kocherlakota and Kocherlakota (T82). Prosedur berdasarkan dari probability generating functions, diketahui lebih umum dan lebih mudah digunakan dalam situasi multidimensi. Zelterman (T83) memperkenalkan statistik goodness-of-fit untuk digunakan dalam distribusi multinomial.

Sebuah paper oleh Kumazawa(T84) berisi statistik goodness-of-fit untuk kasusdistribusi pokok yang diketahui menjadi simetris di nol atau beberapa tidak diketahui lokasi parameter. Penulis memperoleh distribusi asymptotic dari statistik dan memperkenalkan uji kenormalan. Oleh metode Monte Carlo, kekuatan perbandingan antara statistik dengan beberapa alternatif dilaksanakan.

Beberapa uji goodness-of-fit untuk kenormalan yang beberapa telah disebutkan dimungkinkan untuk peneliti. Oja (T85) mempersembahkan sebuah keluarga statistik untuk menguji kenormalan dibanding skewness, kurtosis dan alternatif bimodality. Uji dibedakan menjadi sederhana untuk digunakan dan mempunyai propertis berdaya kuat.

Best and Rayner (T86) menyelidiki daya properti untuk uji kenormalan sebelumnya yang di kenalkan oleh Lancaster(T87). Tiga uji statistik untuk hipotesis berlawanan goodness-of-fit untk kenormalan dikenalkan oleh LaRiccia(T88). Pengenalan uji statistik dirancang menjadi sensitif terutama untuk skewness dan permulaan kurtic dari kenormalan. Berdasarkan pelajaran simulasi, penulis melaporkan dalam kasus yang berisi uji perbandingan secara menguntungkan untuk penggunaan prosedur secara luas. Uji- uji direkomendasikan untuk kasus dengan informasi yang lebih penting disarankan kemungkinan skewness dan alternatif kurtic menjadi normal.

Buku dari Shapiro(T89) berisi diskusi dan ilustrasi dari beberapa uji goodness-of-fit untuk kenormalan. Best and Ravner (T90) membahas sebuah uji kenormalan bivariate. Tiga uji untuk eksponensial diperkenalkan oleh Angus (T91). Pembelajaran dalam tiga atau lebih uji goodness-of-fit dibandingkan dengan lainnya dilaporkan oleh Haber(T92), Jammalamadaka and Tiwari (T93), dan McKinley and Mills (T94). Untuk uji goodness-of-fit lainnya, lihat artikel dari Conover(T95,T96),Oja(T97), Chmielewski (T98), and Hirotsu (T99). Juga sebagai keuntungan yaitu buku teknik goodness-of-fit yang diedit oleh D'Agostino and Stephens (T100) and the bibliography by Daniel (T101).

8.7

PROGRAM KOMPUTER

Romeshurg et al.(T102) telah tertulis sebuah program komputer FORTRAN IV yang menampilkan uji chi-square ilmiah yang ditunjukkan oleh Radlow dan Alf(T103). Penulis mempersembahkan sebuah modifikasi dari algoritma Radlow-Alf, mendeskripsikan input dan output program serta menyediakan sebuah program listing lengkap.

Theodorsson(T104) membuat kemungkinan sebuah program, ditulis di Microsoft BASIC pada mikro komputer yang menampilkan uji normalitas anderson-Darling(T105). Uji chi-square goodness-of-fit sangat memungkinkan pada paket software untuk mikro komputer. Itu berisi uji Kolmogorov—Smirnov termasuk: *HP STATISTIKS LIBRARY/2000, SCA, SPSS/PC, STATA, STATGRAPHICS, STATISTIX. STAT-PAC* (Science Software), and *STATPRO.*

LATIHAN REVIEW

8.20 Seorang pekerja sosial percaya bahwa distribusi umur dari pengguna regular marijuana pada populasi sebagai berikut: kurang dari atau sama dengan 20, 30%; 21—30, 60%; 31—40, 8%; and lebih dari 40, 2%. Sebuah random sampel sebanyak 300 dari populasi menghasilkan perincian umur seperti terlihat pada Tabel 8.33. Buktikan data itu menyediakan cukup bukti untuk menghilangkan keraguan dari pekerja sosial tersebut?

TABEL 8.33

Distribusi umur dari 300 pengguna reguler marijuana

Umur(tahun)	Jumlah
Kurang atau sama dengan 20	96
21—30	171
31—40	22
Lebih dari 40	11

8.21 Distribusi skor IQ dari 300 sampel murid sekolah dasar terlihat pada Tabel 8.34. Dapatkah menyimpulkan dari data tersebut bahwa skor IQ populasi sampel tidak berdistribusi normal?

8.22 Seorang murid psikologi merekam jumlah orang yang ikut serta dalam penyumbang untuk organisasi kemanusiaan yang bertempat pada sebuah mall selama musim natal. Jumlah orang yang ikut serta selama interval lima menit dihitung. Hasilnya terlihat pada Tabel 8.35. Uji goodness of fit data tersebut menjadi distribusi Poisson.

TABEL 8.34

Skor IQ dari 300 murid sekolah dasar

Skor	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99	100—109
Jumlah	2	6	19	40	49	62
Skor	110—119	120—129	130—139	140—149	150—159	

Jumlah	50	42	21	7	2

TABEL 8.35

Jumlah orang di mall yang berpartisipasi untuk organisasi sosial selama interval lima menit

Jumlah dari peserta(X_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Jumlah dari X_i setiap interval	10	27	36	33	22	12	6	4	2	1

8.23 Sebuah kelompok peneliti psikologi merancang sebuah fasilitas penelitian sementara pada mall yang ramai dan mempengaruhi eksperimen menggunakan relawan berumur 12 tahun keatas menjadi 10 kelompok. Mereka membayar setiap relawan dua dollar untuk berpartisipasi. Tabel 8.36 memperlihatkan frekuensi dari distribusi jumlah laki-laki dalam setiap kelompok dari 10 relawan. Ujilah hipotesis nol jumlah laki-laki per kelompok adalah distribusi binomial dengan p=0.50.

TABEL 8.36

Distribusi laki-laki dari 10 kelompok relawan dalan eksperimen psikologi

Jumlah laki-laki	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekuansi observasi	0	1	5	7	21	27	20	12	4	2	1

8.24 Tabel 8.37 memperlihatkan skor tes pemikiran verbal dari 36 sampel murid SMA. Ujilah hipotesis nol bahwa skor populasi berdistribusi normal dengan rata-rata 80 dan standar deviasi 6.

TABEL 8.37

Skor tes pemikiran verbal dari 36 murid SMA

87	76	80	87	77	86	77	86	77	92	80	78	84	77	81	77	75	81
75	92	80	80	84	72	80	92	72	77	78	76	68	78	92	68	80	81

8.25 Sebuah random sampel sari 150 laki-laki dan 150 perempuan pekerja berkerah putih memberikan hasil seperti di dalam Tabel 8.38. Dapatkah disimpulkan dari data tersebut bahwa perempuan selalu menerima gaji yang lebih rendah daripada laki-laki?

8.26 Tabel 8.39 memperlihatkan distribusi dari skor perawatan dari 150 pecandu alkohol yang dirawat inap dan 100 pecandu alkohol yang dirawat jalan. Dapatkah kita menyimpulkan dari data tersebut bahwa pecandu alkohol dirawat jalan cenderung lebih baik perawatannya (diindikasikan dengan skor lebih tinggi) daripada yang dirawat inap?

TABEL 8.38

Distribusi Pendapatan 150 Laki-laki dan 150 Wanita Pekerja Berkerah-Putih

Gaji Bulanan,$	450-499	500-549	550-599	600-649	650-699	700-749
Jumlah laki-laki	3	5	10	22	12	33
Jumlah perempuan	14	29	40	18	21	8
Gaji Bulanan,$	750-799	800-849	850-899	900-949	950-999	
Jumlah laki-laki	22	15	16	9	3	
Jumlah perempuan	6	5	5	2	2	

TABEL 8.39

Distribusi skor perawatan dari dua kelompok pecandu alkohol

Skor	Rawat inap	Rawat jalan
45—40	2	3
50—54	3	4
55—59	2	5
60—64	10	15
65—69	17	20
70—74	25	13
75—79	30	8
80—84	15	9
85—89	29	5
90—94	5	16
95—99	12	2
	150	100

8.27 Data tersebut merupakan titik leleh pada suhu 21 celsius contoh dari sebuah substansi yang digunakan pada plastik manufaktur. Apakah sampel pengukuran tersebut cocok dengan hipotesis bahwa sampel berasal dari populasi berdistribusi normal? Diketahui α=0.05 dan menggunakan uji Liliefors untuk mengambil kesimpulan.

111.5	109.2	108.8	109.1	108.3	107.6	105.5	107.1	108.0
109.4	109.1	108.4	108.3	108.2	108.0	107.7	107.3	106.2
107.0	106.6	107.1						

8.28 Data berikut adalah paparan kehidupan dalam hari dari 12 jenis produk makanan tidak tahan lama. Carilah selang kepercayaan 95% untuk F(x).

5,6	4,3	6,0	4,9	5,1	5,0	5,6	4,1	6,4	4,6	5,1	5,6

8.29 Tabel 8.40 memperlihatkan umur dari 10 sampel laki-laki dan 10 sampel wanita yang dipekerjakan oleh pemerintah. Dapatkah kita simpulkan berdasarkan data tersebut bahwa komposisi umur dari dua populasi berbeda? Gunakan α=0,05.

8.30 Dua metode menunjukkan tugas bidang majelis dibandingkan mempunyai sampel 10 pekerja yang melakukan metode A dan sebuah sampel bebas dari pekerja yang melakukan metode B. Waktu dalam detik dibutuhkan untuk melengkapi pekerjaan yang diperlihatkan pada

TABEL 8.40

Umur 10 Laki-laki dan 10 wanita yang dipekerjakan oleh pemerintah

Wanita	21	37	35	54	31	33	42	27	47	26
Laki-laki	56	25	43	42	54	33	34	35	47	39

Kerjakan data untuk menyediakan cukup bukti untuk mengindikasikan sebuah perbedaan dari distribusi populasi. Gunakan α=0,05

TABEL 8.41

Waktu yang dibutuhkan untuk mengerjakan pekerjaan dengan dua metode

Metode A	25	22	17	16	19	24	26	21	19	27
Metode B	21	22	14	13	22	22	15	21	23	21

REFERENSI

T1 Cochran. William G., “The χ^2 Test of Goodness of Fit.” *Ann. Math. Statist.,* 23 (1952), 315- 345.

T2 Cochran. William G., “Some Methods for Strengthening the Common χ^2 Tests.” *Biometrics,* 10 (1954). 417—451.

T3 Broffitt. J. D.. and R. H. Randles, “A Power Approximation for the Chi-Square Goodness-of- Fit Test; Simple Hypothesis Case.” Report No. 23, Iowa City, Iowa: University of Iowa, Department of Statistics, 1973.

T4 Schorr. B., "On the Choice of the Class Intervals in the Application of the Chi-Square Test," *Math. Operationsforsch. Statist..* 5(1974), 357- 377.

T5 Schorr. B., "On the Choice of Class Intervals for Chi-Square Test of Goodness of Fit," *Z..4ngew. Math. Mech.,* 54(1974), T249—T251.

T6 Slakter, M. J., "Accuracy of an Approximation to Power of Chi-Square Goodness of Fit Test with Small but Equal ExpectedFrequencies," *I. Amer. Statist. Assoc.,* 63 l968), 912—918.

T7 Viollaz, A. J., "On the Reliability of the Chi-Square Test," *Metrika,* 33(1986), *135— 142.*

T8 Dahia. R. C.. and J. Gurland, "How Many Classes in the Pearson Chi-Square Test?" *J. Amer. Statist..4ssoc..* 65 i1973). 707—712.

T9 Dahia. R. C.. and J. Gurland. Pearson Chi-Squared Test of Fit with Random Intervals." *Bio'netrika.* 59(1972), *147—153.*

T10 Moore. D. S.. "Chi-Square Statistic with Random Cell Boundaries," *Ann. Math. Statist.,* 42 (1971). 147 156.

T11 Kallenbere. W. C. M.. i. Oosterhoff. and B. F. Schriever. "The Number of Classes in ChiS quared Goodness-of-Fit Tests," *J. Amer. Sta:ist. Assoc.,* 80(1985). 959—968.

T12 Quine. M. P.. and J. Robinson. 'Efficiencies of Chi.Square and Likelihood Ratio Goodness-of- Fit Tesis.' *Ann. Statist.. 13(1985),* 727—742.

T13 Chase. G. R.. "The Chi-Square Test When Parameters Are Estimated Independently of the Sample.' *J. Amer. Statist* soc.. 67(1972), 609—611.

T14 Lawal. H. Hayo. and Graham J. G. Upton, "An Approximation to the Distribution of the *x2* Goodnesc-of'Fit Statistic for Use with Small Expectations." *Biometrika.* 67(1980), 447--453.

T15 Brock, D. B., and A. M Kshirsagar, "A x' Goodness-of-Fit Test for Markov Renewal Process," *Ann. Inst. Statist. Math.,* 25 (1973), 643—654.

T16 Hewett, 1. E., and R. K. Tsutakawa, "Two-Stage Chi-Square Goodness-of-Fit Test," *J. Amer Statist. Assoc., 67* (1972), *395—401.*

T17 Moore, David S., and M. C. Sprujil, "Un.fied Large-Sample Theory of General Chi- Squaied Statistics for Tests of Fit," *Ann. Stajist.,* 3 *(1975),* 599—616.

T18 Moore, David S., "Tests of Chi-Squared Type," in Ralph B. D'Agostino and Michael A. Stephens (eds.), *GoodnessoJ:,rjr Techniques,* New York: Marcei Dekker, 1986. p. 63—95.

T19 Ritchey, Robert J., "An Application of the Chi-Squared Goodness-of-Fit Test to Discrete Common Stock Returns," *Bus.* & *Ecu,,. Statist., 4* (l980), 243—254.

T20 O'Reilly, F. J., and C. P. Quesenberry, "Conditional Probability Integral Transformation and Applications to Obtain Composite Chi-Square Goodness-of-Fit Tests," *Ann. Statist.,* I (1973), 74—83.

T21 Slakier, M. J., "Comparative Validity of Chi-Square Goodness-of-Fit Tests for Small but Equal Expected Frequencies," *B6smelrika, 53* (1966), 6l9—622.

T22 Slakter, M. ***3.,*** "Large Values for the Number of Groups with the Pearson Chi-Squared Goodness-of-Fit Tests," *Biometrika,* 60 (1973), 420—421.

T23 Aibrecht, Peter, "On the Correct Use of the Chi-Square Goodness-of-Fit Test." *Scand. Actuarial,* (1980), 149—160.

T24 Jammalamadaka, S. Rao, and Ram C. *Tiwari,* "Efficiencies of Some Disjoint Spacings Tests Relative to a x2 Test," in Madan L. Pun, Jose Perez Vilaplana, and Wolfgang Wertz (eds.), *New Pet spectives in Theoretical and Applied Statistics,* New York: Wiley, 1987, pp. 311—317.

T25 Kolmogorov, A. N., "Sulla Detertnjnazjone Enipirica di una Legge di Distribujzjone," *Giorn. 1st. hal. Attuari,* 4(1933), 83—9!.

T26 Smirnov, N. *V.,* "Estimate of Deviation *between* Empirical Distribution Functions in Two Independent Samples" (Russian), *Bull. Moscow Univ.,* 2(1939), 3—16.

T27 Massey, F. J., "The Kolmogorov—Smirnov Test for Goodness-of-Fit," *I. Amer. Statist. Assoc.,* 46(1951), 68—78.

T28 Lilliefors, W. H., "On the Kolmogorov—smjr,iov Test for Normality with Mean and Variance Unknown," *J. Amer. Statist, Assoc.,* 62 (1967), 399—402.

T29 Lilliefors, W. H., "On the Kolmogorov—Smjrnov Test for the Exponential Distribution with Mean Unknown,"!. *Amer. Statist. Assoc.,* 64 (1969), 387—389.

T30 Lee, S. W., "The Power of the One-Sided and One-Sample Kolmogorov—Smjrnov Test," unp ublished Masters' Report, Kansas State University, 1966.

T31 Quade, D., "On the Asymptotic Power of the One-Sample Kolmogorov-s,pjmov Tests," *Ann. Math. Statist.,* 36 *(1965),* 1000—1018.

T32 Capon, J., "On the Asymptotic Efficiency of the Kohnogorov—smirnov Test,"!. *Amer. Statist. Assoc.,* 60 *(1965), 843—853,*

T33 Ramachandramurty, P. V., "On the Ritman Efficiency of One-sided Kolmogorov and Smirnov Tests for Normal Alternatives," *Ann. Math. Statist.,* 37(1966), 940—944.

T34 Andél, 3., "Local Asymptotic Power and Efficiency of Tests of Kolmogorov—Smirnov Type," *Ann. Math. Statist.,* 38(1967), 1705—1725.

T35 Gleser, Leon Jay, "Exact Power of Goodness-of-Fit Tests of Kolmogorov Type for Discontinuoua Distributions,"!. *Amer. Statist. Assoc.,* 80 (1985), 954 —958.

T36 Nikitin, Ya. Yu., "On the Hodges— Lehmann Asymptotic Efficiency of Nonparametric Tests of Goodness of Fit and Homogeneity," *Theory Probabil. & App!.,* 32 (l987), 77— 85.

T37 Noether, G. E.. "Note on the Kolmogorov Statistic in the Discrete Case." *Metrika.* 7(1963), 115—116.

T38 Loether, G. *E.. Elements of Nonparametric Stati.riics,* New York: Wiley. 1967.

T39 Siakier, M. J.. "A Comparison of Pearson Chi-Square and Kolmogorov doodness-of- F'it Tests a ith Respect to Validity." *J. Amer. Statist Assoc.,* 60(1965). 854 —858. Corrections, *Ibid., 61* i19661. 1249.

T40 C'onover, W J. "A Kolmogorov Goodness-of-Fit Test for Discontinuous Distributions,",*m'..4ias'r. Srati.ct.4sc,',,* 67 (1972y, 591 596.

T41 Schmid. P., "On the Kolmogorov and Smirnov Limit Theorems for Discontinuous Distribution Functions.".4nn. *Math. Statist.,* 29(1958). 1011- 1027.

T42 Carnal. H., "Sur les Theorèmes de Kolmogorov Ct Smirñov dans Ic Cas d'une Distribution Discontinue." *('unane',,i. Math. He/i'.,* 37 (t962), 19-35.

T43 Taha. Ni. A. H.. "Ueber die veraligemeinerten Teste von Kolmogorov und Smirnov für Unstetige Verteilungen" *Miii. l'erein. Scliwei:. Versicherungsnmarh.,* 64(1964), 145— 174.

T44 Azzalini. A., and G. Diana. "The Distribution of Kolmogorov's Statistic for Discrete Variates," *Metro,i.* 39 (l9bl), 133 140.

T45 Zelterman, Daniel, "Approximating the Distribution of Goodness of Fit Tests for Discrete Data," *C'ompui. Statist. & Data Analysis,* 2(1984), 207 -214.

T46 Guilbaud. Olivier, "Stochastic Inequalities for Kohrmogorov and Similar Statistics, with Csnfidence Region Applications." *Scand. J. Statist.,* 13 (1986), 301—305.

T47 Schuster. E. F.. "Goodness-of-Fit Problem for Continuous Symmetric Distributions," *J. Amer. Sutist.* 43505., 6S (1973), 713 -715. Corrigenda, *Ibid.,* 69(1974), 288.

T48 Schafer, R. E., J. M. Fijikelstein, and J. Collins, "Goodness-of-Fit Test for Exponential Dist ribution with Mean Unknown," *Biomerrika,* 59(1972). 222- 224.

T49 Snnivasan, R., "An Approach to Testing the Goodness-of-Fit of Incompletely Specified Distributions," *Biorneirika,* 57(1970), 605—611.

T50 Finkelstein, J. M.. and R. W. Schafer, "Improved Goodness-of-Fit Tests," *Biomeirika, 58* (1971), 641—645.

T51 Lohrding, R. K.. "Three Kolmogorov—Smirnov-Type One-Sample Tests with Improved Power Properties," *J.* Statist. *Comnp. and Simulation,* 2(1973), 139—148.

T52 Riedwyl, H., "Goodness of *Fit."J. Amer. Statist. Assoc.,* 62(1967), 390—398.

T53 Maag. U. R.. F. Streit, and P. A. Drouilly. "Goodness-of-Fit Tests for Grouped Data," *J. Amer.* Statist..*4ssoc..* 68 (1973). 462—465.

T54 D'Agostino. R. H.. "Omnibus Test of Normality for Moderate and Large Size Samples." *Biometrika,* 58(1971). 341 -348.

T55 Heathcote, C. R.. "A Test of Goodness-of-Fit for Symmetric Random Variables," *.4ustral. J. Statist.,* I4(l92i. 172—181.

T56 Maag. U. R.. and G. Dicaire. "On Kolmogorov-Smirnov Type One-Sample Statistics." *Binn iegrika,* 58 (l9"l 653 656.

T57 Suzuki, G.. "On Exact Probabilities of Some Generalized Kolmogorov's 1)-Statistics,".*4nn. Inst. Statist. ilarh..* 19(1967). 373 388.

T58 Harter. H. Leon. Harry J. Khamis, and Richard E, Lamb, "Modified Kolmogorov- Smirnov Tests of Goodness of Fit," *('ommunic. in Siati.ci.—Si,nulation and Computation.* 13(1984), 293- 323.

T59 Mantel, Nathan, "kolmogorov—Smirno Siatistics—Weightings, Modifications, and Variations," in P. K. Sen (ed.), *Biostatistics: Statistics in Biomedical. Public Health and Environmental Sciences.* Amsterdam: Elsevier, 1985, pp. 399—412. –

T60 Guilbaud. Olivier. "Exact Kolmogorov-Type Tests for Left-Truncated and/or Right- Censored Data," *J. Amer. Siatist. Assoc,* 83(1988), 213—22 I.

T61 Inglot. Tadeusz and Teresa Ledwina, "On Probabilities of Excessive Deviations for Kolmogorov—Smirnov, Cramhr—Ven Mites and Chi-Square Statistics," Report Series No.8, Institute of Mathernatcs. Technical University of Wroclaw. Wroclaw, Poland.

T62 Iman, Ronald I.., "Graphs for Use with the Lilliefors Test for Normal and Exponential Distr.b utions," *Amer. Statist..* 36 (1982), 109—112.

T63 Hodges, J. L., Jr.. "The Significance Probability of the Smirnov Two-Sample Test," *Ark. Ma,.,* 3(1958), 469—486.

T64 Quade, Dana. "The Pair Chart," *Statistica Neerlandica,* 27 (1973), 29—45.

T65 Dnon, F. F.. "Some Distribution-Free Tests for the Difference between Two Empirical Cumulative Distribution Functions," *Ann. Math. Statist.,* 23 (1952), 563—574.

T66 Yu, C. S., "Pitman Efficiencies of Kolmogorov—Smirnov Tests," *Ann. Math. Statist.,* 42 (1971). 1595—1605.

T67 Klotz, J., "Asymptotic Efficiency of the Two Sample Kolmogorov-Sniirnov Test," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 62 (1967), 932—938.

T68 Bickel, P. J., "A Distribution-Free Version of the Smirnov Two-Sample Test in the p-Variate Case," *A,,n. Math. Statist.,* 40(1969), *1—23.*

T69 Steck, G.P., "The Smirnov Two-Sample Tests as Rank Tests," *Ann. Math. Statist..* 40(1969), 1449—1466.

T70 Angus, J. F., "The Connection between the Barnard—Birnbaum Monte Carlo Test and the Two-Sample Kolmogorov—Smirnov Test." *Math.* & *Comput. Simulation,* 26 (1984), 20- 22.

T71 Barnard, G. A. (In discussion), *J. Roy. Statist. Assoc., Ser. B,* 25(1963), 294.

T72 Birnbaurn, Z. W., "Computers and Unconventional Test Statistics," in Frank Proschan and R. J. Serfiing (eds.), *Reliability and Biometry,* Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1974, pp. 441—458.

T73 Wicand, H. S., "Application of Nonparametric Statistics to Cancer Data," in P. R. Krishnaiah and P. K. Sen (eds.), *Handbook of Statistics,* Vol. IV, Amsterdam: Elsevier, 1984, pp. 771—790.

T74 Birnbaum, Z. W., "Numerical Tabulation of the Distribution of Kolmogorov's Statistic for Finite Sample Size," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 47(1952), 425—441.

T75 Goodman, L. A.. "Kolmogorov—Smirnov Tests for Psychological Research," *Psycho!. Bull.,* 51 (1954), 160—168.

T76 Cramer. H.. "On the Composition of Elementary Errors," *Skandinavisk Aktuarietidskrfi,* II (1928), 13—74 and 141—180.

T77 von Mises, R... *Wahrscheinlichkeirsrechung und litre Anwendung in der Statistic und theoretischen Phrsik,* Leipzig: F. Deuticke, 1931.

T78 Angus, John E.. "On the Asymptotic Distribution of Cramer—von Mises One-Sample Test Statistics under an Alternative," *Communic. in Statist. — Theory and Methods,* 12 (1983), 2477—2482.

T79 Birnbaum, Z. W., and R. A. Hall, "Small Sample Distribution for Multi-Sample Statistics of the Smirnov Type." *Ann. Math. Statist..* 31(1960), 710—720,

T80 Gibbons, Jean D.. "A Distribution-Free Two-Sample Goodness-of-Fit Test for General Altern atives," *Br. J. Math. Statist. Psycho!.,* 25(1972), *95—106.*
T81 Flora, Stephen C.. Goodness of Fit Tests Using Regression." *Communic. in Statist.— Theori and Methods.* 1441985), 3O7-332.

T82 Kocherlakota, S.. and K. Kocherlakota, "Goodness of Fi Tests for Discrete Distributions" *Conimunic. in Sratsr. Theory and Metheds.* 15 (1986). 815—829.

T83 Zeltermari. Daniel. "Goodness-of-Fit Tests for L.arge Spars Muitinomial Distribitions," I. *Amer. Statist. 4ssoi,,* 82 (19$7. fi24-ui29.

T84 Kur,iazawa, 'i'oshiki. Goodnesr.-of-Fit Statistics for Symmetric Distributions,' *J. Japan Statist. lot.,* 2 (l9.2). 25- 38.

T85 Oja. Hannu, "New Tests for Not malitv." *Biornerrika, 70(1983).* 297-299.

T86 Best, D. J., and 3. C. W. Ravncr. "Lancaster's Test of Normalit'," *J. Statist. Planning and Inference,* 12(1985). 395-400.

T87 Lancaster, H. 0.. *The ('hi-Squared Distribution.* New York: Wiley. 1969.

T88 LaRiccia, Vincent N.. "Optimal Goodness-of-Fit Tests for Normality against Skewness and Kurtosis Alternatives." *J. Statist. Planning and Inference.* 13(1986), 67—79.

T89 Shapiro, Samuel S.. *l!m to Test Normality and Other Distributional Assumptions,* Milwaukee: American Society for Quality Control. 1980.

T90 Best, D. 3., and J. C. W. Ravner. "A Test for Bivariate Normality," Statist. & *Probabil. Letters,* 6(1988), 407—412.

T91 Ongus, John E.. "Goodness-of-Fit Tests for Exponentiality Baced on a Loss-of-Memory Type Funclional Equation," *i. Statis..Planning and Inference,* 6 (1982), 241—251.

T92 Ilaber, Michael, "A Comparative Simulation Study nf the Small Sample Powers of Several Goodness of Fi Tests." *J. Statist. Cumput. and Simulation,* 11(1980), 241— 250.

T93 Jammalamadaka, S. Rao, and Ram C. Tiwan, "Asymptotic Comparison of Three Tests for Goodness of Fit, *'J. Statist. Planning and Inference,* 12 (1985), 295- 304.

T94 McKinley, Robert L.. and Craig N. Mills, "A Comparison of Several Goodness-of-Fit Statistics,".*4ppl. Psychol..4feasurement,* 9(1985), 49- 57.

T95 Conover, W. J,, "Several k-Sample Kolmogorov—Smirnov Tests," *Ann. Math. Statist..* 36 (1965), 1019—1026.

T96 Conover, W. J.. "A k'Sample Extension of the One-Sided TwoSample Smirnov Test Statistic," *Ann. Math. Statist.,* 38(1967), 1726—1730.

T97 Oja. Hannu, "Two Location and Scale-Free Goodness-of-Fit Tests." *Biometrika,* 68 (1981), 637—640.

T98 Chmielewski. Margaret A., "A Re.Appraisal of Tests for Normality," *Lommunic. in Statist.— Theory and Method.c.* 10(1981). 2005 2013.

T99 Hirotsu, C,, "Cumulative Chi-Squared Statistic as a Tool for Testing Goodness of Fit," *Biom etrika,* 73(1986). 165—l73.

T100 DAgostino, Ralph B.. and Michaei A. Stephens 1edsj, *Goodness-of-Fit Techniques.* New York: Marcel Dekker, 1980.

T101 Daniel, Wayne W.. *Goodness of Fir:.4 Selected Bibliography for the Statistician and the Researcher,* Monticello. Ill.: Vance Biblioeraphies, 1980.

T102 Rornesburg, H. Charles, "FITEST: A Computer Proeram for 'Exact Chi-Square' Goodness-of- Fit Significance Tests," *Computers & Geo.sciences,* 7 1981). 47—58.

T103 Radlow, Robert, and Edward F. AIf. Jr., "An Alternate Multinomjal Assessment of the Accuracy of the Test 61 Goodness of Fit." *J..4mer. Staust..4ssoc..* 70(1975), 811 $13.

T104 Theodorsson, El',ar. "BASIC Computer Program to Summarize Data Using Nonparametric and Parametric Statistics Including Anderson— Darling Test for Normality," *Comput. Methods cmd Programs in Biomed.,* 26 (1988), 207—214

T105 Anderson. T. W., and D. A. Drrling. "Asymptotic Theory of Certain 'Goodness of Fit' Criteria Based or' Stochastic Processes," *Ann. Math. Statist.,* 23(1952), 193—212,

E1 Stranges. Richard J., and Anthony C. Riccio, "Counselee Preferences br €ounsetors: Some Implications for Counselor Education." *Counselor Educ. and Supervision,* 10(1970), 39—45.

E2 Miltimore. J. E. i M. McAnhur. B. P. Goplen. W. Majak, and R. E. Horwath, "Variability of Fraction I Protein and Total Phrnotii. Constitucnts in Alfalfa," *Agron. J.,* 66(1974), 384—386.

E3 Gore. W I,., "Quality Control in the Chemical Industry IV: Statistical Methods in Plastics Research and Development." *indust. Quality Control,* 4 (September 1947), *5—8.*

E4 Lafleur. M. S.. P. F. Hinrichscn. P. C. Landry, and R. B. Moore, "The Poisson Distribution: An Experimental Approach to Teaching Statistics." *Physics Teacher.* 10(1972), 314—321.

E5 Yusuf, *S.* M. Anwar, "Two Measures of Risk-Taking in India," *Psychotogia,* 16 (1973), 46—48.

E6 Kogan. N., and M. A. Wallach, "The Effect of Anxiety on Relations between Subjective Age and Caution in an Older Sample," in P. H. Hoch and J. Zubin (eds.), *Psychopathology of Aging,* New York: Grune ana Stratton, 1961.

E7 Wallach. M. A.. and N. Kogan, "Sex Differences and Judgement Processes," *J. Personality,* 27 (1959). *555*- 564.

E8 Waflach, M. A., and N. Kogan, "Aspects of Judgement and Decision Making: Interrelations iips and Change with Age," *Behav. Sd.,* 6 (196i), 23—36.

E9 Rettig, S.. and H. W. Rawson, "The Risk Hypothesis in Predictive Judgeinents of Unethical Behaviour." *I. Abnonn. Soc. Psycho!..* 66(1963), 243—248.

E10 Ibrahim, V. N., K. Kamel, 0. Salim, A. Azim, M. F. Gaballah, F. Sabry, A. El-Naggar, and K. Hoerman, "Hereditary Blood Factors and Aiithropometry of the Inhabitants of the Egypt ian Siwa Oasis," *Hwn. Blot.,* 46(1974), 57—68.

E11 Czeizel, A., and G. Tusnadi, "An Epidemiologic Study of Cleft Lip with or without Cleft Palate and Posterior Cleft Palate in Hungary," *Hum. Hered.,* 21(1971), 17—38.

E12 Dusheiko, S. D., "Some Questions Concerning the Pathological Anatomy of Alzhcimer's Disease," *Soy. Neurol. Psych.* 7 (Summer 1974), 56—64.

E13 Edwards, A. W., and M. Fraccaro, "Distribution and Sequences of Sexes in a Selected Sample of Swedish Families," *Ann, Hum. Genet,,* 24(1960), 245—252.

E14 Kendall. David G., "Some Problems in the Theory of Queues." *I. Roy. Statist. Soc., Ser. B.* 13 (1951), 151—185.

E15 Neyman. J.. "On a New Class of 'Contagious' Distributions. Applicable in Entomology and Bacteriolosy," *Ann. Math. Statist.,* 10(1939), 35—57.

E16 Grundinann. R.. M. Raab, E. Meusel, R. Kirchhcff. and H. Pichlmaier, "Analysis of the Optimal Perfusion Pressure and Flow Rate of the Renal Vascular Resistance and Oxygen Consumption in Hypothermic Perfused Kidney," *Surgery,* 77 (1975). 451-461.

E17 Treloar. Alan E., "Menarche. Menopause, and Intervening Fecundity." *Hum. BioL.* 46(1974), 89—107.

E18 Moreno, A. l., A. R. Burchell, R. V. Reddy, W. F. Panke, and T. F. Nealon, Jr., "The Hemodvnasnjcs of Portal Hypertension Revisited: Determinants and Significance of Occluded Portal Pressures," *Surgery,* 77(1975), 167—179.

E19 Burrus, S. K., D. B. Dill, Dianna L. Burk, David V. Freeland, and William C. Adams, "Observations at Sea Level and Aititude on Basal Metabolic Rate and Related Cardio-Pulmonarv Functions:' *Hum. Blot.* 46(1974), 677—692.

E20 Glovsky, Leon, and Seymour Rigrodsky, 'A Deseloprnental Analysis of Mentally Deficient Children with Early Hisiories of Aphasia," *Training School Bull..* 61(1964). 76—96.

E21 Edwards, C. W., "Left Venticular Hyperiroph in Emphysema." *Thorax.* 29(l974). 75— 80.

E22 Gooden. D. S., "Non Destructive Neutron Activation Analysis fo the ctennination of Manganese and Zinc in Human Skin Biopsies: *Phi's. Med. Biol..* 17 (lc72). 26—3 I

E23 Wallenberg, L. R., "Reduction in Cold-Induced Natriuresis Followins Fhroncotic Albumin Infusion in Man Undergoing Water Diuresis." *Scwzd. J. Clin. Lab. Invest.. 3.1* t974). 233—239.

E24 Higby. D. J.. E. Cohen. J. F. Holland. and L. Sinks. "The Prophylactic Treatment of Thromb ocytopenic Leukemic Patients with Platelets: A Double Blind Study." *Tranajusion.* 14(1974). 440-446.

E25 Akerfeldt, A., “Oxidation of N, N-Dimethyl-p-Phenylenediamine by Serum from Patients with Mental Disease,” *Science.* 125 (1957), 117—118.

E26 Friedhofi’, Arnold J., Myra Palmer. and Christine Simmons, “An Effect of Exercise. Skin Shock, and Ascorbic Acid on Serum Oxidase Activity,” *Arch. Neusol. Psvchiarri’,* 81 (l9S9. 620—626.

E27 Reed. Bruce L., and Marvin A. Lanphere. “Chemical Variations across the Alaska— Aleutian Range Batholith,” *J. Res. U. S. Geol. Sur vet.* 2(1974), 343—352.

B A B 9

KORELASI BERPERINGKAT DAN UKURAN LAIN ATAS HUBUNGANNYA

Bab ini menyajikan beberapa prosedur untuk menyelidiki ada (atau tidaknya) hubungan antar variabel. Seorang peneliti hipotesis menyatakan adanya hubungan antara dua variabel atau diantara variabel. Berikut adalah contoh dari penelitian hipotesis dari beberapa bidang :

- ✓ *Pertanian* : Hasil dari tanaman tertentu berkaitan dengan jumlah kimia di dalam tanah
- ✓ *Biologi* : panjang sayap dan panjang ekor dari beberapa jenis burung berkolerasi secara langsung
- ✓ *Bisnis* : ada hubungan terbalik antara kepuasan seorang karyawan dan tingkat kebisingan di area kerja
- ✓ *Bidang teknik* : ada hubungan antara kekuatan produk tertentu dan jumlah kotor (tidak murni) bahan baku
- ✓ *Kesehatan dan kedokteran* : polusi udara dan penyakit paru-paru merupakan asosiasi
- ✓ *Psikolog* : harga diri dan perilaku sosial yang saling berkaitan
- ✓ *Sosiologi* : ada hubungan antara status sosial dan sikap terhadap perilaku menyimpang

Untuk tambahan ilustrasi dan bidang lainnya dibahas dalam contoh dan diikuti dengan latihan.

Bab 5 mencakup hubungan antara kategori variabel di alam (yang diukur pada sebuah skala nominal) menggunakan test chi-square (chi-kuadrat) dari independen, sebuah prosedur yang secara logis hadir dalam bab ini. Karena luasnya pengggunaan test chi-square dari independen dan test chi-square lain, meskipun begitu teknik ini dibahas dalam bab yang terpisah.

Bab ini meninjau dua aspek dari hubungan analisis. Pertama, kami lebih tertarik dalam menentukan apakah mengamati sampel data memberikan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa di dalam sampel populasi variabel saling berkaitan. Kami ingin mencapai keputusan mengenai adanya sebuah hubungan antar variabel ; kami ingin menghitung ukuran dalam beberapa pengertian yang mengungkapkan derajat dan kekuatan dari hubungan antar variabel. langkah-langkah tersebut, dihitung dari sampel data biasanya berfungsi untuk 4 tujuan :

1. mereka mengukur kekuatan dari hubungan antar sampel pengamatan
2. mereka memberikan estimasi dari sebuah titik ukur
3. mereka memberikan dasar untuk membangun rasa percaya diri untuk mengukur kekuatan dari hubungan antar variabel di dalam populasi
4. mereka memungkinkan penyidik untuk mencapai sebuah kesimpulan tentang adanya sebuah hubungan di dalam populasi darimana sampel itu diambil

Dari pelajaran sebelumnya di dalam *classical statistic*, pembaca mungkin ingat, korelasi koefisien mengukur kekuatan dari hubungan antar pengamatan yang ditarik dari populasi dua arah. Statistik ini dikenal dengan dengan produk pearson-saat koefisien korelasi ini biasanya yang dirujuk ***r*** dan didefinisikan sebagai :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - Xbar)(Y_i - Ybar)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i - Xbar)^2 \sum_{i=1}^{n}(Y_i - Ybar)^2}}$$

Dimana X dan Y adalah variabel yang ditarik. Digunakan untuk estimate ρ, korelasi koefisien populasi. Sayangnya untuk membuat kesimpulan, ***r*** hanya cocok jika kami mengambil distribusi pengambilan dari sampel populasi adalah distribusi dua arah yang normal. Ukuran hubungan yang dibahas dalam bab ini telah dikembangkan, sebagian untuk memberikan teknik statistik yang berlaku untuk digunakan dengan data yang tidak memenuhi asumsi yang diperlukan untuk analisis parametrik korelasi.

Persamaan pearson-saat koefisien korelasi memiliki karakteristik yang dianggap diperlukan sekali untuk berapapun ukuran korelasi antar dua variabel X dan Y.

1. Jika nilai lebih besar dari X cenderung dipasangkan dengan nilai yang lebih besar dari Y (dan akibatnya nilai yang lebih kecil dari Y cenderung

dipasangkan), ukuran dari korelasi harus positif dan harus mendekati 1 sebagai kecenderungan yang menjadi lebih jelas. Seperti dalam hubungan situasi antara X dan Y dinamakan dengan hubungan langsung.

2. Jika nilai kecil dari X cenderung dipasangkan dengan besar nilai dari Y (dan sebaliknya), mengukur korelasi harus menjadi negatif dan harus mendekati -1 sehingga kecenderungan lebih jelas. Hal ini disebut sebagai hubungan terbalik.

3. Jika besar nilai dari X terlihat cenderung untuk dipasangkan dengan nilai kecil dari Y dengan besar nilai Y, ukuran korelasi harus mendekati nol. Dalam kasus ini, X dan Y tidak berhubungan dan kami mengatakan bahwa mereka independen. Jika X dan Y merupakan independen, hubungan mereka adalah nol. Tetapi korelasi nol tidak selalu menyatakan independen. [lihat pada (T1, p. 161)]

BACAAN LANJUTAN

Untuk lebih lanjut mengenai pembahasan dari hubungan, lihat artikel karya Kruskall (T2) dan buku karya Kendall (T3) dan Liebetrau (T4).

9.1

KOEFISIEN KORELASI RANK SPEARMAN

Pengukuran pertama dari asosiasi, kami membahas yang dikenal baik dan secara luas menggunakan koefisien korelasi rank spearman**,** yang diperkenalkan oleh Spearman (T5) tahun 1904.

Asumsi

a. Data terdiri dari sampel acak *n* dari pasangan pengamatan numerik atau non numerik.

b. Pasangan lain dari perwakilan yang mewakili dua pengukuran yang diambil pada objek yang sama atau individual, disebut dalam bagian asosiasi

Dalam mempersiapkan penghitungan spearman rank correlation coefficient, kami membahas data kami dengan mengikuti prosedur:

1. Jika data terdiri dari pengamatan populasi dua arah, kami mengusulkan pasangan ***n*** dari pengamatan (X_1, Y_1), (X_2, Y_2),….,(Xn,Yn)

2. Setiap X menduduki peringkat yang relatif terhadap semua nilai X yang diamati, dari yang paling terkecil hingga yang paling besar di dalam sebuah besaran. Kedudukan *ke-i* dari nilai X yang ditandai oleh

R (X_1) dan R(X_1) = 1 jika X merupakan nilai pengamatan yang paling kecil dari X.

3. Setiap yang menduduki peringkat relatif terhadap semua nilai Y yang diamati, dari yang paling kecil hingga yang paling besar dalam sebuah besaran. Kedudukan *ke-i* dari nilai Y ditandai oleh R(Y_1) dan R(Y_1) = 1 jika Y merupakan nilai pengamatan yang paling kecil dari nilai Y
4. Jika ikatan yang terjadi antara X atau antara Y, setiap nilai yang ditetapkan merupakan kedudukan posisi yang terikat.
5. Jika data tersebut terdiri dari pengamatan non numerik, mereka harus mampu menjelaskan kedudukan urutannya.

Hipotesis

A. (dua arah)

Ho : X dan Y merupakan independen

H_1 : X dan Y merupakan secara langsung atau hubungan berbalik

B. (satu arah)

Ho : X dan Y merupakan independen

H_1 : terdapat hubungan secara langsung antara X dan Y

C. (satu arah)

Ho : X dan Y merupakan independen

H_1 : terdapat hubungan berbalik antara X dan Y

Statistik Uji

Uji statistiknya adalah

$$R_S = 1 - \frac{6\sum {d_i}^2}{n(n^2-1)}$$

Dimana

$$\sum {d_i}^2 = [R(X_i) - R(Y_i)]^2$$

Uji statistik juga mengukur asosiasi. Seperti, membicarakan tingkat ukuran derajat koresponden antara kedudukan sampel pengamatan yang lebih baik daripada pengamatan sendiri. Namun dianggap sebagai hubungan pengukuran kekuatan antara X dan Y dalam sampel populasi. Tepatnya pengukuran kekuatan yang memperkirakan ***rs*** yang sulit untuk diperkirakan, permasalahan ini tidak berlanjut karena kepentingan teoritis.

Ketika kedudukan X sama dengan kedudukan Y untuk setiap pasangan pengamatan (hubungan sempurna secara langsung) semua perbedaan d_i akan sama dengan nol dan r_S akan sama dengan +1. Kendall (T3) menunjukkan bahwa secara umum r_S = -1 ketika kedudukan satu variabel dalam setiap pasangan dari pengamatan (X_1, Y_1) merupakan cadangan dari yang lain (hubungan sempurna berbalik). Dengan demikian:

$$[R(X) = 1, R(Y) = n]$$

$$[R(Y) = 2, R(Y) = n -1],\ldots\ldots,[R(X) = n, R(Y) = 1]$$

Untuk n pasang pengamatan, r_s = — 1. Hal ini dapat diilustrasikan dengan menggunakan sebuah contoh sederhana. Misalkan kita memiliki sepasangan pengamatan (Xi, Yi): (0. 10). (8, 3), (2,9), (5,6). Dengan peringkat sebagai berikut

R(Xi)	1	4	2	3
R(Yi)	4	1	3	2

Jumlah nilai d_i^2 adalah $(3)^2 + (3)^2 + (—1)^2 + (1)^2 = 20$, dan ketika kita masukkan ke Persamaan 9.1, kita punya

$$R_s = 1 — [6(20)/14(16 —1)] = 1 — (120/60) = 1 —2 = —1$$

Kendall (T3) juga menunjukkan bahwa r_s tidak akan pernah lebih besar dari + 1 atau kurang dari -1.

Aturan Keputusan

Tabel A.2 1 memberikan nilai kritis r_s untuk ukuran sampel 4 sampai 100, disiapkan oleh Zar (T6). Berikut ini adalah tiga keputusan aturan untuk hipotesis.

A. (Dua arah): Tolak H_0 pada tingkat α jika nilai yang dihitung dari r_S lebih besar dari nilai yang ditabulasi untuk n dan α(2) diberikan dalam Tabel A.21 atau kurang dari nilai negatif nya

B. (satu arah): Tolak H_0 pada tingkat α jika nilai yang dihitung dari r_S lebih besar dari nilai yang ditabulasi untuk n dan α(1) dalam Tabel A.21

C. (satu arah): Tolak H_0 pada tingkat α jika nilai yang dihitung dari r_s kurang dari nilai yang ditabulasi untuk n dan α(1) dalam Tabel A.21

Contoh 9.1

Pincherle dan Robinson (E1) mencatat variasi hasil amatan dalam pembacaan tekanan darah. Mereka menemukan bahwa dokter yang membaca tinggi pada sistolik cenderung untuk membaca tinggi pada diastolik. Tabel 9.1 menunjukkan rata-rata tekanan darah sistolik dan diastolik pembacaan oleh 14 dokter.

TABEL 9.1

Rata-rata pembacaan tekanan darah, milimeter merkuri, oleh dokter

Doctor	1	2	3	4	5	6	7
Systolic	141.8	140.2	131.8	132.5	135.7	141.2	143.9

Diastolic	89.7	74.4	83.5	77.8	85.8	86.5	89.4
Doctor	8	9	10	11	12	13	14
Systolic	140.2	140.8	131.7	130.8	135.6	143.6	133.2
Diastolic	89.3	88	82.2	84.6	84.4	86.3	85.9

Sumber: G. Pincherle and D. Robinson, Mean Blood Pressure and Its Relation to Other Factors Determined at a Routine Executive Health Examination. *J. Chronic Dis..* 27 (1974). 245-260; used with permission of Pergamon Press

hubungan antara dua variabel. Berdasarkan asumsi bahwa 14 dokter merupakan sampel acak dari populasi dokter, kita ingin tahu apakah kita dapat menyimpulkan dari data bahwa ada hubungan langsung antara bacaan sistolik dan diastolik. Misalkan kita menggunakan $\alpha = 0.05$

Hipotesis

H_0 = Sistolik dan diastolik tekanan darah oleh dokter independen

H_1 = Ada hubungan langsung antara pembacaan tekanan darah sistolik dan diastolik oleh dokter

Hipotesis alternatif, dengan kata lain, menyatakan bahwa dokter yang membaca tekanan pada sistolik cenderung untuk membaca tekanan pada diastolik.

Statistik Uji

Perhitungan perantara yang diperlukan untuk menghitung r_s diberikan dalam Tabel 9.2. Ketika kita mengganti $\sum {d_i}^2 = 13150$ dari Tabel 9.2 ke dalam Persamaan 9.1, kita punya.

$$R_s = 1 - \frac{6(132.50)}{14(14^2-1)} = 0.71$$

TABEL 9.2

Perhitungan perantara untuk r_s komputasi dalam contoh 9.1

Sistolik (X_i)	Diastolik (Y_i)	R(Xi)	R(Yi)	$d_i = R(X_i) - R(Y_i)$	d_i^2
141.8	89.7	12	14	-2	4
140.2	74.4	8.5	1	7.5	56.25
131.8	83.5	3	4	-1	1
132.5	77.8	4	2	2	4
135.7	85.8	7	7	0	0
141.2	86.5	11	10	1	1
143.9	89.4	14	13	1	1
140.2	89.3	8.5	12	-3.5	12.25
140.8	88	10	11	-1	1
131.7	82.2	2	3	-1	1
130.8	84.6	1	6	-5	25
135.6	84.4	6	5	1	1

143.6	86.3	13	9	4	16
133.2	85.9	5	8	-3	9
					$\sum d^2 =$ 132.50

Keputusan

Tabel A.21 menunjukkan bahwa, untuk n = 14 dan α(1) = 0.05, nilai kritis r_s adalah 0.464. Karena nilai kita dihitung dari 0.71 lebih besar dari 0.464, kita menolak H_0 dan menyimpulkan bahwa dokter yang membaca tinggi pada sistolik cenderung untuk membaca tinggi pada tekanan darah diastolik. Karena nilai kita dihitung dari 0,71 adalah antara nilai-nilai tabulasi dari 0.679 dan 0.723, nilai P untuk tes ini adalah antara 0,005 dan 0.0025.

Hubungan sebelumnya, direkomendasikan bahwa hubungan yang terjadi di X atau Y yang di bagi dengan menentukan masing-masing pengamatan terikat peringkat rata-rata dari posisi peringkat untuk yang terikat.

Hubungan mempengaruhi besarnya nilai yang dihitung dari r_s sangat kecil kecuali jumlah mereka berlebihan. Kita dapat menggunakan koreksi berikut untuk hubungan jika diinginkan. Mari

$$T_x = \frac{{t_x}^3 - t_x}{12}$$

$$T_y = \frac{{t_y}^3 - t_y}{12}$$

$$\sum x^2 = \frac{n^3 - n}{12} - \sum T_x$$

$$\sum y^2 = \frac{n^3 - n}{12} - \sum T_y$$

Dimana t_x dan t_x masing-masing adalah, jumlah X pengamatan dan jumlah pengamatan Y yang terikat untuk peringkat tertentu. Ketika koreksi untuk hubungan yang digunakan, uji statistiknya adalah

$$R_S = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum {d_i}^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

Glasser dan Winter (T7) telah menyiapkan tabel nilai-nilai penting dari Spearman koefisien rank korelasi. Litchfield dan Wilcoxon (T8) menyajikan sebuah nomograph yang memungkinkan pembacaan langsung dari koefisien rank korelasi.

Pendekatan Sampel Besar

Bila ukuran sampel lebih besar dari 100, kita tidak dapat menggunakan Tabel A.21 untuk menguji signifikansi r_s. Kemudian kita dapat menghitung

$$Z = r_s\sqrt{n-1}$$

Yang didistribusikan sebagai standar normal.

Efisiensi Power

Efisiensi relatif asymptotic dari tes berdasarkan r_s relatif terhadap uji *t* parametrik didasarkan pada uji Pearson -momen koefisien korelasi adalah $9/\pi^2 = 0{,}912$, ketika kedua tes yang diterapkan pada kondisi yang sama di mana asumsi yang mendasari uji parametrik terpenuhi. Lihat Stuart (T9) dan Bhattacharyya et al. (T10). Woodworth (T11) membahas Bahadur (T12) efisiensi tes berdasarkan r_s.

BACAAN LANJUTAN

Daniels (T13) telah menyarankan penggunaan r_s sebagai tes untuk trend, dan Kraemer (T14) membahas distribusi nonnull r_s. Sebuah catatan Zar (T15) menjelaskan metode dimana nilai-nilai penting dalam Tabel A.21 yang dihitung. Iman dan Conover (T16) juga sudah menyiapkan tabel nilai kritis untuk digunakan dengan statistic Spearman. Sebuah catatan Griffiths (TL7) juga menarik.

LATIHAN

9.1 Bakos (E2) melaporkan pengamatan yang dilakukan pada komet Bennett. Yang dicatat dalam Tabel 9.3. Penulis diplot histogram berkurang besarnya penampakan nilai (H) terhadap log dari jarak heliosentris r. Hitung r untuk pasang pengamatan (r, H), dan tes untuk hubungannya.

TABEL 9.3

Data observasi pada komet Bennett

Heliocentric Distance (r)	0.685	0.72	0.735	0.75	0.798	0.81	0.828	0.95
Reduced visual Magnitude (H)	1.72	1.8	2.53	2.15	2.81	2.92	2.8	3.82
Heliocentric DIstance(r)	0.988	1.21	1.228	1.244	1.267	1.295	1.312	1.33
Reduced visual Magnitude (H)	3.77	5.06	5.21	5.19	5.39	5.61	5.57	5.89

Sumber: Gustav A. Bakos, Pengamatan fotolistrik Comet Bennett. J. Roy. Aron. Soc. Can.. 67 (1973). 183-189.

9.2 Daniel (E3) meneliti sifat hubungan antara kecerdasan dan dominasi sosial pada tikus albino. Tabel 9.4 menunjukkan hasil percobaan. Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan hubungan antara kecerdasan dan dominasi sosial pada tikus albino? Berapakah nilai P untuk tes ini?

9.3 Tabel 9.5 menunjukkan tingkat serum dan magnesium tulang dari 14 pasien seperti dilansir Alfrey Ct al. (E4). Dapatkah kita menyimpulkan dari data ini bahwa ada hubungan antara magnesium serum dan magnesium tulang dalam populasi sampel? Cari nilai P

9.4 Gentry dan Pike (E5) melaporkan data pada rata-rata tingkat pengembalian dan nilai portofolio saham biasa untuk 32 perusahaan asuransi jiwa untuk 1956 hingga 1969 ditunjukkan pada Tabel 9.6. Hitung r dan uji signifikansi. Tentukan nilai P.

TABEL 9.4

Intelijen dan dominasi sosial Pada tikus albino

Tikus	skor Intelligence	skor dominasi Sosial
1	45	63.7
2	26	0.1
3	20	15.6
4	40	101,2
5	36	25.4
6	23	1.8

Sumber: Jean Daniel, “sebuah pelajaran tentang Hubungan antara Dominasi Sosial dan Intelijen Tikus Albino. Laporan penelitian yang tidak dipublikasikan. 1975

TABEL 9.5

Serum dan magnesium tulang dalam Tingkat 14 Pasien

Serum mg (m Eq./L.)	3.60	2.85	2.80	2.70	2.60	2.55	2.55
tulang mg (m Eq. / Kg ash)	672	610	621	567	570	638	612
Serum mg (m Eq./L.)	2.45	2.25	1.80	1.45	1.35	1.40	0.90
tulang mg(m Eq./kg ash)	552	524	400	277	294	338	230

Sumber Allen C. Altrey. Na.icy L. Miller, dan Donald Butiws, 'Evaluasi Tubuh Toko Magnesium. "Olin J. Lab. Med., 84 (1974), 153-162.

TABEL 9.6

rata-rata tingkat pengembalian portofolio saham biasa untuk 32 perusahaan asuransi jiwa, 1956-1969, dan 1969 nilai masing-masing portofolio saham.

Rata-rata	nilai portofolio	rata-rata	nilai portofolio

Tingkat Pengembalian	saham biasa, December 31,1969,	Tingkat pengembalian	saham biasa, December 31,1969,
18.83	96	10.44	111.9
16.98	54.6	10.44	179.8
15.36	84.4	10.33	29.2
14.65	251.5	10.3	279.5
14.21	131.8	10.22	166.6
13.68	37.3	10.05	194.3
13.65	109.9	10.04	40.8
13.07	13.5	9.57	428.4
12.99	76.3	9.5	7
12.81	72.6	9.48	485.6
11.6	42.1	9.29	165.3
11.51	41.5	9.21	343.8
11.5	56.2	9.04	35.4
11.41	59.3	8.82	24.7
11.26	1184	8.78	2.7
10.67	144	7.26	8.9

Sumber: James Gentry dan John Pike. "Sebuah Studi Empiris dari Hipotesis Risk-Kembali Menggunakan Portofolio Saham Perusahaan Asuransi Jiwa," J. Finan. Quant. Anal.. 5 (1970). 179-185

9.2

KENDALL'S TAU

Mari kita membahas tentang ukuran korelasi yang dinamakan Kendall's tau dan uji yang menyertainya. Kendall (T18) secara independen melakukan pengukuran tahun 1938, meskipun gagasan Kruskal (T2) muncul pada tahun 1899. Dalam literatur Kendall's tau yang diwakili sebagai simbol, termasuk τ, *T dan t.* Buku ini menggunakan simbol τ untuk ukuran asosiasi ketika mengacu pada populasi (yang menunjukkan populasi parameter). Simbol digunakan untuk menunjukkan sampel yang berhubungan dengan statistik.

Seperti spearman rank correlation coefficient, kendall's $\hat{\tau}$ Berada dalam rank dari pengamatan, dan itu bisa dianggap nilai antara -1 dan +1, terlepas dari persamaan $\hat{\tau}$ Dan r_S. Ketika dihitung dari data yang sama, biasanya mempunyai perbedaan nilai menurut bilangan akan menjadi nyata. Hal ini terjadi karena pengukurtan asosiasi dua statistic yang berbeda jauh.

Salah satu perbedaan yang penting antara $\hat{\tau}$ Dan r_S bahwa $\hat{\tau}$ Memberikan sebuah penilaian dari populasi parameter yang tidak memihak, sementara itu sampel statistic r_S tidak memberikan koefisien populasi dari rank korelasi. Untuk pembahasan parameter yang mana $\mathbf{r_s}$ bisa dianggap sebagai perkiraan, lihat Gibbons (T19), halaman 235-240

Parameter yang diperkirakan oleh $\hat{\tau}$ Dapat didefinisikan kemungkinan berkurangnya penyesuaian dari perpecahan. Mari kita menunjuk parameter ini dengan simbol τ. Pasangan pengamatan (X_i,Y_i) dan (X_j,Y_j)dikatakan sesuai, jika adanya perbedaan antara X_i dan X_j di arah yang sama sebagai perbedaan antara Y_i dan Y_j. Dengan kata lain, jika salah satu $X_i > X_j$ dan $Y_i > Y_j$ atau $X_i < X_j$ dan $Y_i < Y_j$, kami mempunyai kecocokan. Pasangan pengamatan (X_i,Y_i) dan (X_j,Y_j) dikatakan tidak harmonis jika arah perbedaan tidak sama. Jika $X_i = X_j$ dan/atau $Y_i = Y_j$ pasangan pengamatan tidak sesuai dan juga tidak harmonis.

Tujuannya ketika menggunakan Kendall's $\hat{\tau}$ Untuk menyimpulkan tujuan adalah menguji hipotesis bahwa X dan Y merupakan independen (yang menunjukkan $\tau = 0$) terhadap salah satu pilihan $\tau \neq 0$, τ atau $\tau < 0$ sehingga X dan Y merupakan hubungan berbalik.

Asumsi

A. Data terdiri dari sampel acak n dari pasangan pengamatan (X_i,Y_i) dari pengamatan numeric dan non numerik. Setiap pasangan pengamatan mewakili dua pengukuran yang diambil pada unit yang sama dari asosiasi
B. Data yang diukur paling sedikit ialah pada skala ordinal, jadi kita dapat menduduki setiap pengamatan X dalam kaitannya dengan pengamatan lain X dan setiap pengamatan Y dalam kaitannya dengan pengamatan y

Hipotesis

A. (dua arah)

Ho : X dan Y independen

$H_1 : \tau \neq 0$

B. (satu arah)

Ho : X dan Y independen

$H_1 : \tau > 0$

C. (satu arah)

Ho : X dan Y independen

$H_1 : \tau < 0$

Statistik Uji

Uji statistik yang merupakan ukuran dari sampel asosiasi, telah diberikan

$$\hat{\tau} = \frac{S}{n(n-1)/2}$$

Dimana n adalah bilangan dari (X, Y) pengamatan (atau rank). Untuk memperoleh S dan $\hat{\tau}$ Sebagai penyebabnya, kami proses sbb:

1) Mengatur pengamatan (X, Y) di dalam kolom sesuai dengan besaran dari x's, dengan yang paling terkecil pertama, kedua yang paling terkecil kedua

dan seterusnya. Kemudian kami mengatakan bahwa X's merupakan *aturan alami.*

2) Membandingkan setiap nilai Y, satu persatu dengan setia nilai Y yang muncul di bawahnya. Dalam membuat perbandingan, kami mengatakan bahwa sebuah pasangan nilai Y (Y dibandingkan dengan Y di bawahnya) merupakan aturan alami dari alam jika Y yang di bawah lebih besar daripada Y yang di atas kami mengatakan bahwa nila Y merupakan kebalikan aturan alami jika Y yang di bawah lebih kecil daripada yang di atas.

3) P menjadi bilangan pasangan dalam aturan alami dan Q merupakan bilangan pasangan kebalikan aturan alami.

4) S = P – Q ; itu adalah S dalam persamaan 9.8 adalah sama dengan perbedaan antara P dan Q

Total dari $\binom{n}{2} = n(n-1)/2$ perbandingan yang mungkin dari nilai Y dapat dibuat dengan cara ini. Jika semua pasangan merupakan aturan alami, kemudian P = n(n-1)/2, Q = 0, S = [n(n-1)/2] – 0 = n(n-1)/2, dan kami mempunyai :

$$\hat{\tau} = \frac{n(n-1)/2}{n(n-1)/2} = 1$$

Menunjukkan korelasi sempurna secara langsung antara rank X dan Y, di pihak lain, jika semua pasangan Y merupakan kebalikan aturan alami**,** kita memiliki P =0, Q = n(n-1)/2.

S = 0 – [n(n-1)/2] = -n(n-1)/2 dan $\hat{\tau} = \frac{-n(n-1)/2}{n(n-1)/2}$ = -1

Menunjukkan korelasi terbalik yang sempurna antara X dan Y.

Demikian $\hat{\tau}$ Tidak lebih besar daripada +1 atau lebih kecil ari -1. Kita fikirkan $\hat{\tau}$ Sebagai ukuran kesepakatan antara urutan yang diamati berupa pengamatan Y dan dua urutan yang mewakili korelasi yang sempurna antara X dan Y. Jika pasangan bilangan Y merupakan aturan alami melebihi bilangan syarat hukum alam**,** kami mempunyai korelasi secara langsung antara kedudukan X dan Y dan $\hat{\tau}$ Adalah positif. Jika bilangan pasangan Y yang merupakan aturan alami melebihi bilangan kebalikan aturan alami, kami mempunyai korelasi berbalik antara kedudukan X dan Y dan $\hat{\tau}$ Adalah negatif. Kekuatan dari korelasi ditunjukkan oleh besaran dari nilai absolut $\hat{\tau}$**.**

Aturan Pengambilan Keputusan

Pengambilan untuk kumpulan ada 3 hipotesis sbb :

A. (dua arah) lihat tabel A.22. Menolak Ho di tingkat signifikasi, jika dihitung nilai Y adalah pasif dan lebih besar dari τ* masuknya n dan α/2 atau negatif dan lebih kecil daripada negatif dari τ* masuknya n dan α/2

B. (satu arah) lihat tabel A.22. Menolak Ho di tingkat signifikasi jika dihitung nikai $\hat{\tau}$ Merupakan merupakan positif dan lebih besar dari $\hat{\tau}$ * masuknya n dan α

C. (satu arah) lihat tabel A.22. Menolak Ho di tingkat α signifikasi jika dihitung nilai $\hat{\tau}$ Lebih kecil daripada negatif dari τ* masuknya untuk n dan α

Contoh 9.2

Cravens dan woodruff (E6) melakukan sebuah penelitian untuk merancang dan menguji metodologi untuk analisis yang menentukan standar kinerja penjualan. Mereka memberitahukan bahwa data merupakan tolak ukur keberhasilan dan tingkat manajemen untuk 25 penjualan di suatu wilayah ditunjukkan pada tabel 97. Mereka menghitung tolak ukur pencapaiannya sebagai volume penjualan dibagi dengan tolak ukur penjualan dan berdasarkan penilaian manajemen terhadap motivasi penjual dan usahanya.

Kami menginginkan perhitungan $\hat{\tau}$ Terhadap data-data ini untuk melihat apakah sudah ada cukup bukti untuk menyimpulkan tolak ukur keberhasilan dan penilaian manajemen yang berhubungan secara langsung. Walaupun data memberitahukan sebagai rank, kita mengikuti prosedur yang sama dalam komputasi $\hat{\tau}$ Seperti yang telah diberitahukan dalam jumlah mutlak.

TABEL 9.7

Peringkat wilayah berdasarkan prestasi dan kinerja peringkat acuan

Wilayah	Prestasi Acuan (X)	Peringkat manajemen (Y)	Wilayah	prestasi acuan (X)	Peringkat manajemen (Y)
1	2	4	***14***	11	10
2	9	2	***15***	1	1
3	7	20	***16***	21	14
4	23	17	***17***	14	15
5	5	5	***18***	3	11
6	17	7	***19***	13	13
7	16	6	***20***	18	19
8	25	24	***21***	22	25
9	4	3	***22***	19	16
10	10	21	***23***	24	23
11	20	18	***24***	6	22
12	15	9	***25***	12	12
13	8	8			

Sumber: David W. Cravens dan Robert B. Woodruff, "Sebuah Pendekatan untuk Menentukan Kriteria Kinerja Penjualan," J. Appi psikolog 57 (1973) 242-247: hak cipta 1973 American Psychological Association, dicetak ulang dengan izin.

Hipotesis

H_0: Acuan prestasi dan Peringkat manajemen Saling bebas

H_1: Acuan prestasi dan Peringkat manajemen berkaitan (t> 0)

Statistik Uji

Pertama-tama kita mengatur data dalam kolom pertama dari Tabel 9.8, sehingga jajaran X dalam urutan alami. Jumlah pasangan Y di dalam dan urutan dalam yang terbalik dengan masing-masing Y ditunjukkan pada kolom kedua dan ketiga, pada masing-masingnya.

Dari data pada Tabel 9.8, kita menghitung S = P-Q = 218-82 = 136, sehingga, diperoleh Persamaan 9.8, kita memiliki

$$\hat{\tau} = \frac{136}{25(24)/2} = \frac{136}{300} = 0.45$$

Keputusan

Dengan n = 25, Tabel A.22 mengungkapkan bahwa kita dapat menolak H0 pada tingkat 0,005, karena $\hat{\tau} = 0{,}45$ lebih besar dari $\tau^* = 0{,}367$. Kita dapat menyimpulkan bahwa ada hubungan langsung.

TABEL 9.8

Pengaturan data untuk menghitung $\hat{\tau}$Dalam contoh 9.2

Peringkat (X,Y)	Pasangan Y di aturan alami	Pasangan Y di aturan terbalik
(1,1)	24	0
(2,4)	21	2
(3,11)	14	8
-4.3	20	1
(5,5)	19	1
(6,22)	3	16
(7,20)	4	14
(8,8)	14	3
(9,2)	16	0
(10,21)	3	12
(11,10)	11	3
(12,12)	10	3
(13,13)	9	3
(14,15)	7	4
(15,9)	8	2
(16,6)	9	0
(17,7)	8	0
(18,19)	3	4
(19,16)	5	1
(20,18)	3	2
(21,14)	4	0
(22,25)	0	3
(23,47)	2	0

(24,23)	1	0
(25,24)	0	0
	P = 218	Q = 82

Bagian antara acuan prestasi dan peringkat manajemen dalam sampel populasi. [menyatakan bunga, kami mencatat bahwa para penulis menghitung nilai $r_s = 0{,}61$ untuk data ini, yang bila dibandingkan dengan nilai kritis pada Tabel A.21, ditemukan menjadi signifikan pada tingkat 0.001.]

Hubungan

Hipotesis oleh Kendall $\hat{\tau}$ mengasumsikan bahwa variabel yang diteliti adalah kontinu. Namun, hubungan yang terjadi dalam praktek, baik dalam pengamatan X, dalam pengamatan Y atau keduanya. Dasi pengamatan X dengan pengamatan Y tidak ada ikatan. Bila ada ikatan, prosedur yang paling sederhana adalah untuk menetapkan pengamatan terikat rata-rata dari posisi peringkat yang menghubungkannya. Meskipun kita tidak perlu menetapkan rank secara eksplisit dalam komputasi $\hat{\tau}$ Dengan mendeskripsikan metode dari sebelumnya, tugas dari rank ada dalam prosedur yang jelas, ketika hubungan berlangsung, mengikuti prosedur untuk menghitung $\hat{\tau}$ Adalah salah satu cara yang cocok. Tidak memerlukan tugas secara eksplisit dari rank tetapi tugas rank merupakan sesuatu yang implisit dalam prosedur. Seperti teknik yang direkomendasikan untuk menangani suatu hubungan.

1. Daftar pengamatan yang naik dalam tatanan alam, menurut besaran X's
2. Dalam ikatan observasi dari X's, menyusun nilai Y dalam urutan *ascending* dari besarannya.
3. Menghitung pasangan Y dalam aturan alami dan bilangan dari pasangan Y dalam kebalikan aturan alami, yang digambarkan sebelumnya, tetapi tidak membandingkan nilai Y yang menyertai sebuah ikatan nilai X (katakana, X.) dengan setiap nilai Y yang menyertai nilai X lainnya yang diikat dengan X.

Jika banyak hubungan yang ditampilkan, kita mungkin menghitung $\hat{\tau}$ dengan menggunakan rumus yang khusus, kita sesuaikan dengan ikatan:

$$\hat{\tau} = \frac{S}{\sqrt{\frac{1}{2}n(n-1)-T_x}\sqrt{\frac{1}{2}n(n-1)-T_y}}$$

Dimana :

$T_\chi = ½ \Sigma t_\chi (t_\chi-1)$ $T, = ½ \Sigma t_y (t,-1)$

t_χ = jumlah dari pengamatan X bahwa terikat rank diberikan

t_y = jumlah dari pengamatan Y bahwa terikat rank yang diberikan

Sillito (T20) telah menyusun tabel distribusi dari statistik $\hat{\tau}$ untuk sejumlah pasangan terikat atau terikat kembar tiga dan termasuk n=10. Tabel ini dapat digunakan mana yang berlaku : sebaiknya gunakan tabel A22, Burr (T21) dan Smid (T22) yang menilai masalah yang terikat.

Berikut contoh yang menggambarkan perhitungan dari $\hat{\tau}$ dan uji hipotesis yang menyertainya ketika ada sebuah hubungan.

Contoh 9.3

Krippner (E7) memberitahukan data yang ditunjukkan tabel 9.9 pada 30 anak (26 laki-laki dan 4 perempuan) yang menghadiri sebuah klinik bacaan musim panas yang disponsori oleh universitas pusat child-study. Data yang dihasilkan merupakan bagian dari penyelidikan untuk menentukan yang mana variabel yang terkait untuk penyempurnaan dalam membaca diwujudkan dalam perbaikan. Kami menginginkan untuk menghitung $\hat{\tau}$ dari data ini dan menguji null hipotesis bahwa tidak ada hubungan antara IQ dan penyempurnaan membaca.

Hipotesis

Ho : penyempurnaan membaca dan IQ merupakan independen

H_1 : secara langsung atau hubungan terbalik antara penyempurnaan membaca dan IQ $(\tau = 0)$

TABEL 9.9

Data pada 30 pelanggan yang terdaftar di klinik bacaan musim panas lima-minggu

klien	Perbaikan(X)	WISC IQ skala penuh
Alvin	0.6	66
Bany	0.2	107
Chester	1.6	102
Deck	0.5	104
Earl	0.9	104
Floyd	0.5	89
Gregg	0.8	109
Harry	0.8	109
Ivan	0.8	101
Jacob	0.4	96
Karl	*1.8*	113
Lewis	*0.1*	85
Marvin	0.9	100
Ned	0.2	94
Oscar	1.6	104
Peter	1.6	104
Quincy	0	98
Ralph	1.6	115
Rita	0.2	109
Simon	0.3	94

Tony	0	112
Urlah	1	96
Vlor	1.3	113
Waldo	0.6	110
Walter	0.6	97
Wanda	0.5	107
XavIer	1.7	113
York	1.6	109
Yvonne	2.2	96
Zohra	1.5	106

*Sumber:*Slanley Krippner. "Cotrelafes of Reading Improvement. *.j. Devei.* Reaig. 7(1963). 29-39. Copyrght 1963. Purdue Research Foiaiition; reprinted by permhsson

Sebelum menghitung $\hat{\tau}$, kita mengatur data seperti yang ditunjukkan pada dua kolom pertama dari Tabel 9.10. lalu kita menghitungnya

$$T_x = \frac{2(1)+3(2)+3(2)+3(2)+3(2)+2(1)+5(4)}{2} = 24$$

Dan

$$T_x = \frac{2(1)+2(1)+2(1)+4(3)+2(1)+4(3)+3(2)}{2} = 19$$

Dengan Persamaan 9.9, kita memiliki

$$\hat{\tau} = \frac{250-144}{\sqrt{\frac{30(29)}{2}-24}\sqrt{\frac{30(29)}{2}-19}} = 0.2564$$

TABEL 9.10

Susunan data untuk menghitung $\hat{\tau}$ dalam contoh 9.3

	Improvement (X)	IQ (Y)	Y pairs in natural order	Y pairs in re natural orde
Tie	0.0	98	19	8
Tie	0.0	112	4	24
	0.1	85	27	0
Tie	0.2	94	21	2
Tie	0.2	107	8	15
Tie	0.2	109	5	16
	0.3	94	21	2
	0.4	96	19	2
Tie	0.5	89	18	1
Tie	0.5	104	9	7
Tie	0.5	107	8	11
Tie	0.6	86	16	0
Tie	0.6	97	15	1
Tie	0.6	110	4	12
Tie	0.8	101	10	3
Tie	0.8	109	4	8
Tie	0.8	109	4	8
Tie	0.9	100	9	2
Tie	0.9	104	6	3
	1.0	96	10	0
	1.3	113	3	6
	1.5	106	4	4
Tie	1.6	102	2	1
Tie	1.6	104	2	1
Tie	1.6	104	2	1
Tie	1.6	109	2	1
Tie	1.6	115	0	3
	1.7	113	0	1
	1.8	113	0	1
	2.2	98	0	0
			$P = 250$	$Q = 144$

Keputusan

Karena nilai yang kita hitung dari $\hat{\tau}$ (0.256) lebih besar dari 0.218, nilai tabulasi dari τ^* untuk n = 30 diberikan dalam tabel A.22, kita dapat menolak H_0 pada tingkat signifikansi 0.10 (uji dua arah).

Pendekatan Sampel Besar

Untuk sampel besar, statistiknya

$$Z = \frac{3\hat{\tau}\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{2(2n+5)}}$$

distribusi yang mendekati normal dengan rata-rata 0 dan varians 1. Pendekatan normal ini dapat digunakan untuk ukuran sampel tidak ditampilkan dalam Tabel A.22. Kendall (T3) memberikan modifikasi yang dapat digunakan bila ada ikatan. Hasil yang diperoleh Robillard (T23) dan Best (T24) menunjukkan bahwa pendekatan normal baik bahkan ketika ada beberapa pengamatan terikat.

Tingkat Efisiensi

Uji hipotesis digunakan Kendall memiliki efisiensi relatif asymptotic dari $9/\pi^2 = 0.912$ bila dibandingkan dengan tes memanfaatkan uji Pearson menunjukkan koefisien korelasi di bawah kondisi yang tes Pearson tampilkan. Untuk diskusi lebih lanjut tentang kekuatan dan efisiensi uji tau Kendall, lihat Bhattacharyya (Tb), Farlie (T25), dan Konijn (T26).

Memilih antara r_s dan $\hat{\tau}$ rank koefisien korelasi Spearman r_s dan Kendall $\hat{\tau}$ adalah dua yang paling sering ditemui ukuran hubungan antara variabel yang diukur dalam skala ordinal. Banyak peneliti mungkin bertanya-tanya mana dari dua ukuran mereka harus digunakan dalam situasi tertentu. Sebuah penelitian terhadap sifat yang sekarang dikenal dari dua statistik mungkin akan menyebabkan sebagian besar peneliti menyimpulkan bahwa biasanya ada sedikit dasar untuk memilih salah satunya. Poin-poin berikut perbandingan yang layak dipertimbangkan.

1. Ketika metode yang digunakan, metode Kendall dianggap lebih membosankan saat perhitungan dari rank koefisien korelasi Spearman.

2. Distribusi $\hat{\tau}$ mendekati normal lebih cepat daripada r_s. Jadi ketika pendekatan normal digunakan dengan ukuran menengah sampel, akan memberikan uji statistik lebih dapat diandalkan.

3. Seperti telah dijelaskan, tes hipotesis terkait dengan dua statistik memiliki efisiensi yang relatif sama jika dibandingkan dengan tes yang memanfaatkan metode koefisien korelasi Pearson di bawah kondisi yang uji Pearson yang berlaku.

4. Secara umum, ketika dihitung dari data yang sama, r_s dan $\hat{\tau}$ memiliki nilai numerik yang berbeda, tetapi dalam situasi pengujian hipotesis mereka biasanya mengarah pada keputusan yang sama.

5. Seperti disebutkan sebelumnya, $\hat{\tau}$ dapat ditafsirkan sebagai estimator dari parameter populasi, sedangkan r_s tidak memiliki parameter populasi yang cukup sesuai yang merupakan rank koefisien korelasi. Jadi mungkin lebih menarik digunakan bagi banyak peneliti.

6. Strahan (T27) menunjukkan bahwa ketika sampling dari populasi yang berdistribusi normal. r_s sangat dekat dalam ukuran numerik untuk r,untuk koefisien korelasi Pearson. begitulah, ia berpendapat. r_s kuadrat adalah indikator yang baik dari r^2, pada koefisien determinasi parametrik. Dalam analisis regresi linier sederhana, r^2 mengukur proporsi variabilitas dalam variabel dependen yang dijelaskan oleh variabel independen. Oleh karena itu, terus berargumen, ketika mempelajari hubungan antara dua variabel berdasarkan sampel yang diambil dari distribusi normal bivariat, r_s^2 dapat digunakan untuk menunjukkan proporsi variabilitas dalam variabel dependen yang dijelaskan oleh variabel independen.

Fieller et al. (T28) membahas manfaat relatif dari dua statistik dalam keadaan tertentu.

r_s dan $\hat{\tau}$ sebagai Ukuran Trend

Kendall $\hat{\tau}$ statistik dan koefisien rank korelasi Spearman sering digunakan sebagai tes untuk tren. Digunakan untuk suatu tujuan, statistik ini memberikan alternatif bagi uji Cox-Stuart untuk tren yang dijelaskan dalam Bab 2. Misalnya, untuk menguji trend dalam data *time series*, kita dapat menunjukkan variabel waktu dengan X dan variabel terikat waktu (diukur setidaknya dalam skala ordinal) oleh Y. Kita kemudian dapat memikirkan (X_i, Y_i) sebagai pasangan sampel pengamatan bivariat dimana masing-masing variabel dapat dipesan, jika sampel data yang menunjukkan tren positif, nilai-nilai Y cenderung meningkat dari waktu ke waktu. Jika data menunjukkan tren negatif, nilai-nilai Y cenderung menurun dari waktu ke waktu. Akibatnya menerima hipotesis alternatif yang X dan Y secara langsung terkait menunjukkan adanya tren kenaikan, sementara menerima alternatif hubungan terbalik antara X dan Y menunjukkan adanya tren penurunan.

BACAAN LANJUTAN

Griffin (T29) menyajikan metode grafis untuk menghitung $\hat{\tau}$ ketika ditafsirkan sebagai koefisien tak sesuai. Shah (T30) mengomentari usulan Griffin. Knight (T31) menjelaskan metode komputer untuk menghitung $\hat{\tau}$. Noether (T32) memberikan rumus untuk menentukan ukuran sampel ketika penggunaan statistik Kendall diantisipasi. Best et al. (T33) mempertimbangkan situasi di mana peneliti yang memiliki pengukuran karakteristik k untuk masing-masing n orang ingin tahu apakah salah satu karakteristik yang terkait dan, mereka akan memutuskan yang mana. Para penulis menyediakan prosedur tes untuk hipotesis bahwa semua karakteristik k independen ketika seseorang ingin menggunakan Kendall $\hat{\tau}$ sebagai ukuran asosiasi. Argumen mereka adalah analog dengan Eagleson (T34). masalah yang ada adalah rank koefisien korelasi Spearman.

Rank korelasi Kendall $\hat{\tau}$ antara dua variabel, dengan adanya sebuah variabel pemisah ketiga, didefinisikan oleh Korn (T35). Penulis memberikan penduga dari $\hat{\tau}$ yang umum dalam blok dan menggunakannya untuk menguji independen bersyarat dari dua variabel, dari varibal yang membedakan. Teori ini diilustrasikan melalui contoh. Setelah karya Korn (T35), Tayior (T36) membandingkan penggunaan jumlah tertimbang Kendall $\hat{\tau}$ dengan jumlah tertimbang koefisien korelasi rank Spearman untuk asosiasi pengujian di hadapan variabel memblokir. Berdasarkan penelitian Monte Carlo, peneliti menyimpulkan bahwa keduanya memiliki dasarnya kekuatan yang sama dengan pilihan yang optimal penimbangnya. Dengan adanya hubungan, jumlah yang tertimbang dari statistik Spearman lebih disukai karena bentuk yang lebih sederhana karena varians-nya. Sebuah contoh statistik Spearman yang diberikan.

Catatan lainnya pada rank koefisien korelasi Kendall yang cukup menarik termasuk yang oleh Schumacher (T37), yang membahas penggunaan statistik sebagai koefisien kekacauan antara permutasi dengan tempat-tempat kosong; Wilkie (T38), yang memberikan representasi bergambar dari statistik, dan

Silverstone (T39), yang membahas *cumulants* distribusi Kendall. Yang juga menarik adalah sebuah artikel oleh Noether (T40).

LATIHAN

9.5 Johnson (E8) melakukan penelitian untuk menentukan apakah, di sekolah-sekolah perguruan tinggi keperawatan, hubungan antara variabel tertentu dapat diidentifikasi. Dua variabel yang menarik yang indeks dibangun adalah "tingkat kesepakatan (antara ketua dan dosen) pada tanggung jawab untuk pengambilan keputusan" dan "kepuasan pengajar." Peringkat pada dua variabel dari 12 institusi yang berpartisipasi dalam penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 9.11. dihitung nilai r_s = -0.336 dari data, yang ia decIared tidak signifikan. Hitung dari data dan uji signifikansi terhadap alternatif yang $\hat{\tau} < 0$. Berapakah nilai P?

TABEL 9.11

Perjanjian Pengambilan keputusan dan fakultas jajaran kepuasan 12 sekolah keperawatan

Sekolah	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
peringkat pengajar kepuasan	1	7	6	2	8	4	10	12	11	5	9	3
peringkat keputusan penyusunan perjanjian	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Sumber: Betty M. Johnson. Pengambilan Keputusan. Kepuasan fakultas, dan Tempat Sekolah Keperawatan di Universitas. Keperawatan Aes.. 22 (1973). 100-107, hak cipta 1973, American Journal of Nursing.

9.6 Chaiklin dan Frank (E9) meneliti 22 anak perempuan antara 12 dan 15 dari populasi kemiskinan tingkat. Melalui ulasan merekam dan wawancara rumah, para peneliti mampu mendapatkan ukuran persepsi diri masing-masing gadis itu, evaluasi ibu dari putrinya, dan ukuran tentang peran keluarga dalam pemenuhan kebutuhan keluarga. Sebagai tambahan, mereka juga menghitung ukuran-ukuran perihal kesesuaian antara persepsi diri oleh si gadis sendiri dan penilaian oleh ibunya. Tabel 9. 12 Memperlihatkan peringkat-peringkat untuk ke-22 gadis itu dalam hal ukuran kesesuaian dan ukuran tentang peran keluarga. Dari data ini para peneliti tadi rnendapatkan suatu nilai r_s = 0. 42, Yang menurut mereka memiliki suatu nilai P yang kurang dari 0. 05. Dengan data yang sama, hitunglah $\hat{\tau}$ dan Cari nilai P untuk $H_1{:}\tau>0$.

TABEL 9.12

Fungsi keluarga dan kongruensi antara anak perempuan dan peringkat ibu dari anak perempuannya

Peringkat Kongruen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Peringkat fungsi keluarga	5.5	5.5	5.5	1.0	16.0	5.5	5.5	5.5	16.0	16.0	11.0
peringkat Kongruen	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Peringkat fungsi keluarga	16.0	16.0	20.5	5.5	11.0	16.0	20.5	11.0	16.0	5.5	22.0

Sumber : Harris Chalkilin and Carol Landau Frank, "Separation Service Delivery and Family Functioning. " *Public Welfare*, 31 (Winter 1973), p. 4, Tabel 2, column 2 and 3

9.7 Pierce (E10) menunjukkan bahwa dalam kebanyakan penelitian terhadap pelepasan muatan ke bumi oleh kilat, diperkirakan kuantitas muatan listrik dari awan ke bumi adalah sekitar 20 sampai 30 coulomb. Namun, Pierce menyebutkan data dari Meese dan Evans (E11), yang melaporkan nilai-nilai yang jauh lebih besar. Data mereka sebagaimana dilansir Pierce (E10) ditunjukkan pada Tabel 9.13, lengkap dengan jarak *situs* yang diamati dari tempat terjadinya kilat. Pierce menghitung koefisien korelasi Pearson product-moment dari $\tau = 0{,}877$ dan P-value sebesar 0,01. Hitung τ dan P-value yang sesuai untuk $H_1 : \tau > 0$

TABEL 9.13

Jarak kilat petir dibandingkan muatan yang ditransfer ke bumi

Jarak, Kilometer	6	6	6	6	6	7	9	10	10	10	11	12	15	15	18	23
Muatan, Coulomb	23	46	46	47	94	80	133	81	114	274	260	378	197	234	1035	1065

Sumber: A. D. Meese and W. H. Evans, " Charge Transfer in the lighting Stroke as Determined by the Magnetraph," *J. Franklin Inst.,* 273 (1962), 375-382

9.8 Murgatroyd (E12) meneliti kapasitas lalu lintas dari bundaran-bundaran (rotary intersections) di Inggris dalam upaya untuk menentukan masih sesuai atau tidaknya rancangan tersebut untuk digunakan saat ini. Dia membandingkan arus lalu lintas yang sebenarnya, dalam banyaknya kendaraan yang lewat per jam, dengan arus lalu lintas teoritik berdasarkan dari rumus yang digunakan dalam perancangan bundaran-bundaran tersebut. Bagian dari data-nya ditunjukkan pada Tabel 9.14. Hitung $\hat{\tau}$ dan tentukan apakah data memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan korelasi antara kedua variabel.

TABEL 9.14

Arus lalu lintas yang teramati dan yang teoritik, dalam banyaknya kendaraan penumpang per jam, di bundaran

Arus yang diukur (Y)	Arus teoritis (x)
2290	3060
2100	2520
1830	2260
3290	3350
3130	3440
3400	3460

Sumber: B. Murgatroyd, "An Investigation into the Practical Capacity of Roundabout Waving Sections," *Highway Engineer*, 20 (1973), 6-13

9.9 Dari studi tentang korelasi antara pengukuran gerakan kecepatan mata pada saat bangun dan pada saat tidur, de la pena et al. (E13) melaporkan data pada panjang lintasan mata dan laju fiksasi yang ditunjukkan pada Tabel 9.15. Mereka mendefinisikan panjang lintasan mata sebagai jumlah panjang, dalam inci, dari semua gerakan mata yang berbeda arah ketika melintas dari sektor penglihatan yang satu ke sektor penglihatan yang lain. Mereka memperoleh laju fiksasi dengan menghitung jumlah perubahan fiksasi dari satu sektor tertentu ke sektor lain, dan membaginya dengan jumlah detik dari waktu melihat. Subyek penelitian yang digunakan adalah laki-laki berusia antara 17 dan 24. Para peneliti ini memperoleh koefisien korelasi 0,85 (P-value <0,01). Hitung τ dan P-value terkait untuk $H_1: \tau > 0$

TABEL 9.15

Rata-rata nilai kecepatan gerakan mata selama 10 detik dalam memeriksa gambar

Lintasan mata, Inchi	980.8	926.4	892.9	870.2	854.6
Laju fiksasi, fiksasi per detik	4.85	4.41	3.80	4.53	4.33
Lintasan mata, Inchi	777.2	772.6	702.4	561.7	
Laju fiksasi, fiksasi per detik	3.81	3.97	3.68	3.43	

9.3

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK τ

Noether (T41) menjelaskan sebuah metode untuk membuat perkiraan dari selang kepercayaan dua arah dalam upaya mendapatkan nilai pendekatan untuk τ Kendall, parameter populasi yang diduga dengan $\hat{\tau}$. Disini kita akan membicarakan prosedur yang sesuai ketika tidak ada hubungan yang erat antara X atau Y. Ketika hubungannya erat, rumus yang diberikan oleh Noether (T41) menjadi agak lebih rumit.

Untuk menghitung kesalahan baku (standard error) yang dibutuhkan di dalam rumus selang kepercayaan untuk setiap pasangan hasil pengamatan (X_i, Y_i) kita harus mengetahui banyaknya pasangan lain yang *konkordan* dengan pasangan itu. Seperti yang telah diungkapkan, dua pasangan hasil pengamatan (X_i, Y_i) dan (X_j, Y_j) disebut *konkordan* jika yang mana pun dari hubungan-hubungan antara nilai-nilai X dan nilai-nilai Y berikut ini benar:

$$X_i > X_j \text{ dan } Y_i > Y_j, \qquad X_i < X_j \text{ dan } Y_i < Y_j$$

Jika arah salah satu dari tanda pertidaksamaan dalam ekspresi ini terbalik, kedua pasangan pengamatan tadi disebut diskonkordan. Misalnya, kedua pasangan (25, 15) dan (20, 9) adalah konkordan, karena 25 < 20 dan 15 < 9. Dua pasangan (30, 18) *dan* (25, 20) adalah diskonkordan, karena 30 > 25 *tetapi* 18 < 20.

Anggaplah kita misalkan C_i menjadi jumlah pasangan (X_j, Y_j) yang sesuai dengan pasangan (X_i, Y_i), dimana kedua i dan j merupakan jumlah pasangan observasi yang tersedia untuk analisis yang bernilai antara 1 sampai n. Bila tidak ada hubungan anatara kedua pasangan, estimasi varians yang tepat untuk rumus selang kepercayaan adalah

$$\hat{\sigma}^2 = 4\sum C_i^2 - 2\sum C_i - \frac{2(2n-3)(\sum C_i)^2}{n(n-1)} \qquad (9.11)$$

Untuk sample yang besar, selang kepercayaan sebesar kira-kira 100(1-α)% untuk parameter $\hat{\tau}$ diberikan melalui persamaan

$$\hat{\tau} \pm \frac{2}{n(n-1)}\hat{\sigma}z \qquad (9.12)$$

Dengan z adalah nilai dalam Tabel A.2 yang luas daerah di sebelah kanannya adalah $\alpha/2$.

Berikut merupakan ilustrasi contoh untuk menentukan selang kepercayaan untuk parameter τ.

CONTOH 9.4

Clarke (E14) melaporkan hasil studi yang dilakukan untuk mempelajari hubungan antara kadar riboflavin dalam darah pada ibu dan pada bayi yang dikandungnya. Sebagai bagian dari penyelidikan, 11 ibu yang sedang hamil tua diberi 1 mg riboflavin per 30 pound berat tubuh pada berbagai selang sebelum kelahiran. Pada akhir tahap kedua proses kelahiran, sampel-sampel darah diambil dari pembuluh darah bilik sang ibu dan dari tali pusar bayi Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 9.16. Hitunglah $\hat{\tau}$ dan bentuklah selang kepercayaan sebesar kira-kira 95% untuk τ.

Dengan metode menggambarkan dalam Bab 9.2, kita menemukan bahwa $\hat{\tau} = 0{,}67$. Langkah berikutnya adalah untuk menemukan $C_1, C_2, \ldots, C_{11}$. Untuk menggambarkan metode untuk menemukan C_i, memeriksa rincian untuk menemukan C_6 pada Tabel 9.17. Perhatikan bahwa pertama-tama kita membandingkan (X_6, Y_6) dengan setiap pasangan pengamatan di bawah ini dan kemudian dengan masing-masing pasangan di atas, seperti yang tercantum dalam Tabel 9.16. Demikian pula, kita menemukan bahwa nilai-nilai yang tersisa dari C_i adalah

$C_1 = 9$, $C_2 = 8$, $C_3 = 8$, $C_4 = 9$, $C_5 = 9$,

$C_7 = 8$, $C_8 = 9$, $C_9 = 9$, $C_{10} = 8$, $C_{11} = 9$

TABEL 9.16

Konsentrasi riboflavin dalam darah pada akhir tahap kedua proses kelahiran pada ibu dan pada bayi setelah perlakuan oral dengan riboflavin

Ibu	1	2	3	4	5	6
Darah ibu	38.6	44.7	54.2	35.3	28.0	43.0
Darah tali pusar	44.4	44.5	56.8	40.3	27.8	64.0

Ibu	7	8	9	10	11
Darah ibu	46.0	41.5	27.7	43.9	37.1
Darah tali pusar	57.6	40.6	32.7	48.3	33.0

Sumber: H. Courtney Clarke, "Relationship between Whole-Blood Riboflavin Levels in the Mother and in the prenate." *Amer. J. Obstet. Gynecol.,* 111 (1971), 43-46

TABEL 9.17

Rincian untuk mendapatkan C_6 dalam contoh 9.4

Pasangan pengamatan (X_6, Y_6) dibandingkan dengan pasangan pengamatan (X_j, Y_j)	Kontribusi untuk C_6
(43.0, 64.0), (46.0, 57.6) $43.0 < 46.0$ tapi $64.0 > 57.6$	0
(43.0, 64.0), (41.5, 40.6) $43.0 > 41.5$ dan $64.0 > 40.6$	1
(43.0, 64.0), (27.7, 32.7) $43.0 > 27.7$ dan $64.0 > 32.7$	1
(43.0, 64.0), (43.9, 48.3) $43.0 < 43.9$ tapi $64.0 > 48.3$	0
(43.0, 64.0), (37.1, 33.0) $43.0 > 37.1$ dan $64.0 > 33.0$	1
(43.0, 64.0), (28.0, 27.8) $43.0 > 28.0$ dan $64.0 > 27.8$	1
(43.0, 64.0), (35.3, 40.3) $43.0 > 35.3$ dan $64.0 > 40.3$	1
(43.0, 64.0), (54.2, 56.8) $43.0 < 54.2$ tapi $64.0 > 56.8$	0
(43.0, 64.0), (44.7, 44.5) $43.0 < 44.7$ tapi $64.0 > 44.5$	0
(43.0, 64.0), (38.6, 44.4) $43.0 > 38.6$ dan $64.0 > 44.4$	1
	$C_6 = 6$

Selanjutnya kita menghitung

$$\sum C_i = 9 + 8 + 8 + 9 + 9 + 6 + 8 + 9 + 9 + 8 + 9 = 92$$

$$\sum C_i^2{}_i = 9^2 + 8^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 8^2 + 9^2 = 778$$

Dari persamaan 9.11, kita menghitung

$$\hat{\sigma}^2 = 4(778) - 2(92) - \frac{2(22-3)(92)^2}{11(10)} = 4.0727$$

Nilai z dari Tabel A.2 untuk selang kepercayaan 95% adalah 1.96, jadi perkiraan kita dalam selang kepercayaan 95% adalah

$$0.67 \pm \frac{2}{11(10)}\sqrt{4.0727}(1.96), \qquad 0.67 \pm 0.07$$

Ini menghasilkan suatu batas bawah sebesar 0.60 dan batas atas sebesar 0.74. Dengan tingkat kepercayaan 95% kita percaya bahwa τ terletak antara 0.60 dan 0.74.

LATIHAN

9.10 Sejumlah dokter yang sedang praktek umum dan yang sedang mengadakan riset ingin mengetahui total komposisi lemak dalam tubuh manusia. Kalau kita mengandaikan bahwa persentase air dalam tubuh tanpa lemak konstan, maka kita dapat memperhitungkan total lemak tubuh dan kandungan air dalam tubuh. Namun demikian, metode bias untuk menentukan total kandungan air dalam tubuh tidak selalu mudah atau sesuai untuk digunakan pada anak-anak. Brook (E15) telah mengukur total air tubuh pada 23 anak-anak dan menaksir massa tubuh tanpa lemak dengan mengukur tebalnya lipatan kulit, dan itu menghasil kan data dalam Tabel 9.18. Dari data itu, peneliti tadi mendapatkan suatu koefisien korelasi sebesar 0.985. Koefisien ini mengantarnya ke kesimpulan bahwa ketebalan lipatan kulit dapat digunakan untuk menaksir massa tubuh tanpa lemak dan dengan sendirinya, total lemak tubuh pada anak anak itu. Hitung $\hat{\tau}$ dan buatlah suatu selang kepercayaan 95% untuk τ

TABEL 9.18

Total air tubuh dan perkirakan massa tubuh tanpa lemak pada 23 orang anak

Subyek	1	2	3	4	5	6	7	8
Total air tubuh, liter	7.56	11.73	10.12	10.59	12.33	18.96	7.65	9.91
Massa tubuh tanpa lemak, kilograms	11.5	18.0	14.4	17.4	16.6	31.4	10.7	12.3
Subyek	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Total air tubuh, liter	22.75	14.43	15.83	9.03	10.52	7.35	15.97	10.22
Massa tubuh tanpa lemak, kilograms	29.0	21.6	22.9	12.9	15.1	11.0	21.7	14.0
Subyek	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	
Total air tubuh, liter	17.49	12.62	11.86	30.24	27.18	27.20	13.52	
Massa tubuh tanpa lemak, kilograms	25.7	19.7	15.3	44.3	40.0	43.4	19.2	

Sumber : C. G. D. Brook, "Determination of Body Composition of Children from Skinfold Measurements." Arch. Dis. Child., 46 (1971), 182-184dicetak ulang dengan izin dari editor

9.11 Robbins dkk. (E16) mengadakan sebuah eksperimen untuk menentukan efek *digital massage* terhadap berat *vitreous*. Hasil-hasil penelitian ini memiliki implikasi-implikasi dalam kegiatan operasi katarak. Dalam rangka eksperimen tersebut, mereka mengukur berat *vitreous* pada setiap bola mata dari 10 ekor kelinci albino Selandia Baru. Hasil-hasil itu dapat dilihat dalam Tabel 9.19. Hitung $\hat{\tau}$ dan buatlah suati interval kepercayaan 90% untuk τ.

TABEL 9.19

Berat *vitreous humor*, dalam gram, pada 10 ekor kelinci

Kelinci	1	2	3	4	5	6
Mata kiri	1.915	1.374	1.735	1.635	2.040	1.540
Mata kanan	1.905	1.379	1.750	1.625	2.032	1.540

Sumber : Richard Robbins, Michael Blumenthal, and Miles A. Galin, "Reduction of Vitreous W
(1970), 603-607

9.4

UJI ASOSIASI SUDUT OLMSTEAD-TUKEY

Olmstead dan Tukey (T28) mengembangkan sebuah uji asosiasi yang selain cepat penyelesaiannya juga mudah diterapkan. Meskipun terka dang disebut uji jumlah kuadran (quadrant sum test), uji ini agaknya lebih dikenal sebagai uji asosiasi sudut (corner test of association).

Uji ini dirancang untuk mendeteksi adanya korelasi antara dua variabel X dan Y. Sebagaimana yang akan kita lihat, uji ini memberikan penekanan pada nilai-nilai ekstrim dan kedua variabel itu. Karena nilai nilai ekstrim sering merupakan indikator-indikator yang sangat peka tentang ada atau tidaknya hubungan antara dua buah variabel (asalkan kedua variabel itu tidak sekedar saling terpisah), uji asosiasi sudut ini bisa menjadi alternatif yang baik dan bermanfaat untuk menggantikan uji-uji asosiasi nonparametrik yang lain. Lain daripada itu, perhitungan perhitungan yang digunakan dalam metode ini mudah dikerjakan.

Asumsi

A. Ke-n pasangan hasil pengamatan $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$ merupakan suatu sampel acak.

B. Pengukuran sekurang-kurangnya pada skala ordinal.

C. Variabel-variabel yang diminati kontinu.

Hipotesis

H_0 : X dan Y bebas

H_1 : X dan Y berkorelasi

Statistik Uji

Untuk menerapkan uji asosiasi sudut i, kita bekerja dengan langkah langkah sebagai berikut.

1. Plotkan titik-titik data sehingga membentuk suatu diagram pencar.
2. Tarik sebuah garis horizontal melalui median Y_m dan nilai-nilai Y dan sebuah garis vertikal melalui median X_m dan nilai-nilai X.
3. Lengkapilah kuadran-kuadran di sebelah kanan atas dan di sebelah kin bawah masing-masing dengan sebuah tanda plus, dan kuadran-kuadran di sebelah kiri atas dan di sebelah kanan bawah masing-masing dengan sebuah tanda minus.
4. Dengan bekerja mulai dan bagian atas diagram pencar, menuju ke bawah, hitunglah banyaknya titik yang Anda jumpai sampai Anda harus melintasi garis median vertikal. Catat banyaknya titik tadi, dan cantumkan tanda kuadrannya yang sesuai.
5. Dengan mulai dan bagian kanan diagram pencar, kita bergerak ke kiri dan menghitung titik-titik yang ada sampai kita harus melintasi garis median horizontal. Catatlah banyaknya titik tadi, dan cantumkan tanda kuadran tempat titik-titik itu berada.
6. Ulangi Langkah 4 dan Langkah 5, mulai dari bawah dan dari bagian kiri diagram pencar.
7. Jumlahkan keempat angka yang kita peroleh, dan perhatikan tandanya masing-masing. Ambil nilai mutlak dan jumlah itu dan namai itu S. Inilah statistic uji kita. Dengan kata lain, statistic uji kita adalah

$$S = |\text{ Jumlah kuadran }|$$

Dalam prosedur penghitungan tadi, abaikan titik-titik yang terletak tepat pada salah satu dan garis-garis median, dan lanjutkan penghitungan dengan mengandaikan bahwa titik-titik tersebut tidak ada.

Kaidah pengambilan keputusan

Tolaklah H_0 pada taraf nyata a jika nilai (entry) dalam Tabel A.21 untuk S dan n kita sama dengan atau lebih kecil dari a. Untuk harga-harga n yang lebih besar dari 14, gunakan entry ∞.

Angka sama

Dalam prosedur penghitungan, angka sama terjadi bila kita mencapai suatu titik di salah satu sisi sebuah ganis median yang betul betul segaris dengan salah satu atau lebih dari satu titik di sisi lain garis median yang sama. Dalam hal ini kita mengatakan bahwa titik seperti itu layak (favorable) untuk disertakan dalam penjumlahan, dan titik-titik yang segaris dengan titik tadi tetapi berada di sisi lain garis median yang dimaksudkan kita nyatakan tidak layak (unfavorable) untuk disertakan dalam penjumlahan. Sebuah titik atau lebih di sisi penghitungan tadi mungkin segaris juga dengan kelompok angka sama yang telah disebutkan. Titik-titik ini juga layak untuk disertakan. Olmstead dan Tukey (T28) menganjurkan penanganan kelompok-kelompok angka sama dengan menganggap bahwa banyaknya titik berangka sama yang terdapat sebelum harus melintasi median sama dengan sudut.

$$\frac{Banyaknya\ kelompok\ angka\ sama\ yang\ layak\ disertakan}{1+banyaknya\ angka\ sama\ yang\ tidak\ layak}$$

Contoh mendatang ini dimaksudkan untuk menjelaskan uji asosiasi sudut.

Contoh 9.4

Untuk menduga sampai sejauh mana suatu karakteristik diturunkan, para ahli genetika telah memperbandingkan kembar-kembar monozigotik yang dibesarkan di lingkungan-lingkungan terpisah. Sebagai contoh, Jensen(E17) mengutip hasil penelitian Burt(E18), yang memperbandingkan IQ 53 pasangan kembar yang telah dipisahkan sejak lahir atau sejak berusia enam bulan. Data dari penelitian ini tampak dalam Tabel 9.20. Ketika itu Jensen mendapatkan suatu koefisienkorelasi hasil-kali Pearson sebesar 0.88. Dalam contoh ini kita akan menerapkan uji Tukey-Olmstead terhadap data yang sama.

TABEL 9.20

IQ untuk kembar monozigot yang dibesarkan secara terpisah

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
68	63	94	86	93	99	115	101	104	114
71	76	87	93	94	94	102	104	125	114

77	73	97	87	96	95	106	103	108	115
72	75	89	102	96	93	105	109	116	116
78	71	90	80	96	109	107	106	116	118
75	79	91	82	97	92	106	108	121	118
86	81	91	88	95	97	108	107	128	125
82	82	91	92	112	97	101	107	117	129
82	93	96	92	97	113	108	95	132	131
86	83	87	93	105	99	98	111		
83	85	99	93	88	100	116	112		

Sumber : C. Burt, "The Genetic Determination of Differences in Intelligence: A Study of Monozygotic Twins Rared Together and Apart," Brit. J. Psychol., 57 (1966), 137-153. Citied in Arthur R. Jensen, "IQ's of identical Twins Reared Apart,"Behav. Genet., 1 (1970), 133-148. Published by Plenum Publishing Corporation, New York

Hipotesis

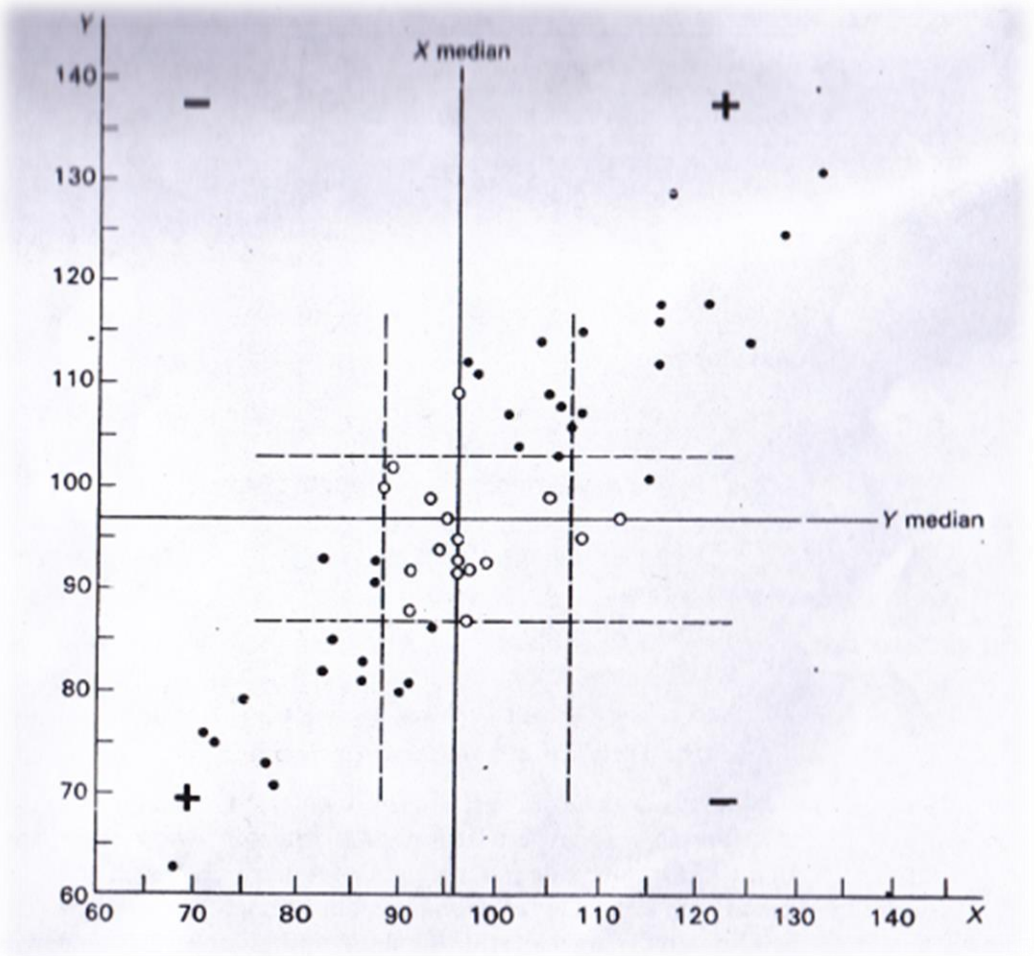
H_0 : Skor IQ salah satu kembar (X) tidak berkaitan dari skor IQ kembar yang lain (Y)

H_1 : X dan Y berkorelasi

Statistik uji

Di sini, median nilai-nilai X adalah 96, dan median nilai-nilai Yadalah 97, Nilai-nilai pengamatan asli dan garis-garis median data tersebut telah diplotkan dalam Gambar 9.1. Titik-titik yang penuh menunjukkan nilai- nilai pengamatan yang disertakan dalam penjumlahan, sedangkan titik titik yang kosong adalah nilai-nilai pengamatan yang lain. Garis-garis yang terputus-putus menunjukkan di mana penghitungan dihentikan, Perhatikan bahwa sebuah titik mungkin dihitung dua kali, pertama ketika penghitungan dilakukan dari atas, dan kedua ketika penghitungan dilakukan dari kanan.

GAMBAR 9.1



Dalam. Gambar 9.1, kita melihat bahwa empat buah titik terletak pada median X dan dua buah titik terletak pada median Y. Keenam titik ini kita singkirkan dari analisis, sehingga n kita yang efektif adalah 53-6 = 47. Dalam penghitungan dari atas, kita menghitung 19 buah titik sebelum harus melintasi median vertikal. Ketika dari kanan, kita menghitung 9 buah titik plus sekelompok angka sama yang beranggota kan 3 titik sehingga seluruhnya berjumlah $9 + 2/(1 + 1) = 10$. Dari bawah, kita menghitung 13 buah titik sebelum arus melintasi median vertikal. Ketika dari kiri, kita juga menghitung 13 buah titik. Semua titik yang dihitung terdapat dl kuadran-kuadran positif, sehingga $S = |19 + 10 + 13 + 13 |= 55$.

Keputusan

Ketika mengacu ke Tabel A.21 dengan n = 47 dan S = 55 menjumpai bahwa peluang untuk mendapatkan suatu nilai S sebesar atau lebih besar dari 55 bila X dan Y bebas sama dengan 0.000 000. Karena itu kita menolak H_0 dan menyimpulkan bahwa X dan Y berkorelasi.

LATIHAN

9.12 Bhatia dkk. (E19) mempelajari hemodinamika koroner pada 14 orang pasien penderita anemia kronik yang parah. Data tentang kadar hemoglobin dan aliran darah koroner dan pasien-pasien ini disajikan dalam Tabel 9.21. Apakah data ini mempunyai bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa variabel-variabel ini berkorelasi?

TABEL 9.21

Hemoglobin, gram per 100 ml, dan aliran darah koroner, ml/100g Lv / menit, untuk 14 pasien dengan anemia berat kronis

Hemoglobin	1.6	2.4	3.0	3.5	3.5	3.7	4.7
Aliran darah koroner	222	198	160	193	208	151	155
Hemoglobin	4.8	5.0	5.1	6.0	6.1	6.1	6.4
Aliran darah koroner	139	136	177	121	109	140	122

Sumber : M. L. Bhatia, S. C. Manchandra, and Sujoy B. Roy, "Coronary Haemodynamic Studies in Chronic Severe Anaemia," Brit. Heart. J., 31 (1969), 365-374; dicetak ulang dengan izin dari penulis dan editor

9.13 Poland dkk. (E20) menyelidiki efek peracunan DDT pada pekerjaan yang sangat berhubungan dengan DDT terhadap metabolis obat dan steroid. Subjek-subjek yang dilibatkan dalam studi ini telah bekerja di sebuah pabrik DDT paling tidak selama lima tahun; sementara itu subjek-subjek yang dijadikan kontrol kebanyakan adalah polisi dan petugas pemadam kebakaran. Dua variabel yang diminati dalam hal adalah: (a) kandungan 6 β-hidroksikortisol dalam eksresi urin dan (b) total DDT dalam serum subjek-subjek yang diamati. Tabel 9.22 memperlihatkan nilai-nilai yang teramati dari variabel-variabel ini pada sejumlah pekerja pabrik DDT itu. Apakah kedua variabel tersebut berkorelasi?

TABEL 9.22

Jumlah DDT serum dan ekskresi urin 24-jam 6 β-hydroxycortisol pada pekerja pabrik DDT

Ekskresi 6 β -hydroxycortisol (μg/24 hr)	106	134	171	173	190	192	198	231	248
Total DDT dalam serum (mμg/ml)	751	781	579	1001	1172	826	920	816	2049
Ekskresi 6 β -hydroxycortisol (μg/24 hr)	254	300	335	345	351	380	447	449	741
Total DDT dalam serum (mμg/ml)	2725	2914	1013	835	1986	1382	1809	1335	1565

Sumber : Alan Poland, Donald Smith, R. Kuntzmant, M. Jacobson, and A. H. Conney,"Effect of Intensive Occupational Exposure to DDT on Phenylbutazone and Cortisol Metabolism in human Subject," *Clin Pharmacol. Ther.,* 11 (1970), 724-732

9.5

KOEFISIEN KONKORDANSI *W* KENDALL

Dalam perbincangan kita mengenai koefisien korelasi peringkat Spearman r_s dan τ Kendall, kita berkepentingan dengan masalah sampai sejauh mana dua himpunan peringkat-peringkat dan n buah benda atau individu berkesesuaian atau tidak berkesesuaian. Dalam berbagai kenyataan, kita mungkin ingin mengetahui derajat kesesuaian di antara beberapa, misalnya m (dengan $m > 2$), himpunan peningkat dari n buah benda atau individu. m himpunan peringkat tadi dapat kita peroleh melalui salah satu dan dua cara.

1. Kita boleh memeringkat suatu kelompok yang terdiri atas n benda atau individu berdasarkan masing-masing dari m buah karakteristik. Sebagai contoh, kita boleh memeringkat suatu kelompok yang beranggotakan $n = 10$ orang mahasiswa berdasarkan skor-skor uji bakat dalam masing-masing dari $m = 6$ bidang keahlian berikut: mekanika, seni, sastra, musik, matematika, dan administrasi. Bila disajikan, hasil-hasil dan contoh mungkin tampak seperti Tabel 9.23
2. Suatu panel yang terdiri atas m juri atau pengamat mungkin memeringkat suatu kelompok yang beranggotakan n benda atau individu berdasarkan karakteristik-karakteristik yang sama. Sebagai contoh, suatu kelompok beranggotakan $m = 3$ supervisor mungkin memeringkat $n = 5$ orang pekerja berdasarkan kemampuan kepemimpinan mereka. Bila disajikar hasil-hasil dari prosedur seperti itu mungkin tampak seperti dalam Tabel 9.24.

Untuk situasi-situasi seperti ini, kita tentu berharap mempunyai suatu ukuran yang menyatakan eratnya kesesuaian di antara ke himpunan peringkat. Kita juga ingin dapat menguji hipotesis nol tentang tidak adanya asosiasi di antara peringkat-peringkat. Kita dapat mencap sasaran-sasaran ini menggunakan koefisien konkordansi Kendall. Statistic ini, yang disingkat dengan notasi W, secara terpisah diperkenalkan dalam tahun 1939 oleh Kendall dan Babington-Smith (T29) serta oleh Wallis (T30).

TABEL 9.23

Peringkat sepuluh siswa sesuai dengan nilai bakat di masing-masing dari enam bidang bakat

	Siswa										
Bakat	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**Total**
Mekanika	4	6	1	2	8	10	9	3	5	7	55
Seni	5	2	8	6	1	3	7	4	9	10	55
Sastra	7	1	9	5	2	4	6	3	8	10	55
Musik	6	5	2	10	8	3	4	1	7	9	55
Matematika	5	7	2	1	9	8	10	4	6	3	55
Administrasi	1	4	9	7	5	3	2	8	10	6	55
Total	28	25	31	31	33	31	38	23	45	45	330

TABEL 9.24

Peringkat lima karyawan atas dasar kemampuan kepemimpinan oleh masing-masing dari tiga pengawas

	karyawan				
Pengawas	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
I	3	2	4	1	5
II	2	1	4	3	5
III	5	1	3	2	4

Asumsi

A. Data terdiri atas m himpunan hasil pengamatan atau pengukuran yang lengkap terhadap n buah benda atau individu.

B. Skala pengukuran yang digunakan setidaknya ordinal.

C. Hasil-hasil pengamatan yang dikumpulkan atau dicatat boleh berupa peringkat-peringkat. Apabila data asli tidak berupa peringkat, data tersebut harus dapat diubah menjadi data peringkat.

Hipotesis

H_0: Ke-m kumpulan peringkat tidak berasosiasi

H_1: Ke-m kumpulan peringkat berasosiasi

Perhatikan bahwa dengan lebih dari dua kumpulan peringkat, kita tidak mungkin memiliki suatu hubungan invers yang sama seperti bila hanya ada dua kumpulan. Sebagai contoh, andaikan ada tiga orang juri, A, B, dan C. Jika A tidak sepakat dengan

B dan C dalam suatu pembandingan, maka B dan C harus saling setuju. Ketidaksepakatan sepenuhnya dalam hal ini tidak mungkin. Sebagai alternatif kita boleh menetapkan hipotesis nol yang menyatakan ketidakterkaitan. Dengan perkataan lain, kita boleh menganggap prosedur pengujian tersebut, bila melibatkan penguji, penilai, atau pengamat, sebagai pengujian hipotesis nol yang menyatakan bahwa ke-m penilai menetapkan peringkat-peringkat bagi subjek-subjek secara bebas dan acak.

Statistik uji

Statistik uji ini paling mudah dihitung bila disajikan sebagai berikut

$$W = \frac{12\sum_{j=1}^{n} R_j^2 - 3m^2n(n+1)^2}{m^2n(n^2-1)}$$

dengan m adalah banyaknya kumpulan peringkat, n banyaknya individu atau benda yang diperingkat, dan R_j jumlah peringkat-peringkat yang ditetapkan bagi benda atau individu ke-j.

Manakala kita menyatakan W seperti dalam Persamaan 9.14, sifat dasar statistik ini yang sesungguhnya tidak langsung nampak dengan jelas. Sebagai informasi, ada cara penulisan W lain yang mampu menyingkapkan karakteristik pentingnya, sekaligus menjelaskan dasar pemikiran di balik statistik tersebut.

Lihat lagi Tabel 9.23 dan andaikanlah bahwa ada seorang peneliti yang tertarik pada hipotesis-hipotesis berikut ini.

H_0: Tidak ada asosiasi di antara karakteristik-karakteristik itu (bakat)

H_1: Ada asosiasi di antara karakteristik-karakteristik itu (bakat)

Agaknya wajar bila langkah kita yang pertama adalah melengkapi diri dengan suatu ukuran yang mampu menjelaskan pertalian atau asosiasi di antara karakteristik-karakteristik dalam subjek-subjek sampel kita. Jika karakteristik-karakteristik tersebut tidak berhubungan, kita berharap bahwa nilai-nilai peringkat dalam suatu kolom tertentu merupakan suatu fenomena acak. Akibatnya, kita juga berharap bahwa jumlah-jumlah kolom kita kurang-lebih sama besar. Di pihak lain, jika di antara karakteristik-karakteristik itu terdapat suatu pertalian, kita berharap bahwa beberapa kolom memborong peringkat-peringkat besar dan kolom-kolom lain hanya berisi peringkat-peringkat kecil, sehingga dengan demikian beberapa jumlah (total) kolom relatif besar dan jumlah-jumlah kolom yang lain relatif kecil. Andaikata jumlah-jumlah kolom kita persis sama besar maka masing-masing akan sama dengan $330/10 = 33$. Dengan kata lain, bila H_0 benar—yaitu, bila di antara keenam kumpulan peringkat tidak ada asosiasi—nilai yang diharapkan untuk setiap jumlah kolom adalah 33. Tentu saja, ukuran tentang sampai sejauh mana jumlah-

jumlah kolom menyimpang dan yang diharapkan dapat dianggap sebagai ukuran yang menyatakan keeratan asosiasi di antara keenam kumpulan peringkat.

Kita bisa mendapatkan ukuran tentang penyimpangan jumlah-jumlah kolom dan nilai-nilai yang diharapkan dengan menghitung jumlah kuadrat deviasi antara jumlah-jumlah kolom teramati dan jumlah-jumlah harapan. Untuk peringkat-dalam Tabel 9.23, besaran ini bernilai

$$S\ (28 - 33)^2 + (25 - 33)^2 + \ldots + (45\ 33)^2 = 514$$

Prosedur ini mengingatkan kita pada perhitungan pembilang dalam rumus varians sampel, yakni ketika kita menghitung jumlah kuadrat deviasi antara nilai-nilai teramati dalam sampel dan nilai rata-ratanya.

Dalam hal ini, ukuran asosiasi yang kita kehendaki adalah ukur yang memiliki nilai antara O dan 1 (-1 dalam hal ini tidak ada artinya karena ketidaksesuaian sepenuhnya di antara peringkat-peringkat tidak mungkin). Nilai O kita peroleh bila asosiasi tidak ada sama sekali, dan nilai 1 diperoleh bila di antara himpunan-himpunan peringkat terdapat asosi atau kesesuaian yang sempurna. Dengan demikian ukuran asosiasi yang kita kehendaki adalah perbandingan derajat kesesuaian antara jumlah-jumlah kolom teramati dan jumlah-jumlah kolom harapan, sebagaimana yang diukur dengan S, terhadap nilai S yang diperoleh bila ada kesesuaian yang sempurna di antara kumpulan-kumpulan peringkat.

Selanjutnya, yang kita butuhkan adalah penyebut (denominator) dan perbandingan ini, yaitu nilai S yang diperoleh bila ada kesesuaian yang sempurna di antara kumpulan-kumpulan peringkat. Dalam contoh ini, jika setiap mahasiswa mempunyai bakat yang sama (yang tercermin melalui skor-skor yang sama) dalam masing-masing dari keenam bidang keahlian, maka setiap mahasiswa menerima peringkat yang sama untuk semua skor bakat mereka. Sebagai contoh, mahasiswa yang mendapat peringkat pertama dalam bakat mekanik juga akan mendapat peringkat pertama dalam bakat seni, peringkat pertama dalam bakat sastra, dan sebagainya. Akibatnya, jumlah peringkat-peringkat pada kolom untuk mahasiswa itu akan sama dengan $6(1) = 6$. Peringkat-peringkat pada kolom untuk mahasiswa yang mendapat peringkat kedua dalam semua bidang bakat akan berjumlah $6(2) = 12$. Dengan kata lain, jika ada kesesuaian yang penuh di antara kumpulan-kumpulan peringkat (yaitu jika ada hubungan di antara bakat-bakat itu), jumlah-jumlah kolom menjadi

$$6(1) = 6, 6(2) = 12, 6(3) = 18, \ldots, 6(10) = 60$$

kendatipun tidak harus berurutan demikian. Jadi, dalam contoh ini, jika ada kesesuaían yang sempurna di antara keenam kelompok peringkat itu, kita memperoleh

$$S = (6\text{-}33)^2 + (12\text{-}33)^2 + ... + (60\text{-}33)^2 = 2970$$

Perbandingan antara nilai S teramati dan nilai S yang diperoleh jika ada kesesuaian yang sempurna di antara peringkat-peringkat adalah

$$\frac{514}{2970} = 0.173$$

Di sini kita melihat bahwa perbandingan seperti ini akan bernilai sama dengan 1 bila ada kesesuaian yang sempurna di antara kelompok-kelompok peringkat, dan akan sama dengan O (karena pembilangnya 0) jika tidak ada kesesuaian sama sekali di antara kelompok-kelompok peringkat.

Pada umumnya, rumus untuk S adalah

$$S = \sum_{j=1}^{n} \left[R_j - \frac{m(n+1)}{2}\right]^2$$

Dengan R_j, m dan n adalah seperti yang didefinisikan untuk Persamaan 9.14

Bila ada kesesuaian yang sempurna di antara kelompok-kelompok peringkat, maka jumlah-jumlah kolom adalah 1m, 2m,..., jm,..., nm, meskipun tidak harus dalam urutan demikian. Jumlah kuadrat deviasi jumlah-jumlah kolom ini dan nilai yang diharapkan adalah

$$\sum_{j=1}^{n} \left[jm - \frac{m(n+1)}{2}\right]^2 = m^2 \sum_{j=1}^{n} \left[j - \frac{(n+1)^2}{2}\right] = \frac{m^2 n(n^2-1)}{12}$$

Perbandingan antara besaran yang dihitung dengan Persamaan 9.15 dan besaran yang dihitung dengan Persamaan 9.16 adalah W, statistic uji kita. Kita merumuskan W dalam bentuk sebagai berikut

$$W = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left\{R_j - \left[\frac{m(n+1)}{2}\right]\right\}^2}{m^2 n(n^2-1)/12}$$

Sesudah menjalani manipulasi aljabar yang diperlukan, kita dapat menuliskan kembali rumus untuk W yang diberikan dalam Persamaan 9.17 sebagai Persamaan 9.14. Rumus yang belakangan ini biasanya memang lebih mudah dihitung.

Kaidah pengambilan keputusan

Apabila kelompok-kelompok peringkat yang teramati memiliki kesesuaian yang tinggi, nilai S hasil perhitungan cenderung besar. Bila S besar, W juga besar (mendekati 1). Sebaliknya, apabila kesesuaian di antara kelompok-kelompok peringkat itu rendah, S relatif kecil, dan tentu saja W juga kecil (mendekati 0). Nilai W yang cukup besar akan mengantar kita ke penolakan hipotesis nol tentang tidak adanya asosiasi. Untuk nilai-nilai m dan n yang kecil, kita boleh menggunakan Tabel A.22 untuk memutuskan apakah H_0 ditolak atau tidak. Kita boleh menolak hipotesis nol pada aras kebermaknaan taraf nyata α jika nilai P dalan Tabel A.22 untuk nilai-nilai W, m, dan n yang diketahui lebih kecil daripada atau sama dengan α.

Untuk nilai-nilai m dan n yang tidak tercakup oleh Tabel A.22 hitunglah

$$X^2 = m(n—1)W$$

dan perbandingkanlah untuk memeriksa kebermaknaannya dengan nilai-nilai – Chi-Square dalam Tabel A.12 untuk derajat bebas n-1. Kendall (T3) menganjurkan pemakaian Persamaan 9.18 bila $n > 7$, dan mengusulkan sebuah aproksimasi lain yang penerapannya lebih umum.

CONTOH 9.6

Goby dkk. (E21) mengadakan sebuah studi di sebuah pusat rehabilitasi pencandu alkohol. Tujuan mereka adalah untuk mengetahui penilaian relatif oleh para pasien dan para petugas terhadap masing-masing komponen dan suatu program terapi. Masing-masing dari 60 pasien yang dilibatkan dalam studi ini diminta memeringkat bagian-bagian dan program terapi itu berdasarkan urutan kemanfaatannya, dan yang paling bermanfaat sampai yang paling kurang bermanfaat. Komponen-komponen program yang dievaluasi adalah sebagai berikut: Alcoholics Anonymous (AA), Langkah AA kelima, konsultasi dengan penasehat pribadi, informasi tentang ketergantungan pada alkohol dan obat bius, pergaulan (kontak) dengan orang lain yang berpengaruh, kontak dengan pasien lain, komunitas rehabilitasi, pengalaman dalam kelompok kecil, pemimpin kelompok kecil, dan hubungan antara ketua kelompok dan petugas. Para peneliti ini mendapatkan koefisien konkordansi $W = 0.103$ dengan nilai $P < 0.001$. Mereka menyimpulkan bahwa dalam kelompok pasien terdapat konsensus tentang efektivitas relatif komponen-komponen struktural program terapi tersebut.

Andaikan studi itu diadakan lagi di sebuah pusat rehabilitasi pencandu alkohol lain dengan sampel yang terdiri atas 15 pasien, dan menghasilkan data seperti tampak dalam Tabel 9.25. Dalam hal ini kita ingin menghitung W dan memastikan apakah data itu berkesesuaian dengan hipotesis tentang adanya konsensus di antara pasien-pasien.

Hipotesis

H_0: Tidak ada kesepakatan di antara pasien-pasien tentang efektivitas relatif komponen-komponen yang berbeda dan program terapi itu

H_1: Ada kesepakatan di antara pasien-pasien tentang hal di atas

Statistik uji

Dengan Persamaan 9.14 kita memperoleh

$$W = \frac{12(118^2 + 124^2 + \cdots + 59^2) - 3(15)^2(10)(10+1)^2}{(15)^2(10)(10^2 - 1)}$$

$$= 0.4036$$

Keputusan

Karena m = 15 dan n = 10 tidak ada dalam Tabel A.22, kita menggunakan aproksimasi sampel-besar dengan Persamaan 9.18 untuk menentukan apakah H_0 harus ditolak.

$X^2 = 15(10 — 1)\ (0.4036) = 4.486$

Untuk derajat bebas k-1 = 9, TabeIA.12 mengungkapkan bahwa peluang untuk mendapatkan suatu nilai X^2 = 54.486 yang semata-mata berdasarkan untung-untungan bila H0 benar adalah kurang dan 0.005. Akibatnya kita menolak H_0 dan menyimpulkan adanya konsensus diantara para pasien.

TABEL 9.25

Peringkat pasien dalam rangka efektivitas dari 10 komponen dari sebuah pusat rehabilitasi alkohol

	Komponen									
Pasien	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	9	10	6	1	7	8	2	4	3	5
2	10	9	7	2	6	8	3	5	4	1
3	9	8	6	1	5	10	4	3	2	7
4	4	9	6	8	10	3	7	2	5	1
5	10	9	6	1	7	8	3	5	2	4
6	9	10	6	1	7	8	3	4	2	5
7	6	7	1	4	9	2	10	5	8	3
8	10	9	7	2	5	8	3	6	4	1
9	9	10	6	1	8	7	3	5	2	4
10	8	6	2	5	10	9	7	4	3	2
11	9	8	6	1	7	8	4	5	3	2

12	9	10	6	1	7	8	4	5	3	5
13	1	6	7	10	9	8	2	4	3	5
14	9	10	6	1	8	7	3	5	2	4
15	6	3	10	8	1	2	5	4	7	9
Total	118	124	88	47	104	106	63	64	52	59

Angka sama

Jika dalam sekumpulan nilai pengamatan yang akan diperingkat terdapat dua nilai pengamatan atau lebih yang sama, kepada nilai-nilai tersebut kita memberikan peringkat rata-rata dan peringkat-peringkat yang seharusnya diberikan bila angka sama tidak ada. Dengan adanya angka sama ini, statistik uji kita koreksi dengan cara mengganti penyebut dalam Persamaan 9.14 dengan

$$m^2 n(n^2-1) - m\sum(t^3-t)$$

dengan t^3 adalah banyaknya nilai pengamatan dalam suatu kumpulan yang harus diberi peringkat sama.

BACAAN LEBIH LANJUT

Schucany (T47) dan Schucany bersama Frawley (T48) memperkenalkan sebuah statistic yang memungkinkan seseorang menguji hipotesis yang menyatakan bahwa beberapa penilal memiliki kesepakatan tentang peringkat-peringkat di dalam masing-masing dan dua kumpulan pengamatan dan antara kedua kumpulan tersebut. Sifat-sifat statistik uji ini dibahas oleh Li dan Schucany (T49).

Kraemer (T51) dan Snel (T52), yang mendiskusikan paper dari Schucany dan Frawley (T58) dan Hollander dan Sethuraman (T50). Pendekatan alternatif untuk masalah indeks 2 kelompok juga telah diusulkan oleh Baldessari dan Gallo (T53), Shiranata (T54), Palachek dan Kerin (T55) dan Costello dan Wolfe (T56).

Kegunaan dari rata-rata Kendall Tau sebagai suatu cara untuk mengukur indeks yang diusulkan oleh Enhenberg (T57). Cara penghitungan yang mudah untuk mencari rata-rata Tau yang ditunjukkan oleh Hays (T58) yang membuat kontribusi lain untuk sebuah pemikiran. Alvo dan Cabilio (T59) menyediakan pembenaran lebih jauh dalam kegunaan rata-rata Kendall Tau.

Palachek dan Schucany (T60)mengusulkan perkiraan interval kepercayaan untuk kekuatan dari indeks.

Perluasan ide indeks antarkelompok untuk lebih dari dua kelompok didiskusikan oelh Serlin dan Marascuilo (T61) dan Feigin dan Alvo (T62). Lewis (T63) membahas kegunaan koefisien Kendal untuk penyesuaian peringkat dengan *self exclusion*. Nilai kritik S untuk sample yang kecil.

Artikel menarik lain yang membahas hal ini dan topik yang terkait termasuk mereka, yaitu Linhart (T64), Lyerly (T65), Willerman (T66), Wood (T67), Friedman (T68), Stewart et al. (T69), dan Wakimoto and Shirahata (T70).

LATIHAN

9.14 Vine (E22) menjelaskan sebuah penelitian untuk 63 penilai (mahasiswa psikologi tahun pertama) memeringkat sejumlah sampel tulisan tangan berdasarkan penilaian posisi realtif masing-masing penulisnya dalam dimensi-dimensi introvensi-ekstravensi atau stabilitas-neurotisisme. Peneliti ini telah menghitung koefisien konkordansi Kendall untuk masing-masing kasus tersebut. Dari koefisien-koefisien ini ia dapat menyimpulkan tentang adanya kesepakatan yang kuat diantara para penilai (dalam masing-masing kasus nilai $P < 0.001$). Andaikan percobaan tersebut diulang dan hasil-hasilnya seperti dalam Tabel 9.26. Hitung W dan ujilah hipotesis nol tentang tidak adanya kesepakatan di antara para penilai.

TABEL 9.26

Perankingan Juri dari contoh sampel tulisan tangan menurut posisi juri

Sampel Penulis Tangan					
Juri	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A	4	3	2	5	1
B	3	4	5	2	1
C	4	3	1	5	2
D	4	3	5	2	1

9.15 Sebagai bagian dari sebuah penelitian yang lebih besar diberitakan oleh Viney et al. (E23), 37 informan yang berpengetahuan dari Oklahoma City diminta untuk mengurutkan pengaruh relatif dari 10 kelompok sipil dan keseluruhan hasil dari empat isu masyarakat. Pengurutan kelompok dari empat isu tersebut berdasarkan pada pengurutan rata-rata yang ada pada Tabel 9.27. Periksalah nilai dari $W=0.57$, $X^2 = 20.45$, dan nilai $P < 0.05$ yang diberikan oleh penulis. Nyataka hipotesis yang tepat untuk uji tersebut.

TABEL 9.27

Peringkat urut dari pengaruh di Kota Oklahoma untuk 10 kelompok sipil untuk 4 isu

Kelompok Sipil	Perguruan Tinggi	Pembaharuan Perkotaan	Hubungan Antarras	Fasilitas Olahraga
Walikota dan Dewan Kota	3	2	4	3
Media Massa	2	3	3	2
Anggota Kamar Dagang	1	1	5	1
Demokrat	8	8	6	6.5
Kelompok buruh	7	5	7	5
Kelompok Jasa	4	9	8	4
Republikan	9	10	10	6.5
Gereja	6	6	2	8
Lembaga Pemilu	5	7	9	9
Penegak Hak Asasi	10	4	1	10

Sumber : Wayne Viney, Ross Loomis, Jacob Hautaluoma and Stanley Wagner, "A Comparison of Perceived Organizational Influence in Two Metropolitan Communities, " Rocky Mountain Soc. Sci. J., 11 (January 1974), 81-86.

9.16 Data tentang gaji staf pengajar di beberapa universitas yang disajikan dalam tabel 9.28 dilaporkan oleh Robinson (E24). Peringkat-peringkat tersebut ditetapkan berdasarkan pendapatan total para staf pengajar selama sembilan bulan. Hitunglah W dan ujilah keakuratannya.

TABEL 9.28

Peringkat Kompensasi Fakultas di 8 Besar Institusi, Tahun 1971-1972

	Rank of average compentation, by academic rank			
Institution	Guru Besar	Lektor Kepala	Asisten Guru Besar	Instruktur
Universitas Neg Bag Iowa	1	1	1	2
Universitas Colorado	2	2	2	1
Universitas Missouri	3	3	3	3
Universitas Nebraska	4	5	5	5.5
Universitas Kansas	5.5	7	6	5.5
Universitas Neg. Bag. Oklahoma	5.5	4	4	7
Universitas Oklahoma	7	8	7.5	8
Universitas Neg. Bag Kansas	8	6	7.5	4

Sumber : Jack L. Robinson, "Faculty Compensation in the Big Eight, 1971-1972," Oklahoma Bus Bull., 40 (September 1972), 10-12

9.17 Gibson dan Reeves (E25) menyelidiki landasan fungsional dari suatu sampel yang terdiri atas kota-kota di Arizona untuk menentukan apakah kompleksitas fungsional pemukiman-pemukiman berkaitan erat dengan sejumlah variabel sederhana yang agaknya berpengaruh terhadap kebutuhan para pemukimnya. Hasil-hasil penelitian ini tampak dalm tabel 9.29. Hitung W dan ujilah hipotesis nol tentang tidak adanya asosiasi diantara kelima karakteristik dalam tabel.

TABEL 9.29

Populasi dan data survei untuk 37 sampel di Kota Arizona 1970

Kota	Populasi 1970	Jumlah bangunan	Jumlah Fungsi	Jumlah fungsi utama	Jumlah unit fungsional
Tolleson	3881	110	72	68	121
Miami	3394	145	80	63	176
ElMirage	3258	83	49	40	100
Benson	2839	160	85	69	200
Kearney	2829	56	52	45	66
Cottonwood	2815	216	126	112	251
Wickenburg	2698	207	98	84	253
Buckeye	2499	189	98	80	233
Wlllcox	2568	213	106	91	257
Surprise	2427	35	25	20	41
WIlliams	2386	171	106	84	228
Thatcher	2320	51	37	35	58
ShowLow	2285	174	96	87	220
Somerton	2225	75	38	34	89
Florence	2173	103	66	60	128
Goodyear	2140	54	41	37	68
Gilbert	1971	71	51	45	83
Mammoth	1953	68	44	40	71
Parker	1946	194	112	91	249
Youngtown	1885	133	77	73	152
Snowflake	1833	77	60	47	100
GilBend	1795	145	80	60	189
StJohns	1320	74	62	53	99
Hayden	1283	49	44	33	66
Eager	1279	29	32	24	44
Tombstone	1241	107	57	52	121
IuachucaCity	1233	37	26	23	40
Pima	1184	40	42	33	55
Springervilie	1038	94	64	55	130
Wlnkleman	974	45	33	28	50
Welton	967	66	54	43	86
Clarkdate	892	41	38	33	47
Taylor	888	24	31	23	34
Fredonia	798	34	28	27	35
Duncan	773	65	45	35	63
Patagonia	630	38	31	29	44
Jerome	290	36	26	23	39

Sumber : Lay James Gibson and Richard W. Reeves, “The Roles of Hinterland Composition, Externalities, and Variabel Spacing as Determinants of Economic Structure in Small Towns,” Profesional Geographer, 26 (1974), 152-158; reproduced by permission of the Association of America Geographers.

9.6

BAB 9

KORELASI PERINGKAT PARSIAL

Pembaca yang telah memiliki pengetahuan dalam statistik dasar mungkin akrab dengan konsep korelasi parsial dalam parametrik beberapa konteks regresi. Pembaca yang belum terbiasa dengan konsep mungkin ingin mempelajari statistik terapan teks dasar seperti satu per Blalock (T71), di mana diskusi yang baik dari subjek dapat ditemukan. Kebutuhan untuk ukuran korelasi parsial muncul ketika peneliti sedang menyelidiki hubungan antara tiga atau lebih variabel acak. Dalam situasi seperti koefisien korelasi berganda memberikan ukuran keseluruhan korelasi antara semua variabel dianggap bersama-sama. Kita dapat memperoleh ukuran korelasi antara kombinasi dari dua dari tiga atau lebih variabel dengan menghitung koefisien korelasi sederhana dari data dari dua variabel yang dipilih untuk penelitian. Kerugian dari koefisien korelasi sederhana dalam konteks ini adalah bahwa ia tidak memperhitungkan pengaruh pada dua variabel yang dipilih dari salah satu variabel lain dalam penelitian ini. Koefisien korelasi parsial memberikan solusi untuk masalah ini, karena mengukur korelasi antara dua variabel konstan sambil memegang salah satu atau lebih dari variabel lain. Beberapa penulis menggunakan kontrol jangka panjang dan menggambarkan koefisien korelasi parsial sebagai ukuran korelasi antara dua variabel sementara satu atau lebih variabel lain dikendalikan. Konsep ini mirip dengan analisis dua arah varians. Seperti yang ditunjukkan sebelumnya, blocking memungkinkan peneliti untuk menghilangkan efek dari variabel lain.

Situasi yang paling sederhana di mana koefisien korelasi parsial mungkin menarik adalah satu di mana hanya ada tiga variabel yang diteliti. Anggaplah, misalnya, bahwa kita sedang mempelajari hubungan antara tiga variabel acak, X, Y, dan Z. Jika distribusi gabungan (X, Y, Z) adalah multivariat normal, korelasi parsial antara X dan Y saat Z konstan dapat ditulis sebagai:

$$r_{\text{xy,z}}= \frac{r\,xy - r\,xz\,r\,yz}{\sqrt{(1-r2\,xz)(1-r2\,yz)}}$$

Dimana r_{xy}, r_{xz} dan r_{yz} adalah produk-moment koefisien korelasi Pearson yang dihitung dari pengukuran sampel pada variabel X dan Y, variabel X dan Z dan variabel Y dan Z. Dua kemungkinan lainnya dari koefisien korelasi parsial, $r_{xz,\,y}$ dan $r_{yz,x}$, dapat dihitung dengan rumus analog dengan persamaan 9.20

Jika distribusi gabungan (X, Y, Z) tidak diketahui atau jika untuk beberapa alasan lain, persamaan 9.20 tidak dapat digunakan, metode alternatif menghitung koefisien korelasi parsial diperlukan. Kedua r_S Spearman dan Kendall tau tersedia untuk memenuhi yang diperlukan ini. Dari keduanya, yang paling sederhana untuk digunakan adalah r_S. Untuk menghitung koefisien korelasi parsial berdasarkan r_S, hanya dapat menggantikan jajaran yang tepat untuk pengukuran aktual dan melakukan analisis korelasi berganda parametrik biasa, sebaiknya melalui penggunaan paket perangkat lunak komputer. Koefisien korelasi parsial biasanya dihitung sebagai bagian dari prosedur ini secara otomatis menjadi koefisien korelasi peringkat parsial.

Bila koefisien korelasi peringkat parsial didasarkan pada tau dan tidak ada ikatan, tau (xy, z), koefisien korelasi peringkat parsial mengukur korelasi antara X dan Y sementara mengontrol Z, dapat dihitung dengan rumus berikut :

$$\hat{\tau} = \frac{\widehat{\tau_{xy}} - \widehat{\tau_{xz}}\widehat{\tau_{yz}}}{\sqrt{\left(1 - \widehat{\tau_{xz}^2}\right)\left(1 - \tau_{yz}^2\right)}}$$

Koefisien korelasi parsial didefinisikan oleh persamaan 9.21 dapat digeneralisasi untuk kasus di mana lebih dari tiga untuk dipertimbangkan.

Contoh berikut menggambarkan perhitungan koefisien korelasi rank parsial melalui persamaan 9.21.

Contoh 9.7

Selama 15 wilayah pasar seorang peneliti pemasaran mengumpulkan data penjualan (X), pengeluaran untuk promosi (Y), dan pangsa pasar (Z) untuk produk konsumen tertentu. Data ditampilkan dalam tabel 9.30.

TABEL 9.30

Data untuk Contoh 9.7

Area	1	2	3	4	5
X	149	152	155.7	159	163.3
Y	21	21.79	22.4	23	23.7
Z	42.5	43.7	44.75	46	47
Area	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
X	166	169	172	174.5	176.1
Y	24.3	24.92	25.5	25.8	26.01
Z	47.9	48.95	49.9	50.3	50.9
Area	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
X	176.5	179	170.4	145	158.8
Y	26.15	26.3	25.75	20.5	23.1
Z	50.85	51.1	49.5	43.5	46.25

Misalkan kita menghitung koefisien korelasi parsial antara penjualan (X) dan pengeluaran iklan (Y) sedangkan controlling untuk pangsa pasar (Z). Dalam kata lain, kita ingin menghitung $r_{xy,\ z}$. Pertama-tama kita menghitung nilai tau untuk setiap pasangan variabel. Untuk menghitung tau, kita menghitung jumlah Y pasang, ketika Y dipasangkan dengan X, yang berada di urutan asal dan jumlah yang berada di urutan asal terbalik. Langkah-langkahnya, seperti yang dijelaskan dalam Bagian 9.2, dapat dilihat pada Tabel 9.31.

TABEL 9.31

Urutan data untuk menghitung τ pada Contoh 9. 7

Pasangan (X,Y)	Pasangan Y untuk urutan asli	Pasangan Y untuk urutan yang terbalik
(145.0.20.50)	14	0
(149.0.21.00)	13	0
(152.0.21.79)	12	0
(155.7.22.40)	11	0
(158.8.23.10)	9	1
(159.0.23.00)	9	0
(163.3,23.70)	8	0
(166.0.24.30)	7	0
(169.0.24.92)	6	0
(170.4.25.75)	4	1
(172.0,25.50)	4	0
(174.5.25.80)	3	0
(176.1.26.C1)	2	0
(176.5.26.15)	1	0
(179.0.26.30)	0	0
	P=103	Q=2

Dari hasil prosedur yang ditunjukkan di Tabel 9.31, kita menghitung S = 103 – 2 = 101. Dengan persamaan 9.8, kita menghitung :

$$\widehat{\tau_{xy}} = \frac{101}{(15)(14)/2} = 0.9619$$

Penghitungan lanjutan untuk mendapatkan tau ditunjukkan pada tabel 9.32

TABEL 9.32

Urutan data untuk mendapatkan tau pada Contoh 9.7

Pasangan (X, Z)	Pasangan Y untuk urutan asli	Pasangan Y untuk urutan terbalik
(145.0,43.50)	13	1
(149.0,42.50)	13	0
(152.0,43.70)	12	0
(155.7,44.75)	11	0
(158.8,46.25)	9	1
(159.0,46.00)	9	0
(163.3,47.00)	8	0
(166.0,47.90)	7	0
(169.0,48.95)	6	0
(170.4,49.50)	5	0
(172.0,49.90)	4	0
(174.5,50.30)	3	0
(176.1,50.90)	1	1
(176.5,50.85)	1	0
(179.0,51.10)	0	0
	P=102	Q=3

Dari hasil yang ditunjukkan pada Tabel 9.32, kita dapat menghitung S = 102 – 3 = 99. Dengan persamaan 9.8, kita menghitung :

$$\widehat{\tau_{yz}} = \frac{99}{(15)(14)/2} = 0.9428$$

Akhirnya, penghitungan lanjutan untuk mendapatkan tau ditunjukkan pada Tabel 9.33.

TABEL 9.33

Urutan data untuk menghitung tau pada Contoh 9.7

Pasangan (Y,Z)	Pasangan Z untuk urutan asli	Pasangan Z untuk urutan terbalik
(20.50.43.50)	13	1
(21.00.42.50)	13	0
(21.79.43.70)	12	0
(22.40.44.75)	11	0
(23.00.46.00)	10	0
(23.10.46.25)	9	0
(23.70.47.00)	8	0
(24.30.47.90)	7	0
(24.92.48.95)	6	0
(25.50.49.90)	4	1
(25.75.49.50)	4	0
(25.80.50.30)	3	0
(26.01.50.90)	1	1
(26.15.50.85)	1	0
(26.30.51.10)	0	0
	P=102	Q=3

Dari hasil pada Tabel 9.33, kita menghitung S = 102 – 3 = 99. Dengan persamaan 9.8, kita menghitung :

$$\hat{\tau}_{xy} = \frac{99}{(15)(14)/2} = 0.9428$$

Dengan persamaan 9.21, kita menghitung :

$$\hat{\tau}_{xy} = \frac{0.9810 - (0.9428)(0.9428)}{\sqrt{[1 - (0.9428)^2][1 - (0.9428)^2]}} = 0.6572$$

Dengan demikian kita memiliki ukuran kekuatan hubungan antara penjualan dan pengeluaran untuk iklan ketika pangsa pasar tetap konstan.

Ukuran korelasi parsial untuk sampel dapat digunakan sebagai perkiraan populasi parsial koefisien korelasi, **τ**. Kita juga dapat menggunakan **τ** untuk keperluan pengujian hipotesis. Hipotesis nol yang dapat diuji dan alternatif yang sesuai adalah sebagai berikut:

1. $H_0 : \tau_{xy,z} = 0$

   $H_1 : \tau_{xy,z} \neq 0$

2. $H_0 : \tau_{xy,z} \leq 0$

   $H_1 : \tau_{xy,z} > 0$

3. $H_0 : \tau_{xy,z} \geq 0$

   $H_1 : \tau_{xy,z} < 0$

Nilai-nilai kritis untuk ukuran sampel tertentu dan tingkat signifikansi yang terpilih diberikan dalam Tabel A.24. Aturan keputusan untuk pengujian hipotesis tentang $\tau_{xy,z}$ adalah sebagai berikut:

1. Untuk $H_1 : \tau_{xy,z} \neq 0$, tolak H_0 jika nilai hitung dari $\hat{\tau}_{xy,z}$ lebih besar dari nilai $\hat{\tau}_{xy,z}$ untuk n dan 1-α/2 yang diberikan di Tabel A.24
2. Untuk $H_1 : \tau_{xy,z} > 0$, tolak H_0 jika nilai hitung dari $\hat{\tau}_{xy,z}$ lebih besar dari nilai $\hat{\tau}_{xy,z}$ untuk n dan 1-α yang diberikan di Tabel A.24
3. Untuk $H_1 : \tau_{xy,z} < 0$, tolak H_0 jika nilai hitung dari $\hat{\tau}_{xy,z}$ lebih kecil dari nilai $\hat{\tau}_{xy,z}$ untuk n dan 1-α yang diberikan di Tabel A.24

Sebagai contoh 9.7, misalkan kita memilih taraf nyata 0,05 dan uji Ho: $\tau_{xy,z} = 0$ alternatifnya H1: $\tau_{xy,z} \neq 0$. Karena kita memiliki tes dua sisi dan n = 15, nilai kritis $\hat{\tau}_{xy,z}$ untuk uji ditemukan dalam tabel A.24 di perbatasan baris berlabel 15 dan kolom berlabel 1-0,05 / 2 = 0.975. Kita menemukan nilai kritis menjadi 0.377. Karena nilai yang dihitung dari 0,8290 lebih besar dari 0.377, kita menolak hipotesis nol. Karena 0,8290 lebih besar dari 0.570, nilai P untuk uji ini kurang dari 2 (0,001) -0,002.

BACAAN LEBIH LANJUT

Tabel nilai kritis $\hat{\tau}$ parsial diberikan pada tabel A.24 dihitung oleh Maghsoodloo (T72) dan Maghsoodloo dan Pallos (T73). Distribusi $\hat{\tau}$ parsial adalah subyek dari paper sebelumnya oleh Moran (T74). Rank korelasi parsial juga topik paper oleh Hawkes (T75) dan Shirahata (T76, T77).
Quade (T78) menyajikan sebuah pendekatan alternatif untuk masalah koefisien korelasi parsial. Kritzer (T79) menggambarkan metode asimtotik untuk memperoleh estimasi varians dan kovarians untuk koefisien korelasi urutan peringkat parsial berdasarkan data tabel kontingensi.

LATIHAN

9.18 Berdasarkan contoh 9.7. Hitung $\hat{\tau}_{xy,z}$ dan melakukan uji hipotesis untuk menentukan apakah dapat disimpulkan bahwa $\tau_{xy,z}$ lebih besar dari nol. Tentukanlah nilai P untuk ujian. Berikan interpretasi verbal $\hat{\tau}_{xy,z}$.

9.19 Seorang broker real estate ingin mengetahui variabel apa saja yang berhubungan dengan nilai yang dinilai dari tempat tinggal keluarga tunggal terletak di daerah tertentu. Sebuah sampel acak sederhana dari 6 tempat tinggal tersebut menghasilkan informasi yang ditampilkan pada Tabel 9.34 pada empat variabel: nilai yang dinilai (W), ukuran dalam persegi (X), umur dalam tahun (Y), dan ukuran dalam hektar (Z).

TABEL 9.34

Data untuk Latihan 9.19

Tempat tinggal	**W**	**X**	**Y**	**Z**
1	132	25	20	1.79
2	74	19	19	1.37
3	96	20	21	1.38
4	128	22	16	1.87
5	91	15	18	1.27
6	106	21	25	1.57

Apakah data ini memberikan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa nilai yang dinilai dan usia tinggal yang berkorelasi terbalik ketika ukuran tempat tinggal tetap konstanα? Misalkan $= 0{,}05$ dan carilah nilai P.

9.20 Lihat latihan 9.19. Berdasarkan data tersebut, dapat disimpulkan bahwa $\boldsymbol{\tau}_{xy,} > 0$? Misalkan $\alpha = 0{,}01$ dan carilah nilai P untuk uji ini. Berikan interpretasi $\boldsymbol{\tau}_{xy,\,z.}$

9.7

PENGUKURAN HUBUNGAN UNTUK TABEL KONTINGENSI

Bab 5 meliputi analisis dari frekuensi data yang ditampilkan dalam format tabel kontingensi. Kita menggunakan uji chi-square untuk menentukan apakah kita bisa menyimpulkan bahwa ada hubungan antara dua kategori variabel; penghitungan statistik chi-square yang signifikan memungkinkan kita untuk menyimpulkan pada tingkat signifikan tertentu bahwa ada hubungan antara dua kategori variabel yang diteliti. Meskipun kita bisa mendapatkan kesimpulan tentang ada atau tidaknya hubungan menggunakan uji chi-squre, uji statistik ini tidak menyediakan ukuran yang memuaskan untuk kekuatan hubungan antara dua variabel. Pada section 9.6

dicatat bahwa dalam konteks statistik klasik, koefisien korelasi sederhana produk-momen Pearson memberikan ukuran kekuatan dari hubungan antara dua variabel. Untuk ukuran ini menjadi bermakna untuk diintepretasikan,akan tetapi, dua variabel yang harus diukur pada skala yang berkelanjutan dan sesuai dengan model linear sehubungan dengan hubungan mereka. Bagian ini menyajikan beberapa ukuran kekuatan asosiasi untuk situasi di mana koefisien korelasi Pearson tidak tepat -khususnya, kasus di mana dua variabel menarik yang kategoris dan data terdiri dari frekuensi yang dapat ditampilkan dalam sebuah tabel kontingensi

PHI COEFFICIENT

Koefisien phi didesain untuk penggunaan variabel dikotom, yaitu, variabel yang hanya dapat mengasumsikan 1 dari 2 kemungkinan nilai eksklusif. Contohnya adalah gender (laki-laki, perempuan, kualitas produk (defective, tidak defective),dan status perkawinan (kawin, tidak kawin)). Dalam prakteknya koefisien phi juga digunakan ketika nilai dari variabel nondikotom dapat dikelompokkan dalam dua kategori yang berbeda. Pengetahuan siswa pada sebuah subjek, contohnya, berkesinambungan dan dapat diukur melalui penugasan numerik, nilai skala interval berdasarkan pada uji yang cocok, tetapi kadang-kadang lebih disukai untuk mengkategorikan hasil siswa seperti lulus atau gagal, tergantung pada apakah atau tidak nilai numerik mereka jatuh diatas atau diabwah beberapa nilai yang dipilih.

Misalkan kita punya dua variabel, variabel I dan variabel II. Pengukuran pada setiap diperoleh dengan mencatat di mana variabel 'dua kategori subjek atau objek harus ditempatkan. Ketika ketentuan dibuat untuk sampel dari n subjek atau objek, hasilnya mungkin ditampilkan dalam tabel kontingensi 2 x 2, dimana tabel 9.35 adalah bentuk dasar.

Koefisien phi :

$$\varphi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

Koefisien phi menganggap nilai antara -1 dan +1. Koefisien phi dihubungkan pada statistic chi-square. Hubungan tersebut ditunjukkan pada :

$$\varphi^2 = \times^2/n$$

TABEL 9.35

Tabel kontingensi 2 x 2

Kategori Variabel II	**Kategori Variabel I**		
	1	**2**	**Total**
1	a	b	a + b
2	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	n

Untuk menentukan apakah penghitungan nilai dari φ signifikan, kita bisa mengubahnya ke dalam $\times^2$ menjadi :

$\times^2 = n\,\varphi^2$

Kemudian bandingkan hasil dari $\times^2$ dengan mentabulasi nilai chi-square dengan derajat bebas 1 untuk menentukan keakuratan dan mendapatkan nilai P.

Kami menjelaskan penggunaan dari koefisien phi dengan contoh berikut :

Contoh 9.8

Pada sebuah penelitian tentang gangguan seksual di tempat kerja, peneliti bertanya pada 125 sampel dari pekerja "white-collar" dalam posisi non-manager apakah mereka pernah mengalami gangguan seksual dalam bekerja. Tabel 9.36 menunjukkan pegawai "cross-classified" dengan respon mereka untuk pertanyaan dan gender. Kami disuruh untuk menghitung φ dari data tersebut untuk menentukan kekuatan dari hubungan dua variabel tersebut. Kita juga disuruh untuk menguji keakuratan pada level 0.05.

TABEL. 9.35

Sampel dari 125 pegawai diklasifikasikan menurut Gender dan gangguan seksual dalam bekerja

Gender	Gangguan Seksual		
	Ya	Tidak	Total
Laki-laki	15	35	50
Perempuan	50	25	75
Total	65	60	125

Pada persamaan 9.22, kita menghitung

$$\varphi = \frac{(15)(25) - (35)(50)}{\sqrt{(50)(75)(65)(70)}} = -0{,}3595$$

Kita sekarang mempunyai ukuran dari kekuatan hubungan antara gender dan gangguan seksual untuk sampel 125 pekerja. Untuk menguji keakuratan, pertama-tama gunakan persamaan 9.24 untuk menghitung

$\times^2 = 125\,(-0,3595)^2 = 16.16$

Mengacu pada Tabel A.11 dengan derajat bebas 1 menunjukkan bahwa karena 16.16 $>$ 3.841, kita bisa menolak hipotesis nol bahwa tidak ada hubungan antara dua variabel. Karena 16.16 $>$ 7.879, nilai P untuk uji ini kurang dari 0.005.

YULE'S Q

Ketika penghitungan kekuatan dari hubungan antara dua variabel dikotom, beberapa peneliti lebih menyukai statistik yang dikenal dan disebut Q oleh Yule

(T80) pada tahun 1990. Jika kita menggunakan notasi pada Tabel 9.36, kita bisa menuliskan Yule's Q sebagai berikut;

$$Q = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

Seperti koefisien phi, Q menganggap nilai antara -1 dan +1. Kita menggambarkan penghitungan Q dengan contoh berikut :

Contoh 9.9

Untuk menggambarkan penghitungan Q, kita mengacu pada data yang ditampilkan dalam Tabel 9.36. Dengan persamaan 9.25, kita mempunyai :

$$Q = \frac{(15)(20) - (35)(50)}{(15)(25) - (35)(50)} = -0.647$$

Dua penghitungan hubungan tersebut menggunakan tabell kontingensi r x c; yaitu sebuah tabel yang ada dua variabel kategori dan satu atau keduanya mempunyai lebih dari dua katehori.

STATISTIK CRAMER

Statistik yang diusulkan oleh Cramer (T81) menyediakan pengukuran yang cocok untuk kekuatan hubungan antara dua variabel kategori memberikan data yang mungkin ditampilkan dalam tabel kontingensi dalam beberapa ukuran. Ketika tabel kontingensi mempunyai dua baris dan dua kolom, koefisien Cramer memberikan sebuah nilai yang identik, kecual untuk perbedaan kemungkinan dalam tanda, untuk koefisien kontingensi. Koefisien Cramer didefinisikan sebagai berikut :

$$C = \sqrt{\frac{\times^2}{n\,(t-1)}}$$

Dimana $\times^2$ adalah statistic chi-square diitung dengan persamaan 8.1, n adalah total ukuran sampel, dan t adalah jumlah baris atau kolom dalam tabel kontingensi, manapun lebih kecil.

Contoh 9.10, menggambarkan penghitungan statistik Cramer.

Contoh 9.10

Sebuah survei dikelompokkan antara pemilik rumah di sebuah negara. Satu dari pertanyaan menanyakan kepada responden "Bagaimana kepuasan Anda dengan kelompok dimana kamu tinggal?" Tabel 9.37 mengklasifikasikan responden dengan jawaban mereka terhadap pertanyaan dan tempat mereka tinggal.

Kita menggunakan statistik Cramer untuk menghitung kekuatan dari hubungan antara tempat tinggal dan tingkat kepuasan dengan kelompok. Dengan persamaan 8.1, kita menghitung $X^2 = 53.178$. karena kita mempunyai ukuran sampel sebesar 230, dan karena jumlah baris (3) lebih kecil daripada jumlah kolom, kita harus menguji C agar akurat, kita menghitung X^2 dengan persamaan 9.26 dengan mentabulasikan nilai dari chi-square pada Tabel A.11 dengan derajat bebas (r-1)(c-1). Dengan kata lain, keakuratan dari C tergantung pada keakuratan dari X^2, dengan pengujian keakuratan pada rumus yang dijelaskan di Chapter 5.

Statistik C mempunyai beberapa syarat yang menarik. Statistik C dapat menganggap nilai antara 0 dan 1. Untuk contoh penghitungan, ketika tidak ada hubungan antara dua variabel yang diteliti, C akan sama dengan 0. Ketika pengukuran sampel ditampilkan dalam tabel kontingensi kuadrat (yaitu saat kedua variabel yang diteliti mempunyai ukuran kategori yang sama, jadi r = c), penghitungan C menunjukkan sebuah korelasi yang paling baik antara dua variabel. Ketika r dan c tidak sama, penghitungan C tidak berarti bahwa dua variabel berkorelasi baik dalam hal biasa. Dapat juga ditunjukkan bahwa ketika r = c =2, C sama dengan kuadrat dari statistik Kendal Tau yang disesuaikan dengan hubungan.

Keuntungan dari statistik Cramer adalah sedikit asumsi yang dibutuhkan untuk validitas. Keuntungan yang lain adalah faktanya nilai dari C mungkin digunakan untuk membandingkan tabel kontingensi dengan ukuran berbeda dengan r dan c dan tabel berdasarkan ukuran sampel yang berbeda.

KOEFISIEN GOODMAN-KRUSKAL G

Koefisien Yule (Q) mungkin diperluas untuk analisis data dalam tabel kontingensi ukuran r x c, dimana r atau c atau keduanya lebih besar dari 2 dan kategori dari kedua variabel adalah terurut. Statistik menghitung dari sampel data yang biasanya disebut koefisien Goodman-Kruskal. Kita akan menggunakan G untuk menggambarkan statistik dan γ untuk menggambarkan parameter populasi.

Misalkan kita mempunyai dua variabel, variabel X dan variabel Y, jenis skala pengukuran keduanya adalah skala ordinal. Kita anggap bahwa nilai dari X adalah $X_1, X_2, \ldots, X_r$ dan nilai terurut menurut besarnya jadi $X_1 < X_2 < \ldots < X_r$. Dengan anggapan yang sama, kita anggap variabel Y dapat terurut menurut besarnya jadi $Y_1 < Y_2 < \ldots < Y_c$. Kita bisa mengganti X ke dalam rank 1, 2,..., r dan Y ke dalam rank 1, 2,..., c dan gunakan rank tersebut untuk label baris dan kolom dalam tabel kontingensi. Misalkan rank dari Y menyediakan label untuk c kolom dan rank X menyediakan label untuk r baris dalam tabel kontingensi.

TABEL 9.38

Tabel Kontingensi untuk dua variabel terurut, X dan Y, dan populasi dari N subjek (atau objek)

X	Y						
	1	2	...	j	...	c	Total
1	N11						N1
2	N21						N2
.							
.							
.							
i	Ni1	Ni2		Nij		Nic	Ni

.							
.							
.							
r	Nr1	Nr2		Nrj		Nrc	Nr
Total	N1	N2	. . .	Nj	. . .	Nc	N

Untuk populasi yang dijelaskan pada Tabel 9.38, koefisien (gamma) mengukur kekuatan hubungan antara X dan Y. Ini adalah perbedaan antara probabilitas bahwa untuk sepasang subjek, pengukuran X dan Y dalam urutan yang sama dan probabilitas bahwa untuk pasangan dari subjek X dan Y pengukuran tidak cocok dengan urutan. Kita dapat menentukan apakah untuk sepasang subjek X dan Y pengukuran cocok atau tidak cocok dengan urutan, cara yang persis sama yang kita lakukan ketika menghitung Kendall tau statistik yang dijelaskan dalam Bagian 9.2. Ingat dari bagian itu bahwa kita misalkan P sama dengan jumlah pasangan subjek yang pengukuran X dan Y cocok dengan urutan dan kita misalkan Q sama dengan jumlah pasangan subjek yang pengukuran X dan Y tidak cocok sehubungan dengan pesanan. Oleh karena itu P + Q sama dengan jumlah pasang mata pelajaran yang X dan Y pengukuran baik cocok atau tidak cocok terhadap urutan. Pertimbangkan sepasang dipilih secara acak dari mata pelajaran dari populasi dijelaskan pada Tabel 9.38 yang pengukuran pada variabel tidak terikat. Probabilitas bahwa X dan Y pengukuran cocok dengan urutan sama dengan P / (P + Q). Probabilitas X dan Y pengukuran tidak cocok dengan urutan sama dengan Q / (P + Q). Koefisien (gamma) adalah perbedaan antara dua probabilitas ini, adalah :

$$\gamma = \frac{P}{P+Q} - \frac{Q}{P+Q} = \frac{P-Q}{P+Q}$$

Sekarang perhatikan sampel acak sederhana dari subyek n diambil dari populasi yang dijelaskan oleh Tabel 9.38. Dari sampel kita dapat membuat sebuah tabel kontingensi yang identik dengan Tabel 9.38 kecuali simbol N diganti dengan simbol n seluruhnya. Hasil tabel akan identik dengan Tabel 5.1, dengan kolom dan baris sekarang diasumsikan memerintahkan peringkat. Jika kita misalkan P dan Q didefinisikan untuk sampel dengan cara yang sama seperti untuk populasi, sampel Goodman-Kruskal statistik dapat digambarkan sebagai

$$G = \frac{P-Q}{P+Q}$$

Perhitungan G

Ketika data sampel ditampilkan dalam tabel kontingensi dari jenis yang baru saja dijelaskan, P dan Q yang lebih mudah dan nyaman dihitung dengan prosedur yang sistematis berikut. Untuk mendapatkan P, lakukan perhitungan sebagai berikut :

1. Identifikasi frekuensi di sudut kiri atas dari tabel contongency (frekuensi sel 1.1, n11) sebagai pengali. Sebut saja Multiplier P1.

2. Tambahkan frekuensi dari semua sel yang tersisa dari tabel yang berada di sebelah kanan dan di bawah Multiplier P1 yang tidak pada baris yang sama atau kolom sebagai Multiplier P1. Sebut hasilnya Sum P1.
3. Hitunglah Produk P1 = (Multiplier P1) x (Sum P1)
4. Pindah ke sel berikutnya dalam baris yang sama dengan Multiplier P1 (sel 1,2). Sebut frekuensi Multiplier P2.
5. Tambahkan frekuensi dari semua sel dari tabel yang di sebelah kanan dan di bawah Multiplier P2, tapi tidak pada baris yang sama atau kolom dengan itu. Sebut hasilnya Sum P2.
6. P2=Product (Multiplier P2) x (Sum P2)
7. Lanjutkan seperti pada Langkah 1 sampai 6 sampai tidak ada sel pada baris 1 yang memiliki sel dibawah dan ke kanan dan tidak dalam baris atau kolom yang sama.
8. Dimulai dengan sel pertama dalam baris, ulangi Langkah 1 sampai 7 untuk setiap baris yang tersisa.
9. Tambahkan semua produk yang diperoleh pada Langkah 1 sampai 8. Hasil adalah P.

Untuk mendapatkan Q, lakukan langkah-langkah berikut :

1. Identifikasi frekuensi di sudut kanan atas dari tabel contongency (frekuensi sel 1.1, n11) sebagai pengali. Sebut saja Multiplier Q1.
2. Tambahkan frekuensi dari semua sel yang tersisa dari tabel yang berada di sebelah kiri dan di bawah Multiplier Q1 yang tidak pada baris yang sama atau kolom dengan Multiplier Q1. Sebut hasilnya Sum Q1.
3. Hitunglah Produk Q1 = (Multiplier Q1) x (Sum Q1)
4. Multiplier Q2 adalah frekuensi dari sel ke sel paling kiri yang berisi Multiplier Q1.
5. Sum Q2 adalah jumlah semua frekuensi dalam sel dari kiri dan baawah yang berisi Multiplier Q2, tetapi tidak pada baris dan kolom yang sama.
6. Q2 = Product (Multiplier Q2) x (Sum Q2)
7. Lanjutkan seperti pada Langkah 1 sampai 6 sampai tidak ada sel pada baris 1 yang memiliki sel dibawah dan ke kanan dan tidak dalam baris atau kolom yang sama.
8. Dimulai dengan sel pertama dalam baris, ulangi Langkah 1 sampai 7 untuk setiap baris yang tersisa.
9. Tambahkan semua produk yang diperoleh pada Langkah 1 sampai 8. Hasil adalah Q.

Penghitungan dari G digambarkan seperti contoh berikut :

Contoh 9.11

Dalam sebuah studi tentang hubungan antara harga dan kualitas produk rumah tangga tertentu, kualitas 180 produk dinilai sebagai orang miskin, biasa-biasa saja, atau unggul. Tabel 9.39 menunjukkan 180 produk cross -diklasifikasikan berdasarkan dari kualitas dan harga. Kita ingin mengukur kekuatan hubungan antara dua variabel dengan koefisien G.

TABEL 9.39

Data untuk contoh 9.11

Penilain Produk	Kategori Harga			
	Rendah	Sedang	Tinggi	Total
Miskin	20	13	12	45
Biasa	15	45	19	79
Unggul	10	17	29	56
Total	45	75	60	180

Kita menghitung P sebagai berikut :

20 (45+19+17+29) = 2200

13 (19+29) = 624

15 (17 + 29) = 690

45 (29) = <u>1305</u>

P =4819

Maka didapatkan Q:

12 (15 + 45 + 10 + 17) = 1044

13 (15 + 10) = 325

19 (17 + 10) = 513

45 (10) = <u>450</u>

Q = 2332

Persamaan 9.28

$$G = \frac{4819 - 2332}{4819 + 2332} = 0.3478$$

BACAAN LANJUTAN

The Googman-Kruskal G statistic dibahas dalam makalah oleh Goodman dan Kruskal (T82, T83, T84, T85). Keempat tulisan tersebut yang telah diterbitkan dalam sebuah buku oleh penulis yang sama (T86). Beberapa ukuran hubungan disajikan dalam bagian ini serta yang lain dibahas oleh Reynold (T87). Yang juga menarik adalah makalah oleh Freeman (T88), Janson dan Vegelius (T89), Gans dan Robertson (T90), dan Berry dan Mielke (T91).

LATIHAN

9.21 Berdasarkan contoh 5.2. Hitunglah ∅ dan uji signifikansi pada tingkat 0.05 carilah nilai P.

9.22 Berdasarkan contoh 5.2. Hitunglah Yule's Q dan bandingkan dengan ∅ hasil perhitungan pada latihan 9.21.

9.23 Berdasarkan contoh 5.1. Hitunglah Cramer's C dan uji signifikansi pada tingkat 0.05 carilah nilai P.

9.24 Berdasarkan contoh 5.1. Hitunglah Goodman – Kruskal dari nilai G.

9.25 Berdasarkan contoh 5.1. Hitunglah Cramer's C dan uji signifikansi pada tingkat 0.05 carilah nilai P.

9.26 Berdasarkan contoh 5.2. Hitunglah ∅ dan uji signifikansi pada tingkat 0.05 carilah nilai P.

9.27 Berdasarkan contoh 5.2. Hitunglah Yule's Q.

9.28 Berdasarkan contoh 5.5. Hitunglah Goodman – Kruskal dari nilai G.

9.29 Berdasarkan contoh 5.6. Hitunglah Cramer's C dan uji signifikansi pada tingkat 0.05 carilah nilai P.

9.8

UKURAN LAIN DARI ASOSIASI

Bagian ini memfokuskan langkah-langkah tambahan asosiasi. Sebagian besar telah diusulkan lebih baru daripada yang dibahas sebelumnya dan akibatnya belum banyak digunakan. Peneliti yang bersangkutan dengan analisis asosiasi harus menyadari prosedur ini, karena beberapa mereka dapat ditentukan untuk lebih tepat dalam situasi tertentu dengan teknik yang lebih familiar.

TITIK KOEFISIEN KORELASI BISERIAL

Tidak jarang, kita banyak berharap untuk menilai kekuatan asosiasi antara dua variabel, salah satunya adalah dikotomis dan yang lainnya diukur pada interval atau skala rasio. Misalnya, kita mungkin ingin mengukur kekuatan korelasi antara jenis kelamin anak dan jumlah siaran televisi yang dilihat. Pasangan lain dichomous/variabel interval yang skala kekuatan dari asosiasi mungkin menarik bagi beberapa peneliti meliputi wilayah geografis (perkotaan, pinggiran kota) dan nilai-nilai properti perumahan, kualitas produk (rusak, tidak cacat) dan jumlah beberapa bahan dalam bahan baku dari mana produk tersebut diproduksi, prestasi pendidikan di kalangan orang dewasa (lulusan SMA, putus sekolah tinggi) dan pendapatan, dan mahasiswa/mahasiswi keanggotaan dan nilai rata-rata. Subyek dalam populasi bunga, dan akibatnya mereka dalam sampel yang diambil dari populasi, akan memiliki dua pengukuran yang menarik, satu di variabel dikotomis dan satu pada variabel yang diukur pada interval atau skala rasio. Konsep korelasi antara dua variabel tersebut disebut korelasi biserial

Dua beda koefisien dari korelasi biserial yang sering digunakan: koefisien korelasi biserial dan titik koefisien korelasi biserial. Pembahasan di ini akan terbatas pada titik koefisien korelasi biserial. Perhitungan titik koefisien korelasi biserial berasal dalam lingkup statistik nonparametrik karena salah satu variabel yang terlibat adalah dikotomis. Untuk membuat kesimpulan berdasarkan koefisien korelasi biserial sampel adalah statistik klasik, karena diasumsikan untuk kesimpulan yang valid adalah dua distribusi variabel (satu untuk masing-masing dari dua nilai dari variabel dikotomis) normal dengan varians yang sama. Dengan demikian dalam perhitungan ukuran dan penggunaannya dalam statistik deskriptif. Peneliti yang tertarik dalam menggunakan koefisien korelasi biserial maka sampel untuk membuat kesimpulan akan ditentukan secara rincian dalam sumber-sumber lain, seperti buku oleh Walker dan Lev (T92)

Titik koefisien korelasi biserial sangat penting, kita menggunakan Y untuk menunjuk variabel dikotomis dan X untuk menunjuk variabel lainnya. untuk meminimalkan beban perhitungan, biarkan salah satu dari dua nilai yang mungkin dari Y menjadi 1 dan nilai lainnya menjadi 0. kita menggunakan simbol *rph* untuk menunjuk titik biserial menghitung koefisien korelasi dari data sampel. Rumus sederhana untuk *rph* adalah:

$$r_{pb} = \sqrt{\frac{n_1 n_0}{n}} \left(\frac{\overline{x_1} - \overline{x_0}}{\sqrt{\Sigma(x - \overline{x})^2}} \right) \qquad (9.29)$$

Dimana n_1 adalah jumlah sampel pengamatan 1 dan n_0 adalah jumlah sampel pengamatan 0, dimana ($n_1 + n_0 = n$), $\overline{x_1}$ adalah rata-rata dari nilai X sebanyak n_1 sedangkan $\overline{x_0}$ adalah rata-rata dari nilai X sebanyak n_0 dan $\Sigma(x - \overline{x})^2$ adalah varians dari nilai X. Nilai r_{pb} adalah berkisar dari -1 dan +1.

Perhitungan r_{pb} dapat dilihat pada contoh berikut:

Contoh 9.12.

Dalam sebuah studi tentang hubungan antara pendapatan dan tingkat pendidikan, data menunjukkan pada Tabel 9.40 diperoleh data sampel laki-laki berusia 25 tahun yang tidak masuk perguruan tinggi. Menggunakan data tersebut untuk menghitung r_{pb}

TABEL 9.40.

Pendapatan tahunan dan pendidikan dari sampel laki-laki berusia 25 tahun yang tidak masuk perguruan tinggi

Subyek	Pendapatan x 1,000	Tamat SMU (1 = ya, 0= tidak tamat)
1	$24	1
2	15	1
3	35	0
4	30	1
5	12	0
6	25	1
7	13	0
8	21	1
9	27	1
10	29	1
11	19	0
12	21	1
13	14	0
14	16	0
15	10	0

Dari data pada tabel 9.40 kita dapatkan $n_1 = 8$, $\overline{x}_1 = 24$, $n_0 = 7$, $\overline{x}_0 = 17$, dan $\Sigma(x - \overline{x})^2 = 780.9333$, dengan memasukkan pada persamaan 9.29, kita dapatkan

$$r_{pb} = \sqrt{\frac{(8)(7)}{15}}\left(\frac{24 - 17}{\sqrt{780.93333}}\right) = 0.4840$$

VARIASI UKURAN ASOSIASI

Dari berbagai tes dasar, korelasi, ketergantungan, dan sebagainya, sekarang akan dibahas secara singkat. Telah banyak dikembangkan untuk keadaan yang sangat khusus. Referensi yang dikutip akan memungkinkan pembaca untuk menemukan dan lebih teliti menyelidiki teknik untuk kepentingan tertentu. Dalam tambahan untuk referensi ini, banyak prosedur disebutkan dalam bagian ini dibahas dalam buku teks yang dikutip dalam Bab I

Pada Tahun 1965 Freeman (T93) mengembangkan ukuran yang dirancang untuk menentukan hubungan antara variabel bebas nominal dan variabel terikat ordinal tepatnya 20 tahun kemudian Buck dan Finner (T94) mengemukakan bahwa distribusi sampling dari statistik Freeman adalah identik dengan yang ada pada statistik uji Mann-Whitney U.

Jolliffe (T95) mengusulkan tes berjalan untuk mendeteksi hubungan antara dua variabel bila bentuk hubungan tidak diketahui. Penulis menunjukkan bahwa meskipun tes ini tidak sangat baik dalam mendeteksi hubungan linear atau monoton, itu akan mendeteksi hubungan dalam situasi di mana tes yang lebih spesifik dan tepat digunakan.

Estimasi standar error yang ada pada metode Jacknife Tukey dibahas oleh Henry (T96). Metode yang digunakan untuk menguji hipotesis bahwa sepasang koefisien parsial adalah sama.

Shirahata (T97) telah mengajukan uji Rank intraclass dari jenis Spearman untuk menguji kebebasan pada populasi bivariat. Penulis menyatakan bahwa tes ini berguna ketika ada informasi sebelumnya bahwa populasi memiliki distribusi marginal yang sama. Terlihat bahwa tes yang diusulkan adalah asimtotik setara dengan uji Spearman di bawah hipotesis nol dan alternatif yang berdekatan.

Langkah-langkah untuk merangkum kekuatan hubungan antara variabel nominal dan variabel kategoris dirumuskan oleh Agresti (T98). Mengukur perbedaan atau rasio probabilitas peristiwa tentang dua jenis pasang pengamatan. Perbedaan tersebut dapat digunakan untuk menggambarkan derajat perbedaan antara dua atau lebih kelompok pada variabel respon ordinal.

Ukuran nonparametrik korelasi antar kelas analog dengan ukuran Kendall ketergantungan dianggap oleh Shirahata (T99), yang juga mempelajari estimator bias dan tes terkait.

Kimeldort et al. (T100) menjelaskan empat prosedur untuk menentukan ukuran hubungan kemonotonan antara variabel ordinal. Hal tersebut dikenal dengan konsep korelasi kemonotonan.

Sebuah optimasi nonlinier digunakan untuk mengevaluasi ukuran dan untuk mendapatkan monoton skala terkait.

Korelasi diusulkan oleh Nelson (T101). Penulis menyatakan bahwa kekuatan dari tes ini adalah mungkin hanya sekitar setengah dari tes daya yang tersedia. Keuntungannya adalah fakta bahwa itu adalah distribusi bebas dan mudah digunakan. Penulis menyediakan tabel nilai kritis untuk ujian

Shirahata dan Araki (T102) mempertimbangkan dua kelas atau statistik peringkat untuk mengukur tingkat asosiasi data peringkat. Hubungan mereka anggap tidak hanya asosiasi monoton, tetapi juga keseragaman distribusi jajaran. Statistik di kelas lain diperpanjang versi koefisien korelasi serial rank. Asymptotic serta sifat yang tepat dari statistik yang dikembangkan di bawah hipotesis tidak ada hubungan. Contoh pada statistic numerik

Ledwina (T103) hadir dua tes pangkat kebebasan melawan ketergantungan kuadran positif. Tepat Bahadur lereng diberikan dan dibandingkan dalam beberapa kasus tertentu dengan Bahadur kemiringan Spearman dan statistik rank Kendall. Dalam tulisan lain Ledwina (T104) berasal efisiensi membatasi Pitman dari Kendall tau, rho Spearman, dan salah satu tes kebebasan dibahas dalam kertas metioned sebelumnya (T103). Bajorski (T105) berasal kondisi cukup dan diperlukan untuk optimalitas Bahadur lokal uji kemerdekaan diperkenalkan oleh Ledwina (T103).

Untuk data multivariat atau pengarah, Jupp (T106) mengusulkan koefisien korelasi nonparametrik dan dua statistic sampel. Penulis menyatakan bahwa kedua statistic koordinat bebas, tahan, dan tidak berubah di bawah hampir semua gangguan kecil dari data. Statistic yang terkait dengan statistic terkenal lainnya. Sebuah contoh numerik diberikan.

Mengukur asosiasi dalam tabel kontingensi telah diusulkan dan / atau dibahas oleh Yule dan Kendall (T107), McNemar (T108), Stuart (T109), dan Ives dan Gibbons (T110). Blomqvist (T111) telah mengusulkan tes kuadran, dan Bhuchongkul (T112) dan Fieller dan Pearson (T113) membahas tes normal-skor untuk asosiasi.

Bell dan Doksum (T114) mendiskusikan ukuran korelasi yang menggunakan order statistic dari biasanya didistribusikan sampel acak ketimbang jajaran. Artikel lain yang menarik termasuk yang oleh Holley (T115), Hotelling dan Pabst (T116), Moran (T117) dan Davis (T118).

BACAAN LANJUTAN

Literatur tentang analisis asosiasi sangatlah banyak. Karena keterbatasan ruang yang ada di sini, hanya beberapa makalah lain yang mungkin bermanfaat untuk peneliti.

Korelasi Rank dan tes concorcance dalam analisis masyarakat adalah subyek dari pemaparan oleh Jumars (T119). Turek dan Suich (T120) menyajikan tes yang tepat, yang dikembangkan melalui skema *reparameterzation*, berdasarkan statistik diperkenalkan oleh Goodman dan Kruskal (T83). Makalah ini juga membahas kekuatan uji. Sebuah diskusi tentang korelasi rank dengan data yang hilang didapat dalam tulisan oleh Papaloannou dan Loukas (T121). Jewell (T122) menyelidiki untuk kasus kecil-sampel bias dari titik estimator standart dari beberapa langkah-langkah dasar. Penulis menyarankan beberapa alternatif penduga sampel yang dan klaim memiliki kinerja yang unggul dalam hal bias dan meas kuadrat error. Generalisasi dari kelas statistik uji dan hasil deviasi besar oleh Ledwina (T103) disajikan oleh Bajorski dan Ledwina (T123) Somers (T124, T125, T126, T127) telah banyak menulis tentang masalah analisis asosiasi, dan surat-surat ini harus tidak boleh diabaikan oleh peneliti yang terlibat dalam jenis analisis. Beberapa publicantions berguna yang mengobati analisis asosiasi dengan cara yang lebih umum termasuk yang oleh Carroll (T128), Costner (T129), dan Weisberg (T130).

LATIHAN

9.30 Setiap orang dalam sampel dari 16 orang dewasa ditanya apakah ia akan bersedia untuk berpartisipasi dalam survei evaluasi produk oleh perusahaan riset pemasaran. Tabel 9.41 menunjukkan usia setiap orang diminta untuk berpartisipasi dan apakah dia setuju atau tidak untuk melakukannya. Hitung r_{pb} dari data tersebut?

TABEL 9.41.

Data untuk Latihan 9.30

Usia	23	35	46	30	21	30	22	55	70	63	47	41	22	28	35	54
Partisipasi? (1= ya, 0= Tidak)	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1

9.31 Catatan disimpan oleh sebuah perusahaan yang memperbaiki peralatan kecil mencakup informasi mengenai jenis perbaikan, lamanya waktu yang dihabiskan melakukan perbaikan, dan ada atau tidak perbaikan hingga prosess pemeriksaan akhir. Tabel 9.42 menunjukkan, untuk jenis pekerjaan yang sama perbaikan, jumlah waktu yang dihabiskan untuk 20 menit pekerjaan perbaikan dan apakah ada atau tidak perbaikan hingga proses pemeriksaan akhir. Hitung r_{pb} dari data tersebut.

TABEL 9.42.

Data untuk latihan 9.31

Pekerjaan	Waktu	Lulus/selesai	Pekerjaan	Waktu	Lulus/selesai
1	30	Ya	11	45	Ya
2	21	Tidak	12	40	Ya
3	35	Ya	13	47	Ya
4	36	Ya	14	27	Tidak
5	25	Tidak	15	30	Tidak
6	55	Ya	16	29	Tidak
7	18	Tidak	17	34	Ya
8	32	Ya	18	42	Ya
9	34	Ya	19	40	Ya
10	32	Ya	20	45	Ya

9.9

PROGRAM KOMPUTER

Kempi (T131) telah tersedia program FORTRAN IV untuk peringkat data dalam urutan menaik. Program ini mengoreksi hubungan dan mencetak jajaran dan data mentah atas permintaan. Setelah peringkat, Spearman rank koefisien korelasi dan sesuai nilai t yang dihitung dengan prosedur yang mengoreksi hubungan.

Program FORTRAN IV lain dijelaskan oleh Zar (T132) memberikan probabilitas one-tailed dan two-tailed diberikan Spearman rank koefisien korelasi. Program ini dapat digunakan sendiri atau digunakan dengan program korelasi rank.

Berry dan Mielke (T133) menggambarkan suatu algoritma dan FORTRAN-77 subroutine untuk menghitung Goodman dan Kruskal tau-b statistic (T82, T83, T84) dan solusi yang diperlukan untuk tes dijelaskan oleh Berry dan Mielke dalam makalah sebelumnya (T91)

Jupp (T106) telah tersedia sebuah program komputer yang menghitung langkah-langkah yang dibahas dalam makalah penulis dikutip sebelumnya.

Kimeldorf et al. (T134, T135) menjelaskan sebuah program FORTRAN interaktif yang menghitung berbagai tindakan korelasi. Masukan data dapat diskrit fungsi massa probabilitas bivariat terbatas atau tabel kontingensi ordinal, yang keduanya harus diberikan dalam bentuk matriks.

Brophy (T136) menyajikan algoritma dan program perhitungan koefisien korelasi rank Kendall.

Program BASIC ditulis oleh Galla (T137) menghitung Kendall tau dan parsial koefisien korelasi rank Kendall.

Sebuah program yang menghitung koefisien korelasi biserial dan point-biserial tersedia untuk IBM-PC dari Dunlap dan Kemery (T138). Program ini ditulis dalam FORTRAN dan dirancang untuk komputer manapun dengan FORTRAN IV nantinya.

Sebagian besar paket perangkat lunak statistic untuk mikrokomputer akan menghitung kedua Spearman dan Kendall koefisien korelasi rank. Ini termasuk BMDPC, CRISP, EXE * U * STAT, MICROSTAT, NOMOR Cruncher STATISTIC SYSTEM, PC statistic, SCA, SPSS / PC, STAT-GRAPHICS, STATPRO, dan SYSTAT.

Pada M/STAT-2000 paket menghitung koefisien korelasi parsial Kendall, dan SCA menghitung koefisien Kendall konkordansi.

LATIHAN REVIEW

9.32 Dalam evaluasi modalitas pengobatan yang disediakan oleh fasilitas rawat inap psikiatri, lima tim diminta untuk peringkat enam modalitas pengobatan atas dasar efektivitas dalam pengobatan pasien. Setiap tim mengajukan set jajaran mewakili konsensus anggotanya. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 9.43. apa yang bisa salah menyimpulkan atas dasar data ini?

TABEL 9.43.

Peringkat enam kelompok modalitas pada pasien di fasilitas psikiatri

Grup	Terapi kejang Elecrto	Obat	Terapi kelompok	Kegiatan sosial	Terapi yg berbahaya	Terapi rekreasi

Pasien	6	5	4	1	3	2
Pekerja Sosial	6	2	1	3	5	4
Perawat	3	1	2	4	5	6
Psikologis	6	5	1	4	2	3
Psiater	3	1	2	4	6	5

9.33 Dalam sebuah studi perilaku hewan, 15 hewan domestik dipelihara bersama-sama menduduki peringkat sesuai dengan posisi relatif mereka dalam urutan kekuasaan kelompok dan juga atas dasar jinak mereka terhadap manusia. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 9.44. menghitung r_S dan menentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa hewan yang lebih tinggi dalam urutan kekuasaan cenderung lebih ramah terhadap manusia.

TABEL 9.44

Peringkat 15 hewan lokal pada urutan kekuasaan dan ramah terhadap manusia

Hewan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Urutan kekuasaan	12	5	11	8	4	6	7	1	14	3	10	15	2	9	13
Ramah (Jinak)	8	1	9	10	6	5	3	7	11	2	12	13	4	14	15

9.34 Sepuluh anak kelas tujuh yang dipilih secara acak dari sistem sekolah publik tertentu peringkat sesuai dengan kualitas lingkungan rumah mereka dan kualitas kinerja mereka di sekolah. Dapat dilihat dalam tabel 9.45. hitunglah r_S dan tentukan apakah dapat disimpulkan bahwa kedua variabel secara langsung berhubungan.

TABEL 9.45.

Peringkat dari sepuluh siswa pada kelas 1 SLTP menurut kualitas lingkungan rumah dan kualitas kinerja di sekolah

Siswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kualitas lingkungan rumah	3	7	10	9	2	1	6	4	8	5
Kualitas di sekolah	1	9	8	10	3	4	5	2	6	7

9.35 Empat tokoh masyarakat diminta untuk mengurutkan enam masalah masyarakat berdasarkan prioritas tindakan. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 9.46. Apa yang bisa disimpulkan dari data ini?

TABEL 9.46.

Urutan enam masalah masyarakat berdasarkan prioritas tindakan berdasarkan empat tokoh masyarakat

Masalah	Walikota	Polisi	Direktur kesehatan	Kepala Sekolah
Penyalahgunaan obat	1	2	1	1
Gelandangan	5	4	2	5
Perdagangan	4	3	5	4
Kriminal	2	1	4	2
Perumahan	3	5	3	3
Hiburan	6	6	6	6

9.36 Tabel 9.47 menunjukkan konsep diri dan nilai prestasi akademik 20 senior sekolah tinggi. Hitung τ dan menentukan apakah orang harus menyimpulkan bahwa ada hubungan langsung antara dua variabel.

TABEL 9.47.

Konsep diri dan nilai prestasi akademik 20 senior sekolah tinggi

Subjek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prestasi akademik	97	83	73	88	69	70	76	60	73	99
Konsep diri	66	74	11	89	6	29	59	36	53	60
Subjek	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Prestasi akademik	97	62	87	89	98	93	85	79	64	85
Konsep diri	65	21	66	69	89	61	95	45	38	74

9.37 Lima belas anak-anak diberi tes diskriminasi visual selama minggu pertama mereka TK dan tes prestasi membaca pada akhir kelas satu. Skor pada dua tes diberikan dalam tabel 9.48 menghitung τ dan menentukan apakah orang harus menyimpulkan bahwa kedua variabel secara langsung berhubungan.

TABEL 9.48.

Diskriminasi Visual dan Tes Prestasi Membaca Dari 15 Siswa

Siswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Diskriminasi Visual	75	69	70	65	68	62	50	52	40	45	41	42	39	37	34
Prestasi Membaca	95	90	82	75	70	69	60	58	55	49	42	38	35	30	20

9.38 Seorang dari perwakilan orang tua, guru, dan pekerja sosial diminta untuk membuat peringkat tujuh perilaku anak atas dasar keterbelakangan. Hasilnya ditunjukkan dalam tabel 9.49. Apa yang bisa disimpulkan dari data ini?

TABEL 9.49.

Tiga peringkat dari perwakilan terhadap tujuh perilaku anak.

Perilaku	Perwakilan		
	Orang tua	Guru	Pekerja sosial
Darah Tinggi	7	6	5
Perusak	4	2	3
Bandel	1	1	6
Minder	2	7	7
Negatif	5	3	2
Gelisah	6	5	1
Kacau	3	4	4

9.39 Tabel 9.50 menunjukkan skor yang dibuat pada tes kebugaran fisik dan skala konsep diri oleh 10 senior perguruan tinggi. Hitung r_S dan menentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa ada hubungan langsung antara dua variabel.

TABEL 9.50.

Tes Kebugaran Fisik dan Skala Konsep Diri oleh 10 Senior Perguruan Tinggi

Siswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tes Kebugaran Fisik	60	70	65	72	75	77	82	84	90	95
Skala Konsep Diri	55	73	62	80	81	70	83	91	87	93

9.40 Menggunakan data dari Latihan 9.37 untuk membuat interval kepercayaan 95% untuk τ.

9.41 Mengacu pada latihan 5.7 Hitung statistik Cramer dan uji signifikansi pada tingkat 0,05. Tentukanlah nilai P.

9.42 Lihat Latihan 5.8 Hitung statistik Cremer dan tes untuk signifikansi pada tingkat 0,05. Tentukanlah nilai P.

9.43 Lihat Latihan 5.9 Hitung statistik Cremer dan tes untuk signifikansi pada tingkat 0,05. Tentukanlah nilai P.

9.44 Lihat Latihan 5.10 Hitung statistik Goodman-Kruskal.

9.45 Lihat Latihan 5.12 Hitung Ø dan tes untuk hubungan yang signifikan antara tingkat penarikan dan waktu breakdown pada tingkat 0,05. Cari P valur

9.46 Lihat Latihan 5.16. Hitung Yule Q dan uji, pada tingkat 0,05 untuk hubungan yang signifikan antara penggunaan ganja dan penggunaan minuman keras. Menemukan nilai P.

9.47 Dalam sebuah survei yang dilakukan oleh sebuah kota wisata biro, sampel dari 20 wisatawan berlibur menyelesaikan kuesioner yang dirancang untuk mendapatkan berbagai informasi. Tabel 9.51 menunjukkan tanggapan responden survei untuk pertanyaan meminta jumlah mil didorong pada liburan saat ini dan jenis akomodasi semalam (ekonomi motel atau hotel dibandingkan harga biasa atau mewah motel atau hotel murah). Hitung RPB dari data tersebut.

TABEL 9.51.

Jarak Tempuh dan Tipe Akomodasi dari 20 wisatawan (1= harga hotel/motel kelas ekonomi, 0=harga hotel/motel kelas standar)

Wisatawan	Jarak Tempuh	Tipe Akomodasi	Wisatawan	Jarak Tempuh	Tipe Akomodasi
1	1100	1	11	1659	1
2	1253	0	12	1775	0
3	1713	1	13	1888	0
4	1442	0	14	1728	1
5	1739	1	15	1542	1
6	1502	1	16	858	0
7	1514	1	17	1865	1
8	862	1	18	2090	1
9	1759	1	19	1711	1
10	1550	1	20	1659	0

REFERENSI

T1 Mood, Alexander M., Franklin A. Graybbill, and Duane C. Boes, *Introduction to the Theory of Statistic,* third edition. New York: McGrow-Hill,1974

T2 Kruskal, W. H., *"Ordinal Measures of Association," J. Amer. Statist. Assoc.,* 53 (1958), 814-86!.

T3 Kendall, M. G., *Rank Corerelation Methods*., fourh edition., London: Griffin, 1970

T4 Libetrau, Albert M., *Measures of Association,* Beverly Hills, Calif.: Sage 1983.

T5 Spearman, C., "The Proof and Measurement of Association between Two Things, " *Amer J. Psychol., 15 (1904), 72-101.*

T6 Zar, Jerrold H., *Biostatistical Analysis*, Englewood Cliffs, N. J.:Prentice-Hall,1974.

T7 Glasser, G. J., and R. F. Winter, "Critical Values of Coefficient of Rank Correlation for Testing the Hypothesis of Independence," *Biometrika,* 48 (19610, 444-448.

T8 Litchfield, John T., Jr., and Frank Wilcoxon, "The Rank Correlation Method," *Analyt. Chem.* 27 (1955), 299-300.

T9 Stuart, A., " The Asymptotic Relative Efficiency of Tests and the Derivatives of Their Power Functions," *Skandinavisk Aktuarietidskrift,* 37 (1954), 163-169.

T10 Bhattacharyya, G. K., R. A. Johnson, and H. R. Neave, "Percentage Points of Non-Parametric Test for Independence, "*J. Amer. Statist. Assoc.*, 65 (1970), 976-983.

T11 Woodworth, George G., "Large Deviations and Bahadur Efficiency of Linear Rank Statistics." *Ann. Math. Ststist.,* 41 (1970), 251-283.

T12 Bahadur, R. R., "Rates of Convergence of Estimates and Test Statistics," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 303-324.

T13 Daniels, H. E., "Rank Correlation and Population Models," *J. Roy. Statist. Soc., Ser. B,* 12 (1950), 171-181.

T14 Kraemer, Helena Chmurra, "The Non-Null Distribution of the Spearman Rank Correlation Coefficient," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 69 (1974), 114-117.

T15 Zar. J. H., "Significance Testing of the Spearman Rank Correlation Coefficient," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 67 (1972), 578-580, Addendum, Otten, A., Ibid., 68 (1973), 585.

T16 Iman, Ronald L., and W. J. Conover, "Approximations of the Critical Region for Spearman's Rho with and without Ties Present," *Communic. In Statist.-Simulation and Computation,* 7 (1978), 269-282.

T17 Griffiths, D., "A Pragmatic Approach to Spearman's Rank Correlation Coefficient," *Teaching Statist.,* 2 (1980), 10-13.

T18 Kendall, M. G., "A New Measure or Rank Correlation," *Biometrika,* 30 (1938), 81-93.

T19 Gibbons. Jean Dickinson, *Nonparametric Statistical Inference,* New York: McGraw-Hill, 1971.

T20 Sillitto, G. P., "The Distribution of Kendall's Coefficient of Rank Correlation in Rankings Containing Ties," *Biometrika,* 34 (1947), 36-40.

T21 Burr. E. J., "The Distribution of Kendall's Score S for a Pair of Tied Rankings," *Biometrika,* 47 (1960), 151-171.

T22 Smid, L. J., "On the Distribution of the Test Statistic of Kendall and Wilcoxon When Ties Are Persent," *Statistica Neerlandica,* 10 (1956), 205-214.

T23 Robilland, P., "Kendall's S Distribution with Ties in One Ranking," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 67 (1972), 453-455.

T24 Best, D. J., "Extended Tabels for Kendall's Tau," *Biometrika,* 60 (1973), 429-430.

T25 Farlie, D. J. G., "The Performance of Some Correlation Coefficients for a General Bivariate Distribution," *Boimetrika,* 47 (1960), 307-323.

T26 Konijij, H. S., "On the Power of Certain Test for Independence in Bivariate Populations," *Ann. Math. Statist.,* 27 (1956), 300-323. Errata, *Ibid.*, 29(1958), 935.

T27 Starahan, Robert F., "Assessing Magnitude of Effect from Rank-Order Correlation Coefficients," *Educ. Psychol. Measurement,* 42 (1982), 763-765.

T28 Fieller, E. C., H. o. Hartley, and E. S. Pearson, "Test for Rank Correlation Coefficients. I," *Biometrika,* 44 (1957), 470-481.

T29 Griffin, H. D., "Graphic Computation of Tau as a Coefficient of Disarray," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 53(1958), 441-447.

T30 Shah, S. M.,"A Note on Griffin's Paper (Graphic Computation of Tau as a Coefficient of Disarray)," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 56 (1961), 736.

T31 Knight, W.R., "A Computer Method for Calculating Kendall's Tau with Ungrouped Data," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 61 (1966), 436-439.

T32 Noether, Gottfried, “Sample Size Determination for Some Common Nonparametric Tests,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 82 (1987), 645-647.

T33 Best, D. J., M. A. Cameron, and G. K. Eagleson, “A Test for Comparing Large Sets of Tau Values,” *Biometrika,* 70 (1983), 447-453.

T34 Eagleson, G. K., “A Robust Test for Multiple Comparisons of Correlation Coefficients,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 25 (1983), 256-263.

T35 Korn, Edward L.,”Kendall’s Tau with a Bloking Variabel,” *Biometrics,* 40 (1984), 209-214.

T36 Taylor, Jeremy M. G., “Kendall’s and Spearman’s Correlation Coefficients in the Presence of a Bloking Variabel,” *Biometrics,* 43 (1987), 409-416.

T37 Schumacher, E., “Kendall’s Tau Used as a Coeffocients of Disarray between Permutations with Unoccupied Places,” in B.V. Gnedenko. M. L. Puri, and i. Vincze (eds), *Nonparametric Statistical Inference,* Vol. II, Amsterdam: North-Holland, 1982.

T38 Wilkie, D.,”Pictorial Representation of Kendall’s Rank Correlation Coefficients, “ *Teaching Statist.,* 2 (1980), 76-78.

T39 Silvestone, H.,”A Note on the Cumulants of Kendall’s S-didtribution,” *Biometrika,* 37 (1950), 231-235.

T40 Noether, G. E., “Why Kendall Tau?” *Teaching Statist.,* 3(1981), 41-43.

T41 Noether, Gottfied E., *Elements of Nonparametric Statistics*, New York: Wiley, 1967.

T42 Fligner, Michael A., and Steven W. Rust, “On the Independence Problem and Kendall’s Tau.” *Communic. In Statist.- Theory and Methods,* 12 (1983), 1597-1607.

T43 Samara, Basil, and Ronald H. Randles, “A Test for Correlation Based on Kendall’s Tau,” *Communic. In Statist. –Theory and Methods,* 17 (1988), 3191-3205.

T44 Olmstead, P.S., and John W. Tukey, “A Corner Test for Association,” *Ann. Math. Statist.,* 18 (1947), 495-513.

T45 Kendall, M. G., and B. Babington-Smith, “The Problem of m Rankings,” *Ann. Math. Statist.* 10 (1939), 275-287.

T46 Wallis, W. A., “The Correlation Ratio for Ranked Data,” *J. Amer. Statist. Assoc.,* 34 (1939), 533-538.

T47 Schucany, W. R., “A Rank Test for Two Group Concordance,” (Abstract) *Ann. Math. Ststist.,* 42 (1971), 1146.

T48 Schucany, W. R., and W. H. Frawley,“A Rank Test for Two Group Concordance,” *Psychometrika,* 38 (1973), 249-258.

T49 Li, Loretta, and Wiliam R. Schucany,”Some Properties of a Test for Concordancce of Two Groups of Rankings,” *Biometrika,* 62 (1975), 417-423.

T50 Hollander, Myles, and Jayaram Sethuraman, “Testing for Agreement between Two Groups Judges,” *Biometrika,* 65 (1978), 403-411.

T51 Kraemer, Helena Chmurra, “Intergroup Concordance: Definition and Estimation,” *Biometrika* 68 (1981), 641-646.

T52 Snel, Martin C., “Recent Literature on Testing for Intergroup Concordance,” *Appl. Statist.,* 32 (1983), 134-140.

T53 Baldessari, Bruno, and Francesca Gallo,” On Some Measure of Concordance,” *Metron,* 35 (1977), 431-441.

T54 Shirahata, S., "Nonparametric Measures of Intraclass Correlation," *Communic. In Statist. –Theory and Methods,* 11 (1982), 1707-1721.

T55 Palachek, Albert D., and Roger A. Kerin,"Alternative Approaches to the Two-Group Concordance Problem in Brand Preference Rankings," *J. Marketing Res.,* 19 (1982), 386-389.

T56 Costello, Patricia S., and Douglas A. Wolfe, " A New Nonparametric Approach to the Problem of Agreement between Two Groups of Judges," *Communic. In Statist. – Simolation and Computation,* 14 (1985), 791-805.

T57 Ehrenberg, A. S. C., "On Sampling from a Population of Rankers," *Biometrika,* 39 (1952), 82-87.

T58 Hays, W. L., "A Note on Average Tau as a Measure of Concordance," *J. Amer. Statist. Assoc,* 55 (1960), 331-341.

T59 Alvo, Mayer, and Paul Cabilio, "A Comparison of Approximation to the Distribution of Average Kendall Tau," *Communic. In Statist. – Theory and Methods,* 13 (1984), 3191-3216.

T60 Palachek, Albert D., and Wiliam R. Schucany, "On Approximate Confidence Intervals for Measure of Concordance," *Psychometrika,* 49 (1984), 133-141.

T61 Serlin, Ronald C., and Leonard A. Marasuilo, "Planned and Post Hoc Comparisons in Tests of Concordance and Discordance for G Groups of Judges," *J. Edus. Statis*., 8 (1983), 187-205.

T62 Fergin, Paul., and Meyer Alvo, "Intergroup Diversity and Concorcance for Ranking Data: An Approach Via Metrics Permutation." *Ann. Statist.,* 14 (1986), 691-707.

T63 Lewis, Gordon H., "Kendall's Coeffisient of Concordance for Sociometric Rankings with Self Exciuded," *Sociometry,* 34 (1971), 496-503.

T64 Linhart, H., "Approximate Test for *m* Rankings," *Biometrika,* 47 (1960), 476-480.

T65 Lyerly, S. B., "The Everage Spearman Rank Correlation Coefficient.," *Psychometrika,* 17 (1952), 421-428.

T66 Willerman, B.,"The Adaptation and Use of Kendall's Coefficient of Concordance (W) to Sociomertic Type Rankings," *Psychol Bull.,* 52 (1955), 132 133.

T67 Wood, J. T., "A Variance Stabilizing Transformation for Coefficient of Concordance and for Spearman's Rho and Kendall's Tau," *Biometrika,* 57 (1970), 619 627.

T68 Fridman, M.,"A Comparison of Alternative Test of Significance for the Problem of m Rankings," *Ann. Math. Statist.,* 11 (1940), 86-92.

T69 Stewart, Robert A., Graham E. Powell, Howrd J. Rankin, and S. Jane Tutton, "Concordance Coefficient (W). Correction for the Inequality of in the Underlying Rhos," *Perceptual and Motor Skills,* 40(1975), 459-462.

T70 Wakimoto, Kazumasa, and Shingi Shirahata, "A Coefficient of Concordance Based on the Chart of Linked Lines," *J Japan Statist Soe.,* 14 (1984), 189-197.

T71 Blalock, Hubert M., Jr., *Social Statistics*, revised second edition, New York: McGraw-Hill, 1979.

T72 Maghsoodloo, S., "Estimates of the Quantiles of Kendall's Partial Rank Correlation Coefficient," *J. Statist. Comput. And Simulation,* 4 (1975), 155-164.

T73 Maghsoodloo, S., and L. Laszlo Pallos," Asymptotic Behavior of Kendall's Partial Rank Correlation Coefficient and Additional Quantile Estimates. "*J. Statist. Comput, and Simulation,* 13 (1981), 41-48.

T74 Moran, P. A. P., "Partial and Multiple Rank Correlation," *Biometrika,* 38 (1951), 26-32.

T75 Hawkes, Roland K, "The Multivariate Analysis of Ordinal Measures," *Amer. J. Social.,* 76 (1971), 908-926.

T76 Shirahata, S., "Tests of Partial Correlation in a linear Model," Biometrika, 64 (1977), 162-164.

T77 Shirahata, Shingo, "Rank Test of Partial Correlation," *Bull. Math. Statist., Res. Assoc. Statis. Sci.,* 19 (No.3-4. 1981).9-18.

T78 Quade, Dana, "Nonparametric Partial Correlation," in H. M. Blalock, Jr. (ed), *Measurement in the Social Sciences,* Chicago: Aldine, 1974, pp. 369-398.

T79 Kritzer, Herbert M.,"Comparing Partial Rank Order Correlation from Contigency Tabel Data," *Social Methods & Research,* 8 (1980), 420-433.

T80 Yule, G. Udney,"On the Association of Attributes in Statistics: With Illustrations from the Material of the Childhood Society,&c,"*Philosoph, Transac, Roy, Soc, London, Set. A.* 194 (1900),257 319.

T81 Cramer, H., *Mathematical Methods of Statistics,* Princeton University Press. 1946.

T82 Goodman, L. A., and W. H. Kruskal,"Measure of Association for Cross-Classificaation," *J. Amer. Statist. Assoc.* 49 (1954),732-764. Errata, *Ibid.,* 52 (1957),578.

T83 Goodman, L. A., and W. H. Kruskal,"Measure of Association for Cross-Classification. II: Futurher Discussion and Rerference," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 54 (1959), 123-163.

T84 Goodman, L. A., and W. H. Kruskal,"Measure of Association for Cross-Classification. III: Approximate Sample Theory," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 58 (1963), 310-364.

T85 Goodman, Leo A., and William H. Kruskal, "Measure of Association for Cross- Classification. IV:Simplification of Asymptotic Variance," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 67(1972), 415-421.

T86 Goodman, Leo A., and William H. Kruskal, *Measure of Association for Cross-Classifications.* New York: Springer-Verlag. 1979.

T87 Reynolds. H. T., *Analysis of Nominal Data,* Beverly Hills, Calif.: Sage, 1977.

T88 Freeman, Linton C., "A Further Note on Freeman's Measure of Association." *Psychomertika,* 41 (1976), 273 275.

T89 Janson, Syante, and Jan Vegelius, "The Relationship between the Phi Coefficient and the G Index," *Educ. Psychol. Measurement,* 40 (1980), 569-574.

T90 Gans. Lydia P., and C. A Robertson," Distribution of Goodman and Kruskal's Gamma and Spearman's Rho in 2 x 2 Tabel for Small and Moderate Sample Sizes," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 76 (1981), 942-946.

T91 Berry, Kennerh J., and Paul W. Mielke, Jr.," Goodman and Kruskal's TAU-B Statistic: A Nonasymptotic Test of Significance." *Social. Methods & Research,* 13 (1985), 543-550.

T92 Walker. Helen M., and Joseph Lev, *Statistical Inference,* New York: Henry Holt, 1953.

T93 Freeman, Linton C., *Elementary Applied Statistics: For Studenst in Behavioral Science,* New York: Wiley, 1965.

T94 Buck, Jane L., and Stephen L. Finner, "A Still Further Note on Freeman's Measure of Association." *Psychometrika,* 50 (1985), 365-366.

T95 Jolliffe. I. T., "Runs Test for Detecting Dependence between Two Variabels," *Statist.,* 30 (1981), 137-141.

T96 Henry, Neil W., "Jackknifing Measures of Association." *Sociol. Methods & Research,* 10 (1981), 233-240.

T97 Shirahata, S., "Intraclass Rank Tests for Indeperndence," *Biometrika,* 68 (1981)451-456.

T98 Agresti, Alan., "Measure of Nominal-Ordinal Association," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 76 (1981), 524-529.

T99 Shirahata, S., "A Nonparametric Measure of Interclass Correlation," Communuc. In Statist.-*Theory and Methods,* II (1982), 1723-1732.

T100 Kimeldorf, George, Jerrold H. May, and Allan R. Sampson," Concordant and Discordant Monotone Correlations and Their Evaluation by Nonlinear Optimization," *TIMS/Studies in Management Sci.,* 19 (1982), 117-130.

T101 Nelson, Lloyd S., "A Singn Test for Correlation," *J. Quality Technol.,* 15 (1983), 199-200.

T102 Shirahata, Shingo, and Takaharu Araki, "Rank Statictics to Measure the Degree of Association," *J. Japan Statist. Soc.,* 14 (1984), 19-28.

T103 Ledwina. Teresa," Large Deviations and Bahadur Slope of Some Rank Test of Independence," *Sankhya, Ser. A.* Part 2, 48 (1986), 188-207.

T104 Ledwina, Teresa, "On the Limiting Pitman Efficiency of Some Rank Tests of Independence," *J. Multivariate Analysis,* 20 (1986), 265-271.

T105 Bojorski, Piotr, "Local Bahadur Optimality of Some Rank Tests of Independence," *Statist, & Probabil. Letters,* 5 (1987), 255-262.

T106 Jupp, P. E., "ANonparametric Correlation Coefficient and a Two-Sample Test for Random Vectors or Directions," *Biometrika,* 74 (1987), 887-890.

T107 Yule, G. U., and M. G. Kendall, *An Introduction to the Theory of Statistics,* fourteeth edition, New York: Hafner, 1950.

T108 McNemar, Q., *Psychological Statistics,* Third edition, New York: Wiley, 1962.

T109 Stuart, A.,"The Estimation and Comparison of Strengths of Association in Contigency Tabels," *Biometrika,* 40 (1953), 105-110.

T110 Ives, K. H., and J. D. Gibbons,"A Correlation Measure for Nominal Data," *Amer. Statistic.,* 21 (December 1967), 16-17.

T111 Blomqvist, Nils, "On a Measure of Dependence between Two Random Variabels," *Ann. Math. Statist.,* 21 (1950), 593-600.

T112 Bhuchongkul, S., "A Class of Nonparametric Tests for Independence in Bivariate Populations," *Ann. Math. Statist.,* 35 (1964), 138-149.

T113 Fieller, E. C., and E. S. Pearson, " Tests for Rank Correlation Coefficients II," *Biometrika,* 48 (1961), 29-40.

T114 Bell, C. B., and K. A. Doksum, "Distribution-Free Tests of Independence," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 429-446.

T115 Holley, Jasper W., and Ulf Eriksson," A Note on the Effect of Selective Sampling Procedures on the Phi Coefficient," *Multivariate Behav, Res.,* 5 (1970), 117-123.

T116 Hotelling, Harold, and Margaret Pabst, "Rank Correlation and Tests of Significance Involving No Assumption of Normality," *Ann. Math. Statist,.* 7 (1936), 29-43.

T117 Moran, P. A. P., "Recent Developments in Ranking Theory," *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B,* 12 (1950), 153-162.

T118 Davis, J. A., "A Partial Coefficient for Goodman and Kruskall's Gamma," *J. Amer. Statist. Assoc.,* 62 (1967), 189-193.

T119 Jumars, Peter A., "Rank Correlation and Concordance Tests in Community Analyses: An Inappropriate Null Hypothesis," *Ecology,* 61 (1980), 1553-1554.

T120 Turek, Richard., and Ronald C. Suich, " An Exact Test on the Goodman-Kruskal λ for Prediction on a Dichotomy, *" J. Roy. Statist. Soc., Ser. B.* 45 (1983), 373-379.

T121 Papaioannou, Takis, and Sotiris Loukas, " Inequalities on Rank Correlation with Missing Data," *J. Roy. Statist. Soc., Ser. B,* 46 (1984), 68-71.

T122 Jewell, Nicholas P., "On the Bias of Commonly Used Measures of Association for 2 x 2 Tabels," *Biometrics,* 42 (1986), 351-358.

T123 Bojorski, Piotr, and Teresa Ledwina, "Large Deviations and Bahadur Efficiency of Some Rank Tests of Independence," in P. Bauer, F. Konecny, and W. Werts (eds), *Mathematical Statistics and Probability Theory, Vol. B. Statisticsl Inference and Methods,* Norwell, Mass.: D. Reidel, 1987, pp. 11-23.

T124 Somers, R. H., "The Rank Analogue of Product-Moment Partial Correlation and Regression. With Application to Manifold, Ordered Contingency Tabels," *Biometrika*, 46 (1959), 241-246.

T125 Somers Robert H., "A New Asymmetric Measure of Association for Ordinal Variabels." *Amer. Sociol, Rev.,* 27 (1962), 799-811.

T126 Somers, Robert H., " Simple Measure of Association for the Triple Dichotomy," *J. Roy Statist. Soc., Ser. A,* 127 (1964), 409-415.

T127 Somers, Robert H., "Analysis of Partial Rank Correlation Measures Based on the Product Moment Model: Part One," *Social Forces,* 53 (1974)

T128 Carroll, John B., "The Nature of the Data, or How to Choose a Correlation Coefficient," *Psychometrika,* 26 (1961), 347-372.

T129 Costner, Herbert L., "Criteria for Measure of Association," *Amer. Sociol. Rev.,* 30 (1965), 341-353.

T130 Weisberg, Herbert F., "Models of Statistical Relationship." *Amer. Polit.Sci, Rev.,* 68 (1974).

T131 Kempi, Viktor, "A FORTRAN Program for Ranking and for Calculation of Spearman's Correlation Coefficient," *Comput. Methods & Programs in Biomed.,* 21 (1985), 123-125.

T132 Zar, Jerrold H., "Probabilities for Spearman Rank Correlation Coefficients," *Behav. Res. Methods and Intrumentation,* 6 (1974), 357.

T133 Berry, Kenneth J., and Paul W. Mieiker, Jr., "Goodman and Kruskal's Tau-*b* Statistic: A FORTRAN-77 Subroutine," *Educ. Psychol. Measurement,* 46 (1986), 645-649.

T134 nKimeldorf, George, Jerrold H. May, and Allan R. Sampson, "User's Manual: MONCAR-A Program to Compute Concordant and Other Monotone Correlations," Working Paper Series, Graduate School of Business, University of Pittsburgh, 1980, 26 pages.

T135 Kimeldorf, George, Jerrold H. May, and Allan R. Sampson, "MONCAR-A Program to Compute Concordant and Other Monotone Correlations," in William F. Eddy (ed), *Computer Science and Statistics: Proceedings of the 13th Symposium on the Interface,* New York: Springer-Verlag, 1981, pp. 348-351.

T136 Brophy, Alfred L., "An Algorithm and Program for Calculation of Kendall's Rank Correlation Coefficient," *Behav. Res. Methods, Instruments, & Computers,* 18 (1986), 45-46.

T137 Galla, John P., "Kendall's tau and Kendall's Partial Correlation: Two BASIC Program for Microcomputers,*" Behav. Res. Methods, Instruments, & Computers,* 19 (1987), 55-56.

T138 Dunlap, William P., and Edward R. Kemery,"Biserial and Point-Biserial Correlation with Correction for Nonoptimal Dichotomies," *Behav. Res. Methods, Instrument, & Computers,* 20 (1988),420-422.

E1 Pincherle, G., and D. Robinson, "Mean Blood Pressure and Its Relation to Other Factors Determined at a Routine Executive Health Examination," *J. Chronic Dis.,* 27 (1974), 245-260.

E2 Bakos, Gustav A., "Photoelectric Observations od Comet Bennett," *J. Roy. Astron. Soc. Can.,* 67 (1973), 183-189.

E3 Daniel, Jean, "A Study of the Relationship between Social Dominance and Itelligence in Albina Mice," unpublished research report, 1975.

E4 Alfrey, Allen C., Nancy L. Miller, and Donald Butkus, "Evaluation of Body Magnesium Stores," *J. Lab. Clin. Med.,* 84 (1974), 153-162.

E5 Genty, James, and John Pike, "An Empirical Study of the Risk-Return Hypothesis Using Common Stock Portfolios of Life Insurance Compaines," *J. Finan. Quant. Anal.,* 5 (1970), 179-185.

E6 Cravens, David W., and Robert B. Woodruff, "An Approach for Determining Criteria of Sales Performance," *J. Appl. Psychol.,* 57 (1973), 242-247.

E7 Krippner, Stanley, " Correlates of Reading Improvement," *J. Devel. Reading,* 7 (1963), 29-39.

E8 Johnson, Betty M., "Decision Making, Faculty Satisfaction, and the Place of the School of Nursing in the University," *Nursing Res.,* 22 (1973), 100-107.

E9 Chaiklin, Harris, and Carol Landau Frank, "Separation, Service Delivery and Family Functioning," *Public Welfare,* 31 (Witer 1973), 2-7.

E10 Pierce, E.T., "The Charge Transferred to Earth by a Lightning Flash," *J. Franklin Inst.,* 286 (1968), 353-354.

E11 Meese, A. D., and W. H. Evans, "Charge Tradfer in the Lightning Stroke as Determined by the Magnetograph," *J. Franklin Inst.,* 273 (1962), 375-382.

E12 Murgatroyd, B., "An Investigation into the Practical Capacitu of Roundabaut Weaving Sections," *Highway Engineer,* 20 (March 1973), 6-13.

E13 de la Pena, A., V. Zarcone, and W. C. Dement,"Correlation between Measures of the Rapid Eye Movements of Wakefulness and Sleep," *Psychophysiology,* 10 (1973), 488-500.

E14 Clarke, H. Courtney, Relationship between Whole-Blood Riboflavin Level in the Mother and in the Prenate," *Amer. J. Obstet. Gynecol.,* 111 (1971), 43-46.

E15 Brook, C. G. D., "Determination of Body Composition of Childern from Skinfold Measurements," *Arch. Dis. Child.,* 46 (1971), 182-184.

E16 Robbins, Richard, Michael Blumenthal, and Miles A. Galin, "Reduction of Vitreous Weight by Ocular Massage," *Amer. J. Ophthalmol.,* 69 (1970), 630-607.

E17 Jensen, Arthur R., "IQs of Identical Twins Reared Apart," *Behav. Genet.,* 1 (1970), 133-148.

E18 Burt, C., "The Genetic Determination of Differences in Intelligence: A Study of Monozyotic Twins Reared Together and Apart," *Br. J. Psychol.,* 57 (1966), 137-153.

E19 Bhatia, M. L. S. C. Manchanda, and Sujoy B. Roy, "Coronary Haemodynamic Studies in Chronic Severe Anaemia," *Br. Heart J.,* 31 (1969), 365-374.

E20 Poland, Alan, Donald Smith, R. Kuntzman, M. Jacobson, and A. H. Conney, "Effect of Intensive Occupational Exposure to DDT on Phenylbutazone and Cortisol Metabolism in Human Subjects," *Clin. Pharmacol. Ther.,* 11 (1970), 724-732.

E21 Goby, Marshall J., Willia, J. Filstead, and Jean J. Rossi," Structural Components of an Alcoholism Treatment Program," *Quart. J. Studies on Alcohol,* 35 (1974), 1266-1271.

E22 Vine, Ian, "Stereotypes in the Judgement of Personality from Handwriting," *Br. J. Soc.Clin Psychol.,* 13 (1974), 61-64.

E23 Vine, Wayne, Ross Loomis, Jacob Hautaluoma, and Stanley Wagner," A Comparison of Perceived Organizational Influence in Two Metropolitan Communities," *Rocky Mountain Soc. Sci. J.,* 11 (January 1974), 81-86.

E24 Robinsom, Jack l., "Faculty Compensation in the Big Eight, 1971-1972," *Oklahoma Bus. Bull.,* 40 (September 1972), 10-12.

E25 Gibson, Lay James, and Richard W. Reeves, "The Roles of Hiterland Composition, Externalities, and Variabel Spacing as Determinants of Economic Structure in Small Towns," *Professional Geographer,* 26 (1974), 152-158.

B A B 10

ANALISIS REGRESI LINEAR SEDERHANA

Analisis regresi merupakan salah satu teknik statistik yang lebih banyak digunakan dan tersedia untuk para peneliti atau pengambil keputusan. Dalam kasus sederhana linear parametrik, peneliti biasanya menggunakan metode kuadrat terkecil dalam mencocokkan garis regresi untuk data sampel yang diamati, dan kesimpulan tentang parameter populasi didasarkan pada asumsi yang cukup kaku. Bila asumsi ini terpenuhi, prosedur inferensial parametrik yang lazim adalah yang paling tepat untuk digunakan. Namun, jika asumsi tidak terpenuhi, maka penggunaan prosedur inferensial berdasarkan hal tersebut dapat menghasilkan hasil yang menyesatkan.

Bab ini meliputi beberapa alternatif prosedur nonparametrik yang akan berguna dalam analisis regresi linear sederhana saat investigator tidak dapat atau mau untuk membuat asumsi-asumsi yang diperlukan dalam aplikasi yang valid dan sesuai teknik analogi parametrik.

10.1

PENDEKATAN GARIS REGRESI

Misalkan kita memiliki sampel dengan n pasang observasi

$(X_1,Y_1), (X_2,Y_2),..., (X_i,Y_i), (X_n,Y_n)$

dalam variabel kontinu X dan Y, dimana setiap pasang data observasi (X_i, Y_i) adalah pengukuran pada unit ke-i yang sama. Kita akan melakukan pendekatan data ke dalam garis regresi dengan bentuk

$$Y = a + bX$$

Dimana a adalah y *intercept* dan b adalah *slope* dari garis yang didapat.

METODE BROWN-MOOD UNTUK MENCARI SLOPE DAN Y INTERCEPT

Brown dan Mood (T1) dan Mood (T2) menjelaskan metode dalam menentukan a dan b. Dengan metode ini, pertama kita membagi nilai Y menjadi dua kelompok, (1) nilai Y dengan nilai-nilai X yang kurang dari atau sama dengan rata-rata X, dan (2) nilai Y dengan nilai-nilai X yang lebih besar dari rata-rata X. Kemudian nilai-nilai dari a dan b adalah nilai-nilai yang menghasilkan garis dimana median dari penyimpangan terhadap garis adalah nol di masing-masing dua kelompok.

Untuk mencari a dan b, kita lanjutkan sebagai berikut:

1. Siapkan *scatter* diagram dari data sampel.
2. Menggambar garis vertikal melalui median dari nilai-nilai X. Jika satu atau lebih titik jatuh di garis tengah ini, geserlah ke kiri atau kanan saat diperlukan, sehingga jumlah titik di kedua sisi median hampir sama jika mungkin.
3. Menentukan median dari X dan Y median di masing-masing dua kelompok pengamatan yang dibentuk pada langkah 2. Sehingga jadi menghitung sebanyak empat median
4. Dalam grup observasi pertama, buatlah titik yang merupakan persimpangan median dari X dengan median Y.
5. Gambarkan garis yang menghubungkan 2 titik dalam langkah 4. Garis ini adalah untuk pendekatan pertama ke garis yang diinginkan.
6. Jika rata-rata deviasi vertikal dari titik-titik dari garis ini tidak nol pada kedua kelompok, geserlah baris ke posisi baru sampai jelas bahwa penyimpangan dalam masing-masing kelompok memiliki rata-rata nol. Hal ini dapat dilakukan lebih nyaman dengan menggunakan penggaris transparan. Jika akurasi yang lebih besar diperlukan, prosedur iterasi dijelaskan oleh Mood (T2).
7. Nilai a didapat dari Y-Intercept di garis, dan

$$b = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$$

Dimana (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) adalah 2 titik koordinat pada garis.

Berikut contoh ilustrasinya:

Contoh 10.1

Clark et ai. (El) meneliti karakteristik filtrasi lemak dalam kemasan saringan polyester-dan-wol yang digunakan dalam garis arteri selama hemodilusi klinis. Mereka mengumpulkan data pemulihan filter zat padat melalui 10 pasien yang menjalani operasi. Tabel 10.1 menunjukkan tingkat penghapusan lipid dan kolesterol. Kita akan membuat garis regresi dengan data tersebut, di mana kita memperlakukan kolesterol sebagai variabel Y dan lipid sebagai variabel X.

Tabel 10. 1

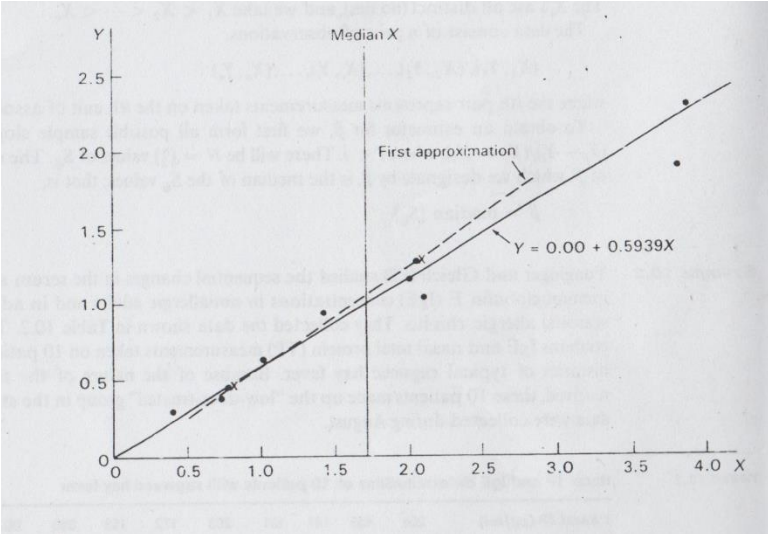
Data recovery menyaring jalur arteri untuk 10 pasien operasi

Pasien	Tingkat penghapusan, mg/kg/L x 10^{-2}	
	Lipids (X)	Kolestrol (Y)
1	3.81	1.90
2	2.10	1.03
3	0.79	0.44
4	1.99	1.18
5	1.03	0.62
6	2.07	1.29
7	0.74	0.39
8	3.88	2.30
9	1.43	0.93
10	0.41	0.29

Sumber. Rictiard E Clark. Harry W. Margraf, and Richard ft. Beauchamp. "Fat and Solid Filtration in Clinical Perfu-sions," Surgery. 77 (1975). 216-224.

Median dari nilai-nilai X 1.71, yang membagi observasi menjadi dua group dengan isi masing-masing lima. Di bawah median kita memiliki observasi (0.79,0.44), (1.03,0.62), (0.74,0.39), (1.43,0.93), dan (0.41,0.29). Sedangkan di atas median yaitu (3.81,1.90), 2.10,1.03), (1.99,1.18), (2.07,1.29), dan (3.88,2.30). Median dari masing-masing X dan Y di bawah median X adalah 0,79 dan 0,44. Di atas median X, maka mediannya adalah 2.10 dan 1.29 untuk masing-masing X dan Y. Data ini menghasilkan perkiraan pertama b untuk b, dengan b' = (1,29-0,44) / (2,10-0,79) = 0,6489. Karena median dari observasi tentang garis yang dihasilkan tidak nol dalam dua kelompok, kita menyesuaikan garis visual. Prosedur ini mengarah pada nilai akhir b = 0,5939 dan a = 0,00. Dengan demikian persamaan untuk garis adalah Y=0,00+0,5939X.

Gambar 10. 1



Gambar 10.1 menunjukkan scatter diagram dari data asli untuk contoh ini, median X, pendekatan pertama untuk garis regresi, dan garis regresi akhir. Garis regresi yang dihitung dari data sampel dalam contoh ini menggambarkan hubungan linier antara tingkat penghapusan kolesterol dan lipid total dalam sampel. Garis sampel ini memberikan perkiraan garis regresi yang menggambarkan hubungan linear antara variabel-variabel dalam populasi dari mana sampel tersebut diambil. Y intercept dan slope β dari garis regresi populasi diperkirakan oleh a dan b.

METODE THEIL UNTUK MENCARI SLOPE

Metode yang disarankan oleh Brown dan Mood ini tergolong cepat, namun kasar. Mungkin lebih berguna bagi sebagian besar peneliti adalah metode yang diusulkan oleh Theil (T3) untuk memperoleh perkiraan titik koefisien kemiringan β. Kita asumsikan bahwa data sesuai dengan model regresi klasik

$$Y_i = x + \beta X_i + e_i, \qquad i = 1, 2,..., n$$

dimana X_i adalah konstanta, α dan β adalah parameter yang tidak diketahui, dan Y_i adalah nilai amatan random variabel kontinu Y terhadap nilai X_i-nya. Untuk setiap nilai X_i, kita asumsikan sub-populasi dari nilai Y dan e_i's adalah saling independen. Nilai X_i berbeda (tidak terikat/independen), dan kita mengambil $X_1 < X_2 <... < X_n$.

Data terdiri dari pasangan n observasi.

$$(X_1,Y_1), (X_2,Y_2),..., (X_i,Y_i), (X_n,Y_n)$$

Dimana pasangan ke i merupakan pengukuran yang dilakukan pada unit ke-i dari gabungan. Untuk mendapatkan estimator β, pertama-tama kita membentuk *all possible sampel* $S_{ij} = (Y_j\text{-}Y_i) \,/\, (X_j\text{-}X_i)$, dimana i <j. Akan ada $N = \binom{n}{2}$ nilai S_{ij}. Estimator dari β yang kita desain dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, adalah median dari nilai S_{ij} ; yaitu,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \text{median}\ \{S_{ij}\} \qquad (10.3)$$

Contoh 10.2

Yunginger dan Gleich (E2) mempelajari perubahan berurutan dalam serum dan hidung imunoglobulin E (IgE) konsentrasi pada orang dewasa nonallergic dan pada orang dewasa dengan rinitis alergi musiman. Mereka mengumpulkan data yang ditunjukkan pada Tabel 10.2. Tabel berisi IgE dan hidung total protein (TP) pengukuran yang dilakukan pada 10 pasien dengan sejarah demam ragweed hay khas. Karena sifat dari perlakuan yang diterima, 10 pasien terdiri atas "dosis rendah diobati" kelompok dalam penelitian ini. Data dikumpulkan selama bulan Agustus.

TABEL 10. 2

Determinasi Nasal TPE dan lgE pada 10 pasien dengan demam ragweed hay

Y Nasal TP ($\mu g/ml$)	206	453	141	131	203	172	153	356	297	425
X Nasal lgE/TP (x 10^{-7})	9.7	408	106	7.5	49.3	5.8	6.5	2.8	16.8	7.0

Sumber: John W. Yunginger and Gerald J. Gleich. "Seasonal Changes in Serum and Nasal IgE Concentrations," J. Allergy Clin. Immunol., 51 (1973|, 174-186.

Kita akan menghitung $\hat{\beta}$, estimasi dari kemiringan β berupa garis regresi yang menggambarkan hubungan linier antara dua variabel. N = $\binom{10}{2}$ = 45 urutan nilai S_{ij} ditunjukkan pada Tabel 10.3. Median dari nilai S_{ij} ini adalah +0,070. Oleh karena itu estimasi dari β adalah $\hat{\beta} = +0{,}070$. Diskusi tentang sifat-sifat estimator ini dapat ditemukan dalam referensi yang dikutip dalam Bagian 10.2.

TABEL 10. 3

Susunan Slope Sampel S_{ij} untuk Contoh 10.2

-588.000	-27.143	-5.248	-2.083	-0.121	0.399	0.747	8.718	16.562
-81.111	-24.118	-4.214	-1.749	-0.076	0.620	0.804	11.364	17.849
-61.333	-22.000	-3290	-1.094	0.070	0.697	1033	12.817	34.091
-54.865	-21.739	-2.892	-0.675	0.102	0.699	1.168	13.981	210.833
-47.872	-13.061	-2869	-0.309	0.239	0.713	1.722	16.429	544.000

10.2

PENGUJIAN HIPOTESIS α DAN β

Para peneliti sering tertarik dalam pengujian hipotesis tentang salah satu atau kedua parameter α dan β. Bagian ini akan menjelaskan suatu metode untuk menguji secara simultan hipotesis nol bahwa $\alpha = \alpha_0$ dan $\beta = \beta_0$, dan dua metode untuk menguji hipotesis nol bahwa $\beta = \beta_0$.

BROWN-MOOD METHOD

Berikut metode untuk pengujian hipotesis tentang α dan β yang digambarkan oleh Brown dan Mood (Tl) dan Mood (T2).

Asumsi

Data terdiri dari pasangan n pengamatan (X1, Y1), (X2, Y2),..., (Xi, Yi), (Xn, Yn) pada variabel kontinu X dan Y, di mana setiap pasangan observasi (Xi, Yi) adalah pengukuran pada unit yang sama.

Hipotesa

H_0: $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \beta_0$, H_1: $\alpha \neq \alpha_0$ and/or $\beta \neq \beta_0$

Statistik Uji

Untuk menghitung uji statistik, kita mengikuti prosedur berikut:

1. Buat plot titik data sebagai scatter diagram.
2. Menarik garis $Y = \alpha_0 + \beta_0 X$ pada diagram pencar.
3. Menggambar garis vertikal pada scatter diagram melalui median dari nilai-nilai X.
4. Biarkan n_1 = jumlah titik data di atas garis regresi hipotesis dan ke leβ dari garis vertikal yang ditarik melalui median dari nilai-nilai X. Biarkan n_2 = jumlah titik data di atas garis regresi hipotesis dan ke kanan dari garis vertikal yang ditarik melalui median dari nilai-nilai X.

Mood (T2) menunjukkan bahwa n_1 dan n_2 berdistribusi binomial dengan parameter 0.5, sebuah fakta yang membentuk dasar untuk uji statistik.

$$X^2 = \frac{8}{n}\left[\left(n_1 - \frac{n}{4}\right)^2 + \left(n_2 - \frac{n}{4}\right)^2\right] \qquad 10.4$$

Statistik uji yang didistribusikan dengan pendekatan chi-square dengan derajat kebebasan dua ketika H_0 benar dan n tidak terlalu kecil. Tate dan Clelland (T4) menyatakan bahwa pendekatan cenderung baik dalam praktek pengerjaannya ketika n berkisar antara 10 atau lebih.

Aturan Keputusan

Jika nilai yang dihitung dari X^2 melebihi nilai tabulasi dari chi-square untuk derajat kebebasan dua dan tingkat signifikansi yang dipilih, kita dapat menolak hipotesis nol pada tingkat signifikansi.

Contoh 10.3

Untuk ilustrasinya, mari kita gunakan data dari Contoh 10.1 dan menguji hipotesis nol dengan α=0 dan β=0.5.

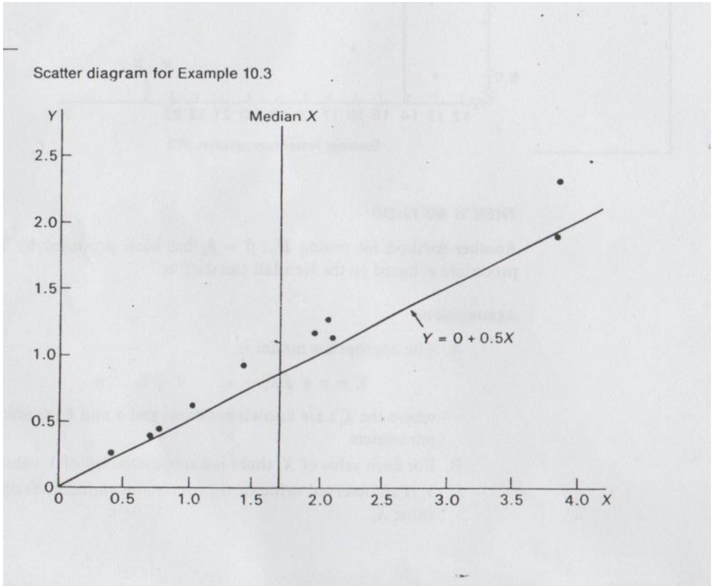
Hipotesis

H_0: α=0 dan β=0.5, H_1: α≠0 dan β≠0.5

Statistik Uji

Gambar 10.2 menunjukkan scatter diagram, hipotesis garis regresi, dan garis yang ditarik melalui median dari nilai-nilai X.

Gambar 10. 2



Hal ini menunjukkan bahwa n_1= 5 dan n_2 = 3, jadi kita menghitung

$$X^2 = \frac{8}{10}\left[\left(5-\frac{10}{4}\right)^2+\left(3-\frac{10}{4}\right)^2\right] = 5{,}2$$

Tabel A.11 mengungkapkan bahwa ketika H_0 benar, probabilitas mendapatkan nilai X_2 sama besar atau lebih besar dari 5,2 adalah lebih besar dari 0,05. Kita tidak menolak H_0. dan kita simpulkan bahwa sampel mungkin berasal dari populasi di mana garis regresi memiliki kemiringan 0,5 dan intercept dari 0.

Dalam analisis regresi kita biasanya lebih tertarik pada β, kemiringan garis regresi dari populasi. Ketika kita ingin menguji hipotesis tentang β-satunya yaitu H0: β = β_0 dengan H_1: β ≠ β0-kita dapat menggunakan prosedur berikut yang dijelaskan oleh Brown dan Mood (Tl) dan Mood (T2).

1. Buat plot titik data sebagai scatter diagram.
2. Menggambar garis vertikal melalui median dari nilai-nilai X.
3. Buat garis Y-a + β_0X, di mana a adalah median dari deviasi Y_i-β_0X untuk nilai-nilai yang diamati dari Y dan β_0 adalah nilai hipotesis untuk β. Biasanya kita dapat menentukan baris ini cukup mudah dengan memplot garis Y = β_0X dan menggambar garis yang sejajar dengan Y – β_0X, yang membagi poin menjadi dua kelompok yang sama.
4. Hitung jumlah titik n_1 yang berada di atas garis Y = a + β_0X dan di sebelah kiri median dari nilai-nilai X.

Statistik Uji

$$X_b^2 = \frac{16}{n}\left(n_1 - \frac{n}{4}\right)^2$$

Jika H_0 benar, statistik uji didistribusikan dengan pendekatan chi-square dengan derajat kebebasan satu, asalkan n cukup besar. Tate dan Clelland (T4) merekomendasikan menggunakan pendekatan chi-square untuk n 20 atau lebih.

Contoh berikut menggambarkan prosedur untuk menguji hipotesis tentang β saja.

Contoh 10.4

Pilkey dan Hower (E3) meneliti perubahan konsentrasi magnesium dan strontium dalam pengujian spesies baru ekinoida yang dikumpulkan dari berbagai banyak macam lingkungan geografisnya. Mereka menggunakan teknik X-ray untuk menganalisis magnesium dan strontium dalam spesimen *Dendraster excentricus*, umumnya *Pacific Coast sand dollar*, yang dikumpulkan dari 24 daerah antara Pulau Vancouver, British Columbia, dan Santa Rosalia Bay, Baja California, dan dihitung persentase kalsium. Tabel 10.4 menunjukkan suhu rata-rata musim panas (X) pada 24 lokasi dan rata-rata persentase konten $MgCO_2$ (Y) dari spesimen yang dikumpulkan. Kita akan menguji hipotesis nol dengan $\beta = 0$ dalam garis regresi untuk populasi yang dipresentasikan oleh sampel.

Tabel 10. 4 Data *Dendraster excentricus* untuk contoh 10.4

No.Lokasi	1	2	3	4	5	6	7	8
Rata2 Temperatur Musim Panas,°C (X)	23.0	18.7	17.5	21	20.0	19.0	15.3	14.0
Rata2 persentase $MgCO_2$ (Y)	9.5	9.0	9.2	9.2	9.4	9.3	9.0	8.5
No.Lokasi	9	10	11	12	13	14	15	16
Rata2 Temperatur Musim Panas,°C (X)	14.0	13.7	13.3	13.6	13.1	13.0	13.6	14.2
Rata2 persentase $MgCO_2$ (Y)	9.0	8.4	8.8	8.9	8.5	8.7	8.6	8.7
No.Lokasi	17	18	19	20	21	22	23	24
Rata2 Temperatur	13.9	14.8	14.2	13.0	16.1	15.9	13.0	11.7

Musim Panas,°C (X)								
Rata2 persentase MgCO2 (Y)	8.5	9.1	9.1	8.0	8.1	8.5	8.4	8.7

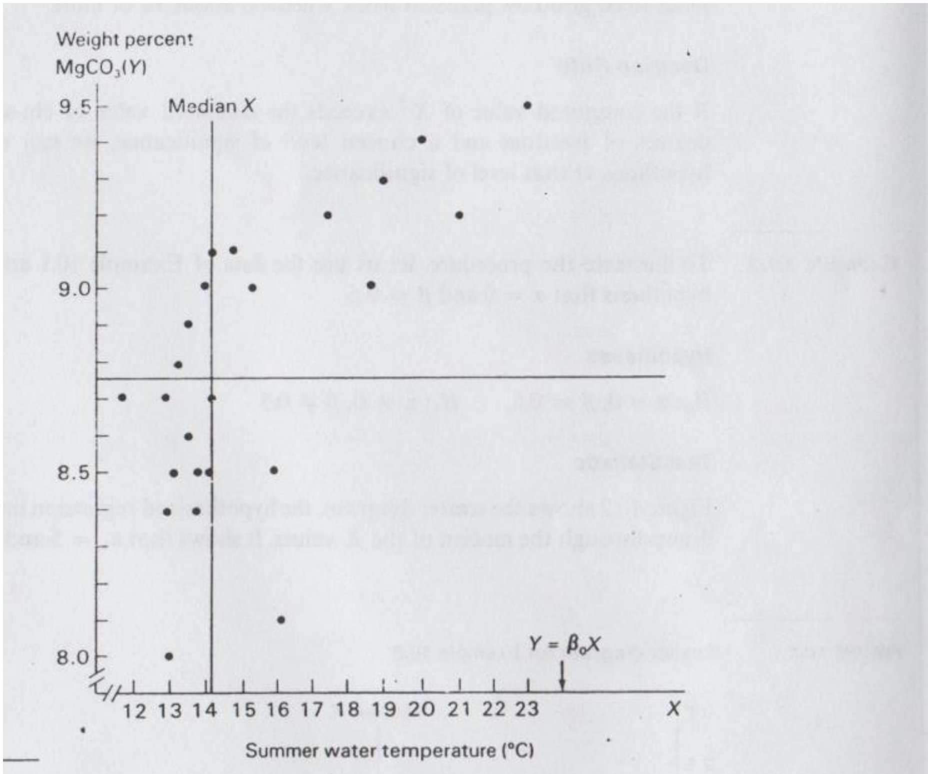
Sumber: Orrin H.Pilkey and John Hower, "The Effect of Environment on the Concentration of Skeletal Magnesium and Strontium in Dendraster," J. Geol., 68 (1960), 203-214. Copyright 1960, the University of Chicago.

Gambar 10.3 menunjukkan diagram pencar dan median dari nilai-nilai X, yaitu 14,1. Karena β0 = 0, garis Y = β0X adalah X axis. Gambar tersebut juga menunjukkan garis yang sejajar dengan sumbu X yang ditarik melalui titik-titik dalam sedemikian rupa sehingga membagi mereka menjadi dua kelompok yang sama. Pada Gambar 10.3 ada n1 = 3 poin di atas garis dan di sebelah kiri median dari X. Kemudian, oleh Persamaan 10.5, kita dapat menghitung

$$X_b^2 = \frac{16}{24}\left(3 - \frac{24}{4}\right)^2 = 6.00$$

Tabel A. 11 mengungkapkan bahwa kemungkinan mengamati nilai X_b^2 sebesar 6 karena kebetulan saja ketika H_0 benar adalah kurang dari 0.025. Diagram pencar yang menunjukkan hubungan antara rata-rata MgCO3 tes excentricus Dendraster dan rata-rata suhu musim panas

Gambar 10. 3



Metode Theil

Metode lain untuk pengujian H_0: $\beta = \beta_0$, telah diusulkan oleh Theil (T5). Prosedur ini didasarkan pada Kendall tau statistic.

Asumsi

A. Model yang sesuai adalah

$Y_i = x + \beta X_i + e_i, \qquad i = 1,\dots, n$

dimana konstanta Xi diketahui dan α dan β tidak diketahui parameter.

B. Untuk setiap nilai X_i, akan ada subpopulasi dari nilai Y.

C. Y_i adalah nilah observasi dari random variabel kontinu Y terhadap nilai X_i.

D. Semua X_i berbeda (tanpa ikatan), dan kita mengambil $X_1 < X_2 < \bullet \bullet \bullet < X_n$.

E. e_i adalah saling independen dan berasal dari populasi kontinu yang sama.

Data yang tersedia untuk analisis terdiri dari pasangan n pengamatan, (X_1, Y_1), (X_2, Y_2),..., (X_i, Y_i),..., (X_n, Y_n), di mana pasangan ke-i merupakan pengukuran yang dilakukan pada unit i dari asosiasi.

Hipotesis

A. (Two-sided) : $H_0 : \beta = \beta_0$, $H_1 : \beta \neq \beta_0$

B. (One-sided) : $H_0 : \beta \leq \beta_0$, $H_1 : \beta > \beta_0$

C. (One-sided) : $H_0 : \beta \geq \beta_0$, $H_1 : \beta < \beta_0$

Statistik Uji

Seperti disebutkan sebelumnya, prosedur yang dijelaskan di sini didasarkan pada Kendall tau statistic. Secara khusus kita menghitung statistik Kendail dengan membandingkan semua kemungkinan pasangan pengamatan dari bentuk $(X_i, Y_i - \beta_0 X)$, dengan cara yang sama seperti yang dijelaskan dalam Bab 9. Kita dapat meringkas prosedur sebagai berikut (lihat Bab 9 untuk penjelasan lebih rinci).

1. Susun pasangan observasi $(X_i, Y - \beta_0 X_i)$ dalam kolom dengan natural order sehubungan dengan nilai-nilai X.
2. Bandingkan masing-masing Y_i-$\beta_0 X_i$ dengan masing-masing Yj-$\beta_0 X_j$ yang muncul di bawahnya.
3. Misalkan P adalah jumlah 'perbandingan sehingga menghasilkan sepasang (Y_i-$\beta_0 X_i$, Yj-$\beta_0 X_j$) yang berupa natural order, dan biarkan Q menjadi jumlah dari perbandingan tersebut yang menghasilkan pasangan yang berupa natural order-terbalik.
4. Misalkan S = P-Q. Maka uji statisticnya adalah

$$\hat{\tau} = \frac{S}{n(n-1)/2}$$

Aturan Keputusan

A. (Two-sided): Lihat Tabel A.22. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika nilai yang dihitung dari $\hat{\tau}$ adalah baik positif dan lebih besar dari τ^* entri untuk n dan α/2, atau negatif dan lebih kecil dari negatif dari τ^* entri untuk n dan α/2.

B. (One-sided): Lihat Tabel A.22. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika nilai dihitung dari $\hat{\tau}$ adalah positif dan lebih besar dari τ^* entri untuk n dan α.

C. (One-sided): Lihat Tabel A.22. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika nilai dihitung dari $\hat{\tau}$ adalah negatif dan lebih kecil dari τ^* entri untuk n dan α.

Contoh 10.5

Grundy dan Metzger (E4) menjelaskan metodologi yang terlibat dalam prosedur fisiologis untuk memperkirakan sekresi hati lipid empedu pada manusia. Penulis melaporkan Daia pada output per jam asam empedu empedu dan fosfolipid empedu ditunjukkan pada Tabel 10.5. Kami berharap 10 uji hipotesis nol bahwa β = 0 dalam persamaan regresi populasi timah menggambarkan hubungan linier antara dua variabel.

TABEL 10. 5

Output per jam asam empedu dan fosfolipid di empedu dalam 10 subyek selama kondisi sadar

Asam Empedu (mg/hr) X	940	594	1200	1440	1112
Phospolipids (mg/hr) Y	311	391	414	542	387
Asam Empedu (mg/hr) X	625	1385	1035	931	742
Phospolipids (mg/hr) Y	485	502	458	345	346

Sumber : Scott W Grundy and Allan L. Metzger, 'A Physiological Method for Estimation of Hepatic Secretion of Biliary Lipids in Man." Gasfoenterology, 62(1972), 1200-1217, Copyright 1972, Williams & Wilkins, Baltimore.

Hipotesis

$H_0 : \beta = 0$, $H_1 : \beta \neq 0$

Statistik Uji

Langkah pertama dalam menghitung $\hat{\tau}$ adalah untuk menghitung Y_i-$\beta_0 X_i$ untuk setiap pasangan observasi. Karena $\beta = 0$. Y_i-$B_0 X_i$ sama dengan Y_i untuk setiap pasangan. Sisa dari langkah-langkah yang dijelaskan sebelumnya untuk menghitung $\hat{\tau}$ dirangkum untuk contoh ini pada Tabel 10.6. Dari data tabel ini, kita menghitung S = 30-15 = 15. Akhirnya, oleh Persamaan 10.6. kita memiliki

$$\hat{\tau} = \frac{15}{10(9)/2} = 0.33$$

Keputusan

Tabel A.22 mengungkapkan bahwa ketika H_0 benar dan n = 10, kemungkinan mengamati nilai $\hat{\tau}$ sebesar 0.33 adalah sekitar 0,20. Ini bukan bukti yang sangat persuasif dalam dukungan penolakan H_0. Oleh karena itu, kami menyimpulkan bahwa kemiringan garis regresi populasi mungkin sangat baik menjadi nol.

TABEL 10.6

Tabel kerja untuk menghitung $\hat{\tau}$ untuk contoh 10.5

Xi	Y_i - $\beta_o X_i$	Jumlah dari pasangan Y_i - $\beta_o X_i$ dalam orde natural	Jumlah dari pasangan Y_i - $\beta_o X_i$ dalam orde natural yang terbalik
594	391	5	4
625	485	2	6
742	346	5	2
931	345	5	1
940	311	5	0
1035	458	2	2
1112	387	3	0
1200	414	2	0
1385	502	1	0
1440	542	0	0
		P = 30	Q = 15

Ikatan

Jika ada hubungan dalam variabel Y, lanjutkan seperti yang dijelaskan. Akan tetapi, Dengan adanya ikatan, hasilnya diperkirakan lebih tepat. Sen (T6) menjelaskan prosedur berdasarkan tau τ Kendall yang memungkinkan untuk adanya ikatan di dalam nilai X.

Efisiensi Power

Sifat-sifat dari penduga yang mendasar dalam tes ini, termasuk efisiensi, dibahas oleh Sen (T6).

BACAAN LEBIH LANJUT

Untuk kasus regresi linier sederhana, Hill (T7) telah mempelajari sifat-sifat teoritis dari penduga yang diajukan oleh Brown dan Mood (Tl,T2). Adichie (T8) juga berkomentar pada penduga Brown-Mood dan mengusulkan uji linearitas terhadap kecembungan alternatif yang menggunakan prosedur Brown-Mood untuk mendapatkan garis lurus. Kildea (T9,TIO) memperkenalkan kelas penduga Brown-Mood yang sudah dimodifikasi yang menggabungkan bobot dan menyamaratakan prosedur untuk kasus multiple regresi.

Sebuah diskusi tentang perpanjangan uji Theil untuk kasus yang melibatkan dua variabel penjelas dapat ditemukan di koran oleh Domariski (T11).Penulis juga membandingkan kekuatan uji diperpanjang dengan uji Fisher F

Perbandingan antara berbagai metode regresi nonparametrik telah dibuat oleh Gross dan Tomberlin (T12) dan Hussain dan Sprent (T13).

Cunningham (T14) membahas empat model regresi berganda yang diperoleh dengan mengizinkan variabel independen diukur pada skala nominal atau ordinal dan mengizinkan fungsi yang menggabungkan variabel independen baik untuk untuk ditambahkan atau hanya mengabadikan nilai setiap variabel. Penulis membahas hubungan antara model dan metode komputasi yang terlibat. Sebagai contoh, model yang diterapkan pada data real.

Sebuah tinjauan singkat tentang regresi berganda yang kuat terdapat di dalam sebuah tulisan oleh Andrews (T15), dan teknik tambahan diusulkan dan didiskusikan.

Hajek (T16) membahas perpanjangan uji Kolmogoroy-Smirnov ke regresi alternatif.

Uji Sign dan Wilcoxon untuk linearitas diusulkan oleh Olshen (TI7).

Cleveland dan McGill (T18) menunjukkan bagaimana cara membuat skater plot (diagram pencar) yang lebih kuat melalui penggabungan dari informasi grafis tambahan.

Makalah lainnya yang tertarik di bidang analisis regresi nonparametrik termasuk di dalamnya Adichie (T19),Daniels (T20), Hogg dan Randles (T21), Ghosh dan Sen (T22), Jurečková (T23,T24), Konijn (T25), Koul (T26), Samanta (T27), Srivastava dan Saleh (T28), Révész (T29), Wegman (T30). Chengand Lin(T31),Brown and Maritz (T32), Gore and Rao (T33), Rao and Gore (T34), Bhattacharya (T35). Bhattacharya etal. (T36), Hettmansperger and McKean (T37), Henderson (T38), Brown (T39), Lancaster and Quade (T40), Cheng and Cheng (T41), and Whilney (T42).

Sebuah buku oleh Eubank (T43) di dedikasikan untuk amatan dari spline smoothing dan regresi nonparametrik. Rousseeuw dan Leroy (T44) telah menulis sebuah buku tentang regresi yang kuat dan pendeteksian outlier. Metode Nonparametrik dalam model linier umum oleh Puri dan Sen (T45) menekankan prosedur berbasis rank. Juga yang menarik adalah tesis doktor oleh Drummond (T46) Daniel (T47) dan

Collomb (T48) telah menerbitkan bibliografi tentang prosedur regresi nonparametrik.

LATIHAN

10.1 Lue et al. (E5) mendiskusikan metode untuk penentuan volume darah paru-paru pada penyakit kelainan jantung. Sebagai bagian dari penyelidikan mereka, penulis mengumpulkan data pada bayi dan anak-anak penderita penyakit jantung yang menjalani kateterisasi, seperti yang ditunjukkan pada Tabel 10.7 (lihat hal. 440). Gunakan metode Brown-Mood untuk menguji $H_0 : \alpha = 5,\ \beta = -0.25$, dan $H_0 : \beta = -0.25$.

10.2 Chen et al. (E6) Menunjukkan bahwa perpindahan menyamping dari puting telah lama dikutip dikaitkan erat dengan sindrom Turner. Dalam penyelidikan fenomena ini Chen et al (E6), mengukur jarak antar puting dan karakteristik lain di 698 anak-anak. Tiga puluh sembilan dari amatan mereka didiagnosis sebagai pengidap sindrom Turner. Tabel 10.8 (lihat hal 440) menunjukkan ketinggian dan jarak antar puting (ID)dari 39 amatan. Gunakan metode Brown-Mood untuk menguji $H_0 : \alpha = 4$, $\beta = 0.1$ dan $H_0 : \beta = 0.1$

10.3 Dondero et al. (E7) menunjukkan bahwa penyelidikan pada hewan percobaan telah menunjukkan bahwa testosteron merangsang produksi dan sekresi asam sitrat dalam kelenjar aksesori dari saluran kelamin laki-laki. "Tes asam sitrat, " dimana tingkatan dari asam sitrat menghasilkan sebuah indeks sekresi androgen yang dihasilkan oleh testis manusia. Berdasarkan percobaan ini,untuk menentukan nilai uji asam-sitrat guna tujuan diagnosis, Dondero et al (E7) mengadakan sebuah studi untuk menentukan apakah ada hubungan antara plasma testosteron dan kadar asam sitrat dalam plasma seminal manusia. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 10.9 (lihat hal 441). Gunakan metode mood-Brown untuk menguji $H_0 : \alpha = 450,\ \beta = 0$, dan $H_0 : \beta = 0$

TABEL 10.7

Rata-rata waktu jeda berhenti paru-paru, tm (MPA-LA), dan jumlah aliran darah paru-paru pada bayi dan anak-anak yang menjalani katerisasi jantung

PBF, L/min/sq M (X)	5.33	5.28	4.29	2.86	2.76	3.38	11.48	15.8
tm (MPA-LA), sec (Y)	5.41	5.03	2.34	5.17	5.47	4.95	1.88	1.46
PBF, L/min/sq M (X)	6.18	8.99	9.76	17.3	10.03	11.99	12.34	14.15
tm (MPA-LA), sec (Y)	3.79	1.56	2.64	1.46	2.11	1.35	1.47	1.74
PBF, L/min/sq M (X)	10.2	14	16.7	8.96	7.55	8.63	5.9	5.37
tm (MPA-LA), sec (Y)	1.96	1.84	2.17	4.75	4.16	3.52	2.29	3.52
PBF, L/min/sq M (X)	5.02	3.38	3.42	3.53	3.32	10.76	6.77	3.86
tm (MPA-LA), sec (Y)	3.49	5.12	4.7	3.98	4.46	2.42	3.29	5.83

PBF, L/min/sq M (X)	3.56	19.5	14.8	14.9	16.65	9.38	19.27	7.24
tm (MPA-LA), sec (Y)	5.47	1.64	2.13	2.13	1.86	2.83	2.05	1.76
PBF, L/min/sq M (X)	9.56	7.39	11.6	12.4	8.96	9.17	10.15	13.9
tm (MPA-LA), sec (Y)	2.69	3.29	2.27	1.63	2.69	2.42	3.13	2.42
PBF, L/min/sq M (X)	5.54	13						
tm (MPA-LA), sec (Y)	3.39	2.47						

Source: Hung-Chi Lue, Chiung-Ming Chen, Chiung-Lin Chen, and Huoyao Wei, "A New Approach to Pulmonary Blood Volume Determination in Congenital Heart Disease with Left-to-Right Shunts," *Chest,* 68 (1975). 689-696.

Tabel 10.8

Ukuran dari pasien dengan sindrom Turner

Height, cm (X)	44	50	50	49	49,4	65,5	62	76	73,5
ID, cm (Y)	11	9	9,9	10,2	9	10,5	10	10	11,8
Height, cm (X)	74,5	74	82	89	95,6	86,5	97	103,2	101
ID, cm (Y)	13	11	11	12	11,2	11,5	12,2	11,5	13,4
Height, cm (X)	103	114	109	107	104,5	116	123,1	136,5	137
ID, cm (Y)	13	13	12	14	12	12,2	15	17	16,5
Height, cm (X)	140	127	131	162	141	134,2	146	146	
ID, cm (Y)	15	18,2	16,5	16,8	21,5	22	20	28	

Sumber : Harold Chen, Ceres Espiritu. Carmelita Casquejo, Kinghan Boriboon, and Paul Woolley. Jr.. "Inter-Nipple Distance in Normal Children from Birth to 14 Years, and in Children with Turner's. Noonan's, Down's and Other Aneuploides." *Growth,* 38 (1974), 421-436.

TABEL 10.9

Konsentrasi plasma testosterone dan asam sitrat mani

Plasma Testosteron, ng/ml	110	176	178	190	217	220	236	260	276	290	297	304	357	360
Asam sitrat Mani, mg/ml	420	300	280	570	620	640	480	115	470	435	100	280	550	230
Plasma Testosteron, ng/ml	500	520	520	526	530	531	544	552	560	560	567	569	569	577
Asam sitrat Mani, mg/ml	580	150	550	750	520	775	675	600	260	470	800	350	500	600
Plasma Testosteron, ng/ml	360	360	368	372	373	377	390	390	415	450	463	470	488	500
Asam sitrat Mani, mg/ml	600	825	470	330	50	500	350	365	470	775	570	490	310	525
Plasma Testosteron, ng/ml	590	597	600	637	666	670	690	706	707	755	796	800	870	1000
Asam sitrat Mani, mg/ml	400	225	375	430	675	475	500	525	570	700	320	425	600	775

Sumber : F. Dondero, F. Sciarra, and A Isidori, "Evaluation of Relationship between Plasma Testosterone and Human Seminal Citric Acid," *Fertil. Sleril.,* 23 (1972). 168-171.

10.4 Stitt et al. (E8) meneliti hubungan antara luas permukaan dan berat badan di sembilan monyet tupai. Mereka mengumpulkan data yang ditunjukkan pada Tabel 10.10. Gunakan metode Theil itu (yang dijelaskan di bagian sebelumnya) untuk memperkirakan β, Kemiringan garis regresi linear populasi menggambarkan hubungan antara dua variabel. Gunakan berat badan sebagai variabel independent (x)

Tabel 10.10

Berat badan dan total luas permukaan dari 9 monyet tupai

Total area, cm 2	780.6	887.6	1039.2	1040	1122.8
Body w, grams	660	705	923	953	994
Total area, cm 2	1070.4	1133.4	1125.2	148	
Body w, grams	1005	1018	1129	1181	

Sourc e: John T. Stitt, James D. Hardy, and Ethan R. Nadel. "Surface Area of the Squirrel Monkey in Relation to Body Weight," *J.Appl. Physiol.,* 31 (1971), 140-141.

10.3

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK KOEFISIEN SLOPE

Bagian 10.1 menyajikan dua metode untuk mengestimasi β, Kemiringan (slope) garis regresi linear menggambarkan hubungan antara dua variabel X dan Y. Biasanya penyidik lebih tertarik pada selang kepercayaan untuk menduga β. Mood (T2) menyarankan teknik trial-dan-error untuk memperoleh selang kepercayaan β yang didasarkan pada prosedur pengujian hipotesis Brown-Mood untuk β. Teknik ini didasarkan pada kenyataan bahwa 100 (1- a)% selang kepercayaan yang terdiri dari nilai-nilai β_0 yang tidak akan ditolak pada tingkat signifikansi α. Mood (T2) juga menyarankan metode perkiraan alternatif yang didasarkan pada uji hipotesis Brown-Mood untuk β.

Metode untuk membangun interval kepercayaan bagi β yang disajikan dalam bagian ini adalah karena tc Theil (T3,T49). Hal ini didasarkan pada prosedur pengujian hipotesis Theil untuk nilai β, yang dibahas dalam Bagian 10.2. Asumsi yang mendasari prosedur pengujian hipotesis ini juga berlaku untuk pembangunan selang yang diuraikan dalam bagian ini. Metode ini menghasilkan dua sisi simetris 100(1- α)% confidence interval untuk β dalam langkah-langkah berikut ini :

1. Dari pasangan n (X_i, Y_i), hitunglah semua kemungkinan kemiringan (slope) sampel $S_{ij} = (Y_j - Y_i)/(X_j - X_i)$, dimana i < j. Akan terdapat N = ($^nC_2$) nilai S_{ij}

2. Urutkan nilai-nilaiS_{ij} dalam urutan sesuai besarannya, dari terkecil hingga terbesar. Batas atas dan batas bawah selang kepercayaan untuk βterdiri dari dua nilai, $\hat{\beta}_L$ dan $\hat{\beta}_u$ masing-masing, dari susunan ini
3. Masukkan Tabel A.22 dengan n dan α/2 untuk mendapatkan $S_{\alpha/2}$.
4. Kurangi 2 dari $S_{\alpha/2}$ untuk mendapatkan $C_{\alpha/2}$, bahwa $C_{\alpha/2} = S_{\alpha/2} - 2$.
5. Misalkan

$$k = \frac{N - C\alpha/2}{2} \qquad (10.7)$$

6. Batas bawah $\hat{\beta}_L$ selang kepercayaan βadalah nilai ke- k dari S_{ij}, dihitung dari nilai terkecil dalam aturan pengurutan yang disiapkan pada Langkah 2. Batas atas $\hat{\beta}_u$ adalah nilai ke- k dari S_{ij}, dihitung mundur dari nilai terbesar dalam aturan pengurutan. Dengan kata lain, kita dapat menulis selang kepercayaan yang diperoleh untuk β dengan koefisien keyakinan dari 1-αsebagai

$$C\ (\hat{\beta}_L < \beta < \hat{\beta}_u) = 1 - \alpha \qquad (10.8)$$

Untuk ukuran sampel yang tidak diketahui dalam Tabel A.22, kita dapat mengira-ngira $C_{\alpha/2}$ dengan

$$C_{\alpha/2} \approx Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}} \qquad (10.9)$$

dimana $Z_{\alpha/2}$adalah nilai Z dari tabel normal standar yang memiliki α/2 daerah di bawah kurva ke kanan.

Contoh 10.6

Untuk menggambarkan pembangunan selang kepercayaan untuk β, mari kita simak Contoh 10.2. Kita ingin membuat selang kepercayaan untuk β yang koefisien kepercayaannya adalah 0,95. Untuk selang kepercayaan 95 %, α/2 = 0,025.

1. Data asli diberikan dalam Tabel 10.2.
2. Sebuah aturan pengurutan dari kemiringan (slope) sampel diberikan dalam Tabel 10.3.
3. Ketika kita memasuki Tabel A.22 dengan n = 10 dan α/2 = 0.025, kita menemukan bahwa $S_{\alpha/2} = 23$.
4. Mengurangkan 2 dari $S_{\alpha/2}$, menghasilkan 23 -2 = 21.
5. Dengan Persamaan 10.7, kita memiliki k= (45-21)/2 = 12.
6. Jadi $\hat{\beta}_L$ adalah nilai kedua belas dari nilai terkecil, dan $\hat{\beta}_u$ adalah nilai kedua belas dari nilai terbesar nilai S_{ij} yang diberikan dalam Tabel 10.3. Jadi $\hat{\beta}_L$ = -4,214, dan $\hat{\beta}_u$, = 1,168. Karena 1-2(0,025) = 0,95, kita dapat menulis selang kepercayaan sebagai

$$C(-4{,}214 < \beta < 1{,}168) = 0{,}95$$

Dengan kata lain, kita mengatakan bahwa kita 95 % yakin bahwa β berada diantara -4,214dan 1,168.

LATIHAN

10.5 Lihat Latihan 10.4. Buatlah selang kepercayaan untuk β dengan koefisien kepercayaan 0,95.

10.6 Jowsey et al. (E9) meneliti efek kalsium dialisat (Ca) dan konsentrasi dialisat fiuoride pada resorpsi tulang dan mineralisasi, yang diukur secara histologis. Amatan dipilih dari sekelompok pasien hemodialisis. Mereka ditugaskan secara acak untuk kelompok yang menerima salah satu dari dua konsentrasi Ca dialisat. Para peneliti mengambil spesimen biopsi tulang di awal dan di akhir penelitian, dengan selang waktu setidaknya dua bulan antara biopsi. Jumlah resorpsi tulang dinyatakan sebagai persentase dari total permukaan yang tersedia. Tabel 10.11 menunjukkan penentuan resorpsi tulang dan lebar osteoid pada biopsi kedua untuk lima amatan yang terkena konsentrasi Ca dialisat dari 6 atau lebih miligram per 100 ml. Buatlah selang kepercayaan untuk β dengan koefisien kepercayaan 0,95.

10.7 Sylvester (E10) meneliti anatomi dan status patologis salurantulang belakang cortico, saluran sensorik somato, dan lobus parietal pasien yang memiliki cerebral palsy dan retardasi mental. Sebagai bagian dari penelitian ini, pengukuran diambil pada lobus parietalis dan daerah piramida medula otak si amatan. Hasil untuk enam amatan yang mengalami kejang ditunjukkan pada Tabel 10.12. Buatlah selang kepercayaan untuk β dengan koefisien kepercayaan 0,95.

TABEL 10.11

Resorpsi tulang dan penentuan lebar osteoid pada lima pasien hemodialisis yang terkena konsentrasi Cadialisat dari 6atau lebih mg/100ml

Lebar Oestoid, μ (Y)	resorpsi tulang, % (X)
8.7	9.5
9.5	18
15.4	20.1
15.7	18.8
16.2	30.3

Sumber: Jenifer Jowsey, William J. Johnson, Donald R. Taves. dan Patrick J. Kelly. "Dampak dialisat Kalsium Fluorida dan Penyakit Tulang selama Hemodialisis, " J. Lab. Clin. Med, 79 (1972). 204-214.

TABEL 10.12

Bobot lobus pariental dan daerah pyramida dari ke enam amatan yang kejang

Berat lobus pariental, g (Y)	162	123	121	127	54	150
Area piramida, mm^2 (X)	10.02	6.5	9.91	10.44	7.37	9.9

Source: P. E. Sylvester, "Pyramidal Lemniscal, and Parietal Lobe Status in Cerebral Palsy." *J. Mental Delic. Res.,* 13 (1969). 20-33

10.4

UJI UNTUK KESETARAAN DUA GARIS REGRESI

Penyidik sering melakukan analisis regresi pada masing-masing dari dua set data yang mirip. Sebuah pertanyaan umum dalam situasi ini adalah apakah kedua garis regresi memiliki kemiringan yang sama. Misalnya, peneliti medis mungkin ingin tahu apakah kemiringan garis regresi menggambarkan hubungan linier antara tekanan darah dan usia adalah sama untuk laki-laki ataupun wanita. Seorang psikolog mungkin ingin tahu apakah kemiringan garis regresi menggambarkan hubungan antara intensitas stimulus dan kecepatan respon adalah sama dalam dua kelompok usia yang berbeda.

Berbagai tes untuk kesetaraan kemiringan garis regresi populasi disebut sebagai tes homogenitas kemiringan atau tes kesetaraan. Dalam statistik parametrik pengujian didasarkan pada distribusi t atau F. Ketika asumsi yang mendasari penggunaan distribusi ini tidak terpenuhi, beberapa prosedur alternatif lain diperlukan. Salah satu alternatif tersebut adalah uji non parametrik untuk kesetaraan yang disarankan oleh Hollander (T50). Uji ini adalah ragam dari Uji Wilcoxon matched-pairs signed-ranks yang didiskusikan dalam Bab 4.

Asumsi

A. Data terdiri dari dua set pengamatan. Untuk masing-masing, modelnya

$$Y_j = \alpha + \beta X_j + e_j \qquad (10.10)$$

diasumsikan tepat. Dalam Persamaan 10.10, nilai X_j diketahui tetap, αdan β adalah parameter yang tidak diketahui, dan Yj adalah nilai dari variabel random Y yang diamati pada titik tetap variabel tetap X_j.

B. e_j saling independen. Untuk setiap garis, nilai dari e_j berasal dari populasi kontinu yang sama, tetapi dua populasi ini tidak harus sama.

Hipotesis

Kita diberi dua set data, set 1dan set 2. Model yang mendasari set 1 adalah

$$Y_{1j} = \alpha_1 + \beta_1 X_{1j} + e_{1j} \quad j = 1,\ldots.. n, \quad X_{11} \leq X_{12} \leq \ldots\ldots \leq X_{1n1,} \qquad (10.11)$$

dan model untuk set 2 adalah

$$Y_{2j} = \alpha_2 + \beta_2 X_{2j} + e_{2j} \quad j = 1,\ldots.. n, \quad X_{21} \leq X_{22} \leq \ldots\ldots \leq X_{2n2,} \qquad (10.12)$$

Kita dapat menguji hipotesis nol H_o berikut melawan H_1 baik dua sisi dan satu sisi sebagai berikut :

A. (Dua sisi) : H_o : $\beta 1 = \beta 2$ H_1 : $\beta 1 \neq \beta 2$
B. (One- sided) : H_o : $\beta 1 \geq \beta 2$ H_1 : $\beta 1 < \beta 2$
C. (One- sided) : H_o : $\beta 1 \leq \beta 2$ H_1 : $\beta 1 > \beta 2$

Statistik Uji

Untuk menghitung statistic uji, lakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Uji ini membutuhkan sejumlah pasangan observasi di dalam dua kelompok yang sama dan terdapat sejumlah pasangan observasi genap. Akibatnya langkah pertama adalah untuk membuang observasi secara acakdari salah satu atau kedua kelompok yang diperlukan untuk memenuhi persyaratan ukuran sampel.
2. Mengatur jumlah hasil pengamatan di masing-masing kelompok sama dengan 2n.
3. Dari data set 1, bentuk n pasang dari pasangan Xij dengan Xi,j+n, dimana j = 1,2,..., n.
4. Hitung n penduga kemiringan untuk kelompok 1. Mereka memiliki bentuk:
$$U_{1j} = \frac{Y1,j+n - Y1j}{X1,j+n - X1j}, \quad j = 1, 2, 3 \ldots.., n \qquad (10.13)$$
5. Dari data set 2, bentuk n pasang seperti yang dijelaskan pada Langkah 3.
6. Hitung n penduga kemiringan untuk set 2. Mereka memiliki bentuk
$$U_{2t} = \frac{Y2,t+n - Y2t}{X2,t+n - X2t}, \quad t = 1, 2, 3 \ldots.., n \qquad (10.14)$$
7. Secara acak, u_{ij} dipasangkan dengan u_{2t} sehingga setiap u muncul satu kali dan hanya satu pasang
8. Hitung perbedaan n dari formula
$$Z = u_{ij} - u_{2t} \qquad (10,15)$$

Tunjukan perbedaan n dari $Z_l, Z_2, \ldots, Z_n$.

Prosedur dari titik ini identik dengan prosedur untuk menghitung pasangan Wilcoxon yang tepat dan statistik uji tanda peringkat (dijelaskan dalam Bab 4). Dalam hal ini nilai Z mengikuti aturan D pada Bab 4. Langkah-langkah yang tersisa untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut :

9. Peringkat nilai-nilai absolut dari Z dari terkecil hingga terbesar.
10. Tetapkan untuk setiap peringkat hasil, tanda dari perbedaan yang nyata untuk nilai yang dihasilkan peringkat tersebut.
11. Hitunglah :

T_+ = jumlah dari peringkat yang memiliki tanda-tanda positif (10.16)
T_- = jumlah dari peringkat yang memiliki tanda-tanda negatif (10.17)

Statistik ujinya adalah T_+ atau T_-, tergantung pada hipotesis alternatif.

Hubungan

Jika ada hubungan antara |Z|, tetapkan rata-rata nilai yang saling berhubungan dengan peringkatnya.

Aturan Keputusan

Aturan pengambilan keputusan untuk uji ini mengikuti aturan keputusan untuk pasangan Wilcoxon yang tepat dan statistik uji tanda peringkat. Lihat Bab 4 untuk penjelasan selengkapnya dan dasar pemikiran di balik keputusan tersebut. Secara singkat, aturan keputusan yang spesifik untuk tiga set kemungkinan hipotesis adalah sebagai berikut :

A. **(dua sisi)** : Misalkan T menjadi T_+ atau T_-, mana yang lebih kecil. Tolak H_0 pada tingkat signifikansi α jika *T hitung ≤dengan T tabel* untuk *n* dan *α/2* yang diberikan dalam Tabel A.3.

B. **(satu sisi)** : Ingat bahwa setiap Z = u_{ij}-u_{2t}, adalah perbedaan antara penduga kemiringan yang dihitung dari sampel 1 data dan penduga kemiringan yang dihitung dari sampel 2data. Ketika $\beta 1 < \beta 2$, penduga yang dihitung dari sampel 1 data cenderung lebih kecil daripada yang dihitung dari sampel 2 data. Situasi ini menghasilkan lebih banyak nilai negatif Z, yang pada gilirannya menyebabkan nilai T_-besar. Ketika T_- besar, T_+ kecil. Nilai T_+ yang kecil (dan nilai-nilai yang besar dari T_-) cenderung mendukung hipotesis alternatif. Nilai T_+ yang cukup kecil menyebabkan kita menolak Ho. Oleh karena itu tolak Ho pada tingkat signifikasi α jika nilai *T hitung ≤T* tabel untuk *n* dan *α*(satu sisi) yang diberikan dalam Tabel A.3.

C. **(satu sisi)** : Ketika $\beta 1 > \beta 2$, penduga yang dihitung dari sampel 1 data yang cenderung lebih besar dibanding yang dihitung dari sampel 2 data. Situasi ini menyebabkan nilai-nilai positif dari Z, yang pada gilirannya menyebabkan nila T_+ membesar ketika T_+ besar, T_- kecil. Akibatnya nilai yang kecil dari T_- (nilai yang besar dari T_+) cenderung mendukung hipotesis alternatif dan menyebabkan kita menolak Ho. Tolak ho pada tingkat signifikansi α jika nilai *T hitung ≤ T tabel* untuk *n* dan *α* (satu sisi) yang diberikan dalam Tabel A.3

Contoh 10.7

Ketika primata digunakan dalam penelitian, sering kali diperlukan untuk mengetahui umur dari hewan tersebut. Reed (E 11) mengumpulkan pengukuran tengkorak, moncong, tulang panjang, dan perkembangan gigi pada *Papio cyocephalus babo*. Dia menggunakan data ini, yang dikumpulkan selama lima tahun, untuk mengembangkan hubungan regresi antara ukuran ini dan usia. Reed menyimpulkan berdasarkan hasil bahwa pertumbuhan dan perkembangan mulut dan pertumbuhan humerus menghasilkan alat yang akurat untuk menentukan usia babon dari lahir sampai 60 bulan. Bagian data Reed ditunjukkan dalam Tabel 10.13.

TABEL 10.13

Umur dalam bulan, dan jumlah tengkorak, moncong, dan ukuran tulang panjang, dalam milimeter, untuk Papio cynocephalus babon laki-laki dan perempuan

Male	Sum (x)	Age (y)	Female	Sum (x)	Age (y)
1	175	1.36	1	175	1.58
2	183	2.2	2	183	2.48
3	190	3.05	3	190	3.4
4	200	4.45	4	200	4.92
5	211	6.19	5	211	6.87
6	220	7.78	6	220	8.66
7	230	9.7	7	230	10.86
8	239.5	11.66	8	239.5	13.14
9	245.5	12.96	9	245.5	14.67
10	260	16.33	10	260	18.68
11	271.5	19.21	11	271.5	22.14
12	284	22.52	12	284	26.18
13	291	24.46	13	291	28.57
14	302.5	27.78	14	302.5	32.68
15	314	31.25	15	314	37.03
16	318.5	32.65	16	318.5	38.8
17	327	35.36	17	327	42.22
18	337	38.65			
19	345.5	41.52			
20	360	46.61			
21	375	52.1			
22	384.5	55.69			
23	397	60.55			
24	411	66.18			
25	419.5	69.68			
26	428.5	73.47			
27	440	78.41			
28	454.5	84.81			

Sumber : O. M. Reed. *"Papio Cynocephalus Age Determinations. " Amer. J. Phys. Anthropol.*, 38 (1973), 309-314.

Data ini berasal dari koloni di Afrika yang ada di barat daya Yayasan Penelitian dan Pendidikan, San Antonio, Texas. Kita ingin mengetahui apakah kita dapat menyimpulkan bahwa kemiringan menggambarkan hubungan linier antara jumlah tengkorak, moncong, dan pengukuran tulang panjang dan usia untuk laki-laki berbeda dari yang untuk wanita.

Hipotesis

$H_0 : \beta_M = \beta_F$, $H_1 : \beta_M \neq \beta_F$

Statistik Uji

1. Untuk mendapatkan jumlah pasangan observasi dalam setiap kelompok dan ukuran kelompok yang sama, kita harus membuang 1 pasang pengamatan dari kelompok betina dan 12 pasang pengamatan dari kelompok jantan secara acak. Setelah kita melakukan ini, kita dapat menyusun 16 observasi yang tersisa untuk setiap kelompok dalam urutan dari besarnya nilai x. Ini ditunjukkan pada Tabel 10.14.

TABEL 10.14

Umur, dalam bulan, dan jumlah tengkorak, moncong, dan ukuran-tulang panjang,Dalam milimeter, untuk jantan dan betina *Papio cynocephalus baboons*

Juml ah	Umur betina	(Y)	Juml ah	U mu
200.	4.45		175.	1.5
211.	6.19		183.	2.4
220.	7.78		190.	3.4
230.	9.70		200.	4.9
239.	11.66		211.	6.8
260.	16.33		220.	8.6
291.	24.46		23S.	13.
314.	31.25		245.	14.
327.	35.36		260.	18.
345.	41.52		271.	22.
360.	46.61		284.	26.
384.	55.69		291.	28.
397.	60.55		302.	32.

411.	66.18	314.	37
428.	73 47	318.	38
440.	78.41	327.	42

Sumber: O. M. Reed, "Papio Cynocephalus Age Determinations," Amer. J. Phys. Anthropol., 38 (1973). 309 – 314.

2. Sekarang kita punya $2n = 16$.
3. Since $n = 8$, kita pasangkan $X_{1.1}$ dengan $X_{1.9}$, $X_{1.2}$ with $X_{1.10}$ dan seterusnya sampai $X_{1.8}$dan $X_{1.16}$
4. Sekarang kita membentuk delapan slope estimator untuk kelompok 1.

$$u_{11} = \frac{Y_{1.9} - Y_{1.1}}{X_{1.9} - X_{1.1}} = \frac{35.36 - 4.45}{327.0 - 200.0} = 0{,}243$$

$$u_{12} = \frac{Y_{1.10} - Y_{1.2}}{X_{1.10} - X_{1.2}} = \frac{41.52 - 6.19}{345.5 - 211.0} = 0{,}263$$

$$u_{13} = \frac{Y_{1.11} - Y_{1.3}}{X_{1.11} - X_{1.3}} = \frac{46.61 - 7.78}{360.0 - 220.0} = 0{,}277$$

$$u_{14} = \frac{Y_{1.12} - Y_{14}}{X_{1.12} - X_{1.4}} = \frac{55.69 - 9.70}{384.5 - 230.0} = 0{,}298$$

$$u_{15} = \frac{Y_{1.13} - Y_{1.5}}{X_{1.13} - X_{1.5}} = \frac{60.55 - 11.66}{397.0 - 239.5} = 0{,}310$$

$$u_{16} = \frac{Y_{1.14} - Y_{1.6}}{X_{1.14} - X_{1.6}} = \frac{66.18 - 16.33}{411.0 - 260.0} = 0{,}330$$

$$u_{17} = \frac{Y_{1.15} - Y_{1.7}}{X_{1.15} - X_{1.7}} = \frac{73.47 - 24.46}{428.5 - 291.0} = 0{,}356$$

$$u_{18} = \frac{Y_{1.16} - Y_{1.8}}{X_{1.16} - X_{1.8}} = \frac{78.41 - 31.25}{440.0 - 314.0} = 0{,}374$$

5. Dari data kelompok 2 (perempuan) kita pasangkan $X_{2.1}$ dengan$X_{2.9}$, $X_{2.2}$ dengan $X_{2.10}$, dan seterusnya hingga $X_{2.8}$ dengan $X_{2.16}$
6. kemudian kita memperoleh delapan *slope* estimator untuk grup 2.

$$u_{21} = \frac{Y_{2.9} - Y_{2.1}}{X_{2.9} - X_{2.1}} = \frac{18.68 - 1.58}{260.0 - 175.0} = 0{,}201$$

$$u_{22} = \frac{Y_{2.10} - Y_{2.2}}{X_{2.10} - X_{2.2}} = \frac{22.14 - 2.48}{271.5 - 183.0} = 0{,}222$$

$$u_{23} = \frac{Y_{2.11} - Y_{2.3}}{X_{2.11} - X_{2.3}} = \frac{26.18 - 3.40}{284.0 - 190.0} = 0{,}242$$

$$u_{24} = \frac{Y_{2.12} - Y_{2.4}}{X_{2.12} - X_{2.4}} = \frac{28.57 - 4.92}{291.0 - 200.0} = 0{,}260$$

$$u_{25} = \frac{Y_{2.13} - Y_{2.5}}{X_{2.13} - X_{2.5}} = \frac{32.68 - 6.87}{302.5 - 211.0} = 0{,}282$$

$$u_{26} = \frac{Y_{2.14} - Y_{2.6}}{X_{2.14} - X_{2.6}} = \frac{37.03 - 8.66}{314.0 - 220.0} = 0{,}302$$

$$u_{27} = \frac{Y_{2.15} - Y_{2.7}}{X_{2.15} - X_{2.7}} = \frac{38.80 - 13.14}{318.5 - 239.5} = 0{,}325$$

$$u_{28} = \frac{Y_{2.16} - Y_{2.8}}{X_{2.16} - X_{2.8}} = \frac{42.22 - 14.67}{327.0 - 245.5} = 0{,}338$$

7. Pasangan acak dari $u_{1j}'s$ dan $u_{2t}'s$ menghasilkan pasangan berikut.
8. Perbedaan antara anggota pasangan ini memberikan nilai Z dibawah ini

Z_1 = 0.298-0.201 = 0.097 | Z_5 = 0.374-0.282 = 0.092

Z_2 = 0.243-0.260 = -0.017 | Z_6 = 0.356-0.222 = 0.134

Z_3 = 0.330-0.325 = 0.005 | Z_7 = 0.263-0.338 = -0.075

Z_4 = 0.310-0.242 = 0.068 | Z_8 = 0.277-0.302 = -0.025

9, 10. Langkah-langkah 9 dan 10 dirangkum dalam Tabel 10.15.

TABEL 10.15

Rangkuman Langkah-langkah 9 dan 10 untuk Contoh 10.7

Z_i	$\|Z\|$	Ranking dari $\|\|Z_i\|$	Tanda ranking
0.097	0.097	7	+ 7
-0.017	0.017	2	-2
0.005	0.005	1	+ 1
0.068	0.068	4	+ 4
0.092	0.092	6	+6
0.134	0.134	8	+8
-0.075	0.075	5	-5
-0.025	0.025	3	-3

11. Dari entri dalam kolom terakhir dari Tabel 10.15, kita menghitung $T_+ = 26$ dan $T_- = 10$.

Keputusan

Karena $T\_ = 10$ adalah lebih kecil dari jumlah yang dihitung pada Langkah 11, kita mengatur $T = 10$. Jika kita memasuki Tabel A.3 dengan $n = 8$, kita menemukan bahwa, ketika H0 benar, kemungkinan nilai T seekstrim 10 adalah 2 (0,1563) = 0,3162 (probabilitas dua sisi). Kita menyimpulkan bahwa data ini tidak memberikan bukti yang meyakinkan yang mendukung hipotesis alternatif bahwa dua garis regresi linier populasi memiliki *slope* yang berbeda.

Pendekatan Sampel Besar

Bila n lebih besar dari 30, kita tidak dapat menggunakan Tabel A.3. Bila n lebih besar dari 20, kita dapat menggunakan pendekatan normal diberikan untuk

Uji Wilcoxon dalam BAB 4 yaitu, kita hitung n

$$Z = \frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Untuk *n* besar, z diasumsikan berdistribusi normal standar.

Power Effeciency

Sifat uji Hollander untuk paralelisme adalah dibahas oleh Hollander (T50) dan Hollander dan \ Volfe (T5L). Karena Hollander (T50) menunjukkan, dua kelemahan tes-nya untuk paralelisme adalah ketergantungan pada randomisasi yang tidak relevan dan persyaratan ukuran sampel yang sama.

BACAAN LEBIH LANJUT

Sebuah metode distribusi bebas untuk membuat kesimpulan tentang perbedaan lereng dua garis regresi yang tidak memiliki kelemahan dari pengacakan asing diusulkan oleh Rao dan Daley (T52). Metode ini mengasumsikan bahwa data diperoleh dari percobaan yang dirancang dengan konstanta regresi umum. Menurut penulis, perbandingan metode yang diusulkan untuk pesaingnya menunjukkan bahwa metode ini lebih unggul dalam kinerja.

Potthoff (T53) menyediakan metode, analog dengan dua sampel uji Wilcoxon untuk menguji hipotesis bahwa dua garis regresi sederhana adalah setara ketika dua set error memiliki dua sembarang distribusi kontinu yang tidak diketahui.

Sebuah metode skor pangkat dari pengujian hipotesis nol bahwa dua atau lebih parameter kemiringan adalah sama telah dipelajari oleh Sen (T54). Kriteria uji didasarkan pada jajaran individu dari sampel yang berbeda. Dalam model ini *intercept* adalah gangguan parameter. Adichie (T55) telah menunjukkan bahwa untuk kasus khusus di mana *intercept* parameter-parameter, meskipun tidak diketahui, semua sama, tes skor peringkat yang cocok untuk kesetaraan s*lope* parameter mungkin didasarkan pada peringkat simultan dari semua pengamatan. Penulis menunjukkan bahwa uji statistik yang memiliki distribusi asimtotik yaitu chi-square di bawah hipotesis dan noncentral chi-square di bawah sebuah urutan alternatif yang sesuai. Penulis mempertimbangkan efesiensi dan kekuatan dari statistic yang diusulkan.

Rao dan Gore (T56) menyarankan beberapa metode distribusi bebas untuk menguji hipotesis dari kesesuaian dan persetujuan dari dua regresi linear ketika seseorang dapat mengasumsikan bahwa variabel independen sama. Penulis membandingkan-prosedur yang diusulkan dengan pesaing nonparametrik dan teori normal uji –t.

Salama dan Quade (T57) mengusulkan sebuah prosedur untuk membandingkan dua regresi berganda dengan menggunakan ukuran tertimbang korelasi.

Akritas et al. (T58) mempertimbangkan masalah dari mengestimasi *intercept* beberapa garis regresi setelah uji pendahuluan pada paralelisme dari baris. Mereka mengusulkan estimator dari *intercept* dan mempelajari perilaku asimtotik mereka. Para penulis membandingkan prosedur mereka dengan prosedur estimasi konvensional dan mempelajari efisiensi mereka.

Yang juga menarik adalah makalah oleh Chiang (T59) dan Chiang dan Puri (T60).

LATIHAN

10.8 Valentin dan Olesen (E12) menyelidiki 14 pasien (4 laki-laki, 10 perempuan) dengan berbagai penyakit jantung mulai dalam stadium ringan sampai sangat parah.Dalam studi lain, Nillson dan Hultman (E13) menggunakan 19 sukarelawan yang sehat (10 pria, 9 wanita). Usia kelompok pertama berkisar 36-64 tahun, sedangkan usia kelompok kedua berkisar antara 21 sampai 45 tahun. Tinggi dan berat dari kedua kelompok ditunjukkan pada Tabel 10.16. Misalkan X = tinggi badan dan Y = berat badan. Ujilah hipotesis nol bahwa $\beta_1 = \beta_2$

TABEL 1.16

Tinggi, sentimeter, dan berat, kilogram, dari hal subjek berpartisipasi dalam dua investigasi yang berbeda

Pasien jantung		Orang	
Tinggi badan	Berat	Tinggi	Berat
177	61.3	180	79
159	60.4	190	80
154	62.8	196	90
160	63.2	177	62
157	*67.3*	167	62
169	63.2	17C	61
160	45	171	66

180	87.5	163	56
158	47.9	165	52
167	58.9	164	54
154	48.2	168	58
176	63.3	185	84
155	61.3	180	83
158	59.3	185	64
		185	64
		157	52
		162	57
		165	65
		171	57

Sumber: Cardiac patients: N. Valentin and K. H. Olesen, "Muscle Electrolytes and Total Exchangeable Electrolytes in Patients with Cardiac Disease," Scant*. *J. Clin. Lab. Invest. 32* (1973), 161-166. Healthy volunteers: L- H:Son Nillson and E. Hultman, "Liver Glycogen in Man—The Effect of Total Starvation or a Carbohydrate-Poor Diet Followed by Carbohydrate Refeeding," Scand. *J. Clin. Lab. Imtst.,* 32 (1973). 325-330 Used by permission of Universitetsforlaget, Oslo.

10.9 Bond (E14) mempelajari 45 pasien yang menjalani operasi besar pada vagina. Dua puluh memiliki epidural analgesia ditambah sedasi, dan 25 memiliki analgesia epidural bersama-sama dengan cahaya halotan anaes-thesia. Pasien dipilih secara acak untuk dimasukkan dalam kelompok lainnya. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menguji signifikansi dari tingkat tekanan darah pada kehilangan darah dalam operasi besar vagina. Tabel 10.17 menunjukkan, untuk setiap kelompok, jumlah kehilangan darah (Y) dan rata –rata tekanan darah sistolik yang digunakan dinyatakan sebagai persentase dari angka sebelum operasi (X).Dapatkah kita menyimpulkan atas dasar data ini bahwa slope dari garis regresi ini menggambarkan hubungan linier antara dua variabel yang berbeda dalam dua kelompok?

TABEL 1.17

Data dua kelompok pasien yang menjalani operasi besar vagina

Hanya bagian epidural pinggang			**Bagian epidural pinggang + halotan**		
Rata-rata penggunaan SBP			**Rata-rata Penggunaan SBP**		
Pasien	**Persentase sebelum digunakan**	**Darah yang hilang (ml)**	**Pasien**	**Persentase sebelum digunakan**	**Darah yang hilang (ml)**

1	75	260	7	54	223
2	80	179	2	71	175
3	67	338	3	50	19
4	83	302	4	72	120
5	74	179	5	56	133
6	79	52	6	67	111
7	60	347	7	57	219
8	69	105	8	56	266
9	90	307	9	53	50
10	58	263	10	63	194
11	58	61	11	62	203
12	75	181	72	62	150
13	67	38	13	BC	79
14	67	201	14	41	420
15	88	370	15	73	515
16	60	178	76	83	270
17	62	61	17	65	124
18	100	95	18	58	275
19	68	273	19	63	288
20	85	204	20	54	46
			21	73	64
			22	47	89
			23	50	73
			24	62	93
			25	53	70

Sumber A G BonC. Conduction Anaesthesia. Blood Pressure and Haemorrhage.' *Br.J. Anaesthesia.* 41(1969).942-945

10.10 Sebagai bagian dari proyek penelitian diabetes, Raskin dkk. (E15) mengumpulkan data tentang usia dan lebar paha membran otot kapiler basement (QCBMI) untuk subjek-subjek diabetes dan nondiabetes ditunjukkan pada Tabel 10.18. Para penulis menunjukkan bahwa analisa morfometri lebar QCBM telah banyak digunakan untuk mengevaluasi kehadiran dan waktu dari onset diabetes microangiopathy. Tentukan apakah kita dapat menyimpulkan bahwa *slope* untuk regresi linier lebar QCBM pada usia lebih besar pada kelompok diabetes.

TABEL 10.18

Usia dan lebar membran basal dalam dua kelompok subjek

	Subjek nondiabetes								
Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Umur, tahun	1	1	1	2	2	2	3	5	5
Lebar membran terbawah (A)	982	863	869	589	889	763	1159	991	793
Case	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Umur, tahun	6	7	7	10	12	12	12	12	12
Lebar membran terbawah (A)	1104	930	893	790	861	862	781	1163	960
Case	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Umur, tahun	12	12	13	14	14	15	15	15	16
Lebar membran terbawah (A)	1010	758	850	1042	841	768	1182	1178	952
Case	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Umur, tahun	17	19	20	20	21	21	22	23	23
Lebar membran terbawah (A)	1141	848	1413	1424	1116	902	797	923	1076
Case	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Umur, tahun	23	23	24	24	24	25	25	25	25
Lebar membran terbawah (A)	1167	940	1252	1111	775	772	1145	1019	1603
Case	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Umur, tahun	26	26	26	27	27	27	28	28	28
Lebar membran terbawah (A)	964	1241	1010	1278	1347	1468	1092	1065	1126
Case	55	56	57	58					
Umur, tahun	30	30	30	30					
Lebar membran terbawah (A)	1286	1161	1129	967					

	Pasien Diabetes								
Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Umur, tahun	4	4	4	5	6	7	7	8	8
Lebar membran terbawah (A)	768	887	859	1009	969	780	1099	1152	1142
Case	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Umur, tahun	8	8	8	8	8	9	9	9	10
Lebar membran terbawah (A)	824	1297	1255	1260	694	940	880	1345	801
Case	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Umur, tahun	10	11	11	11	11	11	12	12	12
Lebar membran terbawah (A)	713	1347	1459	1718	1245	1891	1619	733	995
Case	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Umur, tahun	12	13	14	14	14	14	15	15	15
Lebar membran terbawah (A)	894	1037	1139	1297	1280	1020	862	1077	1558
Case	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Umur, tahun	15	15	16	16	17	17	18	18	18
Lebar membran terbawah (A)	1852	927	1897	1210	911	1155	1774	1155	1558
Case	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Umur, tahun	19	20	20	21	21	21	22	22	22
Lebar membran terbawah (A)	2655	3339	1522	1957	3095	2779	1858	4022	1133

Case	55	56	57	58	59	60	61	62	63
Umur, tahun	23	24	24	25	25	25	27	28	28
Lebar membran terbawah (A)	2455	1991	3335	3002	1447	2024	4756	1778	2620
Case	64	65	66	67					
Umur, tahun	29	30	30	30					
Lebar membran terbawah (A)	1517	1771	2021	1718					

Sumber: Philip Raskin, James F.Marks. Henry Burns, Jr., Mary Ellen Plumer, and Marvin D. Siperstein, "Capilary Basement Membrane Width in Diabettic Children. "Amer. J. Med, 58 (1975). 365 – 372.

10.15

ESTIMATOR DAN SELANG KEPERCAYAAN UNTUK PERBEDAAN ANTARA SLOPE PARAMETER

Hollander dan Wolfe (T5 1) mengusulkan prosedur untuk memperkirakan perbedaan antara slope dua garis regresi populasi. Kami dapat menunjuk Parameter ini $\theta = \beta_1 - \beta_2 0 =$ dimana β_1 *dan* β_2 adalah slope dari dua garis regresi populasi Prosedur ini didasarkan pada uji Hollander untuk paralelisme yang dijelaskan dalam 10.4, asumsi dan model untuk uji berlaku. Kami memperoleh estimasi sebagai berikut.

1. Carilah nilai-nilai Z seperti yang dijelaskan pada Langkah 8 dari Bagian 10.4.
2. Hitunglah nilai n(n + 1)/2 dari $(Z_i + Z_J)$ / 2, di mana i ≤ j, dan nilai j antara 1 dan n, inklusif.
3. Hitung estimator $\theta = \beta_1 - \beta_2$ dengan

$$\hat{\theta} = median \left\{\frac{Z_i + Z_j}{2}\right\}, \qquad i \le j \qquad \textbf{(10.19)}$$

Prosedur ini sama seperti yang dijelaskan dalam Bab 4 untuk menemukan suatu estimator dari perbedaan median berdasarkan uji Wilcoxon.

Contoh 10.8

Untuk menggambarkan perhitungan $\hat{\theta}$, kita perhatikan Contoh 10.7.

Contoh 10.8 Kita ingin memperkirakan perbedaan antara β_M *and* β_F, *slope* garis regresi linier populasi menggambarkan hubungan antara pengukuran tulang tertentu dan usia masing masing pada babun jantan dan betina.

1. Nilai adalah 0.097, -0.017,0.005, 0.068,0.092, 0.134, -0,075, dan -0,025.
2. Nilai $\mathrm{n}(\mathrm{n}+1)/2 = 36$ dari $(Z_i + Z_J)$ / 2, $i \leq j$, tersusun dalam urutan yang besarnya adalah

-0.0750	-0.0170	0.0110	0.0365	0.0585	0.0945
-0.0500	-0.0100	0.0215	0.0375	0.0680	0.0970
-0.0460	-0.0060	0.0255	0.0400	0.0695	0.1010
-0.0350	-0.0035	0.0295	0.0485	0.0800	0.1130
-0.0250	0.0060	0.0335	0.0510	0.0825	0.1155
-0.0210	0.0085	0.0360	0.0545	0.0920	0.1340

3. Esimasi dari perbedaan slope antar populasi adalah median dari 36 nilai di atas, yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{0{,}0360 + 0{,}0365}{2} = 0{,}03625$$

Selang kepercayaam untuk $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\beta_1} - \boldsymbol{\beta_2}$

Hollander dan Wolfe (T51) menjelaskan sebuah prosedur untuk membentuk sebuah simetris, dua-sisi 100 (1-α)% selang kepercayaan untuk $\theta = \beta_1 - \beta_2$. Prosedur ini didasarkan pada uji Hollander untuk kesesuaian yang dijelaskan dalam Bagian 10.4, dan model dan asumsi pengujian yang digunakan. Prosedur ini terdiri dari langkah-langkah berikut:

1. Carilah nilai-nilai Z seperti yang dijelaskan pada Langkah 8 dari bagian 10.4.
2. Hitunglah nilai $\mathrm{n}(\mathrm{n}+1)/2$ dari $(Z_i + Z_J)$ / 2, di mana i ≤ j, dan nilai j antara 1 dan n, inklusif. Susunlah rata-rata menurut besarnya dari terkecil hingga terbesar.
3. Cari di Tabel A.3 ukuran sampel dan nilai yang sesuai dari P sebagaimana ditentukan oleh tingkat kepercayaan yang diinginkan. Ketika (1-α) adalah tingkat kepercayaan, P $= \alpha$ / 2. Ketika nilai sebenarnya dari α / 2 tidak dapat ditemukan pada Tabel A.3, ambil nilai-nilai terdekat atau salah satu nya lebih besar atau lebih kecil dari a / 2, tergantung pada apakah selang sedikit lebih lebar atau sedikit lebih sempit dari yang diinginkan lebih dapat diterima

4. Point terakhir dari interval kepercayaan yang adalak nilai terkecil ke-K dan nilai terbesar ke –K dari $(Z_i + Z_J)\ /\ 2$. K = T + 1, di mana T adalah nilai dalam kolom berlabel T sesuai dengan nilai P yang dipilih pada Langkah 3.

Prosedur ini sama dengan yang dijelaskan dalam Bab 4 untuk menemukan selang kepercayaan untuk perbedaan median berdasarkan uji Wilcoxon.

Contoh10.9

Untuk menggambarkan bentuk dari selang kepercayaan untuk $\beta_1 - \beta_2$, mari kita simak lagi data dari Contoh 10.7. kita buat sebuah selang kepercayaan 95% untuk $\beta_1 - \beta_2$.

1. Nilai-nilai Z diberikan pada Langkah I Contoh 10.8.
2. Susunan yang terurut dari nilai $(Z_i + Z_J)\ /\ 2$ diberikan pada Langkah 2 dalam Contoh 10.8.
3. Kita lihat Tabel A.3 dengan n = 8. Karena kepercayaan kita adalah 0,95 = (I-0,05), $\propto = 0{,}05$ dan $\propto/2 = 0{,}025$. Pada Tabel A.3, untuk n = 8, nilai Pyang paling dekat dengan 0.025 adalah 0,0273. Oleh karena itu, untuk contoh ini, T=4, dan A = 4 + I = 5.
4. Batas bawah dari selang kepercayaan kita adalah. nilai kelima terkecil dari nilai $(Z_i + Z_J)\ /\ 2$, dan batas atasnya adalah nilai terbesar kelima. Jadi, batas bawah selang kepercayaan nya adalah -0,0250 dan batas atas adalah 0,0970. Dengan tingkat kepercayaan 100 [1- 2 (0,0273)] = 94,5% kita percaya bahwa perbedaan antara *slope* dalam populasi adalah 0,0250 dan 0,0970.

BACA LEBIH LANJUT

Hollander dan Wolfe (T51) menjelaskan bahwa suatu estimator yang terkait dengan uji kesesuaian yang diusulkan oleh PotthoiT (T53).

LATIHAN

10.11 Lihat Latihan 10,8. Hitung 9, dan membangun sebuah interval kepercayaan 95% perkiraan untuk perbedaan antara *slope*

10.12 Lihat Latihan 10,9. Hitung$\dot{\theta}$. dan buatlah sebuah perkiraan selang kepercayaan 95% untuk perbedaan antara *slope*.

10.13 Lihat Latihan 10.10. Hitung $\dot{\theta}$. dan buatlah sebuah perkiraan selang kepercayaan 95% untuk perbedaan antara *slope*.

10.6

PROGRAM KOMPUTER

Sebuah BASIS program komputer yang ditulis oleh Smith et al. (T61) memungkinkan pengguna untuk menghitung perkiraan titik *slope* dan *intercept* dari garis regresi sampel, uji hipotesis tentang *slope* dan *intercept* parameter, membuat selang kepercayaan untuk *slope* populasi, melakukan uji untuk kesesuaian dua garis regresi, dan membuat selang l kepercayaan untuk perbedaan antara dua *slope* parameter. Program komputer lain yang tersedia untuk analisis regresi nonparametrik termasuk yang ditulis oleh Rock and Duffy (T62) dan Woosley (T63).

REVIEW LATIHAN

10.14 Sebagai bagian dari proyek penelitian, spesialis membaca mengumpulkan data pada IQ dan membaca-test skor ditunjukkan pada Tabel 10.19. Gunakan metode Theil untuk membangun interval kepercayaan 95% untuk β.

TABEL 10.19

Skor tes membaca dan IQ dari tujuh murid kelas sembilan

Murid	1	2	3	4	5	6	7
Skor membaca	47	48	44	49	46	56	50
IQ	110	100	105	95	103	120	115

10.15 Tabel 10.20 menunjukkan skor mengukur kemampuan membaca dan kemampuan intelektual dari 12 junior SMA. Dengan menggunakan metode Theil, ujila h hipotesis nol bahwa $\beta = 0$.

TABEL 10.20

Skor Kemampuan membaca dan Intelektual dari 12 murid SMA

Murid	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Kemampuan membaca	223	207	231	222	221	208	215	189	201	193	211	191
Kemampuan Intelektual	105	103	106	109	101	100	99	94	91	95	98	92

10.16 Tabel 10.21 menunjukkan pengeluaran untuk pemeliharaan peralatan dan laba bersih sebelum pajak untuk sampel acak dari 10 perusahaan bisnis. Semua angka adalah dalam ribuan dolar. Gunakan metode Theil untuk menguji hipotesis nol bahwa$\beta = 0$

TABEL 10.21

Belanja pemeliharaan peralatan (X) dan laba bersih sebelum pajak (Y) untuk 10 perusahaan bisnis

X	13	17	29	28	40	37	41	26	24
Y	15	21	18	14	22	23	24	16	17

10.17 Gunakan Metode Theil untuk membuat selang kepercayaan 95% pada Latihan 10,16.

10.18 Tabel 10.22 menunjukkan skor pada tes kreativitas dan kemandirian yang diuji pada sampel anak laki-laki SMP dan perempuan. Apakah data memberikan bukti yang cukup untuk menunjukkan bahwa *slope* dari dua garis regresi berbeda?

TABEL 10.22

Kreativitas dan kemandirian skor untuk sampel anak laki-laki SMP dan perempuan

Laki-laki												
Kreatifitas (X)	85	86	83	92	81	76	65	99	93	66	73	63
Kemandirian (Y)	78	57	80	83	68	69	54	92	78	63	62	60
Perempuan												
Kreatifitas (X)	75	57	87	80	91	99	81	93	58	72	76	
Kemandirian (Y)	70	37	76	59	84	73	69	74	45	54	62	

10.19 Sebuah pabrik ingin mempelajari hubungan antara usia (X) dan biaya pemeliharaan (Y) dari jenis mesin tertentu. Dikumpulkan data yang ditunjukkan pada Tabel 10.23. Gunakan metode Brown-mood untuk menemukan *slope* dan *intercept*.

TABEL 10.23

Data untuk Latihan 10.19

X	8	6	2	1	2	6	3	1	2	5	7	5
Y	106	121	48	31	59	127	71	26	53	72	126	68
X	9	1	3	6								
Y	136	22	76	110								

10.20 Lihat Latihan I0.19. Gunakan metode Brown-mood untuk menguji hipotesis nol bahwa$\alpha = 25$ dan $\beta = 12$. Gunakan tingkat signifikansi 0,05. Tentukanlah nilai *P.*

10.21 Dalam sebuah studi tentang hubungan antara biaya perbaikan (Y) dan WAKTU perbaikan dalam seperseribu dari satu jam dalam perbaikan item yang dikembalikan pelanggan, produsen mengumpulkan data yang ditunjukkan pada

Tabel 10.24. Gunakan metode Theil untuk menguji hipotesis nol bahwa β tidak lebih besar daripada I.

TABEL 10.24

Data untuk Latihan 10.21

X	162	166	143	159	205	211	128	164	163
Y	13.83	13.49	12.18	15.99	24.24	19.76	15.51	13.77	16.25
X	202	126	184	125	162	177			
Y	18.87	13.77	13.01	11.82	12.54	12.96			

10.22 Lihat Latihan 10.21. Buatlah selang kepercayaan 95% untuk β.

10.23 Sebuah toko rantai eceran ingin mempelajari hubungan antara usaha periklanan (X) dan volume penjualan (Y). Dua penelitian dilakukan, satu di musim semi dan lainnya pada musim gugur tahun yang sama. Data (kode untuk kemudahan perhitungan) untuk dua studi, yang berlangsung selama 10 minggu, ditunjukkan pada Tabel 10.25. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa *slope* dari dua garis regresi menggambarkan hubungan linier antara dua variabel yang berbeda dalam dua studi?

TABEL 10.25

Data untuk Latihan 10.23

	Musim Semi							
X	160	140	40	80	160	100	80	40
Y	120	100	60	80	120	80	80	60
X	165	145						
Y	130	105						
	Musim Gugur							
X	30	50	60	90	50	30	80	90
Y	35	45	50	65	50	40	55	70
X	90	80						
Y	70	70						

10.24 Lihat Latihan 10.23. Buatlah selang kepercayaan 95% untuk perbedaan antara *slope* populasi.

REFERENSI

T1 Brown, G. W., and A. M. Mood, "On Median Tests for Linear Hypotheses." in Jerzy Neyman (ed.), *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability,* Berkeley and Los Angeles: The University of California Press, 1951, 159-166.

T2 Mood, A. M., *Introduction to the Theory of Statistics,* New York: McGraw-Hill, 1950.

T3 Theil, H., "A Rank-Invariant Method of Linear and Polynomial Regression Analysis. III." *Nederl. Akad. Wetensch. Proc.. Ser. A,* 53 (1950), 1397-1412.

T4 Tate. Merie W.. and Richard C. Clelland. *Konparametric and Shortcut Statistics in the Social. Biological, imd Medical Sciences.* Danville. 111.: Interstate Printers and Publishers,1957.et.

T5 Theil, H.. "A Rank-Invariant Method of Linear and Polynomial Regression Analysis. I," *|ederl. Akad. Wetensch. Proc.. Ser. A,* 53 (1950). 386-392.

T6 Sen. P. K.. "Estimates of the Regression Coefficient Based on Kendall's Tau," *J. Amer. Statist. a.<sm.,* 63(1968). 1379 1389.

T7 Hill, Brucf Marvin, "A Test of Linearity versus Convexity of a Median Regression Curve," *Ann. Math. Statist..* 33 (1962), 1096 1123.

T8 Adichie, J.. "Estimation of Regression Parameters Based on Rank Tests," *Ann. Math. Statist.,* 38(1967), S94 904.

T9 Kildea. Daniel G. *Median Estimators fur Regression Models— The Brown-Mood Approach,* doctoral thesis. Bundoora, Victoria, Australia: Department of Mathematical Statistics, School of Physical Sciences. La Trobe University, 1978.

T10 Kildea, D. G., "Brown Mood Type Median Estimators for Simple Regression Models," *Ann.* S/arur. 9 (1980,438 442.

T11 Domahski, C.. "Notes on the Thei! Test for the Hypothesis of Linearity for the Model with Two Explanatory Variabels." in B. V. Gnedenko, M. L. Puri, and I. Vincze (ed.), *Nonpara-mctric Statistical Inference,* Vol. I, Amsterdam: North-Holland, 1980, pp. 213-220.

T12 Gross, Shulamith T., and Thomas J. Tomberlin. "A Comparison of Non-Parametric Regression Methods." in *ASA Proceedings of the Social Statistics Section,* Washington, D. C.: American Statistical Association, 1983, pp. 549-550.

T13 Hussain, S. S., and P. Sprent. "Non-Parametric Regression," *J. Roy. Statist. Soc., Ser. A,* 146 (1983), 182 -I9l.

T14 Cunningham, James P., "Multiple Monotone Regression," *Psychol. Bull.,* 92 (1982), 791-800.

T75 Andrews. D. F.. "A Robust Method for Multiple Linear Regression," *Technometrics,* 16(1974). 523 531.

T16 Hajek, J.. "Extension of the Kolmogorov -Smirnov Test to Regression Alternatives," in L. L,eCam and J. Neyman (eds.), *Bernoulli, Bayes, Laplace Anniversary Volume,* New York: Springer-Verlag, 1965, 45-60.

T17 Olshen, R. A., "Sign and Wilcoxon Tests for Linearity," *Ann. Math. Statist.,* 38 (1967), 1759-1769.

718 Cleveland. William S.. and Robert McGill. "The Many Faces of a Scatterplot," *J. Amer. Statist. Assoi..* 79 (1984). 807 -822.

T19 Adichie. J. N. "Asymptotic Efficiency of a Class of N'onparametric Tests for Regression Parameters." *Ann. Math. Statist..* 38 (I967|. 884-893.

T20 Daniels. HE. "A Distribution-Free Test for Regression Parameters," *Ann. Math. Statist.,* 25 (1954). 449 513.

T21 Hogg. Robert V. and Ronald H. Randies. "Adaptive Distribution-Free Regression Methods and Their Applications." *Technomeiriai.* I" (1975). 399 407.

T22 Ghosh. M.. and P. Sen. "On a Class of Rank Order Tests for Regression With Partially Informed Stochastic Predictors." *Ann. Math. Statist..* 42 (1971), 650- 661.

T23 Jureckova. J.. "Asymptotic Linearity of a Rank Statistic in Regression Parameter," *Ann. Math.* Sw/m..40(l969)."l889-l900.

T24 Jureckova, Jane. "Monparametric Estimate of Regression Coefficients," *Ann. Math. Statist.,* 42 (1971). 1328 1338.

LAMPIRAN:

TABEL

TABEL A.1 Distribusi binomial
TABEL A.2 Distribusi normal standar
TABEL A.3 Uji tanda Wilcoxon
TABEL A.4 Confidence limits for proportion
TABEL A.5 Batas bawah *r* pada uji run
TABEL A.6 Batas atas *r* pada uji run
TABEL A.7 Kuantil Uji Statistik Mann-Whitney
TABEL A.8 Upper tail probability untuk distribusi null Ansari-Bradley W
TABEL A.9 Pendekatan nilai kritis C_α untuk uji Hollander
TABEL A.10 Kontingensi 2 x 2
TABEL A.11 Distribusi chi-square
TABEL A.12 Nilai kritis Uji Kruskall-Wallis
TABEL A.13 Nilai kritis J, uji Jockheere-Terpstra
TABEL A.14 Koefisien Kendall
TABEL A.15 Nilai kritis dari minimum r_j untuk perbandingan k treatment terhadap 1 kontrol pada sejumlah b observasi(uji one-tail)
TABEL A.16 Nilai kritis dari minimum$_j$ untuk perbandingan k treatment terhadap 1 kontrol pada sejumlah b observasi(uji two-tail)
TABEL A.17 Nilai kritis terpilih dari L
TABEL A.18 Kuantil uji Kolmogorov
TABEL A.19 Nilai kritis uji Liliefors
TABEL A.20 Kuantil uji Smirnov
TABEL A.21 Nilai kritis koefisien korelasi Spearmen
TABEL A.22 Probabilitas dari jumlah nilai absolut sama atau lebih besar dari S ketika sampel n diambil dari populasi yang tidak berhubungan
TABEL A.23 Estimasi kuantil koefisien korelasi Kendall

TABLE A.1 **Binomial probability distribution**

$$P(r \mid n, p) = \binom{n}{r} p^r q^{n-r}$$

$n = 1$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9900	.9800	.9700	.9600	.9500	.9400	.9300	.9200	.9100	.9000
1	.0100	.0200	.0300	.0400	.0500	.0600	.0700	.0800	.0900	.1000
	.11	**.12**	**.13**	**.14**	**.15**	**.16**	**.17**	**.18**	**.19**	**.20**
0	.8900	.8800	.8700	.8600	.8500	.8400	.8300	.8200	.8100	.8000
1	.1100	.1200	.1300	.1400	.1500	.1600	.1700	.1800	.1900	.2000
	.21	**.22**	**.23**	**.24**	**.25**	**.26**	**.27**	**.28**	**.29**	**.30**
0	.7900	.7800	.7700	.7600	.7500	.7400	.7300	.7200	.7100	.7000
1	.2100	.2200	.2300	.2400	.2500	.2600	.2700	.2800	.2900	.3000
	.31	**.32**	**.33**	**.34**	**.35**	**.36**	**.37**	**.38**	**.39**	**.40**
0	.6900	.6800	.6700	.6600	.6500	.6400	.6300	.6200	.6100	.6000
1	.3100	.3200	.3300	.3400	.3500	.3600	.3700	.3800	.3900	.4000
	.41	**.42**	**.43**	**.44**	**.45**	**.46**	**.47**	**.48**	**.49**	**.50**
0	.5900	.5800	.5700	.5600	.5500	.5400	.5300	.5200	.5100	.5000
1	.4100	.4200	.4300	.4400	.4500	.4600	.4700	.4800	.4900	.5000

$n = 2$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9801	.9604	.9409	.9216	.9025	.8836	.8649	.8464	.8281	.8100
1	.0198	.0392	.0582	.0768	.0950	.1128	.1302	.1472	.1638	.1800
2	.0001	.0004	.0009	.0016	.0025	.0036	.0049	.0064	.0081	.0100
	.11	**.12**	**.13**	**.14**	**.15**	**.16**	**.17**	**.18**	**.19**	**.20**
0	.7921	.7744	.7569	.7396	.7225	.7056	.6889	.6724	.6561	.6400
1	.1958	.2112	.2262	.2408	.2550	.2688	.2822	.2952	.3078	.3200
2	.0121	.0144	.0169	.0196	.0225	.0256	.0289	.0324	.0361	.0400
	.21	**.22**	**.23**	**.24**	**.25**	**.26**	**.27**	**.28**	**.29**	**.30**
0	.6241	.6084	.5929	.5776	.5625	.5476	.5329	.5184	.5041	.4900
1	.3318	.3432	.3542	.3648	.3750	.3848	.3942	.4032	.4118	.4200
2	.0441	.0484	.0529	.0576	.0625	.0676	.0729	.0784	.0841	.0900

TABLE A.1 (*continued*)

n = 2 (cont.)

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.4761	.4624	.4489	.4356	.4225	.4096	.3969	.3844	.3721	.3600
1	.4278	.4352	.4422	.4488	.4550	.4608	.4662	.4712	.4758	.4800
2	.0961	.1024	.1089	.1156	.1225	.1296	.1369	.1444	.1521	.1600

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.3481	.3364	.3249	.3136	.3025	.2916	.2809	.2704	.2601	.2500
1	.4838	.4872	.4902	.4928	.4950	.4968	.4982	.4992	.4998	.5000
2	.1681	.1764	.1849	.1936	.2025	.2116	.2209	.2304	.2401	.2500

n = 3

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9704	.9412	.9127	.8847	.8574	.8306	.8044	.7787	.7536	.7290
1	.0294	.0576	.0847	.1106	.1354	.1590	.1816	.2031	.2236	.2430
2	.0003	.0012	.0026	.0046	.0071	.0102	.0137	.0177	.0221	.0270
3	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.7050	.6815	.6585	.6361	.6141	.5927	.5718	.5514	.5314	.5120
1	.2614	.2788	.2952	.3106	.3251	.3387	.3513	.3631	.3740	.3840
2	.0323	.0380	.0441	.0506	.0574	.0645	.0720	.0797	.0877	.0960
3	.0013	.0017	.0022	.0027	.0034	.0041	.0049	.0058	.0069	.0080

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.4930	.4746	.4565	.4390	.4219	.4052	.3890	.3732	.3579	.3430
1	.3932	.4015	.4091	.4159	.4219	.4271	.4316	.4355	.4386	.4410
2	.1045	.1133	.1222	.1313	.1406	.1501	.1597	.1693	.1791	.1890
3	.0093	.0106	.0122	.0138	.0156	.0176	.0197	.0220	.0244	.0270

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.3285	.3144	.3008	.2875	.2746	.2621	.2500	.2383	.2270	.2160
1	.4428	.4439	.4444	.4443	.4436	.4424	.4406	.4382	.4354	.4320
2	.1989	.2089	.2189	.2289	.2389	.2488	.2587	.2686	.2783	.2880
3	.0298	.0328	.0359	.0393	.0429	.0467	.0507	.0549	.0593	.0640

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.2054	.1951	.1852	.1756	.1664	.1575	.1489	.1406	.1327	.1250
1	.4282	.4239	.4191	.4140	.4084	.4024	.3961	.3894	.3823	.3750
2	.2975	.3069	.3162	.3252	.3341	.3428	.3512	.3594	.3674	.3750
3	.0689	.0741	.0795	.0852	.0911	.0973	.1038	.1106	.1176	.1250

TABLE A.1 (*continued*)

n = 4

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9606	.9224	.8853	.8493	.8145	.7807	.7481	.7164	.6857	.6561
1	.0388	.0753	.1095	.1416	.1715	.1993	.2252	.2492	.2713	.2916
2	.0006	.0023	.0051	.0088	.0135	.0191	.0254	.0325	.0402	.0486
3	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0008	.0013	.0019	.0027	.0036
4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.6274	.5997	.5729	.5470	.5220	.4979	.4746	.4521	.4305	.4096
1	.3102	.3271	.3424	.3562	.3685	.3793	.3888	.3970	.4039	.4096
2	.0575	.0669	.0767	.0870	.0975	.1084	.1195	.1307	.1421	.1536
3	.0047	.0061	.0076	.0094	.0115	.0138	.0163	.0191	.0222	.0256
4	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0008	.0010	.0013	.0016

	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.3895	.3702	.3515	.3336	.3164	.2999	.2840	.2687	.2541	.2401
1	.4142	.4176	.4200	.4214	.4219	.4214	.4201	.4180	.4152	.4116
2	.1651	.1767	.1882	.1996	.2109	.2221	.2331	.2439	.2544	.2646
3	.0293	.0332	.0375	.0420	.0469	.0520	.0575	.0632	.0693	.0756
4	.0019	.0023	.0028	.0033	.0039	.0046	.0053	.0061	.0071	.0081

	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.2267	.2138	.2015	.1897	.1785	.1678	.1575	.1478	.1385	.1296
1	.4074	.4025	.3970	.3910	.3845	.3775	.3701	.3623	.3541	.3456
2	.2745	.2841	.2933	.3021	.3105	.3185	.3260	.3330	.3396	.3456
3	.0822	.0891	.0963	.1038	.1115	.1194	.1276	.1361	.1447	.1536
4	.0092	.0105	.0119	.0134	.0150	.0168	.0187	.0209	.0231	.0256

	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.1212	.1132	.1056	.0983	.0915	.0850	.0789	.0731	.0677	.0625
1	.3368	.3278	.3185	.3091	.2995	.2897	.2799	.2700	.2600	.2500
2	.3511	.3560	.3604	.3643	.3675	.3702	.3723	.3738	.3747	.3750
3	.1627	.1719	.1813	.1908	.2005	.2102	.2201	.2300	.2400	.2500
4	.0283	.0311	.0342	.0375	.0410	.0448	.0488	.0531	.0576	.0625

n = 5

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9510	.9039	.8587	.8154	.7738	.7339	.6957	.6591	.6240	.5905
1	.0480	.0922	.1328	.1699	.2036	.2342	.2618	.2866	.3086	.3280
2	.0010	.0038	.0082	.0142	.0214	.0299	.0394	.0498	.0610	.0729
3	.0000	.0001	.0003	.0006	.0011	.0019	.0030	.0043	.0060	.0081
4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004

TABLE A.1 *(continued)*

n = 5 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.5584	.5277	.4984	.4704	.4437	.4182	.3939	.3707	.3487	.3277
1	.3451	.3598	.3724	.3829	.3915	.3983	.4034	.4069	.4089	.4096
2	.0853	.0981	.1113	.1247	.1382	.1517	.1652	.1786	.1919	.2048
3	.0105	.0134	.0166	.0203	.0244	.0289	.0338	.0392	.0450	.0512
4	.0007	.0009	.0012	.0017	.0022	.0028	.0035	.0043	.0053	.0064
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.21	**.22**	**.23**	**.24**	**.25**	**.26**	**.27**	**.28**	**.29**	**.30**
0	.3077	.2887	.2707	.2536	.2373	.2219	.2073	.1935	.1804	.1681
1	.4090	.4072	.4043	.4003	.3955	.3898	.3834	.3762	.3685	.3602
2	.2174	.2297	.2415	.2529	.2637	.2739	.2836	.2926	.3010	.3087
3	.0578	.0648	.0721	.0798	.0879	.0962	.1049	.1138	.1229	.1323
4	.0077	.0091	.0108	.0126	.0146	.0169	.0194	.0221	.0251	.0284
5	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0012	.0014	.0017	.0021	.0024
	.31	**.32**	**.33**	**.34**	**.35**	**.36**	**.37**	**.38**	**.39**	**.40**
0	.1564	.1454	.1350	.1252	.1160	.1074	.0992	.0916	.0845	.0778
1	.3513	.3421	.3325	.3226	.3124	.3020	.2914	.2808	.2700	.2592
2	.3157	.3220	.3275	.3323	.3364	.3397	.3423	.3441	.3452	.3456
3	.1418	.1515	.1613	.1712	.1811	.1911	.2010	.2109	.2207	.2304
4	.0319	.0357	.0397	.0441	.0488	.0537	.0590	.0646	.0706	.0768
5	.0029	.0034	.0039	.0045	.0053	.0060	.0069	.0079	.0090	.0102
	.41	**.42**	**.43**	**.44**	**.45**	**.46**	**.47**	**.48**	**.49**	**.50**
0	.0715	.0656	.0602	.0551	.0503	.0459	.0418	.0380	.0345	.0312
1	.2484	.2376	.2270	.2164	.2059	.1956	.1854	.1755	.1657	.1562
2	.3452	.3442	.3424	.3400	.3369	.3332	.3289	.3240	.3185	.3125
3	.2399	.2492	.2583	.2671	.2757	.2838	.2916	.2990	.3060	.3125
4	.0834	.0902	.0974	.1049	.1128	.1209	.1293	.1380	.1470	.1562
5	.0116	.0131	.0147	.0165	.0185	.0206	.0229	.0255	.0282	.0312

n = 6

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9415	.8858	.8330	.7828	.7351	.6899	.6470	.6064	.5679	.5314
1	.0571	.1085	.1546	.1957	.2321	.2642	.2922	.3164	.3370	.3543
2	.0014	.0055	.0120	.0204	.0305	.0422	.0550	.0688	.0833	.0984
3	.0000	.0002	.0005	.0011	.0021	.0036	.0055	.0080	.0110	.0146
4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0012
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

TABLE A.1 *(continued)*

n = 6 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.4970	.4644	.4336	.4046	.3771	.3513	.3269	.3040	.2824	.2621
1	.3685	.3800	.3888	.3952	.3993	.4015	.4018	.4004	.3975	.3932
2	.1139	.1295	.1452	.1608	.1762	.1912	.2057	.2197	.2331	.2458
3	.0188	.0236	.0289	.0349	.0415	.0486	.0562	.0643	.0729	.0819
4	.0017	.0024	.0032	.0043	.0055	.0069	.0086	.0106	.0128	.0154
5	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0012	.0015
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.2431	.2252	.2084	.1927	.1780	.1642	.1513	.1393	.1281	.1176
1	.3877	.3811	.3735	.3651	.3560	.3462	.3358	.3251	.3139	.3025
2	.2577	.2687	.2789	.2882	.2966	.3041	.3105	.3160	.3206	.3241
3	.0913	.1011	.1111	.1214	.1318	.1424	.1531	.1639	.1746	.1852
4	.0182	.0214	.0249	.0287	.0330	.0375	.0425	.0478	.0535	.0595
5	.0019	.0024	.0030	.0036	.0044	.0053	.0063	.0074	.0087	.0102
6	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.1079	.0989	.0905	.0827	.0754	.0687	.0625	.0568	.0515	.0467
1	.2909	.2792	.2673	.2555	.2437	.2319	.2203	.2089	.1976	.1866
2	.3267	.3284	.3292	.3290	.3280	.3261	.3235	.3201	.3159	.3110
3	.1957	.2061	.2162	.2260	.2355	.2446	.2533	.2616	.2693	.2765
4	.0660	.0727	.0799	.0873	.0951	.1032	.1116	.1202	.1291	.1382
5	.0119	.0137	.0157	.0180	.0205	.0232	.0262	.0295	.0330	.0369
6	.0009	.0011	.0013	.0015	.0018	.0022	.0026	.0030	.0035	.0041

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0422	.0381	.0343	.0308	.0277	.0248	.0222	.0198	.0176	.0156
1	.1759	.1654	.1552	.1454	.1359	.1267	.1179	.1095	.1014	.0938
2	.3055	.2994	.2928	.2856	.2780	.2699	.2615	.2527	.2436	.2344
3	.2831	.2891	.2945	.2992	.3032	.3065	.3091	.3110	.3121	.3125
4	.1475	.1570	.1666	.1763	.1861	.1958	.2056	.2153	.2249	.2344
5	.0410	.0455	.0503	.0554	.0609	.0667	.0729	.0795	.0864	.0938
6	.0048	.0055	.0063	.0073	.0083	.0095	.0108	.0122	.0138	.0156

n = 7

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9321	.8681	.8080	.7514	.6983	.6485	.6017	.5578	.5168	.4783
1	.0659	.1240	.1749	.2192	.2573	.2897	.3170	.3396	.3578	.3720
2	.0020	.0076	.0162	.0274	.0406	.0555	.0716	.0886	.1061	.1240
3	.0000	.0003	.0008	.0019	.0036	.0059	.0090	.0128	.0175	.0230
4	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0017	.0026
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002

TABLE A.1 (continued)

n = 7 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.4423	.4087	.3773	.3479	.3206	.2951	.2714	.2493	.2288	.2097
1	.3827	.3901	.3946	.3965	.3960	.3935	.3891	.3830	.3756	.3670
2	.1419	.1596	.1769	.1936	.2097	.2248	.2391	.2523	.2643	.2753
3	.0292	.0363	.0441	.0525	.0617	.0714	.0816	.0923	.1033	.1147
4	.0036	.0049	.0066	.0086	.0109	.0136	.0167	.0203	.0242	.0287
5	.0003	.0004	.0006	.0008	.0012	.0016	.0021	.0027	.0034	.0043
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004
	.21	**.22**	**.23**	**.24**	**.25**	**.26**	**.27**	**.28**	**.29**	**.30**
0	.1920	.1757	.1605	.1465	.1335	.1215	.1105	.1003	.0910	.0824
1	.3573	.3468	.3356	.3237	.3115	.2989	.2860	.2731	.2600	.2471
2	.2850	.2935	.3007	.3067	.3115	.3150	.3174	.3186	.3186	.3177
3	.1263	.1379	.1497	.1614	.1730	.1845	.1956	.2065	.2169	.2269
4	.0336	.0389	.0447	.0510	.0577	.0648	.0724	.0803	.0886	.0972
5	.0054	.0066	.0080	.0097	.0115	.0137	.0161	.0187	.0217	.0250
6	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016	.0020	.0024	.0030	.0036
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
	.31	**.32**	**.33**	**.34**	**.35**	**.36**	**.37**	**.38**	**.39**	**.40**
0	.0745	.0672	.0606	.0546	.0490	.0440	.0394	.0352	.0314	.0280
1	.2342	.2215	.2090	.1967	.1848	.1732	.1619	.1511	.1407	.1306
2	.3156	.3127	.3088	.3040	.2985	.2922	.2853	.2778	.2698	.2613
3	.2363	.2452	.2535	.2610	.2679	.2740	.2793	.2838	.2875	.2903
4	.1062	.1154	.1248	.1345	.1442	.1541	.1640	.1739	.1838	.1935
5	.0286	.0326	.0369	.0416	.0466	.0520	.0578	.0640	.0705	.0774
6	.0043	.0051	.0061	.0071	.0084	.0098	.0113	.0131	.0150	.0172
7	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0009	.0011	.0014	.0016
	.41	**.42**	**.43**	**.44**	**.45**	**.46**	**.47**	**.48**	**.49**	**.50**
0	.0249	.0221	.0195	.0173	.0152	.0134	.0117	.0103	.0090	.0078
1	.1211	.1119	.1032	.0950	.0872	.0798	.0729	.0664	.0604	.0547
2	.2524	.2431	.2336	.2239	.2140	.2040	.1940	.1840	.1740	.1641
3	.2923	.2934	.2937	.2932	.2918	.2897	.2867	.2830	.2786	.2734
4	.2031	.2125	.2216	.2304	.2388	.2468	.2543	.2612	.2676	.2734
5	.0847	.0923	.1003	.1086	.1172	.1261	.1353	.1447	.1543	.1641
6	.0196	.0223	.0252	.0284	.0320	.0358	.0400	.0445	.0494	.0547
7	.0019	.0023	.0027	.0032	.0037	.0044	.0051	.0059	.0068	.0078

n = 8

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9227	.8508	.7837	.7214	.6634	.6096	.5596	.5132	.4703	.4305
1	.0746	.1389	.1939	.2405	.2793	.3113	.3370	.3570	.3721	.3826
2	.0026	.0099	.0210	.0351	.0515	.0695	.0888	.1087	.1288	.1488
3	.0001	.0004	.0013	.0029	.0054	.0089	.0134	.0189	.0255	.0331
4	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0013	.0021	.0031	.0046
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004

TABLE A.1 *(continued)*

n = 8 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.3937	.3596	.3282	.2992	.2725	.2479	.2252	.2044	.1853	.1678
1	.3892	.3923	.3923	.3897	.3847	.3777	.3691	.3590	.3477	.3355
2	.1684	.1872	.2052	.2220	.2376	.2518	.2646	.2758	.2855	.2936
3	.0416	.0511	.0613	.0723	.0839	.0959	.1084	.1211	.1339	.1468
4	.0064	.0087	.0115	.0147	.0185	.0228	.0277	.0332	.0393	.0459
5	.0006	.0009	.0014	.0019	.0026	.0035	.0045	.0058	.0074	.0092
6	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0006	.0009	.0011
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.1517	.1370	.1236	.1113	.1001	.0899	.0806	.0722	.0646	.0576
1	.3226	.3092	.2953	.2812	.2670	.2527	.2386	.2247	.2110	.1977
2	.3002	.3052	.3087	.3108	.3115	.3108	.3089	.3058	.3017	.2965
3	.1596	.1722	.1844	.1963	.2076	.2184	.2285	.2379	.2464	.2541
4	.0530	.0607	.0689	.0775	.0865	.0959	.1056	.1156	.1258	.1361
5	.0113	.0137	.0165	.0196	.0231	.0270	.0313	.0360	.0411	.0467
6	.0015	.0019	.0025	.0031	.0038	.0047	.0058	.0070	.0084	.0100
7	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0012
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0514	.0457	.0406	.0360	.0319	.0281	.0248	.0218	.0192	.0168
1	.1847	.1721	.1600	.1484	.1373	.1267	.1166	.1071	.0981	.0896
2	.2904	.2835	.2758	.2675	.2587	.2494	.2397	.2297	.2194	.2090
3	.2609	.2668	.2717	.2756	.2786	.2805	.2815	.2815	.2806	.2787
4	.1465	.1569	.1673	.1775	.1875	.1973	.2067	.2157	.2242	.2322
5	.0527	.0591	.0659	.0732	.0808	.0888	.0971	.1058	.1147	.1239
6	.0118	.0139	.0162	.0188	.0217	.0250	.0285	.0324	.0367	.0413
7	.0015	.0019	.0023	.0028	.0033	.0040	.0048	.0057	.0067	.0079
8	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0004	.0005	.0007

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0147	.0128	.0111	.0097	.0084	.0072	.0062	.0053	.0046	.0039
1	.0816	.0742	.0672	.0608	.0548	.0493	.0442	.0395	.0352	.0312
2	.1985	.1880	.1776	.1672	.1569	.1469	.1371	.1275	.1183	.1094
3	.2759	.2723	.2679	.2627	.2568	.2503	.2431	.2355	.2273	.2188
4	.2397	.2465	.2526	.2580	.2627	.2665	.2695	.2717	.2730	.2734
5	.1332	.1428	.1525	.1622	.1719	.1816	.1912	.2006	.2098	.2188
6	.0463	.0517	.0575	.0637	.0703	.0774	.0848	.0926	.1008	.1094
7	.0092	.0107	.0124	.0143	.0164	.0188	.0215	.0244	.0277	.0312
8	.0008	.0010	.0012	.0014	.0017	.0020	.0024	.0028	.0033	.0039

TABLE A.1 (continued)

$n = 9$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9135	.8337	.7602	.6925	.6302	.5730	.5204	.4722	.4279	.3874
1	.0830	.1531	.2116	.2597	.2985	.3292	.3525	.3695	.3809	.3874
2	.0034	.0125	.0262	.0433	.0629	.0840	.1061	.1285	.1507	.1722
3	.0001	.0006	.0019	.0042	.0077	.0125	.0186	.0261	.0348	.0446
4	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0012	.0021	.0034	.0052	.0074
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.3504	.3165	.2855	.2573	.2316	.2082	.1869	.1676	.1501	.1342
1	.3897	.3884	.3840	.3770	.3679	.3569	.3446	.3312	.3169	.3020
2	.1927	.2119	.2295	.2455	.2597	.2720	.2823	.2908	.2973	.3020
3	.0556	.0674	.0800	.0933	.1069	.1209	.1349	.1489	.1627	.1762
4	.0103	.0138	.0179	.0228	.0283	.0345	.0415	.0490	.0573	.0661
5	.0013	.0019	.0027	.0037	.0050	.0066	.0085	.0108	.0134	.0165
6	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0012	.0016	.0021	.0028
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.1199	.1069	.0952	.0846	.0751	.0665	.0589	.0520	.0458	.0404
1	.2867	.2713	.2558	.2404	.2253	.2104	.1960	.1820	.1685	.1556
2	.3049	.3061	.3056	.3037	.3003	.2957	.2899	.2831	.2754	.2668
3	.1891	.2014	.2130	.2238	.2336	.2424	.2502	.2569	.2624	.2668
4	.0754	.0852	.0954	.1060	.1168	.1278	.1388	.1499	.1608	.1715
5	.0200	.0240	.0285	.0335	.0389	.0449	.0513	.0583	.0657	.0735
6	.0036	.0045	.0057	.0070	.0087	.0105	.0127	.0151	.0179	.0210
7	.0004	.0005	.0007	.0010	.0012	.0016	.0020	.0025	.0031	.0039
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0355	.0311	.0272	.0238	.0207	.0180	.0156	.0135	.0117	.0101
1	.1433	.1317	.1206	.1102	.1004	.0912	.0826	.0747	.0673	.0605
2	.2576	.2478	.2376	.2270	.2162	.2052	.1941	.1831	.1721	.1612
3	.2701	.2721	.2731	.2729	.2716	.2693	.2660	.2618	.2567	.2508
4	.1820	.1921	.2017	.2109	.2194	.2272	.2344	.2407	.2462	.2508
5	.0818	.0904	.0994	.1086	.1181	.1278	.1376	.1475	.1574	.1672
6	.0245	.0284	.0326	0373	.0424	.0479	.0539	.0603	.0671	.0743
7	.0047	.0057	.0069	.0082	.0098	.0116	.0136	.0158	.0184	.0212
8	.0005	.0007	.0008	.0011	.0013	.0016	.0020	.0024	.0029	.0035
9	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003

TABLE A.1 (continued)

n = 9 (cont.)

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0087	.0074	.0064	.0054	.0046	.0039	.0033	.0028	.0023	.0020
1	.0542	.0464	.0431	.0383	.0339	.0299	.0263	.0231	.0202	.0176
2	.1506	.1402	.1301	.1204	.1110	.1020	.0934	.0853	.0776	.0703
3	.2442	.2369	.2291	.2207	.2119	.2027	.1933	.1837	.1739	.1641
4	.2545	.2573	.2592	.2601	.2600	.2590	.2571	.2543	.2506	.2461
5	.1769	.1863	.1955	.2044	.2128	.2207	.2280	.2347	.2408	.2461
6	.0819	.0900	.0983	.1070	.1160	.1253	.1348	.1445	.1542	.1641
7	.0244	.0279	.0318	.0360	.0407	.0458	.0512	.0571	.0635	.0703
8	.0042	.0051	.0060	.0071	.0083	.0097	.0114	.0132	.0153	.0176
9	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0009	.0011	.0014	.0016	.0020

n = 10

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.9044	.8171	.7374	.6648	.5987	.5386	.4840	.4344	.3894	.3487
1	.0914	.1667	.2281	.2770	.3151	.3438	.3643	.3777	.3851	.3874
2	.0042	.0153	.0317	.0519	.0746	.0988	.1234	.1478	.1714	.1937
3	.0001	.0008	.0026	.0058	.0105	.0168	.0248	.0343	.0452	.0574
4	.0000	.0000	.0001	.0004	.0010	.0019	.0033	.0052	.0078	.0112
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005	.0009	.0015
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.3118	.2785	.2484	.2213	.1969	.1749	.1552	.1374	.1216	.1074
1	.3854	.3798	.3712	.3603	.3474	.3331	.3178	.3017	.2852	.2684
2	.2143	.2330	.2496	.2639	.2759	.2856	.2929	.2980	.3010	.3020
3	.0706	.0847	.0995	.1146	.1298	.1450	.1600	.1745	.1883	.2013
4	.0153	.0202	.0260	.0326	.0401	.0483	.0573	.0670	.0773	.0881
5	.0023	.0033	.0047	.0064	.0085	.0111	.0141	.0177	.0218	.0264
6	.0002	.0004	.0006	.0009	.0012	.0018	.0024	.0032	.0043	.0055
7	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0947	.0834	.0733	.0643	.0563	.0492	.0430	.0374	.0326	.0282
1	.2517	.2351	.2188	.2030	.1877	.1730	.1590	.1456	.1330	.1211
2	.3011	.2984	.2942	.2885	.2816	.2735	.2646	.2548	.2444	.2335
3	.2134	.2244	.2343	.2429	.2503	.2563	.2609	.2642	.2662	.2668
4	.0993	.1108	.1225	.1343	.1460	.1576	.1689	.1798	.1903	.2001
5	.0317	.0375	.0439	.0509	.0584	.0664	.0750	.0839	.0933	.1029
6	.0070	.0088	.0109	.0134	.0162	.0195	.0231	.0272	.0317	.0368
7	.0011	.0014	.0019	.0024	.0031	.0039	.0049	.0060	.0074	.0090
8	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

TABLE A.1 (continued)

n = 10 (cont.)

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0245	.0211	.0182	.0157	.0135	.0115	.0098	.0084	.0071	.0060
1	.1099	.0995	.0898	.0808	.0725	.0649	.0578	.0514	.0456	.0403
2	.2222	.2107	.1990	.0873	.1757	.1642	.1529	.1419	.1312	.1209
3	.2662	.2644	.2614	.2573	.2522	.2462	.2394	.2319	.2237	.2150
4	.2093	.2177	.2253	.2320	.2377	.2424	.2461	.2487	.2503	.2508
5	.1128	.1229	.1332	.1434	.1536	.1636	.1734	.1829	.1920	.2007
6	.0422	.0482	.0547	.0616	.0689	.0767	.0849	.0934	.1023	.1115
7	.0108	.0130	.0154	.0181	.0212	.0247	.0285	.0327	.0374	.0425
8	.0018	.0023	.0028	.0035	.0043	.0052	.0063	.0075	.0090	.0106
9	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0051	.0043	.0036	.0030	.0025	.0021	.0017	.0014	.0012	.0010
1	.0355	.0312	.0273	.0238	.0207	.0180	.0155	.0133	.0114	.0098
2	.1111	.1017	.0927	.0843	.0763	.0688	.0619	.0554	.0494	.0439
3	.2058	.1963	.1865	.1765	.1665	.1564	.1464	.1364	.1267	.1172
4	.2503	.2488	.2462	.2427	.2384	.2331	.2271	.2204	.2130	.2051
5	.2087	.2162	.2229	.2289	.2340	.2383	.2417	.2441	.2456	.2461
6	.1209	.1304	.1401	.1499	.1596	.1692	.1786	.1878	.1966	.2051
7	.0480	.0540	.0604	.0673	.0746	.0824	.0905	.0991	.1080	.1172
8	.0125	.0147	.0171	.0198	.0229	.0263	.0301	.0343	.0389	.0439
9	.0019	.0024	.0029	.0035	.0042	.0050	.0059	.0070	.0083	.0098
10	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010

n = 11

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8953	.8007	.7153	.6382	.5688	.5063	.4501	.3996	.3544	.3138
1	.0995	.1798	.2433	.2925	.3293	.3555	.3727	.3823	.3855	.3835
2	.0050	.0183	.0376	.0609	.0867	.1135	.1403	.1662	.1906	.2131
3	.0002	.0011	.0035	.0076	.0137	.0217	.0317	.0434	.0566	.0710
4	.0000	.0000	.0002	.0006	.0014	.0028	.0048	.0075	.0112	.0158
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0009	.0015	.0025
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.2775	.2451	.2161	.1903	.1673	.1469	.1288	.1127	.0985	.0859
1	.3773	.3676	.3552	.3408	.3248	.3078	.2901	.2721	.2541	.2362
2	.2332	.2507	.2654	.2774	.2866	.2932	.2971	.2987	.2980	.2953
3	.0865	.1025	.1190	.1355	.1517	.1675	.1826	.1967	.2097	.2215
4	.0214	.0280	.0356	.0441	.0536	.0638	.0748	.0864	.0984	.1107
5	.0037	.0053	.0074	.0101	.0132	.0170	.0214	.0265	.0323	.0388
6	.0005	.0007	.0011	.0016	.0023	.0032	.0044	.0058	.0076	.0097
7	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0013	.0017
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002

TABLE A.1 (continued)

***n* = 11 (cont.)**

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0748	.0650	.0564	.0489	.0422	.0364	.0314	.0270	.0231	.0198
1	.2187	.2017	.1854	.1697	.1549	.1408	.1276	.1153	.1038	.0932
2	.2907	.2845	.2768	.2680	.2581	.2474	.2360	.2242	.2121	.1998
3	.2318	.2407	.2481	.2539	.2581	.2608	.2619	.2616	.2599	.2568
4	.1232	.1358	.1482	.1603	.1721	.1832	.1937	.2035	.2123	.2201
5	.0459	.0536	.0620	.0709	.0803	.0901	.1003	.1108	.1214	.1321
6	.0122	.0151	.0185	.0224	.0268	.0317	.0371	.0431	.0496	.0566
7	.0023	.0030	.0039	.0050	.0064	.0079	.0098	.0120	.0145	.0173
8	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011	.0014	.0018	.0023	.0030	.0037
9	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0169	.0144	.0122	.0104	.0088	.0074	.0062	.0052	.0044	.0036
1	.0834	.0744	.0662	.0587	.0518	.0457	.0401	.0351	.0306	.0266
2	.1874	.1751	.1630	.1511	.1395	.1284	.1177	.1075	.0978	.0887
3	.2526	.2472	.2408	.2335	.2254	.2167	.2074	.1977	.1876	.1774
4	.2269	.2326	.2372	.2406	.2428	.2438	.2436	.2423	.2399	.2365
5	.1427	.1533	.1636	.1735	.1830	.1920	.2003	.2079	.2148	.2207
6	.0641	.0721	.0806	.0894	.0985	.1080	.1176	.1274	.1373	.1471
7	.0206	.0242	.0283	.0329	.0379	.0434	.0494	.0558	.0627	.0701
8	.0046	.0057	.0070	.0085	.0102	.0122	.0145	.0171	.0200	.0234
9	.0007	.0009	.0011	.0015	.0018	.0023	.0028	.0035	.0043	.0052
10	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0007

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0030	.0025	.0021	.0017	.0014	.0011	.0009	.0008	.0006	.0005
1	.0231	.0199	.0171	.0147	.0125	.0107	.0090	.0076	.0064	.0054
2	.0801	.0721	.0646	.0577	.0513	.0454	.0401	.0352	.0308	.0269
3	.1670	.1566	.1462	.1359	.1259	.1161	.1067	.0976	.0888	.0806
4	.2321	.2267	.2206	.2136	.2060	.1978	.1892	.1801	.1707	.1611
5	.2258	.2299	.2329	.2350	.2360	.2359	.2348	.2327	.2296	.2256
6	.1569	.1664	.1757	.1846	.1931	.2010	.2083	.2148	.2206	.2256
7	.0779	.0861	.0947	.1036	.1128	.1223	.1319	.1416	.1514	.1611
8	.0271	.0312	.0357	.0407	.0462	.0521	.0585	.0654	.0727	.0806
9	.0063	.0075	.0090	.0107	.0126	.0148	.0173	.0201	.0233	.0269
10	.0009	.0011	.0014	.0017	.0021	.0025	.0031	.0037	.0045	.0054
11	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005

TABLE A.1 (continued)

$n = 12$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8864	.7847	.6938	.6127	.5404	.4759	.4186	.3677	.3225	.2824
1	.1074	.1922	.2575	.3064	.3413	.3645	.3781	.3837	.3827	.3766
2	.0060	.0216	.0438	.0702	.0988	.1280	.1565	.1835	.2082	.2301
3	.0002	.0015	.0045	.0098	.0173	.0272	.0393	.0532	.0686	.0852
4	.0000	.0001	.0003	.0009	.0021	.0039	.0067	.0104	.0153	.0213
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0008	.0014	.0024	.0038
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.2470	.2157	.1880	.1637	.1422	.1234	.1069	.0924	.0798	.0687
1	.3663	.3529	.3372	.3197	.3012	.2821	.2627	.2434	.2245	.2062
2	.2490	.2647	.2771	.2863	.2924	.2955	.2960	.2939	.2897	.2835
3	.1026	.1203	.1380	.1553	.1720	.1876	.2021	.2151	.2265	.2362
4	.0285	.0369	.0464	.0569	.0683	.0804	.0931	.1062	.1195	.1329
5	.0056	.0081	.0111	.0148	.0193	.0245	.0305	.0373	.0449	.0532
6	.0008	.0013	.0019	.0028	.0040	.0054	.0073	.0096	.0123	.0155
7	.0001	.0001	.0002	.0004	.0006	.0009	.0013	.0018	.0025	.0033
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0004	.0005
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0591	.0507	.0434	.0371	.0317	.0270	.0229	.0194	.0164	.0138
1	.1885	.1717	.1557	.1407	.1267	.1137	.1016	.0906	.0804	.0712
2	.2756	.2663	.2558	.2444	.2323	.2197	.2068	.1937	.1807	.1678
3	.2442	.2503	.2547	.2573	.2581	.2573	.2549	.2511	.2460	.2397
4	.1460	.1589	.1712	.1328	.1936	.2034	.2122	.2197	.2261	.2311
5	.0621	.0717	.0818	.0924	.1032	.1143	.1255	.1367	.1477	.1585
6	.0193	.0236	.0285	.0340	.0401	.0469	.0542	.0620	.0704	.0792
7	.0044	.0057	.0073	.0092	.0115	.0141	.0172	.0207	.0246	.0291
8	.0007	.0010	.0014	.0018	.0024	.0031	.0040	.0050	.0063	.0078
9	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0015
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0116	.0098	.0082	.0068	.0057	.0047	.0039	.0032	.0027	.0022
1	.0628	.0552	.0484	.0422	.0368	.0319	.0276	.0237	.0204	.0174
2	.1552	.1429	.1310	.1197	.1088	.0986	.0890	.0800	.0716	.0639
3	.2324	.2241	.2151	.2055	.1954	.1849	.1742	.1634	.1526	.1419
4	.2349	.2373	.2384	.2382	.2367	.2340	.2302	.2254	.2195	.2128
5	.1688	.1787	.1879	.1963	.2039	.2106	.2163	.2210	.2246	.2270
6	.0885	.0981	.1079	.1180	.1281	.1382	.1482	.1580	.1675	.1766
7	.0341	.0396	.0456	.0521	.0591	.0666	.0746	.0830	.0918	.1009
8	.0096	.0116	.0140	.0168	.0199	.0234	.0274	.0318	.0367	.0420
9	.0019	.0024	.0031	.0038	.0048	.0059	.0071	.0087	.0104	.0125
10	.0003	.0003	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016	.0020	.0025
11	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003

TABLE A.1 (continued)

n = 12 (cont.)

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0018	.0014	.0012	.0010	.0008	.0006	.0005	.0004	.0003	.0002
1	.0148	.0126	.0106	.0090	.0075	.0063	.0052	.0043	.0036	.0029
2	.0567	.0502	.0442	.0388	.0339	.0294	.0255	.0220	.0189	.0161
3	.1314	.1211	.1111	.1015	.0923	.0836	.0754	.0676	.0604	.0537
4	.2054	.1973	.1886	.1794	.1700	.1602	.1504	.1405	.1306	.1208
5	.2284	.2285	.2276	.2256	.2225	.2184	.2134	.2075	.2008	.1934
6	.1851	.1931	.2003	.2068	.2124	.2171	.2208	.2234	.2250	.2256
7	.1103	.1198	.1295	.1393	.1489	.1585	.1678	.1768	.1853	.1934
8	.0479	.0542	.0611	.0684	.0762	.0844	.0930	.1020	.1113	.1208
9	.0148	.0175	.0205	.0239	.0277	.0319	.0367	.0418	.0475	.0537
10	.0031	.0038	.0046	.0056	.0068	.0082	.0098	.0116	.0137	.0161
11	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016	.0019	.0024	.0029
12	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002

n = 13

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8775	.7690	.6730	.5882	.5133	.4474	.3893	.3383	.2935	.2542
1	.1152	.2040	.2706	.3186	.3512	.3712	.3809	.3824	.3773	.3672
2	.0070	.0250	.0502	.0797	.1109	.1422	.1720	.1995	.2239	.2448
3	.0003	.0019	.0057	.0122	.0214	.0333	.0475	.0636	.0812	.0997
4	.0000	.0001	.0004	.0013	.0028	.0053	.0089	.0138	.0201	.0277
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0012	.0022	.0036	.0055
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005	.0008
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.2198	.1898	.1636	.1408	.1209	.1037	.0887	.0758	.0646	.0550
1	.3532	.3364	.3178	.2979	.2774	.2567	.2362	.2163	.1970	.1787
2	.2619	.2753	.2849	.2910	.2937	.2934	.2903	.2848	.2773	.2680
3	.1187	.1376	.1561	.1737	.1900	.2049	.2180	.2293	.2385	.2457
4	.0367	.0469	.0583	.0707	.0838	.0976	.1116	.1258	.1399	.1535
5	.0082	.0115	.0157	.0207	.0266	.0335	.0412	.0497	.0591	.0691
6	.0013	.0021	.0031	.0045	.0063	.0085	.0112	.0145	.0185	.0230
7	.0002	.0003	.0005	.0007	.0011	.0016	.0023	.0032	.0043	.0058
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0004	.0005	.0008	.0011
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

TABLE A.1 *(continued)*

***n* = 13 (cont.)**

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0467	.0396	.0334	.0282	.0238	.0200	.0167	.0140	.0117	.0097
1	.1613	.1450	.1299	.1159	.1029	.0911	.0804	.0706	.0619	.0540
2	.2573	.2455	.2328	.2195	.2059	.1921	.1784	.1648	.1516	.1388
3	.2508	.2539	.2550	.2542	.2517	.2475	.2419	.2351	.2271	.2181
4	.1667	.1790	.1904	.2007	.2097	.2174	.2237	.2285	.2319	.2337
5	.0797	.0909	.1024	.1141	.1258	.1375	.1489	.1600	.1705	.1803
6	.0283	.0342	.0408	.0480	.0559	.0644	.0734	.0829	.0928	.1030
7	.0075	.0096	.0122	.0152	.0186	.0226	.0272	.0323	.0379	.0442
8	.0015	.0020	.0027	.0036	.0047	.0060	.0075	.0094	.0116	.0142
9	.0002	.0003	.0005	.0006	.0009	.0012	.0015	.0020	.0026	.0034
10	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0080	.0066	.0055	.0045	.0037	.0030	.0025	.0020	.0016	.0013
1	.0469	.0407	.0351	.0302	.0259	.0221	.0188	.0159	.0135	.0113
2	.1265	.1148	.1037	.0933	.0836	.0746	.0663	.0586	.0516	.0453
3	.2084	.1981	.1874	.1763	.1651	.1538	.1427	.1317	.1210	.1107
4	.2341	.2331	.2307	.2270	.2222	.2163	.2095	.2018	.1934	.1845
5	.1893	.1974	.2045	.2105	.2154	.2190	.2215	.2227	.2226	.2214
6	.1134	.1239	.1343	.1446	.1546	.1643	.1734	.1820	.1898	.1968
7	.0509	.0583	.0662	.0745	.0833	.0924	.1019	.1115	.1213	.1312
8	.0172	.0206	.0244	.0288	.0336	.0390	.0449	.0513	.0582	.0656
9	.0043	.0054	.0067	.0082	.0101	.0122	.0146	.0175	.0207	.0243
10	.0008	.0010	.0013	.0017	.0022	.0027	.0034	.0043	.0053	.0065
11	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006	.0007	.0009	.0012
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0010	.0008	.0007	.0005	.0004	.0003	.0003	.0002	.0002	.0001
1	.0095	.0079	.0066	.0054	.0045	.0037	.0030	.0024	.0020	.0016
2	.0395	.0344	.0298	.0256	.0220	.0188	.0160	.0135	.0114	.0095
3	.1007	.0913	.0823	.0739	.0560	.0587	.0519	.0457	.0401	.0349
4	.1750	.1653	.1553	.1451	.1350	.1250	.1151	.1055	.0962	.0873
5	.2189	.2154	.2108	.2053	.1989	.1917	.1838	.1753	.1664	.1571
6	.2029	.2080	.2121	.2151	.2169	.2177	.2173	.2158	.2131	.2095
7	.1410	.1506	.1600	.1690	.1775	.1854	.1927	.1992	.2048	.2095
8	.0735	.0818	.0905	.0996	.1089	.1185	.1282	.1379	.1476	.1571
9	.0284	.0329	.0379	.0435	.0495	.0561	.0631	.0707	.0788	.0873
10	.0079	.0095	.0114	.0137	.0162	.0191	.0224	.0261	.0303	.0349
11	.0015	.0019	.0024	.0029	.0036	.0044	.0054	.0066	.0079	.0095
12	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

TABLE A.1 *(continued)*

$n = 14$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8687	.7536	.6528	.5647	.4877	.4205	.3620	.3112	.2670	.2288
1	.1229	.2153	.2827	.3294	.3593	.3758	.3815	.3788	.3698	.3559
2	.0081	.0286	.0568	.0892	.1229	.1559	.1867	.2141	.2377	.2570
3	.0003	.0023	.0070	.0149	.0259	.0398	.0562	.0745	.0940	.1142
4	.0000	.0001	.0006	.0017	.0037	.0070	.0116	.0178	.0256	.0349
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0009	.0018	.0031	.0051	.0078
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0008	.0013
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002
	.11	**.12**	**.13**	**.14**	**.15**	**.16**	**.17**	**.18**	**.19**	**.20**
0	.1956	.1670	.1423	.1211	.1028	.0871	.0756	.0621	.0523	.0440
1	.3385	.3188	.2977	.2759	.2539	.2322	.2112	.1910	.1719	.1539
2	.2720	.2826	.2892	.2919	.2912	.2875	.2811	.2725	.2620	.2501
3	.1345	.1542	.1728	.1901	.2056	.2190	.2303	.2393	.2459	.2501
4	.0457	.0578	.0710	.0851	.0998	.1147	.1297	.1444	.1586	.1720
5	.0113	.0156	.0212	.0277	.0352	.0437	.0531	.0634	.0744	.0860
6	.0021	.0032	.0048	.0068	.0093	.0125	.0163	.0209	.0262	.0322
7	.0003	.0005	.0008	.0013	.0019	.0027	.0038	.0052	.0070	.0092
8	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010	.0014	.0020
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003
	.21	**.22**	**.23**	**.24**	**.25**	**.26**	**.27**	**.28**	**.29**	**.30**
0	.0369	.0309	.0258	.0214	.0178	.0148	.0122	.0101	.0083	.0068
1	.1372	.1218	.1077	.0948	.0832	.0726	.0632	.0548	.0473	.0407
2	.2371	.2234	.2091	.1946	.1802	.1659	.1519	.1385	.1256	.1134
3	.2521	.2520	.2499	.2459	.2402	.2331	.2248	.2154	.2052	.1943
4	.1843	.1955	.2052	.2135	.2202	.2252	.2286	.2304	.2305	.2290
5	.0980	.1103	.1226	.1348	.1468	.1583	.1691	.1792	.1883	.1963
6	.0391	.0466	.0549	.0639	.0734	.0834	.0938	.1045	.1153	.1262
7	.0119	.0150	.0188	.0231	.0280	.0335	.0397	.0464	.0538	.0618
8	.0028	.0037	.0049	.0064	.0082	.0103	.0128	.0158	.0192	.0232
9	.0005	.0007	.0010	.0013	.0018	.0024	.0032	.0041	.0052	.0066
10	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011	.0014
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002

TABLE A.1 (continued)

n = 14 (cont.)

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0055	.0045	.0037	.0030	.0024	.0019	.0016	.0012	.0010	.0008
1	.0349	.0298	.0253	.0215	.0181	.0152	.0128	.0106	.0088	.0073
2	.1018	.0911	.0811	.0719	.0634	.0557	.0487	.0424	.0367	.0317
3	.1830	.1715	.1598	.1481	.1366	.1253	.1144	.1039	.0940	.0845
4	.2261	.2219	.2164	.2098	.2022	.1938	.1848	.1752	.1652	.1549
5	.2032	.2088	.2132	.2161	.2178	.2181	.2170	.2147	.2112	.2066
6	.1369	.1474	.1575	.1670	.1759	.1840	.1912	.1974	.2026	.2066
7	.0703	.0793	.0886	.0983	.1082	.1183	.1283	.1383	.1480	.1574
8	.0276	.0326	.0382	.0443	.0510	.0582	.0659	.0742	.0828	.0918
9	.0083	.0102	.0125	.0152	.0183	.0218	.0258	.0303	.0353	.0408
10	.0019	.0024	.0031	.0039	.0049	.0061	.0076	.0093	.0113	.0136
11	.0003	.0004	.0006	.0007	.0010	.0013	.0016	.0021	.0026	.0033
12	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0006	.0005	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001
1	.0060	.0049	.0040	.0033	.0027	.0021	.0017	.0014	.0011	.0009
2	.0272	.0233	.0198	.0168	.0141	.0118	.0099	.0082	.0068	.0056
3	.0757	.0674	.0597	.0527	.0462	.0403	.0350	.0303	.0260	.0222
4	.1446	.1342	.1239	.1138	.1040	.0945	.0854	.0768	.0687	.0611
5	.2009	.1943	.1869	.1788	.1701	.1610	.1515	.1418	.1320	.1222
6	.2094	.2111	.2115	.2108	.2088	.2057	.2015	.1963	.1902	.1833
7	.1663	.1747	.1824	.1892	.1952	.2003	.2043	.2071	.2089	.2095
8	.1011	.1107	.1204	.1301	.1398	.1493	.1585	.1673	.1756	.1833
9	.0469	.0534	.0605	.0682	.0762	.0848	.0937	.1030	.1125	.1222
10	.0163	.0193	.0228	.0268	.0312	.0361	.0415	.0475	.0540	.0611
11	.0041	.0051	.0063	.0076	.0093	.0112	.0134	.0160	.0189	.0222
12	.0007	.0009	.0012	.0015	.0019	.0024	.0030	.0037	.0045	.0056
13	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

n = 15

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8601	.7386	.6333	.5421	.4633	.3953	.3367	.2863	.2430	.2059
1	.1303	.2261	.2938	.3388	.3658	.3785	.3801	.3734	.3605	.3432
2	.0092	.0323	.0636	.0988	.1348	.1691	.2003	.2273	.2496	.2669
3	.0004	.0029	.0085	.0178	.0307	.0468	.0653	.0857	.1070	.1285
4	.0000	.0002	.0008	.0022	.0049	.0090	.0148	.0223	.0317	.0428
5	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0013	.0024	.0043	.0069	.0105
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0011	.0019
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003

TABLE A.1 (continued)

n = 15 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.1741	.1470	.1238	.1041	.0874	.0731	.0611	.0510	.0424	.0352
1	.3228	.3006	.2775	.2542	.2312	.2090	.1878	.1678	.1492	.1319
2	.2793	.2870	.2903	.2897	.2856	.2787	.2692	.2578	.2449	.2309
3	.1496	.1696	.1880	.2044	.2184	.2300	.2389	.2452	.2489	.2501
4	.0555	.0694	.0843	.0998	.1156	.1314	.1468	.1615	.1752	.1876
5	.0151	.0208	.0277	.0357	.0449	.0551	.0662	.0780	.0904	.1032
6	.0031	.0047	.0069	.0097	.0132	.0175	.0226	.0285	.0353	.0430
7	.0005	.0008	.0013	.0020	.0030	.0043	.0059	.0081	.0107	.0138
8	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0012	.0018	.0025	.0035
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0291	.0241	.0198	.0163	.0134	.0109	.0089	.0072	.0059	.0047
1	.1162	.1018	.0889	.0772	.0668	.0576	.0494	.0423	.0360	.0305
2	.2162	.2010	.1859	.1707	.1559	.1416	.1280	.1150	.1029	.0916
3	.2490	.2457	.2405	.2336	.2252	.2156	.2051	.1939	.1821	.1700
4	.1986	.2079	.2155	.2213	.2252	.2273	.2276	.2262	.2231	.2186
5	.1161	.1290	.1416	.1537	.1651	.1757	.1852	.1935	.2005	.2061
6	.0514	.0606	.0705	.0809	.0917	.1029	.1142	.1254	.1365	.1472
7	.0176	.0220	.0271	.0329	.0393	.0465	.0543	.0627	.0717	.0811
8	.0047	.0062	.0081	.0104	.0131	.0163	.0201	.0244	.0293	.0348
9	.0010	.0014	.0019	.0025	.0034	.0045	.0058	.0074	.0093	.0116
10	.0002	.0002	.0003	.0005	.0007	.0009	.0013	.0017	.0023	.0030
11	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0038	.0031	.0025	.0020	.0016	.0012	.0010	.0008	.0006	.0005
1	.0258	.0217	.0182	.0152	.0126	.0104	.0086	.0071	.0058	.0047
2	.0811	.0715	.0627	.0547	.0476	.0411	.0354	.0303	.0259	.0219
3	.1579	.1457	.1338	.1222	.1110	.1002	.0901	.0805	.0716	.0634
4	.2128	.2057	.1977	.1888	.1792	.1692	.1587	.1481	.1374	.1268
5	.2103	.2130	.2142	.2140	.2123	.2093	.2051	.1997	.1933	.1859
6	.1575	.1671	.1759	.1837	.1906	.1963	.2008	.2040	.2059	.2066
7	.0910	.1011	.1114	.1217	.1319	.1419	.1516	.1608	.1693	.1771
8	.0409	.0476	.0549	.0627	.0710	.0798	.0890	.0985	.1082	.1181
9	.0143	.0174	.0210	.0251	.0298	.0349	.0407	.0470	.0538	.0612
10	.0038	.0049	.0062	.0078	.0096	.0118	.0143	.0173	.0206	.0245
11	.0008	.0011	.0014	.0018	.0024	.0030	.0038	.0048	.0060	.0074
12	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006	.0007	.0010	.0013	.0016
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003

TABLE A.1 *(continued)*

n = 15 (cont.)

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000	.0000
1	.0038	.0031	.0025	.0020	.0016	.0012	.0010	.0008	.0006	.0005
2	.0185	.0156	.0130	.0108	.0090	.0074	.0060	.0049	.0040	.0032
3	.0558	.0489	.0426	.0369	.0318	.0272	.0232	.0197	.0166	.0139
4	.1163	.1061	.0963	.0869	.0780	.0696	.0617	.0545	.0478	.0417
5	.1778	.1691	.1598	.1502	.1404	.1304	.1204	.1106	.1010	.0916
6	.2060	.2041	.2010	.1967	.1914	.1851	.1780	.1702	.1617	.1527
7	.1840	.1900	.1949	.1987	.2013	.2028	.2030	.2020	.1997	.1964
8	.1279	.1376	.1470	.1561	.1647	.1727	.1800	.1864	.1919	.1964
9	.0691	.0775	.0863	.0954	.1048	.1144	.1241	.1338	.1434	.1527
10	.0288	.0337	.0390	.0450	.0515	.0585	.0661	.0741	.0827	.0916
11	.0091	.0111	.0134	.0161	.0191	.0226	.0266	.0311	.0361	.0417
12	.0021	.0027	.0034	.0042	.0052	.0064	.0079	.0096	.0116	.0139
13	.0003	.0004	.0006	.0008	.0010	.0013	.0016	.0020	.0026	.0032
14	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005

n = 16

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8515	.7238	.6143	.5204	.4401	.3716	.3131	.2634	.2211	.1853
1	.1376	.2363	.3040	.3469	.3706	.3795	.3771	.3665	.3499	.3294
2	.0104	.0362	.0705	.1084	.1463	.1817	.2129	.2390	.2596	.2745
3	.0005	.0034	.0102	.0211	.0359	.0541	.0748	.0970	.1198	.1423
4	.0000	.0002	.0010	.0029	.0061	.0112	.0183	.0274	.0385	.0514
5	.0000	.0000	.0001	.0003	.0008	.0017	.0033	.0057	.0091	.0137
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0009	.0017	.0028
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.1550	.1293	.1077	.0895	.0743	.0614	.0507	.0418	.0343	.0281
1	.3065	.2822	.2575	.2332	.2097	.1873	.1662	.1468	.1289	.1126
2	.2841	.2886	.2886	.2847	.2775	.2675	.2554	.2416	.2267	.2111
3	.1638	.1837	.2013	.2163	.2285	.2378	.2441	.2475	.2482	.2463
4	.0658	.0814	.0977	.1144	.1311	.1472	.1625	.1766	.1892	.2001
5	.0195	.0266	.0351	.0447	.0555	.0673	.0799	.0930	.1065	.1201
6	.0044	.0067	.0096	.0133	.0180	.0235	.0300	.0374	.0458	.0550
7	.0008	.0013	.0020	.0031	.0045	.0064	.0088	.0117	.0153	.0197
8	.0001	.0002	.0003	.0006	.0009	.0014	.0020	.0029	.0041	.0055
9	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004	.0006	.0008	.0012
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002

TABLE A.1 (*continued*)

***n* = 16 (cont.)**

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0230	.0188	.0153	.0124	.0100	.0081	.0065	.0052	.0042	.0033
1	.0979	.0847	.0730	.0626	.0535	.0455	.0385	.0325	.0273	.0228
2	.1952	.1792	.1635	.1482	.1336	.1198	.1068	.0947	.0835	.0732
3	.2421	.2359	.2279	.2185	.2079	.1964	.1843	.1718	.1591	.1465
4	.2092	.2162	.2212	.2242	.2252	.2243	.2215	.2171	.2112	.2040
5	.1334	.1464	.1586	.1699	.1802	.1891	.1966	.2026	.2071	.2099
6	.0650	.0757	.0869	.0984	.1101	.1218	.1333	.1445	.1551	.1649
7	.0247	.0305	.0371	.0444	.0524	.0611	.0704	.0803	.0905	.1010
8	.0074	.0097	.0125	.0158	.0197	.0242	.0293	.0351	.0416	.0487
9	.0017	.0024	.0033	.0044	.0058	.0075	.0096	.0121	.0151	.0185
10	.0003	.0005	.0007	.0010	.0014	.0019	.0025	.0033	.0043	.0056
11	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0026	.0021	.0016	.0013	.0010	.0008	.0006	.0005	.0004	.0003
1	.0190	.0157	.0130	.0107	.0087	.0071	.0058	.0047	.0038	.0030
2	.0639	.0555	.0480	.0413	.0353	.0301	.0255	.0215	.0180	.0150
3	.1341	.1220	.1103	.0992	.0888	.0790	.0699	.0615	.0538	.0468
4	.1958	.1865	.1766	.1662	.1553	.1444	.1333	.1224	.1118	.1014
5	.2111	.2107	.2088	.2054	.2008	.1949	.1879	.1801	.1715	.1623
6	.1739	.1818	.1885	.1940	.1982	.2010	.2024	.2024	.2010	.1983
7	.1116	.1222	.1326	.1428	.1524	.1615	.1698	.1772	.1836	.1889
8	.0564	.0647	.0735	.0827	.0923	.1022	.1122	.1222	.1320	.1417
9	.0225	.0271	.0322	.0379	.0442	.1511	.0586	.0666	.0750	.0840
10	.0071	.0089	.0111	.0137	.0167	.0201	.0241	.0286	.0336	.0392
11	.0017	.0023	.0030	.0038	.0049	.0062	.0077	.0095	.0117	.0142
12	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011	.0014	.0019	.0024	.0031	.0040
13	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0005	.0006	.0008
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0024	.0019	.0015	.0012	.0009	.0007	.0005	.0004	.0003	.0002
2	.0125	.0103	.0085	.0069	.0056	.0046	.0037	.0029	.0023	.0018
3	.0405	.0349	.0299	.0254	.0215	.0181	.0151	.0126	.0104	.0085
4	.0915	.0821	.0732	.0649	.0572	.0501	.0436	.0378	.0325	.0278
5	.1526	.1426	.1325	.1224	.1123	.1024	.0929	.0837	.0749	.0667
6	.1944	.1894	.1833	.1762	.1684	.1600	.1510	.1416	.1319	.1222
7	.1930	.1959	.1975	.1978	.1969	.1947	.1912	.1867	.1811	.1746
8	.1509	.1596	.1676	.1749	.1812	.1865	.1908	.1939	.1958	.1964
9	.0932	.1027	.1124	.1221	.1318	.1413	.1504	.1591	.1672	.1746
10	.0453	.0521	.0594	.0672	.0755	.0842	.0934	.1028	.1124	.1222
11	.0172	.0206	.0244	.0288	.0337	.0391	.0452	.0518	.0589	.0667
12	.0050	.0062	.0077	.0094	.0115	.0139	.0167	.0199	.0236	.0278
13	.0011	.0014	.0018	.0023	.0029	.0036	.0046	.0057	.0070	.0085
14	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014	.0018
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002

TABLE A.1 (continued)

$n = 17$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8429	.7093	.5958	.4996	.4181	.3493	.2912	.2423	.2012	.1668
1	.1447	.2461	.3133	.3539	.3741	.3790	.3726	.3582	.3383	.3150
2	.0117	.0402	.0775	.1180	.1575	.1935	.2244	.2492	.2677	.2800
3	.0006	.0041	.0120	.0246	.0415	.0618	.0844	.1083	.1324	.1556
4	.0000	.0003	.0013	.0036	.0076	.0138	.0222	.0330	.0458	.0605
5	.0000	.0000	.0001	.0004	.0010	.0023	.0044	.0075	.0118	.0175
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007	.0013	.0023	.0039
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.1379	.1138	.0937	.0770	.0631	.0516	.0421	.0343	.0278	.0225
1	.2898	.2638	.2381	.2131	.1893	.1671	.1466	.1279	.1109	.0957
2	.2865	.2878	.2846	.2775	.2673	.2547	.2402	.2245	.2081	.1914
3	.1771	.1963	.2126	.2259	.2359	.2425	.2460	.2464	.2441	.2393
4	.0766	.0937	.1112	.1287	.1457	.1617	.1764	.1893	.2004	.2093
5	.0246	.0332	.0432	.0545	.0668	.0801	.0939	.1081	.1222	.1361
6	.0061	.0091	.0129	.0177	.0236	.0305	.0385	.0474	.0573	.0680
7	.0012	.0019	.0030	.0045	.0065	.0091	.0124	.0164	.0211	.0267
8	.0002	.0003	.0006	.0009	.0014	.0022	.0032	.0045	.0062	.0084
9	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0010	.0015	.0021
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0182	.0146	.0118	.0094	.0075	.0060	.0047	.0038	.0030	.0023
1	.0822	.0702	.0597	.0505	.0426	.0357	.0299	.0248	.0206	.0169
2	.1747	.1584	.1427	.1277	.1136	.1005	.0883	.0772	.0672	.0581
3	.2322	.2234	.2131	.2016	.1893	.1765	.1634	.1502	.1372	.1245
4	.2161	.2205	.2228	.2228	.2209	.2170	.2115	.2044	.1961	.1868
5	.1493	.1617	.1730	.1830	.1914	.1982	.2033	.2067	.2083	.2081
6	.0794	.0912	.1034	.1156	.1276	.1393	.1504	.1608	.1701	.1784
7	.0332	.0404	.0485	.0573	.0668	.0769	.0874	.0982	.1092	.1201
8	.0110	.0143	.0181	.0226	.0279	.0338	.0404	.0478	.0558	.0644
9	.0029	.0040	.0054	.0071	.0093	.0119	.0150	.0186	.0228	.0276
10	.0006	.0009	.0013	.0018	.0025	.0033	.0044	.0058	.0074	.0095
11	.0001	.0002	.0002	.0004	.0005	.0007	.0010	.0014	.0019	.0026
12	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

TABLE A.1 (continued)

n = 17 (cont.)

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0018	.0014	.0011	.0009	.0007	.0005	.0004	.0003	.0002	.0002
1	.0139	.0114	.0093	.0075	.0060	.0048	.0039	.0031	.0024	.0019
2	.0500	.0428	.0364	.0309	.0260	.0218	.0182	.0151	.0125	.0102
3	.1123	.1007	.0898	.0795	.0701	.0614	.0534	.0463	.0398	.0341
4	.1766	.1659	.1547	.1434	.1320	.1208	.1099	.0993	.0892	.0796
5	.2063	.2030	.1982	.1921	.1849	.1767	.1677	.1582	.1482	.1379
6	.1854	.1910	.1952	.1979	.1991	.1988	.1970	.1939	.1895	.1839
7	.1309	.1413	.1511	.1602	.1685	.1757	.1818	.1868	.1904	.1927
8	.0735	.0831	.0930	.1032	.1134	.1235	.1335	.1431	.1521	.1606
9	.0330	.0391	.0458	0531	.0611	.0695	.0784	.0877	.0973	.1070
10	.0119	.0147	.0181	.0219	.0263	.0313	.0368	.0430	.0498	.0571
11	.0034	.0044	.0057	.0072	.0090	.0112	.0138	.0168	.0202	.0242
12	.0008	.0010	.0014	.0018	.0024	.0031	.0040	.0051	.0065	.0081
13	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0012	.0016	.0021
14	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0015	.0012	.0009	.0007	.0005	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001
2	.0084	.0068	.0055	.0044	.0035	.0028	.0022	.0017	.0013	.0010
3	.0290	.0246	.0207	.0173	.0144	.0119	.0097	.0079	.0064	.0052
4	.0706	.0622	.0546	.0475	.0411	.0354	.0302	.0257	.0217	.0182
5	.1276	.1172	.1070	.0971	0875	.0784	.0697	.0616	.0541	.0472
6	.1773	.1697	.1614	.1525	.1432	.1335	.1237	.1138	.1040	.0944
7	.1936	.1932	.1914	.1883	.1841	.1787	.1723	.1650	.1570	.1484
8	.1682	.1748	.1805	.1850	.1883	.1903	.1910	.1904	.1886	.1855
9	.1169	.1266	.1361	.1453	.1540	.1621	.1694	.1758	.1812	.1855
10	.0650	.0733	.0822	.0914	.1008	.1105	.1202	.1298	.1393	.1484
11	.0287	.0338	.0394	.0457	.0525	.0599	.0678	.0763	.0851	.0944
12	.0100	.0122	.0149	.0179	.0215	.0255	.0301	.0352	.0409	.0472
13	.0027	.0034	.0043	.0054	.0068	.0084	.0103	.0125	.0151	.0182
14	.0005	.0007	.0009	.0012	.0016	.0020	.0026	.0033	.0041	.0052
15	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0005	.0006	.0008	.0010
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

n = 18

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8345	.6951	.5780	.4796	.3972	.3283	.2708	.2229	.1831	.1501
1	.1517	.2554	.3217	.3597	.3763	.3772	.3669	.3489	.3260	.3002
2	.0130	.0443	.0846	.1274	.1683	.2047	.2348	.2579	.2741	.2835
3	.0007	.0048	.0140	.0283	.0473	.0697	.0942	.1196	.1446	.1680
4	.0000	.0004	.0016	.0044	.0093	.0167	.0266	.0390	.0536	.0700
5	.0000	.0000	.0001	.0005	.0014	.0030	.0056	.0095	.0148	.0218
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0004	.0009	.0018	.0032	.0052
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0005	.0010
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002

TABLE A.1 *(continued)*

***n* = 18 (cont.)**

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.1227	.1002	.0815	.0662	.0536	.0434	.0349	.0281	.0225	.0180
1	.2731	.2458	.2193	.1940	.1704	.1486	.1288	.1110	.0951	.0811
2	.2869	.2850	.2785	.2685	.2556	.2407	.2243	.2071	.1897	.1723
3	.1891	.2072	.2220	.2331	.2406	.2445	.2450	.2425	.2373	.2297
4	.0877	.1060	.1244	.1423	.1592	.1746	.1882	.1996	.2087	.2153
5	.0303	.0405	.0520	0649	.0787	.0931	.1079	.1227	.1371	.1507
6	.0081	.0120	.0168	.0229	.0301	.0384	.0479	.0584	.0697	.0816
7	.0017	.0028	.0043	.0064	.0091	.0126	.0168	.0220	.0280	.0350
8	.0003	.0005	.0009	.0014	.0022	.0033	.0047	.0066	.0090	.0120
9	.0000	.0001	.0001	.0003	.0004	.0007	.0011	.0016	.0024	.0033
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0144	.0114	.0091	.0072	.0056	.0044	.0035	.0027	.0021	.0016
1	.0687	.0580	.0487	.0407	.0338	.0280	.0231	.0189	.0155	.0126
2	.1553	.1390	.1236	.1092	.0958	.0836	.0725	.0626	.0537	.0458
3	.2202	.2091	.1969	.1839	.1704	.1567	.1431	.1298	.1169	.1046
4	.2195	.2212	.2205	.2177	.2130	.2065	.1985	.1892	.1790	.1681
5	.1634	.1747	.1845	.1925	.1988	.2031	.2055	.2061	.2048	.2017
6	.0941	.1067	.1194	.1317	.1436	.1546	.1647	.1736	.1812	.1873
7	.0429	.0516	.0611	.0713	.0820	.0931	.1044	.1157	.1269	.1376
8	.0157	.0200	.0251	.0310	.0376	.0450	.0531	.0619	.0713	.0811
9	.0046	.0063	.0083	.0109	.0139	.0176	.0218	.0267	.0323	.0386
10	.0011	.0016	.0022	.0031	.0042	.0056	.0073	.0094	.0119	.0149
11	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010	.0014	.0020	.0026	.0035	.0046
12	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0012
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0013	.0010	.0007	.0006	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001
1	.0102	.0082	.0066	.0052	.0042	.0033	.0026	.0020	.0016	.0012
2	.0388	.0327	.0275	.0229	.0190	.0157	.0129	.0105	.0086	.0069
3	.0930	.0822	.0722	.0530	.0547	.0471	.0404	.0344	.0292	.0246
4	.1567	.1450	.1333	.1217	.1104	.0994	.0890	.0791	.0699	.0614
5	.1971	.1911	.1838	.1755	.1664	.1566	.1463	.1358	.1252	.1146
6	.1919	.1948	.1962	.1959	.1941	.1908	.1862	.1803	.1734	.1655
7	.1478	.1572	.1656	.1730	.1792	.1840	.1875	.1895	.1900	.1892
8	.0913	.1017	.1122	.1226	.1327	.1423	.1514	.1597	.1671	.1734
9	.0456	.0532	.0614	.0701	.0794	.0890	.0988	.1087	.1187	.1284
10	.0184	.0225	.0272	.0325	.0385	.0450	.0522	.0600	.0683	.0771
11	.0060	.0077	.0097	.0122	.0151	.0184	.0223	.0267	.0318	.0374
12	.0016	.0021	.0028	.0037	.0047	.0060	.0076	.0096	.0118	.0145
13	.0003	.0005	.0006	.0009	.0012	.0016	.0021	.0027	.0035	.0045
14	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002

TABLE A.1 (continued)

n = 18 (cont.)

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0009	.0007	.0005	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001
2	.0055	.0044	.0035	.0028	.0022	.0017	.0013	.0010	.0008	.0006
3	.0206	.0171	.0141	.0116	.0095	.0077	.0062	.0050	.0039	.0031
4	.0536	.0464	.0400	.0342	.0291	.0246	.0206	.0172	.0142	.0117
5	.1042	.0941	.0844	.0753	.0666	.0586	.0512	.0444	.0382	.0327
6	.1569	.1477	.1380	.1281	.1181	.1081	.0983	.0887	.0796	.0708
7	.1869	.1833	.1785	.1726	.1657	.1579	.1494	.1404	.1310	.1214
8	.1786	.1825	.1852	.1864	.1864	.1850	.1822	.1782	.1731	.1669
9	.1379	.1469	.1552	.1628	.1694	.1751	.1795	.1828	.1848	.1855
10	.0862	.0957	.1054	.1151	.1248	.1342	.1433	.1519	.1598	.1669
11	.0436	.0504	.0578	.0658	.0742	.0831	.0924	.1020	.1117	.1214
12	.0177	.0213	.0254	.0301	.0354	.0413	.0478	.1549	.0626	.0708
13	.0057	.0071	.0089	.0109	.0134	.0162	.0196	.0234	.0278	.0327
14	.0014	.0018	.0024	.0031	.0039	.0049	.0062	.0077	.0095	.0117
15	.0003	.0004	.0005	.0006	.0009	.0011	.0015	.0019	.0024	.0031
16	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

n = 19

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8262	.6812	.5606	.4604	.3774	.3086	.2519	.2051	.1666	.1351
1	.1586	.2642	.3294	.3645	.3774	.3743	.3602	.3389	.3131	.2852
2	.0144	.0485	.0917	.1367	.1787	.2150	.2440	.2652	.2787	.2852
3	.0008	.0056	.0161	.0323	.0533	.0778	.1041	.1307	.1562	.1796
4	.0000	.0005	.0020	.0054	.0112	.0199	.0313	.0455	.0618	.0798
5	.0000	.0000	.0002	.0007	.0018	.0038	.0071	.0119	.0183	.0266
6	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0012	.0024	.0042	.0069
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0008	.0014
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002
	.11	**.12**	**.13**	**.14**	**.15**	**.16**	**.17**	**.18**	**.19**	**.20**
0	.1092	.0881	.0709	.0569	.0456	.0364	.0290	.0230	.0182	.0144
1	.2565	.2284	.2014	.1761	.1529	.1318	.1129	.0961	.0813	.0685
2	.2854	.2803	.2708	.2581	.2428	.2259	.2081	.1898	.1717	.1540
3	.1999	.2166	.2293	.2381	.2428	.2439	.2415	.2361	.2282	.2182
4	.0988	.1181	.1371	.1550	.1714	.1858	.1979	.2073	.2141	.2182
5	.0366	.0483	.0614	.0757	.0907	.1062	.1216	.1365	.1507	.1636
6	.0106	.0154	.0214	.0288	.0374	.0472	.0581	.0699	.0825	.0955
7	.0024	.0039	.0059	.0087	.0122	.0167	.0221	.0285	.0359	.0443
8	.0004	.0008	.0013	.0021	0032	.0048	.0068	.0094	.0126	.0166
9	.0001	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0017	.0025	.0036	.0051
10	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0006	.0009	.0013
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003

TABLE A.1 *(continued)*

n = 19 (*cont.*)

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0113	.0089	.0070	.0054	.0042	.0033	.0025	.0019	.0015	.0011
1	.0573	.0477	.0396	.0326	.0268	.0219	.0178	.0144	.0116	.0093
2	.1371	.1212	.1064	.0927	.0803	.0692	.0592	.0503	.0426	.0358
3	.2065	.1937	.1800	.1659	.1517	.1377	.1240	.1109	.0985	.0869
4	.2196	.2185	.2151	.2096	.2023	.1935	.1835	.1726	.1610	.1491
5	.1751	.1849	.1928	.1986	.2023	.2040	.2036	.2013	.1973	.1916
6	.1086	.1217	.1343	.1463	.1574	.1672	.1757	.1827	.1880	.1916
7	.0536	.0637	.0745	.0858	.0974	.1091	.1207	.1320	.1426	.1525
8	.0214	.0270	.0334	.0406	.0487	.0575	.0670	.0770	.0874	.0981
9	.0069	.0093	.0122	.0157	.0198	.0247	.0303	.0366	.0436	.0514
10	.0018	.0026	.0036	.0050	.0066	.0087	.0112	.0142	.0178	.0220
11	.0004	.0006	.0009	.0013	.0018	.0025	.0034	.0045	.0060	.0077
12	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0012	.0016	.0022
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0004	.0005
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0009	.0007	.0005	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001
1	.0074	.0059	.0046	.0036	.0029	.0022	.0017	.0013	.0010	.0008
2	.0299	.0249	.0206	.0169	.0138	.0112	.0091	.0073	.0058	.0046
3	.0762	.0664	.0574	.0494	.0422	.0358	.0302	.0253	.0211	.0175
4	.1370	.1249	.1131	.1017	.0909	.0806	.0710	.0621	.0540	.0467
5	.1846	.1764	.1672	.1572	.1468	.1360	.1251	.1143	.1036	.0933
6	.1935	.1936	.1921	.1890	.1844	.1785	.1714	.1634	.1546	.1451
7	.1615	.1692	.1757	.1808	.1844	.1865	.1870	.1860	.1835	.1797
8	.1088	.1195	.1298	.1397	.1489	.1573	.1647	.1710	.1760	.1797
9	.0597	.0687	.0782	.0880	.0980	.1082	.1182	.1281	.1375	.1464
10	.0268	.0323	.0385	.0453	.0528	.0608	.0694	.0785	.0879	.0976
11	.0099	.0124	.0155	.0191	.0233	.0280	.0334	.0394	.0460	.0532
12	.0030	.0039	.0051	.0066	.0083	.0105	.0131	.0161	.0196	.0237
13	.0007	.0010	.0014	.0018	.0024	.0032	.0041	.0053	.0067	.0085
14	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0010	.0014	.0018	.0024
15	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

TABLE A.1 (*continued*)

n = 19 (cont.)

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0006	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000
2	.0037	.0029	.0022	.0017	.0013	.0010	.0008	.0006	.0004	.0003
3	.0144	.0118	.0096	.0077	.0062	.0049	.0039	.0031	.0024	.0018
4	.0400	.0341	.0289	.0243	.0203	.0168	.0138	.0113	.0092	.0074
5	.0834	.0741	.0653	.0572	.0497	.0429	.0368	.0313	.0265	.0222
6	.1353	.1252	.1150	.1049	.0949	.0853	.0761	.0674	.0593	.0518
7	.1746	1683	.1611	.1530	.1443	.1350	.1254	.1156	.1058	.0961
8	.1820	.1829	.1823	.1803	.1771	.1725	.1668	.1601	.1525	.1442
9	.1546	.1618	.1681	.1732	.1771	.1796	.1808	.1806	.1791	.1762
10	.1074	.1172	.1268	.1361	.1449	.1530	.1603	.1667	.1721	.1762
11	.0611	.0694	.0783	.0875	.0970	.1066	.1163	.1259	.1352	.1442
12	.0283	.0335	.0394	.0458	.0529	.0606	.0688	.0775	.0866	.0961
13	.0106	.0131	.0160	.0194	.0233	.0278	.0328	.0385	.0448	.0518
14	.0032	.0041	.0052	.0065	.0082	.0101	.0125	.0152	.0185	.0222
15	.0007	.0010	.0013	.0017	.0022	.0029	.0037	.0047	.0059	.0074
16	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0006	.0008	.0011	.0014	.0018
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003

n = 20

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.8179	.6676	.5438	.4420	.3585	.2901	.2342	.1887	.1516	.1216
1	.1652	.2725	.3364	.3683	.3774	.3703	.3526	.3282	.3000	.2702
2	.0159	.0528	.0988	.1458	.1887	.2246	.2521	.2711	.2818	.2852
3	.0010	.0065	.0183	.0364	.0596	.0860	.1139	.1414	.1672	.1901
4	.0000	.0006	.0024	.0065	.0133	.0233	.0364	.0523	.0703	.0898
5	.0000	.0000	.0002	.0009	.0022	.0048	.0088	.0145	.0222	.0319
6	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0008	.0017	.0032	.0055	.0089
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0011	.0020
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.0972	.0776	.0617	.0490	.0388	.0306	.0241	.0189	.0148	.0115
1	.2403	.2115	.1844	.1595	.1368	.1165	.0986	.0829	.0693	.0576
2	.2822	.2740	.2618	.2466	.2293	.2109	.1919	.1730	.1545	.1369
3	.2093	.2242	.2347	.2409	.2428	.2410	.2358	.2278	.2175	.2054
4	.1099	.1299	.1491	.1666	.1821	.1951	.2053	.2125	.2168	.2182
5	.0435	.0567	.0713	.0868	.1028	.1189	.1345	.1493	.1627	.1746
6	.0134	.0193	.0266	.0353	.0454	.0566	.0689	.0819	.0954	.1091
7	.0033	.0053	.0080	.0115	.0160	.0216	.0282	.0360	.0448	.0545
8	.0007	.0012	.0019	.0030	.0046	.0067	.0094	.0128	.0171	.0222
9	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0017	.0026	.0038	.0053	.0074
10	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004	.0006	.0009	.0014	.0020
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

TABLE A.1 (continued)

n = 20 (cont.)

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0090	.0069	.0054	.0041	.0032	.0024	.0018	.0014	.0011	.0008
1	.0477	.0392	.0321	.0261	.0211	.0170	.0137	.0109	.0087	.0068
2	.1204	.1050	.0910	.0783	.0669	.0569	.0480	.0403	.0336	.0278
3	.1920	.1777	.1631	.1484	.1339	.1199	.1065	.0940	.0823	.0716
4	.2169	.2131	.2070	.1991	.1897	.1790	.1675	.1553	.1429	.1304
5	.1845	.1923	.1979	.2012	.2023	.2013	.1982	.1933	.1868	.1789
6	.1226	.1356	.1478	.1589	.1686	.1768	.1833	.1879	.1907	.1916
7	.0652	.0765	.0883	.1003	.1124	.1242	.1356	.1462	.1558	.1643
8	.0282	.0351	.0429	.0515	.0609	.0709	.0815	.0924	.1034	.1144
9	.0100	.0132	.0171	.0217	.0271	.0332	.0402	.0479	.0563	.0654
10	.0029	.0041	.0056	.0075	.0099	.0128	.0163	.0205	.0253	.0308
11	.0007	.0010	.0015	.0022	.0030	.0041	.0055	.0072	.0094	.0120
12	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0011	.0015	.0021	.0029	.0039
13	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002
	.31	**.32**	**.33**	**.34**	**.35**	**.36**	**.37**	**.38**	**.39**	**.40**
0	.0006	.0004	.0003	.0002	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000
1	.0054	.0042	.0033	.0025	.0020	.0015	.0011	.0009	.0007	.0005
2	.0229	.0188	.0153	.0124	.0100	.0080	.0064	.0050	.0040	.0031
3	.0619	.0531	.0453	.0383	.0323	.0270	.0224	.0185	.0152	.0123
4	.1181	.1062	.0947	.0839	.0738	.0645	.0559	.0482	.0412	.0350
5	.1698	.1599	.1493	.1384	.1272	.1161	.1051	.0945	.0843	.0746
6	.1907	.1881	.1839	.1782	.1712	.1632	.1543	.1447	.1347	.1244
7	.1714	.1770	.1811	.1836	.1844	.1836	.1812	.1774	.1722	.1659
8	.1251	.1354	.1450	.1537	.1614	.1678	.1730	.1767	.1790	.1797
9	.0750	.0849	.0952	.1056	.1158	.1259	.1354	.1444	.1526	.1597
10	.0370	.0440	.0516	.0598	.0686	.0779	.0875	.0974	.1073	.1171
11	.0151	.0188	.0231	.0280	.0336	.0398	.0467	.0542	.0624	.0710
12	.0051	.0066	.0085	.0108	.0136	.0168	.0206	.0249	.0299	.0355
13	.0014	.0019	.0026	.0034	.0045	.0058	.0074	.0094	.0118	.0146
14	.0003	.0005	.0006	.0009	.0012	.0016	.0022	.0029	.0038	.0049
15	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003

TABLE A.1 (continued)

$n = 20$ **(cont.)**

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0004	.0003	.0002	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000
2	.0024	.0018	.0014	.0011	.0008	.0006	.0005	.0003	.0002	.0002
3	.0100	.0080	.0064	.0051	.0040	.0031	.0024	.0019	.0014	.0011
4	.0295	.0247	.0206	.0170	.0139	.0113	.0092	.0074	.0059	.0046
5	.0656	.0573	.0496	.0427	.0365	.0309	.0260	.0217	.0180	.0148
6	.1140	.1037	.0936	.0839	.0746	.0658	.0577	.0501	.0432	.0370
7	.1585	.1502	.1413	.1318	.1221	.1122	.1023	.0925	.0830	.0739
8	.1790	.1768	.1732	.1683	.1623	.1553	.1474	.1388	.1296	.1201
9	.1658	.1707	.1742	.1763	.1771	.1763	.1742	.1708	.1661	.1602
10	.1268	.1359	.1446	.1524	.1593	.1652	.1700	.1734	.1755	.1762
11	.0801	.0895	.0991	.1089	.1185	.1280	.1370	.1455	.1533	.1602
12	.0417	.0486	.0561	.0642	.0727	.0818	.0911	.1007	.1105	.1201
13	.0178	.0217	.0260	.0310	.0366	.0429	.0497	.0572	.0653	.0739
14	.0062	.0078	.0098	.0122	.0150	.0183	.0221	.0264	.0314	.0370
15	.0017	.0023	.0030	.0038	.0049	.0062	.0078	.0098	.0121	.0148
16	.0004	.0005	.0007	.0009	.0013	.0017	.0022	.0028	.0036	.0046
17	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0006	.0008	.0011
18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002

$n = 25$

r \ p	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
0	.7778	.6035	.4670	.3604	.2774	.2129	.1630	.1244	.0946	.0718
1	.1964	.3079	.3611	.3754	.3650	.3398	.3066	.2704	.2340	.1994
2	.0238	.0754	.1340	.1877	.2305	.2602	.2770	.2821	.2777	.2659
3	.0018	.0118	.0318	.0600	.0930	.1273	.1598	.1881	.2106	.2265
4	.0001	.0013	.0054	.0137	.0269	.0447	.0662	.0899	.1145	.1384
5	.0000	.0001	.0007	.0024	.0060	.0120	.0209	.0329	.0476	.0646
6	.0000	.0000	.0001	.0003	.0010	.0026	.0052	.0095	.0157	.0239
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0011	.0022	.0042	.0072
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0009	.0018
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

TABLE A.1 (continued)

n = 25 (cont.)

r \ p	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
0	.0543	.0409	.0308	.0230	.0172	.0128	.0095	.0070	.0052	.0038
1	.1678	.1395	.1149	.0938	.0759	.0609	.0486	.0384	.0302	.0236
2	.2488	.2283	.2060	.1832	.1607	.1392	.1193	.1012	.0851	.0708
3	.2358	.2387	.2360	.2286	.2174	.2033	.1874	.1704	.1530	.1358
4	.1603	.1790	.1940	.2047	.2110	.2130	.2111	.2057	.1974	.1867
5	.0832	.1025	.1217	.1399	.1564	.1704	.1816	.1897	.1945	.1960
6	.0343	.0466	.0606	.0759	.0920	.1082	.1240	.1388	.1520	.1633
7	.0115	.0173	.0246	.0336	.0441	.0559	.0689	.0827	.0968	.1108
8	.0032	.0053	.0083	.0123	.0175	.0240	.0318	.0408	.0511	.0623
9	.0007	.0014	.0023	.0038	.0058	.0086	.0123	.0169	.0226	.0294
10	.0001	.0003	.0006	.0010	.0016	.0026	.0040	.0059	.0085	.0118
11	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0018	.0027	.0040
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0012
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

r \ p	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
0	.0028	.0020	.0015	.0010	.0008	.0005	.0004	.0003	.0002	.0001
1	.0183	.0141	.0109	.0083	.0063	.0047	.0035	.0026	.0020	.0014
2	.0585	.0479	.0389	.0314	.0251	.0199	.0157	.0123	.0096	.0074
3	.1192	.1035	.0891	.0759	.0641	.0537	.0446	.0367	.0300	.0243
4	.1742	.1606	.1463	.1318	.1175	.1037	.0906	.0785	.0673	.0572
5	.1945	.1903	.1836	.1749	.1645	.1531	.1408	.1282	.1155	.1030
6	.1724	.1789	.1828	.1841	.1828	.1793	.1736	.1661	.1572	.1472
7	.1244	.1369	.1482	.1578	.1654	.1709	.1743	.1754	.1743	.1712
8	.0744	.0869	.0996	.1121	.1241	.1351	.1450	.1535	.1602	.1651
9	.0373	.0463	.0562	.0669	.0781	.0897	.1013	.1127	.1236	.1336
10	.0159	.0209	.0269	.0338	.0417	.0504	.0600	.0701	.0808	.0916
11	.0058	.0080	.0109	.0145	.0189	.0242	.0302	.0372	.0450	.0536
12	.0018	.0026	.0038	.0054	.0074	.0099	.0130	.0169	.0214	.0268
13	.0005	.0007	.0011	.0017	.0025	.0035	.0048	.0066	.0088	.0115
14	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010	.0015	.0022	.0031	.0042
15	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0013
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0004
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

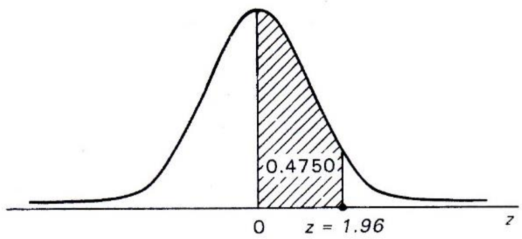
TABLE A.1 *(continued)*

n = 25 (cont.)

r \ p	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
0	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0011	.0008	.0006	.0004	.0003	.0002	.0001	.0001	.0001	.0000
2	.0057	.0043	.0033	.0025	.0018	.0014	.0010	.0007	.0005	.0004
3	.0195	.0156	.0123	.0097	.0076	.0058	.0045	.0034	.0026	.0019
4	.0482	.0403	.0334	.0274	.0224	.0181	.0145	.0115	.0091	.0071
5	.0910	.0797	.0691	.0594	.0506	.0427	.0357	.0297	.0244	.0199
6	.1363	.1250	.1134	.1020	.0908	.0801	.0700	.0606	.0520	.0442
7	.1662	.1596	.1516	.1426	.1327	.1222	.1115	.1008	.0902	.0800
8	.1680	.1690	.1681	.1652	.1607	.1547	.1474	.1390	.1298	.1200
9	.1426	.1502	.1563	.1608	.1635	.1644	.1635	.1609	.1567	.1511
10	.1025	.1131	.1232	.1325	.1409	.1479	.1536	.1578	.1603	.1612
11	.0628	.0726	.0828	.0931	.1034	.1135	.1230	.1319	.1398	.1465
12	.0329	.0399	.0476	.0560	.0650	.0745	.0843	.0943	.1043	.1140
13	.0148	.0188	.0234	.0288	.0350	.0419	.0495	.0578	.0667	.0760
14	.0057	.0076	.0099	.0127	.0161	.0202	.0249	.0304	.0365	.0434
15	.0019	.0026	.0036	.0048	.0064	.0083	.0107	.0136	.0171	.0212
16	.0005	.0008	.0011	.0015	.0021	.0029	.0039	.0052	.0068	.0088
17	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0012	.0017	.0023	.0031
18	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0009
19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002

r \ p	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0003	.0002	.0001	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0014	.0011	.0008	.0006	.0004	.0003	.0002	.0001	.0001	.0001
4	.0055	.0042	.0032	.0024	.0018	.0014	.0010	.0007	.0005	.0004
5	.0161	.0129	.0102	.0081	.0063	.0049	.0037	.0028	.0021	.0016
6	.0372	.0311	.0257	.0211	.0172	.0138	.0110	.0087	.0068	.0053
7	.0703	.0611	.0527	.0450	.0381	.0319	.0265	.0218	.0178	.0143
8	.1099	.0996	.0895	.0796	.0701	.0612	.0529	.0453	.0384	.0322
9	.1442	.1363	.1275	.1181	.1084	.0985	.0886	.0790	.0697	.0609
10	.1603	.1579	.1539	.1485	.1419	.1342	.1257	.1166	.1071	.0974
11	.1519	.1559	.1583	.1591	.1583	.1559	.1521	.1468	.1404	.1328
12	.1232	.1317	.1393	.1458	.1511	.1550	.1573	.1581	.1573	.1550
13	.0856	.0954	.1051	.1146	.1236	.1320	.1395	.1460	.1512	.1550
14	.0510	.0592	.0680	.0772	.0867	.0964	.1060	.1155	.1245	.1328
15	.0260	.0314	.0376	.0445	.0520	.0602	.0690	.0782	.0877	.0974
16	.0113	.0142	.0177	.0218	.0266	.0321	.0382	.0451	.0527	.0609
17	.0042	.0055	.0071	.0091	.0115	.0145	.0179	.0220	.0268	.0322
18	.0013	.0018	.0024	.0032	.0042	.0055	.0071	.0090	.0114	.0143
19	.0003	.0005	.0007	.0009	.0013	.0017	.0023	.0031	.0040	.0053
20	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0012	.0016
21	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004
22	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

TABLE A.2 **Standard normal curve areas (entries in the body of the table give the area under the standard normal curve from 0 to z)**



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

TABLE A.3 **Probability levels for the Wilcoxon signed-rank test**

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 5		n = 8		n = 10		n = 11		n = 12		n = 13	
*0	.0313	0	.0039	0	.0010	0	.0005	0	.0002	0	.0001
1	.0625	1	.0078	1	.0020	1	.0010	1	.0005	1	.0002
2	.0938	2	.0117	2	.0029	2	.0015	2	.0007	2	.0004
3	.1563	3	.0195	3	.0049	3	.0024	3	.0012	3	.0006
4	.2188	4	.0273	4	.0068	4	.0034	4	.0017	4	.0009
5	.3125	*5	.0391	5	.0098	5	.0049	5	.0024	5	.0012
6	.4063	6	.0547	6	.0137	6	.0068	6	.0034	6	.0017
7	.5000	7	.0742	7	.0186	7	.0093	7	.0046	7	.0023
		8	.0977	8	.0244	8	.0122	8	.0061	8	.0031
n = 6		9	.1250	9	.0322	9	.0161	9	.0081	9	.0040
0	.0156	10	.1563	*10	.0420	10	.0210	10	.0105	10	.0052
1	.0313	11	.1914	11	.0527	11	.0269	11	.0134	11	.0067
*2	.0469	12	.2305	12	.0654	12	.0337	12	.0171	12	.0085
3	.0781	13	.2734	13	.0801	*13	.0415	13	.0212	13	.0107
4	.1094	14	.3203	14	.0967	14	.0508	14	.0261	14	.0133
5	.1563	15	.3711	15	.1162	15	.0615	15	.0320	15	.0164
6	.2188	16	.4219	16	.1377	16	.0737	16	.0386	16	.0199
7	.2813	17	.4727	17	.1611	17	.0874	*17	.0461	17	.0239
8	.3438	18	.5273	18	.1875	18	.1030	18	.0549	18	.0287
9	.4219	n = 9		19	.2158	19	.1201	19	.0647	19	.0341
10	.5000	0	.0020	20	.2461	20	.1392	20	.0757	20	.0402
		1	.0039	21	.2783	21	.1602	21	.0881	*21	.0471
n = 7		2	.0059	22	.3125	22	.1826	22	.1018	22	.0549
0	.0078	3	.0098	23	.3477	23	.2065	23	.1167	23	.0636
1	.0156	4	.0137	24	.3848	24	.2324	24	.1331	24	.0732
2	.0234	5	.0195	25	.4229	25	.2598	25	.1506	25	.0639
*3	.0391	6	.0273	26	.4609	26	.2886	26	.1697	26	.0955
4	.0547	7	.0371	27	.5000	27	.3188	27	.1902	27	.1082
5	.0781	*8	.0488			28	.3501	28	.2119	28	.1219
6	.1094	9	.0645			29	.3823	29	.2349	29	.1367
7	.1484	10	.0820			30	.4155	30	.2593	30	.1527
8	.1875	11	.1016			31	.4492	31	.2847	31	.1698
9	.2344	12	.1250			32	.4829	32	.3110	32	.1879
10	.2891	13	.1504			33	.5171	33	.3386	33	.2072
11	.3438	14	.1797					34	.3667	34	.2274
12	.4063	15	.2129					35	.3955	35	.2487
13	.4688	16	.2480					36	.4250	36	.2709
14	.5313	17	.2852					37	.4548	37	.2939
		18	.3262					38	.4849	38	.3177
		19	.3672					39	.5151	39	.3424
		20	.4102							40	.3677
		21	.4551							41	.3934
		22	.5000							42	.4197
										43	.4463
										44	.4730
										45	.5000

* For given n, the smallest rank total for which the probability level is equal to or less than 0.0500.

TABLE A.3 *(continued)*

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 14		n = 14		n = 15		n = 16		n = 17		n = 17	
0	.0001	50	.4516	47	.2444	39	.0719	25	.0064	74	.4633
2	.0002	51	.4758	48	.2622	40	.0795	26	.0075	75	.4816
3	.0003	52	.5000	49	.2807	41	.0877	27	.0087	76	.5000
4	.0004			50	.2997	42	.0964	28	.0101		
5	.0006	n = 15		51	.3193	43	.1057	29	.0116	n = 18	
6	.0009	1	.0001	52	.3394	44	.1156	30	.0133	6	.0001
7	.0012	3	.0002	53	.3599	45	.1261	31	.0153	10	.0002
8	.0015	5	.0003	54	.3808	46	.1372	32	.0174	12	.0003
9	.0020	6	.0004	55	.4020	47	.1489	33	.0198	14	.0004
10	.0026	7	.0006	56	.4235	48	.1613	34	.0224	15	.0005
11	.0034	8	.0008	57	.4452	49	.1742	35	.0253	16	.0006
12	.0043	9	.0010	58	.4670	50	.1877	36	.0284	17	.0008
13	.0054	10	.0013	59	.4890	51	.2019	37	.0319	18	.0010
14	.0067	11	.0017	60	.5110	52	.2166	38	.0357	19	.0012
15	.0083	12	.0021	n = 16		53	.2319	39	.0398	20	.0014
16	.0101	13	.0027	3	.0001	54	.2477	40	.0443	21	.0017
17	.0123	14	.0034	5	.0002	55	.2641	*41	.0492	22	.0020
18	.0148	15	.0042	7	.0003	56	.2809	42	.0544	23	.0024
19	.0176	16	.0051	8	.0004	57	.2983	43	.0601	24	.0028
20	.0209	17	.0062	9	.0005	58	.3161	44	.0662	25	.0033
21	.0247	18	.0075	10	.0007	59	.3343	45	.0727	26	.0038
22	.0290	19	.0090	11	.0008	60	.3529	46	.0797	27	.0045
23	.0338	20	.0108	12	.0011	61	.3718	47	.0871	28	.0052
24	.0392	21	.0128	13	.0013	62	.3910	48	.0950	29	.0060
*25	.0453	22	.0151	14	.0017	63	.4104	49	.1034	30	.0069
26	.0520	23	.0177	15	.0021	64	.4301	50	.1123	31	.0080
27	.0594	24	.0206	16	.0026	65	.4500	51	.1218	32	.0091
28	.0676	25	.0240	17	.0031	66	.4699	52	.1317	33	.0104
29	.0765	26	.0277	18	.0038	67	.4900	53	.1421	34	.0118
30	.0863	27	.0319	19	.0046	68	.5100	54	.1530	35	.0134
31	.0969	28	.0365	20	.0055			55	.1645	36	.0152
32	.1083	29	.0416	21	.0065	n = 17		56	.1764	37	.0171
33	.1206	*30	.0473	22	.0078	4	.0001	57	.1889	38	.0192
34	.1338	31	.0535	23	.0091	8	.0002	58	.2019	39	.0216
35	.1479	32	.0603	24	.0107	9	.0003	59	.2153	40	.0241
36	.1629	33	.0677	25	.0125	11	.0004	60	.2293	41	.0269
37	.1788	34	.0757	26	.0145	12	.0005	61	.2437	42	.0300
38	.1955	35	.0844	27	.0168	13	.0007	62	.2585	43	.0333
39	.2131	36	.0938	28	.0193	14	.0008	63	.2738	44	.0368
40	.2316	37	.1039	29	.0222	15	.0010	64	.2895	45	.0407
41	.2508	38	.1147	30	.0253	16	.0013	65	.3056	46	.0449
42	.2708	39	.1262	31	.0288	17	.0016	66	.3221	*47	.0494
43	.2915	40	.1384	32	.0327	18	.0019	67	.3389	48	.0542
44	.3129	41	.1514	33	.0370	19	.0023	68	.3559	49	.0594
45	.3349	42	.1651	34	.0416	20	.0028	69	.3733	50	.0649
46	.3574	43	.1796	*35	.0467	21	.0033	70	.3910	51	.0708
47	.3804	44	.1947	36	.0523	22	.0040	71	.4088	52	.0770
48	.4039	45	.2106	37	.0583	23	.0047	72	.4268	53	.0837
49	.4276	46	.2271	38	.0649	24	.0055	73	.4450	54	.0907

TABLE A.3 *(continued)*

T	*P*	*T*	*P*	*T*	*P*	*T*	*P*	*T*	*P*	*T*	*P*
***n* = 18**		***n* = 19**		***n* = 19**		***n* = 20**		***n* = 20**		***n* = 21**	
55	.0982	30	.0036	79	.2706	48	.0164	97	.3921	61	.0298
56	.1061	31	.0041	80	.2839	49	.0181	98	.4062	62	.0323
57	.1144	32	.0047	81	.2974	50	.0200	99	.4204	63	.0351
58	.1231	33	.0054	82	.3113	51	.0220	100	.4347	64	.0380
59	.1323	34	.0062	83	.3254	52	.0242	101	.4492	65	.0411
60	.1419	35	.0070	84	.3397	53	.0266	102	.4636	66	.0444
61	.1519	36	.0080	85	.3543	54	.0291	103	.4782	*67	.0479
62	.1624	37	.0090	86	.3690	55	.0319	104	.4927	68	.0516
63	.1733	38	.0102	87	.3840	56	.0348	105	.5073	69	.0555
64	.1846	39	.0115	88	.3991	57	.0379	***n* = 21**		70	.0597
65	.1964	40	.0129	89	.4144	58	.0413	14	.0001	71	.0640
66	.2086	41	.0145	90	.4298	59	.0448	20	.0002	72	.0686
67	.2211	42	.0162	91	.4453	*60	.0487	22	.0003	73	.0735
68	.2341	43	.0180	92	.4609	61	.0527	24	.0004	74	.0786
69	.2475	44	.0201	93	.4765	62	.0570	26	.0005	75	.0839
70	.2613	45	.0223	94	.4922	63	.0615	27	.0006	76	.0895
71	.2754	46	.0247	95	.5078	64	.0664	28	.0007	77	.0953
72	.2899	47	.0273			65	.0715	29	.0008	78	.1015
73	.3047	48	.0301	***n* = 20**		66	.0768	30	.0009	79	.1078
74	.3198	49	.0331	11	.0001	67	.0825	31	.0011	80	.1145
75	.3353	50	.0364	16	.0002	68	.0884	32	.0012	81	.1214
76	.3509	51	.0399	19	.0003	69	.0947	33	.0014	82	.1286
77	.3669	52	.0437	20	.0004	70	.1012	34	.0016	83	.1361
78	.3830	*53	.0478	22	.0005	71	.1081	35	.0019	84	.1439
79	.3994	54	.0521	23	.0006	72	.1153	36	.0021	85	.1519
80	.4159	55	.0567	24	.0007	73	.1227	37	.0024	86	.1602
81	.4325	56	.0616	25	.0008	74	.1305	38	.0028	87	.1688
82	.4493	57	.0668	26	.0010	75	.1387	39	.0031	88	.1777
83	.4661	58	.0723	27	.0012	76	.1471	40	.0036	89	.1869
84	.4831	59	.0782	28	.0014	77	.1559	41	.0040	90	.1963
85	.5000	60	.0844	29	.0016	78	.1650	42	.0045	91	.2060
		61	.0909	30	.0018	79	.1744	43	.0051	92	.2160
***n* = 19**		62	.0978	31	.0021	80	.1841	44	.0057	93	.2262
9	.0001	63	.1051	32	.0024	81	.1942	45	.0063	94	.2367
13	.0002	64	.1127	33	.0028	82	.2045	46	.0071	95	.2474
15	.0003	65	.1206	34	.0032	83	.2152	47	.0079	96	.2584
17	.0004	66	.1290	35	.0036	84	.2262	48	.0088	97	.2696
18	.0005	67	.1377	36	.0042	85	.2375	49	.0097	98	.2810
19	.0006	68	.1467	37	.0047	86	.2490	50	.0108	99	.2927
20	.0007	69	.1562	38	.0053	87	.2608	51	.0119	100	.3046
21	.0008	70	.1660	39	.0060	88	.2729	52	.0132	101	.3166
22	.0010	71	.1762	40	.0068	89	.2853	53	.0145	102	.3289
23	.0012	72	.1868	41	.0077	90	.2979	54	.0160	103	.3414
24	.0014	73	.1977	42	.0086	91	.3108	55	.0175	104	.3540
25	.0017	74	.2090	43	.0096	92	.3238	56	.0192	105	.3667
26	.0020	75	.2207	44	.0107	93	.3371	57	.0210	106	.3796
27	.0023	76	.2327	45	.0120	94	.3506	58	.0230	107	.3927
28	.0027	77	.2450	46	.0133	95	.3643	59	.0251	108	.4058
29	.0031	78	.2576	47	.0148	96	.3781	60	.0273	109	.4191

TABLE A.3 (continued)

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 21		*n* = 22		*n* = 22		*n* = 23		*n* = 23		*n* = 24	
110	.4324	67	.0271	116	.3751	68	.0163	117	.2700	62	.0053
111	.4459	68	.0293	117	.3873	69	.0177	118	.2800	63	.0058
112	.4593	69	.0317	118	.3995	70	.0192	119	.2902	64	.0063
113	.4729	70	.0342	119	.4119	71	.0208	120	.3005	65	.0069
114	.4864	71	.0369	120	.4243	72	.0224	121	.3110	66	.0075
115	.5000	72	.0397	121	.4368	73	.0242	122	.3217	67	.0082
		73	.0427	122	.4494	74	.0261	123	.3325	68	.0089
		74	.0459	123	.4620	75	.0281	124	.3434	69	.0097
n = 22		*75	.0492	124	.4746	76	.0303	125	.3545	70	.0106
18	.0001	76	.0527	125	.4873	77	.0325	126	.3657	71	.0115
23	.0002	77	.0564	126	.5000	78	.0349	127	.3770	72	.0124
26	.0003	78	.0603			79	.0274	128	.3884	73	.0135
29	.0004	79	.0644	*n* = 23		80	.0401	129	.3999	74	.0146
30	.0005	80	.0687	21	.0001	81	.0429	130	.4115	75	.0157
32	.0006	81	.0733	28	.0002	82	.0459	131	.4231	76	.0170
33	.0007	82	.0780	31	.0003	*83	.0490	132	.4348	77	.0183
34	.0008	83	.0829	33	.0004	84	.0523	133	.4466	78	.0197
35	.0010	84	.0881	35	.0005	85	.0557	134	.4584	79	.0212
36	.0011	85	.0935	36	.0006	86	.0593	135	.4703	80	.0228
37	.0013	86	.0991	38	.0007	87	.0631	136	.4822	81	.0245
38	.0014	87	.1050	39	.0008	88	.0671	137	.4941	82	.0263
39	.0016	88	.1111	40	.0009	89	.0712	138	.5060	83	.0282
40	.0018	89	.1174	41	.0011	90	.0755			84	.0302
41	.0021	90	.1240	42	.0012	91	.0801	*n* = 24		85	.0323
42	.0023	91	.1308	43	.0014	92	.0848	25	.0001	86	.0346
43	.0026	92	.1378	44	.0015	93	.0897	32	.0002	87	.0369
44	.0030	93	.1451	45	.0017	94	.0948	36	.0003	88	.0394
45	.0033	94	.1527	46	.0019	95	.1001	38	.0004	89	.0420
46	.0037	95	.1604	47	.0022	96	.1056	40	.0005	90	.0447
47	.0042	96	.1685	48	.0024	97	.1113	42	.0006	*91	.0475
48	.0046	97	.1767	49	.0027	98	.1172	43	.0007	92	.0505
49	.0052	98	.1853	50	.0030	99	.1234	44	.0008	93	.0537
50	.0057	99	.1940	51	.0034	100	.1297	45	.0009	94	.0570
51	.0064	100	.2030	52	.0037	101	.1363	46	.0010	95	.0604
52	.0070	101	.2122	53	.0041	102	.1431	47	.0011	96	.0640
53	.0078	102	.2217	54	.0046	103	.1501	48	.0013	97	.0678
54	.0086	103	.2314	55	.0051	104	.1573	49	.0014	98	.0717
55	.0095	104	.2413	56	.0056	105	.1647	50	.0016	99	.0758
56	.0104	105	.2514	57	.0061	106	.1723	51	.0018	100	.0800
57	.0115	106	.2618	58	.0068	107	.1802	52	.0020	101	.0844
58	.0126	107	.2723	59	.0074	108	.1883	53	.0022	102	.0890
59	.0138	108	.2830	60	.0082	109	.1965	54	.0024	103	.0938
60	.0151	109	.2940	61	.0089	110	.2050	55	.0027	104	.0987
61	.0164	110	.3051	62	.0098	111	.2137	56	.0029	105	.1038
62	.0179	111	.3164	63	.0107	112	.2226	57	.0033	106	.1091
63	.0195	112	.3278	64	.0117	113	.2317	58	.0036	107	.1146
64	.0212	113	.3394	65	.0127	114	.2410	59	.0040	108	.1203
65	.0231	114	.3512	66	.0138	115	.2505	60	.0044	109	.1261
66	.0250	115	.3631	67	.0150	116	.2601	61	.0048	110	.1322

TABLE A.3 (continued)

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 24		n = 25		n = 25		n = 25		n = 26		n = 26	
111	.1384	50	.0008	99	.0452	148	.3556	81	.0076	130	.1289
112	.1448	51	.0009	*100	.0479	149	.3655	82	.0082	131	.1344
113	.1515	52	.0010	101	.0507	150	.3755	83	.0088	132	.1399
114	.1583	53	.0011	102	.0537	151	.3856	84	.0095	133	.1457
115	.1653	54	.0013	103	.0567	152	.3957	85	.0102	134	.1516
116	.1724	55	.0014	104	.0600	153	.4060	86	.0110	135	.1576
117	.1798	56	.0015	105	.0633	154	.4163	87	.0118	136	.1638
118	.1874	57	.0017	106	.0668	155	.4266	88	.0127	137	.1702
119	.1951	58	.0019	107	.0705	156	.4370	89	.0136	138	.1767
120	.2031	59	.0021	108	.0742	157	.4474	90	.0146	139	.1833
121	.2112	60	.0023	109	.0782	158	.4579	91	.0156	140	.1901
122	.2195	61	.0025	110	.0822	159	.4684	92	.0167	141	.1970
123	.2279	62	.0028	111	.0865	160	.4789	93	.0179	142	.2041
124	.2366	63	.0031	112	.0909	161	.4895	94	.0191	143	.2114
125	.2454	64	.0034	113	.0954	162	.5000	95	.0204	144	.2187
126	.2544	65	.0037	114	.1001			96	.0217	145	.2262
127	.2635	66	.0040	115	.1050	n = 26		97	.0232	146	.2339
128	.2728	67	.0044	116	.1100	34	.0001	98	.0247	147	.2417
129	.2823	68	.0048	117	.1152	42	.0002	99	.0263	148	.2496
130	.2919	69	0053	118	.1205	46	.0003	100	.0279	149	.2577
131	.3017	70	.0057	119	.1261	49	.0004	101	.0297	150	.2658
132	.3115	71	.0062	120	.1317	51	.0005	102	.0315	151	.2741
133	.3216	72	.0068	121	.1376	53	.0006	103	.0334	152	.2826
134	.3317	73	.0074	122	.1436	55	.0007	104	.0355	153	.2911
135	.3420	74	.0080	123	.1498	56	.0008	105	.0376	154	.2998
136	.3524	75	.0087	124	.1562	57	.0009	106	.0398	155	.3085
137	.3629	76	.0094	125	.1627	58	.0010	107	.0421	156	.3174
138	.3735	77	.0101	126	.1694	59	.0011	108	.0445	157	.3264
139	.3841	78	.0110	127	.1763	60	.0012	109	.0470	158	.3355
140	.3949	79	.0118	128	.1833	61	.0013	*110	.0497	159	.3447
141	.4058	80	.0128	129	.1905	62	.0015	111	.0524	160	.3539
142	.4167	81	.0137	130	.1979	63	.0016	112	.0553	161	.3633
143	.4277	82	.0148	131	.2054	64	.0018	113	.0582	162	.3727
144	.4387	83	.0159	132	.2131	65	.0020	114	.0613	163	.3822
145	.4498	84	.0171	133	.2209	66	.0021	115	.0646	164	.3918
146	.4609	85	.0183	134	.2289	67	.0023	116	.0679	165	.4014
147	.4721	86	.0197	135	.2371	68	.0026	117	.0714	166	.4111
148	.4832	87	.0211	136	.2454	69	.0028	118	.0750	167	.4208
149	.4944	88	.0226	137	.2539	70	.0031	119	.0787	168	.4306
150	.5056	89	.0241	138	.2625	71	.0033	120	.0825	169	.4405
		90	.0258	139	.2712	72	.0036	121	.0865	170	.4503
n = 25		91	.0275	140	.2801	73	.0040	122	.0907	171	.4602
29	.0001	92	.0294	141	.2891	74	.0043	123	.0950	172	.4702
37	.0002	93	.0313	142	.2983	75	.0047	124	.0994	173	.4801
41	.0003	94	.0334	143	.3075	76	.0051	125	.1039	174	.4900
43	.0004	95	.0355	144	.3169	77	.0055	126	.1086	175	.5000
45	.0005	96	.0377	145	.3264	78	.0060	127	.1135		
47	.0006	97	.0401	146	.3360	79	.0065	128	.1185		
48	.0007	98	.0426	147	.3458	80	.0070	129	.1236		

TABLE A.3 (continued)

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 27		n = 27		n = 27		n = 28		n = 28		n = 28	
39	.0001	105	.0218	154	.2066	74	.0012	123	.0349	172	.2466
47	.0002	106	.0231	155	.2135	75	.0013	124	.0368	173	.2538
52	.0003	107	.0246	156	.2205	76	.0015	125	.0387	174	.2611
55	.0004	108	.0260	157	.2277	77	.0016	126	.0407	175	.2685
57	.0005	109	.0276	158	.2349	78	.0017	127	.0428	176	.2759
59	.0006	110	.0292	159	.2423	79	.0019	128	.0450	177	.2835
61	.0007	111	.0309	160	.2498	80	.0020	129	.0473	178	.2912
62	.0008	112	.0327	161	.2574	81	.0022	*130	.0496	179	.2990
64	.0009	113	.0346	162	.2652	82	.0024	131	.0521	180	.3068
65	.0010	114	.0366	163	.2730	83	.0026	132	.0546	181	.3148
66	.0011	115	.0386	164	.2810	84	.0028	133	.0573	182	.3228
67	.0012	116	.0407	165	.2890	85	.0030	134	.0600	183	.3309
68	.0014	117	.0430	166	.2972	86	.0033	135	.0628	184	.3391
69	.0015	118	.0453	167	.3055	87	.0035	136	.0657	185	.3474
70	.0016	*119	.0477	168	.3138	88	.0038	137	.0688	186	.3557
71	.0018	120	.0502	169	.3223	89	.0041	138	.0719	187	.3641
72	.0019	121	.0528	170	.3308	90	.0044	139	.0751	188	.3725
73	.0021	122	.0555	171	.3395	91	.0048	140	.0785	189	.3811
74	.0023	123	.0533	172	.3482	92	.0051	141	.0819	190	.3896
75	.0025	124	.0613	173	.3570	93	.0055	142	.0855	191	.3983
76	.0027	125	.0643	174	.3659	94	.0059	143	.0891	192	.4070
77	.0030	126	.0674	175	.3748	95	.0064	144	.0929	193	.4157
78	.0032	127	.0707	176	.3838	96	.0068	145	.0968	194	.4245
79	.0035	128	.0741	177	.3929	97	.0073	146	.1008	195	.4333
80	.0038	129	.0776	178	.4020	98	.0078	147	.1049	196	.4421
81	.0041	130	.0612	179	.4112	99	.0084	148	.1091	197	.4510
82	.0044	131	.0849	180	.4204	100	.0089	149	.1135	198	.4598
83	.0048	132	.0888	181	.4297	101	.0096	150	.1180	199	.4687
84	.0052	133	.0927	182	.4390	102	.0102	151	.1225	200	.4777
85	.0056	134	.0968	183	.4483	103	.0109	152	.1273	201	.4866
86	.0060	135	.1010	184	.4577	104	.0116	153	.1321	202	.4955
87	.0065	136	.1054	185	.4670	105	.0124	154	.1370	203	.5045
88	.0070	137	.1099	186	.4764	106	.0132	155	.1421		
89	.0075	138	.1145	187	.4859	107	.0140	156	.1473	n = 29	
90	.0081	139	.1193	188	.4953	108	.0149	157	.1526	50	.0001
91	.0087	140	.1242	189	.5047	109	.0159	158	.1580	59	.0002
92	.0093	141	.1292			110	.0168	159	.1636	65	.0003
93	.0100	142	.1343	n = 28		111	.0179	160	.1693	68	.0004
94	.0107	143	.1396	44	.0001	112	.0190	161	.1751	71	.0005
95	.0115	144	.1450	53	.0002	113	.0201	162	.1810	73	.0006
96	.0123	145	.1506	58	.0003	114	.0213	163	.1870	75	.0007
97	.0131	146	1563	61	.0004	115	.0226	164	.1932	76	.0008
98	.0140	147	.1621	64	.0005	116	.0239	165	.1995	78	.0009
99	.0150	148	.1681	66	.0006	117	.0252	166	.2059	79	.0010
100	.0159	149	.1742	68	.0007	118	.0267	167	.2124	80	.0011
101	.0170	150	.1804	69	.0008	119	.0282	168	.2190	81	.0012
102	.0181	151	.1868	70	.0009	120	.0298	169	.2257	82	.0013
103	.0193	152	.1932	72	.0010	121	.0314	170	.2326	83	.0014
104	.0205	153	.1999	73	.0011	122	.0331	171	.2395	84	.0015

TABLE A.3 (continued)

T	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
n = 29		n = 29		n = 29		n = 30		n = 30		n = 30	
85	.0016	134	.0362	183	.2340	90	.0013	139	.0275	188	.1854
86	.0018	135	.0380	184	.2406	91	.0014	140	.0288	189	.1909
87	.0019	136	.0399	185	.2473	92	.0015	141	.0303	190	.1965
88	.0021	137	.0418	186	.2541	93	.0016	142	.0318	191	.2022
89	.0022	138	.0439	187	.2611	94	.0017	143	.0333	192	.2081
90	.0024	139	.0460	188	.2681	95	.0019	144	.0349	193	.2140
91	.0026	*140	.0482	189	.2752	96	.0020	145	.0366	194	.2200
92	.0028	141	.0504	190	.2824	97	.0022	146	.0384	195	.2261
93	.0030	142	.0528	191	.2896	98	.0023	147	.0402	196	.2323
94	.0032	143	.0552	192	.2970	99	.0025	148	.0420	197	.2386
95	.0035	144	.0577	193	.3044	100	.0027	149	.0440	198	.2449
96	.0037	145	.0603	194	.3120	101	.0029	150	.0460	199	.2514
97	.0040	146	.0630	195	.3196	102	.0031	*151	.0481	200	.2579
98	.0043	147	.0658	196	.3272	103	.0033	152	.0502	201	.2646
99	.0046	148	.0687	197	.3350	104	.0036	153	.0524	202	.2713
100	.0049	149	.0716	198	.3428	105	.0038	154	.0547	203	.2781
101	.0053	150	.0747	199	.3507	106	.0041	155	.0571	204	.2849
102	.0057	151	.0778	200	.3586	107	.0044	156	.0595	205	.2919
103	.0061	152	.0811	201	.3666	108	.0047	157	.0621	206	.2989
104	.0065	153	.0844	202	.3747	109	.0050	158	.0647	207	.3060
105	.0069	154	.0879	203	.3828	110	.0053	159	.0674	208	.3132
106	.0074	155	.0914	204	.3909	111	.0057	160	.0701	209	.3204
107	.0079	156	.0951	205	.3991	112	.0060	161	.0730	210	.3277
108	.0084	157	.0988	206	.4074	113	.0064	162	.0759	211	.3351
109	.0089	158	.1027	207	.4157	114	.0068	163	.0790	212	.3425
110	.0095	159	.1066	208	.4240	115	.0073	164	.0821	213	.3500
111	.0101	160	.1107	209	.4324	116	.0077	165	.0853	214	.3576
112	.0108	161	.1149	210	.4408	117	.0082	166	.0886	215	.3652
113	.0115	162	.1191	211	.4492	118	.0087	167	.0920	216	.3728
114	.0122	163	.1235	212	.4576	119	.0093	168	.0955	217	.3805
115	.0129	164	.1280	213	.4661	120	.0098	169	.0990	218	.3883
116	.0137	165	.1326	214	.4745	121	.0104	170	.1027	219	.3961
117	.0145	166	.1373	215	.4830	122	.0110	171	.1065	220	.4039
118	.0154	167	.1421	216	.4915	123	.0117	172	.1103	221	.4118
119	.0163	168	.1471	217	.5000	124	.0124	173	.1143	222	.4197
120	.0173	169	.1521			125	.0131	174	.1183	223	.4276
121	.0183	170	.1572	n = 30		126	.0139	175	.1225	224	.4356
122	.0193	171	.1625	55	.0001	127	.0147	176	.1267	225	.4436
123	.0204	172	.1679	66	.0002	128	.0155	177	.1311	226	.4516
124	.0216	173	.1733	71	.0003	129	.0164	178	.1355	227	.4596
125	.0228	174	.1789	*75	.0004	130	.0173	179	.1400	228	.4677
126	.0240	175	.1846	78	.0005	131	.0182	180	.1447	229	.4758
127	.0253	176	.1904	80	.0006	132	.0192	181	.1494	230	.4838
128	.0267	177	.1963	82	.0007	133	.0202	182	.1543	231	.4919
129	.0281	178	.2023	84	.0008	134	.0213	183	.1592	232	.5000
130	.0296	179	.2085	85	.0009	135	.0225	184	.1642		
131	.0311	180	.2147	87	.0010	136	.0236	185	.1694		
132	.0328	181	.2210	88	.0011	137	.0249	186	.1746		
133	.0344	182	.2274	89	.0012	138	.0261	187	.1799		

Source: Frank Wilcoxon, S. K. Katti, and Roberta A. Wilcox, "Critical Values and Probability Levels for the Wilcoxon Rank Sum Test and the Wilcoxon Signed Rank Test." *Originally prepared and distributed by Lederle* Laboratories Division, American Cyanamid Company, Pearl River, New York, in cooperation with the Department of Statistics, The Florida State University, Tallahassee, Florida. Revised October 1968. Copyright 1963 by the American Cyanamid Company and The Florida State University. Reproduced by permission of S. K. Katti.

TABLE A.4 Table of confidence limits for a proportion*

n	r	Confidence coefficient, % 90	95	99
1	0	0.000	0.000	0.000
	1	.100	.050	.010
2	0	0.000	0.000	0.000
	1	.051	$.025^{+}$	$.005^{+}$
	2	.316	.224	.100
3	0	0.000	0.000	0.000
	1	$.035^{-}$	.017	.003
	2	.196	$.135^{+}$	.059
	3	.464	.368	$.215^{+}$
4	0	0.000	0.000	0.000
	1	.026	.013	.003
	2	.143	.098	.042
	3	.320	.249	.141
	4	.500	.473	.316
5	0	0.000	0.000	0.000
	1	.021	.010	.002
	2	.112	.076	.033
	3	.247	.189	.106
	4	.379	.343	.222
	5	.621	.500	.398
6	0	0.000	0.000	0.000
	1	.017	.009	.002
	2	.093	.063	.027
	3	.201	.153	$.085^{-}$
	4	.333	.271	.173
	5	.458	.402	.294
	6	$.655^{+}$	.598	.464
7	0	0.000	0.000	0.000
	1	$.015^{-}$	.007	.001
	2	.079	.053	.023
	3	.170	.129	.071
	4	.279	$.225^{+}$	.142
	5	.316	.341	.236
	6	.500	.446	.357
	7	.684	.623	.500
8	0	0.000	0.000	0.000
	1	.013	.006	.001
	2	.069	.046	.020
	3	.147	.111	.061
	4	.240	.193	.121
	5	$.255^{-}$	.289	.198
	6	.418	$.315^{+}$	.293
	7	.582	.500	.410
	8	$.745^{+}$	$.685^{-}$	.549
9	0	0.000	0.000	0.000
	1	.012	.006	.001
	2	.061	.041	.017
9	3	0.129	0.098	0.053
	4	.210	.169	$.105^{+}$
	5	.232	.251	.171
	6	.390	.289	.250
	7	$.485^{-}$	.442	.344
	8	.609	.557	.402
	9	.768	.711	.598
10	0	0.000	0.000	0.000
	1	.010	$.005^{+}$	.001
	2	$.055^{-}$	.037	.016
	3	.116	.087	.048
	4	.188	.150	.093
	5	.222	.222	.150
	6	.341	.267	.218
	7	.352	.381	.297
	8	.500	.397	.376
	9	.648	.603	.488
	10	.778	.733	.624
11	0	0.000	0.000	0.000
	1	.010	$.005^{-}$	.001
	2	.049	.033	.014
	3	$.105^{-}$	.079	.043
	4	.169	$.135^{+}$	.084
	5	.197	.200	.134
	6	.302	.250	.194
	7	$.315^{+}$	.333	.262
	8	.423	.369	.340
	9	.577	.500	.407
	10	$.685^{-}$	.631	.500
	11	.803	.750	.641
12	0	0.000	0.000	0.000
	1	.009	.004	.001
	2	$.045^{+}$	.030	.013
	3	.096	.072	.039
	4	.154	.123	.076
	5	.184	.181	.121
	6	.271	.236	.175
	7	.294	.294	.235
	8	.398	.346	.302
	9	.500	.450	.321
	10	.602	.550	.445
	11	.706	.654	.555
	12	.816	.764	.679
13	0	0.000	0.000	0.000
	1	.008	.004	.001
	2	.042	.028	.012
	3	.088	.066	.036
	4	.142	.113	.069
	5	.173	.166	.111
13	6	0.246	0.224	0.159
	7	.276	.260	.213
	8	.379	.327	.273
	9	$.455^{+}$	.413	.302
	10	.530	.480	.406
	11	.621	.566	.477
	12	.724	.673	.571
	13	.827	$.775^{-}$	.698
14	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.004	.001
	2	.039	.026	.011
	3	.081	.061	.033
	4	.131	.104	.064
	5	.163	.153	.102
	6	.224	.206	.146
	7	.261	.206	.195
	8	$.355^{-}$	.312	.249
	9	.406	.371	.286
	10	.422	.389	.364
	11	.578	.500	.392
	12	$.635^{-}$	.611	.500
	13	.739	.688	.608
	14	.837	.794	.714
15	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.003	.001
	2	.036	.024	.010
	3	.076	.057	.031
	4	.122	.097	.059
	5	.154	.142	.094
	6	$.205^{+}$	.191	.135
	7	.247	.191	.179
	8	$.325^{+}$	.294	.229
	9	$.325^{+}$	.332	.273
	10	.400	.369	.328
	11	.500	.448	.373
	12	.600	.552	.461
	13	$.675^{-}$	.631	.539
	14	.753	.698	.627
	15	.846	.809	.727
16	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.003	.001
	2	.034	.023	.010
	3	.071	.053	.029
	4	.114	.090	$.055^{+}$
	5	.147	.132	.088
	6	.189	.178	$.125^{+}$
	7	$.235^{+}$	.178	.166
	8	.299	.272	.212
	9	$.305^{+}$	.272	.261
	10	.381	.352	$.295^{+}$

TABLE A.4 (continued)

		Confidence coefficient, %		
n	*r*	90	95	99
16	11	0.450	0.429	0.357
	12	.550	.500	.421
	13	.619	.571	.475$^+$
	14	.695$^-$	.648	.549
	15	.765$^-$	.728	.643
	16	.853	.822	.736
17	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.032	.021	.009
	3	.067	.050	.027
	4	.107	.085$^-$	.052
	5	.140	.124	.082
	6	.175$^+$	.166	.117
	7	.225$^+$	.166	.155$^+$
	8	.277	.253	.197
	9	.290	.254	.242
	10	.364	.337	.242
	11	.432	.406	.338
	12	.500	.456	.380
	13	.568	.511	.413
	14	.636	.583	.500
	15	.710	.663	.587
	16	.775$^-$	.746	.654
	17	.860	.834	.758
18	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.030	.020	.008
	3	.063	.047	.025$^+$
	4	.101	.080	.049
	5	.135$^-$	.116	.077
	6	.163	.156	.110
	7	.216	.157	.145$^+$
	8	.257	.236	.184
	9	.277	.242	.226
	10	.349	.325$^-$	.228
	11	.416	.375$^-$	.314
	12	.464	.381	.318
	13	.518	.444	.397
	14	.581	.556	.466
	15	.651	.619	.534
	16	.723	.675$^+$	.603
	17	.784	.758	.682
	18	.865$^+$	.843	.772
19	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.028	.019	.008
	3	.059	.044	.024
	4	.095$^+$	.075$^+$	.046
	5	.130	.110	.073
19	6	0.151	0.147	0.103
	7	.209	.150	.137
	8	.238	.222	.173
	9	.265$^+$	.232	.212
	10	.337	.312	.218
	11	.386	.345$^-$	.293
	12	.386	.365$^-$	.305$^+$
	13	.440	.426	.383
	14	.560	.500	.436
	15	.614	.574	.485$^-$
	16	.663	.635$^+$	.545$^-$
	17	.735$^-$	.684	.617
	18	.791	.768	.695$^-$
	19	.870	.850	.782
20	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005$^+$	.003	.001
	2	.027	.018	.008
	3	.056	.042	.023
	4	.090	.071	.044
	5	.126	.104	.069
	6	.141	.140	.098
	7	.201	.143	.129
	8	.221	.209	.163
	9	.255$^-$	.222	.200
	10	.325$^-$	.293	.209
	11	.358	.293	.274
	12	.367	.351	.293
	13	.422	.411	.363
	14	.500	.467	.399
	15	.578	.533	.424
	16	.633	.589	.500
	17	.672	.649	.576
	18	.745$^+$	.707	.625$^+$
	19	.797	.778	.707
	20	.874	.857	.791
21	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005$^+$	.002	.000
	2	.026	.017	.007
	3	.054	.040	.022
	4	.086	.068	.041
	5	.121	.099	.065$^+$
	6	.130	.132	.092
	7	.191	.137	.122
	8	.191	.197	.155$^-$
	9	.245$^-$	.213	.189
	10	.306	.276	.201
	11	.306	.276	.257
	12	.353	.338	.283
	13	.407	.398	.339
	14	.458	.449	.347
21	15	0.542	0.494	0.409
	16	.593	.545$^-$	.466
	17	.647	.602	.534
	18	.694	.662	.591
	19	.755$^+$	.724	.658
	20	.809	.787	.717
	21	.877	.863	.799
22	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005$^-$	.002	.000
	2	.024	.016	.007
	3	.051	.038	.021
	4	.082	.065$^-$	.039
	5	.115$^-$	.094	.062
	6	.115$^-$	.126	.088
	7	.181	.132	.116
	8	.181	.187	.147
	9	.236	.205$^+$	.179
	10	.289	.260	.194
	11	.289	.264	.242
	12	.340	.326	.273
	13	.393	.383	.318
	14	.444	.418	.334
	15	.500	.424	.396
	16	.556	.500	.450
	17	.607	.576	.495
	18	.660	.611	.546
	19	.711	.674	.604
	20	.764	.736	.666
	21	.819	.795$^-$	.727
	22	.885$^+$	.868	.806
23	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005$^-$	.002	.000
	2	.023	.016	.007
	3	.049	.037	.020
	4	.078	.062	.038
	5	.110	.090	.059
	6	.110	.120	.084
	7	.173	.127	.111
	8	.173	.178	.140
	9	.228	.198	.171
	10	.273	.247	.187
	11	.274	.255$^-$	.229
	12	.328	.317	.265$^+$
	13	.381	.360	.298
	14	.431	.360	.323
	15	.478	.409	.384
	16	.521	.457	.420
	17	.569	.543	.429
	18	.619	.591	.500
	19	.672	.640	.571

The observed proportion in a random sample of size n is r/n. The table gives the lower confidence limit for the population proportion π, as a function of n and r. The upper confidence limit = 1 − (lower confidence limit, entered with $n - r$ instead of r).

TABLE A.4 *(continued)*

n	r	Confidence coefficient, % 90	95	99
23	20	0.726	0.683	0.614
	21	.772	$.745^+$	.677
	22	.827	.802	$.735^-$
	23	.890	.873	.813
24	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.022	$.015^+$	.006
	3	.047	$.035^-$	.019
	4	$.075^-$	.059	.036
	5	$.105^-$	.086	.057
	6	$.105^-$	$.115^-$	.080
	7	$.165^-$	.122	.106
	8	$.165^-$	.169	.133
	9	.221	.191	.163
	10	.259	.234	.181
	11	.264	.246	.216
	12	.317	.308	.257
	13	.370	.339	.280
	14	.413	.347	.313
	15	.447	.396	.362
	16	.447	.443	.364
	17	.553	.500	.416
	18	.577	.557	.464
	19	.630	.604	.536
	20	.683	.653	.584
	21	.736	.692	.636
	22	.779	.754	.687
	23	$.835^+$	.809	.741
	24	$.895^+$	.878	.819
25	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.021	.014	.006
	3	$.045^-$	.034	.018
	4	.072	.057	.034
	5	.101	.082	.054
	6	.101	.110	.077
	7	.158	.118	.101
	8	.158	.161	.127
	9	.214	$.185^+$	.155
	10	.246	.222	$.175^+$
	11	$.255^-$	.238	$.205^+$
	12	.307	.296	$.245^+$
	13	.360	.317	$.245^+$
	14	.389	.336	$.305^-$
	15	.389	.384	.342
	16	.432	.431	.352
	17	.500	$.475^-$	.403
	18	.568	$.525^+$	.451
	19	.611	.569	.500
	20	.638	.616	.549
25	21	0.693	0.664	0.597
	22	$.745^+$	.697	.648
	23	.786	.762	$.695^+$
	24	.842	$.815^-$	$.755^-$
	25	.899	.882	$.825^-$
26	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.021	.014	.006
	3	.043	.032	.017
	4	.069	.054	.033
	5	.097	.079	.052
	6	.097	.106	.073
	7	.151	.114	.097
	8	.151	.154	.122
	9	.209	.180	.149
	10	.233	.212	.170
	11	.247	.230	$.195^-$
	12	.299	.282	.234
	13	.342	.282	.234
	14	.342	$.325^+$	.298
	15	.377	.374	.322
	16	.419	.421	.342
	17	.460	.458	.393
	18	.540	.494	.438
	19	.581	$.535^-$	.474
	20	.623	.579	.513
	21	.658	.626	.558
	22	.701	$.675^-$	.607
	23	.753	.718	.658
	24	.791	.770	.702
	25	.849	.820	.766
	26	.903	.886	.830
27	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.020	.013	.006
	3	.042	.031	.017
	4	.066	.052	.032
	5	.093	.076	.050
	6	.093	.101	.070
	7	$.145^+$	.110	.093
	8	$.145^+$	.148	.117
	9	.204	$.175^-$	.143
	10	.221	.202	.166
	11	.239	.223	$.185^-$
	12	.291	.269	.224
	13	.326	.269	$.225^-$
	14	.326	.316	.284
	15	$.365^+$	.364	.298
	16	.407	.402	.332
27	17	0.447	0.430	0.383
	18	.500	.437	.413
	19	.553	.500	.419
	20	.593	.563	.461
	21	$.635^-$	$.585^-$	.539
	22	.674	.636	.581
	23	.709	.684	.616
	24	.761	.731	.668
	25	.796	.777	.703
	26	$.855^-$	$.825^+$	$.775^+$
	27	.907	.890	.834
28	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.019	.013	$.005^+$
	3	.040	.030	.016
	4	.064	.050	.031
	5	.089	.073	.048
	6	.089	.098	.068
	7	.139	.106	.089
	8	.139	.142	.112
	9	.197	.170	.137
	10	.208	.192	.162
	11	.232	.217	$.175^+$
	12	.284	.258	.214
	13	.310	.259	.218
	14	.312	.307	.272
	15	$.355^-$	$.355^-$	.272
	16	.396	.381	.323
	17	$.435^+$	.384	.364
	18	.473	.424	.364
	19	.527	.463	.408
	20	$.565^-$	.537	.449
	21	.604	.576	.500
	22	$.645^+$	.616	.551
	23	.688	.643	.592
	24	.716	.693	.636
	25	.768	.741	.677
	26	.799	.783	.728
	27	.861	.830	.782
	28	.911	.894	.838
29	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.018	.012	$.005^+$
	3	.039	.029	$.015^+$
	4	.062	.049	.030
	5	.086	.070	.046
	6	.086	.094	$.065^+$
	7	.134	.103	.086
	8	.134	.136	.108
	9	.189	.166	.132

TABLE A.4 *(continued)*

		Confidence coefficient, %					Confidence coefficient, %					Confidence coefficient, %		
n	*r*	90	95	99	*n*	*r*	90	95	99	*n*	*r*	90	95	99
29	**10**	0.189	0.184	0.157	**29**	**28**	0.866	0.834	0.789	**30**	**15**	0.336	0.324	0.256
	11	.225^{-}	.211	.165^{+}		**29**	.914	.897	.840		**16**	.376	.324	.308
	12	.276	.247	.206							**17**	.416	.364	.329
	13	.294	.251	.211	**30**	**0**	0.000	0.000	0.000		**18**	.446	.403	.345^{-}
	14	.303	.299	.260		**1**	.004	.002	.000		**19**	.476	.440	.388
	15	.345^{-}	.339	.263		**2**	.018	.012	.005^{+}		**20**	.508	.476	.430
	16	.385^{+}	.339	.316		**3**	.037	.028	.015^{-}		**21**	.545^{-}	.524	.462
	17	.425^{-}	.374	.346		**4**	.059	.047	.028		**22**	.584	.560	.495^{-}
	18	.463	.413	.354		**5**	.083	.068	.045^{-}		**23**	.624	.597	.531
	19	.500	.451	.397		**6**	.083	.091	.063		**24**	.664	.636	.570
	20	.537	.500	.438		**7**	.129	.100	.083		**25**	.705^{+}	.676	.612
	21	.575^{+}	.549	.477		**8**	.129	.131	.104		**26**	.735^{+}	.708	.655^{+}
	22	.615^{-}	.587	.523		**9**	.182	.163	.127		**27**	.781	.756	.690
	23	.655^{+}	.626	.562		**10**	.182	.175^{+}	.151		**28**	.818	.795^{-}	.744
	24	.697	.661	.603		**11**	.219	.205^{+}	.151		**29**	.871	.837	.794
	25	.721	.701	.646		**12**	.265^{-}	.236	.198		**30**	.917	.900	.849
	26	.775^{+}	.749	.684		**13**	.265^{-}	.244	.206					
	27	.811	.789	.737		**14**	.295^{-}	.292	.249					

Source: E. L. Crow, "Confidence Intervals for a Proportion," *Biometrika*, 43 (1956), 423–435; reprinted by permission of the Biometrika Trustees.

n_1 \ n_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

Source: Frieda S. Swed and C. Eisenhart, "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Ann. Math. Statist.*, 14 (1943), 66–87.

Note: For the one-sample runs test, any value of r that is equal to or smaller than that shown in the body of this table for given value of n_1 and n_2 is significant at the 0.05 level.

TABLE A.6 **Upper critical values of *r* in the runs test**

n_1 \ n_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2																			
3																			
4				9	9														
5			9	10	10	11	11												
6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
8				11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
9					13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18
10					13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
11					13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
12					13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
13						15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
14						15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
15						15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
16							17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
17							17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
18							17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
19							17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
20							17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

Source: Frieda S. Swed and C. Eisenhart, "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Ann. Math. Statist.*, 14 (1943), 66–87.

TABLE A.7 Quantiles of the Mann–Whitney test statistic

n_1	p	$n_2 = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2
	.025	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	.05	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	.10	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	.005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4
3	.01	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6
	.025	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
	.05	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
	.10	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4
	.005	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9
4	.01	0	0	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	9	8	9	10	10	11
	.025	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	12	13	14	15
	.05	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19
	.10	1	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19	21	22	23
	.001	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
	.005	0	0	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14
5	.01	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	.025	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
	.05	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24	26
	.10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31
	.001	0	0	0	0	0	0	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	.005	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19
6	.01	0	0	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23
	.025	0	2	3	4	6	7	9	11	12	14	15	17	18	20	22	23	25	26	28
	.05	1	3	4	6	8	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	27	29	31	33
	.10	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	35	37	39
	.001	0	0	0	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
	.005	0	0	1	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	22	23	25
7	.01	0	1	2	4	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22	24	25	27	29
	.025	0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
	.05	1	3	5	7	9	12	14	16	18	20	22	25	27	29	31	34	36	38	40
	.10	2	5	7	9	12	14	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	42	44	47
	.001	0	0	0	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22
	.005	0	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	18	19	21	23	25	27	29	31
8	.01	0	1	3	5	7	8	10	12	14	16	18	21	23	25	27	29	31	33	35
	.025	1	3	5	7	9	11	14	16	18	20	23	25	27	30	32	35	37	39	42
	.05	2	4	6	9	11	14	16	19	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	48
	.10	3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
	.001	0	0	0	2	3	4	6	8	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	27
	.005	0	1	2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	25	28	30	32	34	37
9	.01	0	2	4	6	8	10	12	15	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	41
	.025	1	3	5	8	11	13	16	18	21	24	27	29	32	35	38	40	43	46	49
	.05	2	5	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
	.10	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	36	39	42	46	49	53	56	59	63

TABLE A.7 *(continued)*

n_1	p	$n_2 = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	1	2	4	6	7	9	11	13	15	18	20	22	24	26	28	30	33
	.005	0	1	3	5	7	10	12	14	17	19	22	25	27	30	32	35	38	40	43
10	.01	0	2	4	7	9	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	39	42	45	48
	.025	1	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	34	37	40	43	46	49	53	56
	.05	2	5	8	12	15	18	21	25	28	32	35	38	42	45	49	52	56	59	63
	.10	4	7	11	14	18	22	25	29	33	37	40	44	48	52	55	59	63	67	71
	.001	0	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	21	23	25	28	30	33	35	38
	.005	0	1	3	6	8	11	14	17	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49
11	.01	0	2	5	8	10	13	16	19	23	26	29	32	35	38	42	45	48	51	54
	.025	1	4	7	10	14	17	20	24	27	31	34	38	41	45	48	52	56	59	63
	.05	2	6	9	13	17	20	24	28	32	35	39	43	47	51	55	58	62	66	70
	.10	4	8	12	16	20	24	28	32	37	41	45	49	53	58	62	66	70	74	79
	.001	0	0	1	3	5	8	10	13	15	18	21	24	26	29	32	35	38	41	43
	.005	0	2	4	7	10	13	16	19	22	25	28	32	35	38	42	45	48	52	55
12	.01	0	3	6	9	12	15	18	22	25	29	32	36	39	43	47	50	54	57	61
	.025	2	5	8	12	15	19	23	27	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70
	.05	3	6	10	14	18	22	27	31	35	39	43	48	52	56	61	65	69	73	78
	.10	5	9	13	18	22	27	31	36	40	45	50	54	59	64	68	73	78	82	87
	.001	0	0	2	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	43	46	49
	.005	0	2	4	8	11	14	18	21	25	28	32	35	39	43	46	50	54	58	61
13	.01	1	3	6	10	13	17	21	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68
	.025	2	5	9	13	17	21	25	29	34	38	42	46	51	55	60	64	68	73	77
	.05	3	7	11	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	66	71	76	81	85
	.10	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	75	80	85	90	95
	.001	0	0	2	4	7	10	13	16	20	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55
	.005	0	2	5	8	12	16	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	64	68
14	.01	1	3	7	11	14	18	23	27	31	35	39	44	48	52	57	61	66	70	74
	.025	2	6	10	14	18	23	27	32	37	41	46	51	56	60	65	70	75	79	84
	.05	4	8	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	78	83	88	93
	.10	5	11	16	21	26	32	37	42	48	53	59	64	70	75	81	86	92	98	103
	.001	0	0	2	5	8	11	15	18	22	25	29	33	37	41	44	48	52	56	60
	.005	0	3	6	9	13	17	21	25	30	34	38	43	47	52	56	61	65	70	74
15	.01	1	4	8	12	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	67	71	76	81
	.025	2	6	11	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	71	76	81	86	91
	.05	4	8	13	19	24	29	34	40	45	51	56	62	67	73	78	84	89	95	101
	.10	6	11	17	23	28	34	40	46	52	58	64	69	75	81	87	93	99	105	111
	.001	0	0	3	6	9	12	16	20	24	28	32	36	40	44	49	53	57	61	66
	.005	0	3	6	10	14	19	23	28	32	37	42	46	51	56	61	66	71	75	80
16	.01	1	4	8	13	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	83	88
	.025	2	7	12	16	22	27	32	38	43	48	54	60	65	71	76	82	87	93	99
	.05	4	9	15	20	26	31	37	43	49	55	61	66	72	78	84	90	96	102	108
	.10	6	12	18	24	30	37	43	49	55	62	68	75	81	87	94	100	107	113	120
	.001	0	1	3	6	10	14	18	22	26	30	35	39	44	48	53	58	62	67	71
	.005	0	3	7	11	16	20	25	30	35	40	45	50	55	61	66	71	76	82	87
17	.01	1	5	9	14	19	24	29	34	39	45	50	56	61	67	72	78	83	89	94
	.025	3	7	12	18	23	29	35	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106
	.05	4	10	16	21	27	34	40	46	52	58	65	71	78	84	90	97	103	110	116
	.10	7	13	19	26	32	39	46	53	59	66	73	80	86	93	100	107	114	121	128
	.001	0	1	4	7	11	15	19	24	28	33	38	43	47	52	57	62	67	72	77
	.005	0	3	7	12	17	22	27	32	38	43	48	54	59	65	71	76	82	88	93
18	.01	1	5	10	15	20	25	31	37	42	48	54	60	66	71	77	83	89	95	101
	.025	3	8	13	19	25	31	37	43	49	56	62	68	75	81	87	94	100	107	113
	.05	5	10	17	23	29	36	42	49	56	62	69	76	83	89	96	103	110	117	124
	.10	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	78	85	92	99	107	114	121	129	136

TABLE A.7 *(continued)*

n_1	p	$n_2 = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	1	4	8	12	16	21	26	30	35	41	46	51	56	61	67	72	78	83
	.005	1	4	8	13	18	23	29	34	40	46	52	58	64	70	75	82	88	94	100
19	.01	2	5	10	16	21	27	33	39	45	51	57	64	70	76	83	89	95	102	108
	.025	3	8	14	20	26	33	39	46	53	59	66	73	79	86	93	100	107	114	120
	.05	5	11	18	24	31	38	45	52	59	66	73	81	88	95	102	110	117	124	131
	.10	8	15	22	29	37	44	52	59	67	74	82	90	98	105	113	121	129	136	144
	.001	0	1	4	8	13	17	22	27	33	38	43	49	55	60	66	71	77	83	89
	.005	1	4	9	14	19	25	31	37	43	49	55	61	68	74	80	87	93	100	106
20	.01	2	6	11	17	23	29	35	41	48	54	61	68	74	81	88	94	101	108	115
	.025	3	9	15	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	99	106	113	120	128
	.05	5	12	19	26	33	40	48	55	63	70	78	85	93	101	108	116	124	131	139
	.10	8	16	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	120	128	136	144	152

Source: Adapted from L. R. Verdooren, "Extended Tables of Critical Values for Wilcoxon's Test Statistic," *Biometrika*, 50 (1963), 177–186; used by permission of the Biometrika Trustees. The adaptation is due to W. J. Conover, *Practical Nonparametric Statistics*, New York: Wiley, 1971, 384–388.

TABLE A.8 Upper tail probabilities for the null distribution of the Ansari–Bradley W statistic: $2 \le n_1 \le n_2$, $(n_1 + n_2) \le 20$

$n_1 = 2$

x	$n_2 = 2$	$n_2 = 3$	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$
2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	.8333	.9000	.9333	.9524	.9643	.9722	.9778	.9818	.9848
4	.1667	.5000	.6667	.7619	.8214	.8611	.8889	.9091	.9242
5		.2000	.3333	.5238	.6429	.7222	.7778	.8182	.8485
6			.0667	.2381	.3571	.5000	.6000	.6727	.7273
7				.0952	.1786	.3056	.4000	.5091	.5909
8					.0357	.1389	.2222	.3273	.4091
9						.0556	.1111	.2000	.2727
10							.0222	.0909	.1515
11								.0364	.0758
12									.0152

$n_1 = 2$

x	$n_2 = 11$	$n_2 = 12$	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$	$n_2 = 15$	$n_2 = 16$	$n_2 = 17$	$n_2 = 18$
2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	.9872	.9890	.9905	.9917	.9926	.9935	.9942	.9947
4	.9359	.9451	.9524	.9583	.9632	.9673	.9708	.9737
5	.8718	.8901	.9048	.9167	.9265	.9346	.9415	.9474
6	.7692	.8022	.8286	.8500	.8676	.8824	.8947	.9053
7	.6538	.7033	.7429	.7750	.8015	.8235	.8421	.8579
8	.5000	.5714	.6286	.6750	.7132	.7451	.7719	.7947
9	.3590	.4286	.5048	.5667	.6176	.6601	.6959	.7263
10	.2308	.2967	.3714	.4333	.5000	.5556	.6023	.6421
11	.1410	.1978	.2667	.3250	.3897	.4444	.5029	.5526
12	.0641	.1099	.1714	.2250	.2868	.3399	.3977	.4474
13	.0256	.0549	.1048	.1500	.2059	.2549	.3099	.3579
14		.0110	.0476	.0833	.1324	.1765	.2281	.2737
15			.0190	.0417	.0809	.1176	.1637	.2053
16				.0083	.0368	.0654	.1053	.1421
17					.0147	.0327	.0643	.0947
18						.0065	.0292	.0526
19							.0117	.0263
20								.0053

Source: Myles Hollander and Douglas A. Wolfe, *Nonparametric Statistical Methods, Copyright* © 1973 John Wiley & Sons, Inc. Reprinted by permission of John Wiley & Sons, Inc.

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 3$

x	$n_2 = 3$	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	.9000	.9429	.9643	.9762	.9833	.9879	.9909	.9930	.9945
6	.7000	.8286	.8929	.9286	.9500	.9636	.9727	.9790	.9835
7	.3000	.5714	.7143	.8095	.8667	9030	.9273	.9441	.9560
8	.1000	.3429	.5000	.6548	.7500	.8182	.8636	.8951	.9176
9		.1429	.2857	.4643	.5833	.6909	.7636	.8182	.8571
10		.0286	.1071	.2857	.4167	.5455	.6364	.7168	.7747
11			.0357	.1429	.2500	.3939	.5000	.5979	.6703
12				.0595	.1333	.2606	.3636	.4755	.5604
13				.0119	.0500	.1455	.2364	.3497	.4396
14					.0167	.0727	.1364	.2413	.3297
15						.0303	.0727	.1503	.2253
16						.0061	.0273	.0839	.1429
17							.0091	.0420	.0824
18								.0175	.0440
19								.0035	.0165
20									.0055

$n_1 = 3$

x	$n_2 = 12$	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$	$n_2 = 15$	$n_2 = 16$	$n_2 = 17$
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	.9956	.9964	.9971	.9975	.9979	.9982
6	.9868	.9893	.9912	.9926	.9938	.9947
7	.9648	.9714	.9765	.9804	.9835	.9860
8	.9341	.9464	.9559	.9632	.9690	.9737
9	.8857	.9071	.9235	.9363	.9463	.9544
10	.8198	.8536	.8794	.8995	.9154	.9281
11	.7341	.7821	.8206	.8505	.8741	.8930
12	.6374	.6964	.7485	.7892	.8225	.8491
13	.5297	.6000	.6632	.7132	.7575	.7930
14	.4242	.5000	.5735	.6324	.6852	.7281
15	.3209	.4000	.4794	.5441	.6058	.6561
16	.2286	.3036	.3868	.4559	.5232	.5789
17	.1516	.2179	.2985	.3676	.4396	.5000
18	.0945	.1464	.2206	.2868	.3591	.4211
19	.0527	.0929	.1529	.2108	.2817	.3439
20	.0264	.0536	.1015	.1495	.2136	.2719
21	.0110	.0286	.0632	.1005	.1548	.2070
22	.0022	.0107	.0353	.0637	.1073	.1509
23		.0036	.0176	.0368	.0712	.1070
24			.0074	.0196	.0444	.0719
25			.0015	.0074	.0248	.0456
26				.0025	.0124	.0263
27					.0052	.0140
28					.0010	.0053
29						.0018

TABLE A.8 (continued)

$n_1 = 4$

x	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$	$n_2 = 12$
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	.9857	.9921	.9952	.9970	.9980	.9986	.9990	.9993	.9995
8	.9286	.9603	.9762	.9848	.9899	.9930	.9950	.9963	.9973
9	.8000	.8889	.9333	.9576	.9717	.9804	.9860	.9897	.9923
10	.6286	.7778	.8571	.9091	.9394	.9580	.9700	.9780	.9835
11	.3714	.6032	.7333	.8242	.8788	.9161	.9401	.9560	.9670
12	.2000	.4286	.5810	.7152	.7980	.8573	.8961	.9238	.9429
13	.0714	.2619	.4190	.5818	.6889	.7762	.8342	.8769	.9066
14	.0143	.1349	.2667	.4424	.5677	.6783	.7542	.8154	.8582
15		.0476	.1429	.3030	.4323	.5650	.6593	.7385	.7951
16		.0159	.0667	.1939	.3111	.4503	.5554	.6520	.7225
17			.0238	.1061	.2020	.3357	.4446	.5546	.6374
18			.0048	.0515	.1212	.2378	.3407	.4564	.5473
19				.0182	.0606	.1538	.2458	.3590	.4527
20				.0061	.0283	.0923	.1658	.2711	.3626
21					.0101	.0490	.1039	.1934	.2775
22					.0020	.0238	.0599	.1319	.2049
23						.0084	.0300	.0821	.1418
24						.0028	.0140	.0484	.0934
25							.0050	.0256	.0571
26							.0010	.0125	.0330
27								.0044	.0165
28								.0015	.0077
29									.0027
30									.0005

$n_1 = 4$

x	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$	$n_2 = 15$	$n_2 = 16$
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	.9996	.9997	.9997	.9998
8	.9979	.9984	.9987	.9990
9	.9941	.9954	.9964	.9971
10	.9874	.9902	.9923	.9938
11	.9748	.9804	.9845	.9876
12	.9563	.9660	.9732	.9785
13	.9280	.9444	.9561	.9649
14	.8908	.9144	.9324	.9459
15	.8408	.8742	.9002	.9197
16	.7811	.8245	.8599	.8867
17	.7101	.7647	.8101	.8448
18	.6319	.6967	.7528	.7961
19	.5471	.6209	.6873	.7391
20	.4613	.5412	.6166	.6764
21	.3761	.4588	.5413	.6078
22	.2979	.3791	.4654	.5368
23	.2261	.3033	.3896	.4632
24	.1655	.2353	.3189	.3922

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 4$

x	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$	$n_2 = 15$	$n_2 = 16$
25	.1151	.1755	.2531	.3236
26	.0765	.1258	.1953	.2609
27	.0471	.0856	.1450	.2039
28	.0277	.0556	.1042	.1552
29	.0147	.0340	.0712	.1133
30	.0071	.0196	.0470	.0803
31	.0025	.0098	.0289	.0541
32	.0008	.0046	.0170	.0351
33		.0016	.0090	.0215
34		.0003	.0044	.0124
35			.0015	.0062
36			.0005	.0029
37				.0010
38				.0002

$n_1 = 5$

x	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	.9921	.9957	.9975	.9984	.9990	.9993	.9995
11	.9762	.9870	.9924	.9953	.9970	.9980	.9986
12	.9286	.9610	.9773	.9860	.9910	.9940	.9959
13	.8492	.9156	.9495	.9689	.9800	.9867	.9908
14	.7302	.8420	.9015	.9386	.9600	.9734	.9817
15	.5873	.7446	.8333	.8936	.9291	.9524	.9670
16	.4127	.6147	.7374	.8275	.8821	.9197	.9437
17	.2698	.4805	.6237	.7451	.8212	.8761	.9116
18	.1508	.3463	.5000	.6457	.7423	.8182	.8681
19	.0714	.2294	.3763	.5385	.6523	.7483	.8132
20	.0238	.1342	.2626	.4266	.5514	.6663	.7468
21	.0079	.0693	.1667	.3209	.4486	.5771	.6708
22		.0303	.0985	.2269	.3477	.4832	.5870
23		.0108	.0505	.1507	.2577	.3916	.5000
24		.0022	.0227	.0917	.1788	.3044	.4130
25			.0076	.0513	.1179	.2268	.3292
26			.0025	.0249	.0709	.1608	.2532
27				.0109	.0400	.1086	.1868
28				.0039	.0200	.0686	.1319
29				.0008	.0090	.0406	.0884
30					.0030	.0220	.0563
31					.0010	.0107	.0330
32						.0047	.0183
33						.0017	.0092
34						.0003	.0041
35							.0014
36							.0005

TABLE A.8 (continued)

$n_1 = 5$

x	$n_2 = 12$	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$	$n_2 = 15$
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	.9997	.9998	.9998	.9999
11	.9990	.9993	.9995	.9996
12	.9971	.9979	.9985	.9988
13	.9935	.9953	.9966	.9974
14	.9871	.9907	.9931	.9948
15	.9767	.9832	.9876	.9907
16	.9601	.9711	.9787	.9840
17	.9368	.9538	.9659	.9743
18	.9047	.9295	.9476	.9604
19	.8633	.8978	.9235	.9417
20	.8116	.8569	.8920	.9171
21	.7508	.8079	.8533	.8861
22	.6810	.7498	.8067	.8483
23	.6054	.6846	.7530	.8038
24	.5254	.6130	.6923	.7523
25	.4449	.5383	.6267	.6950
26	.3662	.4617	.5572	.6329
27	.2928	.3870	.4864	.5673
28	.2262	.3154	.4157	.5000
29	.1690	.2502	.3478	.4327
30	.1214	.1921	.2840	.3671
31	.0835	.1431	.2262	.3050
32	.0546	.1022	.1751	.2477
33	.0339	.0705	.1318	.1962
34	.0197	.0462	.0960	.1517
35	.0107	.0289	.0675	.1139
36	.0052	.0168	.0455	.0829
37	.0023	.0093	.0294	.0583
38	.0008	.0047	.0181	.0396
39	.0002	.0021	.0105	.0257
40		.0007	.0057	.0160
41		.0002	.0028	.0093
42			.0012	.0052
43			.0004	.0026
44			.0001	.0012
45				.0004
46				.0001

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 6$

x	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$	$n_2 = 12$	$n_2 = 13$	$n_2 = 14$
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
13	.9989	.9994	.9997	.9998	.9999	.9999	.9999	1.0000	1.0000
14	.9946	.9971	.9983	.9990	.9994	.9996	.9997	.9998	.9999
15	.9848	.9918	.9953	.9972	.9983	.9989	.9992	.9995	.9996
16	.9632	.9802	.9887	.9932	.9958	.9973	.9982	.9987	.9991
17	.9264	.9592	.9760	.9856	.9910	.9942	.9961	.9973	.9981
18	.8658	.9242	.9547	.9724	.9825	.9887	.9925	.9948	.9964
19	.7846	.8735	.9217	.9518	.9692	.9799	.9865	.9907	.9935
20	.6807	.8048	.8751	.9215	.9487	.9663	.9772	.9843	.9890
21	.5649	.7203	.8139	.8803	.9202	.9469	.9636	.9749	.9823
22	.4351	.6189	.7366	.8260	.8812	.9199	.9445	.9613	.9725
23	.3193	.5122	.6474	.7600	.8322	.8849	.9190	.9431	.9591
24	.2154	.4038	.5501	.6829	.7717	.8407	.8860	.9191	.9413
25	.1342	.3030	.4499	.5984	.7025	.7877	.8451	.8887	.9184
26	.0736	.2133	.3526	.5085	.6246	.7259	.7962	.8514	.8896
27	.0368	.1410	.2634	.4190	.5425	.6574	.7398	.8074	.8549
28	.0152	.0851	.1861	.3323	.4575	.5831	.6765	.7564	.8138
29	.0054	.0484	.1249	.2543	.3754	.5065	.6082	.6996	.7668
30	.0011	.0239	.0783	.1860	.2975	.4292	.5364	.6376	.7139
31		.0105	.0453	.1303	.2283	.3549	.4636	.5723	.6566
32		.0035	.0240	.0859	.1678	.2851	.3918	.5049	.5954
33		.0012	.0113	.0539	.1188	.2226	.3235	.4376	.5322
34			.0047	.0312	.0798	.1678	.2602	.3716	.4678
35			.0017	.0170	.0513	.1226	.2038	.3094	.4046
36			.0003	.0082	.0308	.0859	.1549	.2518	.3434
37				.0036	.0175	.0579	.1140	.2002	.2861
38				.0012	.0090	.0370	.0810	.1550	.2332
39				.0004	.0042	.0226	.0555	.1170	.1862
40					.0017	.0128	.0364	.0855	.1451
41					.0006	.0069	.0228	.0608	.1104
42					.0001	.0033	.0135	.0415	.0816
43						.0015	.0075	.0274	.0587
44						.0005	.0039	.0172	.0409
45						.0002	.0018	.0104	.0275
46							.0008	.0058	.0177
47							.0003	.0031	.0110
48							.0001	.0015	.0065
49								.0007	.0036
50								.0002	.0019
51								.0001	.0009
52									.0004
53									.0001
54									.0000

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 7$

x	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$	$n_2 = 12$	$n_2 = 13$
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	.9994	.9997	.9998	.9999	1.0000	1.0000	1.0000
18	.9983	.9991	.9995	.9997	.9998	.9999	.9999
19	.9948	.9972	.9984	.9991	.9994	.9996	.9998
20	.9878	.9935	.9963	.9978	.9987	.9992	.9995
21	.9744	.9862	.9921	.9954	.9972	.9982	.9988
22	.9534	.9744	.9851	.9912	.9946	.9966	.9978
23	.9196	.9549	.9734	.9841	.9901	.9937	.9959
24	.8730	.9270	.9559	.9734	.9833	.9893	.9930
25	.8106	.8878	.9306	.9574	.9729	.9826	.9885
26	.7348	.8375	.8965	.9354	.9583	.9730	.9820
27	.6463	.7748	.8523	.9059	.9381	.9595	.9727
28	.5507	.7021	.7981	.8685	.9118	.9415	.9602
29	.4493	.6194	.7336	.8221	.8782	.9181	.9435
30	.3537	.5324	.6608	.7676	.8374	.8889	.9223
31	.2652	.4435	.5820	.7052	.7887	.8532	.8958
32	.1894	.3577	.5000	.6368	.7333	.8111	.8637
33	.1270	.2777	.4180	.5637	.6714	.7626	.8258
34	.0804	.2075	.3392	.4888	.6050	.7085	.7822
35	.0466	.1478	.2664	.4139	.5353	.6494	.7332
36	.0256	.1005	.2019	.3421	.4647	.5869	.6795
37	.0122	.0648	.1477	.2753	.3950	.5220	.6219
38	.0052	.0393	.1035	.2154	.3286	.4568	.5616
39	.0017	.0221	.0694	.1633	.2667	.3925	.5000
40	.0006	.0115	.0441	.1199	.2113	.3311	.4384
41		.0053	.0266	.0847	.1626	.2735	.3781
42		.0022	.0149	.0576	.1218	.2213	.3205
43		.0008	.0079	.0375	.0882	.1749	.2668
44		.0002	.0037	.0233	.0619	.1350	.2178
45			.0016	.0136	.0417	.1014	.1742
46			.0005	.0075	.0271	.0742	.1363
47			.0002	.0038	.0167	.0526	.1042
48				.0017	.0099	.0361	.0777
49				.0007	.0054	.0239	.0565
50				.0003	.0028	.0152	.0398
51				.0001	.0013	.0092	.0273
52					.0006	.0053	.0180
53					.0002	.0029	.0115
54					.0001	.0015	.0070
55						.0007	.0041
56						.0003	.0022
57						.0001	.0012
58						.0000	.0005
59							.0002
60							.0001
61							.0000

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 8$

x	$n_2 = 8$	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$	$n_2 = 12$
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
21	.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
22	.9996	.9998	.9999	.9999	1.0000
23	.9989	.9994	.9997	.9998	.9999
24	.9974	.9986	.9992	.9996	.9997
25	.9941	.9969	.9983	.9990	.9994
26	.9885	.9938	.9965	.9980	.9988
27	.9789	.9886	.9935	.9962	.9977
28	.9643	.9804	.9887	.9934	.9960
29	.9428	.9680	.9813	.9889	.9932
30	.9133	.9504	.9704	.9823	.9890
31	.8737	.9262	.9551	.9728	.9830
32	.8246	.8947	.9344	.9598	.9745
33	.7650	.8549	.9075	.9423	.9629
34	.6970	.8069	.8738	.9199	.9477
35	.6212	.7508	.8328	.8918	.9281
36	.5413	.6877	.7847	.8578	.9038
37	.4587	.6184	.7296	.8174	.8742
38	.3788	.5457	.6686	.7710	.8392
39	.3030	.4714	.6031	.7189	.7986
40	.2350	.3983	.5347	.6621	.7528
41	.1754	.3281	.4653	.6015	.7022
42	.1263	.2636	.3969	.5386	.6476
43	.0867	.2055	.3314	.4746	.5898
44	.0572	.1557	.2704	.4113	.5302
45	.0357	.1139	.2153	.3500	.4698
46	.0211	.0807	.1672	.2925	.4102
47	.0115	.0548	.1262	.2394	.3524
48	.0059	.0358	.0925	.1919	.2978
49	.0026	.0221	.0656	.1503	.2472
50	.0011	.0131	.0449	.1150	.2014
51	.0004	.0072	.0296	.0856	.1608
52	.0001	.0037	.0187	.0621	.1258
53		.0017	.0113	.0437	.0962
54		.0007	.0065	.0298	.0719
55		.0002	.0035	.0196	.0523
56		.0001	.0017	.0124	.0371
57			.0008	.0075	.0255
58			.0003	.0043	.0170
59			.0001	.0023	.0110
60			.0000	.0012	.0068
61				.0006	.0040
62				.0002	.0023
63				.0001	.0012
64				.0000	.0006
65					.0003
66					.0001
67					.0000
68					.0000

TABLE A.8 *(continued)*

$n_1 = 9$				$n_1 = 9$			
x	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$	x	$n_2 = 9$	$n_2 = 10$	$n_2 = 11$
25	1.0000	1.0000	1.0000	50	.2167	.3673	.5000
26	1.0000	1.0000	1.0000	51	.1687	.3092	.4407
27	.9999	.9999	1.0000	52	.1276	.2552	.3827
28	.9996	.9998	.9999	53	.0938	.2064	.3271
29	.9991	.9995	.9997	54	.0668	.1632	.2749
30	.9981	.9990	.9995	55	.0460	.1262	.2269
31	.9963	.9980	.9989	56	.0305	.0952	.1840
32	.9932	.9964	.9980	57	.0195	.0700	.1462
33	.9882	.9937	.9964	58	.0118	.0500	.1138
34	.9805	.9894	.9940	59	.0068	.0347	.0867
35	.9695	.9831	.9903	60	.0037	.0232	.0645
36	.9540	.9741	.9849	61	.0019	.0150	.0468
37	.9332	.9618	.9773	62	.0009	.0093	.0331
38	.9062	.9453	.9669	63	.0004	.0056	.0227
39	.8724	.9240	.9532	64	.0001	.0031	.0151
40	.8313	.8972	.9355	65	.0000	.0017	.0097
41	.7833	.8646	.9133	66		.0008	.0060
42	.7283	.8259	.8862	67		.0004	.0036
43	.6677	.7813	.8538	68		.0002	.0020
44	.6025	.7310	.8160	69		.0001	.0011
45	.5346	.6759	.7731	70		.0000	.0005
46	.4654	.6166	.7251	71			.0003
47	.3975	.5548	.6729	72			.0001
48	.3323	.4916	.6173	73			.0000
49	.2717	.4287	.5593	74			.0000

$n_1 = 10$		$n_1 = 10$		$n_1 = 10$	
x	$n_2 = 10$	x	$n_2 = 10$	x	$n_2 = 10$
30	1.0000	47	.8993	64	.1007
31	1.0000	48	.8694	65	.0761
32	1.0000	49	.8344	66	.0560
33	.9999	50	.7940	67	.0403
34	.9998	51	.7486	68	.0282
35	.9996	52	.6986	69	.0192
36	.9992	53	.6449	70	.0126
37	.9984	54	.5881	71	.0080
38	.9971	55	.5296	72	.0049
39	.9951	56	.4704	73	.0029
40	.9920	57	.4119	74	.0016
41	.9874	58	.3551	75	.0008
42	.9808	59	.3014	76	.0004
43	.9718	60	.2514	77	.0002
44	.9597	61	.2060	78	.0001
45	.9440	62	.1656	79	.0000
46	.9239	63	.1306	80	.0000

Computed by G. A. Mack on the Ohio State University IBM 370/165.

TABLE A.9 **Approximate critical values C_α for the Hollander test of extreme reactions**

N	n_1 = 4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	5.00	5.00							
	—	—							
9	5.00	10.00	17.50						
	—	—	—						
10	5.00	14.80	23.33	28.00	42.00				
	5.00	10.00	17.50	28.00	—				
11	8.75	14.80	26.83	39.43	49.88	60.00			
	5.00	10.00	17.50	28.00	42.00	—			
12	8.75	20.00	29.50	42.00	58.00	68.89	82.50		
	5.00	10.00	17.50	28.00	42.00	60.00	—		
13	10.00	21.20	34.00	49.42	63.88	80.00	100.10	110.00	
	5.00	10.00	23.33	34.86	49.88	68.89	82.50	—	
14	13.00	23.20	38.83	54.86	73.50	90.22	110.00	132.00	154.90
	5.00	14.80	23.33	39.43	55.50	75.56	92.40	110.00	—
15	14.00	26.80	42.83	61.43	79.50	101.60	122.10	144.90	168.70
	5.00	14.80	28.00	42.00	59.50	79.56	102.50	120.90	143.00
16	14.00	29.20	47.50	67.71	89.88	112.20	135.60	161.60	187.00
	5.00	17.20	30.83	47.71	67.88	88.89	110.40	136.20	164.70
17	17.00	33.20	53.33	74.86	98.88	124.00	150.00	176.90	205.70
	8.75	17.20	34.00	52.00	73.88	96.00	120.90	148.20	177.70
18	18.75	36.80	58.00	82.86	108.00	135.60	164.40	194.20	224.90
	8.75	20.00	37.33	56.00	79.50	104.00	131.60	161.60	190.90
19	20.00	40.00	64.00	90.86	118.90	148.90	180.10	212.60	246.00
	8.75	21.20	39.33	60.86	85.50	112.89	142.10	174.00	206.30
20	21.00	44.80	70.00	98.86	129.90	162.20	196.40	231.60	267.70
	8.75	23.20	42.00	66.86	91.88	122.20	153.60	188.00	222.90

Source: M. Hollander, "A Nonparametric Test for the Two-Sample Problem," *Psychometrika*, 28 (1963), 395–403.

Note: The top number opposite each value of N is the critical value for $\alpha \approx 0.05$; the bottom number is for $\alpha \approx 0.01$.

TABLE A.10 Significance tests in a 2 × 2 contingency table

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 3 *B* = 3**	3	**0** .050	—	—	—
***A* = 4 *B* = 4**	4	**0** .014	**0** .014	—	—
3	4	**0** .029	—	—	—
***A* = 5 *B* = 5**	5	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	4	**0** .024	**0** .024	—	—
4	5	**1** .048	**0** .008	**0** .008	—
	4	**0** .040	—	—	—
3	5	**0** .018	**0** .018	—	—
2	5	**0** .048	—	—	—
***A* = 6 *B* = 6**	6	**2** .030	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	5	**1** .040	**0** .008	**0** .008	—
	4	**0** .030	—	—	—
5	6	**1** .015^{+}	**1** .015^{+}	**0** .002	**0** .002
	5	**0** .013	**0** .013	—	—
	4	**0** .045^{+}	—	—	—
4	6	**1** .033	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}
	5	**0** .024	**0** .024	—	—
3	6	**0** .012	**0** .012	—	—
	5	**0** .048	—	—	—
2	6	**0** .036	—	—	—
***A* = 7 *B* = 7**	7	**3** .035^{-}	**2** .010^{+}	**1** .002	**1** .002
	6	**1** .015^{-}	**1** .015^{-}	**0** .002	**0** .002
	5	**0** .010^{+}	**0** .010^{+}	—	—
	4	**0** .035^{-}	—	—	—
6	7	**2** .021	**2** .021	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	6	**1** .025^{+}	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	5	**0** .016	**0** .016	—	—
	4	**0** .049	—	—	—
5	7	**2** .045^{+}	**1** .010^{+}	**0** .001	**0** .001
	6	**1** .045^{+}	**0** .008	**0** .008	—
	5	**0** .027	—	—	—
4	7	**1** .024	**1** .024	**0** .003	**0** .003
	6	**0** .015^{+}	**0** .015^{+}	—	—
	5	**0** .045^{+}	—	—	—
3	7	**0** .008	**0** .008	**0** .008	—
	6	**0** .033	—	—	—
2	7	**0** .028	—	—	—
***A* = 8 *B* = 8**	8	**4** .038	**3** .013	**2** .003	**2** .003
	7	**2** .020	**2** .020	**1** .005^{+}	**0** .001
	6	**1** .020	**1** .020	**0** .003	**0** .003
	5	**0** .013	**0** .013	—	—
	4	**0** .038	—	—	—

1. Bold type, for given a, A and B, shows the value of b ($< a$), which is just significant at the probability level quoted (single-tail test).
2. Small type, for given A, B and $r = a + b$, shows the exact probability (if there is independence) that b is equal to or less than the integer shown in bold type.

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
A = 8 B = 7	8	**3** .026	**2** .007	**2** .007	**1** .001
	7	**2** .035$^-$	**1** .006	**1** .009	**0** .001
	6	**1** .032	**0** .006	**0** .006	—
	5	**0** .019	**0** .019	—	—
6	8	**2** .015$^-$	**2** .015$^-$	**1** .003	**1** .003
	7	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	6	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	5	**0** .028	—	—	—
5	8	**2** .035$^-$	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	7	**1** .032	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	6	**0** .016	**0** .016	—	—
	5	**0** .044	—	—	—
4	8	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	7	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	6	**0** .030	—	—	—
3	8	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .024	**0** .024	—	—
2	8	**0** .022	**0** .022	—	—
A = 9 B = 9	9	**5** .041	**4** .015$^-$	**3** .005$^-$	**3** .005$^-$
	8	**3** .025$^-$	**3** .025$^-$	**2** .008	**1** .002
	7	**2** .028	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	6	**1** .025$^-$	**1** .C25$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	5	**0** .015$^-$	**0** .015$^-$	—	—
	4	**0** .041	—	—	—
8	9	**4** .029	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	8	**3** .043	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	7	**2** .044	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	6	**1** .036	**0** .007	**0** .007	—
	5	**0** .020	**0** .020	—	—
7	9	**3** .019	**3** .019	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	8	**2** .024	**2** .024	**1** .006	**0** .001
	7	**1** .020	**1** .020	**0** .003	**0** .003
	6	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	5	**0** .029	—	—	—
6	9	**3** .044	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	8	**2** .047	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	7	**1** .035$^-$	**0** .006	**0** .006	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .042	—	—	—
5	9	**2** .027	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	8	**1** .023	**1** .023	**0** .003	**0** .003
	7	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	6	**0** .028	—	—	—
4	9	**1** .014	**1** .014	**0** .001	**0** .001
	8	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .021	**0** .021	—	—
	6	**0** .049	—	—	—
3	9	**1** .045$^+$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	8	**0** .018	**0** .018	—	—
	7	**0** .045$^+$	—	—	—
2	9	**0** .018	**0** .018	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
A = 10 B = 10	10	**6** .043	**5** .016	**4** .005$^+$	**3** .002
	9	**4** .029	**3** .010$^-$	**3** .010$^-$	**2** .003
	8	**3** .035$^-$	**2** .012	**1** .003	**1** .003
	7	**2** .035$^-$	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .002
	6	**1** .029	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	5	**0** .016	**0** .016	—	—
	4	**0** .043	—	—	—
9	10	**5** .033	**4** .011	**3** .003	**3** .003
	9	**4** .050$^-$	**3** .017	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	8	**2** .019	**2** .019	**1** .004	**1** .004
	7	**1** .015$^-$	**1** .015$^-$	**0** .002	**0** .002
	6	**1** .040	**0** .008	**0** .008	—
	5	**0** .022	**0** .022	—	—
8	10	**4** .023	**4** .023	**3** .007	**2** .002
	9	**3** .032	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	8	**2** .031	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	7	**1** .023	**1** .023	**0** .004	**0** .004
	6	**0** .011	**0** .011	—	—
	5	**0** .029	—	—	—
7	10	**3** .015$^-$	**3** .015$^-$	**2** .003	**2** .003
	9	**2** .018	**2** .018	**1** .004	**1** .004
	8	**1** .013	**1** .013	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .036	**0** .006	**0** .006	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .041	—	—	—
6	10	**3** .036	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	9	**2** .036	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	8	**1** .024	**1** .024	**0** .003	**0** .003
	7	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	6	**0** .026	—	—	—
5	10	**2** .022	**2** .022	**1** .004	**1** .004
	9	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .047	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .019	**0** .019	—	—
	6	**0** .042	—	—	—
4	10	**1** .041	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	9	**1** .041	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	8	**0** .015$^-$	**0** .015$^-$	—	—
	7	**0** .035$^-$	—	—	—
3	10	**1** .038	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	9	**0** .014	**0** .014	—	—
	8	**0** .035$^-$	—	—	—
2	10	**0** .015$^+$	**0** .015$^+$	—	—
	9	**0** .045$^+$	—	—	—
A = 11 B = 11	11	**7** .045$^+$	**6** .018	**5** .006	**4** .002
	10	**5** .032	**4** .012	**3** .004	**3** .004
	9	**4** .040	**3** .015$^-$	**2** .004	**2** .004
	8	**3** .043	**2** .015$^-$	**1** .004	**1** .004
	7	**2** .040	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	6	**1** .032	**0** .006	**0** .006	—
	5	**0** .018	**0** .018	—	—
	4	**0** .045$^+$	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 11 B = 10	11	6 .035+	5 .012	4 .004	4 .004
	10	4 .021	4 .021	3 .007	2 .002
	9	3 .024	3 .024	2 .007	1 .002
	8	2 .023	2 .023	1 .006	0 .001
	7	1 .017	1 .017	0 .003	0 .003
	6	1 .043	0 .009	0 .009	—
	5	0 .023	0 .023	—	—
9	11	5 .026	4 .008	4 .008	3 .002
	10	4 .038	3 .012	2 .003	2 .003
	9	3 .040	2 .012	1 .003	1 .003
	8	2 .035−	1 .009	1 .009	0 .001
	7	1 .025−	1 .025−	0 .004	0 .004
	6	0 .012	0 .012	—	—
	5	0 .030	—	—	—
8	11	4 .018	4 .018	3 .005−	3 .005−
	10	3 .024	3 .024	2 .006	1 .001
	9	2 .022	2 .022	1 .005−	1 .005−
	8	1 .015−	1 .015−	0 .002	0 .002
	7	1 .037	0 .007	0 .007	—
	6	0 .017	0 .017	—	—
	5	0 .040	—	—	—
7	11	4 .043	3 .011	2 .002	2 .002
	10	3 .047	2 .013	1 .002	1 .002
	9	2 .039	1 .009	1 .009	0 .001
	8	1 .025−	1 .025−	0 .004	0 .004
	7	0 .010+	0 .010+	—	—
	6	0 .025−	0 .025−	—	—
6	11	3 .029	2 .006	2 .006	1 .001
	10	2 .028	1 .005+	1 .005+	0 .001
	9	1 .018	1 .018	0 .002	0 .002
	8	1 .043	0 .007	0 .007	—
	7	0 .017	0 .017	—	—
	6	0 .037	—	—	—
5	11	2 .018	2 .018	1 .003	1 .003
	10	1 .013	1 .013	0 .001	0 .001
	9	1 .036	0 .005−	0 .005−	0 .005−
	8	0 .013	0 .013	—	—
	7	0 .029	—	—	—
4	11	1 .009	1 .009	1 .009	0 .001
	10	1 .033	0 .004	0 .004	0 .004
	9	0 .011	0 .011	—	—
	8	0 .026	—	—	—
3	11	1 .003	0 .003	0 .003	0 .003
	10	0 .011	0 .011	—	—
	9	0 .027	—	—	—
2	11	0 .013	0 .013	—	—
	10	0 .038	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 12 *B* = 12**	12	**8** .047	**7** .019	**6** .007	**5** .002
	11	**6** .034	**5** .014	**4** .005$^-$	**4** .005$^-$
	10	**5** .045$^-$	**4** .018	**3** .006	**2** .002
	9	**4** .050$^-$	**3** .020	**2** .006	**1** .001
	8	**3** .050$^-$	**2** .018	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	7	**2** .045$^-$	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	6	**1** .034	**0** .007	**0** .007	—
	5	**0** .019	**0** .019	—	—
	4	**0** .047	—	—	—
11	12	**7** .037	**6** .014	**5** .005$^-$	**5** .005$^-$
	11	**5** .024	**5** .024	**4** .008	**3** .002
	10	**4** .029	**3** .010$^+$	**2** .003	**2** .003
	9	**3** .030	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	8	**2** .026	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	7	**1** .019	**1** .019	**0** .003	**0** .003
	6	**1** .045$^-$	**0** .009	**0** .009	—
	5	**0** .024	**0** .024	—	—
10	12	**6** .029	**5** .010$^-$	**5** .010$^-$	**4** .003
	11	**5** .043	**4** .015$^+$	**3** .005$^-$	**3** .005$^-$
	10	**4** .048	**3** .017	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	9	**3** .046	**2** .015$^-$	**1** .004	**1** .004
	8	**2** .038	**1** .010$^+$	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .026	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	6	**0** .012	**0** .012	—	—
	5	**0** .030	—	—	—
9	12	**5** .021	**5** .021	**4** .006	**3** .002
	11	**4** .029	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	10	**3** .029	**2** .008	**2** .008	**1** .002
	9	**2** .024	**2** .024	**1** .006	**0** .001
	8	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .037	**0** .007	**0** .007	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .039	—	—	—
8	12	**5** .049	**4** .014	**3** .004	**3** .004
	11	**3** .018	**3** .018	**2** .004	**2** .004
	10	**2** .015$^+$	**2** .015$^+$	**1** .003	**1** .003
	9	**2** .040	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .001
	8	**1** .025$^-$	**1** .025$^-$	**0** .004	**0** .004
	7	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	6	**0** .024	**0** .024	—	—
7	12	**4** .036	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	11	**3** .038	**2** .010$^-$	**2** .010$^-$	**1** .002
	10	**2** .029	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	9	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .040	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .016	**0** .016	—	—
	6	**0** .034	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 12 B = 6	12	**3** .025$^-$	**3** .025$^-$	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	11	**2** .022	**2** .022	**1** .004	**1** .004
	10	**1** .013	**1** .013	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .032	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	8	**0** .011	**0** .011	—	—
	7	**0** .025$^-$	**0** .025$^-$	—	—
	6	**0** .050$^-$	—	—	—
5	12	**2** .015$^-$	**2** .015$^-$	**1** .002	**1** .002
	11	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .001
	10	**1** .028	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	9	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	8	**0** .020	**0** .020	—	—
	7	**0** .041	—	—	—
4	12	**2** .050	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	11	**1** .027	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	10	**0** .008	**0** .008	**0** .008	—
	9	**0** .019	**0** .019	—	—
	8	**0** .038	—	—	—
3	12	**1** .029	**0** .002	**0** .002	**0** .002
	11	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	10	**0** .022	**0** .022	—	—
	9	**0** .044	—	—	—
2	12	**0** .011	**0** .011	—	—
	11	**0** .033	—	—	—
A = 13 B = 13	13	**9** .048	**8** .020	**7** .007	**6** .003
	12	**7** .037	**6** .015$^+$	**5** .006	**4** .002
	11	**6** .048	**5** .021	**4** .008	**3** .002
	10	**4** .024	**4** .024	**3** .008	**2** .002
	9	**3** .024	**3** .024	**2** .008	**1** .002
	8	**2** .021	**2** .021	**1** .006	**0** .001
	7	**2** .048	**1** .015$^+$	**0** .003	**0** .003
	6	**1** .037	**0** .007	**0** .007	—
	5	**0** .020	**0** .020	—	—
	4	**0** .048	—	—	—
12	13	**8** .039	**7** .015$^-$	**6** .005$^+$	**5** .002
	12	**6** .027	**5** .010$^-$	**5** .010$^-$	**4** .003
	11	**5** .033	**4** .013	**3** .004	**3** .004
	10	**4** .036	**3** .013	**2** .004	**2** .004
	9	**3** .034	**2** .011	**1** .003	**1** .003
	8	**2** .029	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	7	**1** .020	**1** .020	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .046	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	5	**0** .024	**0** .024	—	—
11	13	**7** .031	**6** .011	**5** .003	**5** .003
	12	**6** .048	**5** .018	**4** .006	**3** .002
	11	**4** .021	**4** .021	**3** .007	**2** .002
	10	**3** .021	**3** .021	**2** .006	**1** .001
	9	**3** .050$^-$	**2** .017	**1** .004	**1** .004
	8	**2** .040	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .027	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	6	**0** .013	**0** .013	—	—
	5	**0** .030	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 13 *B* = 10**	13	**6** .024	**6** .024	**5** .007	**4** .002
	12	**5** .035⁻	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	11	**4** .037	**3** .012	**2** .003	**2** .003
	10	**3** .033	**2** .010⁺	**1** .002	**1** .002
	9	**2** .026	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	8	**1** .017	**1** .017	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .038	**0** .007	**0** .007	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .038	—	—	—
9	13	**5** .017	**5** .017	**4** .005⁻	**4** .005⁻
	12	**4** .023	**4** .023	**3** .007	**2** .001
	11	**3** .022	**3** .022	**2** .006	**1** .001
	10	**2** .017	**2** .017	**1** .004	**1** .004
	9	**2** .040	**1** .010⁺	**0** .001	**0** .001
	8	**1** .025⁻	**1** .025⁻	**0** .004	**0** .004
	7	**0** .010⁺	**0** .010⁺	—	—
	6	**0** .023	**0** .023	—	—
	5	**0** .049	—	—	—
8	13	**5** .042	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	12	**4** .047	**3** .014	**2** .003	**2** .003
	11	**3** .041	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	10	**2** .029	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .037	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .015⁻	**0** .015⁻	—	—
	6	**0** .032	—	—	—
7	13	**4** .031	**3** .007	**3** .007	**2** .001
	12	**3** .031	**2** .007	**2** .007	**1** .001
	11	**2** .022	**2** .022	**1** .004	**1** .004
	10	**1** .012	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .029	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	8	**0** .010⁺	**0** .010⁺	—	—
	7	**0** .022	**0** .022	—	—
	6	**0** .044	—	—	—
6	13	**3** .021	**3** .021	**2** .004	**2** .004
	12	**2** .017	**2** .017	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .046	**1** .010⁻	**1** .010⁻	**0** .001
	10	**1** .024	**1** .024	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .050⁻	**0** .008	**0** .008	—
	8	**0** .017	**0** .017	—	—
	7	**0** .034	—	—	—
5	13	**2** .012	**2** .012	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .044	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	11	**1** .022	**1** .022	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .047	**0** .007	**0** .007	—
	9	**0** .015⁻	**0** .015⁻	—	—
	8	**0** .029	—	—	—
4	13	**2** .044	**1** .006	**1** .006	**0** .000
	12	**1** .022	**1** .022	**0** .002	**0** .002
	11	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	10	**0** .015⁻	**0** .015⁻	—	—
	9	**0** .029	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 13$ $B = 3$	13	**1** .025	**1** .025	**0** .002	**0** .002
	12	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	11	**0** .018	**0** .018	—	—
	10	**0** .035	—	—	—
2	13	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	12	**0** .029	—	—	—
$A = 14$ $B = 14$	14	**10** .049	**9** .020	**8** .008	**7** .003
	13	**8** .038	**7** .016	**6** .006	**5** .002
	12	**6** .023	**6** .023	**5** .009	**4** .003
	11	**5** .027	**4** .011	**3** .004	**3** .004
	10	**4** .028	**3** .011	**2** .003	**2** .003
	9	**3** .027	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	8	**2** .023	**2** .023	**1** .006	**0** .001
	7	**1** .016	**1** .016	**0** .003	**0** .003
	6	**1** .038	**0** .008	**0** .008	—
	5	**0** .020	**0** .020	—	—
	4	**0** .049	—	—	—
13	14	**9** .041	**8** .016	**7** .006	**6** .002
	13	**7** .029	**6** .011	**5** .004	**5** .004
	12	**6** .037	**5** .015$^+$	**4** .005$^+$	**3** .002
	11	**5** .041	**4** .017	**3** .006	**2** .001
	10	**4** .041	**3** .016	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	9	**3** .038	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	8	**2** .031	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	7	**1** .021	**1** .021	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .048	**0** .010$^+$	—	—
	5	**0** .025$^-$	**0** .025$^-$	—	—
12	14	**8** .033	**7** .012	**6** .004	**6** .004
	13	**6** .021	**6** .021	**5** .007	**4** .002
	12	**5** .025$^+$	**4** .009	**4** .009	**3** .003
	11	**4** .026	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	10	**3** .024	**3** .024	**2** .007	**1** .002
	9	**2** .019	**2** .019	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	8	**2** .042	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .028	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	6	**0** .013	**0** .013	—	—
	5	**0** .030	—	—	—
11	14	**7** .026	**6** .009	**6** .009	**5** .003
	13	**6** .039	**5** .014	**4** .004	**4** .004
	12	**5** .043	**4** .016	**3** .005$^-$	**3** .005$^-$
	11	**4** .042	**3** .015$^-$	**2** .004	**2** .004
	10	**3** .036	**2** .011	**1** .003	**1** .003
	9	**2** .027	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	8	**1** .017	**1** .017	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .038	**0** .007	**0** .007	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .038	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 14$ $B = 10$	14	**6** .020	**6** .020	**5** .006	**4** .002
	13	**5** .028	**4** .009	**4** .009	**3** .002
	12	**4** .028	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	11	**3** .024	**3** .024	**2** .007	**1** .001
	10	**2** .018	**2** .018	**1** .004	**1** .004
	9	**2** .040	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	7	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	—
	6	**0** .022	**0** .022	—	—
	5	**0** .047	—	—	—
9	14	**6** .047	**5** .014	**4** .004	**4** .004
	13	**4** .018	**4** .018	**3** .005^{-}	**3** .005^{-}
	12	**3** .017	**3** .017	**2** .004	**2** .004
	11	**3** .042	**2** .012	**1** .002	**1** .002
	10	**2** .029	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .036	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .014	**0** .014	—	—
	6	**0** .030	—	—	—
8	14	**5** .036	**4** .010^{-}	**4** .010^{-}	**3** .002
	13	**4** .039	**3** .011	**2** .002	**2** .002
	12	**3** .032	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	11	**2** .022	**2** .022	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	10	**2** .048	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .026	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	8	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	7	**0** .020	**0** .020	—	—
	6	**0** .040	—	—	—
7	14	**4** .026	**3** .006	**3** .006	**2** .001
	13	**3** .025	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	12	**2** .017	**2** .017	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .041	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	10	**1** .021	**1** .021	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .043	**0** .007	**0** .007	—
	8	**0** .015^{-}	**0** .015^{-}	—	—
	7	**0** .030	—	—	—
6	14	**3** .018	**3** .018	**2** .003	**2** .003
	13	**2** .014	**2** .014	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .037	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	11	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .038	**0** .005^{+}	**0** .005^{+}	—
	9	**0** .012	**0** .012	—	—
	8	**0** .024	**0** .024	—	—
	7	**0** .044	—	—	—
5	14	**2** .010^{+}	**2** .010^{+}	**1** .001	**1** .001
	13	**2** .037	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	12	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .038	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}
	10	**0** .011	**0** .011	—	—
	9	**0** .022	**0** .022	—	—
	8	**0** .040	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 14 B = 4	14	2 .039	1 .005⁻	1 .005⁻	1 .005⁻
	13	1 .019	1 .019	0 .002	0 .002
	12	1 .044	0 .005⁻	0 .005⁻	0 .005⁻
	11	0 .011	0 .011	—	—
	10	0 .023	0 .023	—	—
	9	0 .041	—	—	—
3	14	1 .022	1 .022	0 .001	0 .001
	13	0 .006	0 .006	0 .006	—
	12	0 .015⁻	0 .015⁻	—	—
	11	0 .029	—	—	—
2	14	0 .008	0 .008	0 .008	—
	13	0 .025	0 .025	—	—
	12	0 .050	—	—	—
A = 15 B = 15	15	11 .050⁻	10 .021	9 .008	8 .003
	14	9 .040	8 .013	7 .007	6 .003
	13	7 .025⁺	6 .010⁺	5 .004	5 .004
	12	6 .030	5 .013	4 .005⁻	4 .005⁻
	11	5 .033	4 .013	3 .005⁻	3 .005⁻
	10	4 .033	3 .013	2 .004	2 .004
	9	3 .030	2 .010⁺	1 .003	1 .003
	8	2 .025⁺	1 .007	1 .007	0 .001
	7	1 .018	1 .018	0 .003	0 .003
	6	1 .040	0 .008	0 .008	—
	5	0 .021	0 .021	—	—
	4	0 .050⁻	—	—	—
14	15	10 .042	9 .017	8 .006	7 .002
	14	8 .031	7 .013	6 .005⁻	6 .005⁻
	13	7 .041	6 .017	5 .007	4 .002
	12	6 .046	5 .020	4 .007	3 .002
	11	5 .048	4 .020	3 .007	2 .002
	10	4 .046	3 .018	2 .006	1 .001
	9	3 .041	2 .014	1 .004	1 .004
	8	2 .033	1 .009	1 .009	0 .001
	7	1 .022	1 .022	0 .004	0 .004
	6	1 .049	0 .011	—	—
	5	0 .025⁺	—	—	—
13	15	9 .035⁻	8 .013	7 .035⁻	7 .005⁻
	14	7 .023	7 .023	6 .009	5 .003
	13	6 .029	5 .011	4 .004	4 .004
	12	5 .031	4 .012	3 .004	3 .004
	11	4 .030	3 .011	2 .003	2 .003
	10	3 .026	2 .008	2 .008	1 .002
	9	2 .020	2 .020	1 .005⁺	0 .001
	8	2 .043	1 .013	0 .002	0 .002
	7	1 .029	0 .005⁺	0 .005⁺	—
	6	0 .013	0 .013	—	—
	5	0 .031	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 15 *B* = 12	15	**8** .028	**7** .010^{-}	**7** .010^{-}	**6** .003
	14	**7** .043	**6** .016	**5** .006	**4** .002
	13	**6** .049	**5** .019	**4** .007	**3** .002
	12	**5** .049	**4** .019	**3** .006	**2** .002
	11	**4** .045^{+}	**3** .017	**2** .005^{-}	**2** .005^{-}
	10	**3** .038	**2** .012	**1** .003	**1** .003
	9	**2** .028	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	8	**1** .018	**1** .018	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .038	**0** .007	**0** .007	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .037	—	—	—
11	15	**7** .022	**7** .022	**6** .007	**5** .002
	14	**6** .032	**5** .011	**4** .003	**4** .003
	13	**5** .034	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	12	**4** .032	**3** .010^{+}	**2** .003	**2** .003
	11	**3** .026	**2** .008	**2** .008	**1** .002
	10	**2** .019	**2** .019	**1** .004	**1** .004
	9	**2** .040	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	7	**1** .049	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	—
	6	**0** .022	**0** .022	—	—
	5	**0** .046	—	—	—
10	15	**6** .017	**6** .017	**5** .005^{-}	**5** .005^{-}
	14	**5** .023	**5** .023	**4** .007	**3** .002
	13	**4** .022	**4** .022	**3** .007	**2** .001
	12	**3** .018	**3** .018	**2** .005^{-}	**2** .005^{-}
	11	**3** .042	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	10	**2** .029	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .034	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .013	**0** .013	—	—
	6	**0** .028	—	—	—
9	15	**6** .042	**5** .012	**4** .003	**4** .003
	14	**5** .047	**4** .015^{-}	**3** .004	**3** .004
	13	**4** .042	**3** .013	**2** .003	**2** .003
	12	**3** .032	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .021	**2** .021	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	10	**2** .045^{-}	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	8	**1** .048	**0** .009	**0** .009	—
	7	**0** .019	**0** .019	—	—
	6	**0** .037	—	—	—
8	15	**5** .032	**4** .008	**4** .008	**3** .002
	14	**4** .033	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	13	**3** .026	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	12	**2** .017	**2** .017	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .037	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	10	**1** .019	**1** .019	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .038	**0** .006	**0** .006	—
	8	**0** .013	**0** .013	—	—
	7	**0** .026	—	—	—
	6	**0** .050^{-}	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
***A* = 15 *B* = 7**	15	**4** .023	**4** .023	**3** $.005^{-}$	**3** $.005^{-}$
	14	**3** .021	**3** .021	**2** .004	**2** .004
	13	**2** .014	**2** .014	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .032	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	11	**1** $.015^{+}$	**1** $.015^{+}$	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .032	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$
	9	**0** $.010^{+}$	**0** $.010^{+}$	—	—
	8	**0** .020	**0** .020	—	—
	7	**0** .038	—	—	—
6	15	**3** $.015^{+}$	**3** $.015^{+}$	**2** .003	**2** .003
	14	**2** .011	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	13	**2** .031	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	12	**1** .014	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .029	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	10	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	9	**0** .017	**0** .017	—	—
	8	**0** .032	—	—	—
5	15	**2** .009	**2** .009	**2** .009	**1** .001
	14	**2** .032	**1** $.005^{-}$	**1** $.005^{-}$	**1** $.005^{-}$
	13	**1** .014	**1** .014	**0** .001	**0** .001
	12	**1** .031	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	11	**0** .008	**0** .008	**0** .008	—
	10	**0** .016	**0** .016	—	—
	9	**0** .030	—	—	—
4	15	**2** $.035^{+}$	**1** .004	**1** .004	**1** .004
	14	**1** .016	**1** .016	**0** .001	**0** .001
	13	**1** .037	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	12	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	11	**0** .018	**0** .018	—	—
	10	**0** .033	—	—	—
3	15	**1** .020	**1** .020	**0** .001	**0** .001
	14	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$
	13	**0** .012	**0** .012	—	—
	12	**0** $.025^{-}$	**0** $.025^{-}$	—	—
	11	**0** .043	—	—	—
2	15	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	14	**0** .022	**0** .022	—	—
	13	**0** .044	—	—	—
***A* = 16 *B* = 16**	16	**11** .022	**11** .022	**10** .009	**9** .003
	15	**10** .041	**9** .019	**8** .008	**7** .003
	14	**8** .027	**7** .012	**6** $.005^{-}$	**6** $.005^{-}$
	13	**7** .033	**6** $.015^{-}$	**5** .006	**4** .002
	12	**6** .037	**5** .016	**4** .006	**3** .002
	11	**5** .038	**4** .016	**3** .006	**2** .002
	10	**4** .037	**3** $.015^{-}$	**2** $.005^{-}$	**2** $.005^{-}$
	9	**3** .033	**2** .012	**1** .003	**1** .003
	8	**2** .027	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	7	**1** .019	**1** .019	**0** .003	**0** .003
	6	**1** .041	**0** .009	**0** .009	—
	5	**0** .022	**0** .022	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 16 B = 15	16	11 .043	10 .018	9 .007	8 .002
	15	9 .033	8 .014	7 .005$^+$	6 .002
	14	8 .044	7 .019	6 .008	5 .003
	13	6 .023	6 .023	5 .009	4 .003
	12	5 .024	5 .024	4 .009	3 .003
	11	4 .023	4 .023	3 .008	2 .002
	10	4 .049	3 .020	2 .006	1 .001
	9	3 .043	2 .016	1 .004	1 .004
	8	2 .035$^-$	1 .010$^+$	0 .002	0 .002
	7	1 .023	1 .023	0 .004	0 .004
	6	0 .011	0 .011	—	—
	5	0 .026	—	—	—
14	16	10 .037	9 .014	8 .005$^+$	7 .002
	15	8 .025$^+$	7 .010$^-$	7 .010$^-$	6 .003
	14	7 .032	6 .013	5 .005$^-$	5 .005$^-$
	13	6 .035$^+$	5 .014	4 .005$^+$	3 .001
	12	5 .035$^+$	4 .014	3 .005$^-$	3 .005$^-$
	11	4 .033	3 .012	2 .004	2 .004
	10	3 .028	2 .009	2 .009	1 .002
	9	2 .021	2 .021	1 .006	0 .001
	8	2 .045$^-$	1 .013	0 .002	0 .002
	7	1 .030	0 .006	0 .006	—
	6	0 .013	0 .013	—	—
	5	0 .031	—	—	—
13	16	9 .030	8 .011	7 .004	7 .004
	15	8 .047	7 .019	6 .007	5 .002
	14	6 .023	6 .023	5 .008	4 .003
	13	5 .023	5 .023	4 .008	3 .003
	12	4 .022	4 .022	3 .007	2 .002
	11	4 .048	3 .018	2 .005$^+$	1 .001
	10	3 .039	2 .013	1 .003	1 .003
	9	2 .029	1 .008	1 .008	0 .001
	8	1 .018	1 .018	0 .003	0 .003
	7	1 .038	0 .007	0 .007	—
	6	0 .017	0 .017	—	—
	5	0 .037	—	—	—
12	16	8 .024	8 .024	7 .008	6 .002
	15	7 .036	6 .013	5 .004	5 .004
	14	6 .040	5 .015$^-$	4 .005$^-$	4 .005$^-$
	13	5 .039	4 .014	3 .004	3 .004
	12	4 .034	3 .012	2 .003	2 .003
	11	3 .027	2 .008	2 .008	1 .002
	10	2 .019	2 .019	1 .005$^-$	1 .005$^-$
	9	2 .040	1 .011	0 .002	0 .002
	8	1 .024	1 .024	0 .004	0 .004
	7	1 .048	0 .010$^-$	0 .010$^-$	—
	6	0 .021	0 .021	—	—
	5	0 .044	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 16$ $B = 11$	16	**7** .019	**7** .019	**6** .006	**5** .002
	15	**6** .027	**5** .009	**5** .009	**4** .002
	14	**5** .027	**4** .009	**4** .009	**3** .002
	13	**4** .024	**4** .024	**3** .008	**2** .002
	12	**3** .019	**3** .019	**2** .005^{+}	**1** .001
	11	**3** .041	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	10	**2** .028	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .033	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .013	**0** .013	—	—
	6	**0** .027	—	—	—
10	16	**7** .046	**6** .014	**5** .004	**5** .004
	15	**5** .018	**5** .018	**4** .005^{+}	**3** .001
	14	**4** .018	**4** .018	**3** .005^{-}	**3** .005^{-}
	13	**4** .042	**3** .014	**2** .003	**2** .003
	12	**3** .032	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .021	**2** .021	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	10	**2** .042	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .023	**1** .023	**0** .004	**0** .004
	8	**1** .045^{-}	**0** .008	**0** .008	—
	7	**0** .017	**0** .017	—	—
	6	**0** .035^{-}	—	—	—
9	16	**6** .037	**5** .010^{-}	**5** .010^{-}	**4** .002
	15	**5** .040	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	14	**4** .034	**3** .010^{-}	**3** .010^{-}	**2** .002
	13	**3** .025^{+}	**2** .007	**2** .007	**1** .001
	12	**2** .016	**2** .016	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .033	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	10	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .034	**0** .006	**0** .006	—
	8	**0** .012	**0** .012	—	—
	7	**0** .024	**0** .024	—	—
	6	**0** .045^{+}	—	—	—
8	16	**5** .028	**4** .007	**4** .007	**3** .001
	15	**4** .028	**3** .007	**3** .007	**2** .001
	14	**3** .021	**3** .021	**2** .005^{-}	**2** .005^{-}
	13	**3** .047	**2** .013	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .028	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	11	**1** .014	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .027	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	9	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	8	**0** .017	**0** .017	—	—
	7	**0** .033	—	—	—
7	16	**4** .020	**4** .020	**3** .004	**3** .004
	15	**3** .017	**3** .017	**2** .003	**2** .003
	14	**3** .045^{+}	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	13	**2** .026	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	12	**1** .012	**1** .012	**0** .001	**0** .001
	11	**1** .024	**1** .024	**0** .003	**0** .003
	10	**1** .045^{-}	**0** .007	**0** .007	—
	9	**0** .014	**0** .014	—	—
	8	**0** .026	—	—	—
	7	**0** .047	—	—	—

TABLE A.10 (*continued*)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 17$ $B = 12$	17	**8** .021	**8** .021	**7** .007	**6** .002
	16	**7** .030	**6** .011	**5** .003	**5** .003
	15	**6** .033	**5** .012	**4** .004	**4** .004
	14	**5** .030	**4** .011	**3** .003	**3** .003
	13	**4** .026	**3** .008	**3** .008	**2** .002
	12	**3** .020	**3** .020	**2** .006	**1** .001
	11	**3** .041	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	10	**2** .028	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .032	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .012	**0** .012	—	—
	6	**0** .026	—	—	—
11	17	**7** .016	**7** .016	**6** .005$^-$	**6** .005$^-$
	16	**6** .022	**6** .022	**5** .007	**4** .002
	15	**5** .022	**5** .022	**4** .007	**3** .002
	14	**4** .019	**4** .019	**3** .006	**2** .001
	13	**4** .042	**3** .014	**2** .004	**2** .004
	12	**3** .031	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .020	**2** .020	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	10	**2** .040	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	9	**1** .022	**1** .022	**0** .004	**0** .004
	8	**1** .042	**0** .008	**0** .008	—
	7	**0** .016	**0** .016	—	—
	6	**0** .033	—	—	—
10	17	**7** .041	**6** .012	**5** .003	**5** .003
	16	**6** .047	**5** .015$^+$	**4** .004	**4** .004
	15	**5** .043	**4** .014	**3** .004	**3** .004
	14	**4** .034	**3** .010$^+$	**2** .002	**2** .002
	13	**3** .024	**3** .024	**2** .007	**1** .001
	12	**3** .049	**2** .015$^+$	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .031	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	10	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .031	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	8	**0** .011	**0** .011	—	—
	7	**0** .022	**0** .022	—	—
	6	**0** .042	—	—	—
9	17	**6** .032	**5** .008	**5** .008	**4** .002
	16	**5** .034	**4** .010$^-$	**4** .010$^-$	**3** .002
	15	**4** .028	**3** .008	**3** .008	**2** .002
	14	**3** .020	**3** .020	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	13	**3** .042	**2** .012	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .025$^+$	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	11	**2** .048	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	9	**1** .045$^-$	**0** .008	**0** .008	—
	8	**0** .016	**0** .016	—	—
	7	**0** .030	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
***A* = 16 *B* = 6**	16	**3** .013	**3** .013	**2** .002	**2** .002
	15	**3** .046	**2** .009	**2** .009	**1** .001
	14	**2** .025^{+}	**1** .004	**1** .004	**1** .004
	13	**1** .011	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	12	**1** .023	**1** .023	**0** .003	**0** .003
	11	**1** .043	**0** .006	**0** .006	—
	10	**0** .012	**0** .012	—	—
	9	**0** .023	**0** .023	—	—
	8	**0** .040	—	—	—
5	16	**3** .048	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	15	**2** .028	**1** .004	**1** .004	**1** .004
	14	**1** .011	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	13	**1** .025^{+}	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	12	**1** .047	**0** .006	**0** .006	—
	11	**0** .012	**0** .012	—	—
	10	**0** .023	**0** .023	—	—
	9	**0** .039	—	—	—
4	16	**2** .032	**1** .004	**1** .004	**1** .004
	15	**1** .013	**1** .013	**0** .001	**1** .001
	14	**1** .032	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	13	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	12	**0** .014	**0** .014	—	—
	11	**0** .026	—	—	—
	10	**0** .043	—	—	—
3	16	**1** .018	**1** .018	**0** .001	**0** .001
	15	**0** .004	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	14	**0** .010^{+}	**0** .010^{+}	—	—
	13	**0** .021	**0** .021	—	—
	12	**0** .036	—	—	—
2	16	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	15	**0** .020	**0** .020	—	—
	14	**0** .039	—	—	—
***A* = 17 *B* = 17**	17	**12** .022	**12** .022	**11** .009	**10** .004
	16	**11** .043	**10** .020	**9** .008	**8** .003
	15	**9** .029	**8** .013	**7** .005^{+}	**6** .002
	14	**8** .035^{+}	**7** .016	**6** .007	**5** .002
	13	**7** .040	**6** .018	**5** .007	**4** .003
	12	**6** .042	**5** .019	**4** .007	**3** .002
	11	**5** .042	**4** .018	**3** .007	**2** .002
	10	**4** .040	**3** .016	**2** .005^{+}	**1** .001
	9	**3** .035^{+}	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	8	**2** .029	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	7	**1** .020	**1** .020	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .043	**0** .009	**0** .009	—
	5	**0** .022	**0** .022	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 17 B = 16	17	12 .044	11 .018	10 .007	9 .003
	16	10 .035−	9 .015−	8 .006	7 .002
	15	9 .046	8 .021	7 .009	6 .003
	14	7 .025+	6 .011	5 .004	5 .004
	13	6 .027	5 .011	4 .004	4 .004
	12	5 .027	4 .011	3 .004	3 .004
	11	4 .025+	3 .009	3 .009	2 .003
	10	3 .022	3 .022	2 .007	1 .002
	9	3 .046	2 .017	1 .004	1 .004
	8	2 .036	1 .011	0 .002	0 .002
	7	1 .024	1 .024	0 .005−	0 .005−
	6	0 .011	0 .011	—	—
	5	0 .026	—	—	—
15	17	11 .038	10 .015−	9 .006	8 .002
	16	9 .027	8 .011	7 .004	7 .004
	15	8 .035+	7 .015−	6 .006	5 .002
	14	7 .040	6 .017	5 .006	4 .002
	13	6 .041	5 .017	4 .006	3 .002
	12	5 .039	4 .016	3 .005+	2 .001
	11	4 .035+	3 .013	2 .004	2 .004
	10	3 .029	2 .010−	2 .010−	1 .002
	9	2 .022	2 .022	1 .006	0 .001
	8	2 .046	1 .014	0 .002	0 .002
	7	1 .030	0 .006	0 .006	—
	6	0 .014	0 .014	—	—
	5	0 .031	—	—	—
14	17	10 .032	9 .012	8 .004	8 .004
	16	8 .021	8 .021	7 .008	6 .003
	15	7 .026	6 .010−	6 .010−	5 .003
	14	6 .028	5 .011	4 .004	4 .004
	13	5 .027	4 .010−	4 .010−	3 .003
	12	4 .024	4 .024	3 .008	2 .002
	11	4 .049	3 .019	2 .006	1 .001
	10	3 .040	2 .014	1 .003	1 .003
	9	2 .029	1 .008	1 .008	0 .001
	8	1 .018	1 .018	0 .003	0 .003
	7	1 .038	0 .007	0 .007	—
	6	0 .017	0 .017	—	—
	5	0 .036	—	—	—
13	17	9 .026	8 .009	8 .009	7 .003
	16	8 .040	7 .015+	6 .005+	5 .002
	15	7 .045+	6 .018	5 .006	4 .002
	14	6 .045+	5 .018	4 .006	3 .002
	13	5 .042	4 .016	3 .005+	2 .001
	12	4 .035+	3 .013	2 .004	2 .004
	11	3 .028	2 .009	2 .009	1 .002
	10	2 .019	2 .019	1 .005−	1 .005−
	9	2 .040	1 .011	0 .002	0 .002
	8	1 .024	1 .024	0 .004	0 .004
	7	1 .047	0 .010−	0 .010−	—
	6	0 .021	0 .021	—	—
	5	0 .043	—	—	—

TABLE A.10 (*continued*)

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 17 *B* = 8**	17	**5** .024	**5** .024	**4** .006	**3** .001
	16	**4** .023	**4** .023	**3** .006	**2** .001
	15	**3** .017	**3** .017	**2** .004	**2** .004
	14	**3** .039	**2** .010$^-$	**2** .010$^-$	**1** .002
	13	**2** .022	**2** .022	**1** .004	**1** .004
	12	**2** .043	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .001
	11	**1** .020	**1** .020	**0** .003	**0** .003
	10	**1** .038	**0** .006	**0** .006	—
	9	**0** .012	**0** .012	—	—
	8	**0** .022	**0** .022	—	—
	7	**0** .040	—	—	—
7	17	**4** .017	**4** .017	**3** .003	**3** .003
	16	**3** .014	**3** .014	**2** .003	**2** .003
	15	**3** .038	**2** .009	**2** .009	**1** .001
	14	**2** .021	**2** .021	**1** .004	**1** .004
	13	**2** .042	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	12	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .034	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	10	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	9	**0** .019	**0** .019	—	—
	8	**0** .033	—	—	—
6	17	**3** .011	**3** .011	**2** .002	**2** .002
	16	**3** .040	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	15	**2** .021	**2** .021	**1** .003	**1** .003
	14	**2** .045$^+$	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	13	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	12	**1** .035$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	11	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	10	**0** .017	**0** .017	—	—
	9	**0** .030	—	—	—
	8	**0** .050$^-$	—	—	—
5	17	**3** .043	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	16	**2** .024	**2** .024	**1** .003	**1** .003
	15	**1** .009	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	14	**1** .021	**1** .021	**0** .002	**0** .002
	13	**1** .039	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	12	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	11	**0** .018	**0** .018	—	—
	10	**0** .030	—	—	—
	9	**0** .049	—	—	—
4	17	**2** .029	**1** .003	**1** .003	**1** .003
	16	**1** .011	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	15	**1** .028	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	14	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	13	**0** .012	**0** .012	—	—
	12	**0** .021	**0** .021	—	—
	11	**0** .035$^+$	—	—	—

TABLE A.10 (*continued*)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 17 *B* = 3	17	**1** .016	**1** .016	**0** .001	**0** .001
	16	**1** .046	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	15	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	14	**0** .018	**0** .018	—	—
	13	**0** .031	—	—	—
	12	**0** .049	—	—	—
2	17	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	16	**0** .018	**0** .018	—	—
	15	**0** .035+	—	—	—
A = 18 *B* = 18	18	**13** .023	**13** .023	**12** .010−	**11** .004
	17	**12** .044	**11** .020	**10** .009	**9** .004
	16	**10** .030	**9** .014	**8** .006	**7** .002
	15	**9** .038	**8** .018	**7** .008	**6** .003
	14	**8** .043	**7** .020	**6** .009	**5** .003
	13	**7** .046	**6** .022	**5** .009	**4** .003
	12	**6** .047	**5** .022	**4** .009	**3** .003
	11	**5** .046	**4** .020	**3** .008	**2** .002
	10	**4** .043	**3** .018	**2** .006	**1** .001
	9	**3** .038	**2** .014	**1** .004	**1** .004
	8	**2** .030	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	7	**1** .020	**1** .020	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .044	**0** .010−	**0** .010−	—
	5	**0** .023	**0** .023	—	—
17	18	**13** .045+	**12** .019	**11** .008	**10** .003
	17	**11** .036	**10** .016	**9** .007	**8** .002
	16	**10** .049	**9** .023	**8** .010−	**7** .004
	15	**8** .028	**7** .012	**6** .005−	**6** .005−
	14	**7** .030	**6** .013	**5** .005+	**4** .002
	13	**6** .031	**5** .013	**4** .005−	**4** .005−
	12	**5** .030	**4** .012	**3** .004	**3** .004
	11	**4** .028	**3** .010+	**2** .003	**2** .003
	10	**3** .023	**3** .023	**2** .008	**1** .002
	9	**3** .047	**2** .018	**1** .005−	**1** .005−
	8	**2** .037	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .025−	**1** .025−	**0** .005−	**0** .005−
	6	**0** .011	**0** .011	—	—
	5	**0** .026	—	—	—
16	18	**12** .039	**11** .016	**10** .006	**9** .002
	17	**10** .029	**9** .012	**8** .005−	**8** .005−
	16	**9** .038	**8** .017	**7** .007	**6** .002
	15	**8** .043	**7** .019	**6** .008	**5** .003
	14	**7** .046	**6** .020	**5** .008	**4** .003
	13	**6** .045+	**5** .020	**4** .007	**3** .002
	12	**5** .042	**4** .018	**3** .006	**2** .002
	11	**4** .037	**3** .015−	**2** .004	**2** .004
	10	**3** .031	**2** .011	**1** .003	**1** .003
	9	**2** .023	**2** .023	**1** .006	**0** .001
	8	**2** .046	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .030	**0** .006	**0** .006	—
	6	**0** .014	**0** .014	—	—
	5	**0** .031	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
A = 18 B = 15	18	**11** .033	**10** .013	**9** .005$^-$	**9** .005$^-$
	17	**9** .023	**9** .023	**8** .009	**7** .003
	16	**8** .029	**7** .012	**6** .004	**6** .004
	15	**7** .031	**6** .013	**5** .005$^-$	**5** .005$^-$
	14	**6** .031	**5** .013	**4** .004	**4** .004
	13	**5** .029	**4** .011	**3** .004	**3** .004
	12	**4** .025$^+$	**3** .009	**3** .009	**2** .003
	11	**3** .020	**3** .020	**2** .006	**1** .001
	10	**3** .041	**2** .014	**1** .004	**1** .004
	9	**2** .030	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	8	**1** .018	**1** .018	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .038	**0** .007	**0** .007	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .036	—	—	—
14	18	**10** .028	**9** .01C$^-$	**9** .010$^-$	**8** .003
	17	**9** .043	**8** .017	**7** .006	**6** .002
	16	**8** .050$^-$	**7** .021	**6** .008	**5** .003
	15	**6** .022	**6** .022	**5** .008	**4** .003
	14	**6** .049	**5** .020	**4** .007	**3** .002
	13	**5** .044	**4** .017	**3** .006	**2** .001
	12	**4** .037	**3** .013	**2** .004	**2** .004
	11	**3** .028	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	10	**2** .020	**2** .020	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	9	**2** .039	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	7	**1** .047	**0** .009	**0** .009	—
	6	**0** .020	**0** .020	—	--
	5	**0** .043	—	—	—
13	18	**9** .023	**9** .023	**8** .008	**7** .002
	17	**8** .034	**7** .012	**6** .004	**6** .004
	16	**7** .037	**6** .014	**5** .005$^-$	**5** .005$^-$
	15	**6** .036	**5** .014	**4** .004	**4** .004
	14	**5** .032	**4** .012	**3** .004	**3** .004
	13	**4** .027	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	12	**3** .020	**3** .020	**2** .006	**1** .001
	11	**3** .040	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	10	**2** .027	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**1** .015$^+$	**1** .015$^+$	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .031	**0** .006	**0** .006	—
	7	**0** .012	**0** .012	—	—
	6	**0** .025$^+$	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 18 *B* = 12**	18	**8** .018	**8** .018	**7** .006	**6** .002
	17	**7** .026	**6** .009	**6** .009	**5** .003
	16	**6** .027	**5** .009	**5** .009	**4** .003
	15	**5** .024	**5** .024	**4** .008	**3** .002
	14	**4** .020	**4** .020	**3** .006	**2** .001
	13	**4** .042	**3** .014	**2** .004	**2** .004
	12	**3** .030	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .019	**2** .019	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	10	**2** .038	**1** .010$^+$	**0** .001	**0** .001
	9	**1** .021	**1** .021	**0** .003	**0** .003
	8	**1** .040	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .016	**0** .016	—	—
	6	**0** .031	—	—	—
11	18	**8** .045$^+$	**7** .014	**6** .004	**6** .004
	17	**6** .018	**6** .018	**5** .006	**4** .001
	16	**5** .018	**5** .018	**4** .005$^+$	**3** .001
	15	**5** .043	**4** .015$^-$	**3** .004	**3** .004
	14	**4** .033	**3** .011	**2** .003	**2** .003
	13	**3** .023	**3** .023	**2** .007	**1** .001
	12	**3** .046	**2** .014	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .029	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	10	**1** .015$^-$	**1** .015$^-$	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .029	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	8	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	7	**0** .020	**0** .020	—	—
	6	**0** .039	—	—	—
10	18	**7** .037	**6** .010$^+$	**5** .003	**5** .003
	17	**6** .041	**5** .013	**4** .003	**4** .003
	16	**5** .035	**4** .011	**3** .003	**3** .003
	15	**4** .028	**3** .008	**3** .008	**2** .002
	14	**3** .019	**3** .019	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	13	**3** .039	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .023	**2** .023	**1** .005$^+$	**0** .001
	11	**2** .043	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	10	**1** .022	**1** .022	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .040	**0** .007	**0** .007	—
	8	**0** .014	**0** .014	—	—
	7	**0** .027	—	—	—
	6	**0** .049	—	—	—
9	18	**6** .029	**5** .007	**5** .007	**4** .002
	17	**5** .030	**4** .008	**4** .008	**3** .002
	16	**4** .023	**4** .023	**3** .006	**2** .001
	15	**3** .016	**3** .016	**2** .004	**2** .004
	14	**3** .034	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	13	**2** .019	**2** .019	**1** .004	**1** .004
	12	**2** .037	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	11	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .033	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	9	**0** .010$^+$	**0** .010$^+$	—	—
	8	**0** .020	**0** .020	—	—
	7	**0** .036	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 18$ $B = 8$	18	**5** .022	**5** .022	**4** .005$^-$	**4** .005$^-$
	17	**4** .020	**4** .020	**3** .004	**3** .004
	16	**3** .014	**3** .014	**2** .003	**2** .003
	15	**3** .032	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	14	**2** .017	**2** .017	**1** .003	**1** .003
	13	**2** .034	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	12	**1** .015$^+$	**1** .015$^+$	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .028	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	10	**1** .049	**0** .008	**0** .008	—
	9	**0** .016	**0** .016	—	—
	8	**0** .028	—	—	—
	7	**0** .048	—	—	—
7	18	**4** .015$^+$	**4** .015$^+$	**3** .003	**3** .003
	17	**3** .012	**3** .012	**2** .002	**2** .002
	16	**3** .032	**2** .007	**2** .007	**1** .001
	15	**2** .017	**2** .017	**1** .003	**1** .003
	14	**2** .034	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	13	**1** .014	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	12	**1** .027	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	11	**1** .046	**0** .007	**0** .007	—
	10	**0** .013	**0** .013	—	—
	9	**0** .024	**0** .024	—	—
	8	**0** .040	—	—	—
6	18	**3** .010$^-$	**3** .010$^-$	**3** .010$^-$	**2** .001
	17	**3** .035$^+$	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	16	**2** .018	**2** .018	**1** .003	**1** .003
	15	**2** .038	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	14	**1** .015$^-$	**1** .015$^-$	**0** .002	**0** .002
	13	**1** .028	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	12	**1** .048	**0** .007	**0** .007	—
	11	**0** .013	**0** .013	—	—
	10	**0** .022	**0** .022	—	—
	9	**0** .037	—	—	—
5	18	**3** .040	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	17	**2** .021	**2** .021	**1** .003	**1** .003
	16	**2** .048	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	15	**1** .017	**1** .017	**0** .002	**0** .002
	14	**1** .033	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	13	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	12	**0** .014	**0** .014	—	—
	11	**0** .024	**0** .024	—	—
	10	**0** .038	—	—	—
4	18	**2** .026	**1** .003	**1** .003	**1** .003
	17	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .001
	16	**1** .024	**1** .024	**0** .002	**0** .002
	15	**1** .046	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	14	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	13	**0** .017	**0** .017	—	—
	12	**0** .029	—	—	—
	11	**0** .045$^+$	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 18 B = 3	18	**1** .014	**1** .014	**0** .001	**0** .001
	17	**1** .041	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	16	**0** .008	**0** .008	**0** .008	—
	15	**0** .015$^+$	**0** .015$^+$	—	—
	14	**0** .026	—	—	—
	13	**0** .042	—	—	—
2	18	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	17	**0** .016	**0** .016	—	—
	16	**0** .032	—	—	—
A = 19 B = 19	19	**14** .023	**14** .023	**13** .010$^-$	**12** .004
	18	**13** .045$^-$	**12** .021	**11** .009	**10** .004
	17	**11** .031	**10** .015$^-$	**9** .006	**8** .003
	16	**10** .039	**9** .019	**8** .009	**7** .003
	15	**9** .046	**8** .022	**6** .004	**6** .004
	14	**8** .050$^-$	**7** .024	**5** .004	**5** .004
	13	**6** .025$^+$	**5** .011	**4** .004	**4** .004
	12	**5** .024	**5** .024	**3** .003	**3** .003
	11	**5** .050$^-$	**4** .022	**3** .009	**2** .003
	10	**4** .046	**3** .019	**2** .006	**1** .002
	9	**3** .039	**2** .015$^-$	**1** .004	**1** .004
	8	**2** .031	**1** .009	**1** .009	**0** .002
	7	**1** .021	**1** .021	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .045$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	5	**0** .023	**0** .023	—	—
18	19	**14** .046	**13** .020	**12** .008	**11** .003
	18	**12** .037	**11** .017	**10** .007	**9** .003
	17	**10** .024	**10** .024	**8** .004	**8** .004
	16	**9** .030	**8** .014	**7** .006	**6** .002
	15	**8** .033	**7** .015$^+$	**6** .006	**5** .002
	14	**7** .035$^+$	**6** .016	**5** .006	**4** .002
	13	**6** .035$^-$	**5** .015$^+$	**4** .006	**3** .002
	12	**5** .033	**4** .014	**3** .005$^-$	**3** .005$^-$
	11	**4** .030	**3** .011	**2** .004	**2** .004
	10	**3** .025$^-$	**3** .025$^-$	**2** .008	**1** .002
	9	**3** .049	**2** .019	**1** .005$^+$	**0** .001
	8	**2** .038	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .025$^+$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	6	**0** .012	**0** .012	—	—
	5	**0** .027	—	—	—
17	19	**13** .040	**12** .016	**11** .006	**10** .002
	18	**11** .030	**10** .013	**9** .005$^+$	**8** .002
	17	**10** .040	**9** .018	**8** .008	**7** .003
	16	**9** .047	**8** .022	**7** .009	**6** .003
	15	**8** .050$^-$	**7** .023	**6** .010$^-$	**5** .004
	14	**6** .023	**6** .023	**5** .010$^-$	**4** .003
	13	**6** .049	**5** .022	**4** .008	**3** .003

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
A = 19 B = 17	12	5 .045^{-}	4 .019	3 .007	2 .002
	11	4 .039	3 .015^{+}	2 .005^{-}	2 .005^{-}
	10	3 .032	2 .011	1 .003	1 .003
	9	2 .024	2 .024	1 .007	0 .001
	8	2 .047	1 .015^{-}	0 .002	0 .002
	7	1 .031	0 .006	0 .006	—
	6	0 .014	0 .014	—	—
	5	0 .031	—	—	—
16	19	12 .035^{-}	11 .013	10 .005^{-}	10 .005^{-}
	18	10 .024	10 .024	9 .010^{-}	8 .004
	17	9 .031	8 .013	7 .005^{+}	6 .002
	16	8 .035^{-}	7 .015^{+}	6 .006	5 .002
	15	7 .036	6 .015^{+}	5 .006	4 .002
	14	6 .034	5 .014	4 .005^{+}	3 .002
	13	5 .031	4 .013	3 .004	3 .004
	12	4 .027	3 .010^{-}	3 .010^{-}	2 .003
	11	3 .021	3 .021	2 .007	1 .002
	10	3 .042	2 .015^{-}	1 .004	1 .004
	9	2 .030	1 .009	1 .009	0 .001
	8	1 .018	1 .018	0 .003	0 .003
	7	1 .037	0 .007	0 .007	—
	6	0 .017	0 .017	—	—
	5	0 .036	—	—	—
15	19	11 .029	10 .011	9 .004	9 .004
	18	10 .046	9 .019	8 .007	7 .002
	17	8 .023	8 .023	7 .009	6 .003
	16	7 .025^{-}	7 .025^{-}	6 .010^{-}	5 .003
	15	6 .024	6 .024	5 .009	4 .003
	14	5 .022	5 .022	4 .008	3 .002
	13	5 .045^{+}	4 .018	3 .006	2 .002
	12	4 .037	3 .014	2 .004	2 .004
	11	3 .029	2 .009	2 .009	1 .002
	10	2 .020	2 .020	1 .005^{+}	0 .001
	9	2 .039	1 .011	0 .002	0 .002
	8	1 .023	1 .023	0 .004	0 .004
	7	1 .046	0 .009	0 .009	—
	6	0 .020	0 .020	—	—
	5	0 .042	—	—	—
14	19	10 .024	10 .024	9 .008	8 .003
	18	9 .037	8 .014	7 .005^{-}	7 .005^{-}
	17	8 .042	7 .017	6 .006	5 .002
	16	7 .042	6 .017	5 .006	4 .002
	15	6 .039	5 .015^{+}	4 .005^{+}	3 .001
	14	5 .034	4 .013	3 .004	3 .004
	13	4 .027	3 .009	3 .009	2 .003
	12	3 .020	3 .020	2 .006	1 .001
	11	3 .040	2 .013	1 .003	1 .003
	10	2 .027	1 .007	1 .007	0 .001
	9	1 .015^{-}	1 .015^{-}	0 .002	0 .002
	8	1 .030	0 .005^{+}	0 .005^{+}	—
	7	0 .012	0 .012	—	—
	6	0 .024	0 .024	—	—
	5	0 .049	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
$A = 19$ $B = 13$	19	**9** .020	**9** .020	**8** .006	**7** .002
	18	**8** .029	**7** .010^{+}	**6** .003	**6** .003
	17	**7** .031	**6** .011	**5** .004	**5** .004
	16	**6** .029	**5** .011	**4** .003	**4** .003
	15	**5** .025^{+}	**4** .009	**4** .009	**3** .003
	14	**4** .020	**4** .020	**3** .006	**2** .002
	13	**4** .041	**3** .015^{-}	**2** .004	**2** .004
	12	**3** .029	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .019	**2** .019	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	10	**2** .036	**1** .010^{-}	**1** .010^{-}	**0** .001
	9	**1** .020	**1** .020	**0** .003	**0** .003
	8	**1** .038	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .015^{-}	**0** .015^{-}	—	—
	6	**0** .030	—	—	—
12	19	**9** .049	**8** .016	**7** .005^{-}	**7** .005^{-}
	18	**7** .022	**7** .022	**6** .007	**5** .002
	17	**6** .022	**6** .022	**5** .007	**4** .002
	16	**5** .019	**5** .019	**4** .006	**3** .002
	15	**5** .042	**4** .015^{+}	**3** .004	**3** .004
	14	**4** .032	**3** .011	**2** .003	**2** .003
	13	**3** .023	**3** .023	**2** .006	**1** .001
	12	**3** .043	**2** .014	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .027	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	10	**2** .050^{-}	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .027	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}
	8	**1** .050^{-}	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	—
	7	**0** .019	**0** .019	—	—
	6	**0** .037	—	—	—
11	19	**8** .041	**7** .012	**6** .003	**6** .003
	18	**7** .047	**6** .016	**5** .004	**5** .004
	17	**6** .043	**5** .015^{-}	**4** .004	**4** .004
	16	**5** .035^{+}	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	15	**4** .027	**3** .008	**3** .008	**2** .002
	14	**3** .018	**3** .018	**2** .005^{-}	**2** .005^{-}
	13	**3** .035^{+}	**2** .010^{+}	**1** .002	**1** .002
	12	**2** .021	**2** .021	**1** .005^{-}	**1** .005^{-}
	11	**2** .040	**1** .010^{+}	**0** .001	**0** .001
	10	**1** .020	**1** .020	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .037	**0** .006	**0** .006	—
	8	**0** .013	**0** .013	—	—
	7	**0** .025^{-}	**0** .025^{-}	—	—
	6	**0** .046	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 19 *B* = 10	19	**7** .033	**6** .009	**6** .009	**5** .002
	18	**6** .036	**5** .011	**4** .003	**4** .003
	17	**5** .030	**4** .009	**4** .009	**3** .002
	16	**4** .022	**4** .022	**3** .006	**2** .001
	15	**4** .047	**3** .015^{-}	**2** .004	**2** .004
	14	**3** .030	**2** .008	**2** .008	**1** .002
	13	**2** .017	**2** .017	**1** .004	**1** .004
	12	**2** .033	**1** .008	**1** .008	**0** .001
	11	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .029	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}	**0** .005^{-}
	9	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	8	**0** .018	**0** .018	—	—
	7	**0** .032	—	—	—
9	19	**6** .026	**5** .006	**5** .006	**4** .001
	18	**5** .026	**4** .007	**4** .007	**3** .001
	17	**4** .020	**4** .020	**3** .005^{-}	**3** .005^{-}
	16	**4** .044	**3** .013	**2** .003	**2** .003
	15	**3** .028	**2** .007	**2** .007	**1** .001
	14	**2** .015^{-}	**2** .015^{-}	**1** .003	**1** .003
	13	**2** .029	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	12	**1** .013	**1** .013	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .024	**1** .024	**0** .004	**0** .004
	10	**1** .042	**0** .007	**0** .007	—
	9	**0** .013	**0** .013	—	—
	8	**0** .024	**0** .024	—	—
	7	**0** .043	—	—	—
8	19	**5** .019	**5** .019	**4** .004	**4** .004
	18	**4** .017	**4** .017	**3** .004	**3** .004
	17	**4** .044	**3** .011	**2** .002	**2** .002
	16	**3** .027	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	15	**2** .013	**2** .013	**1** .002	**1** .002
	14	**2** .027	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	13	**2** .049	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	12	**1** .021	**1** .021	**0** .003	**0** .003
	11	**1** .038	**0** .006	**0** .006	—
	10	**0** .011	**0** .011	—	—
	9	**0** .020	**0** .020	—	—
	8	**0** .034	—	—	—
7	19	**4** .013	**4** .013	**3** .002	**3** .002
	18	**4** .047	**3** .010^{+}	**2** .002	**2** .002
	17	**3** .028	**2** .006	**2** .006	**1** .001
	16	**2** .014	**2** .014	**1** .002	**1** .002
	15	**2** .028	**1** .005^{+}	**1** .005^{+}	**0** .001
	14	**1** .011	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	13	**1** .021	**1** .021	**0** .003	**0** .003
	12	**1** .037	**0** .005^{+}	**0** .005^{+}	—
	11	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	**0** .010^{-}	—
	10	**0** .017	**0** .017	—	—
	9	**0** .030	—	—	—
	8	**0** .048	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 19 *B* = 6	19	**4** .050$^-$	**3** .009	**3** .009	**2** .001
	18	**3** .031	**2** .005$^+$	**2** .005$^+$	**1** .001
	17	**2** .015$^+$	**2** .015$^+$	**1** .002	**1** .002
	16	**2** .032	**1** .006	**1** .006	**0** .000
	15	**1** .012	**1** .012	**0** .001	**0** .001
	14	**1** .023	**1** .023	**0** .003	**0** .003
	13	**1** .039	**0** .005$^+$	**0** .005$^+$	—
	12	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	**0** .010$^-$	—
	11	**0** .017	**0** .017	—	—
	10	**0** .028	—	—	—
	9	**0** .045$^+$	—	—	—
5	19	**3** .036	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	18	**2** .018	**2** .018	**1** .002	**1** .002
	17	**2** .042	**1** .006	**1** .006	**0** .000
	16	**1** .014	**1** .014	**0** .001	**0** .001
	15	**1** .028	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	14	**1** .047	**0** .006	**0** .006	—
	13	**0** .011	**0** .011	—	—
	12	**0** .019	**0** .019	—	—
	11	**0** .030	—	—	—
	10	**0** .047	—	—	—
4	19	**2** .024	**2** .024	**1** .002	**1** .002
	18	**1** .009	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	17	**1** .021	**1** .021	**0** .002	**0** .002
	16	**1** .040	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	15	**0** .008	**0** .008	**0** .008	—
	14	**0** .014	**0** .014	—	—
	13	**0** .024	**0** .024	—	—
	12	**0** .037	—	—	—
3	19	**1** .013	**1** .013	**0** .001	**0** .001
	18	**1** .038	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	17	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	16	**0** .013	**0** .013	—	—
	15	**0** .023	**0** .023	—	—
	14	**0** .036	—	—	—
2	19	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$	**0** .005$^-$
	18	**0** .014	**0** .014	—	—
	17	**0** .029	—	—	—
	16	**0** .048	—	—	—

TABLE A.10 (*continued*)

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 20 *B* = 20**	20	**15** .024	**15** .024	**13** .004	**13** .004
	19	**14** .046	**13** .022	**12** .010^{-}	**11** .004
	18	**12** .032	**11** .015^{+}	**10** .007	**9** .003
	17	**11** .041	**10** .020	**9** .009	**8** .004
	16	**10** .048	**9** .024	**7** .005^{-}	**7** .005^{-}
	15	**8** .027	**7** .012	**6** .005^{+}	**5** .002
	14	**7** .028	**6** .013	**5** .005^{+}	**4** .002
	13	**6** .028	**5** .012	**4** .005^{-}	**4** .005^{-}
	12	**5** .027	**4** .011	**3** .004	**3** .004
	11	**4** .024	**4** .024	**3** .009	**2** .003
	10	**4** .048	**3** .020	**2** .007	**1** .002
	9	**3** .041	**2** .015^{+}	**1** .004	**1** .004
	8	**2** .032	**1** .010^{-}	**1** .010^{-}	**0** .002
	7	**1** .022	**1** .022	**0** .004	**0** .004
	6	**1** .046	**0** .010^{+}	—	—
	5	**0** .024	**0** .024	—	—
19	20	**15** .047	**14** .020	**13** .008	**12** .003
	19	**13** .039	**12** .018	**11** .008	**10** .003
	18	**11** .026	**10** .012	**9** .005^{-}	**9** .005^{-}
	17	**10** .032	**9** .015^{-}	**8** .006	**7** .002
	16	**9** .036	**8** .017	**7** .007	**6** .003
	15	**8** .038	**7** .018	**6** .008	**5** .003
	14	**7** .039	**6** .018	**5** .007	**4** .003
	13	**6** .038	**5** .017	**4** .007	**3** .002
	12	**5** .035^{+}	**4** .015^{+}	**3** .005^{+}	**2** .002
	11	**4** .031	**3** .012	**2** .004	**2** .004
	10	**3** .026	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	9	**2** .019	**2** .019	**1** .005^{+}	**0** .001
	8	**2** .039	**1** .012	**0** .002	**0** .002
	7	**1** .026	**0** .005^{+}	**0** .005^{+}	—
	6	**0** .012	**0** .012	—	—
	5	**0** .027	—	—	—
18	20	**14** .041	**13** .017	**12** .007	**11** .003
	19	**12** .032	**11** .014	**10** .006	**9** .002
	18	**11** .043	**10** .020	**9** .008	**8** .003
	17	**10** .050^{-}	**9** .024	**7** .004	**7** .004
	16	**8** .026	**7** .011	**6** .005^{-}	**6** .005^{-}
	15	**7** .027	**6** .012	**5** .004	**5** .004
	14	**6** .026	**5** .011	**4** .004	**4** .004
	13	**5** .024	**5** .024	**4** .009	**3** .003
	12	**5** .047	**4** .020	**3** .007	**2** .002
	11	**4** .041	**3** .016	**2** .005^{+}	**1** .001
	10	**3** .033	**2** .012	**1** .003	**1** .003
	9	**2** .024	**2** .024	**1** .007	**0** .001
	8	**2** .048	**1** .015^{-}	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .031	**0** .006	**0** .006	—
	6	**0** .014	**0** .014	—	—
	5	**0** .031	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

		Probability			
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 20 *B* = 17**	20	**13** .036	**12** .014	**11** .005^{+}	**10** .002
	19	**11** .020	**10** .011	**9** .004	**9** .004
	18	**10** .034	**9** .015^{-}	**8** .006	**7** .002
	17	**9** .038	**8** .017	**7** .007	**6** .003
	16	**8** .040	**7** .018	**6** .007	**5** .003
	15	**7** .039	**6** .017	**5** .007	**4** .002
	14	**6** .037	**5** .016	**4** .006	**3** .002
	13	**5** .033	**4** .013	**3** .005^{-}	**3** .005^{-}
	12	**4** .028	**3** .010^{+}	**2** .003	**2** .003
	11	**3** .022	**3** .022	**2** .007	**1** .002
	10	**3** .042	**2** .015^{+}	**1** .004	**1** .004
	9	**2** .031	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	8	**1** .019	**1** .019	**0** .003	**0** .003
	7	**1** .037	**0** .008	**0** .008	—
	6	**0** .017	**0** .017	—	—
	5	**0** .036	—	—	—
16	20	**12** .031	**11** .012	**10** .004	**10** .004
	19	**11** .049	**10** .021	**9** .008	**8** .003
	18	**9** .026	**8** .011	**7** .004	**7** .004
	17	**8** .028	**7** .012	**6** .004	**6** .004
	16	**7** .028	**6** .012	**5** .004	**5** .004
	15	**6** .026	**5** .011	**4** .004	**4** .004
	14	**5** .023	**5** .023	**4** .009	**3** .003
	13	**5** .046	**4** .019	**3** .007	**2** .002
	12	**4** .038	**3** .014	**2** .004	**2** .004
	11	**3** .029	**2** .010^{-}	**2** .010^{-}	**1** .002
	10	**2** .020	**2** .020	**1** .005^{+}	**0** .001
	9	**2** .039	**1** .011	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .023	**1** .023	**0** .004	**0** .004
	7	**1** .045^{+}	**0** .009	**0** .009	—
	6	**0** .020	**0** .020	—	—
	5	**0** .041	—	—	—
15	20	**11** .026	**10** .009	**10** .009	**9** .003
	19	**10** .040	**9** .016	**8** .006	**7** .002
	18	**9** .046	**8** .019	**7** .007	**6** .002
	17	**8** .047	**7** .020	**6** .008	**5** .002
	16	**7** .045^{-}	**6** .019	**5** .007	**4** .002
	15	**6** .040	**5** .017	**4** .006	**3** .002
	14	**5** .034	**4** .013	**3** .004	**3** .004
	13	**4** .028	**3** .010^{-}	**3** .010^{-}	**2** .003
	12	**3** .020	**3** .020	**2** .006	**1** .001
	11	**3** .039	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	10	**2** .026	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	9	**2** .049	**1** .015^{-}	**0** .002	**0** .002
	8	**1** .029	**0** .005^{+}	**0** .005^{+}	—
	7	**0** .012	**0** .012	—	—
	6	**0** .024	**0** .024	—	—
	5	**0** .048	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 20 *B* = 14**	20	**10** .022	**10** .022	**9** .007	**8** .002
	19	**9** .032	**8** .012	**7** .004	**7** .004
	18	**8** .035$^+$	**7** .014	**6** .005$^-$	**6** .005$^-$
	17	**7** .035$^-$	**6** .013	**5** .005$^-$	**5** .005$^-$
	16	**6** .031	**5** .012	**4** .004	**4** .004
	15	**5** .026	**4** .009	**4** .009	**3** .003
	14	**4** .020	**4** .020	**3** .007	**2** .002
	13	**4** .040	**3** .015$^-$	**2** .004	**2** .004
	12	**3** .029	**2** .009	**2** .009	**1** .002
	11	**2** .018	**2** .018	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	10	**2** .035$^+$	**1** .010$^-$	**1** .010$^-$	**0** .001
	9	**1** .019	**1** .019	**0** .003	**0** .003
	8	**1** .037	**0** .007	**0** .007	—
	7	**0** .014	**0** .014	—	—
	6	**0** .029	—	—	—
13	20	**9** .017	**9** .017	**8** .005$^+$	**7** .002
	19	**8** .025$^-$	**8** .025$^-$	**7** .008	**6** .003
	18	**7** .026	**6** .009	**6** .009	**5** .003
	17	**6** .024	**6** .024	**5** .008	**4** .002
	16	**5** .020	**5** .020	**4** .007	**3** .002
	15	**5** .041	**4** .015$^+$	**3** .005$^-$	**3** .005$^-$
	14	**4** .031	**3** .011	**2** .003	**2** .003
	13	**3** .022	**3** .022	**2** .006	**1** .001
	12	**3** .041	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	11	**2** .026	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	10	**2** .047	**1** .013	**0** .002	**0** .002
	9	**1** .026	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	8	**1** .047	**0** .009	**0** .009	—
	7	**0** .018	**0** .018	—	—
	6	**0** .035$^-$	--	—	—
12	20	**9** .044	**8** .014	**7** .004	**7** .004
	19	**7** .019	**7** .019	**6** .006	**5** .002
	18	**6** .018	**6** .018	**5** .006	**4** .002
	17	**6** .043	**5** .016	**4** .005$^-$	**4** .005$^-$
	16	**5** .034	**4** .012	**3** .003	**3** .003
	15	**4** .025$^+$	**3** .008	**3** .008	**2** .002
	14	**4** .049	**3** .017	**2** .005$^-$	**2** .005$^-$
	13	**3** .033	**2** .010$^-$	**2** .010$^-$	**1** .002
	12	**2** .020	**2** .020	**1** .005$^-$	**1** .005$^-$
	11	**2** .036	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	10	**1** .018	**1** .018	**0** .003	**0** .003
	9	**1** .034	**0** .006	**0** .006	—
	8	**0** .012	**0** .012	—	—
	7	**0** .023	**0** .023	—	—
	6	**0** .043	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
***A* = 20 *B* = 11**	20	**8** .037	**7** $.010^{+}$	**6** .003	**6** .003
	19	**7** .042	**6** .013	**5** .004	**5** .004
	18	**6** .037	**5** .012	**4** .003	**4** .003
	17	**5** .029	**4** .009	**4** .009	**3** .002
	16	**4** .021	**4** .021	**3** .006	**2** .001
	15	**4** .042	**3** .014	**2** .003	**2** .003
	14	**3** .028	**2** .008	**2** .008	**1** .001
	13	**2** .016	**2** .016	**1** .003	**1** .003
	12	**2** .029	**1** .007	**1** .007	**0** .001
	11	**1** .014	**1** .014	**0** .002	**0** .002
	10	**1** .026	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	9	**1** .046	**0** .008	**0** .008	—
	8	**0** .016	**0** .016	—	—
	7	**0** .029	—	—	—
10	20	**7** .030	**6** .008	**6** .008	**5** .002
	19	**6** .031	**5** .009	**5** .009	**4** .002
	18	**5** .026	**4** .007	**4** .007	**3** .002
	17	**4** .018	**4** .019	**3** $.005^{-}$	**3** $.005^{-}$
	16	**4** .039	**3** .012	**2** .003	**2** .003
	15	**3** .024	**3** .024	**2** .006	**1** .001
	14	**3** $.045^{+}$	**2** .013	**1** .003	**1** .003
	13	**2** $.025^{+}$	**1** .006	**1** .006	**0** .001
	12	**2** $.045^{-}$	**1** .011	**0** .001	**0** .001
	11	**1** .021	**1** .021	**0** .003	**0** .003
	10	**1** .037	**0** .006	**0** .006	—
	9	**0** .012	**0** .012	—	—
	8	**0** .022	**0** .022	—	—
	7	**0** .038	—	—	—
9	20	**6** .023	**6** .023	**5** $.005^{+}$	**4** .001
	19	**5** .022	**5** .022	**4** $.005^{+}$	**3** .001
	18	**4** .016	**4** .016	**3** .004	**3** .004
	17	**4** .037	**3** $.010^{+}$	**2** .002	**2** .002
	16	**3** .022	**3** .022	**2** $.005^{+}$	**1** .001
	15	**3** .043	**2** .012	**1** .002	**1** .002
	14	**2** .023	**2** .023	**1** $.005^{-}$	**1** $.005^{-}$
	13	**2** .041	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	12	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	11	**1** .032	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$	**0** $.005^{-}$
	10	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	9	**0** .017	**0** .017	—	—
	8	**0** .029	—	—	—
	7	**0** $.050^{-}$	—	—	—

TABLE A.10 *(continued)*

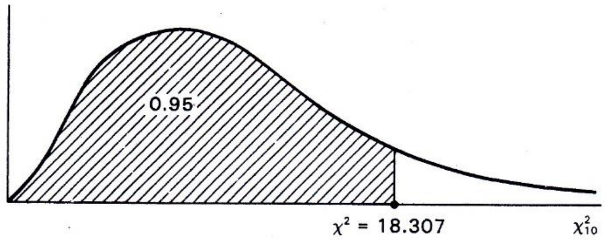
	Probability				
	a	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
A = 20 B = 8	20	**5** .017	**5** .017	**4** .003	**4** .003
	19	**4** .015−	**4** .015−	**3** .003	**3** .003
	18	**4** .038	**3** .009	**3** .009	**2** .002
	17	**3** .022	**3** .022	**2** .005−	**2** .005−
	16	**3** .044	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	15	**2** .022	**2** .022	**1** .004	**1** .004
	14	**2** .040	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	13	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	12	**1** .029	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	11	**1** .048	**0** .008	**0** .008	—
	10	**0** .014	**0** .014	—	—
	9	**0** .024	**0** .024	—	—
	8	**0** .041	—	—	—
7	20	**4** .012	**4** .012	**3** .002	**3** .002
	19	**4** .042	**3** .009	**3** .009	**2** .001
	18	**3** .024	**3** .024	**2** .005−	**2** .005−
	17	**3** .050−	**2** .011	**1** .002	**1** .002
	16	**2** .023	**2** .023	**1** .004	**1** .004
	15	**2** .043	**1** .009	**1** .009	**0** .001
	14	**1** .016	**1** .016	**0** .002	**0** .002
	13	**1** .029	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	12	**1** .048	**0** .007	**0** .007	—
	11	**0** .013	**0** .013	—	—
	10	**0** .022	**0** .022	—	—
	9	**0** .036	—	—	—
6	20	**4** .046	**3** .008	**3** .008	**2** .001
	19	**3** .028	**2** .005−	**2** .005−	**2** .005−
	18	**2** .013	**2** .013	**1** .002	**1** .002
	17	**2** .028	**1** .004	**1** .004	**1** .004
	16	**1** .010−	**1** .010−	**1** .010−	**0** .001
	15	**1** .018	**1** .018	**0** .002	**0** .002
	14	**1** .032	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	13	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	12	**0** .013	**0** .013	—	—
	11	**0** .022	**0** .022	—	—
	10	**0** .035−	—	—	—
5	20	**3** .033	**2** .004	**2** .004	**2** .004
	19	**2** .016	**2** .016	**1** .002	**1** .002
	18	**2** .038	**1** .005+	**1** .005+	**0** .000
	17	**1** .012	**1** .012	**0** .001	**0** .001
	16	**1** .023	**1** .023	**0** .002	**0** .002
	15	**1** .040	**0** .005−	**0** .005−	**0** .005−
	14	**0** .009	**0** .009	**0** .009	—
	13	**0** .015−	**0** .015−	—	—
	12	**0** .024	**0** .024	—	—
	11	**0** .038	—	—	—

TABLE A.10 (continued)

		Probability			
	a	0.05	0.025	0.01	0.005
A = 20 *B* = 4	20	**2** .022	**2** .022	**1** .002	**1** .002
	19	**1** .008	**1** .008	**1** .008	**0** .000
	18	**1** .018	**1** .018	**0** .001	**0** .001
	17	**1** .035+	**0** .003	**0** .003	**0** .003
	16	**0** .007	**0** .007	**0** .007	—
	15	**0** .012	**0** .012	—	—
	14	**0** .020	**0** .020	—	—
	13	**0** .031	—	—	—
	12	**0** .047	—	—	—
3	20	**1** .012	**1** .012	**0** .001	**0** .001
	19	**1** .034	**0** .002	**0** .002	**0** .002
	18	**0** .006	**0** .006	**0** .006	—
	17	**0** .011	**0** .011	—	—
	16	**0** .020	**0** .020	—	—
	15	**0** .032	—	—	—
	14	**0** .047	—	—	—
2	20	**0** .004	**0** .004	**0** .004	**0** .004
	19	**0** .013	**0** .013	—	—
	18	**0** .026	—	—	—
	17	**0** .043	—	—	—
1	20	**0** .048	—	—	—

Source: Entries for $A = 3, B = 3$ through $A = 15, B = 2$ from Table 38 of E. S. Pearson and H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Volume 1, third edition, London: The Syndics of the Cambridge University Press, 1966. Entries for $A = 16, B = 16$ through $A = 20, B = 1$ from R. Latscha, "Tests of Significance in a 2 × 2 Contingency Table: Extension of Finney's Table," *Biometrika*, 40 (1953), 74–86; used by permission of the Biometrika Trustees.

TABLE A.11 **Percentiles of the chi-square distribution, $P(X^2 \le \chi^2)$**



df	$\chi^2_{0.005}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.90}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.995}$
1	0.0000393	0.000982	0.00393	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.0100	0.0506	0.103	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.0717	0.216	0.352	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.484	0.711	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.831	1.145	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	1.237	1.635	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.690	2.167	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	2.180	2.733	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.700	3.325	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	3.247	3.940	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.816	4.575	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	4.404	5.226	18.549	21.026	23.336	26.217	28.300
13	3.565	5.009	5.892	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	5.629	6.571	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	6.262	7.261	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	6.908	7.962	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	7.564	8.672	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	8.231	9.390	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	8.907	10.117	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	9.591	10.851	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	10.283	11.591	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	10.982	12.338	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	11.688	13.091	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	12.401	13.848	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	13.120	14.611	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	13.844	15.379	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	14.573	16.151	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	15.308	16.928	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	16.047	17.708	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	16.791	18.493	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
35	17.192	20.569	22.465	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275
40	20.707	24.433	26.509	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
45	24.311	28.366	30.612	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166
50	27.991	32.357	34.764	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.535	40.482	43.188	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	48.758	51.739	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	57.153	60.391	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	65.647	69.126	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	74.222	77.929	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

Source: A. Hald and S. A. Sinkbaek, "A Table of Percentage Points of the χ^2 Distribution," *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 33 (1950), 168–175. Used by permission.

TABLE A.12 **Critical values of the Kruskal–Wallis test statistic**

Sample sizes n_1	n_2	n_3	Critical value	α
2	1	1	2.7000	0.500
2	2	1	3.6000	0.200
2	2	2	4.5714	0.067
			3.7143	0.200
3	1	1	3.2000	0.300
3	2	1	4.2857	0.100
			3.8571	0.133
3	2	2	5.3572	0.029
			4.7143	0.048
			4.5000	0.067
			4.4643	0.105
3	3	1	5.1429	0.043
			4.5714	0.100
			4.0000	0.129
3	3	2	6.2500	0.011
			5.3611	0.032
			5.1389	0.061
			4.5556	0.100
			4.2500	0.121
3	3	3	7.2000	0.004
			6.4889	0.011
			5.6889	0.029
			5.6000	0.050
			5.0667	0.086
			4.6222	0.100
4	1	1	3.5714	0.200
4	2	1	4.8214	0.057
			4.5000	0.076
			4.0179	0.114
4	2	2	6.0000	0.014
			5.3333	0.033
			5.1250	0.052
			4.4583	0.100
			4.1667	0.105
4	3	1	5.8333	0.021
			5.2083	0.050
			5.0000	0.057
			4.0556	0.093
			3.8889	0.129
4	3	2	6.4444	0.008
			6.3000	0.011
			5.4444	0.046
			5.4000	0.051
			4.5111	0.098
			4.4444	0.102
4	3	3	6.7455	0.010
			6.7091	0.013
			5.7909	0.046
			5.7273	0.050
			4.7091	0.092
			4.7000	0.101
4	4	1	6.6667	0.010
			6.1667	0.022
			4.9667	0.048
			4.8667	0.054
			4.1667	0.082
			4.0667	0.102
4	4	2	7.0364	0.006
			6.8727	0.011
			5.4545	0.046
			5.2364	0.052
			4.5545	0.098
			4.4455	0.103
4	4	3	7.1439	0.010
			7.1364	0.011
			5.5985	0.049
			5.5758	0.051
			4.5455	0.099
			4.4773	0.102
4	4	4	7.6538	0.008
			7.5385	0.011
			5.6923	0.049
			5.6538	0.054
			4.6539	0.097
			4.5001	0.104
5	1	1	3.8571	0.143
5	2	1	5.2500	0.036
			5.0000	0.048
			4.4500	0.071
			4.2000	0.095
			4.0500	0.119
5	2	2	6.5333	0.008
			6.1333	0.013
			5.1600	0.034
			5.0400	0.056
			4.3733	0.090
			4.2933	0.122
5	3	1	6.4000	0.012
			4.9600	0.048
			4.8711	0.052
			4.0178	0.095
			3.8400	0.123
5	3	2	6.9091	0.009
			6.8218	0.010
			5.2509	0.049
			5.1055	0.052
			4.6509	0.091
			4.4945	0.101
5	3	3	7.0788	0.009
			6.9818	0.011

TABLE A.12 *(continued)*

Sample sizes					Sample sizes				
n_1	n_2	n_3	Critical value	α	n_1	n_2	n_3	Critical value	α
5	3	3	5.6485	0.049	5	5	1	6.8364	0.011
			5.5152	0.051				5.1273	0.046
			4.5333	0.097				4.9091	0.053
			4.4121	0.109				4.1091	0.086
5	4	1	6.9545	0.008				4.0364	0.105
			6.8400	0.011	5	5	2	7.3385	0.010
			4.9855	0.044				7.2692	0.010
			4.8600	0.056				5.3385	0.047
			3.9873	0.098				5.2462	0.051
			3.9600	0.102				4.6231	0.097
5	4	2	7.2045	0.009				4.5077	0.100
			7.1182	0.010	5	5	3	7.5780	0.010
			5.2727	0.049				7.5429	0.010
			5.2682	0.050				5.7055	0.046
			4.5409	0.098				5.6264	0.051
			4.5182	0.101				4.5451	0.100
5	4	3	7.4449	0.010				4.5363	0.102
			7.3949	0.011	5	5	4	7.8229	0.010
			5.6564	0.049				7.7914	0.010
			5.6308	0.050				5.6657	0.049
			4.5487	0.099				5.6429	0.050
			4.5231	0.103				4.5229	0.099
5	4	4	7.7604	0.009				4.5200	0.101
			7.7440	0.011	5	5	5	8.0000	0.009
			5.6571	0.049				7.9800	0.010
			5.6176	0.050				5.7800	0.049
			4.6187	0.100				5.6600	0.051
			4.5527	0.102				4.5600	0.100
5	5	1	7.3091	0.009				4.5000	0.102

Source: W. H. Kruskal and W. A. Wallis, "Use of Ranks in One-Criterion Analysis of Variance," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 47 (1952), 583–621, Addendum, *Ibid.*, 48 (1953), 907–911.

TABLE A.13(a)

Critical values of J, the Jonckheere–Terpstra test statistic (for nominal values of α shown); exact significance levels in parentheses

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
2	2	2	6 (.57778)	8 (.28889)	9 (.16667)	10 (.08889)	11 (0.3333)	12 (.01111)	12 (.01111)
			7 (.42222)	9 (.16667)	10 (.08889)	11 (.03333)	12 (.01111)	—	—
2	2	3	8 (.56190)	11 (.21905)	12 (.13810)	13 (.07619)	14 (.03810)	15 (.01429)	15 (.01429)
			9 (.43810)	12 (.13810)	13 (.07619)	14 (.03810)	15 (.01429)	16 (.00476)	16 (.00476)
2	2	4	10 (.55238)	13 (.25714)	15 (.11667)	16 (.07143)	17 (.03810)	18 (.01905)	19 (.00714)
			11 (.44762)	14 (.18095)	16 (.07143)	17 (.03810)	18 (.01905)	19 (.00714)	20 (.00238)
2	2	5	12 (.54497)	16 (.21561)	18 (.10450)	19 (.06614)	20 (.03968)	22 (.01058)	22 (.01058)
			13 (.45503)	17 (.15344)	19 (.06614)	20 (.03968)	21 (.02116)	23 (.00397)	23 (.00397)
2	2	6	14 (.53968)	18 (.24444)	20 (.13571)	22 (.06349)	23 (.03968)	25 (.01270)	26 (.00635)
			15 (.46032)	19 (.18492)	21 (.09444)	23 (.03968)	24 (.02381)	26 (.00635)	27 (.00238)
2	2	7	16 (.53535)	21 (.21212)	23 (.12172)	25 (.06061)	27 (.02525)	28 (.01515)	29 (.00808)
			17 (.46465)	22 (.16364)	24 (.08788)	26 (.04040)	28 (.01515)	29 (.00808)	30 (.00404)
2	2	8	18 (.53199)	23 (.23535)	26 (.11178)	28 (.05892)	30 (.02694)	32 (.01010)	33 (.00539)
			19 (.46801)	24 (.18855)	27 (.08215)	29 (.04040)	31 (.01684)	33 (.00539)	34 (.00269)
2	3	3	11 (.50000)	14 (.22143)	15 (.15179)	17 (.05714)	18 (.03036)	19 (.01429)	20 (.00536)
			12 (.40000)	15 (.15179)	16 (.09643)	18 (.03036)	19 (.01429)	20 (.00536)	21 (.00179)
2	3	4	13 (.54286)	17 (.22222)	19 (.11190)	20 (.07381)	22 (.02619)	23 (.01349)	24 (.00635)
			14 (.45714)	18 (.16190)	20 (.07381)	21 (.04524)	23 (.01349)	24 (.00635)	25 (.00238)
2	3	5	16 (.50000)	20 (.22302)	22 (.12421)	24 (.05913)	25 (.03810)	27 (.01310)	28 (.00675)
			17 (.42500)	21 (.16944)	23 (.08770)	25 (.03810)	26 (.02302)	28 (.00675)	29 (.00317)
2	3	6	18 (.53355)	23 (.22338)	25 (.13398)	27 (.07143)	29 (.03290)	31 (.01255)	32 (.00714)
			19 (.46645)	24 (.17554)	26 (.09957)	28 (.04957)	30 (.02100)	32 (.00714)	33 (.00368)
2	3	7	21 (.50000)	26 (.22374)	29 (.10960)	31 (.06023)	33 (.02929)	35 (.01225)	36 (.00732)
			22 (.44003)	27 (.18030)	30 (.08232)	32 (.04268)	34 (.01032)	36 (.00732)	37 (.00417)
2	3	8	23 (.52727)	29 (.22393)	32 (.11826)	35 (.05198)	37 (.02650)	39 (.01189)	40 (.00754)
			24 (.47273)	30 (.18430)	33 (.09192)	36 (.03768)	38 (.01810)	40 (.00754)	41 (.00451)
2	4	4	16 (.53746)	20 (.25587)	23 (.10794)	25 (.05016)	26 (.03206)	28 (.01079)	29 (.00540)
			17 (.46254)	21 (.19810)	24 (.07556)	26 (.03206)	27 (.01905)	29 (.00540)	30 (.00254)
2	4	5	19 (.53261)	24 (.22872)	27 (.10491)	29 (.05397)	30 (.03680)	32 (.01501)	33 (.00880)
			20 (.46739)	25 (.18095)	28 (.07662)	30 (.03680)	31 (.02395)	33 (.00880)	34 (.00491)
2	4	6	22 (.52929)	28 (.20859)	31 (.10245)	33 (.05685)	35 (.02821)	37 (.01219)	38 (.00758)
			23 (.47071)	29 (.16797)	32 (.07742)	34 (.04076)	36 (.01898)	38 (.00758)	39 (.00440)
2	4	7	25 (.52634)	31 (.23209)	35 (.10047)	37 (.05921)	39 (.03193)	42 (.01033)	43 (.00660)
			26 (.47366)	32 (.19305)	36 (.07797)	38 (.04406)	40 (.02261)	43 (.00660)	44 (.00408)
2	4	8	28 (.52410)	35 (.21496)	38 (.12266)	41 (.06112)	44 (.02593)	46 (.01310)	48 (.00593)
			29 (.47590)	36 (.18077)	39 (.09879)	42 (.04686)	45 (.01863)	47 (.00892)	49 (.00377)
2	5	5	23 (.50000)	28 (.23274)	31 (.11935)	34 (.05014)	35 (.03565)	38 (.01046)	39 (.00643)
			24 (.44228)	29 (.19000)	32 (.09157)	35 (.03565)	36 (.02453)	39 (.00643)	40 (.00373)
2	5	6	26 (.52597)	32 (.23596)	36 (.10462)	38 (.06277)	40 (.03469)	43 (.01179)	44 (.00777)
			27 (.47403)	33 (.19708)	37 (.08178)	39 (.04715)	41 (.02486)	44 (.00777)	45 (.00491)
2	5	7	30 (.50000)	37 (.20292)	40 (.11588)	43 (.05821)	46 (.02507)	48 (.01290)	50 (.00601)
			31 (.45303)	38 (.17057)	41 (.09355)	44 (.04477)	47 (.01820)	49 (.00894)	51 (.00393)
2	5	8	33 (.52151)	41 (.20773)	45 (.10400)	48 (.05459)	51 (.02519)	53 (.01383)	55 (.00701)
			34 (.47849)	42 (.17764)	46 (.08500)	49 (.04283)	52 (.01885)	54 (.00996)	56 (.00482)
2	6	6	30 (.52338)	37 (.22198)	41 (.10607)	44 (.05260)	46 (.03031)	49 (.01139)	51 (.00526)
			31 (.47662)	38 (.18816)	42 (.08528)	45 (.04027)	47 (.02235)	50 (.00786)	52 (.00343)

TABLE A.13(a) *(continued)*

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
2	6	7	34 (.52125)	42 (.21088)	46 (.10721)	49 (.05720)	52 (.02703)	55 (.01103)	57 (.00551)
			35 (.47875)	43 (.18087)	47 (.08803)	50 (.04521)	53 (.02040)	56 (.00789)	58 (.00376)
2	6	8	38 (.51949)	47 (.20176)	51 (.10804)	54 (.06118)	57 (.03135)	61 (.01070)	63 (.00569)
			39 (.48051)	48 (.17491)	52 (.09031)	55 (.04953)	58 (.02449)	62 (.00788)	64 (.00404)
2	7	7	39 (.50000)	47 (.21740)	52 (.10029)	55 (.05628)	58 (.02858)	61 (.01293)	64 (.00509)
			40 (.46130)	48 (.18948)	53 (.08358)	56 (.04543)	59 (.02225)	62 (.00964)	65 (.00360)
2	7	8	43 (.51781)	52 (.22285)	57 (.11128)	61 (.05543)	64 (.02987)	68 (.01127)	70 (.00642)
			44 (.48219)	53 (.19675)	58 (.09468)	62 (.04555)	65 (.02381)	69 (.00857)	71 (.00474)
2	8	8	48 (.51641)	58 (.21616)	63 (.11392)	68 (.05085)	71 (.02858)	75 (.01170)	78 (.00537)
			49 (.48359)	59 (.19248)	64 (.09833)	69 (.04231)	72 (.02319)	76 (.00913)	79 (.00404)
3	3	3	14 (.50000)	17 (.25952)	19 (.13869)	21 (.06131)	22 (.03690)	24 (.01071)	24 (.01071)
			15 (.41548)	18 (.19405)	20 (.09464)	22 (.03690)	23 (.02083)	25 (.00476)	25 (.00476)
3	3	4	17 (.50000)	21 (.22833)	23 (.13000)	25 (.06405)	27 (.02643)	28 (.01548)	29 (.00857)
			18 (.42667)	22 (.17500)	24 (.09310)	26 (.04214)	28 (.01548)	29 (.00857)	30 (.00429)
3	3	5	20 (.50000)	25 (.20584)	27 (.12348)	29 (.06623)	31 (.03106)	33 (.01234)	34 (.00714)
			21 (.43528)	26 (.16147)	28 (.09177)	30 (.04621)	32 (.02002)	34 (.00714)	35 (.00390)
3	3	6	23 (.50000)	28 (.23193)	31 (.11845)	33 (.06791)	35 (.03506)	38 (.01017)	39 (.00622)
			24 (.44210)	29 (.18912)	32 (.09075)	34 (.04946)	36 (.02408)	39 (.00622)	40 (.00357)
3	3	7	26 (.50000)	32 (.21323)	35 (.11451)	38 (.05219)	40 (.02768)	42 (.01320)	44 (.00551)
			27 (.44761)	33 (.17619)	36 (.08989)	39 (.03849)	41 (.01941)	43 (.00868)	45 (.00335)
3	3	8	29 (.50000)	35 (.23428)	39 (.11131)	42 (.05446)	44 (.03092)	47 (.01122)	48 (.00759)
			30 (.45216)	36 (.19843)	40 (.08914)	43 (.04144)	45 (.02259)	48 (.00759)	49 (.00498)
3	4	4	20 (.53221)	25 (.23247)	28 (.10926)	30 (.05758)	32 (.02649)	34 (.01030)	35 (.00589)
			21 (.46779)	26 (.18528)	29 (.08043)	31 (.03974)	33 (.01688)	35 (.00589)	36 (.00320)
3	4	5	24 (.50000)	29 (.23579)	32 (.12269)	35 (.05281)	37 (.02648)	39 (.01169)	40 (.00732)
			25 (.44304)	30 (.19325)	33 (.09481)	36 (.03791)	38 (.01789)	40 (.00732)	41 (.00440)
3	4	6	27 (.52566)	33 (.23834)	37 (.10723)	39 (.06505)	42 (.02642)	44 (.01284)	46 (.00553)
			28 (.47434)	34 (.19973)	38 (.08432)	40 (.04923)	43 (.01865)	45 (.00856)	47 (.00343)
3	4	7	31 (.50000)	38 (.20504)	41 (.11810)	44 (.06003)	47 (.02633)	49 (.01379)	51 (.00657)
			32 (.45344)	39 (.17279)	42 (.09566)	45 (.04644)	48 (.01926)	50 (.00963)	52 (.00435)
3	4	8	34 (.52137)	42 (.20952)	46 (.10583)	49 (.05607)	52 (.02624)	55 (.01058)	57 (.00522)
			35 (.47863)	43 (.17947)	47 (.08672)	50 (.04419)	53 (.01974)	56 (.00752)	58 (.00354)
3	5	5	28 (.50000)	34 (.22029)	37 (.12200)	40 (.05823)	42 (.03227)	45 (.01116)	46 (.00740)
			29 (.44913)	35 (.18365)	38 (.09706)	41 (.04382)	43 (.02324)	46 (.00740)	47 (.00475)
3	5	6	32 (.50000)	39 (.20820)	42 (.12137)	45 (.06278)	48 (.02822)	51 (.01071)	53 (.00500)
			33 (.45405)	40 (.17607)	48 (.09882)	46 (.04890)	49 (.02085)	52 (.00741)	54 (.00328)
3	5	7	36 (.50000)	43 (.22963)	48 (.10022)	51 (.05332)	54 (.02518)	57 (.01033)	59 (.00519)
			37 (.45809)	44 (.19851)	49 (.08220)	52 (.04211)	55 (.01903)	58 (.00740)	60 (.00356)
3	5	8	40 (.50000)	48 (.21844)	53 (.10138)	56 (.05718)	59 (.02926)	63 (.01001)	65 (.00534)
			41 (.46147)	49 (.19057)	54 (.08461)	57 (.04627)	60 (.02284)	64 (.00737)	66 (.00380)
3	6	6	36 (.52087)	44 (.21513)	48 (.11162)	51 (.06089)	54 (.02965)	57 (.01264)	59 (.00656)
			37 (.47913)	45 (.18533)	49 (.09226)	52 (.04855)	55 (.02267)	58 (.00919)	60 (.00459)
3	6	7	41 (.50000)	49 (.22091)	54 (.10392)	57 (.05331)	60 (.03081)	64 (.01085)	66 (.00590)
			42 (.46187)	50 (.19315)	55 (.08704)	58 (.04821)	61 (.02420)	65 (.00807)	67 (.00425)
3	6	8	45 (.51759)	54 (.22580)	59 (.11440)	63 (.05797)	67 (.02551)	70 (.01238)	73 (.00539)
			46 (.48241)	55 (.19983)	60 (.09770)	64 (.04788)	68 (.02027)	71 (.00950)	74 (.00397)
3	7	7	46 (.50000)	55 (.21371)	60 (.10697)	64 (.05366)	67 (.02919)	71 (.01125)	73 (.00651)
			47 (.46502)	56 (.18868)	61 (.09112)	65 (.04421)	68 (.02337)	72 (.00861)	74 (.00486)

TABLE A.13(a) *(continued)*

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
3	7	8	51 (.50000)	61 (.20768)	66 (.10953)	70 (.05853)	74 (.02783)	78 (.01156)	81 (.00540)
			52 (.46769)	62 (.18490)	67 (.09460)	71 (.04917)	75 (.02265)	79 (.00907)	82 (.00410)
3	8	8	56 (.51497)	67 (.21440)	73 (.10544)	78 (.05022)	81 (.02986)	86 (.01089)	89 (.00539)
			57 (.48503)	68 (.19289)	74 (.09197)	79 (.04251)	82 (.02477)	87 (.00869)	90 (.00418)
4	4	4	24 (.52840)	30 (.21573)	33 (.10993)	35 (.06323)	37 (.03296)	39 (.01530)	41 (.00615)
			25 (.47160)	31 (.17558)	34 (.08439)	36 (0.4632)	38 (.02286)	40 (.00993)	42 (.00367)
4	4	5	28 (.52535)	35 (.20291)	38 (.11051)	41 (.05178)	43 (.02833)	45 (.01412)	47 (.00630)
			29 (.47465)	36 (.16825)	39 (.08738)	42 (.03873)	44 (.02027)	46 (.00959)	48 (.00402)
4	4	6	32 (.52292)	39 (.22651)	43 (.11087)	46 (.05649)	48 (.03336)	51 (.01321)	53 (.00639)
			33 (.47708)	40 (.19294)	44 (.08984)	47 (.04376)	49 (.02497)	52 (.00931)	54 (.00429)
4	4	7	36 (.52091)	44 (.21471)	48 (.11118)	51 (.06052)	54 (.02939)	57 (.01248)	59 (.00645)
			37 (.47909)	45 (.18488)	49 (.09184)	52 (.04822)	55 (.02244)	58 (.00906)	60 (.00450)
4	4	8	40 (.51923)	49 (.20504)	53 (.11139)	57 (.05216)	60 (.02636)	63 (.01188)	65 (.00649)
			41 (.48077)	50 (.17830)	54 (.09353)	58 (.04204)	61 (.02049)	64 (.00885)	66 (.00468)
4	5	5	33 (.50000)	40 (.21074)	44 (.10139)	47 (.05094)	49 (.02980)	52 (.01162)	54 (.00557)
			34 (.45453)	41 (.17872)	45 (.08177)	48 (.03928)	50 (.02220)	53 (.00815)	55 (.00371)
4	5	6	37 (.52068)	45 (.21719)	49 (.11377)	53 (.05021)	55 (.03096)	58 (.01346)	61 (.00502)
			38 (.47932)	46 (.18750)	50 (.09435)	54 (.03970)	56 (.02382)	59 (.00987)	62 (.00347)
4	5	7	42 (.50000)	50 (.22261)	55 (.10570)	58 (.06081)	62 (.02519)	65 (.01147)	67 (.00633)
			43 (.46215)	51 (.19494)	56 (.08875)	59 (.04959)	63 (.01963)	66 (.00858)	68 (.00459)
4	5	8	46 (.51748)	56 (.20134)	60 (.11594)	64 (.05923)	68 (.02636)	71 (.01294)	74 (.00572)
			47 (.48252)	57 (.17722)	61 (.09919)	65 (.04905)	69 (.02102)	72 (.00998)	75 (.00425)
4	6	6	42 (.51886)	51 (.20965)	55 (.11612)	59 (.05592)	62 (.02909)	66 (.01031)	68 (.00565)
			43 (.48114)	52 (.18307)	56 (.09810)	60 (.04546)	63 (.02287)	67 (.00769)	69 (.00408)
4	6	7	47 (.51733)	57 (.20342)	62 (.10126)	66 (.05067)	69 (.02756)	73 (.01066)	75 (.00619)
			48 (.48267)	58 (.17938)	63 (.08619)	67 (.04174)	70 (.02208)	74 (.00818)	76 (.00463)
4	6	8	52 (.51603)	62 (.22166)	68 (.10397)	72 (.05539)	76 (.02631)	80 (.01095)	83 (.00513)
			53 (.48397)	63 (.19820)	69 (.08972)	73 (.04651)	77 (.02141)	81 (.00859)	84 (.00390)
4	7	7	53 (.50000)	63 (.21068)	68 (.11261)	73 (.05154)	76 (.02963)	81 (.01000)	83 (.00607)
			54 (.46809)	64 (.18800)	69 (.09759)	74 (.04318)	77 (.02426)	82 (.00783)	84 (.00465)
4	7	8	58 (.51481)	69 (.21695)	75 (.10806)	80 (.05226)	84 (.02621)	88 (.01177)	91 (.00595)
			59 (.48519)	70 (.19552)	76 (.09450)	81 (.04441)	85 (.02170)	89 (.00946)	92 (.00466)
4	8	8	64 (.51376)	76 (.21292)	82 (.11160)	87 (.05754)	92 (.02610)	97 (.01023)	100 (.00538)
			65 (.48624)	77 (.19320)	83 (.09869)	88 (.04966)	93 (.02191)	98 (.00831)	101 (.00428)
5	5	5	38 (.50000)	46 (.20318)	50 (.10490)	53 (.05715)	56 (.02788)	59 (.01196)	61 (.00626)
			39 (.45888)	47 (.17478)	51 (.08666)	54 (.04558)	57 (.02136)	60 (.00873)	62 (.00440)
5	5	6	43 (.50000)	51 (.22463)	56 (.10781)	60 (.05124)	63 (.02637)	66 (.01222)	69 (.00501)
			44 (.46248)	52 (.19706)	57 (.09078)	61 (.04151)	64 (.02066)	67 (.00921)	70 (.00360)
5	5	7	48 (.50000)	57 (.21690)	62 (.11026)	66 (.05631)	70 (.02514)	73 (.01241)	76 (.00554)
			49 (.46549)	58 (.19200)	63 (.09430)	67 (.04665)	71 (.02008)	74 (.00960)	77 (.00413)
5	5	8	53 (.50000)	63 (.21043)	68 (.11235)	73 (.05135)	76 (.02948)	80 (.01256)	83 (.00601)
			54 (.46806)	64 (.18774)	69 (.09734)	74 (.04300)	77 (.02413)	81 (.00992)	84 (.00461)
5	6	6	48 (.51720)	58 (.20518)	63 (.10301)	67 (.05205)	70 (.02859)	74 (.01125)	76 (.00661)
			49 (.48280)	59 (.18118)	64 (.08787)	68 (.04301)	71 (.02299)	75 (.00868)	77 (.00498)
5	6	7	54 (.50000)	64 (.21215)	69 (.11412)	74 (.05272)	78 (.02507)	82 (.01048)	84 (.00641)
			55 (.46829)	65 (.18952)	70 (.09906)	75 (.04427)	79 (.02042)	83 (.00824)	85 (.00494)
5	6	8	59 (.51473)	70 (.21820)	76 (.10935)	81 (.05328)	85 (.02694)	89 (.01223)	92 (.00624)
			60 (.48527)	71 (.19681)	77 (.09575)	82 (.04535)	86 (.02235)	90 (.00985)	93 (.00490)
5	7	7	60 (.50000)	71 (.20814)	77 (.10319)	81 (.05828)	85 (.02998)	90 (.01125)	93 (.00571)
			61 (.47066)	72 (.18741)	78 (.09019)	82 (.04981)	86 (.02499)	91 (.00904)	94 (.00447)

TABLE A.13(a) *(continued)*

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
5	7	8	66 (.50000)	78 (.20471)	84 (.10680)	89 (.05493)	93 (.02948)	98 (.01193)	102 (.00515)
			67 (.47271)	79 (.18559)	85 (.09438)	90 (.04739)	94 (.02489)	99 (.00077)	103 (.00410)
5	8	8	72 (.51273)	85 (.21165)	92 (.10461)	97 (.05635)	102 (.02724)	107 (.01166)	111 (.00536)
			73 (.48727)	86 (.19344)	93 (.09319)	98 (.04917)	103 (.02322)	108 (.00968)	112 (.00434)
6	6	6	54 (.51582)	65 (.20145)	70 (.10721)	74 (.05805)	78 (.02816)	82 (.01206)	85 (.00581)
			55 (.48418)	66 (.17959)	71 (.09285)	75 (.04897)	79 (.02306)	83 (.00954)	86 (.00447)
6	6	7	60 (.51464)	71 (.21964)	77 (.11084)	82 (.05446)	86 (.02778)	91 (.01031)	94 (.00520)
			61 (.48536)	72 (.19831)	78 (.09721)	83 (.04645)	87 (.02311)	92 (.00827)	95 (.00406)
6	6	8	66 (.51362)	78 (.21527)	85 (.10104)	90 (.05151)	94 (.02745)	99 (.01100)	102 (.00588)
			67 (.48638)	79 (.19561)	86 (.08914)	91 (.04436)	95 (.02313)	100 (.00899)	103 (.00471)
6	7	7	67 (.50000)	79 (.20598)	85 (.10808)	90 (.05595)	95 (.02559)	100 (.01016)	103 (.00541)
			68 (.47285)	80 (.18689)	86 (.09563)	91 (.04835)	96 (.02153)	101 (.00829)	104 (.00432)
6	7	8	73 (.51267)	86 (.21274)	93 (.10571)	99 (.05002)	103 (.02787)	109 (.01002)	112 (.00558)
			74 (.48733)	87 (.19456)	94 (.09426)	100 (.04351)	104 (.02380)	110 (.00829)	113 (.00454)
6	8	8	80 (.51184)	94 (.21055)	101 (.10987)	107 (.05532)	112 (.02822)	118 (.01098)	122 (.00533)
			81 (.48816)	95 (.19364)	102 (.09885)	108 (.04873)	113 (.02437)	119 (.00923)	123 (.00439)
7	7	7	74 (.50000)	87 (.20413)	94 (.10045)	99 (.05401)	104 (.02609)	109 (.01118)	113 (.00515)
			75 (.47473)	88 (.18643)	95 (.08944)	100 (.04711)	105 (.02225)	110 (.00929)	114 (.00418)
7	7	8	81 (.50000)	95 (.20251)	102 (.10477)	108 (.05235)	113 (.02653)	119 (.01023)	122 (.00597)
			82 (.47637)	96 (.18602)	103 (.09414)	109 (.04605)	114 (.02288)	120 (.00859)	123 (.00494)
7	8	8	88 (.51108)	103 (.20959)	111 (.10393)	117 (.05443)	123 (.02539)	129 (.01041)	133 (.00530)
			89 (.48892)	104 (.19380)	112 (.09402)	118 (.04834)	124 (.02209)	130 (.00885)	134 (.00443)
8	8	8	96 (.51040)	112 (.20874)	120 (.10852)	127 (.05365)	133 (.02629)	139 (.01152)	144 (.00527)
			97 (.48960)	113 (.19393)	121 (.09891)	128 (.04798)	134 (.02310)	140 (.00992)	145 (.00445)

Source: Robert E. Odeh, "On Jonckheere's *k*-Sample Test against Ordered Alternatives," *Technometrics*, 13 (1971). 912–918.

TABLE A.13(*b*)

Critical values of *J*, the Jonckheere–Terpstra test statistic (for nominal values of α shown and *k* samples all of size *n*); exact significance levels in parentheses

	k	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
$n = 2$	4	12 (.54921) 13 (.45079)	15 (.26825) 16 (.19286)	17 (.13016) 18 (.08294)	18 (.08294) 19 (.04841)	20 (.02619) 21 (.01230)	21 (.01230) 22 (.00516)	22 (.00516) 23 (.00159)
	5	20 (.53534) 21 (.46466)	25 (.21102) 26 (.16246)	27 (.12133) 28 (.08779)	29 (.06126) 30 (.04116)	31 (.02646) 32 (.01623)	32 (.01623) 33 (.00939)	34 (.00511) 35 (.00257)
	6	30 (.52707) 31 (.47293)	36 (.22650) 37 (.18713)	39 (.12151) 40 (.09533)	42 (.05533) 43 (.04083)	44 (.02944) 45 (.02071)	46 (.01418) 47 (.00944)	48 (.00608) 49 (.00379)
$n = 3$	4	27 (.52760) 28 (.47240)	33 (.22197) 34 (.18229)	36 (.11663) 37 (.09067)	39 (.05145) 40 (.03744)	41 (.02657) 42 (.01834)	43 (.01229) 44 (.00797)	44 (.00797) 45 (.00498)
	5	45 (.51980) 46 (.48020)	53 (.22740) 54 (.19822)	58 (.10487) 59 (.08738)	61 (.05884) 62 (.04752)	64 (.02995) 65 (.02335)	68 (.01023) 69 (.00755)	70 (.00549) 71 (.00392)
	6	68 (.50000) 69 (.46981)	79 (.20145) 80 (.18058)	84 (.11087) 85 (.09686)	89 (.05331) 90 (.04524)	93 (.02262) 94 (.02201)	97 (.01193) 98 (.00958)	100 (.00604) 101 (.00473)
$n = 4$	4	48 (.51826) 49 (.48174)	57 (.21724) 58 (.19096)	62 (.10581) 63 (.08950)	66 (.05142) 67 (.04198)	69 (.02715) 70 (.02150)	72 (.01304) 73 (.00998)	75 (.00562) 76 (.00414)
	5	80 (.51305) 81 (.48695)	93 (.20589) 94 (.18756)	99 (.11129) 100 (.09910)	105 (.05211) 106 (.04523)	109 (.02876) 110 (.02450)	115 (.01016) 116 (.00839)	118 (.00561) 119 (.00455)
	6	120 (.50994) 121 (.49006)	137 (.20490) 138 (.19092)	146 (.10048) 147 (.09181)	153 (.05084) 154 (.04567)	159 (.02572) 160 (.02274)	166 (.01025) 167 (.00888)	170 (.00568) 171 (.00486)
$n = 5$	4	75 (.51321) 76 (.48679)	88 (.20295) 89 (.18455)	94 (.10832) 95 (.09621)	99 (.05735) 100 (.04983)	104 (.02708) 105 (.02296)	109 (.01125) 110 (.00928)	113 (.00502) 114 (.00404)
	5	125 (.50942) 126 (.49058)	143 (.20345) 144 (.19032)	152 (.10385) 153 (.09542)	159 (.05492) 160 (.04970)	166 (.02603) 167 (.02318)	173 (.01095) 174 (.00958)	178 (.00545) 179 (.00470)
	6	188 (.50000) 189 (.48567)	211 (.20386) 212 (.19377)	223 (.10319) 224 (.09679)	233 (.05153) 234 (.04775)	241 (.02701) 242 (.02477)	251 (.01067) 252 (.00964)	258 (.00510) 259 (.00456)
$n = 6$	4	108 (.51013) 109 (.48987)	125 (.20037) 126 (.18631)	133 (.10521) 134 (.09607)	140 (.05287) 141 (.04743)	146 (.02647) 147 (.02336)	153 (.01035) 154 (.00894)	157 (.00565) 158 (.00481)
	5	180 (.50721) 181 (.49279)	203 (.20745) 204 (.19719)	215 (.10494) 216 (.09842)	225 (.05229) 226 (.04844)	234 (.02505) 235 (.02292)	243 (.01072) 244 (.00969)	250 (.00510) 251 (.00456)
	6	270 (.50548) 271 (.49452)	301 (.20070) 302 (.19304)	316 (.10478) 317 (.09982)	329 (.05285) 330 (.04990)	341 (.02523) 342 (.02361)	353 (.01078) 354 (.00999)	362 (.00527) 363 (.00485)

TABLE A.14 **Kendall's coefficient of concordance**

$k = 3$

$b = 2$

W	P
.000	1.000
.250	.833
.750	.500
1.000	.167

$b = 3$

W	P
.000	1.000
.111	.944
.333	.528
.444	.361
.778	.194
1.000	.028

$b = 4$

W	P
.000	1.000
.062	.931
.188	.653
.250	.431
.438	.273
.562	.125
.750	.069
.812	.042
1.000	.005

$b = 5$

W	P
.000	1.000
.040	.954
.120	.691
.160	.522
.280	.367
.360	.182
.480	.124
.520	.093
.640	.039
.760	.024
.840	.008
1.000	.001

$b = 6$

W	P
.000	1.000
.028	.956
.083	.740
.111	.570
.194	.430

$b = 6$ (cont.)

W	P
.250	.252
.333	.184
.361	.142
.444	.072
.528	.052
.583	.029
.694	.012
.750	.008
.778	.006
.861	.002
1.000	.000

$b = 7$

W	P
.000	1.000
.020	.964
.061	.768
.082	.620
.143	.486
.184	.305
.245	.237
.265	.192
.326	.112
.388	.085
.429	.051
.510	.027
.551	.021
.571	.016
.633	.008
.735	.004
.755	.003
.796	.001
.878	.000
1.000	.000

$b = 8$

W	P
.000	1.000
.016	.967
.047	.794
.062	.654
.109	.531
.141	.355
.188	.285
.203	.236
.250	.149
.297	.120
.328	.079

$b = 8$ (cont.)

W	P
.391	.047
.422	.038
.438	.030
.484	.018
.562	.010
.578	.008
.609	.005
.672	.002
.750	.001
.766	.001
.812	.000
.891	.000
1.000	.000

$b = 9$

W	P
.000	1.000
.012	.971
.037	.814
.049	.685
.086	.569
.111	.398
.148	.328
.160	.278
.198	.187
.235	.154
.259	.107
.309	.069
.333	.057
.346	.048
.383	.031
.444	.019
.457	.016
.482	.010
.531	.006
.593	.004
.605	.003
.642	.001
.704	.001
.753	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 10$

W	P
.000	1.000

$b = 10$ (cont.)

W	P
.010	.974
.030	.830
.040	.710
.070	.601
.090	.436
.120	.368
.130	.316
.160	.222
.190	.187
.210	.135
.250	.092
.270	.078
.280	.066
.310	.046
.360	.030
.370	.026
.390	.018
.430	.012
.480	.007
.490	.006
.520	.003
.570	.002
.610	.001
.630	.001
.640	.001
.670	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 11$

W	P
.000	1.000
.008	.976
.025	.844
.033	.732
.058	.629
.074	.470
.099	.403
.107	.351
.132	.256
.157	.219
.174	.163
.207	.116
.223	.100
.231	.087
.256	.062

$b = 11$ (cont.)

W	P
.298	.043
.306	.037
.322	.027
.355	.019
.397	.013
.405	.011
.430	.007
.471	.005
.504	.003
.521	.002
.529	.002
.554	.001
.603	.001
.620	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 12$

W	P
.000	1.000
.007	.978
.021	.856
.028	.751
.049	.654
.062	.500
.083	.434
.090	.383
.111	.287
.132	.249
.146	.191
.174	.141
.188	.123
.194	.108
.215	.080
.250	.058
.257	.050
.271	.038
.299	.028
.333	.019
.340	.017
.361	.011
.396	.008
.424	.005
.438	.004
.444	.004
.465	.002

TABLE A.14 *(continued)*

$k = 3$

$b = 12$ (cont.) W	P	$b = 13$ (cont.) W	P	$b = 14$ (cont.) W	P	$b = 14$ (cont.) W	P	$b = 15$ (cont.) W	P
.507	.002	.219	.064	.020	.781	.429	.002	.191	.059
.521	.001	.231	.050	.036	.694	.464	.001	.213	.047
.528	.001	.254	.038	.046	.551	.474	.001	.218	.043
.549	.001	.284	.027	.061	.489	.495	.000	.231	.030
.562	.001	.290	.025	.066	.438	.	.	.253	.022
.583	.000	.306	.016	.082	.344	.	.	.271	.018
.	.	.337	.012	.097	.305	.	.	.280	.015
.	.	.361	.008	.107	.242	1.000	.000	.284	.011
.	.	.373	.007	.128	.188			.298	.010
1.000	.000	.379	.006	.138	.167	$b = 15$		.324	.007
		.396	.004	.143	.150	W	P	.333	.005
$b = 13$		.432	.003	.158	.117	.000	1.000	.338	.005
W	P	.444	.002	.184	.089	.004	.982	.351	.004
.000	1.000	.450	.002	.189	.079	.013	.882	.360	.004
.006	.980	.467	.001	.199	.063	.018	.794	.373	.003
.018	.866	.479	.001	.219	.049	.031	.711	.404	.002
.024	.767	.497	.001	.245	.036	.040	.573	.413	.001
.041	.657	.538	.001	.250	.033	.053	.513	.431	.001
.053	.527	.550	.000	.265	.023	.058	.463	.444	.001
.071	.463	.	.	.291	.018	.071	.369	.458	.001
.077	.412	.	.	.311	.011	.084	.330	.480	.000
.095	.316	.	.	.321	.010	.093	.267	.	.
.112	.278	1.000	000	.327	.009	.111	.211	.	.
.124	.217			.342	.007	.120	.189	.	.
.148	.165	$b = 14$		.372	.005	.124	.170	1.000	.000
.160	.145	W	P	.383	.003	.138	.136		
.166	.129	.000	1.000	.388	.003	.160	.106		
.183	.098	.005	.981	.403	.003	.164	.096		
.213	.073	.015	.874	.413	.002	.173	.077		

$k = 4$

$b = 2$ W	P	$b = 3$ W	P	$b = 3$ (cont.) W	P	$b = 4$ (cont.) W	P	$b = 4$ (cont.) W	P
.000	1.000	.022	1.000	.644	.161	.050	.930	.325	.321
.100	.958	.067	.958	.733	.075	.075	.898	.375	.237
.200	.833	.111	.910	.778	.054	.100	.794	.400	.199
.300	.792	.200	.727	.822	.026	.125	.753	.425	.188
.400	.625	.244	.615	.911	.017	.150	.680	.450	.159
.500	.542	.289	.524	1.000	.002	.175	.651	.475	.141
.600	.458	.378	.446			.200	.528	.500	.106
.700	.375	.422	.328	$b = 4$		.225	.513	.525	.093
.800	.208	.467	.293	W	P	.250	.432	.550	.077
.900	.167	.556	.207	.000	1.000	.275	.390	.575	.069
1.000	.042	.600	.182	.025	.992	.300	.352	.600	.058

TABLE A.14 *(continued)*

$k = 4$

$b = 4$ (cont.)

W	P
.625	.054
.650	.036
.675	.035
.700	.020
.725	.013
.775	.011
.800	.006
.825	.005
.850	.002
.900	.002
.925	.001
1.000	.000

$b = 5$

W	P
.008	1.000
.024	.974
.040	.944
.072	.857
.088	.769
.104	.710
.136	.652
.152	.563
.168	.520
.200	.443
.216	.406
.232	.368
.264	.301
.280	.266
.296	.232
.328	.213
.344	.162
.360	.151
.392	.119
.408	.102
.424	.089
.456	.071
.472	.067
.488	.057
.520	.049
.536	.033
.552	.032
.584	.024
.600	.021
.616	.015
.648	.011
.664	.009
.680	.008
.712	.006
.728	.003
.744	.002

$b = 5$ (cont.)

W	P
.776	.002
.792	.001
.808	.001
.840	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 6$

W	P
.000	1.000
.011	.996
.022	.952
.033	.938
.044	.878
.056	.843
.067	.797
.078	.779
.089	.676
.100	.666
.111	.608
.122	.566
.133	.541
.144	.517
.167	.427
.178	.385
.189	.374
.200	.337
.211	.321
.222	.274
.233	.259
.244	.232
.256	.221
.267	.193
.278	.190
.289	.162
.300	.154
.311	.127
.322	.113
.344	.109
.356	.088
.367	.087
.378	.073
.389	.067
.400	.063
.411	.058
.422	.043
.433	.041
.444	.036

$b = 6$ (cont.)

W	P
.456	.033
.467	.031
.478	.027
.489	.021
.500	.021
.522	.017
.533	.015
.544	.015
.556	.011
.567	.010
.578	.009
.589	.008
.600	.006
.611	.006
.633	.004
.644	.003
.656	.003
.667	.002
.678	.002
.700	.001
.711	.001
.722	.001
.733	.001
.744	.001
.756	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 7$

W	P
.004	1.000
.012	.984
.020	.964
.037	.905
.045	.846
.053	.795
.069	.754
.078	.678
.086	.652
.102	.596
.110	.564
.118	.533
.135	.460
.143	.420
.151	.378
.167	.358
.176	.306
.184	.300
.200	.264

$b = 7$ (cont.)

W	P
.208	.239
.216	.216
.233	.188
.241	.182
.249	.163
.265	.150
.273	.122
.282	.118
.298	.101
.306	.093
.314	.081
.331	.073
.339	.062
.347	.058
.363	.051
.371	.040
.380	.037
.396	.034
.404	.032
.412	.030
.429	.024
.437	.021
.445	.018
.461	.016
.469	.014
.478	.013
.494	.009
.502	.008
.510	.008
.527	.007
.535	.006
.543	.004
.559	.004
.567	.003
.576	.003
.592	.003
.600	.002
.608	.002
.624	.001
.633	.001
.641	.001
.657	.001
.665	.001
.673	.001
.690	.000
.	.
.	.
.	.
1.000	.000

$b = 8$

W	P
.000	1.000
.006	.998
.012	.967
.019	.957
.025	.914
.031	.890
.038	.853
.044	.842
.050	.764
.056	.754
.062	.709
.069	.677
.075	.660
.081	.637
.094	.557
.100	.509
.106	.500
.112	.471
.119	.453
.125	.404
.131	.390
.137	.364
.144	.348
.156	.325
.162	.297
.169	.283
.175	.247
.181	.231
.194	.217
.200	.185
.206	.182
.212	.162
.219	.155
.225	.153
.231	.144
.238	.122
.244	.120
.250	.112
.256	.106
.262	.098
.269	.091
.281	.077
.294	.067
.300	.062
.306	.061
.312	.052
.319	.049
.325	.046
.331	.043
.338	.038

TABLE A.14 *(continued)*

$k = 4$				$k = 5$					
$b = 8$ (cont.)		$b = 8$ (cont.)		$b = 3$		$b = 3$ (cont.)		$b = 3$ (cont.)	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.344	.037	.500	.004	.000	1.000	.333	.475	.667	.063
.356	.031	.506	.004	.022	1.000	.356	.432	.689	.056
.362	.028	.512	.003	.044	.988	.378	.406	.711	.045
.369	.026	.519	.003	.067	.972	.400	.347	.733	.038
.375	.023	.525	.002	.089	.941	.422	.326	.756	.028
.381	.021	.531	.002	.111	.914	.444	.291	.778	.026
.394	.019	.538	.002	.133	.845	.467	.253	.800	.017
.400	.015	.544	.002	.156	.831	.489	.236	.822	.015
.406	.015	.550	.002	.178	.768	.511	.213	.844	.008
.412	.013	.556	.002	.200	.720	.533	.172	.867	.005
.419	.013	.562	.001	.222	.682	.556	.163	.889	.004
.425	.011	.569	.001	.244	.649	.578	.127	.911	.003
.431	.010	.575	.001	.267	.595	.600	.117	.956	.001
.438	.009	.581	.001	.289	.559	.622	.096	1.000	.000
.444	.008	.594	.001	.311	.493	.644	.080		
.450	.008	.606	.001						
.456	.008	.612	.000						
.462	.007	.	.						
.469	.007	.	.						
.475	.006	.	.						
.481	.005	1.000	.000						
.494	.004								

Source: Donald B. Owen, *Handbook of Statistical Tables*, Reading, Mass: Addison-Wesley, 1962, and Maurice G. Kendall, *Rank Correlation Methods*, fourth edition, Charles Griffin & Company, Ltd, High Wycombe, Bucks., England; reprinted by permission.

Note: P = the probability of a computed value of W greater than or equal to the tabulated value.

TABLE A.15 **Critical values of minimum r_i for comparison of k treatments against one control in b sets of observations: a one-tailed critical region with an experimentwise error rate**

b	Level of significance for min r_i	*k = number of treatments (excluding control)*							
		2	3	4	5	6	7	8	9
4	.15	0 (.113)*	—	—	—	—	—	—	—
	.10	—	—	—	—	—	—	—	—
	.05	—	—	—	—	—	—	—	—
5	.15	0 (.058)	0 (.082)	0 (.104)	0	—	—	—	—
	.10	0 (.058)	0 (.082)	—	—	—	—	—	—
	.05	—	—	—	—	—	—	—	—
6	.15	0 (.030)	0 (.043)	0 (.055)	0	0	0	0	0
	.10	0 (.030)	0 (.043)	0 (.055)	0	0	—	—	—
	.05	0 (.030)	0 (.043)	—	—	—	—	—	—
7	.15	1 (.113)	0 (.022)	0 (.029)	0	0	0	0	0
	.10	0 (.015)	0 (.022)	0 (.029)	0	0	0	0	0
	.05	0 (.015)	0 (.022)	0 (.029)	0	—	—	—	—
8	.15	1 (.066)	1 (.092)	1	0	0	0	0	0
	.10	1 (.066)	1 (.092)	0	0	0	0	0	0
	.05	0 (.008)	0 (.011)	0	0	0	0	0	0
9	.15	1 (.037)	1 (.053)	1	1	1	1	1	1
	.10	1 (.037)	1 (.053)	1	1	0	0	0	0
	.05	1 (.037)	0 (.006)	0	0	0	0	0	0
10	.15	2 (.100)	2 (.139)	1	1	1	1	1	1
	.10	1 (.021)	1 (.030)	1	1	1	1	1	1
	.05	1 (.021)	1 (.030)	1	0	0	0	0	0
11	.15	2 (.061)	2 (.087)	2	2	1	1	1	1
	.10	2 (.061)	2 (.087)	1	1	1	1	1	1
	.05	1 (.011)	1 (.017)	1	1	1	1	0	0
12	.15	3 (.131)	2 (.053)	2	2	2	2	2	2
	.10	2 (.037)	2 (.053)	2	2	1	1	1	1
	.05	2 (.037)	1 (.009)	1	1	1	1	1	1
13	.15	3 (.085)	3 (.119)	2	2	2	2	2	2
	.10	3 (.085)	2 (.031)	2	2	2	2	2	2
	.05	2 (.022)	2 (.031)	2	1	1	1	1	1
14	.15	3 (.054)	3 (.077)	3	3	3	2	2	2
	.10	3 (.054)	3 (.077)	2	2	2	2	2	2
	.05	2 (.013)	2 (.018)	2	2	2	2	1	1
15	.15	4 (.108)	4 (.149)	3	3	3	3	3	3
	.10	3 (.034)	3 (.048)	3	3	3	2	2	2
	.05	3 (.034)	3 (.034)	2	2	2	2	2	2
16	.15	4 (.072)	4	4	3	3	3	3	3
	.10	4 (.072)	3	3	3	3	3	3	3
	.05	3 (.021)	3	3	3	2	2	2	2

*( ) Exact cumulative probability.

TABLE A.15 (continued)

b	Level of significance for min r_i	k = number of treatments (excluding control) 2	3	4	5	6	7	8	9
17	.15	5 (.129)	4	4	4	4	4	3	3
	.10	4 (.046)	4	4	3	3	3	3	3
	.05	4 (.046)	3	3	3	3	3	2	2
18	.15	5 (.089)	5	4	4	4	4	4	4
	.10	5 (.089)	4	4	4	4	4	3	3
	.05	4 (.029)	4	3	3	3	3	3	3
19	.15	6 (.149)	5	5	5	4	4	4	4
	.10	5 (.060)	5	4	4	4	4	4	4
	.05	4 (.019)	4	4	4	3	3	3	3
20	.15	6 (.105)	6	5	5	5	5	5	5
	.10	5 (.039)	5	5	5	4	4	4	4
	.05	5 (.039)	4	4	4	4	4	3	3
21	.15	6 (.073)	6	6	5	5	5	5	5
	.10	6 (.073)	5	5	5	5	5	5	5
	.05	5 (.026)	5	5	4	4	4	4	4
22	.15	7 (.121)	6	6	6	6	6	5	5
	.10	6 (.050)	6	6	5	5	5	5	5
	.05	6 (.050)	5	5	5	4	4	4	4
23	.15	7 (.086)	7	6	6	6	6	6	6
	.10	7 (.086)	6	6	6	6	5	5	5
	.05	6 (.033)	6	5	5	5	5	5	5
24	.15	8 (.136)	7	7	7	6	6	6	6
	.10	7 (.060)	7	6	6	6	6	6	6
	.05	6 (.022)	6	6	5	5	5	5	5
25	.15	8	8	7	7	7	7	7	7
	.10	7	7	7	7	6	6	6	6
	.05	7	6	6	6	6	6	5	5
30	.15	10	10	9	9	9	9	9	9
	.10	10	9	9	9	8	8	8	8
	.05	9	8	8	8	8	8	7	7
35	.15	12	12	12	11	11	11	11	11
	.10	12	11	11	11	10	10	10	10
	.05	11	10	10	10	10	9	9	9
40	.15	15	14	14	13	13	13	13	13
	.10	14	13	13	13	13	12	12	12
	.05	13	12	12	12	12	11	11	11
45	.15	17	16	16	16	15	15	15	15
	.10	16	16	15	15	15	14	14	14
	.05	15	14	14	14	14	13	13	13
50	.15	19	18	18	18	17	17	17	17
	.10	18	18	17	17	17	17	16	16
	.05	17	17	16	16	16	16	15	15

Source: A. L. Rhyne, Jr., and R. G. D. Steel. "Tables for a Treatments versus Control Multiple Comparisons Sign Test," *Technometrics*, Vol. 7, No. 3 (Aug. 1965), pp. 297–298; reprinted by permission.

TABLE A.16 **Critical values of minimum$_i$[min(r_i, $b - r_i$)] for comparison of k treatments against one control in b sets of observations: a two-tailed critical region with an experimentwise error rate**

b	Level of significance for min$_i$[min(r_i, $b - r_i$)]	*k = number of treatments (excluding control)*							
		2	3	4	5	6	7	8	9
6	.10	0 (.060)*	0 (.085)	—	—	—	—	—	—
	.05	—	—	—	—	—	—	—	—
	.01	—	—	—	—	—	—	—	—
7	.10	0 (.030)	0 (.044)	0 (.057)	—	—	—	—	—
	.05	0 (.030)	—	—	—	—	—	—	—
	.01	—	—	—	—	—	—	—	—
8	.10	0 (.015)	0 (.023)	0	0	0	0	0	0
	.05	0 (.015)	0 (.023)	0	—	—	—	—	—
	.01	—	—	—	—	—	—	—	—
9	.10	1 (.074)	0 (.011)	0	0	0	0	0	0
	.05	0 (.008)	0 (.011)	0	0	0	0	—	—
	.01	—	—	—	—	—	—	—	—
10	.10	1 (.041)	1 (.060)	1	0	0	0	0	0
	.05	1 (.041)	0 (.006)	0	0	0	0	0	0
	.01	0 (.004)	0 (.006)	—	—	—	—	—	—
11	.10	1 (.023)	1 (.034)	1	1	1	1	0	0
	.05	1 (.023)	1 (.034)	0	0	0	0	0	0
	.01	0 (.002)	0 (.003)	0	—	—	—	—	—
12	.10	2 (.073)	1 (.018)	1	1	1	1	1	1
	.05	1 (.012)	1 (.018)	1	1	0	0	0	0
	.01	0 (.001)	0 (.001)	0	0	0	0	—	—
13	.10	2 (.043)	2 (.063)	2	1	1	1	1	1
	.05	2 (.043)	1 (.011)	1	1	1	1	1	1
	.01	1 (.007)	0 (.001)	0	0	0	0	0	0
14	.10	2 (.025)	2 (.037)	2	2	2	2	1	1
	.05	2 (.025)	2 (.037)	1	1	1	1	1	1
	.01	1 (.004)	1 (.005)	0	0	0	0	0	0
15	.10	3 (.067)	3 (.096)	2	2	2	2	2	2
	.05	2 (.014)	2 (.021)	2	2	1	1	1	1
	.01	1 (.002)	1 (.003)	1	1	0	0	0	0
16	.10	3 (.041)	3	3	2	2	2	2	2
	.05	3 (.041)	2	2	2	2	2	2	2
	.01	2 (.008)	1	1	1	1	1	1	0
17	.10	4 (.093)	3	3	3	3	3	2	2
	.05	3 (.024)	3	2	2	2	2	2	2
	.01	2 (.005)	1	1	1	1	1	1	1

TABLE A.16 *(continued)*

b	Level of significance for $\min_i[\min(r_i, b - r_i)]$	*k = number of treatments (excluding control)* 2	3	4	5	6	7	8	9
18	.10	4 (.059)	4	3	3	3	3	3	3
	.05	3 (.015)	3	3	3	2	2	2	2
	.01	2 (.003)	2	2	1	1	1	1	1
19	.10	4 (.037)	4	4	4	3	3	3	3
	.05	4 (.037)	3	3	3	3	3	3	3
	.01	3 (.009)	2	2	2	2	2	2	1
20	.10	5 (.079)	4	4	4	4	4	4	3
	.05	4 (.023)	4	3	3	3	3	3	3
	.01	3 (.005)	2	2	2	2	2	2	2
21	.10	5 (.051)	5	4	4	4	4	4	4
	.05	4 (.014)	4	4	4	4	3	3	3
	.01	3 (.003)	3	3	2	2	2	2	2
22	.10	6 (.099)	5	5	5	5	4	4	4
	.05	5 (.033)	4	4	4	4	4	4	4
	.01	4 (.009)	3	3	3	3	3	2	2
23	.10	6 (.066)	5	5	5	5	5	5	5
	.05	5 (.021)	5	5	4	4	4	4	4
	.01	4 (.005)	3	3	3	3	3	3	3
24	.10	6 (.043)	6	6	5	5	5	5	5
	.05	6 (.043)	5	5	5	5	5	4	4
	.01	4 (.003)	4	4	3	3	3	3	3
25	.10	7	6	6	6	6	6	5	5
	.05	6	6	5	5	5	5	5	5
	.01	4	4	4	4	4	4	3	3
30	.10	9	8	8	8	8	7	7	7
	.05	8	8	7	7	7	7	7	7
	.01	6	6	6	6	5	5	5	5
35	.10	11	10	10	10	10	9	9	9
	.05	10	9	9	9	9	9	9	8
	.01	8	8	8	7	7	7	7	7
40	.10	13	12	12	12	12	11	11	11
	.05	12	12	11	11	11	11	11	10
	.01	10	10	9	9	9	9	9	9
45	.10	15	14	14	14	14	13	13	13
	.05	14	14	13	13	13	13	12	12
	.01	12	12	11	11	11	11	11	11
50	.10	17	17	16	16	16	16	15	15
	.05	16	16	15	15	15	15	14	14
	.01	14	14	13	13	13	13	13	12

Source: A. L Rhyne, Jr., and R. G. D. Steel, "Tables for a Treatments versus Control Multiple Comparisons Sign Test," *Technometrics*, Vol. 7, No. 3 (Aug. 1965), p. 299; reprinted by permission.

TABLE A.17 **Selected critical values of *L*, for Page's ordered alternatives test**

k	3			4		
	α			α		
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2			28		60	58
3		42	41	89	87	84
4	56	55	54	117	114	111
5	70	68	66	145	141	137
6	83	81	79	172	167	163
7	96	93	91	198	193	189
8	109	106	104	225	220	214
9	121	119	116	252	246	240
10	134	131	128	278	272	266
11	147	144	141	305	298	292
12	160	156	153	331	324	317
13	172	169	165			
14	185	181	178			
15	197	194	190			
16	210	206	202			
17	223	218	215			
18	235	231	227			
19	248	243	239			
20	260	256	251			

	5			6		
	α			α		
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2	109	106	103	178	173	166
3	160	155	150	260	252	244
4	210	204	197	341	331	321
5	259	251	244	420	409	397
6	307	299	291	499	486	474
7	355	346	338	577	563	550
8	403	393	384	655	640	625
9	451	441	431	733	717	701
10	499	487	477	811	793	777
11	546	534	523	888	869	852
12	593	581	570	965	946	928

	7			8		
	α			α		
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2	269	261	252	388	376	362
3	394	382	370	567	549	532
4	516	501	487	743	722	701
5	637	620	603	917	893	869
6	757	737	719	1090	1063	1037
7	876	855	835	1262	1232	1204
8	994	972	950	1433	1401	1371
9	1113	1088	1065	1603	1569	1537
10	1230	1205	1180	1773	1736	1703
11	1348	1321	1295	1943	1905	1868
12	1465	1437	1410	2112	2072	2035

Source: E. B. Page, "Ordered Hypotheses for Multiple Treatments: A Significance Test for Linear Ranks," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 58 (1963), 216–230.

TABLE A.18 **Quantiles of the Kolmogorov test statistic**

One-sided test	$p = 0.90$	0.95	0.975	0.99	0.995
Two-sided test	$p = 0.80$	**0.90**	**0.95**	**0.98**	**0.99**
$n = 1$	.900	.950	.975	.990	.995
2	.684	.776	.842	.900	.929
3	.565	.636	.708	.785	.829
4	.493	.565	.624	.689	.734
5	.447	.509	.563	.627	.669
6	.410	.468	.519	.577	.617
7	.381	.436	.483	.538	.576
8	.358	.410	.454	.507	.542
9	.339	.387	.430	.480	.513
10	.323	.369	.409	.457	.489
11	.308	.352	.391	.437	.468
12	.296	.338	.375	.419	.449
13	.285	.325	.361	.404	.432
14	.275	.314	.349	.390	.418
15	.266	.304	.338	.377	.404
16	.258	.295	.327	.366	.392
17	.250	.286	.318	.355	.381
18	.244	.279	.309	.346	.371
19	.237	.271	.301	.337	.361
20	.232	.265	.294	.329	.352
21	.226	.259	.287	.321	.344
22	.221	.253	.281	.314	.337
23	.216	.247	.275	.307	.330
24	.212	.242	.269	.301	.323
25	.208	.238	.264	.295	.317
26	.204	.233	.259	.290	.311
27	.200	.229	.254	.284	.305
28	.197	.225	.250	.279	.300
29	.193	.221	.246	.275	.295
30	.190	.218	.242	.270	.290
31	.187	.214	.238	.266	.285
32	.184	.211	.234	.262	.281
33	.182	.208	.231	.258	.277
34	.179	.205	.227	.254	.273
35	.177	.202	.224	.251	.269
36	.174	.199	.221	.247	.265
37	.172	.196	.218	.244	.262
38	.170	.194	.215	.241	.258
39	.168	.191	.213	.238	.255
40	.165	.189	.210	.235	.252
Approximation for $n > 40$:	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Source: L. H. Miller, "Table of Percentage Points of Kolmogorov Statistics," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 51 (1956), 111–121.

TABLE A.19(a) Critical values for Lilliefors test, normal case 1 (μ unknown, σ^2 known)

	α				
n	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
3	.392	.308	.428	.453	.495
4	.351	.366	.384	.410	.455
5	.318	.333	.350	.376	.423
6	.294	.307	.324	.348	.396
7	.276	.288	.305	.328	.374
8	.260	.272	.288	.311	.353
9	.246	.258	.272	.294	.334
10	.234	.245	.259	.280	.323
11	.225	.235	.249	.269	.309
12	.216	.226	.238	.259	.300
13	.209	.218	.230	.249	.285
14	.202	.211	.224	.242	.280
15	.195	.205	.217	.235	.270
16	.189	.197	.209	.227	.261
17	.184	.192	.203	.220	.256
18	.179	.187	.198	.215	.246
19	.174	.182	.194	.210	.242
20	.170	.178	.189	.205	.235
21	.166	.174	.184	.199	.230
22	.163	.171	.180	.195	.227
23	.160	.167	.177	.193	.221
24	.156	.164	.173	.188	.217
25	.154	.160	.170	.185	.214
26	.151	.158	.167	.181	.209
27	.147	.154	.163	.177	.205
28	.146	.153	.161	.174	.202
29	.143	.149	.158	.172	.198
30	.141	.147	.155	.169	.193

TABLE A.19(b) Critical values for Lilliefors test, normal case 2 (μ known, σ^2 unknown)

	α				
n	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
2	.739	.770	.797	.820	.837
3	.551	.599	.657	.722	.798
4	.499	.529	.565	.621	.734
5	.440	.470	.507	.567	.660
6	.400	.429	.464	.514	.607
7	.375	.395	.429	.477	.566
8	.451	.374	.405	.450	.534
9	.332	.353	.382	.425	.505
10	.315	.335	.361	.401	.477
11	.300	.320	.346	.387	.466
12	.289	.307	.332	.371	.444
13	.277	.296	.320	.358	.428
14	.266	.284	.307	.341	.410
15	.259	.275	.297	.331	.397
16	.251	.257	.288	.322	.387
17	.244	.260	.282	.313	.377
18	.236	.251	.271	.302	.369
19	.231	.246	.266	.297	.357
20	.226	.241	.260	.290	.348
21	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

TABLE A.19(b) (continued)

n	α 0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
22	.214	.228	.247	.278	.334
23	.210	.223	.242	.270	.319
24	.205	.218	.236	.263	.317
25	.202	.214	.231	.256	.308
26	.197	.210	.227	.255	.305
27	.194	.208	.224	.250	.302
28	.191	.203	.219	.244	.292
29	.188	.200	.217	.242	.290
30	.185	.198	.212	.236	.284
50	$1.02/\sqrt{n}$	$1.080/\sqrt{n}$	$1.170/\sqrt{n}$	$1.310/\sqrt{n}$	$1.595/\sqrt{n}$
100	$1.04/\sqrt{n}$	$1.100/\sqrt{n}$	$1.180/\sqrt{n}$	$1.320/\sqrt{n}$	$1.610/\sqrt{n}$
≥ 101	$1.06/\sqrt{n}$	$1.120/\sqrt{n}$	$1.190/\sqrt{n}$	$1.333/\sqrt{n}$	$1.625/\sqrt{n}$

TABLE A.19(c) **Critical values for Lilliefors test, normal case 3 (μ, σ^2 both unknown)**

n	α 0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
4	.303	.320	.344	.374	.414
5	.290	.302	.319	.344	.398
6	.268	.280	.295	.321	.371
7	.252	.264	.280	.304	.353
8	.239	.251	.266	.290	.333
9	.227	.239	.253	.275	.319
10	.217	.228	.241	.262	.303
11	.209	.219	.232	.252	.291
12	.201	.210	.223	.243	.281
13	.193	.203	.215	.233	.270
14	.187	.196	.209	.227	.264
15	.181	.190	.202	.219	.256
16	.176	.184	.195	.212	.248
17	.170	.179	.190	.207	.241
18	.166	.174	.185	.201	.234
19	.162	.171	.181	.197	.230
20	.159	.167	.177	.192	.223
21	.155	.163	.173	.188	.219
22	.152	.160	.170	.185	.214
23	.149	.156	.165	.181	.210
24	.145	.153	.162	.177	.205
25	.144	.151	.159	.173	.202
26	.141	.147	.156	.170	.198
27	.138	.145	.153	.166	.193
28	.136	.142	.151	.165	.191
29	.134	.140	.149	.162	.188
30	.132	.138	.146	.159	.183
31	$\frac{0.741}{d_n}$	$\frac{0.775}{d_n}$	$\frac{0.819}{d_n}$	$\frac{0.895}{d_n}$	$\frac{1.035}{d_n}$

$$d_n = (\sqrt{n} - 0.01 + 0.83/\sqrt{n})$$

Source: Andrew L. Mason and C. B. Bell, "New Lilliefors and Srinivasan Tables with Applications," *Communic. Statist.—Simul.*, Vol. 15, No. 2 (1986), pp. 457–459. Copyright (c) 1986 by Marcel Dekker, Inc.; reprinted by permission.

TABLE A.20(a) **Quantiles of the Smirnov test statistic for two samples of equal size *n***

One-sided test	$p = 0.90$	0.95	0.975	0.99	0.995
Two-sided test	$p = 0.80$	0.90	0.95	0.98	0.99
$n = 3$	2/3	2/3			
4	3/4	3/4	3/4		
5	3/5	3/5	4/5	4/5	4/5
6	3/6	4/6	4/6	5/6	5/6
7	4/7	4/7	5/7	5/7	5/7
8	4/8	4/8	5/8	5/8	6/8
9	4/9	5/9	5/9	6/9	6/9
10	4/10	5/10	6/10	6/10	7/10
11	5/11	5/11	6/11	7/11	7/11
12	5/12	5/12	6/12	7/12	7/12
13	5/13	6/13	6/13	7/13	8/13
14	5/14	6/14	7/14	7/14	8/14
15	5/15	6/15	7/15	8/15	8/15
16	6/16	6/16	7/16	8/16	9/16
17	6/17	7/17	7/17	8/17	9/17
18	6/18	7/18	8/18	9/18	9/18
19	6/19	7/19	8/19	9/19	9/19
20	6/20	7/20	8/20	9/20	10/20
21	6/21	7/21	8/21	9/21	10/21
22	7/22	8/22	8/22	10/22	10/22
23	7/23	8/23	9/23	10/23	10/23
24	7/24	8/24	9/24	10/24	11/24
25	7/25	8/25	9/25	10/25	11/25
26	7/26	8/26	9/26	10/26	11/26
27	7/27	8/27	9/27	11/27	11/27
28	8/28	9/28	10/28	11/28	12/28
29	8/29	9/29	10/29	11/29	12/29
30	8/30	9/30	10/30	11/30	12/30
31	8/31	9/31	10/31	11/31	12/31
32	8/32	9/32	10/32	12/32	12/32
33	8/33	9/33	11/33	12/33	13/33
34	8/34	10/34	11/34	12/34	13/34
35	8/35	10/35	11/35	12/35	13/35
36	9/36	10/36	11/36	12/36	13/36
37	9/37	10/37	11/37	13/37	13/37
38	9/38	10/38	11/38	13/38	14/38
39	9/39	10/39	11/39	13/39	14/39
40	9/40	10/40	12/40	13/40	14/40
Approximation for $n > 40$:	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.73}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.92}{\sqrt{n}}$	$\frac{2.15}{\sqrt{n}}$	$\frac{2.30}{\sqrt{n}}$

Source: Z. W. Birnbaum and R. A. Hall, "Small-Sample Distribution for Multi-Sample Statistics of the Smirnov Type," *Ann. Math. Statist.*, 31 (1960), 710–720.

TABLE A.20(b) **Quantiles of the Smirnov test statistic for two samples of different size**

One-sided test		$p = 0.90$	0.95	0.975	0.99	0.995
Two-sided test		$p = 0.80$	0.90	0.95	0.98	0.99
$N_1 = 1$	$N_2 = 9$	17/18				
	10	9/10				
$N_1 = 2$	$N_2 = 3$	5/6				
	4	3/4				
	5	4/5	4/5			
	6	5/6	5/6			
	7	5/7	6/7			
	8	3/4	7/8	7/8		
	9	7/9	8/9	8/9		
	10	7/10	4/5	9/10		
$N_1 = 3$	$N_2 = 4$	3/4	3/4			
	5	2/3	4/5	4/5		
	6	2/3	2/3	5/6		
	7	2/3	5/7	6/7	6/7	
	8	5/8	3/4	3/4	7/8	
	9	2/3	2/3	7/9	8/9	8/9
	10	3/5	7/10	4/5	9/10	9/10
	12	7/12	2/3	3/4	5/6	11/12
$N_1 = 4$	$N_2 = 5$	3/5	3/4	4/5	4/5	
	6	7/12	2/3	3/4	5/6	5/6
	7	17/28	5/7	3/4	6/7	6/7
	8	5/8	5/8	3/4	7/8	7/8
	9	5/9	2/3	3/4	7/9	8/9
	10	11/20	13/20	7/10	4/5	4/5
	12	7/12	2/3	2/3	3/4	5/6
	16	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16
$N_1 = 5$	$N_2 = 6$	3/5	2/3	2/3	5/6	5/6
	7	4/7	23/35	5/7	29/35	6/7
	8	11/20	5/8	27/40	4/5	4/5
	9	5/9	3/5	31/45	7/9	4/5
	10	1/2	3/5	7/10	7/10	4/5
	15	8/15	3/5	2/3	11/15	11/15
	20	1/2	11/20	3/5	7/10	3/4
$N_1 = 6$	$N_2 = 7$	23/42	4/7	29/42	5/7	5/6
	8	1/2	7/12	2/3	3/4	3/4
	9	1/2	5/9	2/3	13/18	7/9
	10	1/2	17/30	19/30	7/10	11/15
	12	1/2	7/12	7/12	2/3	3/4
	18	4/9	5/9	11/18	2/3	13/18
	24	11/24	1/2	7/12	5/8	2/3
$N_1 = 7$	$N_2 = 8$	27/56	33/56	5/8	41/56	3/4
	9	31/63	5/9	40/63	5/7	47/63
	10	33/70	39/70	43/70	7/10	5/7
	14	3/7	1/2	4/7	9/14	5/7
	28	3/7	13/28	15/28	17/28	9/14
$N_1 = 8$	$N_2 = 9$	4/9	13/24	5/8	2/3	3/4
	10	19/40	21/40	23/40	27/40	7/10
	12	11/24	1/2	7/12	5/8	2/3
	16	7/16	1/2	9/16	5/8	5/8
	32	13/32	7/16	1/2	9/16	19/32

TABLE A.20(b) *(continued)*

One-sided test		$p = 0.90$	0.95	0.975	0.99	0.995
Two-sided test		$p = 0.80$	0.90	0.95	0.98	0.99
$N_1 = 9$	$N_2 = 10$	7/15	1/2	26/45	2/3	31/45
	12	4/9	1/2	5/9	11/18	2/3
	15	19/45	22/45	8/15	3/5	29/45
	18	7/18	4/9	1/2	5/9	11/18
	36	13/36	5/12	17/36	19/36	5/9
$N_1 = 10$	$N_2 = 15$	2/5	7/15	1/2	17/30	19/30
	20	2/5	9/20	1/2	11/20	3/5
	40	7/20	2/5	9/20	1/2	
$N_1 = 12$	$N_2 = 15$	23/60	9/20	1/2	11/20	7/12
	16	3/8	7/16	23/48	13/24	7/12
	18	13/36	5/12	17/36	19/36	5/9
	20	11/30	5/12	7/15	31/60	17/30
$N_1 = 15$	$N_2 = 20$	7/20	2/5	13/30	29/60	31/60
$N_1 = 16$	$N_2 = 20$	27/80	31/80	17/40	19/40	41/80
Large-sample approximation:		$1.07\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.22\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.36\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.52\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.63\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$

Source: Frank J. Massey, Jr., "Distribution Table for the Deviation between Two Sample Cumulatives," *Ann. Math. Statist.*, 23 (1952), 435–441. This table incorporates the corrections reported in Louis S. Davis, "Table Errata 266," *Math. of Computation*, 12 (1958), 262–263

TABLE A.21 Critical values of Spearman's rank correlation coefficient

$\alpha(2)$:	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
$\alpha(1)$:	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
4	0.600	1.000	1.000						
5	0.500	0.800	0.900	1.000	1.000				
6	0.371	0.657	0.829	0.886	0.943	1.000	1.000		
7	0.321	0.571	0.714	0.786	0.893	0.929	0.964	1.000	1.000
8	0.310	0.524	0.643	0.738	0.833	0.881	0.905	0.952	0.976
9	0.267	0.483	0.600	0.700	0.783	0.833	0.867	0.917	0.933
10	0.248	0.455	0.564	0.648	0.745	0.794	0.830	0.879	0.903
11	0.236	0.427	0.536	0.618	0.709	0.755	0.800	0.845	0.873
12	0.217	0.406	0.503	0.587	0.678	0.727	0.769	0.818	0.846
13	0.209	0.385	0.484	0.560	0.648	0.703	0.747	0.791	0.824
14	0.200	0.367	0.464	0.538	0.626	0.679	0.723	0.771	0.802
15	0.189	0.354	0.446	0.521	0.604	0.654	0.700	0.750	0.779
16	0.182	0.341	0.429	0.503	0.582	0.635	0.679	0.729	0.762
17	0.176	0.328	0.414	0.485	0.566	0.615	0.662	0.713	0.748
18	0.170	0.317	0.401	0.472	0.550	0.600	0.643	0.695	0.728
19	0.165	0.309	0.391	0.460	0.535	0.584	0.628	0.677	0.712
20	0.161	0.299	0.380	0.447	0.520	0.570	0.612	0.662	0.696
21	0.156	0.292	0.370	0.435	0.508	0.556	0.599	0.648	0.681
22	0.152	0.284	0.361	0.425	0.496	0.544	0.586	0.634	0.667
23	0.148	0.278	0.353	0.415	0.486	0.532	0.573	0.622	0.654
24	0.144	0.271	0.344	0.406	0.476	0.521	0.562	0.610	0.642
25	0.142	0.265	0.337	0.398	0.466	0.511	0.551	0.598	0.630
26	0.138	0.259	0.331	0.390	0.457	0.501	0.541	0.587	0.619
27	0.136	0.255	0.324	0.382	0.448	0.491	0.531	0.577	0.608
28	0.133	0.250	0.317	0.375	0.440	0.483	0.522	0.567	0.598
29	0.130	0.245	0.312	0.368	0.433	0.475	0.513	0.558	0.589
30	0.128	0.240	0.306	0.362	0.425	0.467	0.504	0.549	0.580
31	0.126	0.236	0.301	0.356	0.418	0.459	0.496	0.541	0.571
32	0.124	0.232	0.296	0.350	0.412	0.452	0.489	0.533	0.563
33	0.121	0.229	0.291	0.345	0.405	0.446	0.482	0.525	0.554
34	0.120	0.225	0.287	0.340	0.399	0.439	0.475	0.517	0.547
35	0.118	0.222	0.283	0.335	0.394	0.433	0.468	0.510	0.539
36	0.116	0.219	0.279	0.330	0.388	0.427	0.462	0.504	0.533
37	0.114	0.216	0.275	0.325	0.383	0.421	0.456	0.497	0.526
38	0.113	0.212	0.271	0.321	0.378	0.415	0.450	0.491	0.519
39	0.111	0.210	0.267	0.317	0.373	0.410	0.444	0.485	0.513
40	0.110	0.207	0.264	0.313	0.368	0.405	0.439	0.479	0.507
41	0.108	0.204	0.261	0.309	0.364	0.400	0.433	0.473	0.501
42	0.107	0.202	0.257	0.305	0.359	0.395	0.428	0.468	0.495
43	0.105	0.199	0.254	0.301	0.355	0.391	0.423	0.463	0.490
44	0.104	0.197	0.251	0.298	0.351	0.386	0.419	0.458	0.484
45	0.103	0.194	0.248	0.294	0.347	0.382	0.414	0.453	0.479
46	0.102	0.192	0.246	0.291	0.343	0.378	0.410	0.448	0.474
47	0.101	0.190	0.243	0.288	0.340	0.374	0.405	0.443	0.469
48	0.100	0.188	0.240	0.285	0.336	0.370	0.401	0.439	0.465
49	0.098	0.186	0.238	0.282	0.333	0.366	0.397	0.434	0.460
50	0.097	0.184	0.235	0.279	0.329	0.363	0.393	0.430	0.456

TABLE A.21 *(continued)*

α(2):	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
α(1):	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
51	0.096	0.182	0.233	0.276	0.326	0.359	0.390	0.426	0.451
52	0.095	0.180	0.231	0.274	0.323	0.356	0.386	0.422	0.447
53	0.095	0.179	0.228	0.271	0.320	0.352	0.382	0.418	0.443
54	0.094	0.177	0.226	0.268	0.317	0.349	0.379	0.414	0.439
55	0.093	0.175	0.224	0.266	0.314	0.346	0.375	0.411	0.435
56	0.092	0.174	0.222	0.264	0.311	0.343	0.372	0.407	0.432
57	0.091	0.172	0.220	0.261	0.308	0.340	0.369	0.404	0.428
58	0.090	0.171	0.218	0.259	0.306	0.337	0.366	0.400	0.424
59	0.089	0.169	0.216	0.257	0.303	0.334	0.363	0.397	0.421
60	0.089	0.168	0.214	0.255	0.300	0.331	0.360	0.394	0.418
61	0.088	0.166	0.213	0.252	0.298	0.329	0.357	0.391	0.414
62	0.087	0.165	0.211	0.250	0.296	0.326	0.354	0.388	0.411
63	0.086	0.163	0.209	0.248	0.293	0.323	0.351	0.385	0.408
64	0.086	0.162	0.207	0.246	0.291	0.321	0.348	0.382	0.405
65	0.085	0.161	0.206	0.244	0.289	0.318	0.346	0.379	0.402
66	0.084	0.160	0.204	0.243	0.287	0.316	0.343	0.376	0.399
67	0.084	0.158	0.203	0.241	0.284	0.314	0.341	0.373	0.396
68	0.083	0.157	0.201	0.239	0.282	0.311	0.338	0.370	0.393
69	0.082	0.156	0.200	0.237	0.280	0.309	0.336	0.368	0.390
70	0.082	0.155	0.198	0.235	0.278	0.307	0.333	0.365	0.388
71	0.081	0.154	0.197	0.234	0.276	0.305	0.331	0.363	0.385
72	0.081	0.153	0.195	0.232	0.274	0.303	0.329	0.360	0.382
73	0.080	0.152	0.194	0.230	0.272	0.301	0.327	0.358	0.380
74	0.080	0.151	0.193	0.229	0.271	0.299	0.324	0.355	0.377
75	0.079	0.150	0.191	0.227	0.269	0.297	0.322	0.353	0.375
76	0.078	0.149	0.190	0.226	0.267	0.295	0.320	0.351	0.372
77	0.078	0.148	0.189	0.224	0.265	0.293	0.318	0.349	0.370
78	0.077	0.147	0.188	0.223	0.264	0.291	0.316	0.346	0.368
79	0.077	0.146	0.186	0.221	0.262	0.289	0.314	0.344	0.365
80	0.076	0.145	0.185	0.220	0.260	0.287	0.312	0.342	0.363
81	0.076	0.144	0.184	0.219	0.259	0.285	0.310	0.340	0.361
82	0.075	0.143	0.183	0.217	0.257	0.284	0.308	0.338	0.359
83	0.075	0.142	0.182	0.216	0.255	0.282	0.306	0.336	0.357
84	0.074	0.141	0.181	0.215	0.254	0.280	0.305	0.334	0.355
85	0.074	0.140	0.180	0.213	0.252	0.279	0.303	0.332	0.353
86	0.074	0.139	0.179	0.212	0.251	0.277	0.301	0.330	0.351
87	0.073	0.139	0.177	0.211	0.250	0.276	0.299	0.328	0.349
88	0.073	0.138	0.176	0.210	0.248	0.274	0.298	0.327	0.347
89	0.072	0.137	0.175	0.209	0.247	0.272	0.296	0.325	0.345
90	0.072	0.136	0.174	0.207	0.245	0.271	0.294	0.323	0.343
91	0.072	0.135	0.173	0.206	0.244	0.269	0.293	0.321	0.341
92	0.071	0.135	0.173	0.205	0.243	0.268	0.291	0.319	0.339
93	0.071	0.134	0.172	0.204	0.241	0.267	0.290	0.318	0.338
94	0.070	0.133	0.171	0.203	0.240	0.265	0.288	0.316	0.336
95	0.070	0.133	0.170	0.202	0.239	0.264	0.287	0.314	0.334
96	0.070	0.132	0.169	0.201	0.238	0.262	0.285	0.313	0.332
97	0.069	0.131	0.168	0.200	0.236	0.261	0.284	0.311	0.331
98	0.069	0.130	0.167	0.199	0.235	0.260	0.282	0.310	0.329
99	0.068	0.130	0.166	0.198	0.234	0.258	0.281	0.308	0.327
100	0.068	0.129	0.165	0.197	0.233	0.257	0.279	0.307	0.326

Source: Jerrold H. Zar, *Biostatistical Analysis*, 2e, © 1984, pp. 577–578. Reprinted by permission of Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

TABLE A.22 **Critical values for use with the Kendall tau statistic**

α	0.005		0.010		0.025		0.050		0.100	
n	S	τ*	S	τ*	S	τ*	S	τ*	S	τ*
4	8	1.000	8	1.000	8	1.000	6	1.000	6	1.000
5	12	1.000	10	1.000	10	1.000	8	.800	8	.800
6	15	1.000	13	.867	13	.867	11	.733	9	.600
7	19	.905	17	.810	15	.714	13	.619	11	.524
8	22	.786	20	.714	18	.643	16	.571	12	.429
9	26	.722	24	.667	20	.556	18	.500	14	.389
10	29	.644	27	.600	23	.511	21	.467	17	.378
11	33	.600	31	.564	27	.491	23	.418	19	.345
12	38	.576	36	.545	30	.455	26	.394	20	.303
13	44	.564	40	.513	34	.436	28	.359	24	.308
14	47	.516	43	.473	37	.407	33	.363	25	.275
15	53	.505	49	.467	41	.390	35	.333	29	.276
16	58	.483	52	.433	46	.383	38	.317	30	.250
17	64	.471	58	.426	50	.368	42	.309	34	.250
18	69	.451	63	.412	53	.346	45	.294	37	.242
19	75	.439	67	.392	57	.333	49	.287	39	.228
20	80	.421	72	.379	62	.326	52	.274	42	.221
21	86	.410	78	.371	66	.314	56	.267	44	.210
22	91	.394	83	.359	71	.307	61	.264	47	.203
23	99	.391	89	.352	75	.296	65	.257	51	.202
24	104	.377	94	.341	80	.290	68	.246	54	.196
25	110	.367	100	.333	86	.287	72	.240	58	.193
26	117	.360	107	.329	91	.280	77	.237	61	.188
27	125	.356	113	.322	95	.271	81	.231	63	.179
28	130	.344	118	.312	100	.265	86	.228	68	.180
29	138	.340	126	.310	106	.261	90	.222	70	.172
30	145	.333	131	.301	111	.255	95	.218	75	.172
31	151	.325	137	.295	117	.252	99	.213	77	.166
32	160	.323	144	.290	122	.246	104	.210	82	.165
33	166	.314	152	.288	128	.242	108	.205	86	.163
34	175	.312	157	.280	133	.237	113	.201	89	.159
35	181	.304	165	.277	139	.234	117	.197	93	.156
36	190	.302	172	.273	146	.232	122	.194	96	.152
37	198	.297	178	.267	152	.228	128	.192	100	.150
38	205	.292	185	.263	157	.223	133	.189	105	.149
39	213	.287	193	.260	163	.220	139	.188	109	.147
40	222	.285	200	.256	170	.218	144	.185	112	.144

Source: L. Kaarsemaker and A. van Wijngaarden, "Tables for Use in Rank Correlation," *Statistica Neerlandica*, 7 (1953), 41–54.

* The column labeled S contains, for each n, the smallest value of S for which $P(S \geq S) \leq \alpha$. The column labeled τ^* contains, for each n, the smallest value of τ^* for which $P(\tau \geq \tau^*) \leq \alpha$.

TABLE A.23 **Probability of a sum of absolute value equal to or greater than *S* when a sample of *n* is drawn from an unassociated population**

S \ n	2	4	6	8	10	12	14	∞
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		1.0000	1.000000
1	1.0000	0.7500	0.9333	0.9036	0.9106		0.9115	0.912037
2	1.0000	0.7500	0.7556	0.7544	0.7567		0.7580	0.754630
3	1.0000	0.4167	0.6000	0.6000	0.6008		0.6039	0.599537
4	1.0000	0.4167	0.4667	0.4619	0.4662		0.4690	0.462963
5	0.0000	0.3333	0.3111	0.3508	0.3519		0.3547	0.346933
6	0.0000	0.3333	0.2222	0.2619	0.2589		0.2611	0.252025
7	0.0000	0.3333	0.1556	0.1821	0.1867		0.1876	0.177662
8	0.0000	0.3333	0.1111	0.1258	0.1333		0.1322	0.121817
9	0.0000	0.0000	0.1000	0.0839	0.0928		0.0918	0.081471
10	0.0000	0.0000	0.1000	0.0554	0.0642		0.0632	0.053295
11	0.0000	0.0000	0.1000	0.0375	0.0436		0.0432	0.034189
12	0.0000	0.0000	0.1000	0.0304	0.0290		0.0296	0.021557
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0286	0.0190		0.0202	0.013386
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0286	0.0127		0.0139	0.008200
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0286	0.0095		0.0096	0.004963
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0286	0.0083		0.0066	0.002972
17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0079		0.0045	0.001762
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0079		0.0031	0.001036
19	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0079		0.0021	0.000604
20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0079		0.0014	0.000350
21	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0010	0.000201
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0003	0.000115
23	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000065
24	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000036
25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000020
26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000011
27	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000006
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0006	0.000003
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0000	0.000002
30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0000	0.000001
31 or over	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0000	0.000000

Source: P. S. Olmstead and John W. Tukey, "A Corner Test for Association," *Ann. Math. Statist.*, 18 (1947), 495–513.

TABLE A.24

Estimates of the quantiles of Kendall's partial rank correlation coefficient

n \ $1 = \alpha$ (Quantiles)	0.75	0.80	0.85	0.90	0.925	0.950	0.975	0.98	0.99	0.995	0.999
3	0.50	1	—	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0.4472	0.5000	—	0.7071	0.7071	0.7071	1	1	1	1	1
5	0.3333	0.4082	0.4286	0.5345	0.6124	0.6667	0.8018	0.8165	0.8165	1.0	1.0
6	0.2773	0.3273	0.3889	0.4725	0.5330	0.6001	0.6667	0.7222	0.7638	0.8660	1.0
7	0.233	0.282	—	0.421	0.475	0.527	0.617	0.632	0.712	0.761	0.901
8	0.206	0.254	—	0.382	0.430	0.484	0.565	0.580	0.648	0.713	0.807
9	0.187	0.230	—	0.347	0.391	0.443	0.515	0.542	0.602	0.660	0.757
10	0.170	0.215	—	0.325	0.365	0.413	0.480	0.504	0.562	0.614	0.718
11	0.162	0.202	—	0.305	0.343	0.387	0.453	0.475	0.530	0.561	0.677
12	0.153	0.190	—	0.288	0.322	0.365	0.430	0.451	0.505	0.548	0.643
13	0.145	0.180	—	0.273	0.305	0.347	0.410	0.428	0.481	0.527	0.616
14	0.137	0.172	—	0.260	0.293	0.331	0.391	0.408	0.458	0.503	0.590
15	0.133	0.166	0.204	0.251	0.280	0.319	0.377	0.394	0.442	0.485	0.570
16	0.125	0.157	—	0.240	0.267	0.305	0.361	0.377	0.423	0.466	0.549
17	0.121	0.151	—	0.231	0.258	0.294	0.348	0.363	0.410	0.450	0.532
18	0.117	0.147	—	0.222	0.250	0.284	0.336	0.351	0.395	0.434	0.514
19	0.114	0.141	—	0.215	0.241	0.275	0.326	0.340	0.382	0.421	0.498
20	0.111	0.139	0.170	0.210	0.236	0.268	0.318	0.332	0.374	0.412	0.488
25	0.098	0.122	0.149	0.185	0.207	0.236	0.279	0.293	0.329	0.363	0.430
30	0.088	0.110	0.135	0.167	0.187	0.213	0.253	0.264	0.298	0.329	0.390
35	0.081	0.101	0.124	0.153	0.171	0.196	0.232	0.243	0.274	0.303	0.361
40	0.075	0.094	0.115	0.142	0.159	0.182	0.216	0.226	0.255	0.282	0.335
45	0.071	0.088	0.108	0.133	0.150	0.171	0.203	0.212	0.240	0.265	0.316
50	0.067	0.083	0.102	0.126	0.141	0.161	0.192	0.201	0.225	0.250	0.298
60	0.060	0.075	0.093	0.114	0.128	0.147	0.174	0.182	0.206	0.227	0.270
70	0.056	0.070	0.086	0.106	0.119	0.135	0.160	0.168	0.190	0.210	0.251
80	0.052	0.065	0.080	0.098	0.110	0.126	0.150	0.157	0.178	0.197	0.235
90	0.049	0.061	0.075	0.092	0.104	0.119	0.141	0.148	0.167	0.185	0.221

Source: S. Maghsoodloo and L. Laszio Pallos, "Asymptotic Behavior of Kendall's Partial Rank Correlation Coefficient and Additional Quantile Estimates," *J. Statist. Comput. Simul.* Vol. 13 (1981), pp. 41–48; and S. Maghsoodloo, "Estimates of the Quantiles of Kendall's Partial Rank Correlation Coefficient," *J. Statist. Comput. Simul.* Vol. 4 (1975), pp. 155–164; reprinted by permission of the copyright holder, Gordon and Breach Science Publishers, Inc.

SEPATAH KATA

Puji syukur tim penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan kasih karunia-Nya sehingga tim penulis dapat menyelesaikan *ebook* terjemahan dari buku “APLLIED NONPARANETRIC STATISTICS” ini.

Penulisan ebook in tidak lepas dari peran berbagai pihak yang telah menyukseskan terselesaikannya ebook ini. Tak lupa kami mengucapkan terimakasih kepada Bapak Sugiarto, S.S.T., M.M. yang telah membimbing kami hingga terselesaikannya *ebook* ini.

Akhir kata, taka da suatu karya yang sempurna. Apabila terdapat kesalahan dalam ebook ini, kami mohon maaf.

Penulis

TIM PENULIS

Dosen pembimbing	:	Sugiarto, S.S.T., M.M.	
Penyusun	:	Agus Dwi Cahyo	(12.6996)
Penterjemah	:		

1. *KATA PENGANTAR + BAB 1*
   - 1.1. Zanial Fahmi Firdaus (12.7448)
   - 1.2. Aisyah Seisarina (12.7004)
   - 1.3. Zulfikar Halim Lumintang (12.7450)

2. *BAB 2*
   - 2.1. Ade Rahmah Nurhidayah (11.6506)
   - 2.2. Anita Desmarini (12.7027)
   - 2.3. Septika Dwi Haryati (12.7375)

3. *BAB 3*
   - 3.1. Dwi Adni Indarti (12.7114)
   - 3.2. Muhammad Nurul Alam Hasyim (12.7268)
   - 3.3. Gita Devi Asyarita (12.7157)

4. *BAB 4*
   - 4.1. Andri Herdiana (12.7020)
   - 4.2. Arninda Tania Paramitha (12.7049)
   - 4.3. Priangga Andrew Wirawan (12.7310)

5. *BAB 5*
   - 5.1. Febi Ramdani (12.7142)
   - 5.2. Intan Rosiana (12.7185)
   - 5.3. Yayuk Ardianti (12.7434)

6. *BAB 6*
   - 6.1. Nurul Hayati Unonongo (12.7302)
   - 6.2. Husni Mubarok (12.7169)
   - 6.3. Fatma Yuliana (12.7140)

7. *BAB 7*
   - 7.1. Ucok Damero Simbolon (12.7407)
   - 7.2. Mochammad Hafid Rahmawan (12.7252)
   - 7.3. Risa Ruri Indraswari (12.7349)

8. BAB 8

8.1.	Ayuna Bharatih	(12.7062)
8.2.	Mutiara Gita Fadhilah	(12.7274)
8.3.	Liza Uli Nababan	(12.7224)

9. BAB 9

9.1.	Devni Kurnia Oktaviana	(12.7095)
9.2.	Duwy Habibi	(12.7113)
9.3.	Joko Pranoto	(12.7200)
9.4.	Sapto Nugroho	(12.7370)

10. BAB 10

10.1.	Bilal Ali Maghshar Sri Muljono	(12.7065)
10.2.	Syifa Aghnia Rahma	(12.7396)
10.3.	Yudia Pratidina Hasibuan	(12.7443)