

Appunti Scolastici Generali Istituto Salvini

Matteo Leggio

1 Prefazione

1.1 Istruzioni di Build

I seguenti appunti sono accessibili al pubblico tramite il repository Github ‘ZenT3600/appunti’. Di seguito si trovano le istruzioni per compilare le sorgenti LaTeX in effettivi documenti PDF condivisibili.

I pacchetti richiesti per l’operazione sono:

- texlive-most
- git
- make

ed un sistema operativo Linux, preferibilmente Arch Linux (il sistema su cui viene compilato solitamente)

Dopo aver clonato il repository sul proprio sistema con il comando

```
git clone \
https://github.com/ZenT3600/appunti
```

Si puo’ compilare il codice LaTeX grazie al comando

```
make build clean
```

1.2 Note per Scrivere il Sorgente

Di seguito alcune note e appunti su come scrivere in maniera corretta e costante il codice sorgente per i medesimi appunti.

1.2.1 Colori

E’ possibile **sottolineare** delle frasi grazie alla sintassi

```
\hl{Testo da sottolineare}
```

E’ inoltre possibile **colorare** delle frasi usando la sintassi

```
\textcolor{colore}{Testo da colorare}
```

1.2.2 Tipografia

La sequente sintassi permette di inserire blocchi di citazioni

```
\begin{quote}
| Questa e' una citazione
\end{quote}
```

La quale porta ad un risultato come questo

| Questa e' una citazione

Per ottenere diverse dimensioni di caratteri si puo' usare

```
\small{testo}
\normalsize{testo}
\large{testo}
\Large{testo}
\LARGE{testo}
\huge{testo}
```

Se si vuole scrivere in *italico* o in **grassetto**, scrivere

```
\textit{italico}
\textbf{grassetto}
```

Nel caso in cui si voglia inserire un titolo o sottotitolo la sintassi e'

```
\section{Titolo}
\subsection{Sottotitolo}
```

1.2.3 Note

Per generare note a pie' di pagina durante la scrittura del documento si puo' usare

```
Lorem ipsum dolor sit amet
\footnote{Questo non e' latino!}
```

Contents

1	Prefazione	1
1.1	Istruzioni di Build	1
1.2	Note per Scrivere il Sorgente	1
1.2.1	Colori	1
1.2.2	Tipografia	1
1.2.3	Note	2
2	Informatica	5
2.1	Fondamenti di Java	5
2.1.1	Variabili	5
2.1.2	Array	5
2.1.3	Output	5
2.1.4	Input	6
2.1.5	Condizionali	6
2.1.6	Loop	6
2.2	Programmazione Procedurale	6
2.2.1	La definizione di un Metodo	7
2.3	Programmazione a Oggetti	7
2.3.1	Grafici UML	7
3	Telecomunicazioni	9
3.1	Segnali	9
3.1.1	Segnale Sinusoidale	9
3.1.2	Segnale Sinusoidale nei Numeri Complessi	10
4	Sistemi e Reti	11
4.1	Calcoli su Indirizzi IP	11
5	TPSIT	12
5.1	Algoritmi di Scheduling	12
5.1.1	First come, First served	12
5.1.2	Shortest Job First	12
5.1.3	Round Robin	12
5.1.4	Esempio	12
5.2	Gestione della Memoria	13
5.2.1	Concetti Base	13
5.2.2	Partizionamento	13
6	Letteratura	15
6.1	Eta' del Barocco	15
6.1.1	La lirica in Italia	15
6.1.2	La lirica in Spagna e in Inghilterra	15
6.1.3	La decadenza del poema epico	15
6.1.4	La propaganda religiosa	15
6.1.5	La prosa scientifica	16
6.1.6	Il romanzo in Italia	16
6.1.7	La novella in Italia	16
6.1.8	Il romanzo moderno: <i>Don Chisciotte</i>	16
6.1.9	Il teatro barocco	16
6.1.10	La tragedia e la commedia <i>regolare</i> in Italia	16
6.1.11	La Commedia dell'Arte	17
6.1.12	Il melodramma	17

6.2	William Shakespeare	17
6.2.1	Chiave di lettura	17
6.2.2	La vita	17
6.2.3	Le opere	18
7	Storia	19
7.1	L'Antico regime	19
7.1.1	La societa'	19
7.1.2	La rivoluzione agricola	20
7.1.3	Le attivita' manuali	20
7.1.4	L'espansione europea	21
7.1.5	L'assolutismo	21
7.2	La politica internazionale	22
7.2.1	La guerra di successione spagnola	22
7.2.2	L'eta' dell'equilibrio europeo	22
7.2.3	La guerra di successione polacca	23
7.2.4	La guerra di successione austriaca	23
7.2.5	La guerra dei Sette anni	23
7.3	L'Italia nel Settecento	23
7.3.1	Le nobilta' italiane	23
7.3.2	La ripresa settecentesca	23
7.3.3	Il quadro politico-territoriale	24
8	Matematica	25
8.1	Prerequisiti	25
8.1.1	Potenze	25
8.1.2	Proporzioni	25
8.1.3	Equazione di Secondo Grado	25
8.1.4	Trigonometria	26
8.2	Funzioni	27
8.2.1	Funzioni fondamentali	27
8.2.2	Funzione Esponenziale	28
8.3	Equazione Esponenziale	29
8.4	Logaritmi	29
8.5	Limiti	29
8.5.1	Esempi	29

2 Informatica

2.1 Fondamenti di Java

Java e' un linguaggio di programmazione *fortemente tipizzato* ed *orientato agli oggetti*. Fortemente tipizzato significa che ogni variabile, o dato, ha un suo tipo (come ad esempio `int`, `char`, `double`, ...). Orientato agli oggetti significa che favorisce ed incita la **Programmazione a Oggetti**, meglio spiegata in un successivo capitolo.

In Java tutto comincia dal **main**, il cuore del programma, e tutta la nostra logica deve partire da li'. Il main in Java e' definito come:

```
public static void main(String[] args) {  
    // Codice  
}
```

Di seguito sono elencati i vari modi per eseguire determinate operazioni in Java.

2.1.1 Variabili

Una variabile e' un contenitore per un dato di un determinato tipo a cui viene dato un nome ed un valore. Una variabile si puo' definire nel seguente modo:

```
boolean veroOppureFalso = true;  
char carattereSingolo = 'a';      // Singolo apice  
String frase = "ciao mondo"      // Doppio apice  
int intero = 73;  
long interoGigaEnorme = 50438261842;  
float virgola = 87.1;  
double virgolaGigaEnorme = 32829010.32179;
```

2.1.2 Array

Un array, o vettore, e' un insieme indicizzato e limitato di variabili dello stesso tipo. Indicizzato poiche' ogni variabile e' accessibile grazie alla sua posizione nell'array, con indici che iniziano da 0. Limitato poiche' ogni array ha una grandezza massima ben definita. Un array si puo' definire nel seguente modo:

```
// Definiamo un array di interi di dimensione 8  
int[] serieDiFibonacci = new int[8];      // Per gli altri tipi cambia solo la parola 'int'  
  
// Inseriamo valore nell'array  
serieDiFibonacci[0] = 1;  
serieDiFibonacci[1] = 1;  
serieDiFibonacci[2] = 2;  
serieDiFibonacci[3] = 3;  
serieDiFibonacci[4] = 5;  
serieDiFibonacci[5] = 8;  
serieDiFibonacci[6] = 13;  
serieDiFibonacci[7] = 21;  
  
// Preleviamo un valore dall'array  
int primoValoreSerie = serieDiFibonacci[0];
```

2.1.3 Output

Java fornisce due semplici funzioni per mostrare un valore in output, ovvero:

```
System.out.println("Scrivi qualcosa e vai a capo");  
System.out.print("Scrivi qualcosa e rimani sulla linea");
```

2.1.4 Input

Allo stesso modo dell'output, Java fornisce una classe di utilità per chiedere valori all'utente, ovvero:

```
Scanner input = new Scanner(System.in);

String valoreString = input.nextLine();
int valoreIntero = input.nextInt();
float valoreFloat = input.nextFloat();
// ...
```

2.1.5 Condizionali

In programmazione i condizionali sono diramazioni del codice in base a una condizione, ovvero una qualsiasi operazione che ritorna un risultato vero, **true**, o falso, **false**. Un condizionale, o **if** per semplicità, è rappresentabile in Java come:

```
int numero = 4;
if (numero == 4) {           // Nota l'uso del == per la comparazione
    // La condizione è vera
} else {
    // La condizione è falsa
}
```

È inoltre possibile scrivere un **if** immediatamente dopo un **else**, creando così una struttura simile a

```
if () {
    // codice...
} else if () {
    // codice...
} else () {
    // codice...
}
```

2.1.6 Loop

Un loop è una o più istruzioni che vengono eseguite ripetutamente. Esistono due tipi di loop in Java:

- **For**, usato per quando si conosce il numero di ripetizioni
- **While**, usato per quando si vuole ripetere finché una condizione non è vera

Le sintassi dei due tipi di loop sono le seguenti:

```
// For
for (int i = 0; i < 10; i++) {    // 10 - 0 = 10, perciò il loop viene eseguito 10 volte
    System.out.println(i);
}

// While
int n = 2;
while (n < 128) {
    System.out.println(n);
    n = n * 2;
}
```

2.2 Programmazione Procedurale

Nella **programmazione procedurale** un problema, o dominio (ovvero tutte le funzionalità richieste dal cliente), è scomposto in **sottoproblemi** e sono implementati dei **metodi** che risolvono i sottoproblemi.

Quindi un metodo non e' altro che *un sottoprogramma, con i suoi input, la sua logica ed i suoi output*. Per assurdo, qualsiasi cosa possiamo sviluppare come metodo, puo' anche essere sviluppata come programma a parte che, opzionalmente, richiede un qualche input.

2.2.1 La definizione di un Metodo

Da un punto di vista Java, un metodo e' strutturato nella seguente maniera:

```
visibilita' ritorno nome(tipo argomento1, tipo argomento2, ...) { }
```

Scomponendo le varie parole chiave, possiamo dire che:

- **Visibilita'** e' la parola chiave che descrive chi puo' usare questo metodo. Le opzioni sono:
 - *public*, visibile da tutti
 - *private*, visibile, nel nostro caso, solo dallo stesso file
 - *protected*, visibile dallo stesso pacchetto
- **Ritorno** e' il tipo di dato che il metodo dara' in output. Esiste in questo caso il tipo **void**, che significa nessun ritorno
- **Nome** e' autoesplicativo
- **Tipo Argomento** e' uguale alla definizione di una variabile. Stiamo infatti definendo gli input, o argomenti

Nella programmazione procedurale bisogna inoltre aggiungere la parola chiave **static** subito dopo la visibilita'.

Detto questo, un esempio di effettivo metodo e':

```
public static int potenzaDiDue(int numero) {  
    return numero * numero;  
}
```

Per utilizzare il valore che questo metodo restituisce grazie alla parola chiave **return**, basta scrivere:

```
public static void main(String[] args) {  
    int seiAllaSeconda = potenzaDiDue(6);    // La variabile contiene ora il risultato del metodo  
}
```

2.3 Programmazione a Oggetti

Nella **programmazione a oggetti**, a differenza di quella procedurale, lo stesso problema e' invece suddiviso in **oggetti** fondamentali per il dominio. Ponendo un esempio di un software per gestire una scuola, i vari oggetti potrebbero ad esempio essere variabili di tipo *Alunno*, *Docente*, *Classe* e cosı' via.

2.3.1 Grafici UML

I grafici **UML**, ovvero Unified Modelling Language, fanno parte del linguaggio omonimo, utilizzato per unificare e rendere scientifica la descrizione di varie parti di un programma.

Vi sono vari tipi di grafici UML, sotto descritti:

Grafici di Classe

Un grafico di classe, o **class diagram** e', al livello piu' semplice, rappresentabile in questa maniera:

NomeClasse
attributo : tipo
metodo(parametro) : tipo

Segue un esempio di class diagram che rappresenta un semplice software per gestire un menu' di un ristorante, ignorando per il momento i metodi di ogni classe, che verranno spiegati piu' avanti:

Menu
piatti : Piatto[]

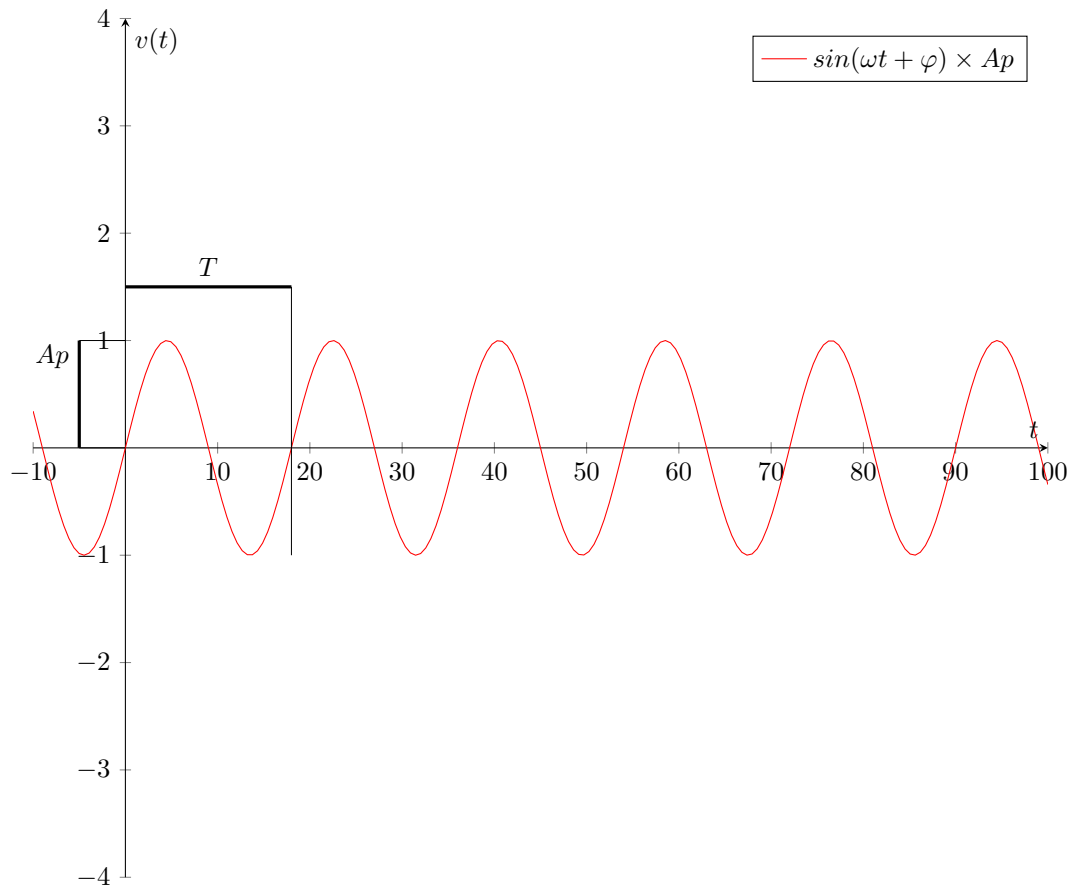
Ingrediente
nome : String

Piatto
nome : String
prezzo : double
ingredienti : Ingrediente[]
allergeni : Ingrediente[]

3 Telecomunicazioni

3.1 Segnali

3.1.1 Segnale Sinusoidale



Valori fondamentali:

$$\omega^{(pulsazione)} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$f^{(frequenza)} = \frac{1}{T}$$

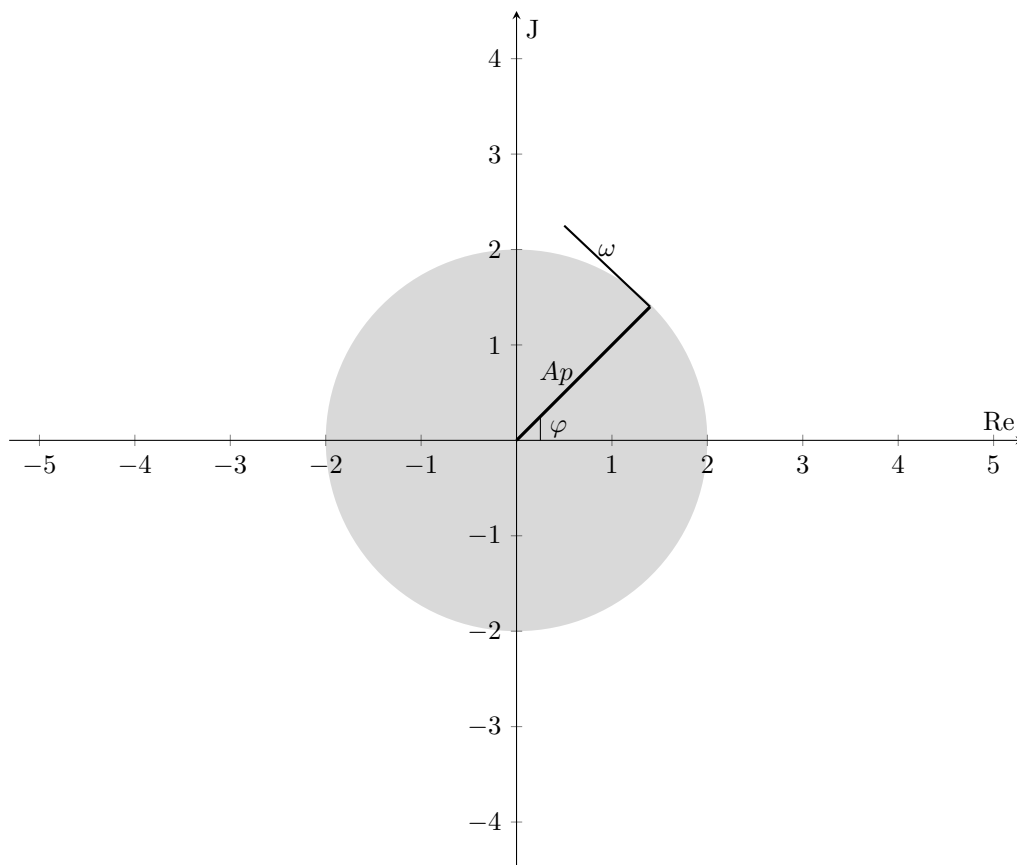
$$\varphi^{(fase)} = v(0)$$

$$Ap^{(ampiezza)}$$

$$T^{(periodo)}$$

$$\lambda^{(lunghezza\ d'onda)} = \frac{c^{(velocita'\ dellaluce)}}{f}$$

3.1.2 Segnale Sinusoidale nei Numeri Complessi



4 Sistemi e Reti

4.1 Calcoli su Indirizzi IP

A partire da un'indirizzo IP con una maschera di sottorete, quale ad esempio $130.1.10.32/20$ e' possibile ottenere ulteriori informazioni sulla rete, quali l'indirizzo di rete e l'indirizzo di broadcast, a partire dai seguenti calcoli:

$$IP_{10} = 130.1.10.32$$

$$IP_2 = 10000010.00000001.00001010.00100000$$

$$SM_{10} = 20$$

$$SM_2 = 11111111.11111111.11110000.00000000$$

$$IR_2 = IP_2 \cdot SM_2 = 10000010.00000001.00000000.00000000$$

$$IB_2 = IP_2 + CM_1(SM_2) = 10000010.00000001.00001111.11111111$$

Il **subnetting** e' una tecnica che permette di dividere una rete in sottoreti utilizzando la parte host di un indirizzo IP. Esistono due metodi per eseguire il subnetting, in base alla maschera di rete usata: Maschera Fissa e Maschera Mobile.

Maschera Fissa

Per capire quanti bit bisogna rubare alla parte host dell'IP, bisogna trovare il multiplo di 2 minimo necessario per contenere le sottoreti richieste. Per esempio se c'e' bisogno di 4 sottoreti, si ruberanno 2 bit alla parte host, poiche' $2^2 = 4$. La subnet mask sara' poi $24 + 2 = 26$. Si otterranno percio' le seguenti sottoreti:

Rete	Binario
192.168.5.0/26	11000000.10101000.00000101. 00 000000
192.168.5.64/26	11000000.10101000.00000101. 01 000000
192.168.5.128/26	11000000.10101000.00000101. 10 000000
192.168.5.192/26	11000000.10101000.00000101. 11 000000

Maschera Mobile

Quella della maschera mobile e' una tecnica sviluppata per risparmiare nella creazione di sottoreti. Per capire quanti bit bisogna usare, si trova la x per $2^x \geq h_{richiesti}$. Trovata la x , la maschera della sottorete sara' $32 - x$ e gli host inizieranno dall'ottetto finale della rete precedente sommato a 1 e finiranno con l'ottetto finale della rete corrente sommato 2^x e sottratto 1. Dopodiche', si passa alla prossima sottorete e si ripete. Il risultato ottenuto e' una serie di rete con maschera di rete diversa.

Esempio:

Rete	Numero Sottoreti	Host Richiesti
193.80.1.0/24	4	40, 30, 10, 6

Rete	Mask	Da	a
A	/26	193.80.1.1	193.80.1.63
B	/27	193.80.1.64	193.80.1.95
C	/28	193.80.1.96	193.80.1.111
D	/29	193.80.1.112	193.80.1.119

5 TPSIT

5.1 Algoritmi di Scheduling

Gli algoritmi di scheduling sono algoritmi utilizzati dallo **scheduler di processi** all'interno di un sistema che servono a ridurre al minimo i tempi di attesa dei vari processi.

Di seguito sono gli algoritmi principali, assieme ad un grafico rappresentante quegli stessi algoritmi.

5.1.1 First come, First served

Questo algoritmo, detto anche FCFS, e' basato su di una struttura dati detta **Coda FIFO**, immaginabile come una coda ad un supermercato, dove il primo che entra e' il primo che esce. Questo algoritmo, percio' **posiziona i processi in coda in base al tempo di arrivo**.

5.1.2 Shortest Job First

Questo algoritmo, detto anche SJF, si fonda sull'idea che il processo piu' corto debba essere eseguito per primo. Questo algoritmo puo' essere interpretato in due modi:

Senza Prelazione

Questo algoritmo **posiziona i processi in coda in base al tempo di arrivo ed al tempo di durata**, tuttavia **non puo' fermare un processo in esecuzione**.

Con Prelazione

Questo algoritmo si comporta come la sua controparte, con la differenza che **ha la capacita' di fermare un processo in esecuzione, rimettendolo in coda, qualora arrivi un processo piu' corto**.

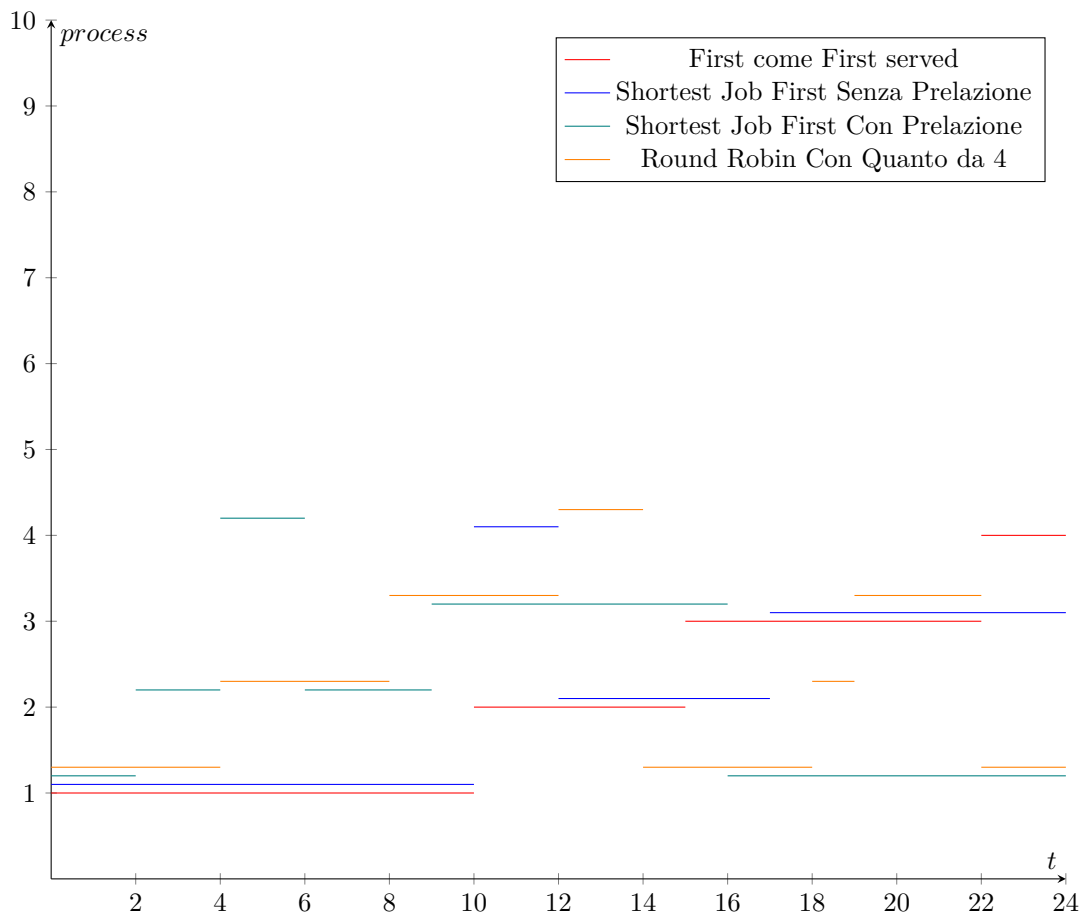
5.1.3 Round Robin

Questo algoritmo si comporta in maniera simile all'FCFS, richiedendo pero' un parametro di tempo detto **quanto**. L'algoritmo **ferma e rimette in coda un il processo in esecuzione una volta che esso e' rimasto in esecuzione per un tempo pari al quanto**.

5.1.4 Esempio

Volendo dare un esempio di questi algoritmi, basandoci sui seguenti processi, essi si comportano cosi':

ID Processo	Tempo di Durata	Tempo di Arrivo
1	10	1
2	5	2
3	7	3
4	2	4



5.2 Gestione della Memoria

La gestione della memoria deve minimizzare l'*overhead*, ovvero i tempi di attesa, e massimizzare l'utilizzo della memoria

5.2.1 Concetti Base

- **Allocazione e Deallocazione:** inserire e togliere dalla memoria
- **Protezione e Condivisione:** alcuni pezzi della memoria vanno condivisi per poter essere usati da tutti i processi, altri vanno protetti perché contengono dati sensibili
- **Swapping:** il processo per cui si alloca una parte di memoria RAM in un file sul disco, per quando la RAM é completamente piena e non c'è altro luogo dove scrivere i dati
- **Rilocazione Statica e Dinamica:** nella statica la memoria non é swappabile, nella dinamica si
- **Paginazione:** la memoria é divisa in pagine, i processi in frame. ogni frame rientra in una pagina e punta alla pagina successiva: questo permette di fingere un senso di sequenzialità della memoria

5.2.2 Partizionamento

la memoria é organizzata in *partizioni* ovvero spazi di memoria. ci sono vari tipi di partizionamento:

- **Fisso:** tutte le partizioni sono di uguale dimensione. questo lascia spazio vuoto all'interno delle partizioni (frammentazione interna) visto che può esserci un solo processo per partizione e non è detto sia grande quanto essa
- **Dinamico:** le partizioni sono di dimensione variabile, grandi quanto richiesto dal processo. risolve la frammentazione interna ma introduce la frammentazione esterna (quando un processo viene deallocato rimane uno spazio vuoto che non è detto si possa riempire).

per risolvere la frammentazione esterna si usano vari algoritmi di gestione della memoria:

- **Best-Fit:** i processi si allocano nello spazio più piccolo disponibile (lento, bisogna trovare tutti i buchi)
- **First-Fit:** i processi si allocano nel primo spazio che può contenerlo a partire dall'inizio della memoria
- **Next-Fit:** come il first fit ma si parte dall'ultimo processo allocato invece che dall'inizio della memoria

6 Letteratura

6.1 Eta' del Barocco

6.1.1 La lirica in Italia

Giovan Battista Marino soddisfa le esigenze di rinnovamento letterario del barocco grazie alla sua poesi innovatrice. Il suo stile presenta principalmente:

- Un modo artificioso di imporsi sull'attenzione dei lettori
- Un uso sistematico di metafore e concetti
- Un controllo della retorica e della musicalita' del verso
- Un accostamento di immagini e concetti reali solitamente considerati distanti fra loro (Ad esempio il verso mariniano "*onde dorate, e l'onde eran capelli*")

Gabriello Chiabrera da Savona, invece che sul gioco metaforico, concentra la sua ricerca sull'aspetto musicale della poesia. Era considerato dai contemporanei un difensore della classicita', mentre e' adesso considerato un innovatore proprio per questa sperimentazione stilistica.

6.1.2 La lirica in Spagna e in Inghilterra

Luis de Gongora e **Francisco de Quevedo** sono l'esempio massimo del concettismo Barocco in Spagna. Le loro opere **influenzarono la poesia fino al tardo ottocento**.

John Donne, facente parte dei contamporanei "poeti metafisici", sviluppa in Inghilterra il linguaggio metaforico e immaginifico. I componimenti di questo movimento era pieni di accostamenti tra sentimento e ragione ed affrontavano **temi dell'esistenza umana** come l'amore e la morte. Il loro stile **viene ripreso dalla poesia inglese del Novecento**.

6.1.3 La decadenza del poema epico

Nonostante i vari testi epici di **Torquato Tasso** il modello epico, gia' criticato da Ariosto, continua il suo declino. Durante il periodo barocco, esso subisce un **rovesciamento dei criteri e dei valori del genere stesso** per via di due poemi volutamente anormali:

- *La secchia rapita* di Alessandro Tassoni
 - Narra di un'immaginaria guerra tra Modena e Bologna per il possesso di una secchia di legno
 - Usa il modello epico dell'*Iliade* di Omero
 - Racconta un contenuto basso con una forma alta, ottenendo un effetto comico
- *Adone* di Giovan Battista Marino
 - Consistente in un'infita serie di descrizioni, digressioni e racconti secondari lievemente collegate
 - Il poeta descrive le esperienze sensuali ed erotiche come le uniche capaci di rivelare il senso dell'esistenza all'uomo
 - Realizza una piena *estinzione del racconto*

6.1.4 La propaganda religiosa

La chiesa viene spinta ad usare forme del marinismo nelle sue prediche per attrarre le masse. I massimi esponenti di questo e' **Emanuele Orchi** e **Daniello Bartoli**, quest'ultimo principalmente con *Storia della Compagnia di Gesu'*.

6.1.5 La prosa scientifica

Galileo Galilei adotta il modello del dialogo platonico a due o più voci, in quanto lo crede utile ed innovativo per esporre tesi contrastanti.

Un'esempio di questo si ha nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, dove un sostenitore del sistema copernicano ed uno del sistema tolemaico davanti ad una persona non colta in quanto a scienza, la quale trova pian piano sempre più ragionevole il sistema copernicano. Galileo dona alle proprie voci vere e proprie sagome con spessore umano, incoraggiando il lettore a prendere posizione, e scrive in volgare, per assicurarsi una diffusione massima.

All'esempio di Galileo si rifaranno successivamente autori come **Lorenzo Magalotti** e **Francesco Redi**.

6.1.6 Il romanzo in Italia

Durante il Seicento, in Italia nasce il romanzo e diviene famoso per la sua capacità di conquistare il pubblico e i suoi temi attuali. Il romanzo meglio riuscito del tempo si ha con il *Calloandro fedele* di **Giovanni Ambrogio Marini**

6.1.7 La novella in Italia

Riguardo il modello boccaccesco, la novella non presenta particolari novità e mantiene il suo massimo centro di produzione a Venezia, con temi amorosi e avventurosi.

6.1.8 Il romanzo moderno: *Don Chisciotte*

In Spagna si ottiene la maggiore innovazione dell'opera letteraria di fantasia grazie a **Miguel Cervantes de Saavedra**, con il suo *Don Chisciotte*, il quale racconta del primo grande antiero e del suo compagno. Questo racconto forma una contrapposizione parodica e tragicomica tra gli ideali eroistici e cavallereschi e la loro illusorietà e inattualità.

6.1.9 Il teatro barocco

Nel teatro del seicento si ha la maggiore sete di rinnovamento dell'età barocca. La percezione che si ha di sé e del mondo cambia e si tramuta in una visione dell'esistenza come precaria e rappresentabile solo dalla finzione.

Il teatro barocco in Spagna, Inghilterra e Francia propone capolavori quali le opere di **William Shakespeare**, **Calderon de la Barca** e **Pierre Corneille**.

In Italia si ha invece la nascita di due nuove forme artistiche: il *Melodramma* e la *Commedia dell'Arte*.

6.1.10 La tragedia e la commedia regolare in Italia

Nel seicento la tragedia non subisce una particolare evoluzione e rimane destinata ad un pubblico alto, con eccezione per le opere di **Federico Della Valle** e di **Cardlo de' Dottori**.

Si ha inoltre una grande produzione teatrale da parte dei collegi dei Gesuiti, con opere incentrate su storie cupe e sanguinose di esemplari vite religiose (Caratteri non dissimili dal resto del teatro di propaganda religiosa)

Per quanto riguarda la commedia, essa riprese principalmente i modelli cinquecenteschi, con l'unica differenza della nascita dei teatri pubblici a pagamento.

6.1.11 La Commedia dell'Arte

Nel 1545 nasce a Padova la prima compagnia di attori professionisti, sotto la guida di tale *set Maphio Zanini*, la quale si definisce un gruppo di "comici dell'Arte".

La commedia dell'arte si distingue grazie all'insieme di mimi, cantanti, musicisti, acrobati, soggetti e dialoghi provenienti dal folklore i quali si sovrappongono ai tipi del teatro greco-romano. Grazie a questo misto di culture si ha la nascita delle Maschere, le quali erano facilmente ricordabili grazie ai costanti tratti somatici e costumi.

Gli attori stendevano i materiali verbali partendo dalla tradizione e li imparavano a memoria, modulandoli poi basandosi sulle reazioni del pubblico.

6.1.12 Il melodramma

Il melodramma, o *dramma per musica*, è costituito da un'unione di elementi musicali, teatrali e letterari. Esso si basa sulla rivalutazione della monodia (una forma melodica composta da una o più voci e strumenti tutti sulla stessa aria e melodia)) da parte di un gruppo di musicisti e letterati di Firenze, detti *Camerata Fiorentina*, i quali la considerano modello ideale espressivo. Il melodramma è quindi eseguito con la tecnica del *cantar recitando*.

Esso nasce inizialmente per un ristretto pubblico raffinato, ma fu presto accettato dal grande pubblico.

6.2 William Shakespeare

6.2.1 Chiave di lettura

William Shakespeare è riconosciuto come uno dei più grandi drammaturghi di sempre. Nei suoi drammi, Shakespeare prende spunto da figure e moduli narrativi medievali e umanistici, che, tuttavia, presenta in maniera attuale. Ciò, assieme alla grande caratterizzazione dei suoi personaggi, fa del teatro di Shakespeare un teatro molto moderno.

Il suo teatro pone al centro della scena l'individuo, il suo destino e la sua morale, spesso contraddittoria. Le questioni etiche qui trattate possono essere semplificate con il concetto di *contrasto fra apparenza e realtà*. I personaggi di Shakespeare non sono eroi, come nel teatro classico, ma sono invece tutto il contrario, spesso sposati e in conflitto.

Nel teatro shakespeariano è spesso, se non sempre, presente un elemento *comico-grottesco* ed uno tragico. Se non per questa caratteristica, il suo teatro sfugge da ogni tipo di rigida classificazione. La sua opera è soprattutto moderna nei suoi modi espressivi, tipici del periodo barocco. Infatti Shakespeare utilizza molto la **metafora**, ma non per stupire lo spettatore, bensì per rappresentare il sentimento del personaggio al meglio. Egli usa inoltre molti giochi di parole e anche svariati nuovi termini da lui stesso conati.

6.2.2 La vita

Shakespeare nasce a **Stratford-upon-Avon** nell'aprile del **1564** da un padre commerciante di pelame. Ebbe una prima educazione alla locale *grammar school* introdotta dalla riforma elisabettiana. Per via di difficoltà economiche della sua famiglia, Shakespeare dovette presto affiancare il padre nella sua attività.

All'età di 18 anni, Shakespeare sposò **Anne Hathaway**, di 8 anni più anziana, da cui ebbe una figlia, **Susan**, e due figli, **Judith** e **Hamnet** (quest'ultimo morto già nel 1596, a 11 anni).

Shakespeare si occupò del mantenimento della propria famiglia, composta dal padre e da quattro fratelli e sorelle. Forse per questo si dedicò all'attività di scrittore per teatro. Già nel 1592, egli era una figura affermata nel teatro di Londra. Shakespeare non si fermò dallo scrivere neanche durante il **periodo della peste** (1593-1594), ma anzi si dedicò alla composizione lirica. Si riconduce a quel tempo anche la composizione della maggior parte dei suoi **154 sonetti**.

Successivamente, Shakespeare diventò non solo comproprietario, bensì anche attore e poeta, della compagnia dei **Lord Chamberlain's Men**. Presto, nel 1603, la compagnia venne presa dal re **Gia-**

come **I** e venne rinominata **The King's Men**. Dopo cio', Shakespeare diventò anche comproprietario del teatro di **Blackfriars**.

Nel 1613 acquistò una proprietà a Stratford, dove si ritirò e morì nell'**aprile del 1616**. Fu sepolto nella chiesa della sua città natale.

6.2.3 Le opere

Si tende a distinguere lo sviluppo della produzione teatrale di Shakespeare in **4 fasi**:

1. Dagli inizi all'affermazione sulle scene (1588-94)
2. L'attività con Lord Chamberlain's Men (1594-1603)
3. L'attività con i King's Men (1603-08)
4. Il periodo del Blackfriars (1608-16)

Durante gli anni della peste, Shakespeare dovette smettere di lavorare come attore e collaboratore alla stesura di copioni teatrali, e si dedicò invece ad affinare le sue tecniche drammaturgiche. In questa fase, Shakespeare mostra una propensione alla sperimentazione nelle sue forme di scrittura.

La tragedia *Tito Andronico* è la prima delle tragedie che Shakespeare dà alle scene. Lo stile è basato sul modello senecano e modellato per prediligere il gusto del pubblico. Allo stesso periodo si riconducono anche le commedie *Eufuistiche*, dove Shakespeare si avvale di artifici retorici, come metafore e giochi di parole, smascherandone però l'inutile virtuosismo.

Tra il 1592 e il 1594 si ha la stesura del dramma di *Romeo e Giulietta*, nella quale Shakespeare sperimenta nuove forme drammatiche, rielaborandole a partire da materiali preesistenti nella letteratura rinascimentale. La vicenda è tratta dalle *Novelle* di Bandello, autore francese. Quest'opera, risalente al periodo della peste, dove le uniche occasioni per mettere in atto opere teatrali era a corte, prende uno stile raffinato e lirico, per più piacere al pubblico nobile.

Tra il 1599 ed il 1601 si ha il periodo di massimo sviluppo creativo dell'autore, con il trionfo sulle scene dell'opera *Enrico V*, il *Giulio Cesare*, che costituisce la prima di un ciclo di tre tragedie classiche romane, e *Amleto*. Sempre in questo periodo Shakespeare si dedica alla stesura di drammi ispirati alla storia inglese, quali *Re Giovanni* e *Enrico VIII*, dove l'autore dimostra una grande abilità nel far proprio un genere a lui nuovo quale quello storico.

Durante questo periodo di fertilità artistica, Shakespeare compone cinque commedie, definite adesso *romantiche* o *romanzesche*, per via dei temi amorosi della letteratura cortese. Queste opere sono anche le ultime opere puramente comiche che Shakespeare scrive, iniziando tuttavia a sperimentare il genere *tragicomico*.

I *drammi dialettici*, o *problem plays*, sono quattro opere che sono accomunate dallo stile di una novella drammatizzata sul modello boccaccesco e da un pessimismo di fondo risalente alla crisi politica di quegli anni.

7 Storia

7.1 L'Antico regime

7.1.1 La società

La società dell'antico regime era caratterizzata da disuguaglianze tra ceti, a volte anche sancite secondo le leggi. Non esisteva infatti quella che noi definiamo **uguaglianza giuridica**, ma regnava invece il **privilegio**, dal latino *privus legis* ("esente dalla legge"). Chi godeva di privilegi, per esempio, non pagava le imposte, non era giudicato dal tribunale, poteva accedere a determinate cariche pubbliche e così via. Di questi privilegi, naturalmente, godeva principalmente il clero e la nobiltà.

La società del tempo era divisa non in caste o ceti, bensì in **ordini**, ovvero gerarchie sociali distinte non dalla ricchezza ma dal prestigio e alla dignità. In un'ordine si nasceva, si apparteneva e difficilmente si usciva, rendendo la **società principalmente statica**. Uno dei pochi modi che i borghesi avevano per diventare nobili era infatti pagare a caro prezzo una carica pubblica.

Durante l'antico regime il bene della comunità veniva prima di quello dell'individuo. Il singolo individuo non valeva in quanto tale, ma valeva come membro di un ordine, una città, una religione e così via. I suoi diritti e doveri erano perciò dettati dalla comunità di appartenenza.

Il clero

Il primo ordine, ovvero il clero, era distinto fra:

- clero regolare, con grande forza economica e culturale
- clero secolare, elitario e di estrazione aristocratica

Il clero era profondamente radicato nella società e deteneva un **monopolio dell'istruzione** e della pubblica assistenza.

Il clero godeva di 3 immunità:

- l'immunità personale, che permetteva di essere giudicato da un tribunale ecclesiastico in caso di reato
- l'immunità locale, che permetteva di sottrarre allo stato luoghi considerati sacri
- l'immunità reale, che esentava la chiesa dal pagare imposte sui propri beni

La nobiltà

Il secondo ordine, ovvero i nobili, era il **ceto dominante**, in quanto deteneva gran parte della terra e monopolizzava le cariche pubbliche.

I nobili erano distinti fra:

- nobili di spada, discendenti dagli antichi lignaggi feudali
- nobili di toga, che avevano acquistato una carica pubblica per diventarlo

I nobili erano fortemente differenziati anche dalla loro stessa ricchezza, con addirittura la presenza di nobili poveri, detti anche **plebe nobiliare**.

Non tutti i nobili europei si comportavano allo stesso modo di fronte al lavoro. Non ovunque, infatti, era ugualmente rigida la regola che vietava ai nobili di compiere lavori manuali. Era comunque dalla terra che i nobili traevano la maggior parte del loro profitto. La terra, infatti, assicurava al signore rendite, diritti e poteri di giudizio e polizia.

La borghesia

La borghesia comprendeva diverse figure sociali, come banchieri, mercanti, imprenditori e artigiani. Questo faceva della borghesia un gruppo sociale multiforme e assai stratificato al suo interno in base a reddito, stile di vita, estensione e importanza sociale.

Tra la borghesia c'era chi puntava a nobilitarsi, attraverso matrimoni o acquisto di cariche, e si impegnava nelle attività commerciali.

I poveri

Assieme all'aumento della popolazione aumentava anche il numero di disoccupati, che portava a formare un gruppo urbano multiforme che viveva in una condizione di miseria e precarietà.

7.1.2 La rivoluzione agricola

Il XVIII secolo fu caratterizzato da un intenso **incremento demografico** dovuto al miglioramento delle condizioni economiche e alimentari, quest'ultime dovute da una **crescita della produzione agraria**, detta *rivoluzione agricola* (Nata inizialmente in Inghilterra, dove i passaggi fondamentali furono la pratica delle recinzioni e lo sviluppo della **rotazione triennale**).

La rivoluzione agricola venne ottenuta principalmente per via **estensiva**, ovvero ampliando gli spazi dedicati all'agricoltura. Alcune aree, invece, praticarono un miglioramento **intensivo**, ovvero migliorando lo sfruttamento del terreno grazie a varie tecniche. Queste innovazioni portarono però alla **scomparsa dei piccoli proprietari terrieri**, in favore di grandi aziende agricole.

Durante la rivoluzione agricola, si ebbe la diffusione di nuove coltivazioni, quali:

- Il frumento
- Il granoturco
- La patata

Per poi non parlare di vari prodotti d'importazione quali:

- Lo zucchero
- Il tè
- Il cacao
- Il caffè
- Il tabacco

Il caffè fu il più importante fra questi dal punto di vista della *sociabilità*, in quanto portò allo sviluppo dei locali poi chiamati caffè.

7.1.3 Le attività manuali

Oltre all'agricoltura, anche altre attività, come la manifattura, l'artigianato e il commercio, subirono grandi progressi dovuti alla crescita economica.

La manifattura

Si cominciò a sviluppare un tipo di manifattura definibile come *industriale*, la quale avveniva principalmente in botteghe artigiane. Lo sviluppo ebbe inizio con la **rivoluzione industriale inglese**.

L'artigianato

La produzione artigianale risentiva fortemente dell'**ordinamento corporativo**, ovvero le rigide regole imposte dalle corporazioni a tutti gli aspetti dell'attività produttiva. Queste regole costituivano un freno all'innovazione che portò ad un rapido declino.

L'industria a domicilio

Questo sistema interessava principalmente il settore tessile, e prevedeva un **mercante-imprenditore** che acquistava materie prime, per poi darle a famiglie contadine per raffinarle e poi vendere il prodotto finito. Tuttavia, questo formava un **rapporto iniquo**, in quanto il mercante poteva abbassare i salari in corrispondenza all'aumento demografico.

7.1.4 L'espansione europea

Nel settecento, l'economia europea si mise al centro dei commerci mondiali, con la **crescita e dilatazione degli scambi commerciali**. Al tempo, L'europa non era solo il continente piu' ricco del mondo, ma anche il suo centro economico e politico. Naturalmente, all'interno dell'Europa stessa, vi era una gerarchia riguardo gli scambi economici e commerciali; alcune potenze erano dominanti, altre dipendenti.

La politica dei governi dell'epoca era incentrata sul **mercantilismo**, fondato sull'idea che lo stato debba favorire i propri commerci ad ogni costo, anche a scapito delle altre potenze. Questo porto' ad una **ridefinizione della gerarchia delle potenze**, e si affermarono come nuovi dominatori la **Francia** e l'**Inghilterra**, a danno dell'Olanda, della Spagna e del Portogallo.

La Francia, e poi a seguire l'Inghilterra, affermarono il proprio controllo sui commerci atlantici grazie al cosiddetto **commercio triangolare**, che univa Europa, Africa e Antille. La tratta piu' lucrosa era senza dubbio la **tratta degli schiavi** africani: Le navi partivano da Liverpool cariche di mercanzie, arrivavano alla costa occidentale africana per poi rifornirsi di schiavi (Destinati a lavorare nelle piantagioni europee).

Dal punto di vista opposto, quello dell'Africa, si puo' dire che la tratta degli schiavi non avrebbe potuto funzionare se la **schiavitù** non fosse **gia' radicata nel continente** da parte dei **Musulmani**. Questa deportazione di persone, principalmente maschi giovani, porto' ad uno spopolamento ed impoverimento di intere aree.

Per via della nuova gerarchia delle potenze europee, l'Inghilterra e la Francia finirono irrimediabilmente per scontrarsi nella **guerra dei Sette anni (1756-63)**, che si combatte', oltre che in Europa, in India e Nord America. Gli inglesi, nettamente vincitori ottennero, con la **pace di Parigi**, il Canada, la Louisiana e la Florida, lasciando ai francesi le sole Antille.

Con l'arrivo del Settecento, si ebbe lo sviluppo di un esercizio di **sovranita' territoriale coloniale** praticato da inglesi, portoghesi e olandesi in Asia e India. In quest'ultima, a seguito della morte dell'imperatore locale e la successiva caduta nel chaos dell'impero, Inghilterra e Francia si allearono per imporre la propria sovranita' su diverse parti dell'India.

7.1.5 L'assolutismo

La forma politica dominante nell'Europa del Settecento era la **monarchia assoluta**, soprattutto in Francia, con eccezione per alcuni piccoli stati con istituzioni repubblicane, come la Svizzera, Genova e Venezia.

Caratteri fondamentali dell'assolutismo erano:

- L'accentramento territoriale
- Il concentramento del potere
- L'indebolimento degli organi rappresentativi

che pero' svilupparono equilibri politici diversi in ogni stato.

La Spagna

La crisi spagnola fu dovuta all'**insufficienza produttiva** che costringeva la Spagna ad importare beni di prima necessita', sprecando buona parte delle proprie ricchezze.

Il sovrano **Filippo V di Borbone** tento' di modernizzare il paese dal punto di vista economico rafforzando il potere centrale, ma senza successo.

La Francia

Dopo la morte di Luigi XIV, e dato che il suo successore, **Luigi XV**, aveva solo 5 anni, la Francia fu guidata da **Filippo d'Orleans**. Tuttavia, ne' lui, ne il primo ministro, il **cardinale Fleury**, attuarono alcun tipo di riforma, e fu proprio questa debolezza che **porto' ad una rivoluzione** che sconvolse la Francia fino alla fine del Settecento.

L'Inghilterra

L'Inghilterra, divenuta **Gran Bretagna** a partire dal 1707, cominciò la sua evoluzione da monarchia costituzionale a monarchia parlamentare. Il parlamento, convocato regolarmente ogni 3 anni, **approvava annualmente il bilancio statale**, controllando perciò la vita della nazione.

La Prussia

Nel 1660 il **Ducato di Brandeburgo** ottenne la completa sovranità sulla Prussia orientale. L'assolutismo del sovrano venne opposto dai parlamenti locali e delle città, ma sostenuto dalla grande aristocrazia terriera degli **Junker** (giovani signori) i quali, in cambio del loro appoggio, ottennero mano libera nei rapporti con i contadini.

L'Austria

La varietà etnica e culturale dei territori sotto il sovrano d'Austria non consentivano di realizzare un centralismo analogo a quello francese o prussiano. Per questo motivo il sovrano **Leopoldo I** tentò di **affidare la responsabilità di governo alle aristocrazie**.

Un rilevante fattore di unione tra i popoli asburgici fu la presenza della chiesa cattolica e i **programmi di ricattolicizzazione** delle popolazioni dell'Impero, che erano in precedenza diventate protestanti.

La Russia

In Russia la centralizzazione del potere assolutistico portò ad una forte espansione territoriale, soprattutto sotto il regno dello zar **Pietro il Grande Romanov** che costrinse una **modernizzazione forzata** della società attraverso il pieno dispiegamento del suo potere.

Pietro, inoltre, comprese che per modernizzare la Russia occorreva superarne l'isolamento intellettuale dovuto alle tradizioni e, perciò, adottò una apertura politica e culturale all'Occidente. Stabilì ambasciate, riorganizzò l'esercito e adottò il calendario occidentale.

7.2 La politica internazionale

Fra il 1700 ed il 1763 vi furono **4 grandi conflitti** in Europa, mossi non per imporsi su altri stati, ma per avere una posizione migliore fra gli stati esistenti.

7.2.1 La guerra di successione spagnola

A seguito della morte del re di Spagna **Carlo II d'Asburgo**, senza eredi, l'imperatore d'Austria era pronto a prendere il trono in seguito all'accordo con **Luigi XIV**. Tuttavia, alla morte di quest'ultimo, si scoprì che il suo testamento dettava come erede al trono un suo nipote, **Filippo V**.

L'Austria reagì scatenando una guerra (1702) ed alleandosi a **Gran Bretagna** e **Olanda**, mentre la Spagna si schierò con i **Savoia** e la **Prussia**.

La guerra si prolungò per più di 10 anni (1714) con la **vittoria dell'Austria**, che fece firmare le **paci di Utrecht e di Rastadt**, grazie ai quali:

- l'Austria ottenne i Paesi Bassi spagnoli, Milano, Napoli e la Sardegna
- i Savoia ebbero la Sicilia
- l'Inghilterra ebbe Gibilterra e Minorca, assieme al monopolio sulla tratta degli schiavi

7.2.2 L'età dell'equilibrio europeo

Successivamente alla guerra di successione spagnola, in Europa si ebbe un periodo di **equilibrio politico fra le potenze**. Le sporadiche guerre che si svolsero in quel tempo erano contenute e molto diverse dai conflitti religiosi del '600.

7.2.3 La guerra di successione polacca

La successiva guerra si ebbe nel 1733, dopo la morte del re polacco **Augusto II di Sassonia** e l'elezione del nuovo re, **Stanislao Leszczynski**. A questa scelta **si appoggiarono Francia, Spagna e i Savoia** e **si opposero l'Austria e la Russia**, che costrinsero il futuro re alla fuga.

Durante la guerra, gli Austriaci furono sconfitti in Italia e costretti a firmare la **Pace di Vienna (1738)**, secondo la quale:

- Il principe di Sassonia ottenne la Polonia
- Leszczynski, in cambio della Polonia, ebbe la Lorena

7.2.4 La guerra di successione austriaca

Questa guerra di successione nasce dal tentativo di **Russia, Francia e Spagna** di guadagnare dalla morte di **Carlo VI d'Asburgo**, il quale aveva indicato la figlia **Maria Teresa** come erede al trono.

Maria Teresa fu sostenuta dalla **Gran Bretagna**, preoccupata per lo squilibrio che avrebbe portato una crisi in Austria, e dai **Savoia**, assieme alle varie **aristocrazie locali**.

Infine, con la pace di **Aquisgrana** nel 1748, a Maria Teresa venne riconosciuta la sua legittima corona, perdendo però la Slesia.

7.2.5 La guerra dei Sette anni

La guerra dei Sette anni è considerabile, per i tempi, una **guerra "mondiale"**, poiché combattuta in **Europa, Asia e America**. Questa guerra è dovuta a:

- Il desiderio di Maria Teresa di riottenere la Slesia
- Il contrasto d'interessi fra Gran Bretagna e Francia in America e India

La **Prussia** si alleò con la **Gran Bretagna** mentre l'**Austria** con **Russia e Francia**. Le battaglie militari videro vincitrice la **Russia** a scapito della **Prussia**. Nel 1760 venne firmata la **pace di Hubertusburg**, che riportò l'equilibrio europeo a prima della guerra. Le battaglie combattute nelle colonie, invece videro trionfare la **Gran Bretagna**, che fece firmare, nel 1763, la **pace di Parigi**, che portò un netto ridimensionamento ai confini francesi.

Questo finale equilibrio durò per circa trent'anni.

7.3 L'Italia nel Settecento

Nella seconda metà del '700 l'Italia era economicamente debole e ridotta, nello spettro dell'economia mondiale, ridotta ad una *periferia*, per via delle varie prosperanti **istituzioni di natura feudale** e al **processo di ruralizzazione** che però non puntava a mantenere il terreno in salute.

7.3.1 Le nobiltà italiane

L'aristocrazia italiana aveva un forte controllo sull'amministrazione dello stato, assieme ad un accesso privilegiato alle sue massime cariche. Vi era però sostanziale differenza fra il potere del **patriziato cittadino** delle aree settentrionali e quello dei **baroni** meridionali. Anche i feudi avevano valori diversi a seconda del luogo in cui ci si trovava.

7.3.2 La ripresa settecentesca

Nel settecento si avviò in Italia una lenta ma consistente **crescita demografica** e una **riduzione della mortalità** con lo scomparire della peste. Si riuscì a rispondere in maniera fruttuosa al maggior bisogno di cibo grazie ad un **aumento della produzione alimentare** assieme ad un rialzo dei prezzi dei possedimenti agricoli. Questo processo fu però diversificato a seconda delle varie aree, ognuna con diverse realtà agricole. Le principali differenze furono:

- Nell'area delle isole erano presenti **latifondi signorili** coltivati a grano, colture di olivo, agrumi, vite e mandorle e scarso pascolo

- Nell'area centrale e settentrionale vi erano colture di cereali, vite e gelso gestite con metodi di compartecipazione
- Nell'area della pianura padana si affiancava l'allevamento bovino alle culture cerealicole

Il **settore manifatturiero** era, invece, **poco sviluppato** e frammentato. Tuttavia, anche in questo campo apparvero segnali di ripresa con la **nascita di centri tessili** e lo sviluppo della **produzione della seta**, oltre al settore **metallurgico** e delle **ceramiche** e **vetro**.

7.3.3 Il quadro politico-territoriale

Dal punto di vista politico, la **fine dell'egemonia spagnola** andò a vantaggio degli Asburgo d'Austria. Il **rafforzamento dei Savoia** li portò ad ottenere la Lombardia e la Sicilia. Infine, i **Borbone** si imposero su Napoli.

La crisi dell'autorità spagnola, assieme a quella della chiesa e dei grandi ordini religiosi fecero sì che in Italia **non si manifestasse un centralismo assoluto**, con eccezione del Piemonte di **Vittorio Amedeo II**, il quale **addottò riforme** economiche e amministrative **a favore della monarchia**, riducendo così il potere e le autonomie della nobiltà.

In particolare, Vittorio Amedeo II **centralizzò l'apparato fiscale, istituì un catasto** delle proprietà terriere e adottò una **politica mercantilistica**. Inoltre, eliminò le giurisdizioni non statali ed emanò un **corpo unico di codici, ovvero costituzioni**.

8 Matematica

8.1 Prerequisiti

8.1.1 Potenze

Proprietà' delle potenze:

1. *Prodotto di potenze con base uguale:* $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$
2. *Quoziente di potenze con base uguale:* $\frac{4^4}{4^2} = 4^{4-2} = 4^2$
3. *Potenza di potenza:* $(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6$
4. *Prodotto di potenze con esponente uguale:* $4^2 \times 6^2 = (4 \times 6)^2$
5. *Quoziente di potenze con esponente uguale:* $\frac{6^2}{4^2} = (\frac{6}{4})^2$
6. *Potenza negativa:* $\frac{2}{3}^{-2} = \frac{3}{2}^2$

Potenze particolari:

1. $1^x = 1$
2. $0^x = 0$
3. $0^0 = \text{indefinito}$
4. $x^0 = 1$

8.1.2 Proporzioni

Data la proporzione:

$$estremo_1 : medio_1 = medio_2 : estremo_2$$

Le possibili soluzioni sono:

$$estremo_2 = \frac{medio_1 \times medio_2}{estremo_1}$$
$$medio_2 = \frac{estremo_1 \times estremo_2}{medio_1}$$

Ad esempio, data la proporzione:

$$3 : 21 = x : 84$$

Si può dire che:

$$x = \frac{3 \times 84}{21} = \frac{252}{21} = 12$$

8.1.3 Equazione di Secondo Grado

Data l'equazione: $ax^2 + bx + c = 0$

Si chiama **discriminante**, o **delta**, (con simbolo Δ) il seguente:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Le possibili soluzioni dell'equazione di secondo grado sono date da:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

8.1.4 Trigonometria

In trigonometria, la branca della matematica che studia i rapporti fra gli angoli e i lati di un triangolo, le funzioni fondamentali sono \sin , \cos e \tan .

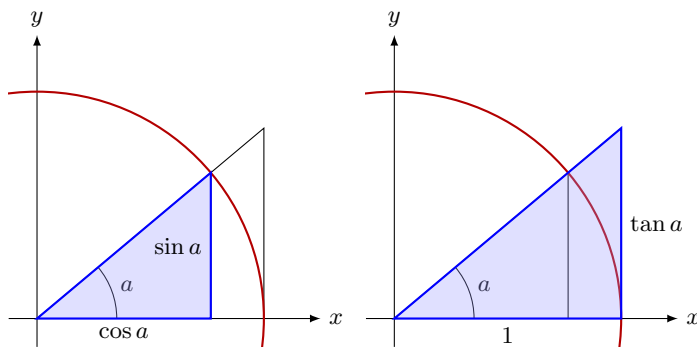
Dato l'angolo a appartenente al triangolo t inscritto in una **circonferenza unitaria**, le funzioni trigonometriche di seno e coseno sono come segue:

$$\sin(a) = \text{altezza}_t$$

$$\cos(a) = \text{base}_t$$

Inoltre, se prolunghiamo l'ipotenusa di del triangolo t fino ad incontrare la retta che **tange la circonferenza unitaria nel punto** $(1, 0)$, possiamo dire che la tangente e' come segue:

$$\tan(a) = \text{intersezione}$$



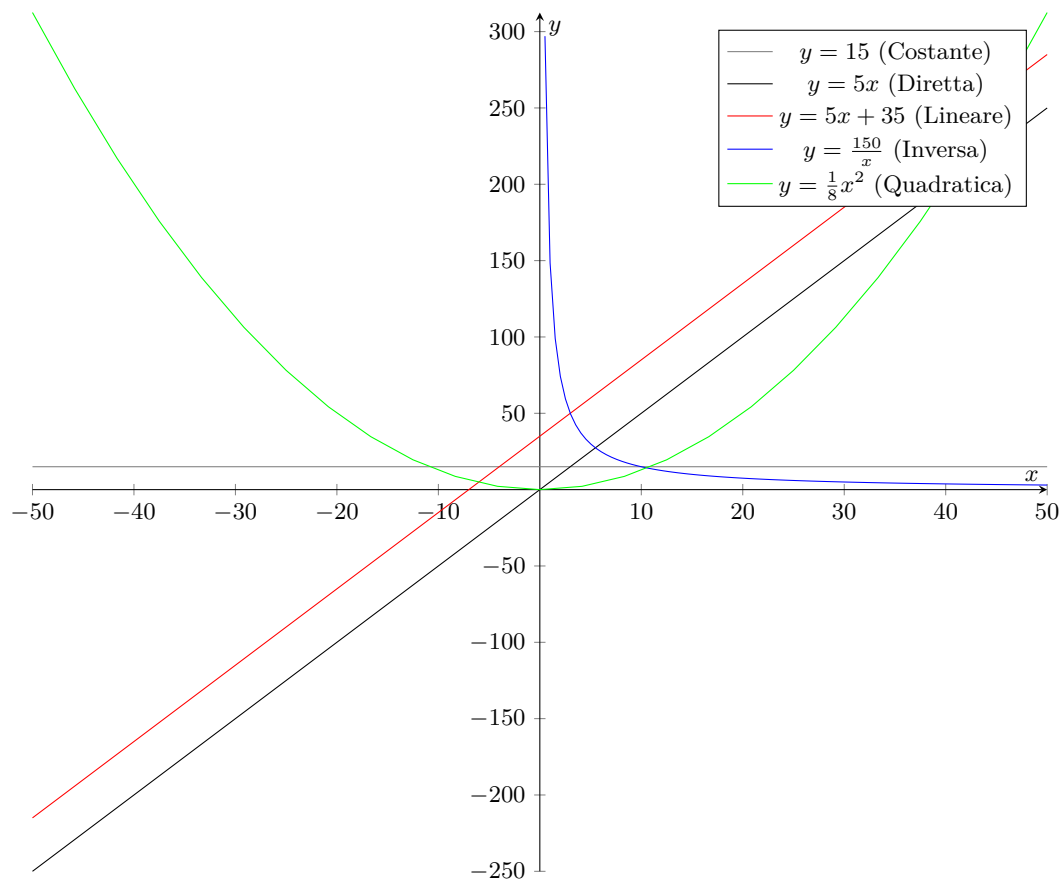
Alternativamente, possiamo calcolare la tangente in maniera piu' matematica grazie all'equazione:

$$\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$$

8.2 Funzioni

La funzione generica $y = f(x)$ e' una relazione tra x e y , dove l'insieme di tutte le possibili x , chiamato \mathbb{X} , e' detto **dominio**. L'insieme di tutte le possibili y , invece, e' chiamato \mathbb{Y} ed e' detto **codominio**.

8.2.1 Funzioni fondamentali



8.2.2 Funzione Esponenziale

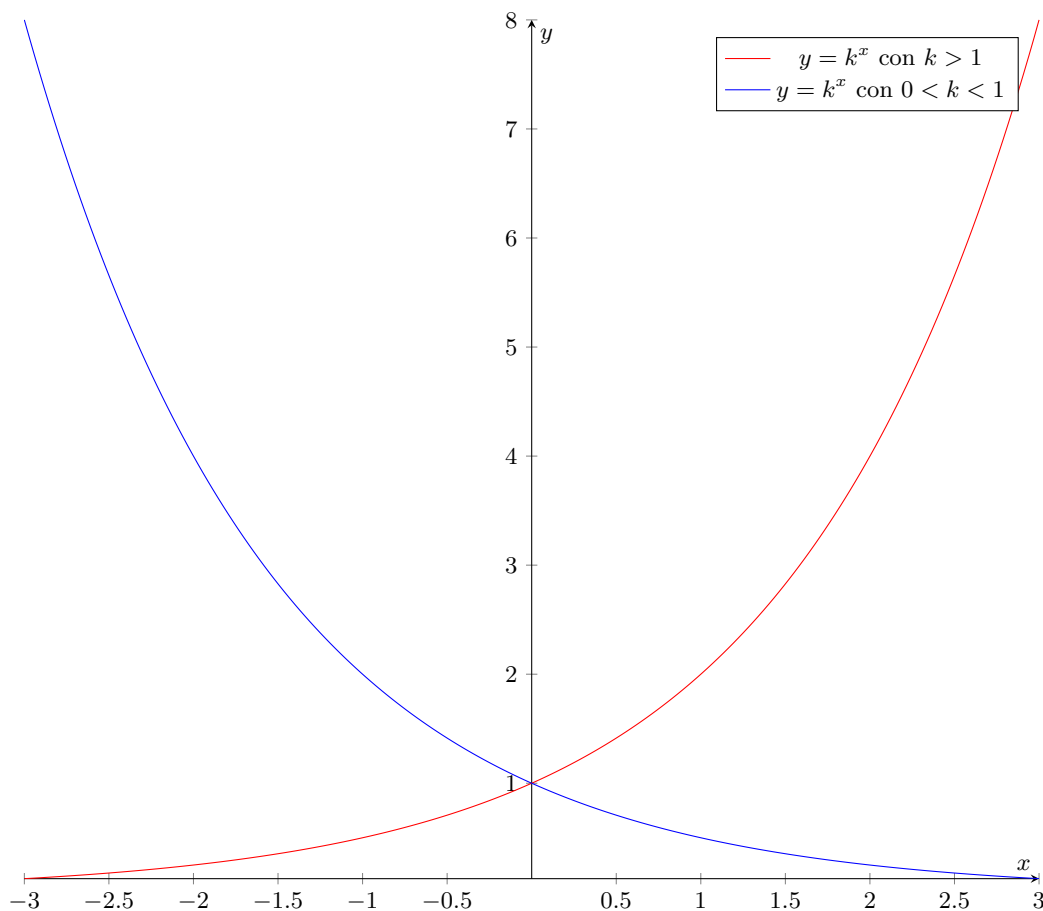
La funzione esponenziale e' quella funzione definibile come

$$y = k^x$$

dove l'incognita e' quindi all'esponente. Tale funzione e' definita solo per valori

$$k \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

ovvero k strettamente maggiore di 0 e diverso da 1 (Se $k = 1$, allora $y = 1^x$ percio' uguale a 1, ovvero una funzione costante).



Caratteristiche:

- **Asintoto:** tendenza della funzione di avvicinarsi ad un valore senza mai raggiungerlo
 $k > 1$, la funzione presenta un asintoto sull'asse x per x che tende a $-\infty$, vedi curva rossa
 $0 < k < 1$, la funzione presenta un'asintoto sull'asse x per x che tende a $+\infty$, vedi curva blu
- **Punti notevoli**
(0, 1), la funzione esponenziale passa sempre per $y = 1$ per $x = 0$
(1, k), la funzione esponenziale ha sempre valore k per $x = 1$

8.3 Equazione Esponenziale

Un'equazione esponenziale e' quella che ha almeno una incognita sull'esponente. La risoluzione e' immediata usando le regole delle potenze, vedi paragrafo precedente, e riportando tutto alla stessa base.

Esempio:

$$\begin{aligned}2^{3x-5} &= 8 \\2^{3x-5} &= 2^3\end{aligned}$$

da qui si puo' passare al livello degli esponenti

$$\begin{aligned}3x - 5 &= 3 \\3x &= 3 + 5 \\3x &= 8 \\x &= \frac{8}{3}\end{aligned}$$

8.4 Logaritmi

Dato il logaritmo

$$x = \log_a(b)$$

si dice **base** la a e **argomento** la b . x e' invece un valore tale che

$$a^x = b$$

Condizioni di Esistenza:

- $a \neq 1$
- $a > 0$
- $b > 0$

Proprieta':

- $\log_a(b \times c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
- $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a(b) - \log_a(c)$
- $\log_a(b^c) = c \times \log_a(b)$
- $\log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$

8.5 Limiti

Data una funzione $f(x)$, non definita per un suo valore n , e' detto "limite di $f(x)$ per x che tende a n " il valore cui $f(x)$ si avvicina quando si assegna ad x un valore sempre piu' vicino ad n .

8.5.1 Esempi

Data la funzione

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

Si puo' affermare che la funzione non e' definita per x pari a 3, poiche' si avrebbe un denominatore nullo. Si puo' tuttavia stilare la seguente tabella di numeri vicini a 3:

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
y	5,9	5,99	5,999	Non definita	6,001	6,01	6,1

Usando la tabella, possiamo notare che i valori di y vanno avvicinandosi a 6, perciò si può scrivere:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$$

Similmente, data la funzione

$$y = f(x) = 2^x$$

E stilando la tabella:

x	10	15	20	25
y	1024	32768	1048576	33554432

Possiamo notare che i valori di y aumentano a dismisura all'aumentare di x . Possiamo perciò scrivere

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$