

Peta Konsep Intuitif: Intisari Aljabar Linear (3Blue1Brown)

Dokumen ini adalah ringkasan super cepat dari ide-ide besar di setiap bab. Tujuannya adalah untuk menjadi pemicu memori, bukan penjelasan lengkap.

Filosofi Utama: Aljabar Linear adalah jembatan antara dunia **Geometri (Visual)** dan dunia **Aljabar (Komputasi)**.

- **Ch 1: Vektor**

Vektor adalah "panah dari titik nol". Koordinatnya adalah "instruksi" untuk mencapai ujung panah itu.

- **Ch 2: Kombinasi Linear, Span, Basis**

Koordinat adalah "resep". **Span** adalah "jangkauan" yang bisa dicapai dengan resep itu. **Basis** adalah "bahan dasar" yang paling efisien (tidak ada yang sia-sia).

- **Ch 3: Transformasi Linear & Matriks**

Matriks adalah sebuah **Transformasi Linear** (aksi yang mengubah ruang secara "sopan"). Kolom-kolom matriks adalah tujuan akhir dari vektor basis \hat{i} dan \hat{j} .

- **Ch 4: Perkalian Matriks**

Perkalian matriks $M_2 * M_1$ berarti **melakukan aksi M_1 DULU, lalu dilanjutkan aksi M_2** . Urutan dibaca dari kanan ke kiri.

- **Ch 5: Determinan**

Determinan adalah "**faktor pengali area (2D) atau volume (3D)**".

- $\det > 0$: Area membesar/mengecil.
- $\det < 0$: Area membesar/mengecil DAN orientasi ruang terbalik.
- $\det = 0$: Ruang menjadi "gepeng" ke dimensi yang lebih rendah.

- **Ch 7: Invers, Column Space, Null Space**

Menyelesaikan $Ax = v$ adalah "teka-teki terbalik".

- **Matriks Invers** (A^{-1}): Aksi "memutar balik waktu" (hanya ada jika $\det(A) \neq 0$).
- **Column Space**: "Jangkauan output" dari transformasi.

- **Null Space:** Kumpulan semua vektor input yang "lenyap" menjadi titik nol.
- **Ch 8: Matriks Non-Persegi**
 - Transformasi **antar dimensi**. Aturan bacanya: (Baris x Kolom) → (Dimensi Output x Dimensi Input).
- **Ch 9: Dot Product & Dualitas**
 - **Secara Geometris:** Mengukur **proyeksi** atau "kesejajaran".
 - **Secara Mendalam (Dualitas):** Setiap transformasi $nD \rightarrow 1D$ ("aksi") punya "kembaran" berupa satu vektor unik ("benda"). Menjalankan aksi itu sama dengan melakukan dot product dengan benda kembarannya.
- **Ch 10: Cross Product**
 - Intuisi:** Sebuah "tiang bendera" yang merepresentasikan sebuah permukaan.
 - **Arah Tiang:** Tegak lurus terhadap permukaan (Aturan Tangan Kanan).
 - **Tinggi Tiang:** Sama dengan luas permukaan.
- **Ch 11: Cross Product & Dualitas (Lanjutan)**
 - Menjawab "**KENAPA**" trik determinan $\det([\mathbf{i}, \mathbf{v}, \mathbf{w}])$ berhasil. Itu adalah cara cerdik untuk menemukan "kembaran" (vektor dual) dari sebuah transformasi volume.
- **Ch 12: Aturan Cramer**
 - Sebuah aplikasi geometris yang indah. Idenya adalah menggunakan **AREA** sebagai "alat ukur" untuk koordinat, karena perubahannya (tidak seperti dot product) bisa diprediksi oleh determinan.
- **Ch 13: Perubahan Basis**
 - Vektor itu sama, tapi "**bahasa** (**sistem koordinat**) untuk mendeskripsikannya bisa berbeda.
 - $A^{-1} M A$ adalah formula "empati matematis": melihat transformasi M dari "sudut pandang" basis lain.
- **Ch 14: Eigenvectors & Eigenvalues**
 - **Eigenvector:** Vektor "nurut" yang tidak berubah arah, hanya diregangkan/dikerutkan oleh transformasi. Mereka adalah "sumbu aksi" dari sebuah transformasi.
 - **Eigenvalue** (λ): Faktor peregangan/pengerutan dari eigenvector tersebut.
- **Ch 15: Trik Eigenvalue**

Jalan pintas untuk matriks 2x2. Didasarkan pada dua fakta:

- $\text{Trace}(A) = \lambda_1 + \lambda_2$ (Jumlah diagonal = Jumlah eigenvalue)
- $\det(A) = \lambda_1 * \lambda_2$ (Determinan = Perkalian eigenvalue)

- **Ch 16: Ruang Vektor Abstrak**

Jawaban akhir: "Vektor" bukanlah benda spesifik. Ia adalah **elemen dari sebuah Ruang Vektor**—sebuah "klub" berisi benda apa pun (panah, angka, fungsi) yang bisa **dijumlahkan** dan **diskalakan** sesuai 8 aturan (aksioma) yang berlaku.