

Ch 10: Turunan Tingkat Lanjut

Tujuan Bab: Memperkenalkan konsep turunan tingkat lanjut (kedua, ketiga, dst.) dan membangun intuisi visual serta fisik untuknya.

1. Ide Utama: Turunan dari Turunan

- Jika [Turunan](#) pertama (f') mengukur "**laju perubahan**" dari sebuah fungsi f , maka:
 - **Turunan Kedua** (f''): Mengukur "**laju perubahan dari laju perubahan**".
 - **Turunan Ketiga** (f'''): Mengukur laju perubahan dari turunan kedua, dan seterusnya.
 - **Intinya:** Turunan tingkat lanjut memberitahu kita informasi yang lebih halus tentang bagaimana sebuah fungsi berubah.
-

2. Intuisi Visual: Kelengkungan (Curvature)

- [Turunan](#) kedua secara visual berhubungan dengan **kelengkungan** dari sebuah grafik. Ia memberitahu kita **bagaimana kemiringan itu sendiri sedang berubah**.
 - $f''(x) > 0$ (**Positif**):
 - **Artinya:** Kemiringan sedang **bertambah** (dari negatif \rightarrow nol \rightarrow positif).
 - **Visual:** Grafiknya **melengkung ke atas**, seperti mangkok yang terbuka ke atas (tersenyum).
 - $f''(x) < 0$ (**Negatif**):
 - **Artinya:** Kemiringan sedang **berkurang** (dari positif \rightarrow nol \rightarrow negatif).
 - **Visual:** Grafiknya **melengkung ke bawah**, seperti mangkok terbalik (cemberut).
 - $f''(x) = 0$ (**Nol**):
 - **Artinya:** Kemiringannya tidak sedang berubah.
 - **Visual:** Grafiknya **lurus** atau berada di **titik belok (inflection point)**, yaitu titik peralihan antara melengkung ke atas dan ke bawah.
-

3. Intuisi Fisik: Akselerasi dan "Jerk"

- Ini adalah analogi yang paling mudah dirasakan untuk gerak.
- Jika $s(t)$ adalah **Jarak**, maka:
 - **Turunan Pertama** (ds/dt): Adalah **Kecepatan (Velocity)**.
 - **Turunan Kedua** (d^2s/dt^2): Adalah **Percepatan (Acceleration)**.

- $f'' > 0$: Percepatan positif (kecepatan bertambah).
 - $f'' < 0$: Percepatan negatif (kecepatan berkurang/pengereman).
 - **Turunan Ketiga (d^3s/dt^3)**: Disebut **"Jerk" (Sentakan)**.
 - Ini mengukur **perubahan pada percepatan**. Jika kamu tiba-tiba menginjak gas atau rem dengan keras, kamu akan merasakan "sentakan".
-

4. Notasi

- Turunan kedua dari f terhadap x ditulis sebagai:
 $f''(x)$ atau d^2f / dx^2
 - **Intuisi Notasi d^2f / dx^2** :
 - $d(df)$: Perubahan dari perubahan (d^2f).
 - $dx * dx$: Perubahan ini terjadi dalam interval dx yang sangat kecil, jadi ia sebanding dengan $(dx)^2$.
 - Rasionya menjadi $d(df) / (dx)^2$, yang disingkat d^2f / dx^2 .
-

5. Kegunaan Utama

- Turunan tingkat lanjut sangat penting untuk **mengaproksimasi fungsi** yang rumit.
 - Mereka adalah fondasi dari [Deret Taylor](#), yang idenya adalah: jika kita tahu nilai, kemiringan, kelengkungan, dan seterusnya dari sebuah fungsi di satu titik, kita bisa membuat aproksimasi polinomial yang sangat baik untuk fungsi itu di sekitar titik tersebut.
-

Tags: [#calculus](#) [#derivatives](#) [#higher-order-derivatives](#) [#acceleration](#) [#jerk](#) [#curvature](#)
[#3b1b-essence-of-calculus](#)