

# Ch 10: Turunan Tingkat Lanjut

**Tujuan Bab:** Memperkenalkan konsep turunan tingkat lanjut (kedua, ketiga, dst.) dan membangun intuisi visual serta fisik untuknya.

---

## 1. Ide Utama: Turunan dari Turunan

- Jika [Turunan](#) pertama ( $f'$ ) mengukur "laju perubahan" dari sebuah fungsi  $f$ , maka:
  - **Turunan Kedua ( $f''$ ):** Mengukur "laju perubahan dari laju perubahan".
  - **Turunan Ketiga ( $f'''$ ):** Mengukur laju perubahan dari turunan kedua, dan seterusnya.
  - **Intinya:** Turunan tingkat lanjut memberitahu kita informasi yang lebih halus tentang bagaimana sebuah fungsi berubah.
- 

## 2. Intuisi Visual: Kelengkungan (Curvature)

- [Turunan](#) kedua secara visual berhubungan dengan **kelengkungan** dari sebuah grafik. Ia memberitahu kita **bagaimana kemiringan itu sendiri sedang berubah**.
  - $f''(x) > 0$  (**Positif**):
    - **Artinya:** Kemiringan sedang **bertambah** (dari negatif  $\rightarrow$  nol  $\rightarrow$  positif).
    - **Visual:** Grafiknya **melengkung ke atas**, seperti mangkok yang terbuka ke atas (tersenyum).
  - $f''(x) < 0$  (**Negatif**):
    - **Artinya:** Kemiringan sedang **berkurang** (dari positif  $\rightarrow$  nol  $\rightarrow$  negatif).
    - **Visual:** Grafiknya **melengkung ke bawah**, seperti mangkok terbalik (cemberut).
  - $f''(x) = 0$  (**Nol**):
    - **Artinya:** Kemiringannya tidak sedang berubah.
    - **Visual:** Grafiknya **lurus** atau berada di **titik belok (inflection point)**, yaitu titik peralihan antara melengkung ke atas dan ke bawah.
- 

## 3. Intuisi Fisik: Akselerasi dan "Jerk"

- Ini adalah analogi yang paling mudah dirasakan untuk gerak.
- Jika  $s(t)$  adalah **Jarak**, maka:
  - **Turunan Pertama ( $ds/dt$ ):** Adalah **Kecepatan (Velocity)**.
  - **Turunan Kedua ( $d^2s/dt^2$ ):** Adalah **Percepatan (Acceleration)**.

- $f'' > 0$  : Percepatan positif (kecepatan bertambah).
  - $f'' < 0$  : Percepatan negatif (kecepatan berkurang/pengereman).
  - **Turunan Ketiga ( $d^3 s/dt^3$ )**: Disebut "**Jerk**" (**Sentakan**).
    - Ini mengukur **perubahan pada percepatan**. Jika kamu tiba-tiba menginjak gas atau rem dengan keras, kamu akan merasakan "sentakan".
- 

## 4. Notasi

- Turunan kedua dari  $f$  terhadap  $x$  ditulis sebagai:  
 $f''(x)$  atau  $d^2 f / dx^2$
  - **Intuisi Notasi  $d^2 f / dx^2$** :
    - $d(df)$  : Perubahan dari perubahan ( $d^2 f$ ).
    - $dx * dx$  : Perubahan ini terjadi dalam interval  $dx$  yang sangat kecil, jadi ia sebanding dengan  $(dx)^2$ .
    - Rasinya menjadi  $d(df) / (dx)^2$ , yang disingkat  $d^2 f / dx^2$ .
- 

## 5. Kegunaan Utama

- Turunan tingkat lanjut sangat penting untuk **mengaproksimasi fungsi** yang rumit.
  - Mereka adalah fondasi dari [\*\*Deret Taylor\*\*](#), yang idenya adalah: jika kita tahu nilai, kemiringan, kelengkungan, dan seterusnya dari sebuah fungsi di satu titik, kita bisa membuat aproksimasi polinomial yang sangat baik untuk fungsi itu di sekitar titik tersebut.
- 

**Tags:** #calculus #derivatives #higher-order-derivatives #acceleration #jerk #curvature  
#3b1b-essence-of-calculus