

Ch 03 - Linear Transformations and Matrices.md

Tujuan Bab: Membangun intuisi visual tentang apa itu [Transformasi Linear](#) dan menunjukkan bagaimana sebuah [Matriks](#) adalah bahasa yang sempurna untuk mendeskripsikan transformasi tersebut. Ini adalah salah satu bab paling fundamental di seluruh seri.

Transformasi: Fungsi Vektor dengan Visualisasi Pergerakan

- **Transformasi:** Kata keren untuk "fungsi" yang inputnya adalah sebuah vektor dan outputnya adalah vektor lain. $\vec{v}_{input} \rightarrow \vec{w}_{output}$.
 - **Visualisasi Kunci:** Daripada hanya memikirkan input-output, bayangkan sebagai **pergerakan**. Setiap vektor input **bergerak** ke posisi vektor outputnya.
 - **Konvensi Visual:** Untuk menghindari gambar yang terlalu ramai oleh panah, kita seringkali hanya merepresentasikan vektor sebagai **titik** di ujungnya. Dengan cara ini, sebuah transformasi terlihat seperti seluruh ruang "mengalir" atau "berubah bentuk", di mana setiap titik bergerak ke lokasi baru.
-

Syarat "Linear" (Aturan Main yang "Sopan")

Aljabar Linear hanya peduli pada jenis transformasi yang "sopan" dan "teratur", yang disebut [Transformasi Linear](#).

Secara visual, sebuah transformasi disebut Linear jika memenuhi dua aturan ketat:

1. **Semua garis harus tetap lurus** (tidak boleh melengkung).
2. **Titik nol (Origin) harus tetap diam** di tempatnya.

Intuisi: Transformasi Linear menjaga garis-garis grid tetap **paralel** dan **berjarak sama**. Seluruh ruang diregangkan, diputar, atau digeser secara seragam.

- **Visualisasi Kegagalan:**
 - Jika garis menjadi melengkung → **Bukan Linear**.
 - Jika titik nol bergeser → **Bukan Linear** (ini disebut Translasi).
-

Kunci Utama: Cukup Lacak Vektor Basis!

Karena transformasi linear sangat teratur, ada sebuah "jalan pintas" yang luar biasa:

Sebuah transformasi linear sepenuhnya ditentukan hanya dengan mengetahui di mana vektor basis \hat{i} dan \hat{j} mendarat.

- **Logikanya:**

- Sebuah vektor v adalah "resep" $x * \hat{i} + y * \hat{j}$.
- Karena transformasi ini "sopan" (linear), vektor v setelah transformasi (v_{baru}) akan mengikuti resep yang **sama persis**, tapi menggunakan "bahan dasar" yang baru.
- $v_{\text{baru}} = x * (\hat{i}_{\text{baru}}) + y * (\hat{j}_{\text{baru}})$.

Ini berarti, jika kita tahu tujuan akhir dari \hat{i} dan \hat{j} , kita bisa menghitung tujuan akhir dari vektor **mana pun**.

Matriks: "Wadah" untuk Vektor Basis yang Baru

Matriks adalah cara yang sangat efisien untuk "mencatat" informasi penting dari sebuah transformasi linear.

- **Aturan Main:**

- **Kolom Pertama** dari matriks adalah koordinat dari \hat{i} **baru** (tujuan akhir \hat{i}).
- **Kolom Kedua** dari matriks adalah koordinat dari \hat{j} **baru** (tujuan akhir \hat{j}).

- **Visualisasi:**

Bayangkan sebuah matriks 2×2 : $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

- Ini memberitahu kita bahwa transformasi ini membawa \hat{i} ke $\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$ dan \hat{j} ke $\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$.
-

Perkalian Matriks-Vektor (Bukan Hafalan!)

Perkalian Matriks-Vektor $M * v$ secara konseptual adalah **proses mengaplikasikan transformasi M pada vektor v** .

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}$$

- **Cara Membacanya (dari Kiri ke Kanan):**

- Ambil matriks M dan vektor v .
- Ini sama artinya dengan mengambil x (komponen pertama v) sebagai skalar untuk **kolom pertama M** .
- Lalu, ambil y (komponen kedua v) sebagai skalar untuk **kolom kedua M** .
- Jumlahkan keduanya.

Kesimpulan Utama (The Big Idea)

| **Setiap Matriks adalah sebuah Transformasi Linear.**

Melihat sebuah matriks jangan hanya sebagai kumpulan angka. Bayangkan ia sebagai sebuah **AKSI**—sebuah resep untuk memutar, meregangkan, memiringkan, atau mengubah ruang dengan cara yang "sopan" dan teratur.

Tags: [#linear-algebra](#) [#linear-transformations](#) [#matrices](#) [#3b1b-essence-of-linear-algebra](#)