

# Ch 08: Matriks Non-Persegi sebagai Transformasi

**Tujuan Bab:** Memberikan intuisi geometris untuk matriks yang "tidak persegi" (misal:  $3 \times 2$  atau  $2 \times 3$ ). Matriks seperti ini merepresentasikan transformasi antar ruang dengan **dimensi yang berbeda**.

---

## Aturan Membaca Matriks $m \times n$

Untuk mengetahui transformasi ini dari mana ke mana, aturannya selalu sama:

### 1. Jumlah KOLOM ( $n$ ) = Dimensi Ruang INPUT.

- **Alasan:** Jumlah kolom memberitahu kita ada berapa banyak vektor basis ( $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ , ...) di ruang awal kita.

### 2. Jumlah BARIS ( $m$ ) = Dimensi Ruang OUTPUT.

- **Alasan:** Jumlah baris memberitahu kita ada berapa banyak koordinat yang dibutuhkan untuk mendeskripsikan tujuan akhir dari setiap vektor basis.
- 

## Contoh Visual

### Kasus 1: Matriks $3 \times 2$ (Dari 2D ke 3D)

- **Membaca Matriks:**

- **2 Kolom:** Input berasal dari ruang **2D**.
- **3 Baris:** Output akan mendarat di ruang **3D**.

- **Visualisasi:**

Bayangkan seluruh bidang 2D (seperti selembar kertas) "diangkat" dan ditempatkan di dalam ruang 3D.

- [Column Space](#) (jangkauan output) dari transformasi ini adalah sebuah **bidang datar 2D** yang "mengambang" di dalam ruang 3D, melewati titik origin.
- [Rank](#): Transformasi ini dianggap **full rank** jika kolom-kolomnya [Bebas Linear](#), karena dimensi outputnya (2D) sama dengan dimensi inputnya (2D). Tidak ada informasi yang hilang/gepeng.

### Kasus 2: Matriks $2 \times 3$ (Dari 3D ke 2D)

- **Membaca Matriks:**

- **3 Kolom:** Input berasal dari ruang **3D**.
- **2 Baris:** Output akan mendarat di ruang **2D**.

- **Visualisasi:**

Ini seperti **projektor** yang mengambil objek 3D dan memproyeksikan bayangannya ke sebuah layar 2D.

- Transformasi ini **meremukkan ruang** dan menghilangkan informasi (dimensi kedalaman).
- **Rank**-nya pasti lebih rendah dari dimensi inputnya (maksimal 2).
- Pasti ada **Null Space** yang bukan nol (sebuah garis berisi vektor-vektor yang bayangannya adalah titik nol).

## Kasus 3: Matriks 1x2 (Dari 2D ke 1D)

- **Membaca Matriks:**

- **2 Kolom:** Input berasal dari ruang **2D**.
- **1 Baris:** Output akan mendarat di ruang **1D** (sebuah garis bilangan).

- **Visualisasi:**

Transformasi ini mengambil setiap vektor di bidang 2D dan memetakannya ke **satu angka tunggal**.

- **Contoh:** Mengambil setiap titik di peta dan hanya memberikan "ketinggian"-nya.
- Ini adalah fondasi visual untuk memahami **Dualitas** dan hubungannya dengan **Dot Product**, seperti yang dibahas di bab selanjutnya.

---

**Tags:** #linear-algebra #nonsquare-matrices #dimensions #3b1b-essence-of-linear-algebra ...