Cálculo de la región de decisión

Pedro Gómez Martín

10 de abril de 2019

1. Introducción

En la teoría de detección, para la decisión óptima en función de la potencia media (P_e) debemos de dividir el un plano cartesiano en regiones de decisión para determinar la señal transmitida teniendo en cuenta la distorsión y atenuación que produce la transmisión.

Para realizar las divisiones debemos tener en cuenta la probabilidad de cada una de las señales, en este caso consideraremos señales equiprobables.

2. Intuición

Asumiendo que no hay dos señales representadas en el mismo punto del plano cartesiano y que conforme aumentamos la distancia al punto que se obtiene colocando el vector que representa una señal en el origen la probabilidad de que esa fuera la señal transmitida decrece, podemos asignar a cada punto del plano un valor proporcional a dicha probabilidad.

$$f_n(x, y) = \frac{1}{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2} \tag{1}$$

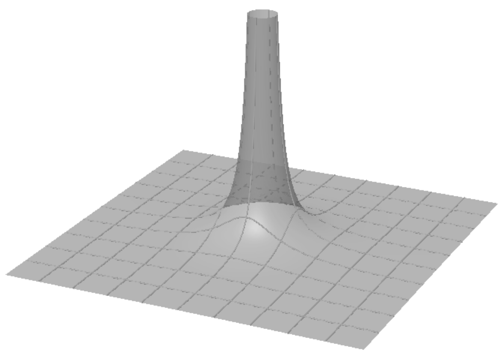

Figura 1: Grafica potencial un punto

3. Desarrollo

Pensando en la función $f_n(x, y)1$ como una función de potencial, podemos desarrollar el campo vectorial asociado a ella y mediante el principio de superposición podemos obtener el campo que dicta la tendencia a la señal transmitida.

$$F_n(x, y) = -\nabla f_n(x, y) \tag{2}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} f_n(x, y)\,\vec{i} - \frac{\partial}{\partial y} f_n(x, y)\,\vec{j} \tag{3}$$

Procedemos a derivar una función más general.

$$-\frac{\partial}{\partial n} f_i(n,m) = -\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{1}{(n-n_i)^2+(m-m_i)^2}\right] \tag{4}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial n}\left((n-n_i)^2+(m-m_i)^2\right)^{-1} \tag{5}$$

$$= -2\left(((n-n_i)+(m-m_i))^2\right)^{-1}(n-n_i) \tag{6}$$

$$= -\frac{n-n_i}{((n-n_i)+(m-m_i))^2} \tag{7}$$

Caracterizando $\frac{\partial}{\partial n} f_i(n,m)$ con $n=x, m=y$ y viceversa obtenemos el campo vectorial.

$$F_i(x,y) = -2\begin{pmatrix} \frac{x-x_n}{\left((x-x_n)^2+(y-y_n)^2\right)^2} \\ \frac{y-y_n}{\left((x-x_n)^2+(y-y_n)^2\right)^2} \end{pmatrix} \tag{8}$$

3.1. Ejemplo

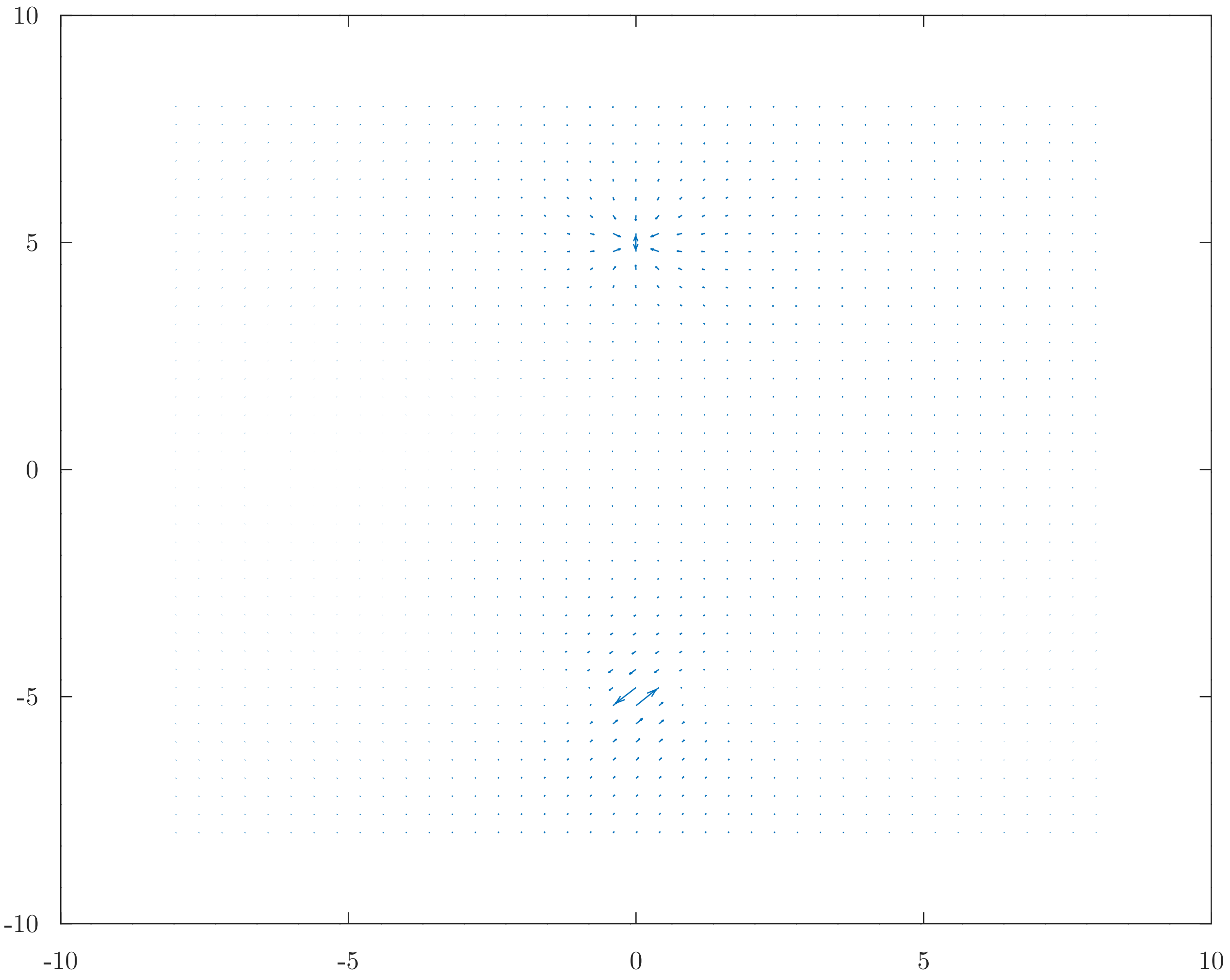

Figura 2: Campo vectorial