

ESSAY UTS MSR

1. Uraikan langkah yang harus dilakukan bila ingin di bangkitkan 2000 bilangan acak seragam dengan cara bilangan acak semu dengan menentukan nilai $x_0 = 89, a = 1577, b = 93, \text{ dan } m = 105$.

Jawab:

- Apabila diketahui $n = \{0, 1, 2, \dots, 1999\}$
- Kemudian substitusi nilai-nilai yang sudah diketahui ke dalam rumus untuk membangkitkan bilangan dari sebaran seragam.

$$X_{n+1} = aX_n + b(\text{mod } m), n \geq 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= 1577(89) + 93(\text{mod } 105) \\ &= 140446 (\text{mod } 105) = 61 \end{aligned}$$

- Lakukan iterasi dari $n = 0$ hingga $n = 1999$, sehingga akan menghasilkan bilangan bangkitan acak sebanyak 2000.

$$X_{2000} = aX_{1999} + b(\text{mod } m)$$

2. Cara lain untuk memeriksa keacakan bilangan hasil bangkitan adalah dengan menggunakan RUN TEST. Uraikan langkah run test tersebut.

Jawab:

- Menentukan panjang run (*length of run*), yaitu jumlah bilangan acak yang berurutan yang bernilai sama.
- Menentukan banyaknya run (*number of run*) dalam rangkaian bilangan acak yang diuji. Banyaknya run merupakan jumlah kelompok bilangan acak yang berurutan dengan nilai yang sama.
- Menghitung nilai Z-score dengan rumus berikut:

$$Z = \frac{R - E(R)}{SD(R)}$$

Di mana, R merupakan banyaknya run, E(R) merupakan nilai rata-rata banyaknya run, dan SD(R) adalah simpangan baku dari banyaknya run.

- Menentukan batas kritis Z dengan menggunakan tabel distribusi Normal. Batas kritis tergantung tingkat pada tingkat signifikansi yang dipilih, seperti 0.05 atau 0.01.
- Membandingkan nilai Z-score yang dihitung dengan batas kritis. Apabila nilai Z-score lebih kecil dari batas kritis, maka bilangan acak yang dihasilkan dianggap acak. Namun, jika Z-score lebih besar daripada batas kritis, maka bilangan acak yang dihasilkan dianggap tidak acak.

3. Jika U_i adalah bilangan acak Seragam (0, 1) yang saling bebas, maka $N = \sum_{i=1}^B U_i - A$ akan memiliki sebaran mendekati Normal (3, 1), untuk besaran A dan B sebesar?

Jawab:

Diketahui:

$$\mu = 3, \sigma = 1$$

$$N = \sum_{i=1}^B U_i - A \sim \text{Normal}(3, 1)$$

$$\text{Var}(N) = \sum_{i=1}^B \text{Var}(U_i) = \frac{n}{12} = \sigma^2$$

$$E(N) = \sum_{i=1}^B U_i + A = \frac{B}{2} + A = \mu$$

Diperoleh:

$$B = 12\sigma^2$$

$$= 12 \cdot 1 = \mathbf{12}$$

$$A = \mu - \frac{B}{2}$$

$$= 3 - \frac{12}{2} = 3 - 6 = \mathbf{3}$$

Maka, besaran $A = 3$ dan $B = 12$

4. Uraikan cara pembangkitan bilangan acak bernoulli(0.5) dari bilangan acak yang menyebar normal(0, 1).

Jawab:

- Menentukan bentuk dari fungsi sebaran kumulatif X , pada soal ini $X \sim \text{Bernoulli}(0.5)$
 $0 \leq F(X) \leq 1$
 $0 \leq X \leq 1$
- Cari fungsi invers dari $F(X) \rightarrow F^{-1}(X)$
- Bangkitkan sebuah bilangan acak yang berdistribusi $\text{Normal}(0, 1) \rightarrow U$
- Hitung nilai $X = F^{-1}(U)$
- Nilai X akan memiliki sebaran target