

## Ch 03 - Linear Transformations and Matrices.md

**Tujuan Bab:** Membangun intuisi visual tentang apa itu [Transformasi Linear](#) dan menunjukkan bagaimana sebuah [Matriks](#) adalah bahasa yang sempurna untuk mendeskripsikan transformasi tersebut. Ini adalah salah satu bab paling fundamental di seluruh seri.

---

### Transformasi: Fungsi Vektor dengan Visualisasi Pergerakan

- **Transformasi:** Kata keren untuk "fungsi" yang inputnya adalah sebuah vektor dan outputnya adalah vektor lain.  $\vec{v}_{input} \rightarrow \vec{w}_{output}$ .
  - **Visualisasi Kunci:** Daripada hanya memikirkan input-output, bayangkan sebagai **pergerakan**. Setiap vektor input **bergerak** ke posisi vektor outputnya.
  - **Konvensi Visual:** Untuk menghindari gambar yang terlalu ramai oleh panah, kita seringkali hanya merepresentasikan vektor sebagai **titik** di ujungnya. Dengan cara ini, sebuah transformasi terlihat seperti seluruh ruang "mengalir" atau "berubah bentuk", di mana setiap titik bergerak ke lokasi baru.
- 

### Syarat "Linear" (Aturan Main yang "Sopan")

Aljabar Linear hanya peduli pada jenis transformasi yang "sopan" dan "teratur", yang disebut **Transformasi Linear**.

Secara visual, sebuah transformasi disebut Linear jika memenuhi dua aturan ketat:

1. **Semua garis harus tetap lurus** (tidak boleh melengkung).
2. **Titik nol (Origin) harus tetap diam** di tempatnya.

**Intuisi:** Transformasi Linear menjaga garis-garis grid tetap **paralel** dan **berjarak sama**. Seluruh ruang diregangkan, diputar, atau digeser secara seragam.

- **Visualisasi Kegagalan:**
    - Jika garis menjadi melengkung → **Bukan Linear**.
    - Jika titik nol bergeser → **Bukan Linear** (ini disebut Translasi).
- 

### Kunci Utama: Cukup Lacak Vektor Basis!

Karena transformasi linear sangat teratur, ada sebuah "jalan pintas" yang luar biasa:

Sebuah transformasi linear sepenuhnya ditentukan hanya dengan mengetahui di mana vektor basis  $\hat{i}$  dan  $\hat{j}$  mendarat.

- **Logikanya:**

- Sebuah vektor  $v$  adalah "resep"  $x * \hat{i} + y * \hat{j}$ .
- Karena transformasi ini "sopan" (linear), vektor  $v$  setelah transformasi ( $v_{baru}$ ) akan mengikuti resep yang **sama persis**, tapi menggunakan "bahan dasar" yang baru.
- $v_{baru} = x * (\hat{i}_{baru}) + y * (\hat{j}_{baru})$ .

Ini berarti, jika kita tahu tujuan akhir dari  $\hat{i}$  dan  $\hat{j}$ , kita bisa menghitung tujuan akhir dari vektor mana pun.

---

## Matriks: "Wadah" untuk Vektor Basis yang Baru

**Matriks** adalah cara yang sangat efisien untuk "mencatat" informasi penting dari sebuah transformasi linear.

- **Aturan Main:**

- **Kolom Pertama** dari matriks adalah koordinat dari  $\hat{i}$  **baru** (tujuan akhir  $\hat{i}$ ).
- **Kolom Kedua** dari matriks adalah koordinat dari  $\hat{j}$  **baru** (tujuan akhir  $\hat{j}$ ).

- **Visualisasi:**

Bayangkan sebuah matriks 2x2:  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ .

- Ini memberitahu kita bahwa transformasi ini membawa  $\hat{i}$  ke  $\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$  dan  $\hat{j}$  ke  $\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$ .

---

## Perkalian Matriks-Vektor (Bukan Hafalan!)

Perkalian Matriks-Vektor  $M * v$  secara konseptual adalah **proses mengaplikasikan transformasi  $M$  pada vektor  $v$** .

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}$$

- **Cara Membacanya (dari Kiri ke Kanan):**

- Ambil matriks  $M$  dan vektor  $v$ .
- Ini sama artinya dengan mengambil  $x$  (komponen pertama  $v$ ) sebagai skalar untuk **kolom pertama**  $M$ .
- Lalu, ambil  $y$  (komponen kedua  $v$ ) sebagai skalar untuk **kolom kedua**  $M$ .
- Jumlahkan keduanya.

---

## Kesimpulan Utama (The Big Idea)

Setiap Matriks adalah sebuah Transformasi Linear.

Melihat sebuah matriks jangan hanya sebagai kumpulan angka. Bayangkan ia sebagai sebuah **AKSI**—sebuah resep untuk memutar, meregangkan, memiringkan, atau mengubah ruang dengan cara yang "sopan" dan teratur.

---

Tags: [#linear-algebra](#) [#linear-transformations](#) [#matrices](#) [#3b1b-essence-of-linear-algebra](#)