Ch 08: Integrasi dan Teorema Fundamental Kalkulus

Tujuan Bab: Secara formal mendefinisikan **Integral** sebagai Limit dari sebuah penjumlahan, dan membuktikan **Teorema Fundamental Kalkulus**, yang merupakan jembatan antara Integral dan Turunan.

---

1. Konteks: Masalah yang Terbalik

- **Turunan:** Jika kita tahu **Jarak** `s(t)`, kita bisa mencari **Kecepatan** `v(t)`.
- **Integral:** Jika kita tahu **Kecepatan** `v(t)`, kita ingin mencari **Jarak** `s(t)`. Ini adalah masalah **Anti-Turunan**.

---

2. Ide Intuitif: Dari Aproksimasi ke Luas di Bawah Kurva

- **Masalah:** Kecepatan `v(t)` terus berubah.
- **Solusi Aproksimasi:**
  1. Potong waktu menjadi banyak **interval kecil** `dt`.
  2. Di setiap interval, anggap kecepatan konstan `v(t)`.
  3. Jarak tempuh di interval kecil itu: `Jarak_kecil ≈ v(t) * dt`.
  4. **Jarak Total** adalah **jumlah** dari semua potongan `Jarak_kecil`: `Jarak Total ≈ Σ v(t) * dt`.
- **"Aha!" Moment Visual:**
  - Setiap potongan `v(t) * dt` adalah **luas dari sebuah persegi panjang tipis**.
  - **Jumlah semua potongan** adalah **jumlah luas dari semua persegi panjang**, yang mengaproksimasi **area di bawah kurva kecepatan** `v(t)`.
- **Definisi Formal Integral:**
  Saat `dt` mendekati nol, aproksimasi ini menjadi **eksak**.

  > **Jarak total yang ditempuh** adalah **SAMA PERSIS** dengan **luas di bawah grafik kecepatan**.

  Penjumlahan tak hingga ini (`lim Σ v(t)dt`) ditulis dengan notasi **Integral**:

$$\int_a^b v(t)dt$$

---

3. Puncak Cerita: Teorema Fundamental Kalkulus

- Kita punya dua cara berpikir yang berbeda tentang masalah ini:
  1. **Cara #1 (Anti-Turunan):** Jarak `s(t)` adalah fungsi yang **turunannya** adalah `v(t)`.
  2. **Cara #2 (Integral):** Jarak `s(t)` adalah **luas di bawah kurva** `v(t)` dari 0 sampai `t`.
- **Teorema Fundamental Kalkulus** menyatakan bahwa kedua ide ini adalah **dua sisi dari koin yang sama**.

  > `∫ (dari a ke b) f(x) dx = F(b) - F(a)`

- **Terjemahan Rumus:**
  - **Sisi Kiri (Integral):** "Hitung **luas** di bawah kurva `f(x)` dari `x=a` sampai `x=b`." (Masalah yang sulit).
  - **Sisi Kanan (Anti-Turunan):**
    1. Cari sebuah fungsi `F(x)` yang **turunannya** adalah `f(x)`. (`F` adalah **Anti-Turunan** dari `f`).
    2. Hitung `F(b)` (nilai di titik akhir).
    3. Hitung `F(a)` (nilai di titik awal).
    4. Kurangi keduanya. (Masalah yang jauh lebih mudah).
- **Keajaibannya:** Untuk menghitung **luas** (yang bergantung pada *semua* nilai di antara `a` dan `b`), kita hanya perlu melihat **nilai di *titik ujungnya saja*** (`a` dan `b`) menggunakan anti-turunan.

---

4. Detail Penting

- **Konstanta `+C`:** Saat mencari anti-turunan, selalu ada konstanta `+C`. Tapi saat menghitung integral tentu (`F(b) - F(a)`), konstanta `C` ini akan selalu saling menghilangkan.
- **Area Negatif:** Jika grafik `f(x)` berada di **bawah** sumbu-x, integral akan menghitung luasnya sebagai **nilai negatif**. Ini merepresentasikan perpindahan "mundur".

Tags: #calculus #integrals #fundamental-theorem #antiderivative #3b1b-essence-of-calculus