

# Ch 08: Matriks Non-Persegi sebagai Transformasi

**Tujuan Bab:** Memberikan intuisi geometris untuk matriks yang "tidak persegi" (misal:  $3 \times 2$  atau  $2 \times 3$ ). Matriks seperti ini merepresentasikan transformasi antar ruang dengan **dimensi yang berbeda**.

---

## Aturan Membaca Matriks $m \times n$

Untuk mengetahui transformasi ini dari mana ke mana, aturannya selalu sama:

1. **Jumlah KOLOM ( $n$ ) = Dimensi Ruang INPUT.**

- **Alasan:** Jumlah kolom memberitahu kita ada berapa banyak vektor basis ( $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ , ...) di ruang awal kita.

2. **Jumlah BARIS ( $m$ ) = Dimensi Ruang OUTPUT.**

- **Alasan:** Jumlah baris memberitahu kita ada berapa banyak koordinat yang dibutuhkan untuk mendeskripsikan tujuan akhir dari setiap vektor basis.
- 

## Contoh Visual

### Kasus 1: Matriks $3 \times 2$ (Dari 2D ke 3D)

- **Membaca Matriks:**
  - **2 Kolom:** Input berasal dari ruang **2D**.
  - **3 Baris:** Output akan mendarat di ruang **3D**.
- **Visualisasi:**

Bayangkan seluruh bidang 2D (seperti selembar kertas) "diangkat" dan ditempatkan di dalam ruang 3D.

- **Column Space** (jangkauan output) dari transformasi ini adalah sebuah **bidang datar 2D** yang "mengambang" di dalam ruang 3D, melewati titik origin.
- **Rank:** Transformasi ini dianggap **full rank** jika kolom-kolomnya **Bebas Linear**, karena dimensi outputnya (2D) sama dengan dimensi inputnya (2D). Tidak ada informasi yang hilang/gepeng.

### Kasus 2: Matriks $2 \times 3$ (Dari 3D ke 2D)

- **Membaca Matriks:**
  - **3 Kolom:** Input berasal dari ruang **3D**.
  - **2 Baris:** Output akan mendarat di ruang **2D**.

- **Visualisasi:**

Ini seperti **proyektor** yang mengambil objek 3D dan memproyeksikan bayangannya ke sebuah layar 2D.

- Transformasi ini **meremukkan ruang** dan menghilangkan informasi (dimensi kedalaman).
- [Rank](#)-nya pasti lebih rendah dari dimensi inputnya (maksimal 2).
- Pasti ada [Null Space](#) yang bukan nol (sebuah garis berisi vektor-vektor yang bayangannya adalah titik nol).

### Kasus 3: Matriks $1 \times 2$ (Dari 2D ke 1D)

- **Membaca Matriks:**

- **2 Kolom:** Input berasal dari ruang **2D**.
- **1 Baris:** Output akan mendarat di ruang **1D** (sebuah garis bilangan).

- **Visualisasi:**

Transformasi ini mengambil setiap vektor di bidang 2D dan memetakannya ke **satu angka tunggal**.

- **Contoh:** Mengambil setiap titik di peta dan hanya memberikan "ketinggian"-nya.
- Ini adalah fondasi visual untuk memahami [Dualitas](#) dan hubungannya dengan [Dot Product](#), seperti yang dibahas di bab selanjutnya.

---

**Tags:** [#linear-algebra](#) [#nonsquare-matrices](#) [#dimensions](#) [#3b1b-essence-of-linear-algebra](#) ````