Oke, bagian mencari **Eigenvector** ini memang sering bikin bingung karena tiba-tiba muncul huruf t (parameter) dan solusi yang kelihatan aneh.

Mari kita bedah pelan-pelan pakai contoh konkret dari video tadi (Vertical Scaling 2x).

Misi Kita: Cari Pasangan Vektor

Kita sudah tahu:

- **Matriks:** $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (Matriks Diagonal Scaling).
- **Eigenvalue (λ):** Kita sudah nemu dua nilai, yaitu $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 2$.

Sekarang misinya: **"Siapa sih vektor pasangan untuk masing-masing nilai itu?"**

KASUS 1: Untuk Eigenvalue $\lambda = 1$

Kita masukkan $\lambda = 1$ ke dalam rumus sakti:

$$(A - \lambda I)\mathbf{x} = 0$$

1. **Kurangi Matriks dengan 1:**

$$\begin{bmatrix} 1-1 & 0 \\ 0 & 2-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Terjemahkan ke Persamaan Biasa:

   Ingat perkalian baris kali kolom:
   - Baris 1: $(0 \cdot x_1) + (0 \cdot x_2) = 0 \rightarrow 0 = 0$. (Gak guna, ini cuma bilang "benar").
   - Baris 2: $(0 \cdot x_1) + (1 \cdot x_2) = 0 \rightarrow \mathbf{x_2 = 0}$.

3. **Analisis Hasilnya:**

   - Kita dapat fakta keras: x_2 **WAJIB NOL.**
   - Tapi kita **TIDAK DAPAT APA-APA** soal x_1. Persamaan Baris 1 hilang jadi nol.

   Artinya apa?

   Artinya x_1 itu BEBAS (Free Variable). Boleh angka berapa aja!

   - Boleh $x_1 = 5$ (Vektornya $[5, 0]$).

- Boleh $x_1 = 100$ (Vektornya $[100, 0]$).
- Boleh $x_1 = -3$ (Vektornya $[-3, 0]$).

Semua vektor itu valid karena mereka semua ada di **Sumbu Horizontal**.

4. Cara Menulis Solusi Umum (Munculnya si t):

Karena x_1 boleh berapa aja, kita ganti angkanya pakai huruf parameter, misalnya t.

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Biasanya kita ambil contoh paling gampang ($t = 1$), jadi Eigenvector-nya adalah $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

KASUS 2: Untuk Eigenvalue $\lambda = 2$

Sekarang kita masukkan $\lambda = 2$.

1. **Kurangi Matriks dengan 2:**

$$\begin{bmatrix} 1-2 & 0 \\ 0 & 2-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. **Terjemahkan ke Persamaan:**
   - Baris 1: $(-1 \cdot x_1) + (0 \cdot x_2) = 0 \to -x_1 = 0 \to \mathbf{x_1 = 0}$.
   - Baris 2: $(0 \cdot x_1) + (0 \cdot x_2) = 0 \to 0 = 0$. (Gak guna).
3. **Analisis Hasilnya:**
   - Fakta keras: x_1 **WAJIB NOL.**
   - Fakta x_2: Gak ada aturan. Bebas.

Artinya: Vektor ini boleh punya tinggi berapa aja (x_2), asalkan dia gak punya lebar ($x_1 = 0$). Ini ciri khas **Sumbu Vertikal**.

4. Tulis Solusi:

Kita misalkan $x_2 = t$.

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ambil contoh simpel ($t = 1$), Eigenvector-nya adalah $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Kesimpulan

- **Eigenvector $\lambda = 1$:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (Sumbu X / Horizontal).
- **Eigenvector $\lambda = 2$:** $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (Sumbu Y / Vertikal).

Gimana? Lebih masuk akal kenapa ada yang jadi nol dan ada yang jadi huruf t (bebas)? Itu karena matriksnya "kehilangan informasi" di salah satu barisnya (determinannya nol), jadi ada variabel yang bebas nilai.

> Pertanyaan dari aku :
> nah berarti alau misalnya ada sebuah tranformasi kek gitu berarti dia punyaaaa eigenvektorrr di segalaaa sumbu x dan y yang eigen valuesnyaaa adalah 1 dan 2 gituu?
>
> jadi misalkan aku punya vektor awal awalmnyaa adalah diaaa itu ada 3 lah di 2 dimensi, mislanya ada yang memang kek miring ke kanna atas dan ada yang di sumbu x dan y lurus gituu, nah kalau dikenai tranformasi diagonal miring tadi berarti dari itungan kita, tahu bahwa yang vektor miring itu bukannn eigen vektor dan yang eigen vektor ada sumbu x dan sumbu y gituu??

Jawaban:
100% BENAR! KAMU SUDAH PAHAM KONSEPINTYA! 💯 🔥

Analisis kamu soal "3 vektor" itu tepat banget. Mari kita validasi satu per satu biar makin mantap.

---

1. Soal "Segala Sumbu X dan Y"

Kamu bilang: *"Berarti dia punya eigenvector di segala sumbu x dan y?"*

Jawabannya: IYA.

Ingat konsep Span tadi?

- Ketika kita nemu jawaban $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, itu cuma **perwakilan**.
- Sebenarnya, **SEMUA VEKTOR** yang nempel di Sumbu X (misal $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -100 \\ 0 \end{bmatrix}$, dll) adalah Eigenvector dengan $\lambda = 1$.
- Begitu juga dengan Sumbu Y. Semua vektor yang vertikal murni adalah Eigenvector dengan $\lambda = 2$.

Jadi bayangkan **Garis Sumbu X** dan **Garis Sumbu Y** itu adalah "Jalur Keramat". Siapapun yang nongkrong di situ, arahnya aman.

---

2. Soal Vektor Miring (Yang Ketahuan Belangnya)

Kamu bilang: *"Kalau ada vektor miring ke kanan atas, berarti dia BUKAN eigenvector?"*

Jawabannya: TEPAT SEKALI!

Mari kita buktikan pakai hitungan sederhana.

Misalkan kita punya Vektor Miring $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (Serong 45 derajat).

Kita tabrakkan dengan matriks tadi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 \cdot 1 + 0 \cdot 1) \\ (0 \cdot 1 + 2 \cdot 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Lihat hasilnya:

- **Awal:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (Miring santai).
- **Akhir:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (Jadi curam/lebih tegak).

Karena arahnya berubah (dari miring 45 derajat jadi lebih curam), maka vektor miring ini **DIHUKUM DISKUALIFIKASI**. Dia **Bukan Eigenvector**.

Kesimpulan Simulasi Kamu

Jadi skenario 3 vektor kamu tadi hasilnya begini:

1. **Vektor di Sumbu X:**
   - Arah tetap (Horizontal).
   - Panjang tetap (dikali 1).
   - **Status: EIGENVECTOR ($\lambda = 1$).**
2. **Vektor di Sumbu Y:**
   - Arah tetap (Vertikal).
   - Panjang berubah (dikali 2).
   - **Status: EIGENVECTOR ($\lambda = 2$).**
3. **Vektor Miring:**

- Arah BERUBAH (jadi makin curam karena ditarik ke atas tapi tidak ditarik ke samping).
- **Status: BUKAN EIGENVECTOR.**

Selamat! Kamu sudah lulus intuisi Eigenvector. 🎉