

Ch 15: Trik Cepat untuk Menghitung Eigenvalue (2x2)

Tujuan Bab: Memperkenalkan sebuah "jalan pintas" untuk menghitung [Eigenvalue](#) dari matriks 2x2, yang didasarkan pada dua properti fundamental matriks: **Trace** dan **Determinan**.

1. Masalah: Cara Standar Terlalu Panjang

- **Cara Standar (dari Ch. 14):**
 1. Bentuk matriks $A - \lambda I$.
 2. Hitung $\det(A - \lambda I) = 0$ untuk mendapatkan persamaan karakteristik (polinomial kuadrat).
 3. Gunakan rumus kuadrat (rumus ABC) untuk mencari akar-akar λ .
 - **Kekurangan:** Proses ini mekanis dan melibatkan beberapa langkah aljabar.
-

2. Dua Fakta Kunci yang Mendasari Trik

"Trik" ini sebenarnya adalah aplikasi cerdas dari dua hubungan fundamental antara matriks dan eigenvalue-nya.

- **Fakta Kunci #1: Trace (Jejak)**
 - **Trace(A):** Jumlah dari elemen-elemen diagonal matriks A . $\text{Tr}(A) = a + d$.
 - **Hubungan:** $\text{Trace}(A) = \lambda_1 + \lambda_2$
(Jumlah diagonal = Jumlah eigenvalue)
 - **Fakta Kunci #2: Determinan**
 - **det(A):** $ad - bc$.
 - **Hubungan:** $\det(A) = \lambda_1 * \lambda_2$
(Determinan = Perkalian eigenvalue)
 - **Intuisi:** Peregangan total di seluruh area (\det) adalah hasil dari perkalian peregangan di setiap arah [Eigenvector](#) ($\lambda_1 * \lambda_2$).
-

3. "Mesin Pencari Angka" (Teka-Teki Aljabar)

- **Masalah:** Jika kita tahu **Jumlah** (s) dan **Perkalian** (p) dari dua angka, bagaimana cara menemukan kedua angka itu dengan cepat?
- **Logika:**

- Kedua angka itu pasti berada di sekitar nilai **rata-rata** ($m = s/2$).
- Bentuknya adalah $m + d$ dan $m - d$, di mana d adalah jarak dari rata-rata.
- Perkaliannya: $(m+d)(m-d) = m^2 - d^2 = P$.
- Selesaikan untuk d : $d = \sqrt{m^2 - P}$.

- **Rumus Akhir:**

Dua angka tersebut adalah: $m \pm \sqrt{m^2 - P}$

Di mana m adalah **rata-rata** dan P adalah **perkalian**.

4. Resep Trik Cepat untuk Eigenvalue 2x2

1. Lihat matriks $A = [[a, b], [c, d]]$.
2. Hitung m (**rata-rata dari Trace**): $m = (a+d)/2$.
3. Hitung P (**Determinan**): $P = ad - bc$.
4. Masukkan m dan P ke dalam "Mesin Pencari Angka":

$\lambda_1, \lambda_2 = m \pm \sqrt{m^2 - P}$

- **Keuntungan:** Jauh lebih cepat dan lebih intuitif daripada menurunkan persamaan karakteristik dan menggunakan rumus ABC, karena m dan P bisa dihitung dengan cepat hanya dengan melihat matriks.
-

Tags: #linear-algebra #eigenvalues #trace #determinant #shortcuts #3b1b-essence-of-linear-algebra