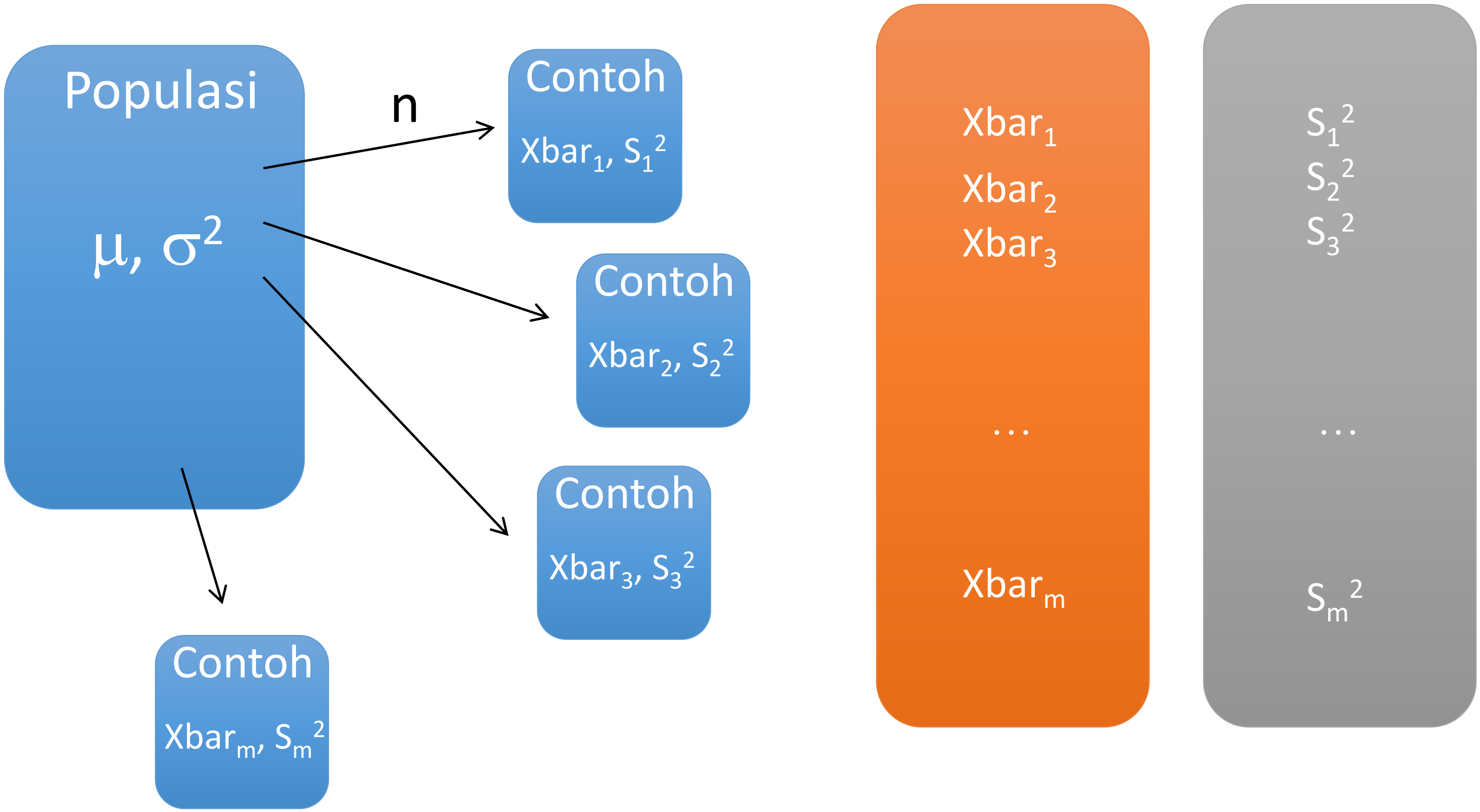
Pembuktian Teorema Statistika

Sebaran Percontohan dan Dalil Limit Pusat

STK473 – Praktikum 5

MRJ

Sebaran Percontohan



→ Sebaran peluang dari suatu statistik tertentu ←

Teorema Limit Pusat

Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah contoh acak dari populasi dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2 (sebarannya tidak harus normal). Jika $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)/n$ dan n besar (secara matematis n→∞) maka $\bar{X}$ akan menyebar NORMAL dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2/n

- Dalil limit pusat sangat berguna sebagai dasar atau alasan mengapa kita sering menggunakan sebaran NORMAL dalam inferensi statistika walaupun sebaran datanya TIDAK NORMAL.

Teorema Limit Pusat

- Algoritme
  - Tentukan ukuran contoh (n)
  - Tentukan sebaran data
  - Ulang k kali
    - Ambil n contoh acak dari sebaran data yang sudah ditentukan
    - Hitung rataannya lalu simpan
  - Periksa sebaran dari k rataan

Simulasi

- Kondisi:
  - Populasi tak terhingga
  - Populasi terhingga
- Faktor:
  - Banyaknya contoh (10, 30, 100)
  - Jenis distribusi (Normal, Exponential, Uniform)

Simulasi

- Populasi Tak Terhingga

	n=10	n=30	n=100
Normal	k<-1000 n<-10 x11<-matrix(rnorm(n*k),k) x11<-apply(x11,1,mean) hist(x11); mean(x11); var(x11)	k<-1000 n<-30 x12<-matrix(rnorm(n*k),k) x12<-apply(x12,1,mean) hist(x12); mean(x12); var(x12)	k<-1000 n<-100 x13<-matrix(rnorm(n*k),k) x13<-apply(x13,1,mean) hist(x13); mean(x13); var(x13)
Eksponensial	k<-1000 n<-10 x21<-matrix(rexp(n*k),k) x21<-apply(x21,1,mean) hist(x21); mean(x21); var(x21)	k<-1000 n<-30 x22<-matrix(rexp(n*k),k) x22<-apply(x22,1,mean) hist(x22) ; mean(x22); var(x22)	k<-1000 n<-100 x23<-matrix(rexp(n*k),k) x23<-apply(x23,1,mean) hist(x23); mean(x23); var(x23)
Seragam	k<-1000 n<-10 x31<-matrix(runif(n*k),k) x31<-apply(x31,1,mean) hist(x31); mean(x31); var(x31)	k<-1000 n<-30 x32<-matrix(runif(n*k),k) x32<-apply(x32,1,mean) hist(x32); mean(x32); var(x32)	k<-1000 n<-100 x33<-matrix(runif(n*k),k) x33<-apply(x33,1,mean) hist(x33); mean(x33); var(x33)

Simulasi

```
windows();par(mfrow=c(3,3))
hist(x11);hist(x12);hist(x13);
hist(x21);hist(x22);hist(x23);
hist(x31);hist(x32);hist(x33);
```

Simulasi

- Populasi Terhingga

```
y1<-rnorm(10000)
y2<-rexp(10000)
y3<-runif(10000)
hist(y1); mean(y1); var(y1)
hist(y2); mean(y2); var(y2)
hist(y3); mean(y3); var(y3)
```

- Populasi Terhingga

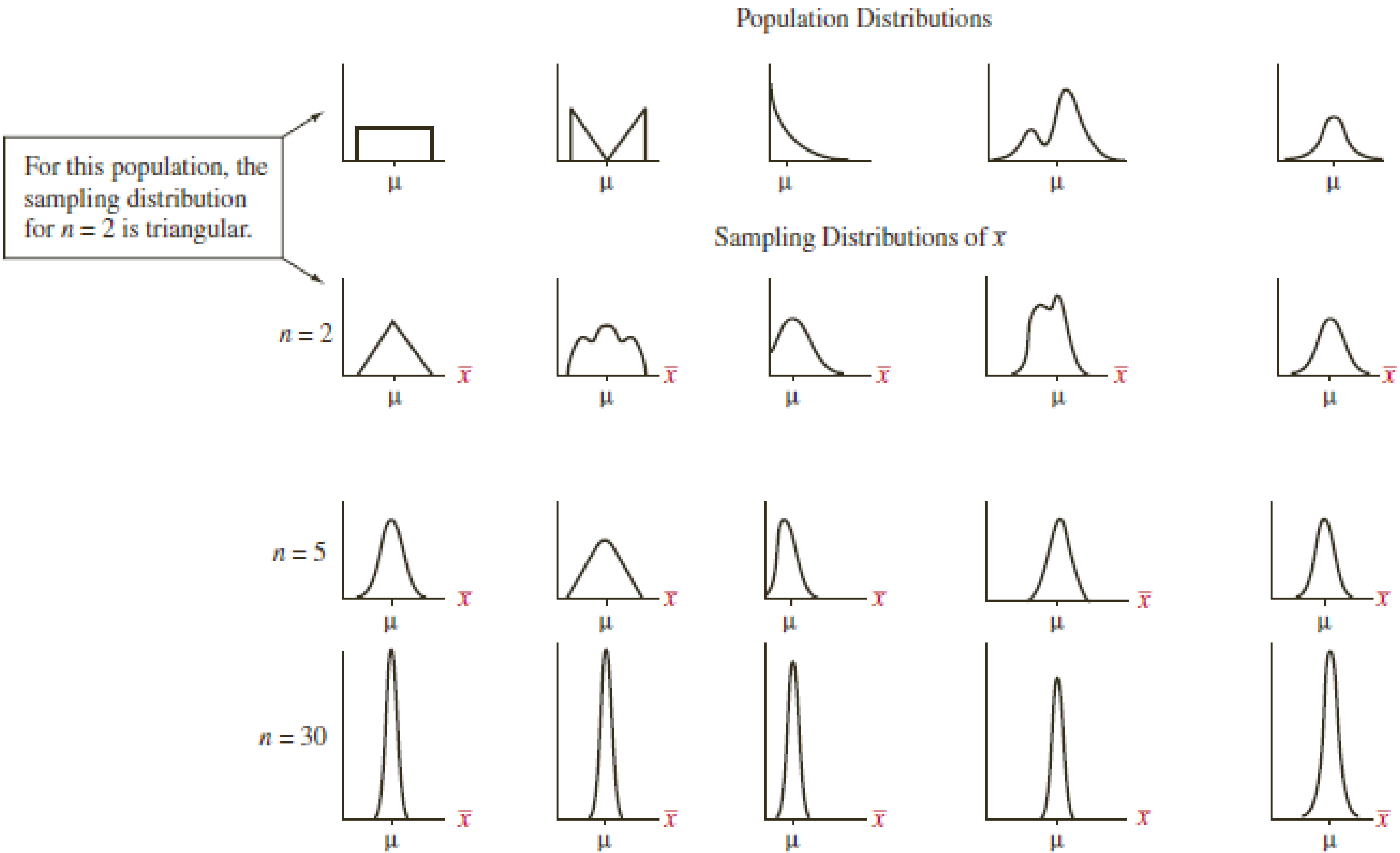
```
k<-1000
n<-10
z11<-matrix(sample(y1,
   n*k),k)
z21<-matrix(sample(y2,
   n*k),k)
z31<-matrix(sample(y3,
   n*k),k)
z11<-apply(z11,1,mean)
z21<-apply(z21,1,mean)
z31<-apply(z31,1,mean)
hist(z11)
mean(z11)
var(z11)
hist(z21)
mean(z21)
var(z21)
hist(z31)
mean(z31)
var(z31)
```

```
k<-1000
n<-30
z12<-matrix(sample(y1,
   n*k),k)
z22<-matrix(sample(y2,
   n*k),k)
z32<-matrix(sample(y3,
   n*k),k)
z12<-apply(z12,1,mean)
z22<-apply(z22,1,mean)
z32<-apply(z32,1,mean)
hist(z12)
mean(z12)
var(z12)
hist(z22)
mean(z22)
var(z22)
hist(z32)
mean(z32)
var(z32)
```

```
k<-1000
n<-100
z13<-matrix(sample(y1,
   n*k),k)
z23<-matrix(sample(y2,
   n*k),k)
z33<-matrix(sample(y3,
   n*k),k)
z13<-apply(z13,1,mean)
z23<-apply(z23,1,mean)
z33<-apply(z33,1,mean)
hist(z13)
mean(z13)
var(z13)
hist(z23)
mean(z23)
var(z23)
hist(z33)
mean(z33)
var(z33)
```

Simulasi

```
windows();par(mfrow=c(3,3))
hist(z11);hist(z12);hist(z13);
hist(z21);hist(z22);hist(z23);
hist(z31);hist(z32);hist(z33);
```



Population Distributions
For this population, the sampling distribution for n = 2 is triangular.
Sampling Distributions of x̄
n = 2
n = 5
n = 30
μ
x̄

MRJ

thank you!